



# Bachelorarbeit

Zum Erlangen des Grades eines Bachelor of Engineering des Studienganges Maschinenbau, Mechatronik und Physiktechnik im Fachbereich Ingenieur und Naturwissenschaften der Hochschule Merseburg.

## Thema:

Erstellung einer Mehrkörpersimulation eines Stirnrad-Planetengetriebes zur verbesserten Darstellung des dynamischen Systemverhaltens

## Vorgelegt von:

Herrn Peter Wustlich

## Betreuer:

Prof. Dr.-Ing. Achim Merklinger; Hochschule Merseburg, Fachbereich INW

M. Eng. Konrad Mehle; Hochschule Merseburg, Fachbereich INW

Dipl.-Ing. Lutz Werge; GTL Getriebetechnik Leipzig GmbH

B. Eng. Felix Wabnitz; GTL Getriebetechnik Leipzig GmbH



## **Selbstständigkeitserklärung**

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit mit dem Titel

„Erstellung einer Mehrkörpersimulation eines Stirnrad-Planetengeriebes zur zur verbesserten Darstellung des dynamischen Systemverhaltens“

selbstständig und ohne unerlaubte fremde Hilfe angefertigt, keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet und die den verwendeten Quellen und Hilfsmitteln wörtlich oder inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

---

Ort, Datum

---

Unterschrift



<b>1</b>	<b><u>INHALTSVERZEICHNIS</u></b>	
<b>2</b>	<b>ABBILDUNGSVERZEICHNIS</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>TABELLENVERZEICHNIS</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>FORMELZEICHEN UND BEZEICHNUNGEN</b>	<b>5</b>
4.1	Formelzeichen	5
4.2	Bezeichnungen	7
<b>5</b>	<b>EINLEITUNG</b>	<b>8</b>
5.1	Problemstellung und Ziel der Arbeit	9
5.2	Aufbau der Arbeit	10
<b>6</b>	<b>GRUNDLAGEN</b>	<b>11</b>
6.1	Das Stirnradgetriebe	11
6.2	Das Planetengetriebe	12
6.3	Das Stirnrad-Planetengetriebe	14
<b>7</b>	<b>PARAMETERERMITTLUNG UND MODELLBILDUNG</b>	<b>15</b>
7.1	Ermittlung der Parameterwerte und Modellierung der Wellen	17
7.1.1	Torsionssteifigkeit	17
7.1.2	Dämpfung	20
7.2	Ermittlung der Parameterwerte und Modellierung der Verzahnung	26
7.2.1	Zahnsteifigkeitsverlauf	27
7.2.2	Verzahnungsdämpfung	31
7.3	Federsteifigkeit und Dämpfung der Verbindungselemente	32
7.4	Lagersteifigkeiten	33
7.5	Verdrehflankenspiel	34
7.6	Reibmomente der Lager	35
7.7	Weitere Einflüsse auf das dynamische Verhalten	37
<b>8</b>	<b>DAS MODELL IN OPENMODELICA</b>	<b>38</b>
<b>9</b>	<b>ANWENDUNGSFÄLLE / SIMULATIONEN</b>	<b>41</b>
9.1	Hochfahren unter Last	41
9.2	Einfallen einer Sicherheitsbremse	43
9.3	Wirkungsgrad des Getriebes	46
9.4	Untersuchung auf Resonanzstellen	48

<b>10</b>	<b>DAS RÄUMLICHE MODELL</b>	<b>49</b>
<b>11</b>	<b>MÖGLICHKEITEN DER VERIFIZIERUNG</b>	<b>51</b>
<b>12</b>	<b>ZUSAMMENFASSUNG UND FAZIT</b>	<b>51</b>
<b>13</b>	<b>LITERATURVERZEICHNIS</b>	<b>53</b>
<b>14</b>	<b>ANHÄNGE</b>	<b>55</b>
14.1	Allgemeine Getriebedaten	55
14.2	Wellendatenblätter	56
14.3	Lagerreibmomente in Abhängigkeit der Drehzahl	68

## 2 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Getriebeplan .....	7
Abbildung 2: Einteilung Getriebe nach Form der Bewegungsübertragung .....	8
Abbildung 3: Aufbau eines einstufigen Stirnradgetriebes.....	11
Abbildung 4: Aufbau eines Planetengetriebes (Quelle: tec-science.com) .....	13
Abbildung 5: Räderzug des Stirnrad-Planetengetriebes (links) und Planetenstufe (rechts)...	14
Abbildung 6: Einfaches Torsionsschwingungsmodell (Quelle: (Henlich, 1998)) .....	16
Abbildung 7: Modellierung der Ritzelwelle als diskretes Masse-Feder-Dämpfer-System .....	17
Abbildung 8: Die Massenträgheitsmomente in OpenModelica .....	18
Abbildung 9: Längen und Zusatzlänge am Modell einer einfach abgesetzten Welle .....	19
Abbildung 10: Erfahrungswerte für den Dämpfungsgrad $D_i$ (Quelle: (Laschet, 1988 S. 49)).	20
Abbildung 11: Modell der Impulsanregung der Ritzelwelle SP970-302 in OpenModelica.....	24
Abbildung 12: Ergebnis der FFT der Welle SP970-302 .....	25
Abbildung 13: Verzahnungsmodell in OpenModelica.....	26
Abbildung 14: Spez. Verzahnungssteifigkeit für verschiedene Überdeckungsgrade .....	27
Abbildung 15: Sinusförmiger Zahnsteifigkeitsverlauf (Quelle: (Laschet, 1988, S. 176)) .....	28
Abbildung 16: Codefragment zur Berechnung des dynamischen Zahnsteifigkeitsverlauf.....	29
Abbildung 17: Minimalmodell der Verzahnung 301-201 .....	30
Abbildung 18: Winkelgeschwindigkeit am Abtrieb ohne dynamische Eingriffsfedersteifigkeit	30
Abbildung 19: Winkelgeschwindigkeit am Abtrieb mit dynamischer Eingriffsfedersteifigkeit..	31
Abbildung 20: Verzahnungsdämpfungsmaße (Quelle: (Linke, 2010 S. 230)).....	31
Abbildung 21: Lagerreibmoment in Abhängigkeit der Drehzahl (Quelle: (SKF)).....	36
Abbildung 22: Gesamtmodell in OpenModelica mit Nummern für Zahnräder und Wellen .....	38
Abbildung 23: Winkelgeschwindigkeiten .....	41
Abbildung 24: Aufbau der Bremssteuerung .....	43
Abbildung 25: Teilmodell zur Notbremssimulation .....	44
Abbildung 26: Winkelgeschwindigkeitsverlauf des Zahnrad 201 .....	44
Abbildung 27: Momentenverlauf am Planetenträger .....	45
Abbildung 28: Absolutbeschleunigungskurve .....	46
Abbildung 29: Relative Winkelbeschleunigung der Verzahnung 301-201 beim Anfahren .....	48
Abbildung 30: Räumliches Modell der Planetenstufe .....	49
Abbildung 31: Sonnenwelle mit Lagerung.....	49
Abbildung 32: Submodell "Koppelement".....	50
Abbildung 33: Das räumliche Gesamtmodell in OpenModelica.....	50
Abbildung 34: Frequenzspektrum SP970-301, ungedämpft.....	57
Abbildung 35: Frequenzspektrum SP970-302, ungedämpft.....	59
Abbildung 36: Frequenzspektrum SP970-303, ungedämpft.....	61

Abbildung 37: Frequenzspektrum SP970-304, ungedämpft.....	63
Abbildung 38: Frequenzspektrum SP970-601, ungedämpft.....	65
Abbildung 39: Frequenzspektrum SP970-602PT, ungedämpft .....	67

### 3 Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Übersetzungen der jeweiligen Stufen beginnend beim Abtrieb	14
Tabelle 2: Berechnung der Torsionsnachgiebigkeit NG [rad/Nm] typischer Getriebeteile	18
Tabelle 3: Methodenabhängige Eigenfrequenzen der Ritzelwelle SP970-302	24
Tabelle 4: statische Eingriffsfedersteifigkeiten	29
Tabelle 5: Verzahnungsdämpfungskoeffizienten	32
Tabelle 6: Dämpfungskoeffizienten der Passfederverbindungen	33
Tabelle 7: Kräfte, Momente, Verschiebungen, Steifigkeiten der Lager	34
Tabelle 8: Mittlere Verdrehflankenspiele	35
Tabelle 9: Mittlere Lagerreibmomente	37

## 4 Formelzeichen und Bezeichnungen

### 4.1 Formelzeichen

<u>Zeichen</u>	<u>Bezeichnung</u>	<u>Einheit</u>
$a$	Winkelbeschleunigung	$rad/s^2$
$b$	Zahnbreite	$m$
$\beta$	Schrägungswinkel	$^\circ$
$c_{v,stat}$	Statische Zahnsteifigkeit	$Nm/rad$
$c_{v,dyn}$	Dynamische Zahnsteifigkeit	$Nm/rad$
$c_v$	Gesamtzahnsteifigkeit	$Nm/rad$
$c_\gamma$	Spezifische Eingriffsfedersteifigkeit	$\frac{N/mm}{\mu m}$
$d$	Durchmesser	$m$
$d_0$	Teilkreisdurchmesser	$m$
$d_T$	Torsionsdämpfungskoeffizient	$Nm * s/rad$
$d_Z$	Zahndämpfungskoeffizient	$Nm * s/rad$
$D$	Lehr'sches Dämpfungsmaß	-
$D_Z$	Verzahnungsdämpfungsmaß	-
$E$	E-Modul	$N/m^2$
$E_{kin}$	Kinetische Energie	$J$
$E_{pot}$	potenzielle Energie	$J$
$F$	Kraft	$N$
$G$	Schubmodul	$N/m^2$
$I$	Flächenträgheitsmoment	$m^4$
$I_p$	Polares Flächenträgheitsmoment	$m^4$
$i$	Übersetzung	-
$i_0$	Standübersetzung	-
$J$	Massenträgheitsmoment	$kg/m^2$
$j_{ti}$	Verdrehflankenspiel Kleinstmaß	$\mu m$
$j_{te}$	Verdrehflankenspiel Höchstmaß	$\mu m$
$j_{tm}$	Mittleres Verdrehflankenspiel	$\mu m$
$K$	Steifigkeitsmatrix	-
$k_B$	Biegesteifigkeit	$Nm/rad$
$k_t$	Einzeltorsionssteifigkeit	$Nm/rad$
$k_T$	Gesamttorsionssteifigkeit	$Nm/rad$
$l$	Länge	$m$

$M$	Massenmatrix	-
$\eta$	Wirkungsgrad	-
$n$	Drehzahl	$\text{min}^{-1}$
$\Omega_z$	Zahneingriffsfrequenz	$\text{s}^{-1}$
$P$	Leistung	$W$
$\varphi$	Winkel	$\text{rad},^\circ$
$r_b$	Grundkreisradius	$m$
$r_w$	Wälzkreisradius	$m$
$T, \tau$	Drehmoment	$Nm$
$t$	Zeit	$s$
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit	$\text{rad}/s$
$\omega_n$	Eigenkreisfrequenz	$\text{s}^{-1}$
$\rho$	Dichte	$\text{kg}/\text{m}^3$
$z$	Zähnezahl	-

## 4.2 Bezeichnungen

Für die in dieser Arbeit verwendeten Bezeichnungen bezüglich des Getriebes gelten folgende Beziehungen, wobei die Welle 601 den Abtrieb und die Wellen 303 bzw. 304 den Antrieb bilden:

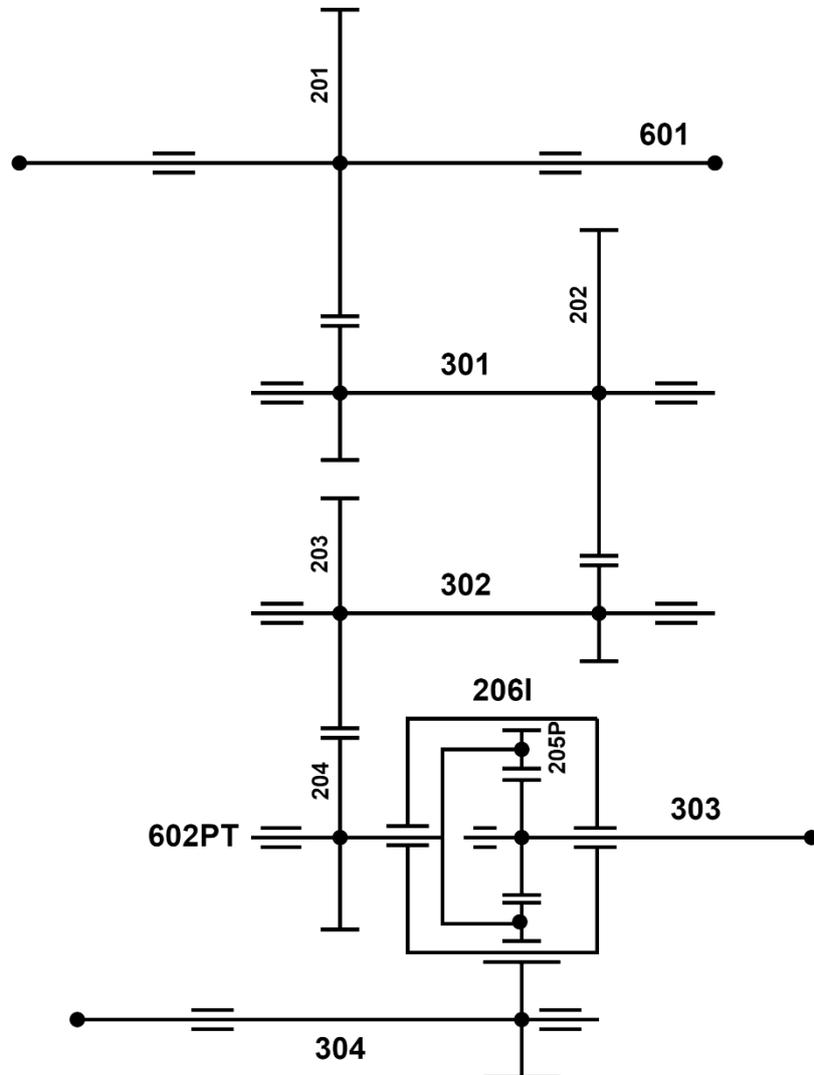


Abbildung 1: Getriebeplan

Wellen beginnen, mit Ausnahme der Abtriebswelle und des Planetenträgers (602PT), mit einer 3. Zahnräder sind mit einer 2 beginnend nummeriert und bei Verzahnungen gilt Rad 1 als antreibendes Rad und Rad 2 als getriebenes Rad.

Eigennamen, die sich auf Bestandteile der Modelica-Bibliothek beziehen, sind in der Schriftart Courier New dargestellt.

## 5 Einleitung

„Ein Getriebe ist eine Vorrichtung zur Kopplung und Umwandlung von Bewegungen und Energien beliebiger Art“<sup>1</sup>. In dieser sehr umfassenden Deutung beschreibt die Getriebetechnik somit alle Bewegungsprobleme der Technik unter Anwendung mechanischer, hydraulischer, pneumatischer oder elektrischer Prinzipien.

Die je nach technischer Nutzung existierenden Getriebearten kann man Anhand der Bewegungsübertragung einteilen, wobei grundsätzlich zwischen ungleichförmiger und gleichförmiger Übersetzung unterschieden wird.

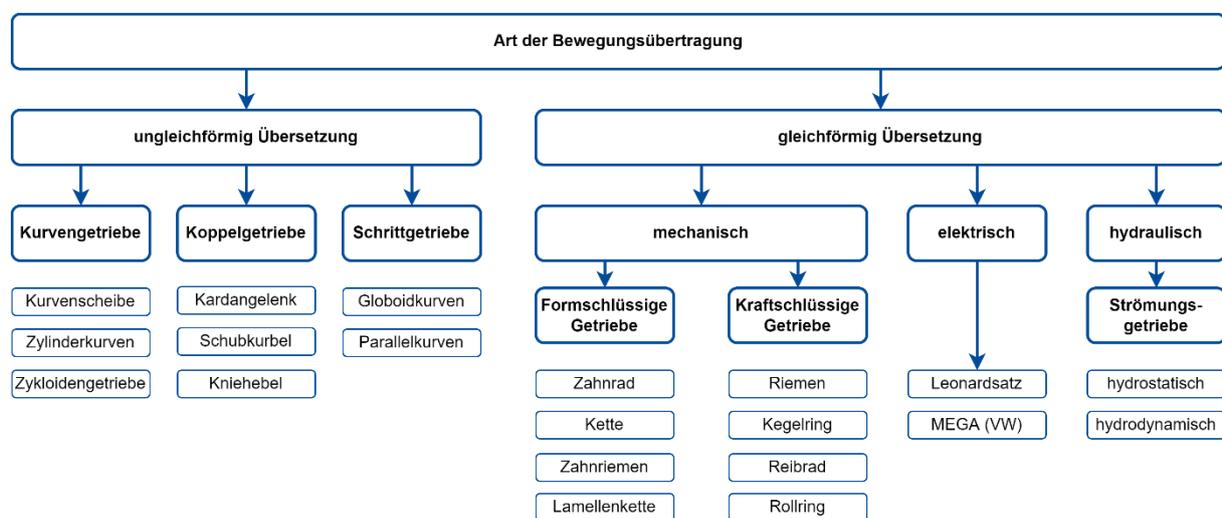


Abbildung 2: Einteilung Getriebe nach Form der Bewegungsübertragung

Abbildung 2 zeigt zwar nur eine von mehreren Möglichkeiten, die große Zahl unterschiedlicher Getriebearten zu systematisieren, lässt aber schon deren breiten Nutzen in den unterschiedlichsten Anwendungsgebieten erahnen.

Beispielhaft seien für ungleichförmig übersetzende Getriebe das Schubkurbelgetriebe und der Kniehebel zu nennen. Ersteres wandelt eine rotatorische Bewegung in eine translatorische Bewegung und ist in Form von Kurbelwelle, Pleuel und Kolben das zentrale Element eines Kolbenmotors. Der Kniehebel als Beispiel eines Koppelgetriebes dient dagegen mehr als Kraftmultiplikator und kommt zum Beispiel bei mechanischen Pressen oder Handwerkzeugen, wie Bolzenschneidern und Gripzangen zum Einsatz.

<sup>1</sup> (Franke, 1958)

Bei den gleichförmig übersetzenden Getrieben ist das Kettengetriebe in der Anwendung als Fahrradkettenschaltung zu nennen, oder auch das Riemengetriebe, wie es unter anderem an Automotoren und Werkzeugmaschinen z.B. Drehbänken zu finden ist.

Die wohl bedeutendste Getriebeart aber ist das Zahnradgetriebe. Es kommt aufgrund seiner formschlüssigen Leistungsübertragung dort zum Einsatz, wo Drehmoment und Drehzahl auf kleinem Raum präzise gewandelt und übertragen werden müssen. Es ist von zentraler Bedeutung im Maschinenbau und so findet man es beispielsweise nicht nur in Form eines Planetengetriebes in heimischen Rührgeräten, oder als Schaltgetriebe in Kraftfahrzeugen, sondern auch als Hubgetriebe in Krananlagen des Schwermaschinenbaus.

## **5.1 Problemstellung und Ziel der Arbeit**

So unterschiedlich die Einsatzgebiete der Zahnradgetriebe sind, so verschiedenartig sind auch die Anforderungen, die an sie gestellt werden.

Getriebe des Werkzeugmaschinenbaus (z.B. Drehmaschinen oder Fräsmaschinen) sollten eine hohe Steifigkeit der Hauptspindel und des Vorschubgetriebes, sowie ihrer Lagerungen aufweisen, da sonst z.B. die Gefahr für Torsionsschwingungen und damit verbundene Schnittgeschwindigkeitsänderungen besteht, welche sich negativ auf die Oberflächengüte auswirken können.

Getriebe, welche der Positionierung dienen, haben ebenfalls hohe Anforderungen was die Steifigkeit betrifft. Erst dadurch wird ein exaktes Positionieren bzw. Nachführen des Geräts gewährleistet.

Anders verhält es sich bei Anwendungen mit Antriebsträngen, welche einen hohen Energiebedarf haben, wie z.B. die Robotik oder die Fahrzeugtechnik. Hier stehen, besonders vor dem Hintergrund steigender Energiekosten, die Wirkungsgrade der einzelnen Maschinenelemente und der damit verbundene Gesamtwirkungsgrad im Vordergrund, was neben anderen Getriebebauformen auch zu einer Reduzierung der bewegten Massen führt.

Eine der wesentlichsten Anforderung aber ist die Ausfallsicherheit. Sie spielt bei jedem Getriebe eine zentrale Rolle. Dies führt zuweilen bei Getrieben des allgemeinen Maschinenbaus dazu, dass sie im Hinblick auf ihre Lebensdauer stark überdimensioniert sind. Ausgesprochen hohe Anforderungen bezüglich der Lebensdauer bei extremen Belastungen haben Getriebe, welche in kritischen Bereichen eingesetzt werden, wie kerntechnische Anlagen oder Stahlwerke. Dort birgt ein Schaden bzw. der Ausfall eines Getriebes ein hohes Risiko für Gesundheit und Leben einerseits und wirtschaftlichen Schaden durch Stillstand der Anlage andererseits.

Dennoch ist man als Konstrukteur aus Gründen der Kostenersparnis stets bestrebt Größen- und Gewichtseinsparungen vorzunehmen. Dies führt bisweilen aber dazu, dass Anlagen und Vorrichtungen, so auch Getriebe, hinsichtlich ihrer Beanspruchungen an ihre Belastungsgrenzen kommen, wobei die Forderung nach einer hohen Lebensdauer weiterhin erfüllt werden muss. Gerade unvorhergesehene oder außergewöhnliche dynamische Zusatzbelastungen, wie das Einfallen einer Sicherheitsbremse oder die Anregung der Eigenfrequenzen bergen dabei ein hohes Risiko und können für einen frühzeitigen Getriebeausfall sorgen.

Es ist für den Ingenieur also von großer Bedeutung bereits im laufenden Konstruktionsprozess bzw. vor Herstellung des Getriebes Kenntnisse über das dynamische Verhalten zu bekommen. Dadurch können Risiken von vornherein minimiert oder Optimierungen hinsichtlich der Konstruktion durchgeführt werden. Während dies bei einfachen Getrieben noch durch die Erfahrung des Konstrukteurs gewährleistet werden kann, so ist man bei komplexeren Bauarten, wie z.B. Kombinationen aus Stirnrad- und Planetengetrieben, auf Modelle und Simulationen angewiesen.

Die Vorteile liegen dabei klar auf der Hand. So kann die Simulation nicht nur Geld und Zeit sparen, indem sie kostspielige und zeitintensive Versuche am realen Objekt ersetzt, sondern es ist auch möglich in einer risikolosen Umgebung sogenannte „Was-wäre-wenn-Situationen“ zu testen und Unsicherheiten zu handhaben.

Ziel dieser Arbeit soll es sein, ein geeignetes Modell für ein konkretes Getriebe zu erstellen, mit welchem verschiedene Situationen simuliert werden können, um zum Beispiel Hinweise für eine günstige Auslegung hinsichtlich des dynamischen und statischen Verhaltens zu bekommen.

## **5.2 Aufbau der Arbeit**

In einem ersten Schritt werden einige Grundlagen vermittelt und das Getriebe als Ganzes vorgestellt. Anschließend werden die wichtigsten, die Dynamik betreffenden, Einflüsse vorgestellt, sowie die Möglichkeiten ihrer Modellierung und Quantifizierung. Danach folgt eine Vorstellung des auf Grundlage der Vorarbeit entwickelten Softwaremodells, sowie einige Simulationen besonderer Ereignisse. Den Abschluss bildet eine Diskussion der während dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse in Form eines Fazits.

## 6 Grundlagen

Wie bereits in der Einführung angedeutet kommen Getriebe, genauer gesagt Zahnradgetriebe als Bestandteil von Kraft- und Arbeitsmaschinen in vielen Anwendungen vor. Sieht man sie jedoch als eigenständiges System so sind es „Übertragungseinrichtungen zum Umformen, Wandeln oder Transformieren von Bewegungen unter Einschluss damit verbundener Kraftumformungen.“<sup>2</sup>

Sie bestehen in ihrer einfachsten Ausführung aus mindestens 3 Gliedern, dem Antrieb, dem Abtrieb und dem Gehäuse. Die beiden wichtigsten Bauformen der Zahnradgetriebe sind das Stirnrad- und das Planetengetriebe. Sie sollen an dieser Stelle kurz erläutert werden, da das zu modellierende Stirnrad-Planetengetriebe eine Kombination aus beiden ist.

### 6.1 Das Stirnradgetriebe

In Abbildung 3 ist eine Stirnradgetriebe in seiner einfachsten, einstufigen Ausführung dargestellt. Dabei bilden das Zahnrad 1 und das Zahnrad 2 eine Zahnradstufe, wenn sich beide Zahnräder zusammenwirkend im Eingriff befinden.

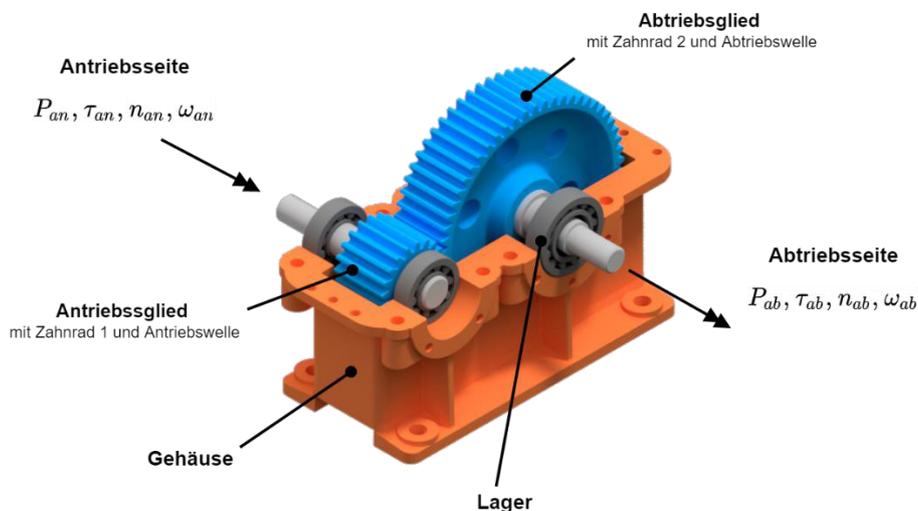


Abbildung 3: Aufbau eines einstufigen Stirnradgetriebes

Die mechanische Leistung wird auf der Antriebsseite des Getriebes aufgegeben. Aufgrund der unterschiedlichen Zähnezahle der beiden Zahnräder werden das Antriebsmoment und die Antriebsdrehzahl zu Abtriebsmoment und Abtriebsdrehzahl übersetzt, welche dann in Form von Abtriebsleistung an eine angeschlossene Arbeitsmaschine abgegeben werden.

<sup>2</sup> (Loomann, 1996)

Die Übersetzung einer Getriebestufe erhält man aus dem Quotienten der Zähnezahl der im Eingriff befindlichen Zahnräder und die Gesamtübersetzung aus dem Produkt der Einzelübersetzung zusammengefüger Zahnradstufen.

$$i = \frac{z_2}{z_1} \quad (3.10)$$

$$i_{ges} = \prod_{k=1}^n i_k \quad (3.11)$$

Solange Antriebsleistung und Abtriebsleistung gleich sind, spricht man von einem idealen Getriebe. Da dies aber nur in der Theorie existiert und in einem realen Getriebe Verluste aufgrund von Reibung, z.B. Zahnreibung oder Lagerreibung, auftreten, wird die Abtriebsleistung um die Verlustleistung gemindert. Aus dem Verhältnis von Abtriebsleistung und Antriebsleistung ergibt sich dann der mechanische Wirkungsgrad des Getriebes.

$$\eta_{mech} = \frac{P_{ab}}{P_{an}} \quad (3.12)$$

## 6.2 Das Planetengetriebe

Bei Planetengetrieben, auch Umlaufgetriebe genannt, sind An- und Abtriebs-Welle nicht parallel, sondern koaxial angeordnet. Ein Planetengetriebe besteht in der einfachsten Ausführung aus einem zentral gelagerten Sonnenrad, einem innenverzahnten Hohlrad und mehreren Planetenrädern, die zwischen Sonnenrad und Hohlrad abrollen. Die Planetenräder sind dabei auf einem Planetenträger bzw. Steg, welcher die Abtriebswelle bildet oder mit dieser verbunden ist, befestigt. Durch die Lastverteilung auf mehrere Planetenräder ist es möglich hohe Drehmomente zu übertragen und eine kompakte Bauweise zu realisieren.

Man unterscheidet bei Planetengetrieben zwischen Zweiwellenbetrieb und Dreiwellenbetrieb. Beim *Zweiwellenbetrieb* wird eine Welle festgehalten, zum Beispiel das Hohlrad, und die Drehung der zweiten freien Welle ist beim Antrieb einer Welle eindeutig.

Weiterhin unterscheidet man im Zweiwellenbetrieb zwischen Standübersetzung und Umlaufübersetzung. Bei der Standübersetzung steht der Planetenträger still und Sonnen- und Hohlrad bewegen sich. Bei Umlaufübersetzung steht entweder das Hohlrad oder die Sonnenwelle

still. An- und Abtrieb erfolgen über die verbleibende freie Zentralradwelle und den Planeten-träger.

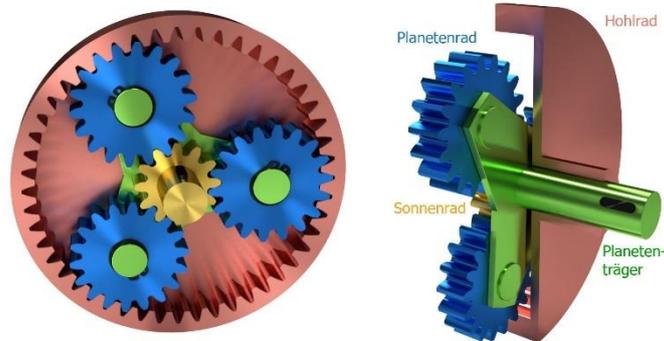


Abbildung 4: Aufbau eines Planetengetriebes (Quelle: tec-science.com)

Im *Dreiwellenbetrieb* kann das Planetengetriebe als Summiergetriebe oder Verteilergetriebe arbeiten, wobei beim Summiergetriebe 2 Wellen antreiben und eine Welle getrieben wird. Beim Verteilergetriebe verhält es sich andersherum. Dort treibt eine Welle an und 2 Wellen sind getrieben.

Die Übersetzungsverhältnisse bei Planetengetrieben im Zweiwellenbetrieb stellen sich, je nachdem welche Welle fest ist, wie folgt dar:

	<u>Antrieb / Abtrieb</u>	<u>Übersetzung</u>
Steg fest	Sonnenrad / Hohlrad	$i = \frac{n_{SR}}{n_{HR}} = i_0 = \frac{z_2}{z_1}$
	Hohlrad / Sonnenrad	$i = \frac{n_{HR}}{n_{SR}} = \frac{1}{i_0}$
	<u>Antrieb / Abtrieb</u>	<u>Übersetzung</u>
Hohlrad fest	Sonnenrad / Steg	$i = \frac{n_{SR}}{n_S} = 1 - i_0$
	Steg / Sonnenrad	$i = \frac{n_S}{n_{SR}} = \frac{1}{1 - i_0}$
	<u>Antrieb / Abtrieb</u>	<u>Übersetzung</u>
Sonnenrad fest	Hohlrad / Steg	$i = \frac{n_{HR}}{n_S} = 1 - \frac{1}{i_0}$
	Steg / Hohlrad	$i = \frac{n_S}{n_{HR}} = \frac{i_0}{i_0 - 1}$

### 6.3 Das Stirnrad-Planetengetriebe

Das in dieser Arbeit zu modellierende Getriebe ist eine Kombination aus Stirnradgetriebe und Planetengetriebe. Es kommt als Hubgetriebe in einer Krananlage zum Einsatz. Das Besondere dabei ist das redundante Antriebskonzept, indem die erste Getriebestufe ein Planetengetriebe enthält. Dadurch können nicht nur unterschiedliche Gangarten realisiert werden, sondern das Getriebe ist auch bei Ausfall eines Motors noch in der Lage seine Last zu halten.

Der Antrieb erfolgt über die Sonnenwelle und das außenverzahnte Hohlrad.

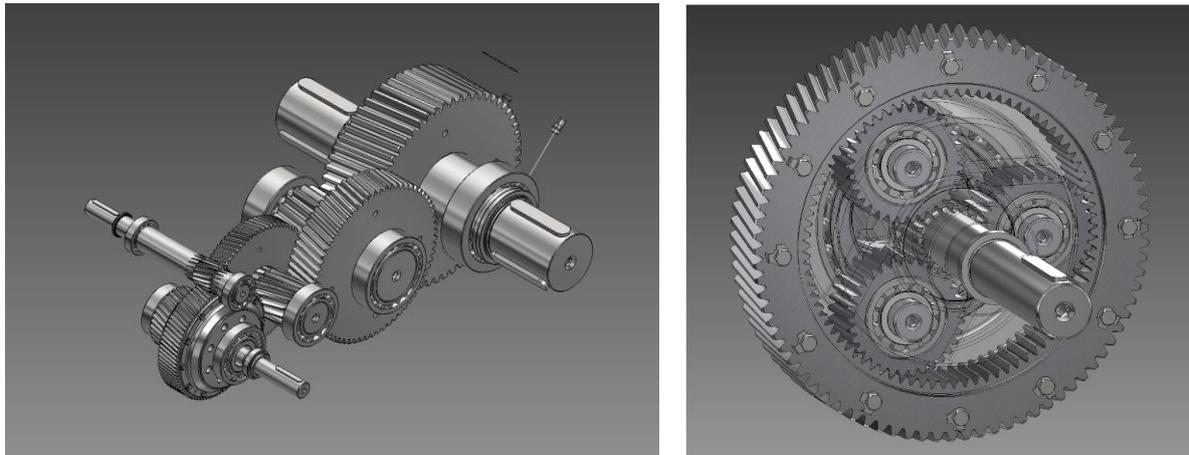


Abbildung 5: Räderzug des Stirnrad-Planetengetriebes (links) und Planetenstufe (rechts)

Die rechnerische Auslegung des Getriebes erfolgte bereits in einer Vorarbeit zu dieser Arbeit mit Hilfe des SystemManagers der GWJ Technology GmbH. Die Ergebnisse dieser Berechnungen bilden die Grundlage für die Parameterermittlung und die Modellbildung des Getriebes in Form von Konstruktionszeichnungen, Verzahnungsdaten und Wellenberechnungen. Diese sind sehr umfangreich und der Arbeit in digitaler Form beigelegt.

<u>Getriebestufe</u>	<u>Einzelübersetzung</u>
1. Stufe (Abtrieb)	3.2222
2. Stufe	3.9412
3. Stufe	2.1818
Übersetzung Planetengetriebe bei fester Sonnenwelle	1.2143
Antrieb – Hohlrad außen	4.6666
Gesamt	157

Tabelle 1: Übersetzungen der jeweiligen Stufen beginnend beim Abtrieb

## 7 Parameterermittlung und Modellbildung

Kein reales Antriebssystem lässt sich durch ein Computermodell derart abbilden, dass alle Parameter erfasst werden und sich das Modell so verhält wie sein reales Vorbild. Ein Berechnungsmodell ist stets das Resultat einer Verallgemeinerung zu einem bestimmten Zweck. So kann es durchaus vorkommen, dass für ein System unterschiedliche Simulationsmodelle bestehen, je nach den zu beantwortenden Fragestellungen.

Auch wenn heutige Technik sehr detaillierte Modelle ermöglicht, ist dies nicht immer zweckmäßig, da mit zunehmendem Grad an Komplexität nicht nur die benötigte Rechenleistung und -zeit steigt, sondern das Modell auch undurchsichtiger bzw. schwerer nachvollziehbar wird und somit das Risiko für Modellbildungsfehler zunimmt.

Das zu modellierende Stirnrad-Planetengetriebe besteht, wie die meisten Maschinen und Anlagen, aus sich drehenden, also rotierenden Maschinenelementen, wie Wellen, Zahnrädern und Lagern. Die wesentlichen Einflussfaktoren auf die Dynamik des Getriebes sind dabei nach (Gold, 1979):

- Verzahnungselastizität
- Radkörperverformung
- Elastizität der Verbindungselemente, wie z.B. Passfedern
- Torsion der Wellen
- Axiale Verformung der Wellen
- Lagerung

Es liegt auf der Hand, dass eine Berücksichtigung aller Einflussfaktoren eine immense Herausforderung sowohl für die Technik als auch für den Modellierer darstellt und so sei an dieser Stelle vorweggenommen, dass im Rahmen der Arbeit lange versucht wurde ein Modell zu erstellen, welches die Lagerreaktionen und Biegeelastizitäten der Wellen mitberücksichtigt. Leider musste kurzfristig davon Abstand genommen werden, da es nicht gelungen ist die einzelnen Wellen-Zahnradssysteme zu koppeln und eine Drehmomenten- und Geschwindigkeitsübertragung zu realisieren. Die Ursache dafür liegt darin, wie OpenModelica seine Gleichungssysteme löst. Viele Versuche ein Modell mit mehr als einer Übersetzung zu realisieren, führten trotz größter Sorgfalt zu überbestimmten Systemen oder unendlich vielen Lösungen. Hinzu kam, dass mit jeder neuen Welle der Rechenaufwand deutlich stieg, wodurch am Ende das Modell nicht mehr zweckmäßig bzw. händelbar war. Rechenzeiten von 2-3h waren keine Seltenheit. Daher musste letzten Endes Vieles verworfen und ersatzweise ein Minimalmodell des Getriebes entwickelt werden, welches sich auf einen Freiheitsgrad, der Torsion, beschränkt.

Auch wenn damit die Erfassung einzelner Lagerreaktionen und 3-dimensionaler Effekte, wie der Wellenverschiebung aufgrund der Biegeelastizität oder axiale Verformungen, nicht

möglich ist, so bietet das Torsionsschwingermodell dennoch die Möglichkeit den Einfluss äußerer und innerer Anregung zu untersuchen. Nach (Linke, 2010) konnte man in Untersuchungen zur Getriebedynamik nachweisen, dass das reale Schwingungsverhalten von Getrieben mit diesem einfachen Modell gut erfassbar ist.

Entscheidend für die Abbildungsqualität ist dabei die Ermittlung der entsprechenden Parameter des diskret strukturierten, aus mehreren Masse- und Federelementen bestehenden Schwingungsmodells.

Zu den für die Modellbildung wesentlichsten Parametern zählen:

- Massenträgheitsmomente
- Federsteifigkeiten
- Absolutdämpfungen
- Relativdämpfungen
- Eigenfrequenzen
- Eigenschwingformen

Die Bestimmung der Parameter sowie Ihre Implementierung in das Modell sollen Thema der folgenden Abschnitte sein.

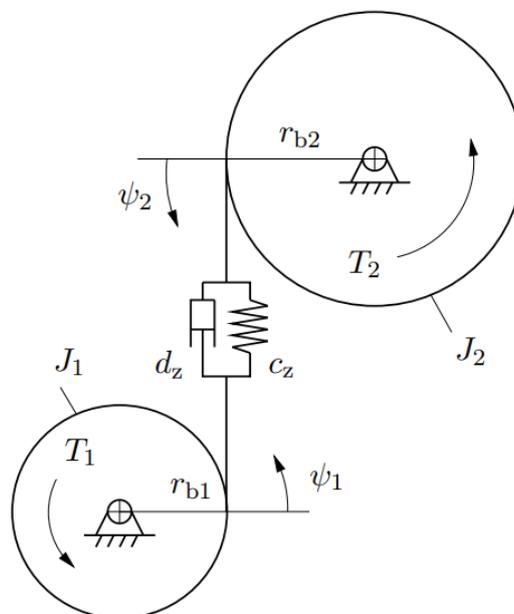


Abbildung 6: Einfaches Torsionsschwingermodell (Quelle: (Henlich, 1998))

## 7.1 Ermittlung der Parameterwerte und Modellierung der Wellen

### 7.1.1 Torsionssteifigkeit

Die Wellen werden als Torsionsschwingerkette modelliert, was am Beispiel der Ritzelwelle SP970-302 des Getriebes exemplarisch gezeigt werden soll.

In einem ersten Schritt werden die einzelnen Abschnitte der abgesetzten Welle in separate Massenträgheitsmomente und Koppelglieder in Form von Feder-Dämpfer-Elementen diskretisiert. Als Bezugspunkt gilt hierbei der jeweilige Schwerpunkt eines Wellenabschnitts (Abb. 7).

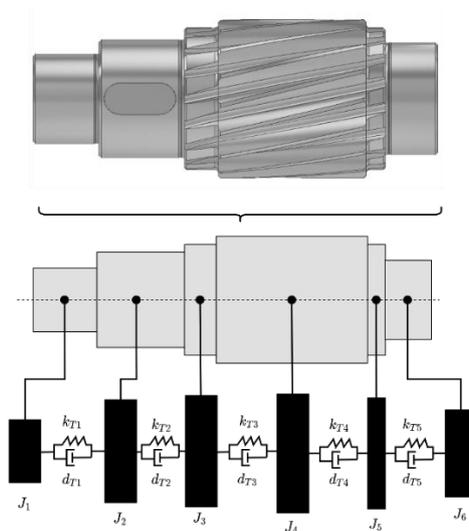


Abbildung 7: Modellierung der Ritzelwelle als diskretes Masse-Feder-Dämpfer-System

Die polaren Trägheitsmomente  $J_i$  der zylinderförmigen Körper berechnen sich über:

$$J_i = \rho * I_{p,i} * l_i \quad \text{mit} \quad I_{p,i} = \frac{\pi * d_i^4}{32} \quad (4.1.1)$$

Auch genutete Wellenabschnitte können der Einfachheit halber als Zylinder modelliert werden, wobei im Gegenzug die Massenträgheit der Passfeder dann keine Berücksichtigung mehr findet.

Trägheitsmomente von Wellenabschnitten, welche sich nur ungenau mit einfachen geometrischen Formen annähern lassen, wie z.B. gezahnte Wellenabschnitte oder Zahnräder, können mit Hilfe von CAD Programmen genau bestimmt werden.

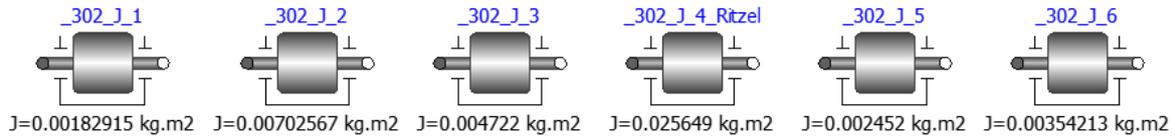


Abbildung 8: Die Massenträgheitsmomente in OpenModelica

Als nächstes müssen die Steifigkeits- und Dämpfungsparameter zwischen 2 benachbarten Wellenabschnitten bestimmt werden. Dazu werden die jeweiligen Teilsteifigkeiten, also die Steifigkeiten der einzelnen Wellenabschnitte, aus den halben Abschnittslängen wie folgt bestimmt:

$$k_{t,i} = \frac{G * 2 * I_{p,i}}{l_i} \quad (4.1.2)$$

Dieser Ansatz gilt aber nur für reine Vollzylinderabschnitte. Wellenabschnitte mit anderen Geometrien, wie z.B. genutete Wellenabschnitte oder Abschnitte mit Innenradius, haben aufgrund des geringeren polaren Flächenmoments  $I_p$  eine geringere Steifigkeit, was faktoriell erfasst werden muss.

Skizze	Formel
1. Welle 	$NG = \frac{32 \cdot l}{G \cdot \pi \cdot d^4}$ G: Gleitmodul l: Wellenlänge
2. Hülse 	$NG = \frac{32 \cdot l}{G \cdot \pi \cdot d^4 \cdot [1 - (d_1 / d_2)^4]}$
3. Welle mit Paßfedernut 	$NG = \frac{32 \cdot l}{G \cdot \pi \cdot d^4} \cdot \alpha$ $\alpha = \frac{32 \cdot \pi^3}{(\pi - 4 \cdot \sigma \cdot \psi)^4} \left[ \frac{\pi \cdot \sigma^4 \cdot \psi \cdot (1 + \psi)^2}{32} - \frac{\pi \cdot \sigma^2 \cdot \psi \cdot (1 - \psi \cdot \sigma)^2}{4 \cdot (\pi - 4 \cdot \sigma^2 \cdot \psi)} \right]$ $\alpha = \frac{32 \cdot \pi^3}{(\pi - 8 \cdot \sigma^2 \cdot \psi)^4} \left[ \frac{\pi \cdot \sigma^4 \cdot \psi \cdot (1 + \psi)^2}{32} - \frac{\sigma^2 \cdot \psi \cdot (1 - \psi \cdot \sigma)^2}{2} \right]$ $\sigma = t/b$ $\psi = b/d$
4. Keilwelle 	$NG = \frac{32 \cdot l}{G \cdot \pi \cdot d^4} \cdot \alpha$ $\alpha = 1 / [1 - (z/\pi) \cdot \beta \cdot (1 - \delta^4)]^2$ $\beta = b/d$ $\delta = D/d$ l: Wellenlänge z: Anzahl der Keile
5. Paßfederverbindung 	$NG = \frac{6,4}{d^2 \cdot b \cdot t}$ d, b, t in mm

Tabelle 2: Berechnung der Torsionsnachgiebigkeit NG [rad/Nm] typischer Getriebeteile

Quelle: (KTA-3990, 2012)

Tabelle 2 zeigt einige Möglichkeiten zur Berechnung der Nachgiebigkeit bestimmter Getriebeteile, welche auch in dieser Arbeit zur Anwendung kamen. Der Kehrwert der Nachgiebigkeit ist dabei die gesuchte Torsionssteifigkeit des Wellenabschnitts mit voller Länge.

Die Torsionssteifigkeit gezahnter Wellenabschnitte wurde in dieser Arbeit näherungsweise mit dem Ansatz für Keilwellen berechnet, wobei für  $b$  die Normalzahndicke  $s_n$  am Teilkreisdurchmesser angenommen wurde.

Bevor die Teilsteifigkeiten  $k_{t,i}$  und  $k_{t,i+1}$  in Reihe zur Gesamtsteifigkeit  $k_{Ti}$  geschaltet werden können, müssen die jeweiligen Teillängen um eine Zusatzlänge  $\Delta l_i$  erweitert bzw. verkürzt werden. Grund dafür ist, dass der Kraftfluss spontanen Durchmesserprüngen nicht direkt folgen kann und die Berechnung der Gesamtsteifigkeit nach:

$$k_{Ti} = \left( \frac{1}{k_{t,i}} + \frac{1}{k_{t,i+1}} \right)^{-1} \quad (4.1.3)$$

ein zu hartes Schwingungssystem ergeben würde (Vgl. Laschet, 1988 S. 34).

Für  $d_i < d_{i+1}$  geht Gleichung (4.1.3) damit über in:

$$k_{Ti} = \left( \frac{1}{k_{t,i}^*} + \frac{1}{k_{t,i+1}^*} \right)^{-1} \quad \text{mit} \quad k_{t,i}^* = \frac{G \cdot 2 \cdot I_{p,i}}{l_i + \Delta l_i} \quad \text{und} \quad k_{t,i+1}^* = \frac{G \cdot 2 \cdot I_{p,i}}{l_i - \Delta l_i} \quad (4.1.4)$$

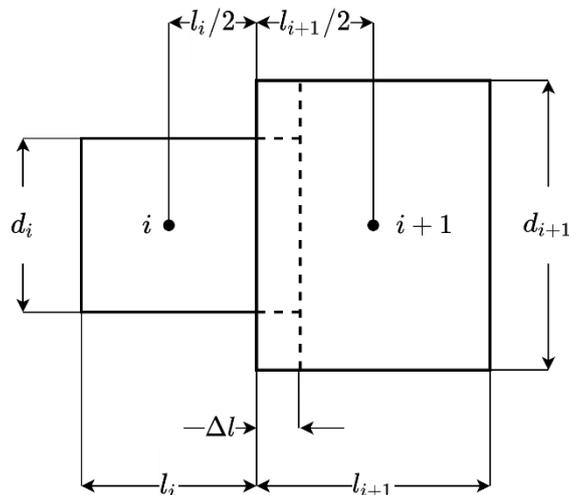


Abbildung 9: Längen und Zusatzlänge am Modell einer einfach abgesetzten Welle

Für  $\Delta l_i$  wird nach (Dresig, et al., 2020 S. 204) für kleine Übergangsradien von  $d_i$  nach  $d_{i+1}$  vereinfachend angenommen:

$$\Delta l_i = \lambda * d_i \quad \text{mit} \quad \lambda = \begin{cases} 0.155 & \text{für } 0 < \delta \leq 0.3 \\ -0.155\delta + 0.1895 & \text{für } 0.3 \leq \delta \leq 0.5 \\ 0.264 * (1 - \delta) & \text{für } 0.5 \leq \delta \leq 1 \end{cases} \quad \text{und} \quad \delta = \frac{d_i}{d_{i+1}} \quad (4.1.5)$$

## 7.1.2 Dämpfung

Nachdem die einzelnen Torsionssteifigkeiten der Welle ermittelt wurden, müssen noch die jeweiligen Dämpfungskonstanten bestimmt werden.

Die Dämpfung eines schwingungsfähigen Systems lässt sich in zwei Kategorien einordnen:

- a) *Absolutdämpfung* (äußere Dämpfung):  
Dämpfung durch äußere Einflüsse in Form von Bewegungswiderständen wie z.B. Lagerreibung
- b) *Relativedämpfung* (innere Dämpfung):  
material- bzw. werkstoffabhängige Dämpfung durch innere Verformungswiderstände

Somit interessiert an dieser Stelle der Modellbildung in erster Linie die relative Dämpfung, für deren Bestimmung hier ein Verfahren nach (Laschet, 1988) angewendet wird, wobei jedem Steifigkeitsort  $k_{T,i}$  eine Eigenkreisfrequenz  $\omega_n$  zugeordnet und mit Hilfe von Erfahrungswerten für den Dämpfungsgrad  $D_i$  folgende Gleichung gelöst werden kann:

$$d_{T,i} = \frac{2 * D_i * k_{T,i}}{\omega_n} \quad (4.1.6)$$

Übertragungselement	Dämpfungsgrad $D_i$
Welle (St) ( $d$ : mittlerer Durchmesser) $d \leq 100$ mm $d > 100$ mm	0,005 0,01
Getriebe (Verzahnung) ( $P$ : Leistung) $P \leq 100$ kW $100 < P \leq 1000$ kW $P > 1000$ kW	0,02 0,04 0,06
elastische Kupplung ( $\psi_i$ : verhältnismäßige Dämpfung)	0,04 ... 0,2 oder: $D_i = \psi_i / 4\pi$

Abbildung 10: Erfahrungswerte für den Dämpfungsgrad  $D_i$  (Quelle: (Laschet, 1988 S. 49))

Hierzu wird Anfangs das Eigenverhalten, also Eigenformen und Eigenmoden, des ungedämpften Schwingungssystems bestimmt.

Zur Ermittlung der Eigenkreisfrequenzen  $\omega_i$  werden die Bewegungsgleichungen der Form:

$$M * \ddot{\vec{\varphi}} + K * \vec{\varphi} = 0 \quad (4.1.7)$$

mit Hilfe der Lagrange'schen Energiemethode aufgestellt. Das Modell der Ritzelwelle SP970-302 hat für jede Massenträgheit einen rotatorischen Freiheitsgrad, wodurch sich für die kinetische Energie folgendes ergibt:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} * J_1 * \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} * J_2 * \dot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2} * J_3 * \dot{\varphi}_3^2 + \frac{1}{2} * J_4 * \dot{\varphi}_4^2 \quad (4.1.8)$$

Und für die potenzielle Energie:

$$E_{pot} = \frac{1}{2} * k_{T1} * (\varphi_1 - \varphi_2)^2 + \frac{1}{2} * k_{T2} * (\varphi_2 - \varphi_3)^2 + \frac{1}{2} * k_{T3} * (\varphi_3 - \varphi_4)^2 \quad (4.1.9)$$

Anschließend werden die einzelnen Stellen der Massen- und Steifigkeitsmatrix schrittweise durch zweimaliges Ableiten der kinetischen Energie nach  $\dot{\varphi}$  bzw. der potenziellen Energie nach  $\varphi$  besetzt:

$$M_{ij} = \frac{\partial^2 E_{kin}}{\partial \dot{\varphi}_i \partial \dot{\varphi}_j} \quad (4.1.10)$$

$$\downarrow$$

$$M = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_5 \end{bmatrix}$$

$$K_{ij} = \frac{\partial^2 E_{pot}}{\partial \varphi_i \partial \varphi_j} \quad (4.1.11)$$

$$\downarrow$$

$$K = \begin{bmatrix} k_{T1} & -k_{T1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_{T1} & k_{T1} + k_{T2} & -k_{T2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_{T2} & k_{T2} + k_{T3} & -k_{T3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_{T3} & k_{T3} + k_{T4} & -k_{T4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_{T4} & k_{T4} + k_{T5} & -k_{T5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{T5} & k_{T5} \end{bmatrix}$$

Das homogene Differentialgleichungssystem 2. Ordnung (4.1.7) kann nun mit Hilfe des Exponentialansatzes:

$$\overrightarrow{\varphi}(t) = \hat{\varphi} e^{\lambda t} \quad (4.1.12)$$

gelöst werden. Einsetzen von (4.1.12) in (4.1.7) liefert:

$$\lambda^2 * M * \hat{\varphi} e^{\lambda t} + K * \hat{\varphi} e^{\lambda t} = 0 \quad \text{bzw.} \quad (\lambda^2 M + K) \hat{\varphi} e^{\lambda t} = 0 \quad (4.1.13)$$

Andere Lösungen als die triviale Lösung  $\hat{\varphi} = 0$  ergeben sich nur, wenn die Determinante der Matrix  $(\lambda^2 M + K)$  den Wert 0 annimmt.

Es muss also gelten:

$$\det(\lambda^2 M + K) = 0 \quad (4.1.14)$$

Die Berechnung der Determinante führt dann auf das charakteristische Polynom:

$$P(\lambda) = \det(\lambda^2 M + K) = 0 \quad (4.1.15)$$

dessen Lösungen, also die Eigenwerte  $\lambda_i$ , die Eigenkreisfrequenzen  $\omega_n$  und Eigenfrequenzen  $f_n$  in der Form:

$$\omega_n = \sqrt{\lambda_i^2} \quad \text{bzw.} \quad f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad (4.1.16)$$

enthalten.

Durch einsetzen der gefundenen Eigenwerte in:

$$(\lambda_i^2 M + K) \hat{\varphi} = 0 \quad (4.1.17)$$

erhält man zu jedem Eigenwert den entsprechenden Eigenvektor  $\hat{\varphi}_i$ . Dieser wird im Folgenden noch benötigt, um die jeweilige Eigenkreisfrequenz  $\omega_n$  zum entsprechenden Steifigkeitsort  $k_{Ti}$  zuzuordnen. Man geht bei der Zuordnung davon aus, dass der größte lokale Anteil der potenziellen Energie einer Eigenform die entsprechende Eigenfrequenz primär beeinflusst.

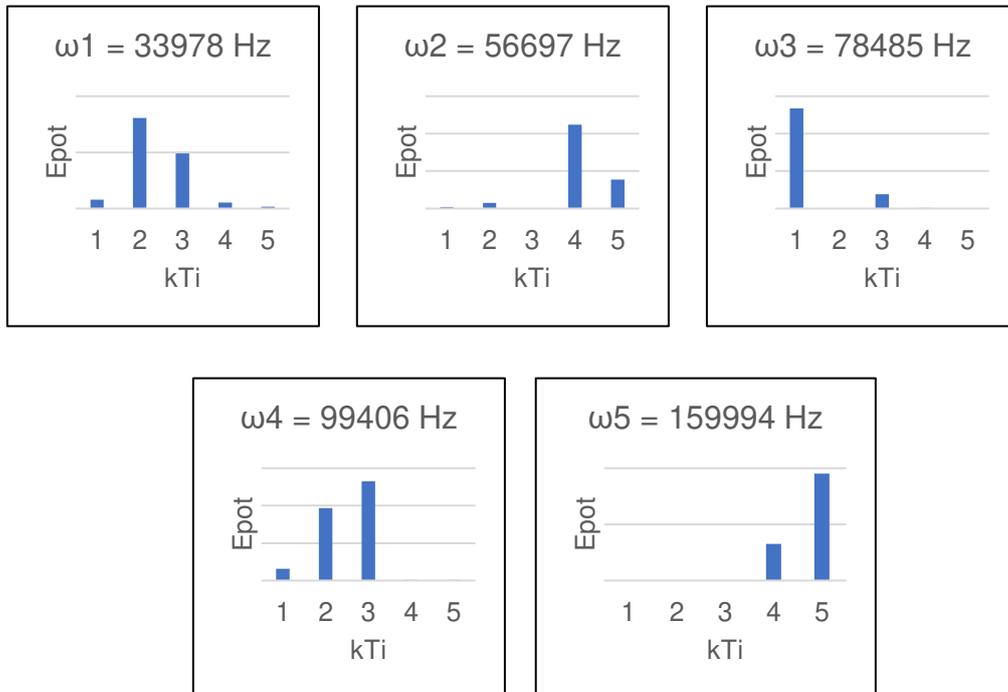
Für die potenzielle Energie - bezogen auf die n-te Eigenkreisfrequenz - gilt:

$$E_{pot,i} = \frac{1}{2} k_{Ti} * \Delta\varphi_{i,n}^2 \quad (4.1.18)$$

Wenn also eine bestimmte Steifigkeit bei einer bestimmten Eigenkreisfrequenz eine maximale potenzielle Energie zur Folge hat, kann die Eigenkreisfrequenz der Steifigkeit in (4.1.6)

zugeordnet werden. Dabei kann es, gerade bei mehrfach verzweigten oder auch vermaschten Systemen, zu Mehrfachzuordnungen kommen, da eine eindeutige Zuordnung nicht immer gegeben ist.

Am Beispiel der Ritzelwelle SP970-302 ergibt das beschriebene Verfahren für die 5 ermittelten Eigenkreisfrequenzen folgende Verteilung der potenziellen Energien:



Damit können Zuordnungen der Art:

$$\omega_1 \rightarrow k_{T2}, \quad \omega_2 \rightarrow k_{T4}, \quad \omega_3 \rightarrow k_{T1}, \quad \omega_4 \rightarrow k_{T3}, \quad \omega_5 \rightarrow k_{T5}$$

erfolgen und die entsprechenden Dämpfungswerte  $d_{Ti}$  nach (4.1.6) berechnet werden.

Das Vorgehen für die Biegesteifigkeiten um die x- oder y-Achsen in einem 3-dimensionalen Modell wäre analog dem der Torsionssteifigkeit, wobei der Ansatz:

$$k_{B,i} = \frac{E * I_i}{l_i} \tag{4.1.19}$$

gilt und der „Steinersche Anteil“ beim Aufstellen der Trägheitsmatrix berücksichtigt werden muss, da die Rotationsachse bei der Biegung hier nicht mit der Schwerpunktsachse zusammenfällt.

Die Implementierung der Steifigkeit erfolgt in OpenModelica über eine `SpringDamper`-Komponente, in welcher ebenfalls die ermittelten Dämpfungskennwerte hinterlegt werden können.

Um die Plausibilität und die Genauigkeit des Modells zu überprüfen, wird sowohl die Welle als Volumenkörper, als auch das strukturdynamische Ersatzmodell einer Modalanalyse unterzogen und hinsichtlich der Eigenfrequenzen verglichen.

Die Eigenfrequenzen des Volumenmodells werden dazu mit Hilfe der FEM und einem entsprechenden Programm, wie in diesem Fall Ansys Workbench, ermittelt. Dabei sind nur die Eigenmoden aufgrund von Torsion von Interesse. Das ungedämpfte mechanische Ersatzmodell hingegen wird durch eine Impulsfunktion angeregt und das Amplitudenspektrum der Antwortfunktion, z.B. die Winkelgeschwindigkeit des letzten Wellenabschnitts, über eine „Fast Fourier Transformation“ - kurz FFT - ausgewertet.

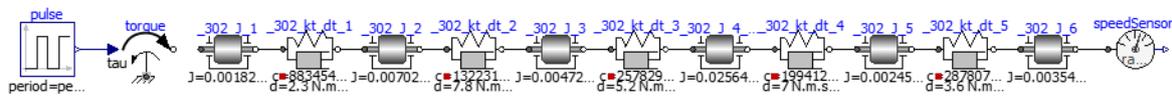


Abbildung 11: Modell der Impulsanregung der Ritzelwelle SP970-302 in OpenModelica

Für die Ritzelwelle SP970-302 stellen sich die Ergebnisse folgendermaßen dar:

Eigenmode	Biegung		Torsion	
	FFT [Hz]	FEM [Hz]	FFT [Hz]	FEM [Hz]
1.	4946	3945	5684	5286
2.	11974	11530	10050	8917
3.	15510	15027	10945	12696
4.	30595	-	16495	15539

Tabelle 3: Methodenabhängige Eigenfrequenzen der Ritzelwelle SP970-302

Es lässt sich gut erkennen, dass die Ergebnisse der FFT in etwa die gleiche Größenordnung haben, wie die Ergebnisse der FEM. Dennoch gibt es teilweise recht große Abweichungen. Um diese zu verringern, bieten sich unterschiedliche Möglichkeiten. Eine Möglichkeit wäre das Wellenmodell in noch mehr Massenträgheiten und Übertragungselemente (d.h. Steifigkeiten) aufzuteilen. Dies hätte aber im Gegenzug einen größeren Aufwand bei der Bestimmung der einzelnen Parameter und mehr Rechenzeit bei der numerischen Lösung des Modells zur Folge.

Eine andere Möglichkeit, welche auch in dieser Arbeit zur Anwendung kam, ist die gezielte Beeinflussung der Steifigkeiten des mechanischen Ersatzmodells mit Hilfe eines Vorfaktors. Durch die bereits im Vorfeld geschehene Zuordnung der Federsteifigkeiten zu bestimmten

Eigenkreisfrequenzen können Eigenfrequenzen gezielt angepasst werden, indem die entsprechende Steifigkeit erhöht oder verringert wird. Dies ist im Rahmen der Arbeit auch geschehen und so enthalten die im Modell hinterlegten Steifigkeiten bereits diesen Faktor.

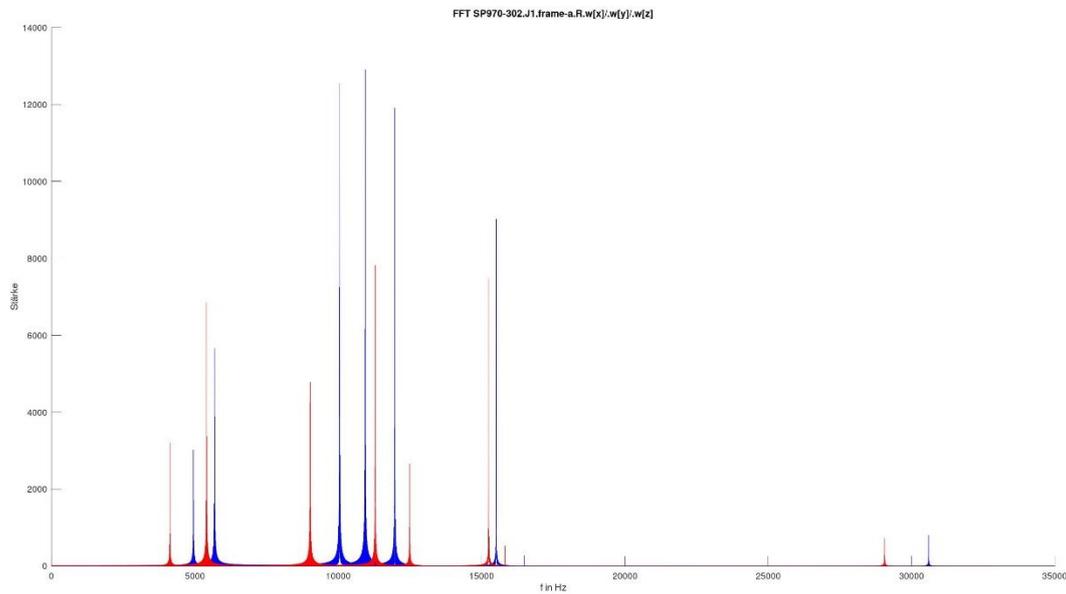


Abbildung 12: Ergebnis der FFT der Welle SP970-302 vor (blau) und nach (rot) der Steifigkeitsanpassung

Die Parameter und Ergebnisse der Berechnungen dieser hier behandelten und der übrigen Getriebewellen sind im Anhang der Arbeit in Form von Wellendatenblättern dargestellt. Die zugrundeliegenden Konstruktionsunterlagen, sowie weitere Rechnungen und Ergebnisse zur Biegesteifigkeit sind der Arbeit aufgrund des Umfangs in digitaler Form angefügt.

## 7.2 Ermittlung der Parameterwerte und Modellierung der Verzahnung

Abbildung 13 zeigt das im Modell verwendete Submodell für die Verzahnung, womit neben der Übersetzung auch die Zahnsteifigkeit, die Verzahnungsdämpfung, der Verzahnungswirkungsgrad und das mittlere Verdrehflankenspiel berücksichtigt werden können.

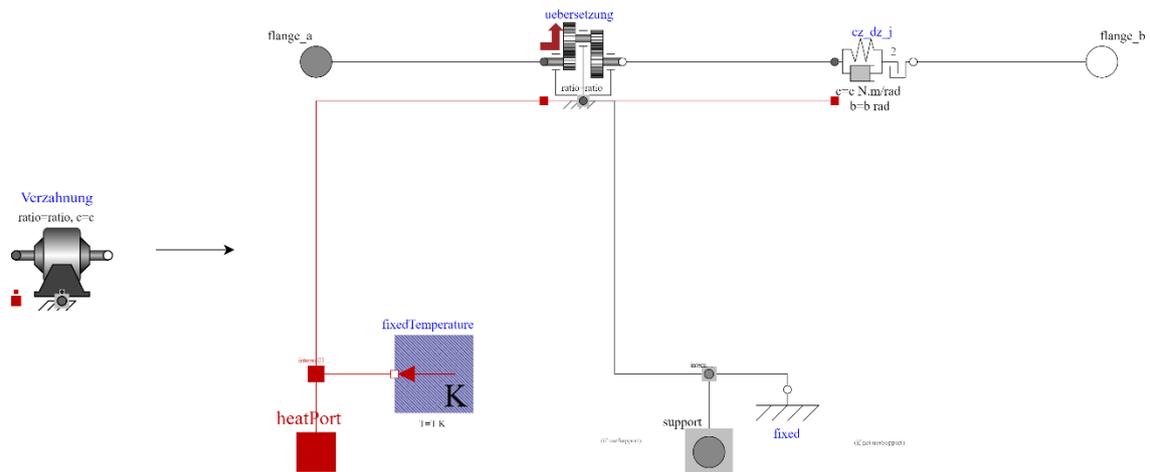


Abbildung 13: Verzahnungsmodell in OpenModelica

Grundlage ist das Gearbox-Modell, welches bereits in Modelica enthalten ist und das für die Zwecke des hier gebildeten Getriebemodells angepasst wurde.

Die Herleitung der entsprechenden Parameter, sowie deren Implementierung in das Modell werden im Folgenden vorgestellt.

## 7.2.1 Zahnsteifigkeitsverlauf

Die Elastizität der Verzahnung begründet sich in der Zahnbiegung und der Hertzschen Pressung am Zahnkontakt. Sie schwankt aufgrund des Wechsels zwischen Einzel- bzw. Mehrfacheingriff und ist stark vom Überdeckungsgrad abhängig, wie Abbildung 14 zeigt.

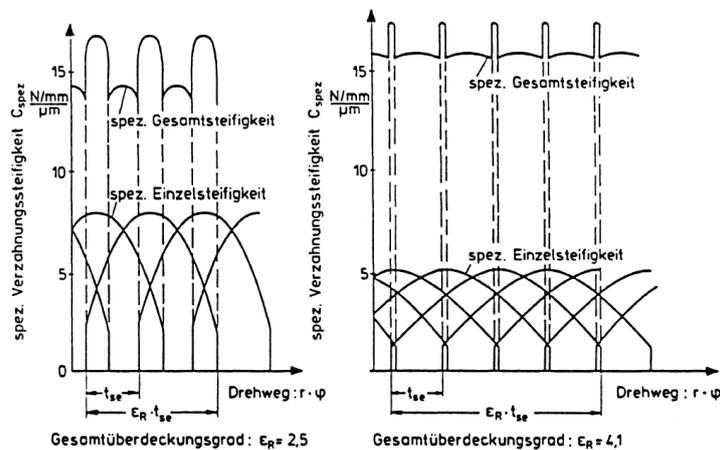


Abbildung 14: Spez. Verzahnungssteifigkeit für verschiedene Überdeckungsgrade

(Quelle: (Laschet, 1988 S. 175))

Aufgrund von periodischen Zahnsteifigkeitsschwankungen ist der Zahnsteifigkeitsverlauf zeitlich nicht konstant und das Zahnradgetriebe zusätzlichen dynamischen Beanspruchungen ausgesetzt.

Diese winkelabhängige und damit zeitabhängige Störung kann, unter Umständen, durch Zahnfehler noch verstärkt werden.

(Laschet, 1988) nennt folgende Faktoren, welche Einfluss auf die Form des Zahnsteifigkeitsverlauf und die Größe der Zahnsteifigkeitsamplitude haben:

- verwendete Verzahnung (Normal-, Hochverzahnung) und durchgeführte Zahnkorrektur
- Überdeckungsgrad
- Zahnbelastung
- Verhältnis Zahnbreite zu Radkörperbreite
- Zahnfehler

Es existieren verschiedene Methoden, den Gesamt-Zahnsteifigkeitsverlauf zu erfassen.

Die einfachste und ressourcenschonendste Möglichkeit ist es, die Eingriffssteifigkeit als harmonische Funktionen (Abbildung 15) zu verstehen.

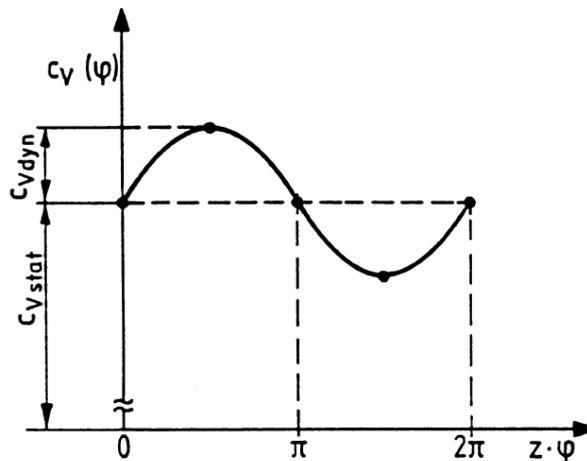


Abbildung 15: Sinusförmiger Zahnsteifigkeitsverlauf (Quelle: (Laschet, 1988, S. 176))

Man erhält den sinusförmigen Zahnsteifigkeitsverlauf  $c_v(\varphi(t))$  näherungsweise durch:

$$c_v(\varphi(t)) = c_{v,stat} + c_{v,dyn} * \sin(\Omega_z * t) \quad (4.2.1)$$

$\Omega_z$  ist dabei die Zahneingriffsfrequenz und  $c_{v,dyn}$  die Amplitude des dynamischen Anteils.

Mit:

$$c_{v,dyn} = x * c_{v,stat} \text{ und } x = 0.05 \dots 0.15 \text{ (Vgl. Laschet, 1988 S. 175),} \quad (4.2.2)$$

sowie:

$$\Omega_z = 2 * \pi * \frac{z * n}{60} = \omega * z \quad (4.2.3)$$

folgt:

$$c_v(\varphi(t)) = c_{v,stat} + x * c_{v,stat} * \sin(z * \omega * t) \quad (4.2.4)$$

Häufig ist nur die spezifische Zahnsteifigkeit gegeben. Diese stellt den zeitlichen Mittelwert der Gesamt-Zahnfedersteifigkeit, also der Gesamt-Zahnnormalkraft pro mm Zahnbreite und pro Mikrometer Verformung, dar und muss mit Hilfe der geometrischen Daten wie Teilkreisdurchmesser  $d_0$ , Radkörperbreite  $b$  und Schrägungswinkel  $\beta$  in den statischen Anteil der Torsionssteifigkeit umgerechnet werden:

$$c_{v,stat} = c_\gamma * \frac{b}{\cos \beta} * \left(\frac{d_0}{2}\right)^2 \quad (4.2.5)$$

Damit ergibt sich für die Verzahnungssteifigkeit, welche in OpenModelica als Parameter hinterlegt werden kann:

$$c_v(\varphi(t)) = c_\gamma * \frac{b}{\cos \beta} * \left(\frac{d_0}{2}\right)^2 * [1 + x * \sin(z * \omega * t)] \quad (4.2.6)$$

Es existiert in der Standardbibliothek von OpenModelica kein Submodell zur Erfassung einer variablen Federsteifigkeit. Daher wurde ein neues Model Zahnsteifigkeit\_Zahndaempfung auf Basis der Komponente elastoBacklash2 erstellt und um diese Möglichkeit erweitert, indem der in Abbildung 16 dargestellte Code hinzugefügt wurde.

```

6 parameter SI.Length b2 "Radkörperbreite getriebenes Rad";
7 parameter SI.Diameter d2 "Teilkreisdurchmesser getriebenes Rad";
8 parameter Integer z2 "Anzahl getriebenes Rad";
9 parameter SI.Angle beta (displayUnit="deg") "Schrägungswinkel";
10 parameter Real cy=16.9244 "[N/mm/ym] spezifische Eingriffsfedersteifigkeit nach DIN3990";
11 parameter Real x=0.1 "Faktor für dynamische Zahnsteifigkeit [0.05 - 0.15]";
12
13 final parameter SI.RotationalSpringConstant c_stat = (cy/(10^(-9)))*((b2)/cos(beta))*(d2/2)^2;
14
15 c=c_stat+(c_stat*x*sin(z2*der(flange_b.phi)*time));

```

Abbildung 16: Codefragment zur Berechnung des dynamischen Zahnsteifigkeitsverlauf

Die der Komponente zu übergebenden Parameter  $c_\gamma, b_2, \beta, d_2$  und  $z_2$  können den Verzahnungsprotokollen der Getriebeauslegung entnommen werden, wobei die geometrischen Daten sich auf das angetriebene Rad (Index 2) beziehen, da die Komponente Zahnsteifigkeit\_Zahndaempfung nach der eigentlichen Übersetzung innerhalb des Verzahnungsmodells kommt und die Winkelgeschwindigkeit des angetriebenen Rades für den Sinus verwendet wird.

Es zeigte sich im späteren Verlauf der Modellierung, dass der dynamische Zahnsteifigkeitsverlauf kaum eine Auswirkung auf die Simulationsergebnisse im Gesamtmodell hatte, sondern lediglich die Rechenzeiten negativ beeinflusste. Daher wurde vereinfachend mit der statischen Eingriffsfedersteifigkeit weitergearbeitet.

Stufe	$c_\gamma \left[\frac{N}{mm * \mu m}\right]$	$\beta$ [°]	$b_{Rad2}$ [mm]	$d_{0,Rad2}$ [mm]	$c_{v,stat} \left[\frac{Nm}{rad}\right]$
301-601	17.9754	6	200	583	3.0716E08
302-301	16.9244	12	120	479	1.1909E08
602PT-302	19.1431	15	65	372	4.4562E07
304-206I	17.211	12	70	343.5	3.6226E07

Tabelle 4: statische Eingriffsfedersteifigkeiten

Um aber dennoch den Einfluss der dynamischen Zahnsteifigkeit auf den statischen Zustand eines Getriebes kurz zu verdeutlichen wurde ein 1-dimensionales Minimalmodell der letzten Getriebestufe erstellt.

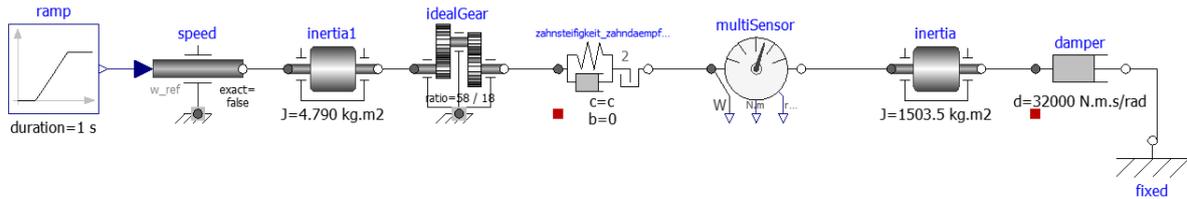


Abbildung 17: Minimalmodell der Verzahnung 301-201

Dabei wird die Trägheit *inertia1*, welche die Ritzelwelle darstellt, innerhalb einer Sekunde auf eine Winkelgeschwindigkeit von 6.388 rad/s beschleunigt. Das nötige Lastmoment wird durch einen am Ende angebrachten Dämpfer erzeugt. Die Zahnsteifigkeit wird, wie bereits im Vorfeld dargelegt, dynamisch berechnet.

In Abbildung 18 und Abbildung 19 sind Ergebnisse der Simulation in Form der Winkelgeschwindigkeit am Antrieb mit und ohne variabler Zahnsteifigkeit über der Zeit aufgetragen.

Es ist deutlich der Einfluss des Zahnsteifigkeitsverlauf zu erkennen. Auch nach der Beschleunigung und dem Erreichen eines stationären Zustands wird das System harmonisch angeregt.

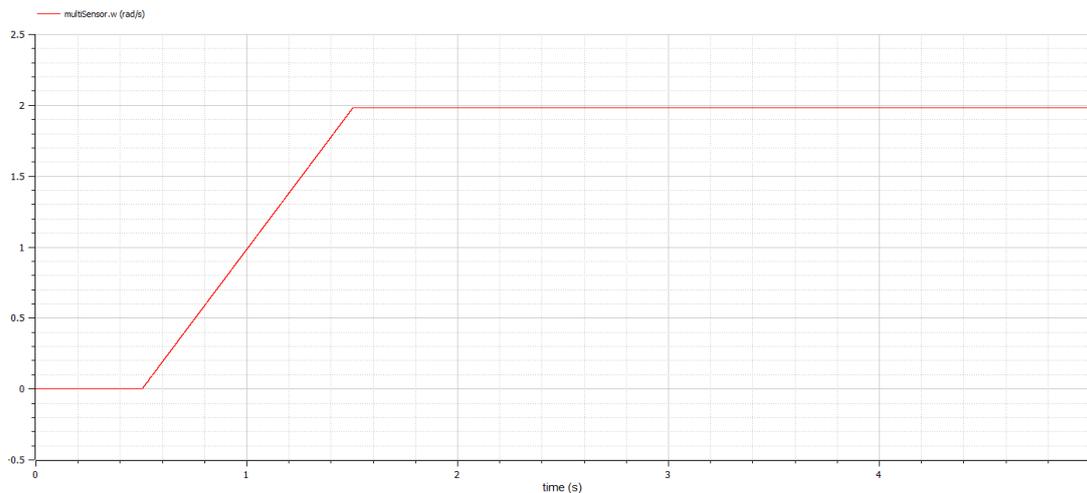


Abbildung 18: Winkelgeschwindigkeit am Antrieb ohne dynamische Eingriffsfedersteifigkeit

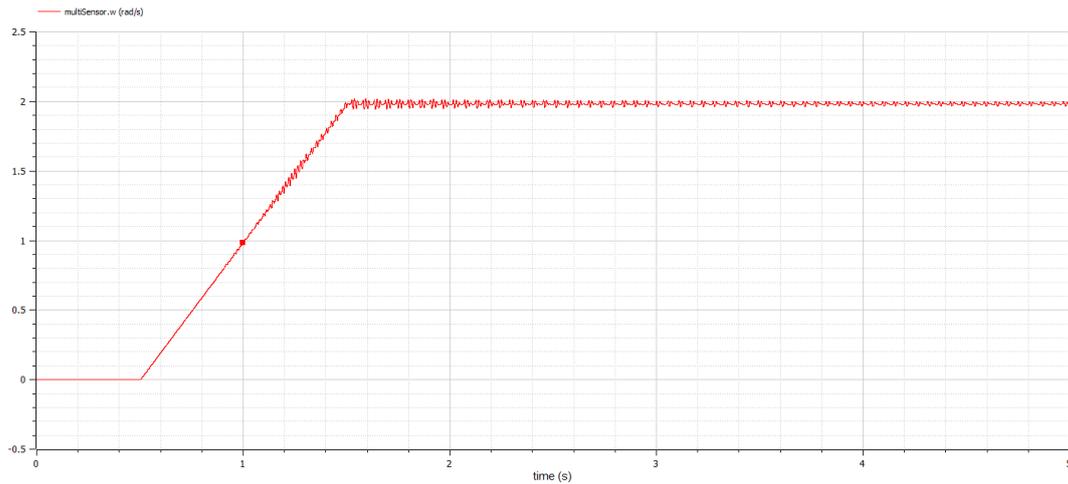


Abbildung 19: Winkelgeschwindigkeit am Abtrieb mit dynamischer Eingriffsfedersteifigkeit

Von besonderem Interesse ist diese Parametererregung, wenn sie im Bereich der Eigenfrequenz beteiligter Wellen oder Zahnräder liegt. Hier kann unter Umständen der Resonanzfall auftreten, was zu erhöhten Laufgeräuschen und im schlimmsten Fall zur Schädigung des Getriebes führt. Dies ist im vorliegenden Getriebe jedoch nicht der Fall.

## 7.2.2 Verzahnungsdämpfung

Im Gegensatz zum Steifigkeitskoeffizienten kann der Dämpfungskoeffizient über die Eingriffsperiode als konstant angenommen werden. Dabei beeinflusst die im Zahneingriff wirksame Dämpfung hauptsächlich die Amplituden der durch den zeitlich variierenden Zahnsteifigkeitsverlauf angeregten Schwingungen. Außerhalb solcher Resonanzen ist die Zahndämpfung ohne Bedeutung. (Vgl. Linke, 2010)

Rechnerisch lässt sich der Dämpfungskoeffizient  $d_z$  über das Lehr'sche Dämpfungsmaß  $D_z$  bestimmen. Dies hat den Vorteil, dass trotz Unkenntnis des tatsächlichen Wertes eine vorsichtige Annahme getroffen werden kann und man die Dämpfung nicht gänzlich außenvor lassen muss.

Die Fachliteratur nennt unterschiedliche Werte für das Dämpfungsmaß.

	Dämpfungsmaß $D_z$
<i>Molerus</i> [6.3/18]	0,01 ... 0,1
<i>Peeken</i> [6.3/19]	0,03 ... 0,1
<i>Friedrich</i> [6.3/20]	0,014 ... 0,025 (im Stillstand) 0,025 ... 0,4 (während des Laufes)
<i>Pagel</i> [6.3/7]	0,02 ... 0,14 (drehzahlabhängig)
<i>Linke</i> [6.3/1]	0,05
<i>Bosch</i> [6.3/21]	0,08

Abbildung 20: Verzahnungsdämpfungsmaße (Quelle: (Linke, 2010 S. 230))

Für die konkrete Berechnung der Dämpfung kann wieder das Verfahren, welches bereits bei der Berechnung der Dämpfungskoeffizienten der Wellen zum Einsatz kam, verwendet werden (Vgl. Abschnitt 4.1).

Es ergeben sich für die einzelnen Stufen in Abhängigkeit der Gesamtträgheiten des Welle-Zahnradverbunds und statischen Eingriffsfedersteifigkeiten unter Verwendung von:

$$d_z = \frac{2 * D_z * c_{v,stat}}{\omega} \quad (4.2.7)$$

mit  $D_z = 0.04$  folgende Verzahnungsdämpfungen:

Stufe	$J_1 [kg m^2]$	$J_2 [kg m^2]$	$c_{v,stat} [\frac{Nm}{rad}]$	$\omega [s^{-1}]$	$d_z [\frac{Nms}{rad}]$
301-601	4.8	1503	3.0716E08	8023	3690
302-301	1	4.8	1.1909E08	11996	794
602PT-302	0.29	1	4.4562E07	14079	253
304-206I	0.011	0.946	3.6226E07	57720	50.2

*Tabelle 5: Verzahnungsdämpfungskoeffizienten*

### 7.3 Federsteifigkeit und Dämpfung der Verbindungselemente

Einen nicht vernachlässigbaren Anteil an der Nachgiebigkeit von Getrieben haben Verbindungselemente wie Passfedern und Vielkeilprofile.

Die entsprechenden Steifigkeiten lassen sich nach einem empirischen Ansatz berechnen:

$$c_{PF} = \left( \frac{6.4}{d^2 * b * t * n} \right)^{-1} \quad (4.2.8)$$

wobei nach (KTA-3990, 2012) die Maße in mm einzusetzen sind und  $n$  für die Anzahl der in der Verbindung genutzten Passfedern steht.

Die Ermittlung der Dämpfungskennwerte erfolgte auch hier wieder über die Zuordnung der Eigenkreisfrequenzen zur lokalen Steifigkeit mit Hilfe der potenziellen Energie, wie in Abschnitt 4.1 beschrieben.

Mit  $D = 0.05$  gilt:

Passfeder- verbindung	$J_1 [kg\ m^2]$	$J_2 [kg\ m^2]$	$c_{PF} \left[ \frac{Nm}{rad} \right]$	$\omega [s^{-1}]$	$d_{PF} [Nm \frac{s}{rad}]$
Seiltrommel	2x 742	19.45	55687500	2408	2320
601-201	1.39	1485	38115000	5239	727
301-202	0.316	4.48	9680000	5726	169
302-203	0.046	0.977	1736438	6278	27.6
602PT-204	0.246	0.043219	1905750	7200	26.5

Tabelle 6: Dämpfungskoeffizienten der Passfederverbindungen

## 7.4 Lagersteifigkeiten

Auch wenn, wie eingangs erwähnt, aufgrund technischer Schwierigkeiten, keine Lagerreaktionen dargestellt werden können, sollen die dafür nötigen Lagersteifigkeiten trotzdem hier erwähnt werden.

Das Schwingungsverhalten eines Antriebssystems wird durch Wälzlager in verschiedener Weise beeinflusst. So können sie nicht nur Schwingungserreger sein, wie es zum Beispiel bei Lagerschäden der Fall wäre, sondern auch als Federn und Dämpfer, bedingt durch ihre Steifigkeit, wirken.

Das Steifigkeitsverhalten der Lager- und Kontaktstellen ist für das Deformations- und Schwingungsverhalten von großer Bedeutung und sollte bei der Modellbildung entsprechend berücksichtigt werden.

Die Berechnung der Wälzlagersteifigkeiten erfolgte, aus Ermangelung von Herstellerangaben, am Betriebspunkt mit Hilfe des Online Tools „Bearinx Easy Friction“ der Schaeffler AG.

Die notwendigen Parameter, wie Lagerkräfte- und Momente wurden der Getriebeberechnung aus dem GWJ SystemManager entnommen.

In Tabelle 7 sind die ermittelten Lagersteifigkeiten und Verschiebungen am Betriebspunkt in der jeweiligen Koordinatenrichtung, sowie deren zu Grunde liegenden Kräfte aufgeführt.

Dabei wurde unter Annahme elastischer Verformung vereinfachend der Ansatz:

$$k_i = \frac{F}{\Delta l_i} \quad (4.2.9)$$

verwendet.

Lager	Fx [N]	$\Delta x$ [mm]	kx [N/m]	Fy [N]	$\Delta y$ [mm]	ky [N/m]	Fz [N]	$\Delta z$ [mm]	kz [N/m]
301-01	5750	0.0216	0.2662E09	159683	0.0805	1.9836E09	68712	0.0346	1.9859E09
301-02	-	-	-	150486	0.0738	2.0391E09	8042	0.004	2.0105E09
302-01	10900	0.0698	0.1562E09	51271	0.0417	1.2295E09	13838	0.0113	1.2246E09
302-02	-	-	-	63508	0.0447	1.4207E09	10222	0.0072	1.4197E09
303-01	-	-	-	323	0.0034	9.5E07	1468	0.0155	9.471E07
303-02	-	-	-	235	0.0090	2.61E07	201	0.0077	2.6104E07
304-01	2478	0.1499	16.531E06	1639	0.0015	1.093E09	3426	0.0032	1.07E09
304-02	-	-	-	3130	0.0083	0.3771E09	8000	0.0213	0.3759E09
601-01	-	-	-	193439	0.0737	2.6247E09	46933	0.0178	2.6367E09
601-02	24280	0.1874	0.1323E09	115900	0.0584	1.9846E09	49376	0.0249	1.983E09
602-01	5150	0.1523	33.814E06	21260	0.0155	1.3716E09	7647	0.0056	1.3655E09
602-02	2480	0.0476	0.0521E09	928	0.0017	0.5459E09	5153	0.0049	1.0516E09
602-03	-	-	-	5418	0.0108	0.5016E09	4736	0.0095	0.4985E09
602-04	-	-	-	1259	0.0015	0.8393E09	7687	0.0090	0.8541E09
603-01	-	-	-	3976	0.0134	0.2967E09	5384	0.0181	0.2975E09
603-02	-	-	-	2363	0.0089	0.2655E09	4937	0.0186	0.2654E09

*Tabelle 7: Kräfte, Momente, Verschiebungen, Steifigkeiten der Lager*

Streng genommen stellt dieser Weg eine sehr starke Vereinfachung dar. Die Steifigkeit eines räumlichen Bauelements, wie das Wälzlager, welches in drei unabhängige Richtungen durch Kräfte und Momente belastet wird, müsste durch eine 6x6-Steifigkeitsmatrix beschrieben werden. Dabei hängen die Koeffizienten, also die Federzahlen solch einer Matrix von sehr vielen Einflüssen ab, was einen hohen Aufwand für deren Ermittlung zur Folge hat. Hinzu kommt, dass das Steifigkeitsverhalten der Lager nicht linear ist und sehr stark von der wirkenden Radialkraft und der Überrollfrequenz der Wälzkörper abhängt.

## 7.5 Verdrehflankenspiel

Um die Abbildung des Getriebes im Modell noch etwas realistischer zu gestalten, wurde auch das Verdrehflankenspiel erfasst, welches dazu führt, dass der Kontakt zwischen den miteinander in Eingriff befindlichen Zahnrädern zeitweilig verloren geht, wenn sich das Vorzeichen des zu übertragenden Drehmoments ändert. Während des Durchlaufens des Spiels bewegen sich

Ritzel und Rad unabhängig voneinander, wodurch es zu Differenzen der Winkelgeschwindigkeit kommt. Dadurch können erhebliche Drehmomentstöße am Ende des Spieldurchlaufs im System entstehen.

Die während der Getrieberechnung ermittelten Höchst- und Kleinstmaße des Flankenspiels wurden gemittelt und mit der Beziehung:

$$j_{tm} = r_{w2} * \hat{\varphi} \quad (4.2.9)$$

auf die Einheit Radiant umgerechnet.

Zahnradverbindung	$j_{ti} [\mu m]$	$j_{te} [\mu m]$	$d_{w2} [mm]$	$j_{tm} [rad]$
ZV 301-201	247.1359	426,7086	595,2642	1,132E-03
ZV 302-202	182.5195	328,979	486,5479	1,0513E-03
ZV 204-203	210.9505	369,2697	377,1429	1,5385E-03
ZV 304-206I	172.7572	338,8886	350,8235	1,4584E-03

*Tabelle 8: Mittlere Verdrehflankenspiele*

## 7.6 Reibmomente der Lager

Aufgrund schmierfilmbedingter tribologischer Effekte, welche zwischen den Laufbahnen, Wälzkörpern und Käfigen entstehen, variiert die Reibung in einem Lager in Abhängigkeit von Drehzahl und Schmierstoffviskosität.

Dabei lassen sich im Wesentlichen beim Durchlaufen der Drehzahlbereiche 4 Zonen unterscheiden (Abbildung 21):

- Zone 1:** In diesem Bereich tragen allein die Oberflächenunebenheiten die Last im Lager. Dadurch ist die Reibung zwischen den sich bewegenden Oberflächen hoch, was zu einem höheren, zu überwindenden Anlaufmoment am Beginn der Drehbewegung führt.
- Zone 2:** In dieser Zone beginnt sich ein trennender Schmierfilm, welcher einen Teil der Last trägt, aufzubauen, wodurch sich weniger Unebenheiten berühren, und die Reibung abnimmt.
- Zone 3:** In dieser Zone trägt allein der Schmierfilm die Last. Die viskosen Verluste sind dabei sehr hoch, wodurch die Reibung weiter ansteigt.

**Zone 4:** In Zone 4 herrschen schmierfilmreduzierende und schmierstoffverdrängende Einflüsse vor, wodurch die Reibung nicht weiter ansteigt und sogar gemindert werden kann.

Die lagerspezifischen Merkmale sowie lagerungsbedingte Einflüsse lassen sich durch:

$$\tau = \tau_{rr} + \tau_{sl} + \tau_{seal} + \tau_{drag} \quad (4.2.10)$$

, mit  $\tau$  für das Gesamtreibmoment,  $\tau_{rr}$  für Rollreibungsmoment  $\tau_{sl}$  für Gleitreibungsmoment  $\tau_{seal}$  für Reibungsmoment der Berührungsdichtung und  $\tau_{drag}$  für Reibungsmomente bedingt durch Strömungs- und Planschverluste, bestimmen.

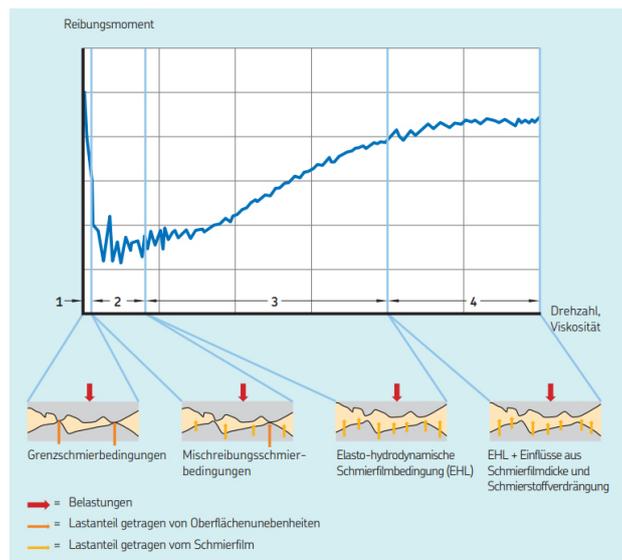


Abbildung 21: Lagerreibmoment in Abhängigkeit der Drehzahl (Quelle: (SKF))

Da jedem Summanden hierbei weitere komplexe Berechnungen zugrunde liegen (Vgl.SKF) wird auch bei der Bestimmung der Reibmomentenverläufe wieder auf das Onlinetool „BearinX“ zurückgegriffen, welches durch Festlegen der nötigen Randbedingungen, wie Art der Schmierung, Temperatur der Welle, Temperatur der Umgebung und Viskosität des Schmiermittels ein Reibmoment bei vorgegebener Drehzahl berechnet. Die so mühsam ermittelten Verläufe sind im Anhang der Arbeit aufgeführt.

Auch hier stellte sich im Nachhinein bei Simulationstests heraus, dass eine dynamische Beachtung der Reibmomente die Simulation unverhältnismäßig verlangsamt. Daher wurde dazu übergegangen ein konstantes Reibmoment als Mittelwert der einzelnen drehzahlspezifischen Reibmomente im Modell zu implementieren.

Zur weiteren Begünstigung der Rechenzeit wurden die Reibmomente pro Welle in nur einem `BearingFriction`-Element als Summe zusammengefasst.

Welle	$\tau_{R,mittel} [Nm]$
601	44.5
301	27
302	8
303	0.3
304	1.5
602PT	11
Hohlrad	6.5

*Tabelle 9: Mittlere Lagerreibmomente*

## 7.7 Weitere Einflüsse auf das dynamische Verhalten

Weitere Einflüsse für das dynamische Verhalten eines Getriebes, welche in der hier vorgestellten Modellbildung keine Beachtung finden, aber der Vollständigkeit halber hier erwähnt seien, sind unter anderem:

- Steifigkeiten der Fügestellen
- Erregung durch Lagerschäden
- äußere Erregungen durch motorische Antriebe oder Schwingungen des Tragwerks
- Anregung durch zusätzliche Übertragungselemente, wie z.B. Kupplungen
- Anregung durch Verzahnungsfehler

Diese Aufzählung stellt nur einen kleinen Auszug aus der großen Anzahl an möglichen Einflüssen dar und es muss immer von Fall zu Fall unterschieden werden, welche Faktoren einer detaillierten Berücksichtigung im Modell bedürfen und welche vereinfacht angenommen oder gar weggelassen werden können.

## 8 Das Modell in OpenModelica

Nachdem nun die Parameter für das hier behandelte Modell ermittelt wurden, kann dazu übergegangen werden, diese softwareseitig zu erfassen. Das dadurch in OpenModelica entstandene Modell zeigt Abbildung 22.

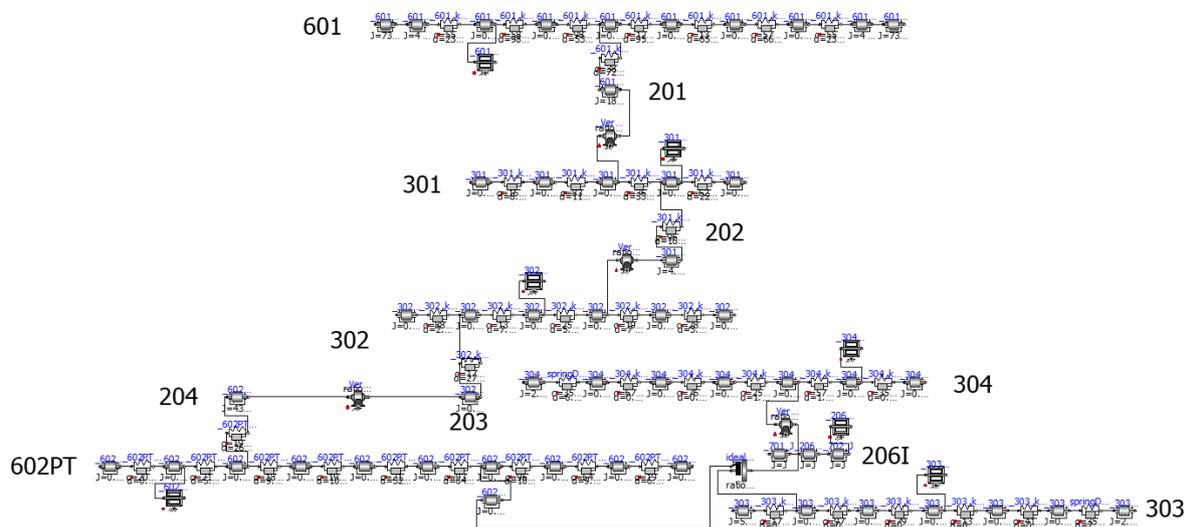


Abbildung 22: Gesamtmodell in OpenModelica mit Nummern für Zahnräder und Wellen

Es enthält die Trägheitsmomente der Wellen in Form von `Inertia`-Elementen aus der `Rotational`-Bibliothek. Diese werden durch `SpringDamper`-Elemente, in welchen die lokalen Steifigkeiten und Dämpfungen hinterlegt sind, gekoppelt.

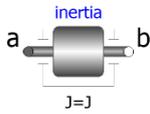
Die Drehmoment- und Winkelgeschwindigkeitsübersetzung wird durch `Gearbox`-Elemente, welche die Daten für die Verzahnungssteifigkeit und -dämpfung, die Übersetzung und das Verdrehflankenspiel enthält, realisiert.

Die Sonnenwelle, der Planetenträger und das Hohlrads sind über einen `IdealPlanetary`-Baustein im Verbund und die Lagerreibung ist in der Komponente `BearingFriction` erfasst.

OpenModelica arbeitet mit der objektorientierten Modellierungssprache „Modelica“ zur Darstellung komplexer physikalischer Systeme. Das besondere an Modelica ist, dass im Gegensatz zu klassischen Programmiersprachen Gleichungen beschrieben werden und nicht Anweisungen. Die Reihenfolge der Gleichungen ist dabei unerheblich. Wichtig ist nur, dass die resultierenden Gleichungssysteme in sich geschlossen und lösbar sind.

Die den jeweiligen Elementen zugrunde liegenden Gleichungen, welche dann durch die Software numerisch gelöst werden, sind im Folgenden dargestellt.

## Inertia



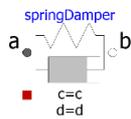
$$\varphi_a = \varphi_b = \text{const.}$$

$$\omega = \dot{\varphi}$$

$$a = \ddot{\varphi}$$

$$J * a = \tau_a + \tau_b$$

## SpringDamper



$$\tau_c = c * (\varphi_{rel} - \varphi_{rel,0})$$

$$\tau_d = d * \omega_{rel}$$

$$\tau = \tau_c + \tau_d$$

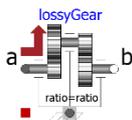
$$P_v = \tau_d * \omega_{rel}$$

## Gearbox



Submodell, welches die Elemente *lossyGear* und *elastoBacklash* enthält (vgl. Abb. 12)

## lossyGear



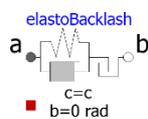
$$\varphi_a = i * \varphi_b$$

$$\tau_b + i * (\tau_a - \tau_v) = 0$$

$$\omega_a = \dot{\varphi}_a$$

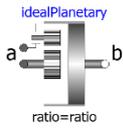
$$a_a = \ddot{\varphi}_a$$

## elastoBacklash



Im Wesentlichen wie die von *SpringDamper*, jedoch mit zusätzlichen winkelabhängigen Gleichungen für das Spiel

## IdealPlanetary

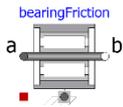


$$(1 + i) * \varphi_{PT} = \varphi_{SR} + i * \varphi_{HR}$$

$$\tau_{HR} = i * \tau_{SR}$$

$$\tau_{PT} = -(1 + i) * \tau_{SR}$$

## BearingFriction



$$\varphi_a = \varphi_b = \varphi$$

$$\omega = \dot{\varphi}$$

$$a = \ddot{\varphi}$$

$$\tau_a + \tau_b - \tau_R = 0$$

Man bezeichnet diesen Ansatz als akausale Modellierung, da es im Modelica-Code keinen festen kausalen Zusammenhang gibt. Ähnlich wie bei mathematischen Gleichungen, wo für  $x = y$  auch  $y = x$  gilt.

Wichtig ist jedoch zu wissen, dass dies nur für die oberste Ebene der Modellierungssprache gilt. Für die numerische Lösung mit unterschiedlichen Algorithmen muss eine Berechnungsreihenfolge, also ein kausaler Zusammenhang, hergestellt werden. Das Gleichungssystem wird dazu mit Hilfe der Software manipuliert und in eine möglichst einfache lösbbare Form gebracht, um anschließend durch Kompilieren in maschinenverständlichen Code übersetzt zu werden.

## 9 Anwendungsfälle / Simulationen

Das im vorigen Abschnitt vorgestellte Modell ist als eine Art Basismodell zu verstehen. Es muss für die jeweilige Anwendung noch leicht angepasst und um eventuell notwendige Elemente erweitert werden.

Die folgenden Abschnitte zeigen einiger dieser Anwendungsfälle, welche dazu beitragen sollen, die ordnungsgemäße Funktion des Modells zu belegen, sowie mögliche Verwendungszwecke aufzuzeigen.

### 9.1 Hochfahren unter Last

Diese Simulation soll dazu dienen die korrekte Übersetzung zwischen den einzelnen Getriebestufen zu überprüfen. Dazu wird mit Hilfe zweier `Damper`-Bausteine am Abtrieb (601) ein Lastmoment erzeugt. Der Antrieb erfolgt am Motormoment der Sonnenwelle (303) bzw. der Antriebswelle (304) mit Hilfe einer `Speed`-Komponente, welche eine geforderte Winkelgeschwindigkeit erzeugt. Die Eingangsgröße für den `Speed`-Baustein ist eine `ramp`-Funktion. Weiterhin werden die Lager entfernt, um keine Verluste im System zu erzeugen. Anschließend erfolgt die Auswertung der Winkelgeschwindigkeiten der einzelnen Wellen.

Abbildung 23 zeigt exemplarisch den Verlauf der verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten über der Zeit, bei getriebener Sonnenwelle und Antriebswelle.

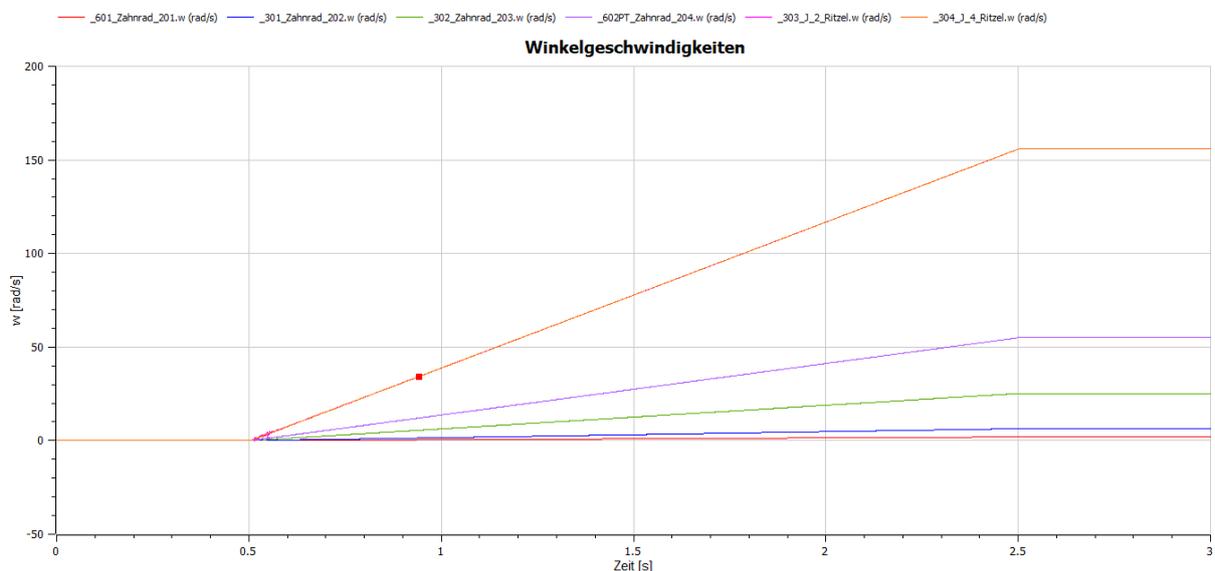


Abbildung 23: Winkelgeschwindigkeiten

Die konkreten Ergebnisse stellen sich wie folgt dar:

Randbedingung:            Sonnenwelle 303    getrieben:  $156 \text{ rad/s} = 1490 \text{ min}^{-1}$   
                                  Antriebswelle 304    getrieben:  $156 \text{ rad/s} = 1490 \text{ min}^{-1}$   
                                  Lastmoment    67367 Nm

<u>Winkelgeschwindigkeiten</u>	[rad/s]	<u>Übersetzungen i:</u>	
602PT	55.07	303 / 602PT	2.832
302	25.24	602PT / 302	2.182
301	6.4	302 / 301	3.943
601	1.98	301 / 601	3.23
		<b>Gesamt:</b>	<b>78.7</b>

---

Randbedingung:            Sonnenwelle 303    fest:  $0 \text{ rad/s} = 0 \text{ min}^{-1}$   
                                  Antriebswelle 304    getrieben:  $156 \text{ rad/s} = 1490 \text{ min}^{-1}$   
                                  Lastmoment    67367 Nm

<u>Winkelgeschwindigkeiten</u>	[rad/s]	<u>Übersetzungen i:</u>	
602PT	27.53	304 / 602PT	5.66
302	12.62	602PT / 302	2.18
301	3.2	302 / 301	3.94
601	0.99	301 / 601	3.23
		<b>Gesamt:</b>	<b>157.03</b>

Randbedingung: Sonnenwelle 303 getrieben:  $156 \frac{rad}{s} = 1490 \text{ min}^{-1}$   
 Antriebswelle 304 fest:  $0 \frac{rad}{s} = 0 \text{ min}^{-1}$   
 Lastmoment 67367 Nm

<u>Winkelgeschwindigkeiten</u> [rad/s]		<u>Übersetzungen i:</u>	
602PT	27.53	303 / 602PT	5.66
302	12.62	602PT / 302	2.18
301	3.2	302 / 301	3.94
601	0.99	301 / 601	3.23
		<b>Gesamt:</b>	<b>157.03</b>

Die erreichbaren Übersetzungen entsprechen denen der Getriebeauslegung (Vgl. Tabelle 1). Daher kann das Modell in dieser Hinsicht als korrekt angesehen werden.

## 9.2 Einfallen einer Sicherheitsbremse

In dieser Simulation soll das Einfallen einer Sicherheitsbremse simuliert werden. Dazu werden dem Basismodell zwei Brake-Elemente hinzugefügt, die beim Übersteigen einer bestimmten Drehzahl ein Bremsmoment an den Trägheiten der Seiltrommeln aufbauen. Die Bremsen werden mit Hilfe des extra für diesen Zweck erstellten Submodells „STR\_Bremse“ geregelt. Sobald eine bestimmte Winkelgeschwindigkeit am Zahnrad 201 überschritten werden die Bremsen ausgelöst. Zusätzlich wurde in die Steuerung ein variabler Faktor integriert, der es erlaubt über den Anstieg des Bremsmoments die Bremszeit zu beeinflussen.

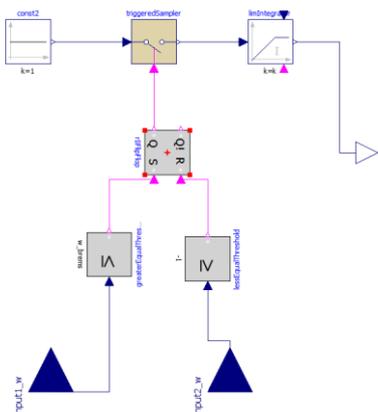


Abbildung 24: Aufbau der Bremssteuerung

Um von Beginn an einen Zustand unter Last zu simulieren, werden den beiden Wellenenden der Abtriebswelle 601 je die Hälfte des Lastmoments als Konstanten aufgegeben und am Antrieb 304 ein Gegenmoment mit Hilfe eines `Step`-Bausteins erzeugt. Die Sonnenwelle ist fixiert. Nach 1 Sekunde wird das Gegenmoment sprunghaft auf 0 gesetzt, was dazu führt, dass aufgrund des immer noch wirkenden Lastmoments die Abtriebswelle beschleunigt und der Nothalt ausgelöst wird. Zugunsten der Simulationszeiten wurden Lagerreibungen wieder weggelassen.

Die Vorgaben des Bremsvorgangs sind folgende:

- Lastmoment: 67367 Nm
- Bremsmoment: 197120 Nm
- Reibungskoeffizient der Bremsen: 0.5
- Anspindrehzahl: 21 U/min = 2.199 rad/s
- Bremszeit: 0.72s

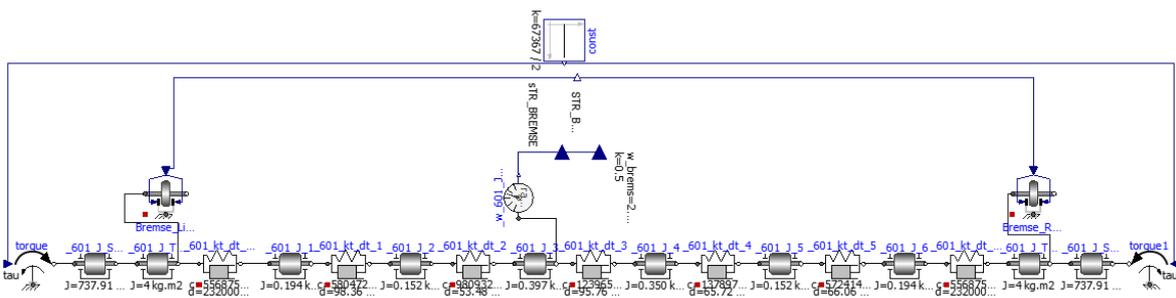


Abbildung 25: Teilmodell zur Notbremssimulation

Die Zeit, über welche simuliert wird, beträgt 3 Sekunden, bei einer Schrittweite von 0.001 Sekunden.

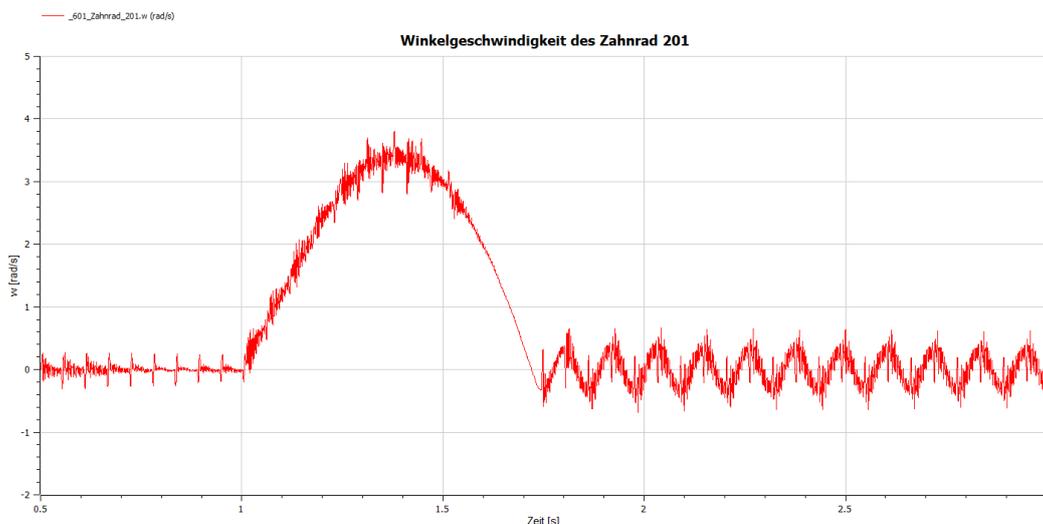


Abbildung 26: Winkelgeschwindigkeitsverlauf des Zahnrad 201

Abbildung 26 zeigt ein Ergebnis der Simulation in Form der Winkelgeschwindigkeit über der Zeit des Zahnrads 201 auf der Abtriebswelle.

Gut zu sehen ist, dass die Drehzahl trotz Bremsen noch einen kurzen Moment ansteigt, um nach etwa der Hälfte der Bremszeit abzufallen. Dies liegt daran, dass sich das Bremsmoment erst linear aufbauen muss und nicht sprungartig anliegt. So erreicht die Abtriebswelle, wenn auch nur für einen sehr kurzen Moment noch eine Winkelgeschwindigkeit von bis zu 3.7 rad/s, was einer Drehzahl von ungefähr 35 Umdrehungen pro Minute entspricht.

Mit solchen Informationen könnte man nun zum Beispiel unter Beachtung der Seileinscherung und -dehnung und des Trommeldurchmessers überprüfen, wie weit die Last im Ernstfall droht abzurutschen, bevor die Anlage zum Stillstand kommt.

Eine weitere wichtige Information, die der Simulation entnommen werden kann, ist der Verlauf des anliegenden Drehmoments in bestimmten Bereichen des Getriebes.

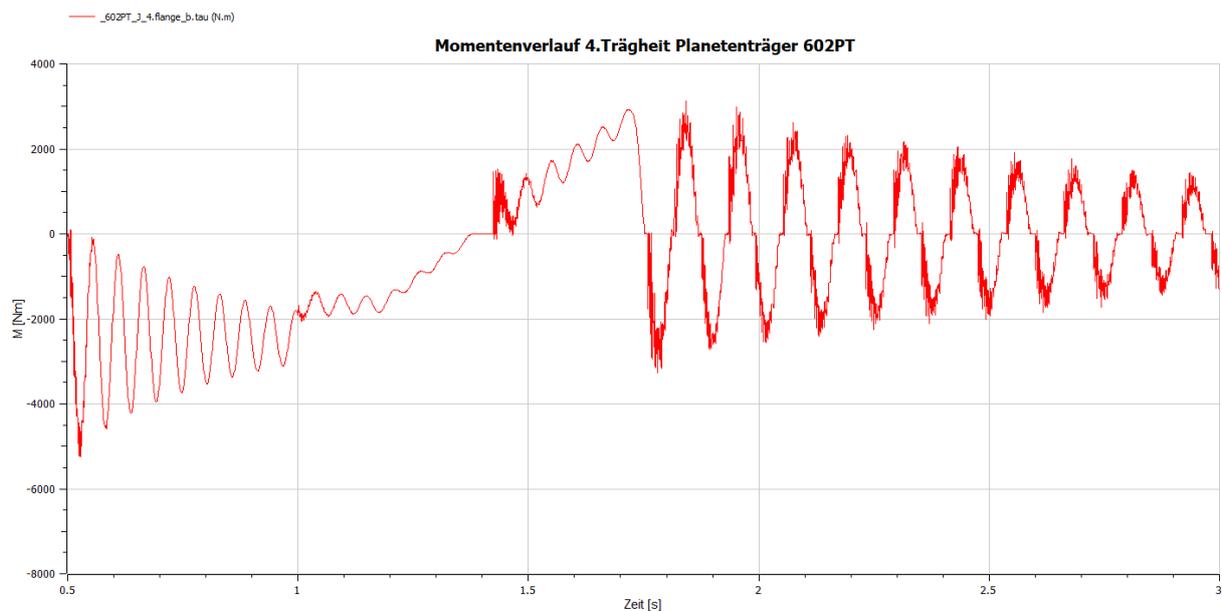


Abbildung 27: Momentenverlauf am Planetenträger

Die obere Abbildung zeigt den Momentenverlauf am Planetenträger während der simulierten Zeit. Gut zu sehen ist der Anstieg des Moments während des Bremsvorgangs (Sekunde 1 - 1.7). Dabei nimmt das Moment bis ca. 3000 Nm zu. Die sehr ausgeprägten Schwingungen vor und nach dem Bremsen sind wahrscheinlich durch eine zu gering angenommene Dämpfung begründet. Hier kann im Einzelfall nachjustiert werden, um einen etwas realistischeren Verlauf zu erhalten. Auf das Maximum der Amplitude hat dies aber keinen Einfluss. Deutlich erkennbar ist auch das vorhandene Zahnspiel, welches die Stufen während des Nulldurchgangs nach dem Bremsen innerhalb der Kurve verursacht.

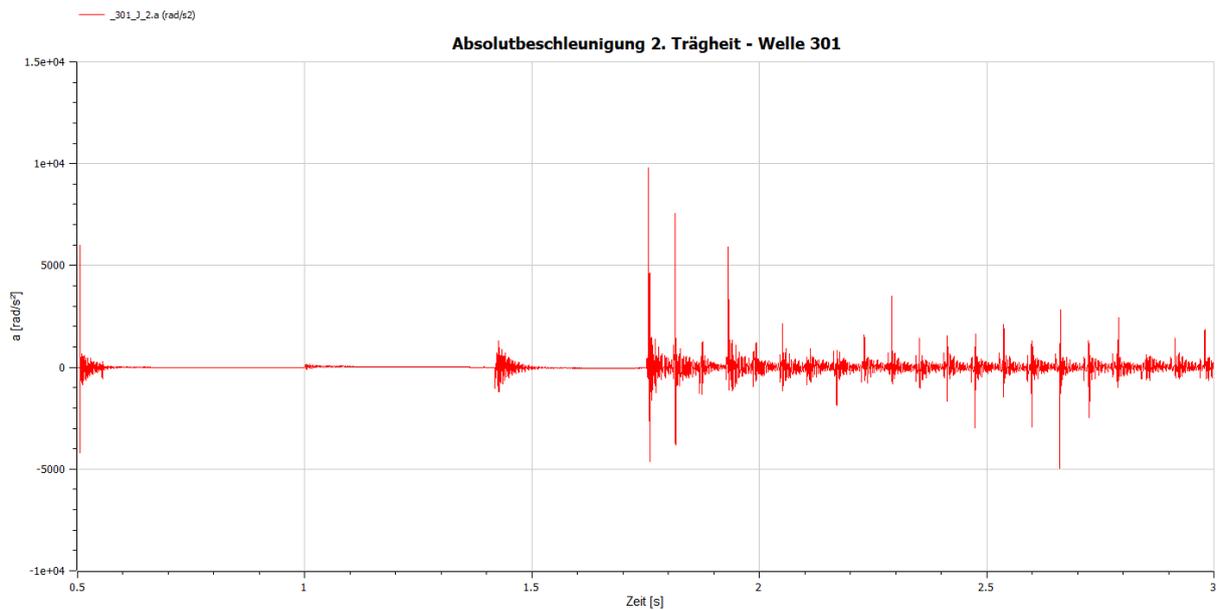


Abbildung 28: Absolutbeschleunigungskurve

Abschließend zu dieser Simulation sei noch die absolute Beschleunigung einer Trägheit gezeigt (Abbildung 28).

Es ist gut zu erkennen, wie die Masse kurz vor Einsetzen des Bremsvorgangs beschleunigt wird (Sekunde 1) und wann es zu den bereits in Abschnitt 7.5 erwähnten Drehmomentstößen aufgrund des Durchlaufens des Verdrehflankenspiels kommt (Hohe Ausschläge ab Sekunde 1.7).

### 9.3 Wirkungsgrad des Getriebes

Eine weitere Möglichkeit, die das Modell bietet, ist die recht einfache Ermittlung des Getriebewirkungsgrads bei gegebene Lagerreibmomenten und Verzahnungswirkungsgraden. Dabei ist jedoch anzumerken, dass der Wirkungsgrad eines Getriebes eine drehzahlabhängige Größe ist und das Ergebnis hier bei konstanten Lagerreibmomenten nur ein Mittelwert darstellt.

Für die Simulation werden die Verzahnungswirkungsgrade in der `Gearbox`-Komponente, zusätzlich zu den schon erfassten mittleren Lagerreibmomenten, hinterlegt. Die Wirkungsgrade für die Verzahnung können den Verzahnungsprotokollen entnommen werden.

Am Abtrieb werden wieder zwei `Damper`-Elemente angebracht, die für das nötige Lastmoment sorgen. Der Antrieb erfolgt über die Sonnenwelle und die Antriebswelle 304 mit je 156 rad/s.

Nach erfolgreicher Berechnung der Simulation, die einige Zeit dauert, können die Momente und Winkelgeschwindigkeiten am An- und Abtrieb abgelesen und der mechanische Wirkungsgrad über den Zusammenhang:

$$\eta_{mech} = \frac{P_{Abtrieb}}{P_{Antrieb}} = \frac{\tau_{Abtrieb} * \omega_{Abtrieb}}{\tau_{Antrieb} * \omega_{Antrieb}} \quad (6.3.1)$$

berechnet werden.

Es wurden folgende Momente, Geschwindigkeiten und Leistungen ermittelt:

Moment Seiltrommel Links:	33472 Nm
Winkelgeschwindigkeit Seiltrommel Links:	1.98711 rad/s
Moment Seiltrommel Rechts:	33472 Nm
Winkelgeschwindigkeit Seiltrommel Rechts:	1.98711 rad/s
Moment Sonnenwelle 303:	442 Nm
Winkelgeschwindigkeit Sonnenwelle 303:	156 rad/s
Moment Antriebswelle 304:	442 Nm
Winkelgeschwindigkeit Antriebswelle 304:	156 rad/s
Vorhandene Leistung am Abtrieb:	133025 W
Vorhandene Leistung am Antrieb:	137904 W
Gesamtwirkungsgrad:	0.9646
Gesamtverlustleistung:	4879 W

Die Ergebnisse scheinen plausibel, da sie mit Vergleichswerten bezüglich des Wirkungsgrades aus der Fachliteratur (Wittel, et al., 2019 S. 774) gut übereinstimmen.

## 9.4 Untersuchung auf Resonanzstellen

Abschließend wurde das Modell hinsichtlich eventueller Resonanzstellen beim Anlaufen untersucht. Dazu wurde mit Hilfe einer `ramp`-Funktion die Drehzahl am Antrieb langsam erhöht um anschließend bestimmte Bereiche, wie zum Beispiel die Verzahnungen auf ungewöhnliche Amplitudenerhöhungen hin zu überprüfen.

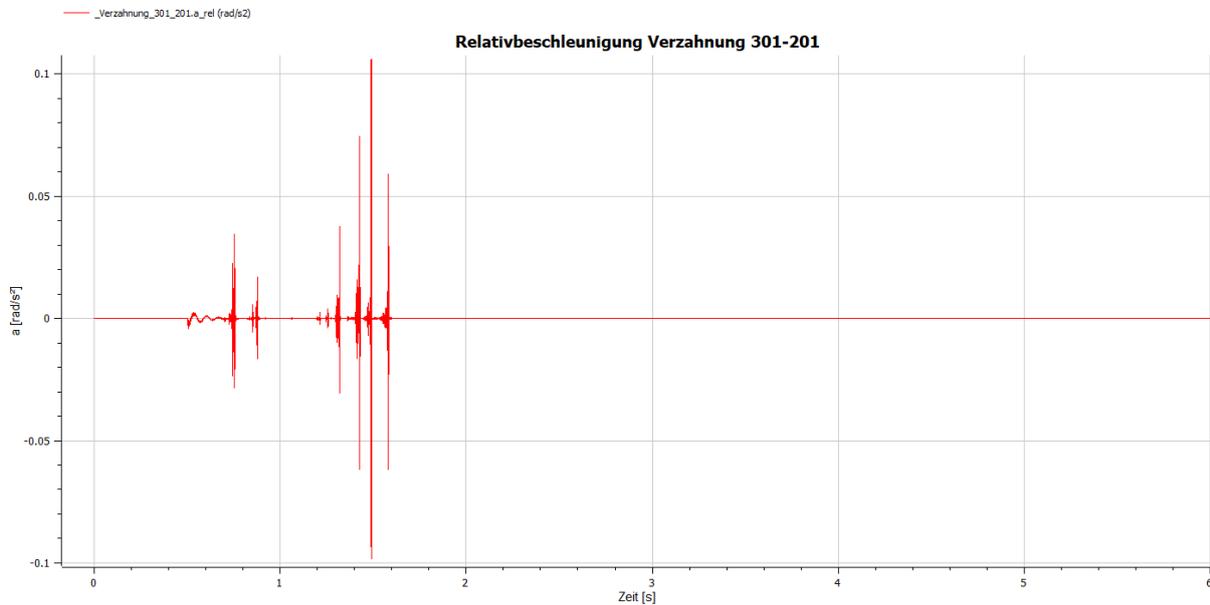


Abbildung 29: Relative Winkelbeschleunigung der Verzahnung 301-201 beim Anfahren

Hier zeigten sich zwar Ausschläge auch nach dem anfänglichen Einschwingen beim Anfahren (vgl. Abbildung 29, ab Sekunde 1), jedoch ist deren Ursache sehr wahrscheinlich die verzögernde Rückwirkung anderer Massenträgheiten aufgrund der Federsteifigkeiten und nicht das Durchfahren von Resonanzstellen. Es konnten keine besonderen Erhöhungen der Amplituden bei Anregung der entsprechenden Verzahnung, mit der am Ort der Ausschläge ermittelten Drehzahlen festgestellt werden.

## 10 Das räumliche Modell

Auch wenn es nicht gelungen ist, ein funktionsfähiges räumliches Modell des Getriebes zu erstellen, so sollen die Ergebnisse dieser Arbeit dennoch kurz erläutert werden.

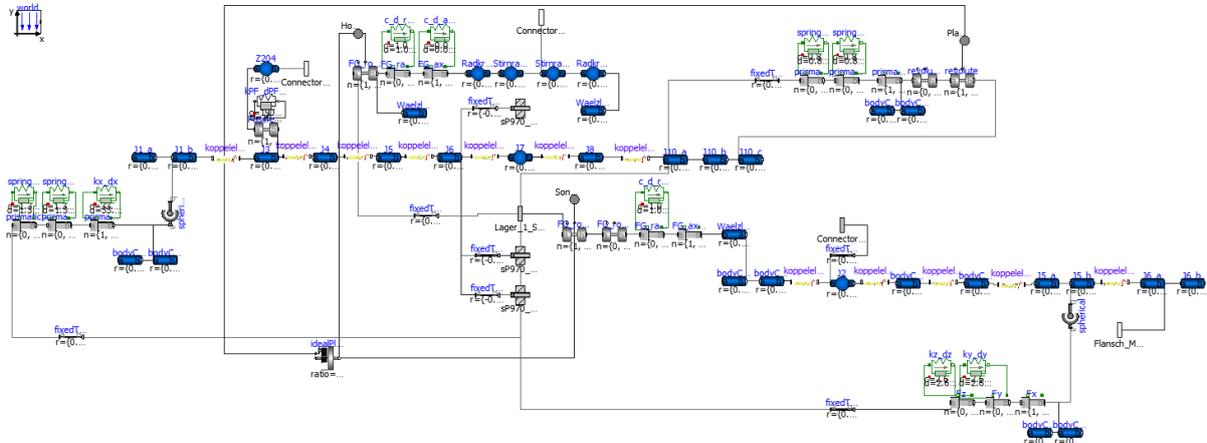


Abbildung 30: Räumliches Modell der Planetenstufe

Abbildung 30 zeigt zum Beispiel das komplexe Modell des Planetengetriebes. Dieses besteht aus einzelnen `cylinder`- und `bodyShape`-Komponenten (blau), welche mit Koppellementen (gelb) verbunden sind. Die `cylinder`- und `bodyShape`-Elemente bilden dabei die diskreten Massen des Modells und liefern die physikalischen Größen „Masse“ und „Massenträgheit“ für die Simulation. Das Koppellement wiederum, welches die rotatorischen Freiheitsgrade um die x- und y-Achse für Biegung und Torsion in Form zweier `revolute joints` enthält, sorgt für die nötige Steifigkeit und Dämpfung im System.

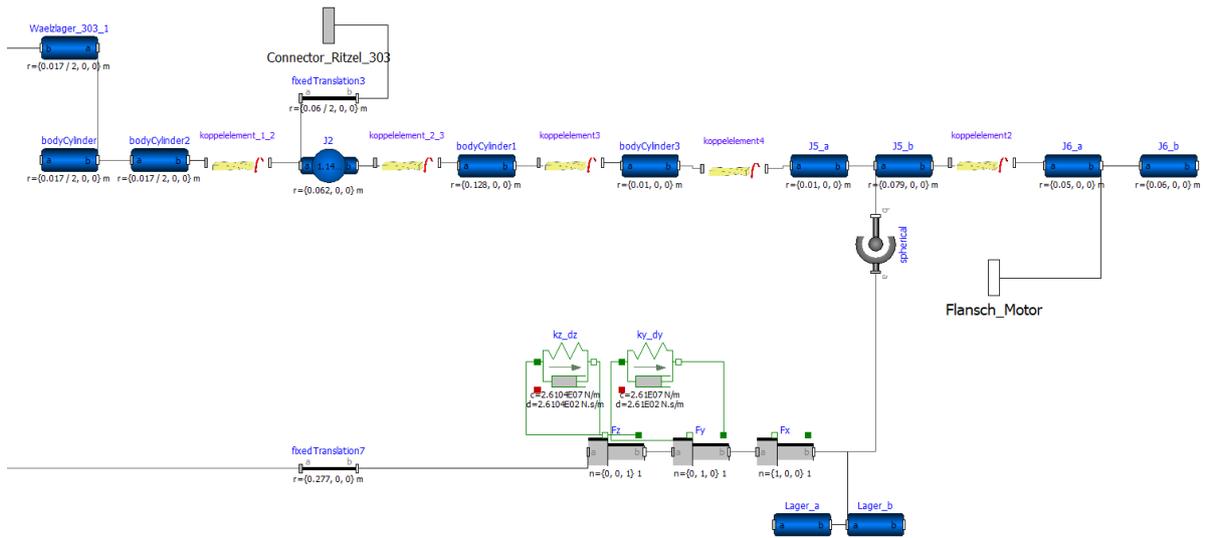


Abbildung 31: Sonnenwelle mit Lagerung

In Abbildung 31 ist ein Detail der Sonnenwelle mit Lagerung zu sehen. Die translatorischen Freiheitsgrade in x-,y- und z-Richtung werden durch 3 `prismatic joints` realisiert, wovon zwei mit Feder-Dämpfer-Bausteinen versehen sind um die Lagersteifigkeit in y- und z-Richtung zu gewährleisten. Die x-Richtung, sowie die Rotation um alle 3 Raumkoordinaten ist frei, da es sich hier um das Modell eines Loslagers handelt.

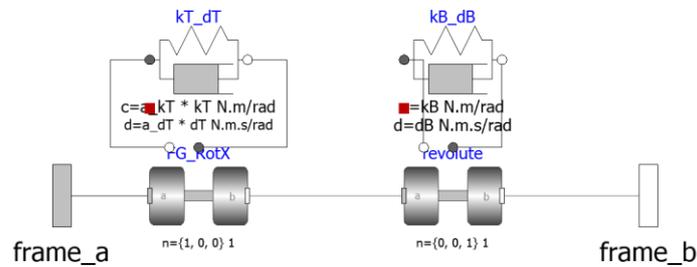


Abbildung 32: Submodell "Koppelement"

Einzel betrachtet funktionieren die entwickelten Wellenmodelle gut. Sie lassen sich problemlos, wenn auch mit etwas Zeit berechnen und liefern keine Fehlermeldungen bezüglich Unter- oder Überbestimmungen des Systems. Wenn man jedoch versucht die Wellen, so wie in Abbildung 33 dargestellt, untereinander zu koppeln, so ergibt sich immer ein überbestimmtes System aufgrund der im Modell vorhandenen Lagermodelle. Auch eine Geschwindigkeits- und Drehmomentübertragung von einer Welle zur anderen ist nicht möglich, da man dazu zusätzliche Freiheitsgrade um die Rotationsachse (x-Achse) in Form von `revolute joints` in das System bringen muss, wodurch der Grad der Überbestimmung weiter zunimmt.

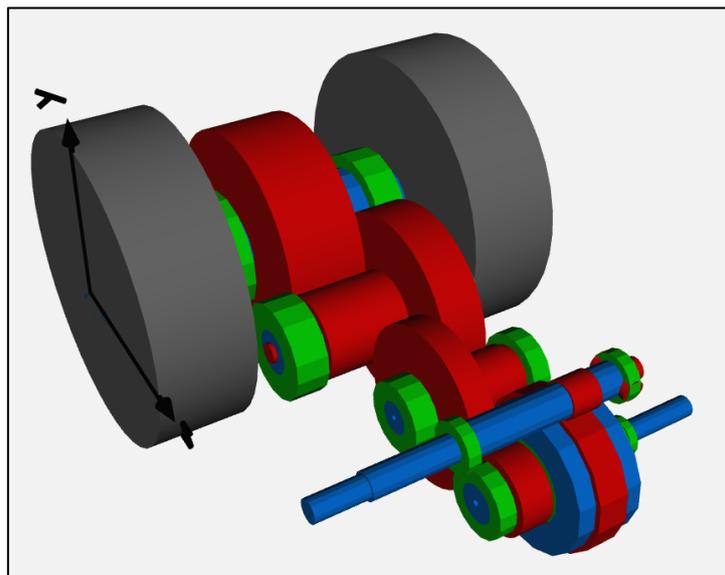


Abbildung 33: Das räumliche Gesamtmodell in OpenModelica

Die 3-dimensionalen Modelle sind dem digitalen Anhang der Arbeit zur weiteren Beurteilung beigefügt.

## 11 Möglichkeiten der Verifizierung

Für eine Verifizierung des Modells bieten sich im wesentlichen nur Vergleichsmessungen am realen Objekt oder der Vergleich mit bereits vorhandenen Daten an.

Zur Bestätigung des Eigenverhaltens einzelner Maschinenelemente und der damit berechneten Parameter kann zum Beispiel eine experimentelle Modalanalyse mit Hilfe der Hammer-Schlagmethode oder Shakermessung durchgeführt werden.

Bezüglich der Genauigkeit des dynamischen Verhaltens des Modells bei außergewöhnlichen Ereignissen sind Betriebsschwingungsanalysen empfohlen, um überhaupt erst eine gewisse Datengrundlage zu schaffen.

Leider bestand zum Zeitpunkt der Anfertigung der Arbeit keine Möglichkeit derartige Messungen an einem Getriebe durchzuführen, um die Ergebnisse der Simulationen zu bestätigen. Auch der Vergleich mit Literaturwerten stellte sich als schwierig bis gar unmöglich heraus. Zu individuell sind die verschiedenen Modelle hinsichtlich ihres Aufbaus, sowie den getroffenen Annahmen und Randbedingungen. Häufig sind Beispiele von kleinen, sehr einfachen Modellen aufgeführt, die sich nur schwer mit dem hier Vorliegenden vergleichen lassen.

Auch einschlägige Fachliteratur, auf die schon innerhalb der Arbeit mehrfach verwiesen wurde, nennt meist nur experimentelle Untersuchungen als Verifizierungsmöglichkeit.

## 12 Zusammenfassung und Fazit

Die vorliegende Arbeit hat eine Möglichkeit der Modellierung eines formschlüssigen Getriebes in Form eines Stirnrad-Planetengetriebes mit Hilfe der Modellierungssprache Modelica vorgestellt. Es wurden dabei einige einfache Ansätze erläutert, welche es einem ermöglichen die für die Modellbildung notwendigen Parameter zu quantifizieren und modellhaft zu erfassen. Darauf aufbauend wurde ein sehr einfaches, auf einen rotatorischen Freiheitsgrad reduziertes, Torsionsschwingermodell entwickelt, welches die Möglichkeit bietet, verschiedene Situationen des realen Betriebs zu simulieren und dadurch das dynamische Verhalten des Getriebes zu beurteilen.

Wie gezeigt, eignet es sich gut Spitzenlasten bezüglich einer außergewöhnlichen Beanspruchung auf Torsion, wie dem Einfallen einer Sicherheitsbremse, im System zu identifizieren. Mit diesen Ergebnissen können dann die Maschinenelemente in weiteren Simulationen, wie zum Beispiel der Finiten Elemente Methode, hinsichtlich ihrer Festigkeit untersucht werden.

Die Ergebnisse der Simulationen scheinen dabei auf den ersten Blick plausibel und das Modell verhält sich den Erwartungen entsprechend. Eine endgültige Verifizierung des Modells bleibt diese Arbeit aber aus Ermangelung entsprechender Vergleichsdaten schuldig. Hier ist noch großes Potenzial für zukünftige Arbeiten und Untersuchungen. Es ist zu empfehlen, das Modell an ein vorhandenes Getriebe anzupassen und ausführliche Schwingungsmessungen am realen Objekt durchzuführen, um anschließend den Grad der Modellgenauigkeit abschätzen und eventuelle Feinjustierungen vornehmen zu können.

Das ursprüngliche Vorhaben, ein räumliches Mehrkörpermodell zu erstellen, welches auch translatorische Einflüsse, wie einzelne Lagerreaktionen, erfassen kann, konnte nicht realisiert werden. Es war trotz intensiver Bemühungen und vieler Wochen Arbeit nicht gelungen, das Modell in einen funktionsfähigen Zustand zu versetzen.

Die Recherchen und Bearbeitung des Themas haben weiterhin ergeben, dass bei der Modellierung eines solchen Systems sehr viele Bereiche des theoretischen Maschinenbaus betroffen sind, was tiefgehenden Kenntnisse, z.B. in Bereichen der Tribologie, der Maschinendynamik, der Werkstoffkunde aber auch der Getriebetechnik, sowie deren dynamisches Wirken untereinander voraussetzt. Dabei muss von Fall zu Fall immer wieder neu abgewogen werden, bis zu welcher Tiefe man den Modellierungsgrad betreibt und ob man Sachverhalte verallgemeinern kann. Es zeigte sich zudem, dass Rechenzeit und Verständlichkeit des Modells, auch in Bezug auf die Ergebnisse, sehr davon abhängen, wie genau man die meist zeitabhängigen Einflüsse abbildet. Ein Modell sollte daher also immer nur so genau wie nötig, nicht wie möglich, sein.

Abschließend wird empfohlen, auch gerade bezüglich der benötigten Rechenzeit und den damit verbundenen wirtschaftlichen Aspekten, zu Beginn ein eher allgemeines Modell zu erstellen und mit den so gewonnenen Daten weitere Berechnungen an detaillierteren, auf die konkrete Fragestellung abzielenden, Teilmodellen durchzuführen.

## 13 Literaturverzeichnis

- Beater, Peter. 2016.** *Modellbildung und Simulation technischer Systeme mit Modelica 3.* Norderstedt : BoD - Books on Demand, 2016.
- Brychta, Peter und Müller, Kai. 2004.** *Technische Simulation.* Würzburg : Vogel Fachbuch Verlag, 2004.
- Dresig, Hans und Fidlin, Alexander. 2020.** *Schwingungen mechanischer Antriebssysteme.* Berlin : Springer-Verlag, 2020. S. 204.
- Dreißig, Hans und Holzweißig, Franz. 2016.** *Maschinendynamik.* Berlin : Springer-Verlag, 2016.
- Franke, R. 1958.** *Vom Aufbau der Getriebe -Entwicklungslehre der Getriebe,.* Düsseldorf : VDI-Verlag, 1958.
- Fritzson, Peter.** Introduction to object-oriented modeling and simulation with Modelica using OpenModelica. *The Modelica Association Web Page.* [Online] <http://www.modelica.org/>.
- Gold, Peter Werner. 1979.** *Statisches und dynamisches Verhalten mehrstufiger Zahnradgetriebe.* Braunschweig : Technische Universität Braunschweig, 1979.
- Henlich, Thomas. 1998.** *Untersuchungen zu dynmaischen Lagerkräften bei Zahnradgetrieben.* Dresden : s.n., 1998.
- Junglas, Peter. 2014.** *Praxis der Simulationstechnik - Eine Einführung in signal- und objektorientierte Methoden.* Haan-Gruiten : Verlag Europa-Lehrmittel, 2014.
- Klocke, Fritz und Brecher, Christian. 2017.** *Zahnrad- und Getriebetechnik - Auslegung, Herstellung, Untersuchung, Simulation.* München : Carl Hanser Verlag, 2017.
- Knaebel, M. 1987.** *Technische Schwingungslehre.* Stuttgart : Teubner Studienskripte, 1987.
- KTA-3990. 2012.** Auslegung von Hebezeugen in Kernkraftwerken. s.l. : Kerntechnischer Ausschuss, 2012. 2012-11.
- Kücükay, Ferit. 1987.** *Dynamik der Zahnradgetriebe - Modelle, Verfahren, Verhalten.* Berlin : Springer-Verlag, 1987.
- Laschet, Andreas. 1988.** *Simulation von Antriebssystemen.* Berlin : Springer-Verlag, 1988. S. 34.
- Linke, Heinz. 2010.** *Stirnradverzahnung.* München, Wien : Carl Hanser Verlag, 2010.
- Loomann, Dr. Ing. Johannes. 1996.** *Zahnradgetriebe - Grundlagen, Konstruktion, Anwendung in Fahrzeugen.* Berlin : Springer-Verlag, 1996.

**Niemann, G. und Winter, H. 1985.** *Maschinenelemente Band I +II.* Berlin : Springer-Verlag, 1985.

**Otter, Prof. M. 2015.** Objektorientierte Modellierung und Simulation von Antriebssystemen. [Buchverf.] D. Schröder. *Elektrische Antriebe - Regelung von Antriebssystemen.* Berlin : Springer-Verlag, 2015.

**Scherf, E.H. 2004.** *Modellbildung und Simulation dynamischer Systeme.* München : Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH, 2004.

**SKF.** *Das SKF Verfahren zur Berechnung des Reibungsmoments.*

**Wittel, et al. 2019.** *Roloff/Matek Maschinenelemente 24. Auflage.* Berlin : Springer Vieweg, 2019.

**Zimmer, Dirk.** Virtual Physics. [Online] DLR - Institut für Robotik und Mechatronik. <https://rmc.dlr.de/sr/de/staff/dirk.zimmer/VirtualPhysics>.

# 14 Anhänge

## 14.1 Allgemeine Getriebedaten

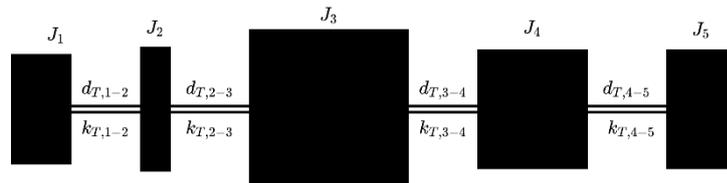
<u>Anfrage Hubgetriebe</u>			
Fabrik-Nr.: 56528 / Kran 684		erstellt am : 25.01.2017	
Baugruppe 232		Bearbeiter : Blschoff	
eingesetzte Motorbaugröße	315 M	vorh.P=	132 kW bei 100% ED
Anzahl der Motoren	nm=	2	
Motorsteuerung	Umrichter		
benötigte Leistung (Motor)	P1=	140,29 kW	
Anlaufmoment je Antrieb (Motor)	Mmax=	699,37 Nm	
Antriebsdrehzahl	n1=	1490 U/min	
Abtriebsdrehzahl	n2=	19,10 U/min	
notw. Übersetzung	i=	78,02	
benötigte Stückzahl	1		
Einstufung nach FEM 1.001	L3	T6	M7
Hubwerkstyp DIN EN 13001-2	HD4		
Hubklasse DIN EN 13001-2	HC3		
Lastmoment am Abtrieb	Tl=	67367,0 Nm	Dynamikbeiwert (Lastkombination A1,B1) $\phi zA= 1,20$
Nutzlast (Hublast)	40000 kg		Dynamikbeiwert (Lastkombination C1) $\phi zC= 1,25$
Masse des Tragmittel (fest eingesichert)	24000 kg		
Totlast (nicht fest eingesichert)	0 kg		Trägheitsmoment Motor 2,3 kam <sup>2</sup>
Seileinsicherung	4x4/1		Trägheitsmoment Kupplung 0,12 kam <sup>2</sup>
Trommeldurchmesser	Dtr=	800 mm	Trägheitsmoment Bremsstrommel 0,3871 kam <sup>2</sup>
vorh. Hubgeschwindigkeit	v=	12,0 m/min	Trägheitsmoment Trommelkupplung 4 kam <sup>2</sup>
Einschaltdauer (Motor)	ED=	60 %	Trägheitsmoment Trommel 737,91 kam <sup>2</sup>
max. Umgebungstemperatur	80 °C		
min. Umgebungstemperatur	0 °C		
Einsatzort	in der Halle		Wirkungsgrad Trommel 0,9604
			Wirkungsgrad Flaschenzug 0,97
<b>Belastung der Antriebswelle</b>			
Doppelbackenbremse			
Radiallast	FR1=	0 N	
Abstand zur Schulter	Lf1=	0 mm	
Winkel	Phi1=	0 °	
Bremsmoment	MB1=	1100 Nm	(Haltebremse, Not-Aus)
Bremszeit	tb =	1,0 s	
Durchmesser Bremsstrommel	dB=	315 mm	
<b>Belastung der Abtriebswelle</b>			
durch Seiltrommel		durch Sicherheitsbremse	
Radiallast	FR1=	38528 N	Bremsmoment 197120 Nm
Abstand zur Schulter	Lf1=	65 mm	Brems Scheibendurchmesser 1120 mm
Winkel	Phi1=	0 °	Ansprechdrehzahl 21 U/min
			Bremszeit 0,72 s
<b>eingesetztes Getriebe</b>			
GTL- Planetengetriebe SP 930x78/146			
Schweißgehäuse spannungsarm gegläht			
Zahnräder einsatzgehärtet			
Ohne Ölablaß - nur Blindstopfen			
Getriebe geräuscharm nach DIN1449-2 (85dB)			
Getriebe mind.für 40000 Vollastbetriebsstunden ausgelegt			
Werkstoffe mit Materialatest 3.1			
Rissprüfung der Wellenenden und Verzahnungsteile mittels Ultraschall			
<b>Berechnungsgrundlagen:</b>			
Sicherheit gegen bleibende Verformung bei Sonderlastfällen (Komponentenausfall in der Triebwerkskette, einfallen der Sicherheitsbremse) $s \geq 1,5$			
Sicherheit der Wellen nach DIN743 -Dauerbruch $s \geq 2,5$			
Verzahnung nach DIN3990 Zahnfuß Sicherheit gegen Dauerbruch $s \geq 1,5$			
Zahnflanke Sicherheit gegen Pittingbildung $s \geq 1,2$			
Fresstragfähigkeit $s \geq 2,5$			
Lebensdauer der Wälzlager n.DIN ISO 281 mindestens $L_{n=10} = 40.000h$ (Einstufung beachten)			
Die Sicherheitsbremse ist statisch zu betrachten			

## 14.2 Wellendatenblätter

HÜ = Hülse VW = Vollwelle KW = Keilwelle WmN = Welle mit Nut

**Bezeichnung** SP970-301

**Ersatzschaltung**



**Dichte [kg/m³]** 7850

<b>Trägheitsmomente</b> [kg.m²]	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$J_5$
	0.009003	0.004441	0.207	0.063133	0.03384

<b>Berechnung der Steifigkeit nach</b>	HÜ	VW	KW	WmN	HÜ

<b>Zusatzlänge <math>\Delta l_i</math> [mm]</b>	6.22	-0.81	-6.43	1.03	0

<b>Torsionssteifigkeit</b> [Nm/rad]	$k_{Tk,1}^*$	$k_{Tk,2}^*$	$k_{Tk,3}^*$	$k_{Tk,4}^*$	$k_{Tk,5}^*$
	25051076	455335872	102696004	56369176	155032242

<b>Gesamtsteifigkeit</b> {inkl. Korrekturfaktor} [Nm/rad]	$k_{T,1-2} = 16621304 \{ 0.7 \}$	$k_{T,2-3} = 83796601 \{ 1 \}$	$k_{T,3-4} = 36393188 \{ 1 \}$	$k_{T,4-5} = 62007908 \{ 1.5 \}$

<b>Torsionsdämpfung</b> [Nm.s/rad]	$d_{T,1-2} = 8.3$	$d_{T,2-3} = 11$	$d_{T,3-4} = 32.8$	$d_{T,4-5} = 22.4$

**Steifigkeit Passfeder** 9680000 Nm/rad

**Dämpfungskoeffizient** 169 Nm.s/rad

<b>Eigenfrequenzen [Hz]</b>	<b>Eigenmode</b>	<b>FFT</b>	<b>Eigenwert</b>	<b>Modalanalyse FEM</b>
	1.	0	1.1264e-04	0
	2.	3449	3452	3573
	3.	7250	7251	6450
	4.	7445	7444	8692
	5.	-	25242	25688

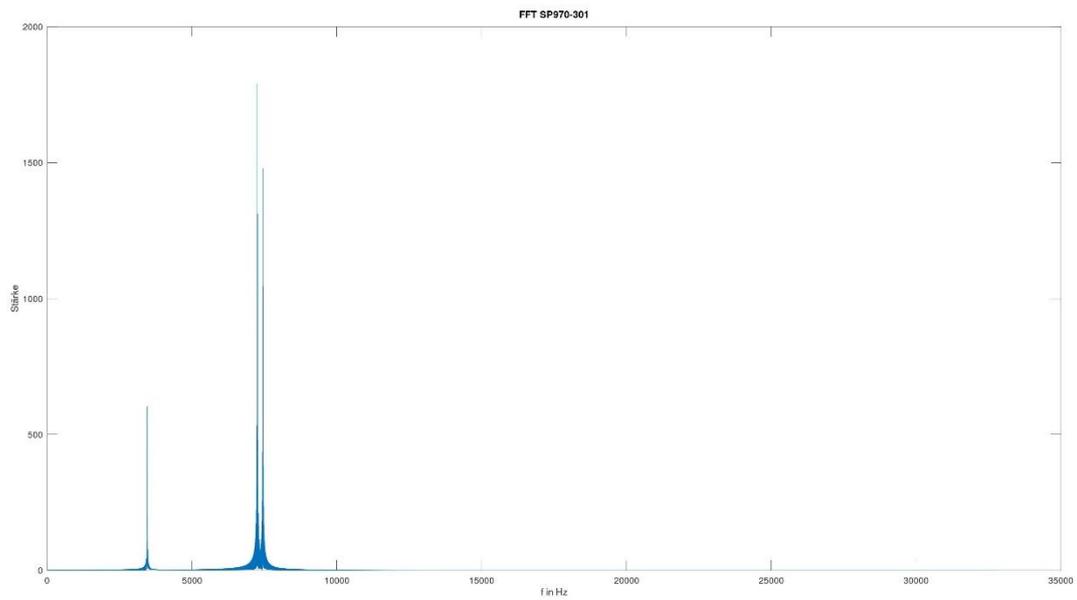
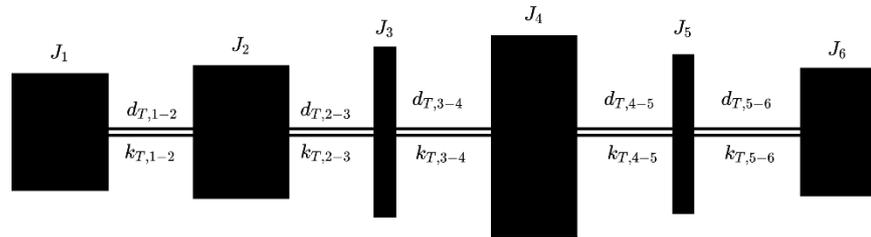


Abbildung 34: Frequenzspektrum SP970-301, ungedämpft

Bezeichnung SP970-302

Ersatzschaltung



Dichte [kg/m³] 7850

Trägheitsmomente [kg.m²]	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$J_5$	$J_6$
	0.00182915	0.00702567	0.004722	0.025649	0.002452	0.00354213

Berechnung der Steifigkeit nach	HÜ	WmN	KW	KW	KW	HÜ
---------------------------------	----	-----	----	----	----	----

Zusatzlänge [mm]	$\Delta l_1$	$\Delta l_2$	$\Delta l_3$	$\Delta l_4$	$\Delta l_5$	$\Delta l_6$
	5	-4	-1	0	-2	2

Torsionssteifigkeit [Nm/rad]	$k_{Tk,1}^*$	$k_{Tk,2}^*$	$k_{Tk,3}^*$	$k_{Tk,4}^*$	$k_{Tk,5}^*$	$k_{Tk,6}^*$
	9538146	18647470	145486303	31336301	313355114	31691512

Gesamtsteifigkeit {inkl. Korrekturfaktor} [Nm/rad]	$k_{T,1-2} = 8834549 \{1.4\}$	$k_{T,2-3} = 13223124 \{0.8\}$	$k_{T,3-4} = 25782917 \{1\}$	$k_{T,4-5} = 19941237 \{0.7\}$	$k_{T,5-6} = 28780740 \{1\}$
--	-------------------------------	--------------------------------	------------------------------	--------------------------------	------------------------------

Torsionsdämpfung [Nm.s/rad]	$d_{T,1-2} = 2.3$	$d_{T,2-3} = 7.8$	$d_{T,3-4} = 5.2$	$d_{T,4-5} = 7$	$d_{T,5-6} = 3.6$
-----------------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-----------------	-------------------

Steifigkeit Passfeder 1736438 [Nm/rad]

Dämpfungskoeffizient Passfeder 27.6 [Nm.s/rad]

<b>Eigenfrequenzen [Hz]</b>	<b>Eigenmode</b>	<b>FFT</b>	<b>Eigenwert</b>	<b>Modalanalyse FEM</b>
	1.	0	1.3443e-04	0
	2.	5574	5575	5306
	3.	9879	9874	8935
	4.	10984	10982	12712

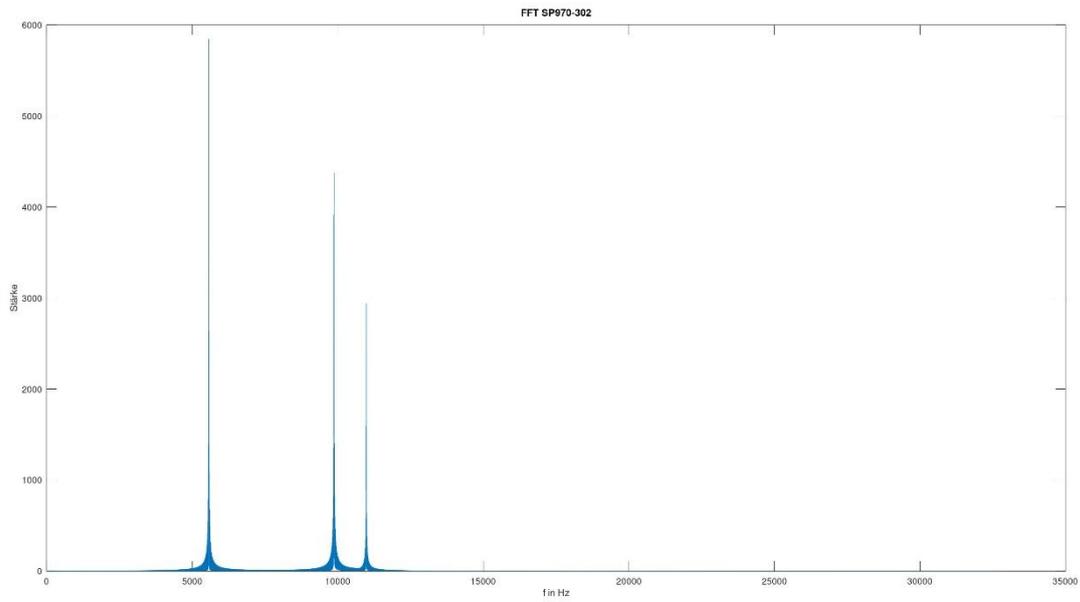
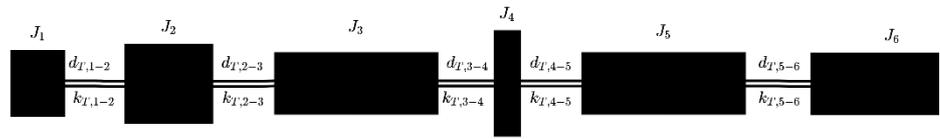


Abbildung 35: Frequenzspektrum SP970-302, ungedämpft

**Bezeichnung** SP970-303

**Ersatzschaltung**



**Dichte [kg/m<sup>3</sup>]** 7850

**Trägheitsmomente**

**[kg.m<sup>2</sup>]**

$J_1$	$J_2$	$J_3$
0.00000511774	0.000442189	0.000616538
$J_4$	$J_5$	$J_6$
0.000129297	0.000428686	0.000529837

**Berechnung der Steifigkeit nach**

VW      KW      VW      VW      VW      WmN

**Zusatzlänge**

**[mm]**

$\Delta l_1$	$\Delta l_2$	$\Delta l_3$	$\Delta l_4$	$\Delta l_5$	$\Delta l_6$
3.16	-3.16	0	0	0	0

**Torsionssteifigkeit [Nm/rad]**

$k_{Tk,1}^*$	$k_{Tk,2}^*$	$k_{Tk,3}^*$
265591	2869740	774365
$k_{Tk,4}^*$	$k_{Tk,5}^*$	$k_{Tk,6}^*$
26606989	1113696	617216

**Gesamtsteifigkeit {inkl. Korrekturfaktor} [Nm/rad]**

$k_{T,1-2} = 170165 \{0.7\}$	$k_{T,2-3} = 975703 \{1.6\}$
$k_{T,3-4} = 790089 \{1.05\}$	$k_{T,4-5} = 1336188 \{1.25\}$
$k_{T,5-6} = 416983 \{1.05\}$	

**Torsionsdämpfung [Nm.s/rad]**

$d_{T,1-2} = 0.019$	$d_{T,2-3} = 0.294$
$d_{T,3-4} = 0.648$	$d_{T,4-5} = 0.193$
$d_{T,5-6} = 0.174$	

**Steifigkeit Passfeder** 351562 Nm/rad  
**Dämpfungskoeffizient Passfeder** 2.74 Nm.s/rad

<b>Eigenfrequenzen [Hz]</b>	<u>Eigenmode</u>	<u>FFT</u>	<u>Eigenwert</u>	<u>Modalanalyse FEM</u>
	1.	0	1.1264e-04	0
	2.	3650	3655	3838
	3.	6933	6932	7295
	4.	8988	8989	11772
	5.	20271	20266	19727
	6.	34892	34893	35204

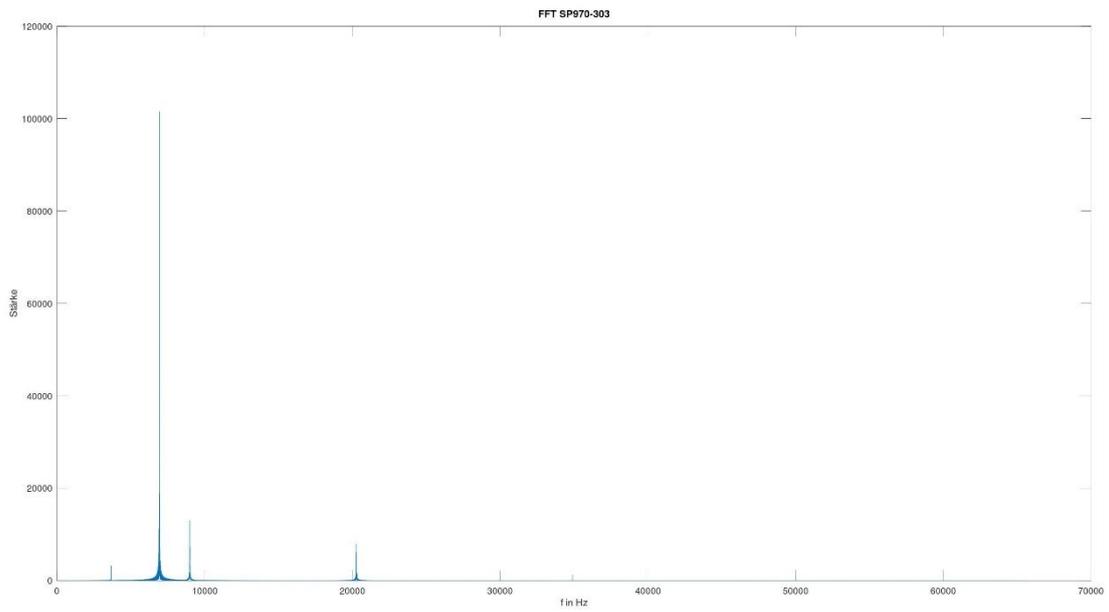
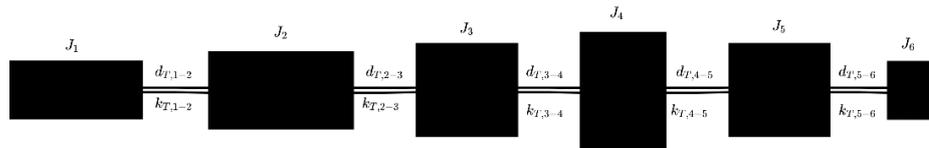


Abbildung 36: Frequenzspektrum SP970-303, ungedämpft

Bezeichnung SP970-304

Ersatzschaltung



Dichte [kg/m³] 7850

Trägheitsmomente  
[kg.m²]

$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$J_5$	$J_6$
0.00055392	0.000998791	0.00586217			
$J_4$	$J_5$	$J_6$			
0.00186193	0.00151697	0.000309386			

Berechnung der Steifigkeit nach

WmN	VW	VW	KW	VW	HÜ
$\Delta l_1$	$\Delta l_2$	$\Delta l_3$	$\Delta l_4$	$\Delta l_5$	$\Delta l_6$
2.2	1.1	-3.33	0	-3.3	3.3

Torsionssteifigkeiten  
[Nm/rad]

$k_{Tk,1}^*$	$k_{Tk,2}^*$	$k_{Tk,3}^*$
579163	2011083	2390398
$k_{Tk,4}^*$	$k_{Tk,5}^*$	$k_{Tk,5}^*$
7862669	10097153	5462076

Gesamtsteifigkeit  
{inkl. Korrekturfaktor}  
[Nm/rad]

$k_{T,1-2} = 674498 \{1.5\}$	$k_{T,2-3} = 764539 \{0.7\}$
$k_{T,3-4} = 2566342 \{1.4\}$	$k_{T,4-5} = 5746591 \{1.3\}$
$k_{T,5-6} = 3544611 \{1\}$	

Torsionsdämpfung  
[Nm.s/rad]

$d_{T,1-2} = 0.283$	$d_{T,2-3} = 0.723$
$d_{T,3-4} = 1.578$	$d_{T,4-5} = 1.42$
$d_{T,5-6} = 0.58$	

Steifigkeit Passfeder  
Dämpfungskoeffizient

351562 Nm/rad  
6.2 Nm.s/rad

<b>Eigenfrequenzen [Hz]</b>	<b>Eigenmode</b>	<b>FFT</b>	<b>Eigenwert</b>	<b>Modalanalyse FEM</b>
	1.	0	2.1361	0
	2.	3425	3427	3346
	3.	4511	4513	5188
	4.	7099	7103	7938
	5.	11388	11386	10214
	6.	19196	19194	18790

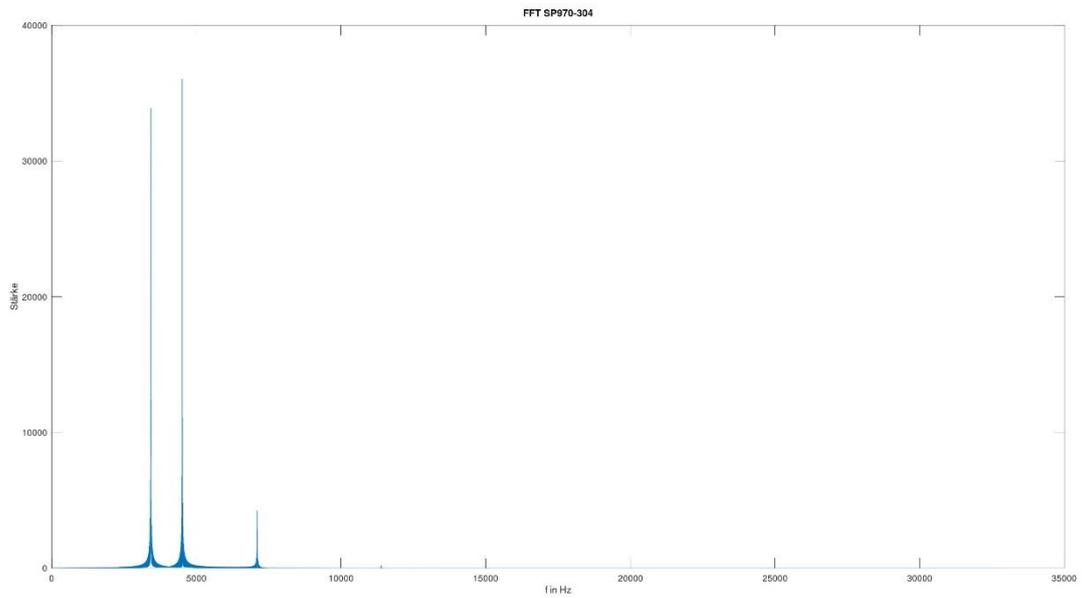
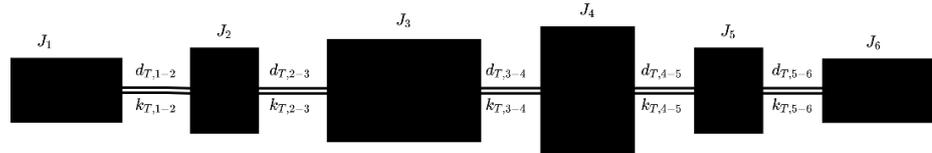


Abbildung 37: Frequenzspektrum SP970-304, ungedämpft

Bezeichnung SP970-601

Ersatzschaltung



Dichte [kg/m<sup>3</sup>] 7850

Trägheitsmomente [kg.m <sup>2</sup> ]	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$J_5$	$J_6$
	0.194165	0.151668	0.397176	0.350296	0.151668	0.194165

Berechnung der Steifigkeit nach	WmN	VW	WmN	VW	VW	WmN
Zusatzlänge [mm]	$\Delta l_1$	$\Delta l_2$	$\Delta l_3$	$\Delta l_4$	$\Delta l_5$	$\Delta l_6$
	4.75	0.05	-13.6	4.05	4.75	

Torsionssteifigkeit [Nm/rad]	$k_{Tk,1}^*$	$k_{Tk,2}^*$	$k_{Tk,3}^*$	$k_{Tk,4}^*$	$k_{Tk,5}^*$	$k_{Tk,5}^*$
	56998347	206135067	119026310	479551225	193555884	56998347

Gesamtsteifigkeit {inkl. Korrekturfaktor} [Nm/rad]	$k_{T,1-2} = 58047229 \{1.3\}$	$k_{T,2-3} = 98093278 \{1.3\}$	$k_{T,3-4} = 123965522 \{1.3\}$	$k_{T,4-5} = 137897758 \{1\}$	$k_{T,5-6} = 57241400 \{1.3\}$
--	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------------	-------------------------------	--------------------------------

Torsionsdämpfung [Nm.s/rad]	$d_{T,1-2} = 98.33$	$d_{T,2-3} = 53.48$	$d_{T,3-4} = 95.76$	$d_{T,4-5} = 65.72$	$d_{T,5-6} = 66.06$
-----------------------------	---------------------	---------------------	---------------------	---------------------	---------------------

Steifigkeit Passfeder	Zahnrad: 38115000 Nm/rad
Dämpfungskoeffizient	Seiltrommel: je 55687500 Nm/rad Zahnrad: 727 Nm.s/rad Seiltrommeln: 2320 Nm.s/rad

<b>Eigenfrequenzen [Hz]</b>	<u>Eigenmode</u>	<u>FFT</u>	<u>Eigenwert</u>	<u>Modalanalyse FEM</u>
	1.	0	1.3267e-01	0
	2.	1671	1673	1882
	3.	2461	2464	2858
	4.	3610	3614	4163
	5.	5127	5132	5978
	6.	6445	6442	7123

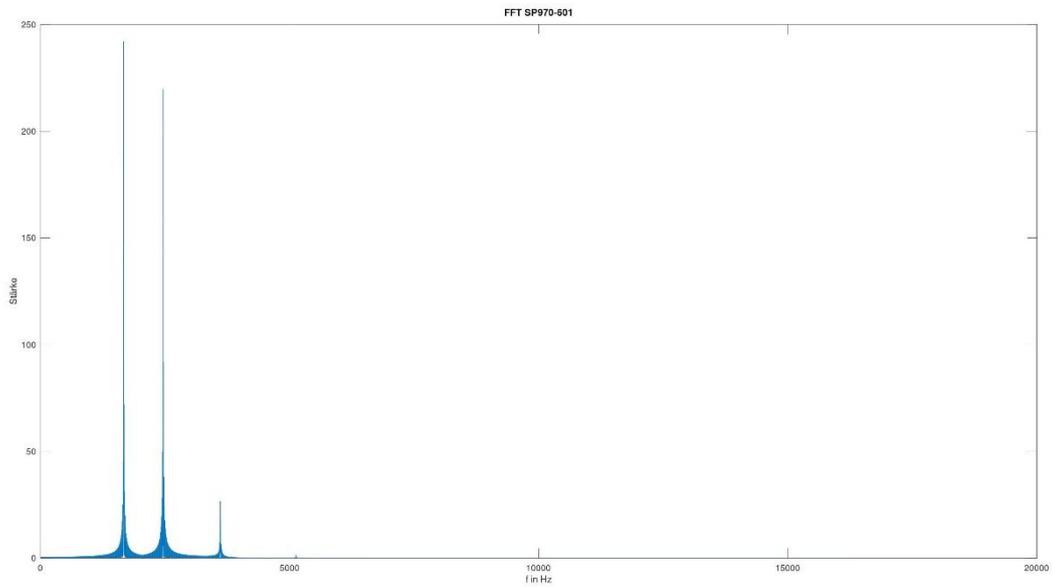
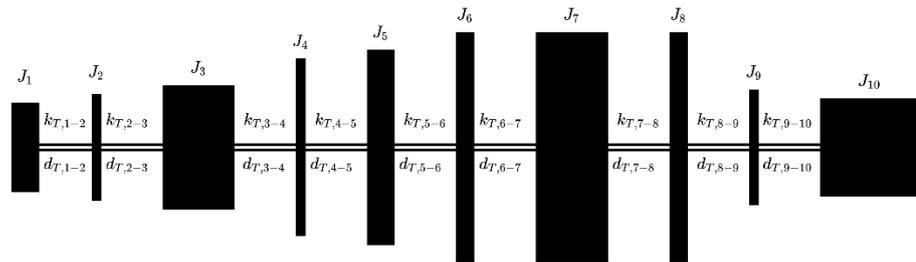


Abbildung 38: Frequenzspektrum SP970-601, ungedämpft

Bezeichnung SP970-602PT

Ersatzschaltung



Dichte [kg/m<sup>3</sup>] 7850

Trägheitsmomente [kg.m <sup>2</sup> ]	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$J_5$
	0.00201998	0.00025026	0.00868822	0.00170338	0.00975382
	$J_6$	$J_7$	$J_8$	$J_9$	$J_{10}$
	0.0340852	0.034	0.0340402	0.000363102	0.00474827

Berechnung der Steifigkeit nach HÜ VW WmN VW VW HÜ VW HÜ HÜ HÜ

Zusatzlänge [mm]	$\Delta l_1$	$\Delta l_2$	$\Delta l_3$	$\Delta l_4$	$\Delta l_5$	$\Delta l_6$	$\Delta l_7$	$\Delta l_8$	$\Delta l_9$	$\Delta l_{10}$
	4.3	0	3.45	0	4.9	-2.6	-20	-3.2	0	13.2

Torsionssteifigkeit [Nm/rad]	$k_{Tk,1}^*$	$k_{Tk,2}^*$	$k_{Tk,3}^*$	$k_{Tk,4}^*$	$k_{Tk,5}^*$
	21382397	572209770	18327137	1402096294	230707455
	$k_{Tk,6}^*$	$k_{Tk,7}^*$	$k_{Tk,8}^*$	$k_{Tk,9}^*$	$k_{Tk,10}^*$
	2692076976	1433519945	2925997554	830218722	15640040

Gesamtsteifigkeit {inkl. Korrekturfaktor} [Nm/rad]  
 $k_{T,1-2} = 20612160\{1\}$      $k_{T,2-3} = 21310033\{1.2\}$      $k_{T,3-4} = 18090670\{1\}$   
 $k_{T,4-5} = 198109581\{1\}$      $k_{T,5-6} = 212496762\{1\}$      $k_{T,6-7} = 935415192\{1\}$   
 $k_{T,7-8} = 962142222\{1\}$      $k_{T,8-9} = 646719404\{1\}$      $k_{T,9-10} = 1995611\{1.3\}$

Torsionsdämpfung [Nm.s/rad]  
 $d_{T,1-2} = 0.989$      $d_{T,2-3} = 5.193$      $d_{T,3-4} = 9.590$   
 $d_{T,4-5} = 10.252$      $d_{T,5-6} = 32.184$      $d_{T,6-7} = 64.181$   
 $d_{T,7-8} = 102.306$      $d_{T,8-9} = 9.497$      $d_{T,9-10} = 6.164$

Steifigkeit Passfeder 1905750 Nm/rad  
Dämpfungskoeffizient 26.5 Nm.s/rad

<b>Eigenfrequenzen [Hz]</b>	<b>Eigenmode</b>	<b>FFT</b>	<b>Eigenwert</b>	<b>Modalanalyse FEM</b>
	1.	0	0	0
	2.	5969	5744	5997
	3.	9091	8999	8103
	4.	12490	12483	10039
	5.	20993	21560	22607
	6.	29914	29221	-
	7.	-	43675	-
	8.	-	61499	-
	9.	-	63638	-
	10.	-	335310	-

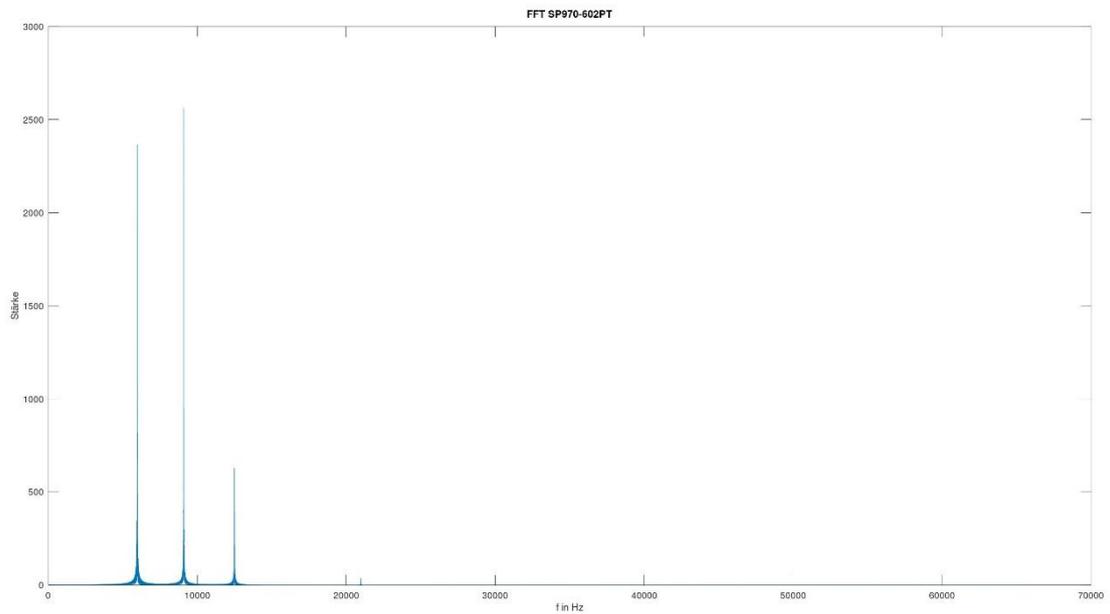


Abbildung 39: Frequenzspektrum SP970-602PT, ungedämpft

## 14.3 Lagerreibmomente in Abhängigkeit der Drehzahl

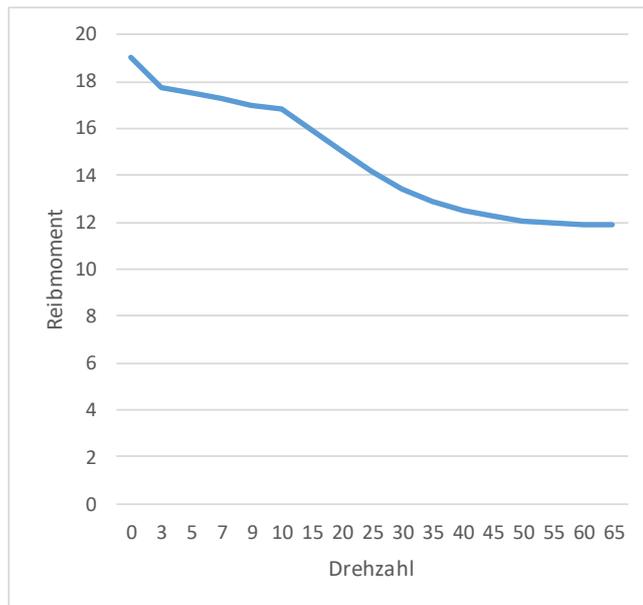
### Betriebsbedingungen

Wellen- und Lagertemperaturen: 60°C

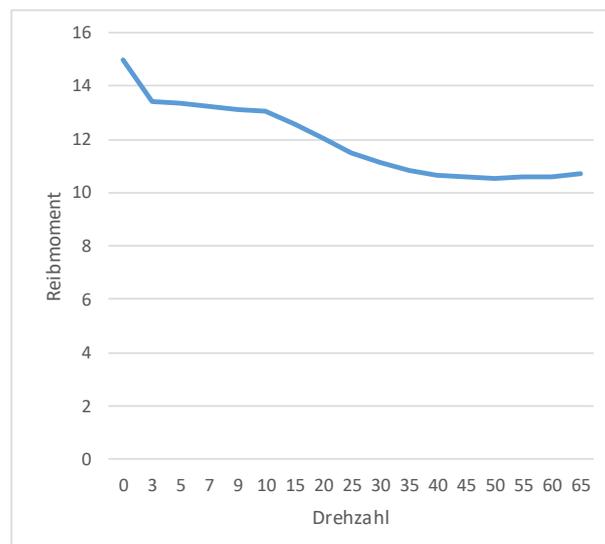
Gehäusetemperatur: 30°C

Schmierung: Ölnebel/Ölbad, VG460, unterster Wälzkörper ganz in Öl, keine Filterung

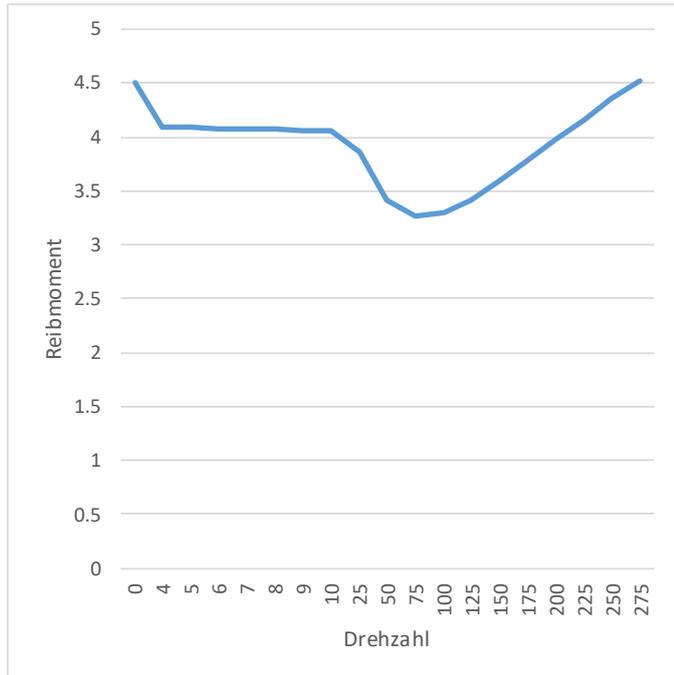
Lager	n [1/min]	w [rad/s]	M <sub>R</sub> [Nm]
301-01	0	0.00	19
	3	0.31	17.724
	5	0.52	17.488
	7	0.73	17.247
	9	0.94	16.999
	10	1.05	16.858
	15	1.57	15.91
	20	2.09	14.981
	25	2.62	14.181
	30	3.14	13.449
	35	3.67	12.902
	40	4.19	12.524
	45	4.71	12.245
	50	5.24	12.064
	55	5.76	11.956
	60	6.28	11.908
65	6.81	11.905	



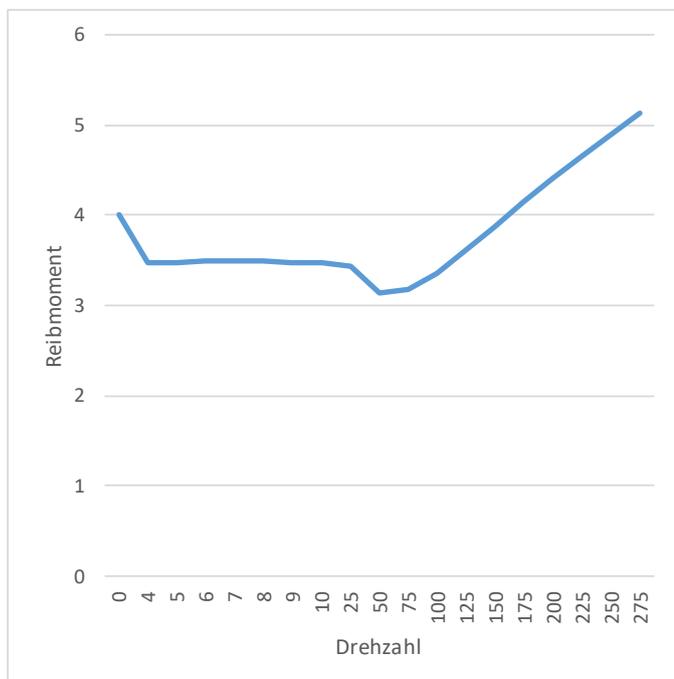
Lager	n [min <sup>-1</sup> ]	w [rad/s]	M <sub>R</sub> [Nm]
301-02	0	0.00	15
	3	0.31	13.451
	5	0.52	13.36
	7	0.73	13.242
	9	0.94	13.119
	10	1.05	13.049
	15	1.57	12.574
	20	2.09	12.022
	25	2.62	11.53
	30	3.14	11.14
	35	3.67	10.862
	40	4.19	10.685
	45	4.71	10.59
	50	5.24	10.557
	55	5.76	10.574
	60	6.28	10.629
65	6.81	10.715	



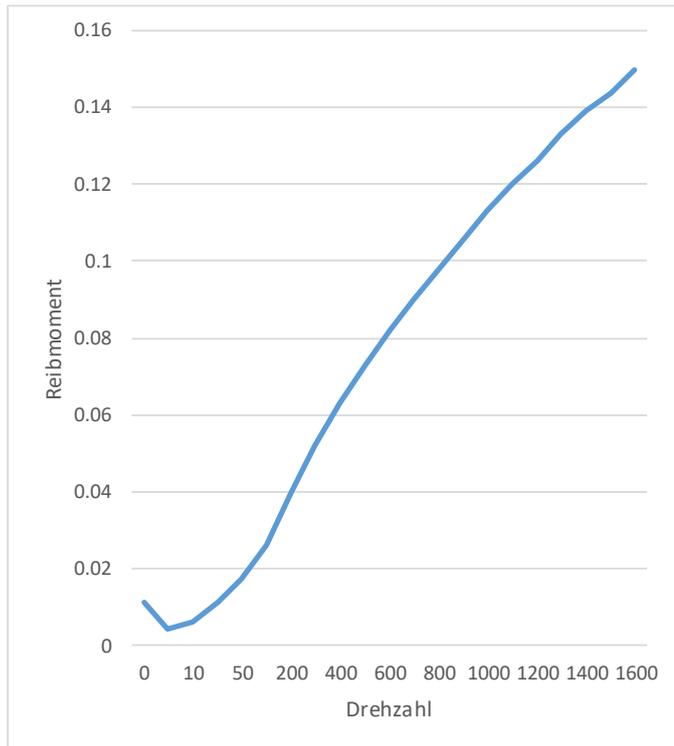
Lager	n [1/min]	w [rad/s]	M_R [Nm]
302-01	0	0.00	4.5
	4	0.42	4.093
	5	0.52	4.09
	6	0.63	4.085
	7	0.73	4.08
	8	0.84	4.074
	9	0.94	4.068
	10	1.05	4.061
	25	2.62	3.855
	50	5.24	3.413
	75	7.85	3.27
	100	10.47	3.295
	125	13.09	3.424
	150	15.71	3.596
	175	18.33	3.786
	200	20.94	3.978
	225	23.56	4.168
	250	26.18	4.353
	275	28.80	4.53



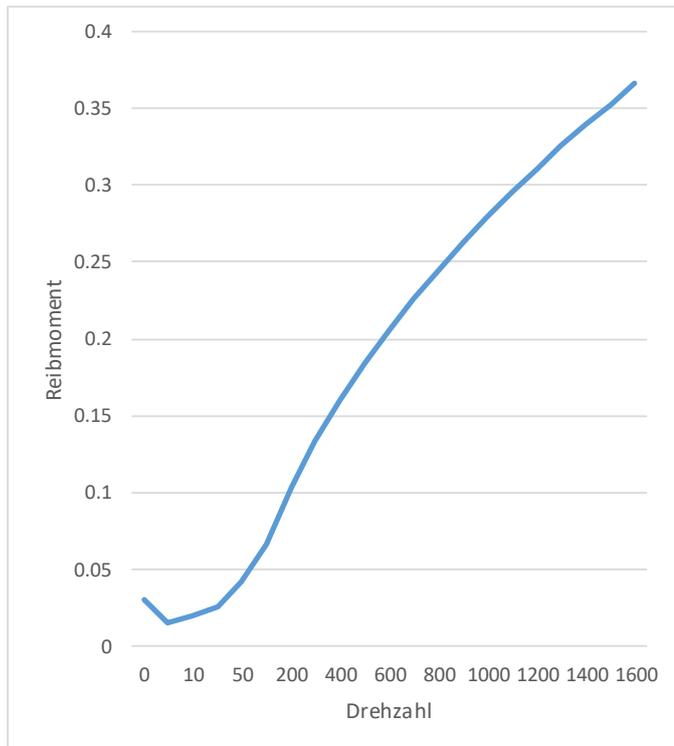
Lager	n [1/min]	w [rad/s]	M_R [Nm]
302-02	0	0.00	4
	4	0.42	3.477
	5	0.52	3.481
	6	0.63	3.487
	7	0.73	3.486
	8	0.84	3.486
	9	0.94	3.483
	10	1.05	3.48
	25	2.62	3.426
	50	5.24	3.148
	75	7.85	3.175
	100	10.47	3.362
	125	13.09	3.611
	150	15.71	3.879
	175	18.33	4.148
	200	20.94	4.411
	225	23.56	4.664
	250	26.18	4.906
	275	28.80	5.139



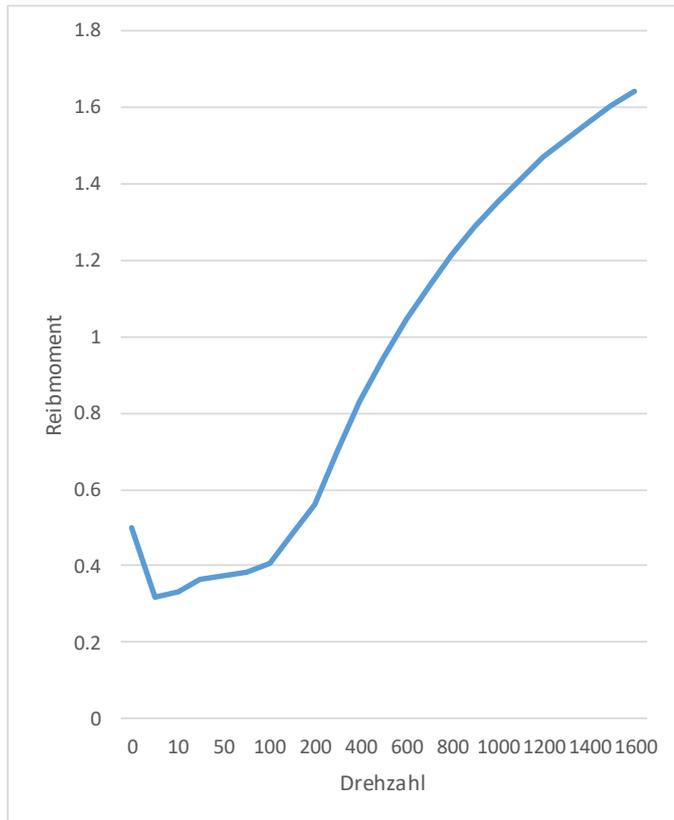
Lager	n [1/min]	w [rad/s]	M <sub>R</sub> [Nm]
303-01	0	0.00	0.011
	5	0.52	0.004
	10	1.05	0.006
	25	2.62	0.011
	50	5.24	0.017
	100	10.47	0.026
	200	20.94	0.04
	300	31.42	0.052
	400	41.89	0.063
	500	52.36	0.073
	600	62.83	0.082
	700	73.30	0.09
	800	83.78	0.098
	900	94.25	0.106
	1000	104.72	0.113
	1100	115.19	0.12
	1200	125.66	0.126
1300	136.14	0.133	
1400	146.61	0.139	
1500	157.08	0.144	
1600	167.55	0.15	



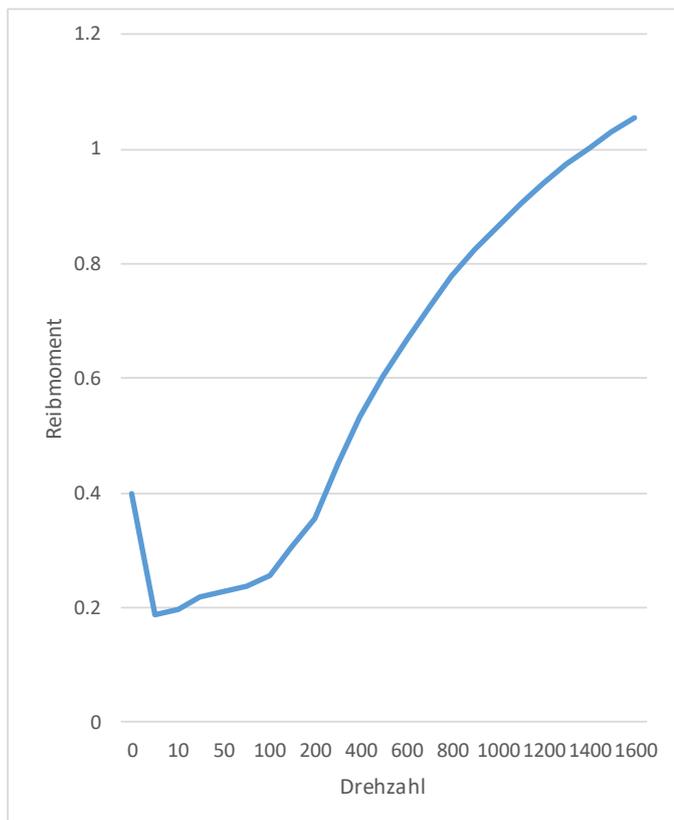
Lager	n [1/min]	w [rad/s]	M <sub>R</sub> [Nm]
303-02	0	0.00	0.03
	5	0.52	0.015
	10	1.05	0.02
	25	2.62	0.026
	50	5.24	0.042
	100	10.47	0.066
	200	20.94	0.103
	300	31.42	0.133
	400	41.89	0.16
	500	52.36	0.184
	600	62.83	0.206
	700	73.30	0.226
	800	83.78	0.245
	900	94.25	0.263
	1000	104.72	0.28
	1100	115.19	0.296
	1200	125.66	0.311
1300	136.14	0.326	
1400	146.61	0.34	
1500	157.08	0.353	
1600	167.55	0.366	



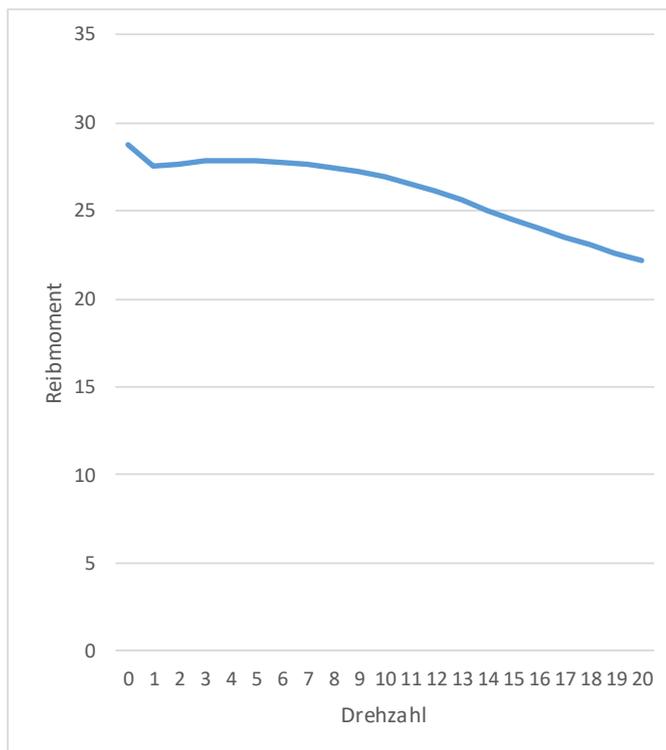
Lager	n [1/min]	w [rad/s]	M <sub>R</sub> [Nm]
304-01	0	0.00	0.5
	5	0.52	0.317
	10	1.05	0.333
	25	2.62	0.366
	50	5.24	0.372
	75	7.85	0.382
	100	10.47	0.409
	150	15.71	0.482
	200	20.94	0.561
	300	31.42	0.706
	400	41.89	0.833
	500	52.36	0.945
	600	62.83	1.044
	700	73.30	1.133
	800	83.78	1.214
	900	94.25	1.287
	1000	104.72	1.353
	1100	115.19	1.414
	1200	125.66	1.468
	1300	136.14	1.518
	1400	146.61	1.563
	1500	157.08	1.605
	1600	167.55	1.642



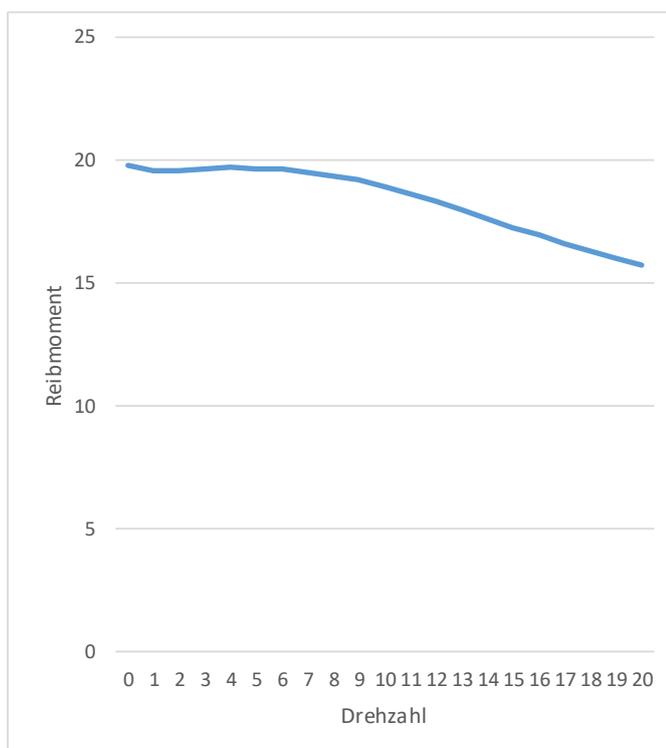
Lager	n [1/min]	w [rad/s]	M <sub>R</sub> [Nm]
304-02	0	0.00	0.4
	5	0.52	0.186
	10	1.05	0.197
	25	2.62	0.22
	50	5.24	0.228
	75	7.85	0.238
	100	10.47	0.257
	150	15.71	0.306
	200	20.94	0.356
	300	31.42	0.45
	400	41.89	0.532
	500	52.36	0.603
	600	62.83	0.667
	700	73.30	0.725
	800	83.78	0.777
	900	94.25	0.824
	1000	104.72	0.866
	1100	115.19	0.905
	1200	125.66	0.941
	1300	136.14	0.973
	1400	146.61	1.002
	1500	157.08	1.029
	1600	167.55	1.053



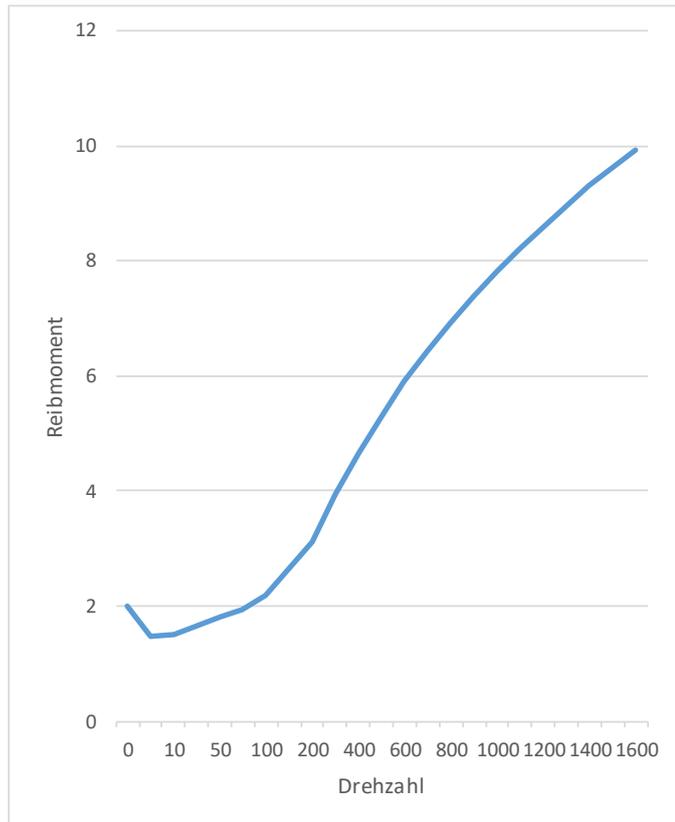
Lager	n [1/min]	w [rad/s]	M <sub>R</sub> [Nm]
601-01	0	0.00	28.7
	1	0.10	27.5
	2	0.21	27.636
	3	0.31	27.791
	4	0.42	27.854
	5	0.52	27.843
	6	0.63	27.775
	7	0.73	27.645
	8	0.84	27.472
	9	0.94	27.24
	10	1.05	26.924
	11	1.15	26.536
	12	1.26	26.081
	13	1.36	25.575
	14	1.47	25.04
	15	1.57	24.528
	16	1.68	24.016
	17	1.78	23.52
	18	1.88	23.049
	19	1.99	22.604
	20	2.09	22.184



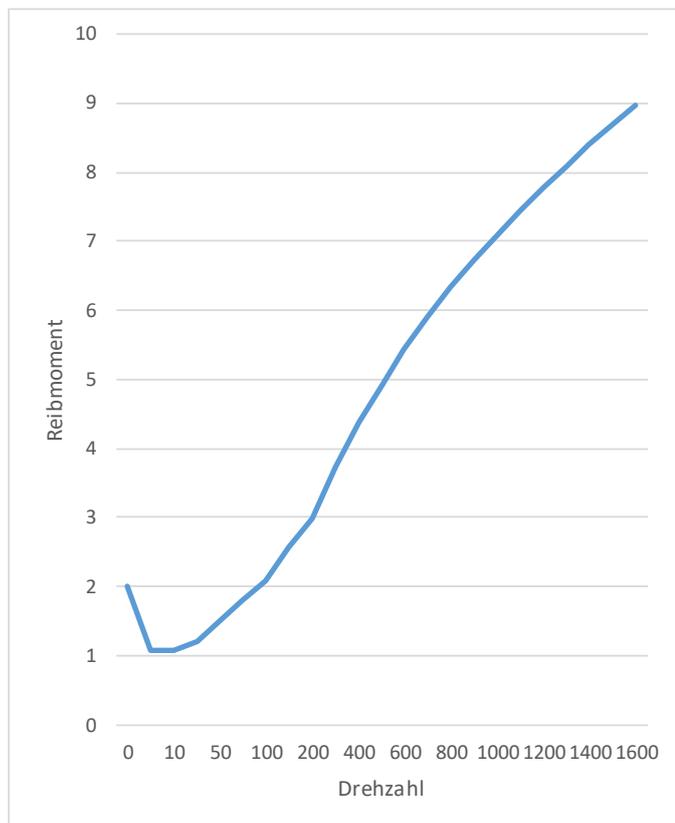
Lager	n [1/min]	w [rad/s]	M <sub>R</sub> [Nm]
601-02	0	0.00	19.8
	1	0.10	19.55
	2	0.21	19.593
	3	0.31	19.68
	4	0.42	19.706
	5	0.52	19.684
	6	0.63	19.616
	7	0.73	19.514
	8	0.84	19.38
	9	0.94	19.192
	10	1.05	18.952
	11	1.15	18.663
	12	1.26	18.336
	13	1.36	17.972
	14	1.47	17.604
	15	1.57	17.27
	16	1.68	16.941
	17	1.78	16.623
	18	1.88	16.319
	19	1.99	16.03
	20	2.09	15.758



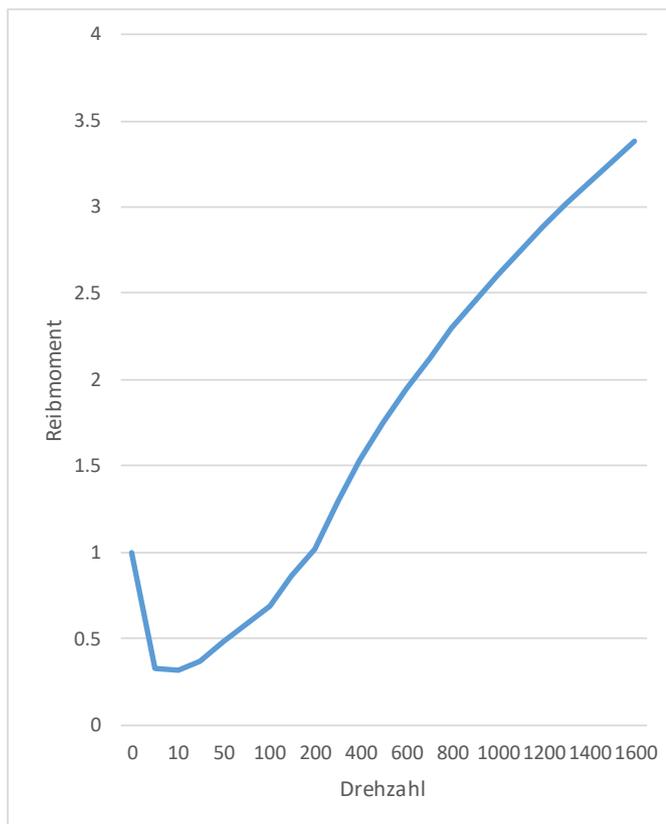
Lager	n [1/min]	w [rad/s]	M <sub>R</sub> [Nm]
602PT-01	0	0.00	2
	5	0.52	1.481
	10	1.05	1.509
	25	2.62	1.666
	50	5.24	1.821
	75	7.85	1.9276
	100	10.47	2.186
	150	15.71	2.653
	200	20.94	3.112
	300	31.42	3.942
	400	41.89	4.666
	500	52.36	5.311
	600	62.83	5.896
	700	73.30	6.432
	800	83.78	6.927
	900	94.25	7.386
	1000	104.72	7.816
	1100	115.19	8.219
	1200	125.66	8.599
	1300	136.14	8.958
	1400	146.61	9.299
	1500	157.08	9.624
	1600	167.55	9.934



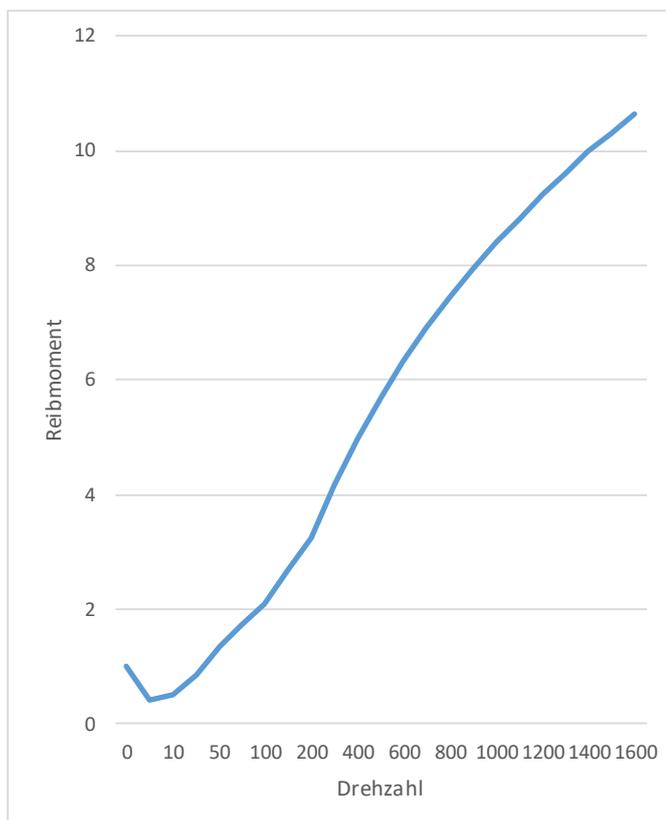
Lager	n [1/min]	w [rad/s]	M <sub>R</sub> [Nm]
602PT-02	0	0.00	2
	5	0.52	1.081
	10	1.05	1.06
	25	2.62	1.192
	50	5.24	1.501
	75	7.85	1.797
	100	10.47	2.07
	150	15.71	2.557
	200	20.94	2.986
	300	31.42	3.727
	400	41.89	4.364
	500	52.36	4.928
	600	62.83	5.437
	700	73.30	5.901
	800	83.78	6.329
	900	94.25	6.727
	1000	104.72	7.1
	1100	115.19	7.45
	1200	125.66	7.782
	1300	136.14	8.097
	1400	146.61	8.398
	1500	157.08	8.686
	1600	167.55	8.963



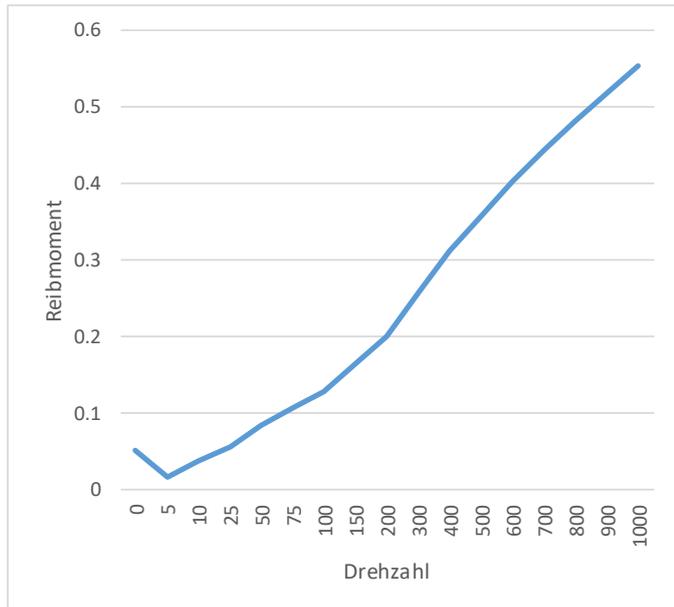
Lager	n [1/min]	w [rad/s]	M <sub>R</sub> [Nm]
602PT-03	0	0.00	1
	5	0.52	0.321
	10	1.05	0.316
	25	2.62	0.368
	50	5.24	0.482
	75	7.85	0.589
	100	10.47	0.687
	150	15.71	0.863
	200	20.94	1.019
	300	31.42	1.292
	400	41.89	1.531
	500	52.36	1.746
	600	62.83	1.943
	700	73.30	2.125
	800	83.78	2.295
	900	94.25	2.455
	1000	104.72	2.606
	1100	115.19	2.75
	1200	125.66	2.887
	1300	136.14	3.017
	1400	146.61	3.143
	1500	157.08	3.263
	1600	167.55	3.379



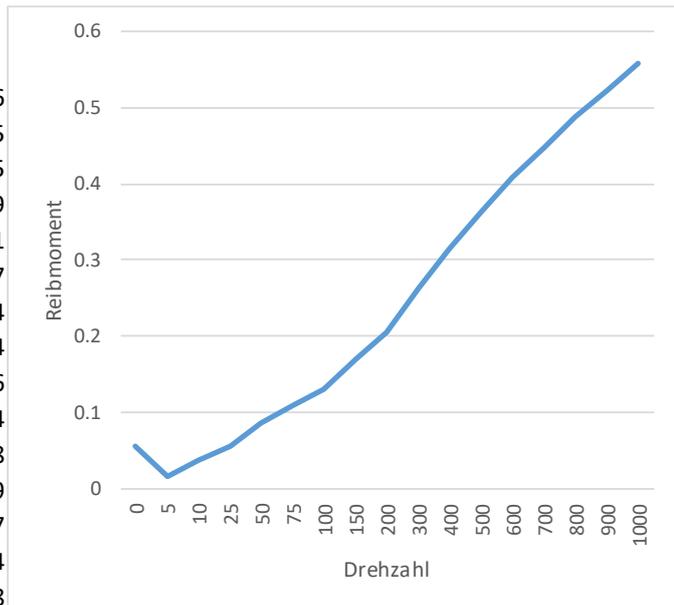
Lager	n [1/min]	w [rad/s]	M <sub>R</sub> [Nm]
602PT-04	0	0.00	1
	5	0.52	0.427
	10	1.05	0.516
	25	2.62	0.846
	50	5.24	1.331
	75	7.85	1.731
	100	10.47	2.079
	150	15.71	2.697
	200	20.94	3.238
	300	31.42	4.175
	400	41.89	4.978
	500	52.36	5.688
	600	62.83	6.326
	700	73.30	6.906
	800	83.78	7.439
	900	94.25	7.948
	1000	104.72	8.407
	1100	115.19	8.817
	1200	125.66	9.239
	1300	136.14	9.619
	1400	146.61	9.97
	1500	157.08	10.297
	1600	167.55	10.646

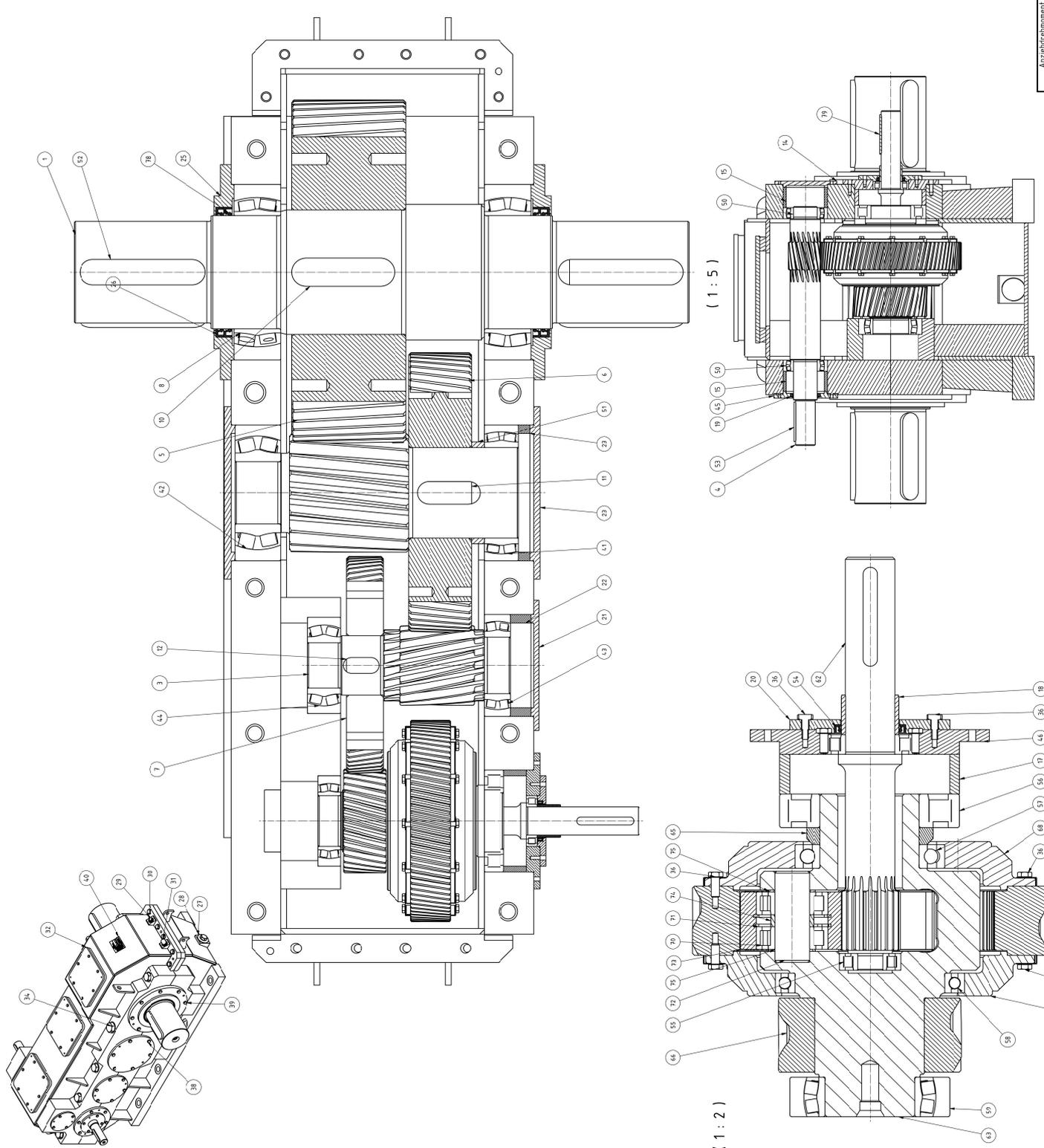


Lager	n [1/min]	w [rad/s]	M_R [Nm]
603P-01	0	0.00	0.05
	5	0.52	0.016
	10	1.05	0.036
	25	2.62	0.055
	50	5.24	0.083
	75	7.85	0.107
	100	10.47	0.128
	150	15.71	0.166
	200	20.94	0.199
	300	31.42	0.258
	400	41.89	0.311
	500	52.36	0.358
	600	62.83	0.402
	700	73.30	0.444
	800	83.78	0.482
	900	94.25	0.519
1000	104.72	0.554	



Lager	n [1/min]	w [rad/s]	M_R [Nm]
603P-02	0	0.00	0.055
	5	0.52	0.016
	10	1.05	0.036
	25	2.62	0.055
	50	5.24	0.085
	75	7.85	0.109
	100	10.47	0.131
	150	15.71	0.17
	200	20.94	0.204
	300	31.42	0.264
	400	41.89	0.316
	500	52.36	0.364
	600	62.83	0.408
	700	73.30	0.449
	800	83.78	0.487
	900	94.25	0.524
1000	104.72	0.558	





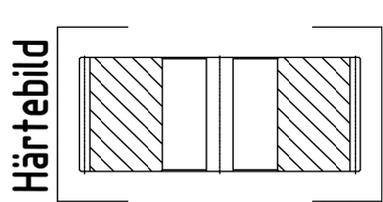
Pos.	Anz.	Name	Beschreibung	Material	Maße
86	1	Gehäuse - Oberteil	3136-SP970-0501 BI.1		422,2
85	1	Gehäuse - Unterteil	3136-SP970-0501 BI.2		513,5
84	8	Schickschraube	ISO 4017 - M8 x 80	Edelstahl, A4-70	1,7
83	18	Schickschraube	ISO 4017 - M8 x 16	Stahl, weich	0,0
82	4	Schickschraube	ISO 4017 - M8 x 25	Stahl, weich	0,0
81	12	Schickschraube	ISO 4017 - M8 x 25	Stahl, weich	0,0
80	6	Schickschraube	ISO 4017 - M12 x 25	Stahl, weich	0,0
79	1	Passfeder, DIN 6885	PF303-1	nach DIN6885	0,0
78	2	Wellendichtung	DN 3160 - A - 200 x 230 x 15 - NBR	Gummi	0,1
75	6	Abstandring	RA 3 x 35 x 2	S 355 JR	0,0
74	3	Planenut	3136-SP970-205P	8 CNiMo 7-6	1,7
73	3	Planenut	3136-SP970-403	42CrMo4 + QT	0,6
72	3	Sicherungsringe für Bohrungen	DIN 472 - 15x2,5		0,0
71	6	Zylinderrollenlager	DN 5412 SKF - SKF NU 2201 EEP		0,4
70	6	Reflexionsring	3136-SP970-302	S 355 JR	10,0
69	1	Reflexionsring	3136-SP970-301	S 355 JR	12,7
68	1	Stirnrad	3136-SP970-3501	31CrNiV9	23,0
67	1	Schlagflrad	R127 x 100 x 17	8 CNiMo 7-6	8,1
66	1	Abstandring	PF400PT-1	nach DIN6885	0,4
65	1	Planenut	3136-SP970-602PT	42CrMo4 + QT	27,6
64	1	Sonnenwelle	3136-SP970-303	BE(CNiMo)7-6-4H1	5,4
63	1	Sonnenwelle	Schwenkarm NG 2 Lagers	S 235 JR	0,0
62	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
61	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
60	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
59	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
58	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
57	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
56	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
55	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
54	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
53	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
52	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
51	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
50	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
49	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
48	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
47	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
46	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
45	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
44	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
43	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
42	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
41	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
40	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
39	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
38	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
37	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
36	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
35	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
34	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
33	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
32	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
31	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
30	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
29	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
28	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
27	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
26	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
25	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
24	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
23	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
22	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
21	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
20	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
19	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
18	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
17	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
16	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
15	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
14	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
13	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
12	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
11	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
10	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
9	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
8	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
7	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
6	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
5	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
4	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
3	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
2	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0
1	1	Wellenring	DIN 463 für NG	S 235 JR	0,0

Anzahl in Stück		1		35	
in Nm (U=0,125)		8,8		30,9	
MB 133	24	34	34		
MB 161	48	67	67		
MB 181	96	134	134		
MB 201	192	268	268		
MB 231	384	536	536		
MB 261	768	1072	1072		
MB 301	1536	2144	2144		
MB 331	3072	4288	4288		
MB 361	6144	8576	8576		
MB 391	12288	17152	17152		
MB 421	24576	34304	34304		
MB 451	49152	68608	68608		
MB 481	98304	137216	137216		
MB 511	196608	274432	274432		
MB 541	393216	548864	548864		
MB 571	786432	1097728	1097728		
MB 601	1572864	2195456	2195456		
MB 631	3145728	4390912	4390912		
MB 661	6291456	8781824	8781824		
MB 691	12582912	17563648	17563648		
MB 721	25165824	35127296	35127296		
MB 751	50331648	70254592	70254592		
MB 781	100663296	140509184	140509184		
MB 811	201326592	281018368	281018368		
MB 841	402653184	562036736	562036736		
MB 871	805306368	1124073472	1124073472		
MB 901	1610612736	2248146944	2248146944		
MB 931	3221225472	4496293888	4496293888		
MB 961	6442450944	8992587776	8992587776		
MB 991	12884901888	17985175552	17985175552		
MB 1021	25769803776	35970351104	35970351104		
MB 1051	51539607552	71940702208	71940702208		
MB 1081	103079215104	143881404416	143881404416		
MB 1111	206158430208	287762808832	287762808832		
MB 1141	412316860416	575525617664	575525617664		
MB 1171	824633720832	1151051235328	1151051235328		
MB 1201	1649267441664	2302102470656	2302102470656		
MB 1231	3298534883328	4604204941312	4604204941312		
MB 1261	6597069766656	9208409882624	9208409882624		
MB 1291	13194139533312	18416819765248	18416819765248		
MB 1321	26388279066624	36833639530496	36833639530496		
MB 1351	52776558133248	73667279060992	73667279060992		
MB 1381	105553116266496	147334580121984	147334580121984		
MB 1411	211106232532992	294669160243968	294669160243968		
MB 1441	422212465065984	589338320487936	589338320487936		
MB 1471	844424930131968	1178676640975872	1178676640975872		
MB 1501	1688849800263936	2357353281951744	2357353281951744		
MB 1531	3377699600527872	4714706563903488	4714706563903488		
MB 1561	6755399201055744	9429413127806976	9429413127806976		
MB 1591	13510798402111488	18858826255613952	18858826255613952		
MB 1621	27021596804222976	37717652511227904	37717652511227904		
MB 1651	54043193608445952	75435305022455808	75435305022455808		
MB 1681	108086387216891904	150870610044911616	150870610044911616		
MB 1711	216172774433783808	301741220089823232	301741220089823232		
MB 1741	432345548867567616	603482440179646464	603482440179646464		
MB 1771	864691097735135232	12069648035929328	12069648035929328		
MB 1801	1729382195470270464	24139296071858656	24139296071858656		
MB 1831	3458764390940540928	48278592143717312	48278592143717312		
MB 1861	6917528781881081856	96557184287434624	96557184287434624		
MB 1891	1383505756376215712	193114368754869248	193114368754869248		
MB 1921	2767011512752431424	386228737509738496	386228737509738496		
MB 1951	5534023025504862848	772457475019476992	772457475019476992		
MB 1981	11068046451009725792	1544914950038953984	1544914950038953984		
MB 2011	22136092902019451584	3089829900077907968	3089829900077907968		
MB 2041	44272185804038903168	6179659800155815936	6179659800155815936		
MB 2071	88544371608077806336	12359319600316231872	12359319600316231872		
MB 2101	177088743216155612672	24718639200632463744	24718639200632463744		
MB 2131	3541774864323112213504	49437278401264927008	49437278401264927008		
MB 2161	7083549728646224427008	98874556802529854016	98874556802529854016		
MB 2191	14167099457292448444016	197749113605159708128	197749113605159708128		
MB 2221	28334198914584896888032	395498227210319416256	395498227210319416256		
MB 2251	56668397829169793776064	790996454420638832512	790996454420638832512		
MB 2281	113336795658339587552128	1581992908841277665024	1581992908841277665024		
MB 2311	226673591316679175104256	3163985817682555330048	3163985817682555330048		
MB 2341	453347182633358350208512	6327971635365110660096	6327971635365110660096		
MB 2371	906694365266716700417152	12655943270730221320192	12655943270730221320192		
MB 2401	181338873053343340082304	2531188654146044240336	2531188654146044240336		
MB 2431	362677746106686680164608	5062377308292088480672	5062377308292088480672		
MB 2461	725355492213373360329216	1012475461658417761344	1012475461658417761344		
MB 2491	1450710984266746720658432	2024950923316835342688	2024950923316835342688		
MB 2521	2901421968533493441316864	4049901846633670685376	4049901846633670685376		
MB 2551	5802843937066986882633728	8099803693267341370752	8099803693267341370752		
MB 2581	11605687874133973765267552	16199607386534682741504	16199607386534682741504		
MB 2611	23211375748267947525135104	32399214773069364483008	32399214773069364483008		
MB 2641	46422751496535895042262016	64798429546138728966016	64798429546138728966016		
MB 2671	92845502993071790084524032	129596859092275457932032	129596859092275457932032		
MB 2701	185691005986143580161048064	259193718184550915886464	259193718184550915886464		
MB 2731	371382011972287160322196128				

**Stirnradverzahnung n. DIN 3960 bis 3967**  
**Werkstoffanforderungen n. DIN 3972**

Zähnezahl	z	58
Normalmodul [mm]	m	10
Schrägungswinkel [°]	beta	6
Schragungsrichtung		links
Bezugsprofil Werkzeug	Prof	14-6°
Profilverschiebungsfaktor	x*	0,376
Teilkreisdurchmesser [mm]	d	583,195
Kopfkreisdurchmesser [mm]	d a	609,2
Fusskreisdurchmesser [mm]	d f	564,082
Fußnutzkreis [mm]	d NF	577,369
Kopfhöhenänderung [mm]	k	-0,755
Verzahnungsqualität n. DIN 3961		6
Zahndicken-Toleranz		cd25
Messzähnezahl	k	8
Zahnweite - Nennmaß [mm]	WK	232,232
Zahnweite - Max/Min [mm]	WK	232,068 231,993
Kugel-/Rollendurchmesser [mm]	dm	18
Zweirollenmass - Nennmaß [mm]	MdR	616,757
Zweirollenmass - Max/Min [mm]	MdR	616,348 616,16
Achsabstand [mm]	a	390,001
Zähnezahl Gegenrad	z2	18

stirnseitig gekennzeichnet mit:  
 Z-Nr., z, m, x, da, beta

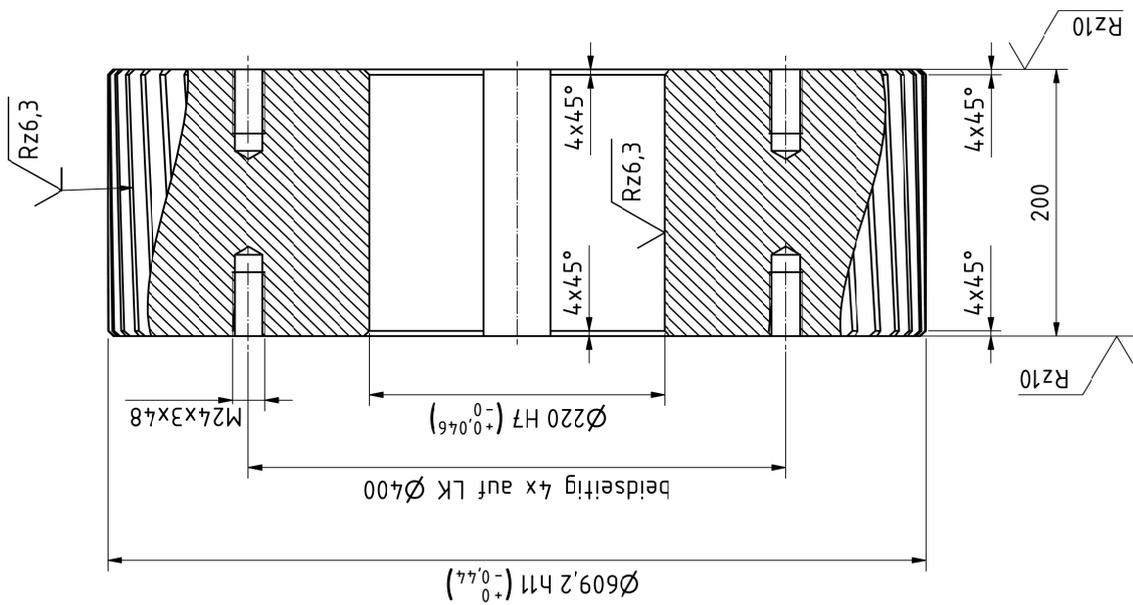
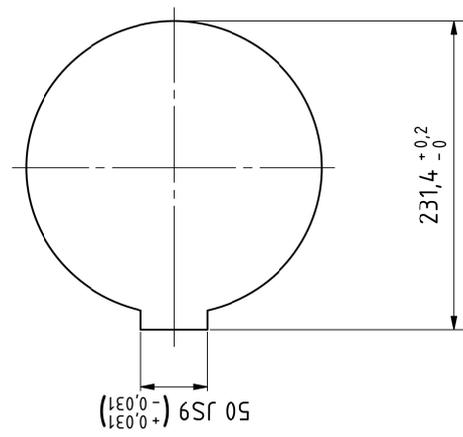
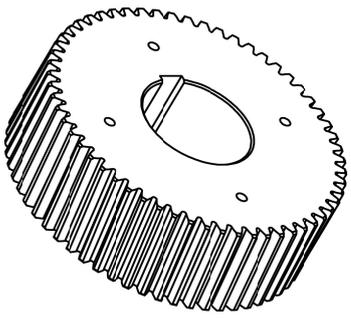


normalgeglüht  
 einseitiggehärtet  
 angelassen  
 h(550 HV1) = 1,5 + 0,6(58-63)HRC

Material: 18 CrNiMo 7-6	G-Gewicht: 364,0 kg
Blatt 1	
von 1	
Original	
A3	

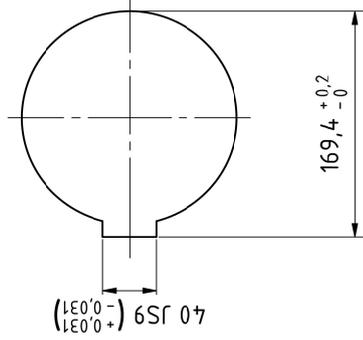
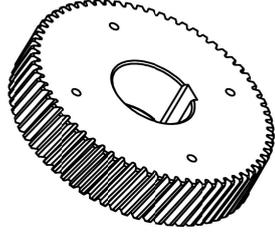
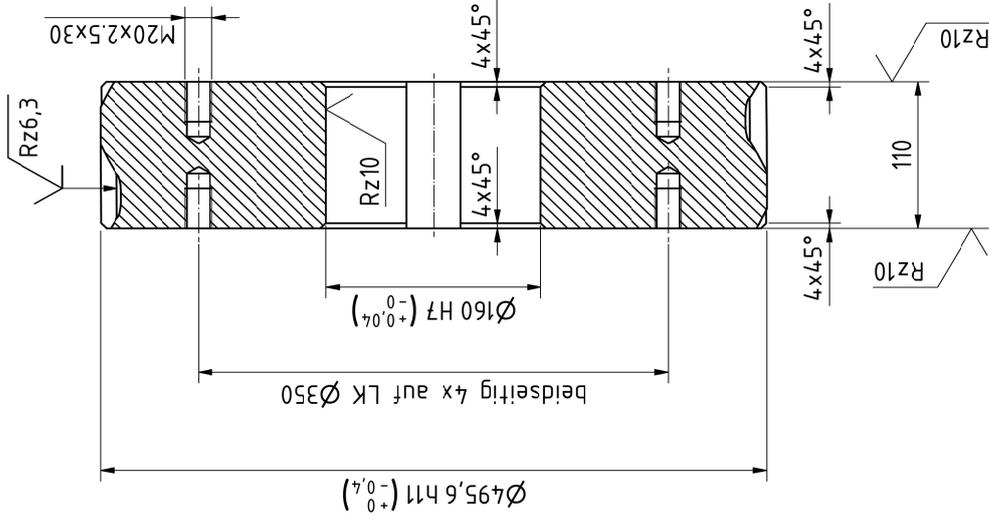
Allgemeintoleranz ISO 2768-mK		Maßstab: 1 : 4
gez.	01.06.2021	Name
gepr.		Wustlich
konstr.		Wustlich
<b>GTL</b>		
Getriebetechnik Leipzig		
Status	Änderung	Name
		Datum

Freidrehung zwischen  
 Ø290 u. Ø520 mit einer  
 Tiefe von 1,5 beidseitig zul.

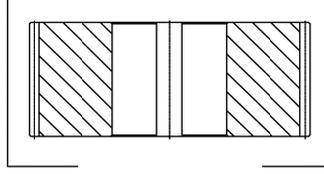


√Rz25 (✓)  
 Kanten nach DIN ISO 13715  
 0,3 ±0,3

Freidrehung zwischen  
 $\varnothing 220$  u.  $\varnothing 400$  mit einer  
 Tiefe von 1,5 beidseitig zul.



### Härtebild



normalgeglüht  
 einatzgehärtet  
 anlassen  
 $h(550 HV1) = 1,2 + 0,5(58-63)HRC$

stirnseitig gekennzeichnet mit:  
 Z-Nr., z, m, x, da,  $\beta$

Stirnradverzahnung n. DIN 3960 bis 3967  
 Werkstoffanforderungen n. DIN 3972

Zähnezahl	z	67
Normalmodul [mm]	m	7
Schrägungswinkel [°]	beta	12
Schragungsrichtung		rechts
Bezugsprofil Werkzeug	Prof	Prof
Profilverschiebungsfaktor	x*	1,4-6°
Teilkreisdurchmesser [mm]	d	0,278
Kopfkreisdurchmesser [mm]	d a	4,79,478
Fusskreisdurchmesser [mm]	d f	4,95,6
Fußnutzkreis [mm]	d NF	4,64,845
Kopfhöhenänderung [mm]	k	4,74,253
Verzahnungsqualität n. DIN 3961		-0,883
Zahndicken-Toleranz		6
Messzähnezahl	k	cd25
Zahnweite - Nennmaß [mm]	WK	9
Zahnweite - Max/Min [mm]	WK	183,978
Kugel-/Rollendurchmesser [mm]	WK	183,855
Zweirollenmass - Nennmaß [mm]	dm	14
Zweirollenmass - Max/Min [mm]	MdR	506,853
Achsabstand [mm]	MdR	506,549
Zähnezahl Gegenrad	a	506,408
	z2	305
		17

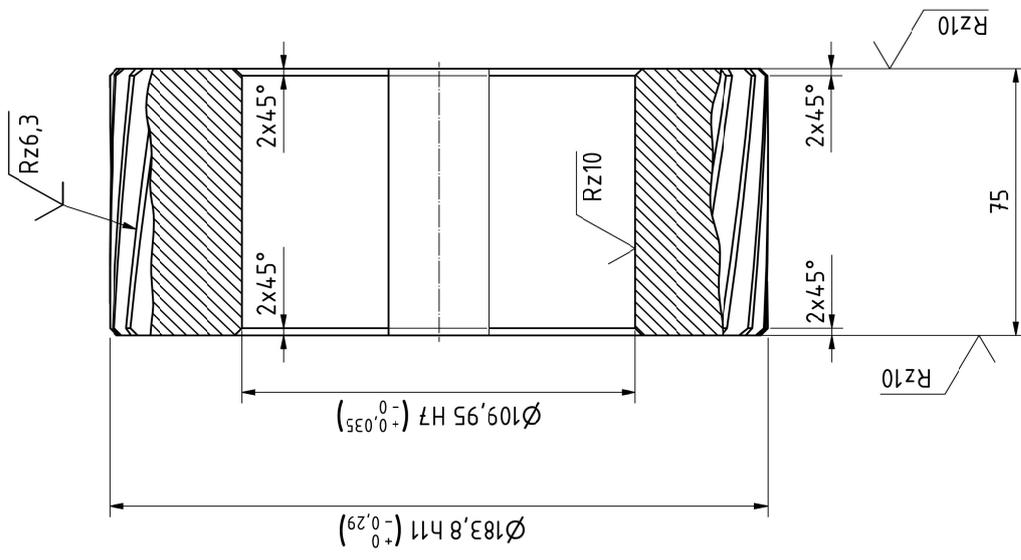
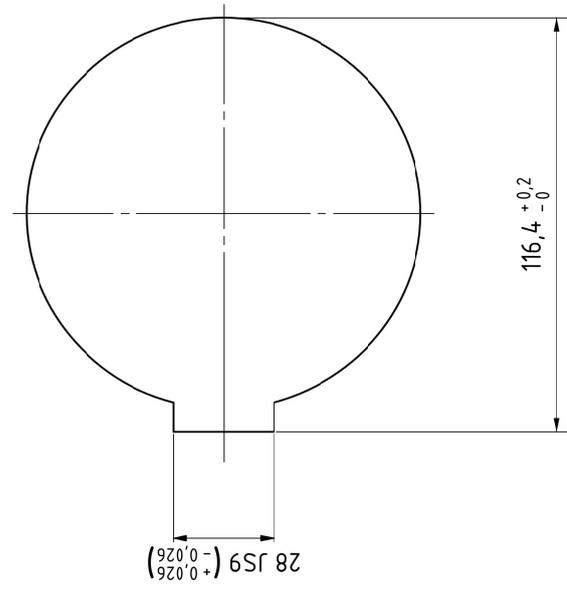
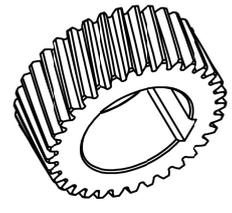
Allgemeintoleranz ISO 2768-mK		Maßstab: 1 : 4	Material: 18 CrNiMo 7-6		G-Gewicht: 138,6 kg
gez. 02.06.2021	Name Wustlich				
gepr.	Wustlich				
konstr.	Wustlich				
<b>GTL</b>					
Getriebetechnik Leitzig					
Dateiname: 3136-SP930-202.ipt					
Status	Änderung	Name	Datum		
		Blatt		A	
		von 1		1	
		Original		A3	
		Schrägstirnrad		3136-SP970-202	
		Z-Nr.			

$\sqrt{Rz25}$  (✓)  
 Kanten nach DIN ISO 13715  
 $\sqrt{0,3}$   $\sqrt{+0,3}$

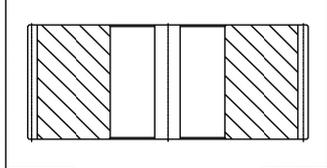


**Stirnradverzahnung n. DIN 3960 bis 3967  
Werkstoffanforderungen n. DIN 3972**

Zähnezahl	z	33
Normalmodul [mm]	m	5
Schrägungswinkel [°]	beta	15
Schragungsrichtung		rechts
Bezugsprofil Werkzeug	Prof	Prof
		14-6°
Profilverschiebungsfaktor	x*	0,325
Teilkreisdurchmesser [mm]	d	170,821
Kopfkreisdurchmesser [mm]	d a	183,8
Fusskreisdurchmesser [mm]	d f	160,956
Fußnutzkreis [mm]	d NF	166,148
Kopfhöhenänderung [mm]	k	-0,135
Verzahnungsqualität n. DIN 3961		6
Zahndicken-Toleranz		cd25
Messzähnezahl	k	5
Zahnweite - Nennmaß [mm]	WK	70,086
Zahnweite - Max/Min [mm]	WK	69,996
Kugel-/Rollendurchmesser [mm]	dm	9
Zweirollenmass - Nennmaß [mm]	MdR	186,893
Zweirollenmass - Max/Min [mm]	MdR	186,682
Achsabstand [mm]	a	275
Zähnezahl Gegenrad	z2	72
Zeichnungsnummer Gegenrad		



**Härtebild**



normalgeglüht  
einsatzgehärtet  
angelassen  
h(550 HV1) = 0,8 + 0,458-63)HRC

stirnseitig gekennzeichnet mit:  
Z-Nr., z, m, x, da, β

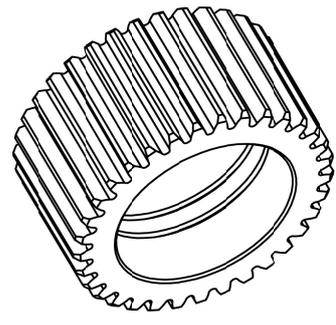
Allgemeintoleranz ISO 2768-mK		Maßstab: 2:3	Material: 18 CrNiMo 7-6	G-Gewicht: 8,1 kg
gez. 02.06.2021	Name	Wustlich		
gepr.	Datum	Wustlich		
konstr.	Name	Wustlich		
<b>GTL</b>				
Getriebetechnik Leipzig				
Z-Nr.				
Status	Änderung	Name	Datum	
Blatt 1		Schrägstirnrad		
von 1		3136-SP970-204		
Original		A3		
Dateiname: 3136-SP930-204.ipt				

√Rz25 (✓)

Kanten nach DIN ISO 13715



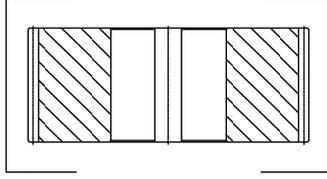
Stirnradverzahnung n. DIN 3960 bis 3967  
 Werkstoffanforderungen n. DIN 3972



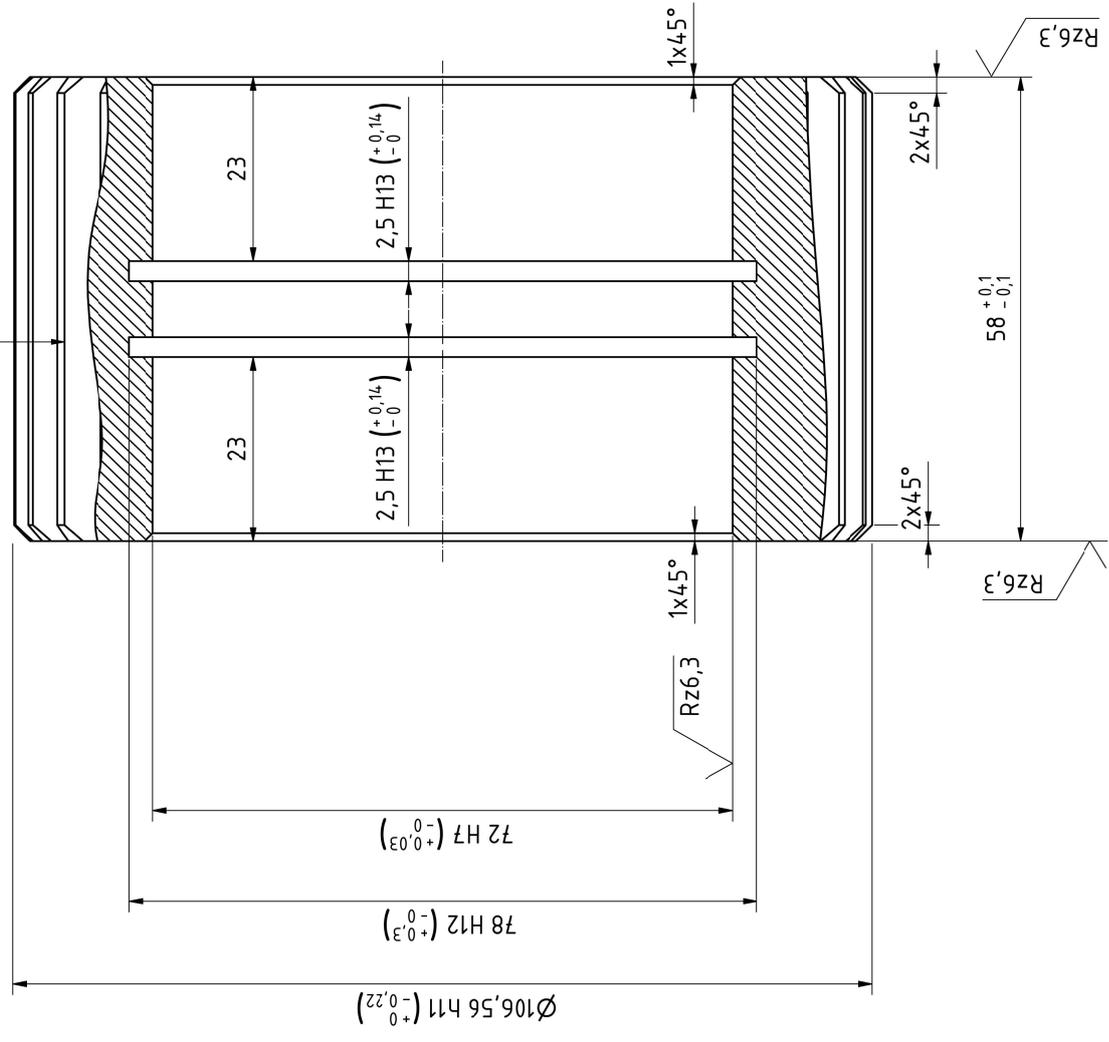
Zähnezahl	z	33
Normalmodul [mm]	mn	3
Schrägungswinkel [°]	beta	0
Schragungsrichtung		---
Bezugsprofil Werkzeug		Prof 14-6°
Profilverschiebungsfaktor	x*	0,238
Teilkreisdurchmesser [mm]	d	99
Kopfkreisdurchmesser [mm]	d a	106,6
Fusskreisdurchmesser [mm]	d f	92,718
Fußnutzkreis [mm]	d NF	96,27
Kopfhöhenänderung [mm]	k	0,087
Verzahnungsqualität n. DIN 3961		6
Zahndicken-Toleranz		cd25
Messzähnezahl	k	5
Zahnweite - Nennmaß [mm]	WK	41,728
Zahnweite - Max/Min [mm]	WK	41,662 41,625
Kugel-/Rollendurchmesser [mm]	dm	5,5
Zweirollenmass - Nennmaß [mm]	MdR	108,4
Zweirollenmass - Max/Min [mm]	MdR	108,246 108,158
Achsabstand [mm]	a	78
Zähnezahl Gegenrad	z2	84

stirnseitig gekennzeichnet mit:  
 Z-Nr., z, m, x, da, β

**Härtetest**



normalgeglüht  
 einsetzgehärtet  
 angelassen  
 $h(550\text{ HV1}) = 0,5 + 0,3(58-63)\text{HRC}$



√Rz25 (✓)  
 Kanten nach DIN ISO 13715  
 $\pm 0,3$   
 $\pm 0,3$

Allgemeintoleranz ISO 2768-mK	Maßstab: 3:2	Material: 18 CrNiMo 7-6	G-Gewicht: 1,7 kg
gez. 02.06.2021	Name: Wustlich		
gepr.			
konstr.	Wustlich		
<b>GTL</b>			
Getriebetechnik Leinzig			
Status	Änderung	Name	Datum
Blatt 1		Planetenrad	
von 1		3136-SP970-205P	
Original		A3	
Z-Nr.			
Dateiname: 3136-SP930-205P.ipt			

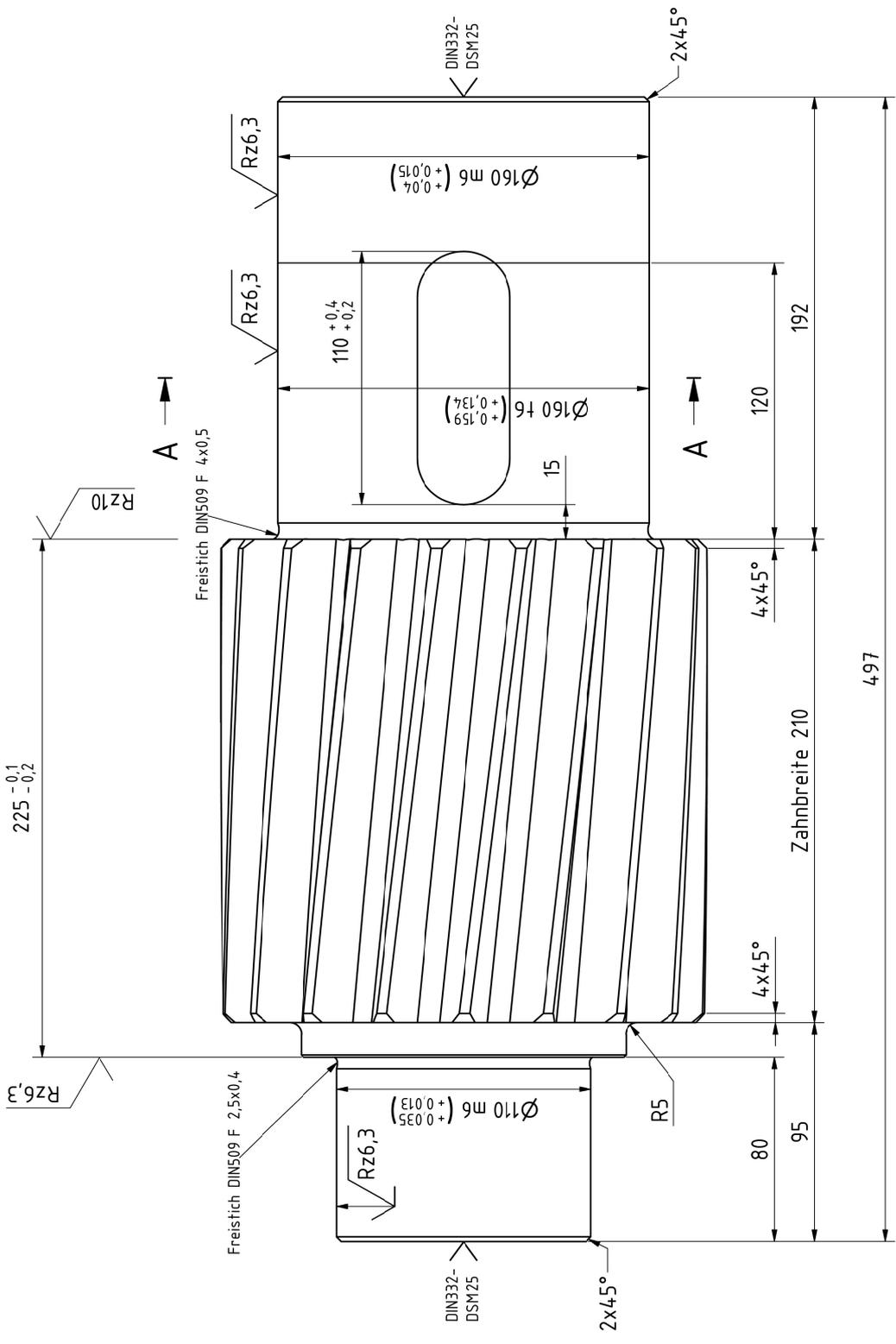


**Stirnradverzahnung n. DIN 3960 bis 3967**  
**Werkstoffanforderungen n. DIN 3972**

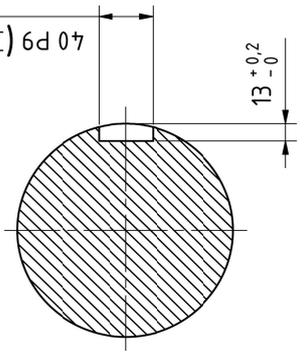
Zähnezahl	z	18
Normalmodul [mm]	m	10
Schrägungswinkel [°]	beta	6
Schrägungsrichtung		rechts
Bezugsprofil Werkzeug		Prof
Profilverschiebungsfaktor	x*	1.4-6°
Teilkreisdurchmesser [mm]	d	180,991
Kopfkreisdurchmesser [mm]	d a	209,7
Fusskreisdurchmesser [mm]	d f	163,805
Fußnutzkreis [mm]	d NF	174,342
Kopfhöhenänderung [mm]	k	-0,367
Verzahnungsqualität n. DIN 3961		6
Zahndicken-Toleranz		cd25
Messzähnezahl	k	3
Zahnweite - Nennmaß [mm]	WK	79,593
Zahnweite - Max/Min [mm]	WK	79,504
Kugel-/Rollendurchmesser [mm]	dm	22
Zweirollenmass - Nennmaß [mm]	MdR	225,773
Zweirollenmass - Max/Min [mm]	MdR	225,61
Achsabstand [mm]	a	390,001
Zähnezahl Gegenrad	z2	58

stirnseitig gekennzeichnet mit:  
 Z-Nr., z, m, x, da, beta

normalgeglüht  
 einsatzgehärtet  
 angelassen  
 h(550 HV1) = 1,5 + 0,6(58-63)HRC



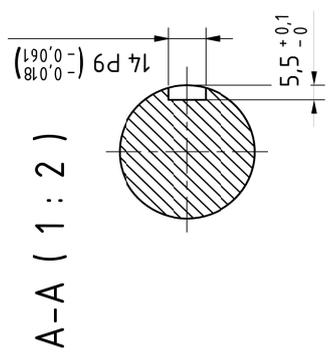
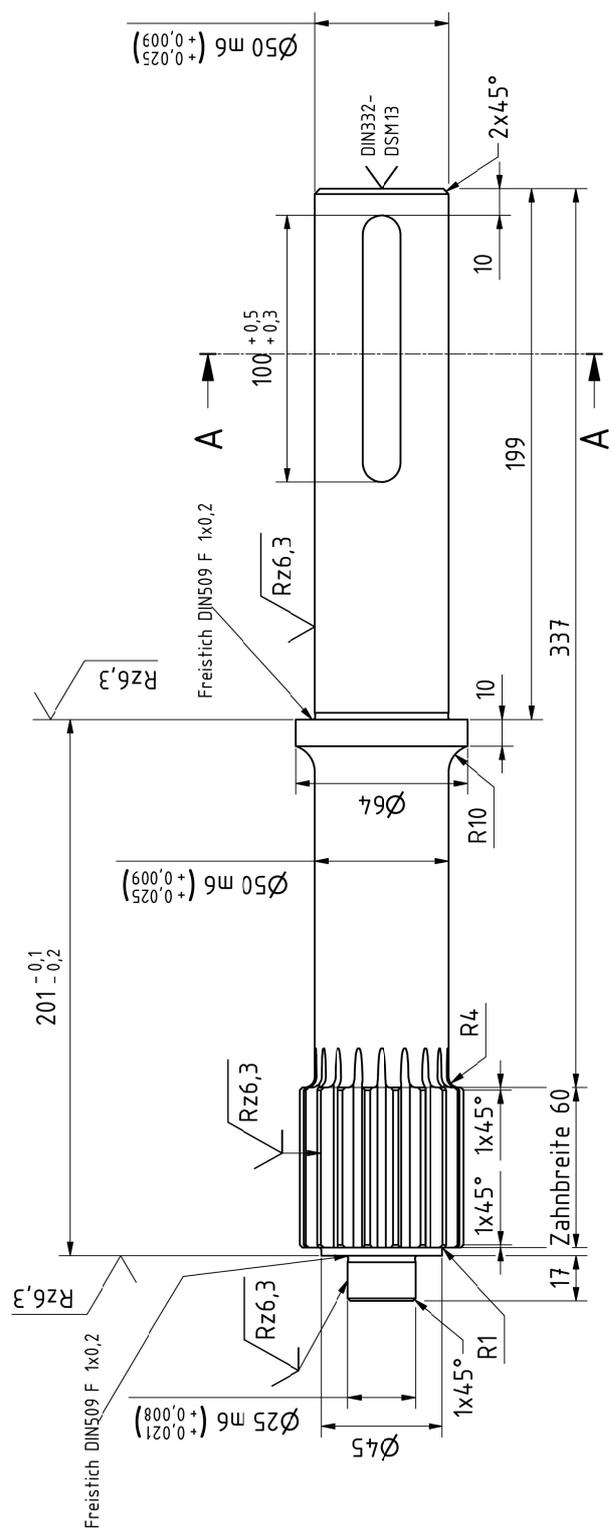
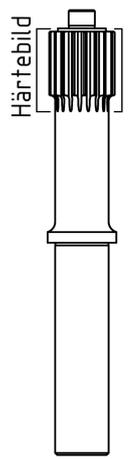
**A-A ( 1 : 4 )**



Allgemeintoleranz ISO 2768-mK		Maßstab: 1 : 2		Material: 18CrNiMo7-6+HH		G-Gewicht: 82,8 kg	
gez.	31.05.2021	Name		Wustlich		Blatt 1	
gepr.		Datum		Wustlich P.		von 1	
konstr.		Name		Wustlich P.		Original	
<b>GTL</b>				Z-Nr.			
Getriebetechnik Leitzig				Schrägstirnradwelle			
Dateiname: 3136-SP930-301.pt				3136-SP970-301			
Status	Änderung	Name	Datum	A3			



normalgeglüht  
 einatzgehärtet  
 angelassen  
 $h(550 \text{ HV1}) = 0,5 + 0,358-63\text{HRC}$



A-A ( 1 : 2 )

$\sqrt{Rz25}$  (✓)  
 Kanten nach DIN ISO 13715  
 $\sqrt{0,3}$   $\sqrt{+0,3}$

stirnseitig gekennzeichnet mit:  
 Z-Nr., z, m, x, da,  $\beta$

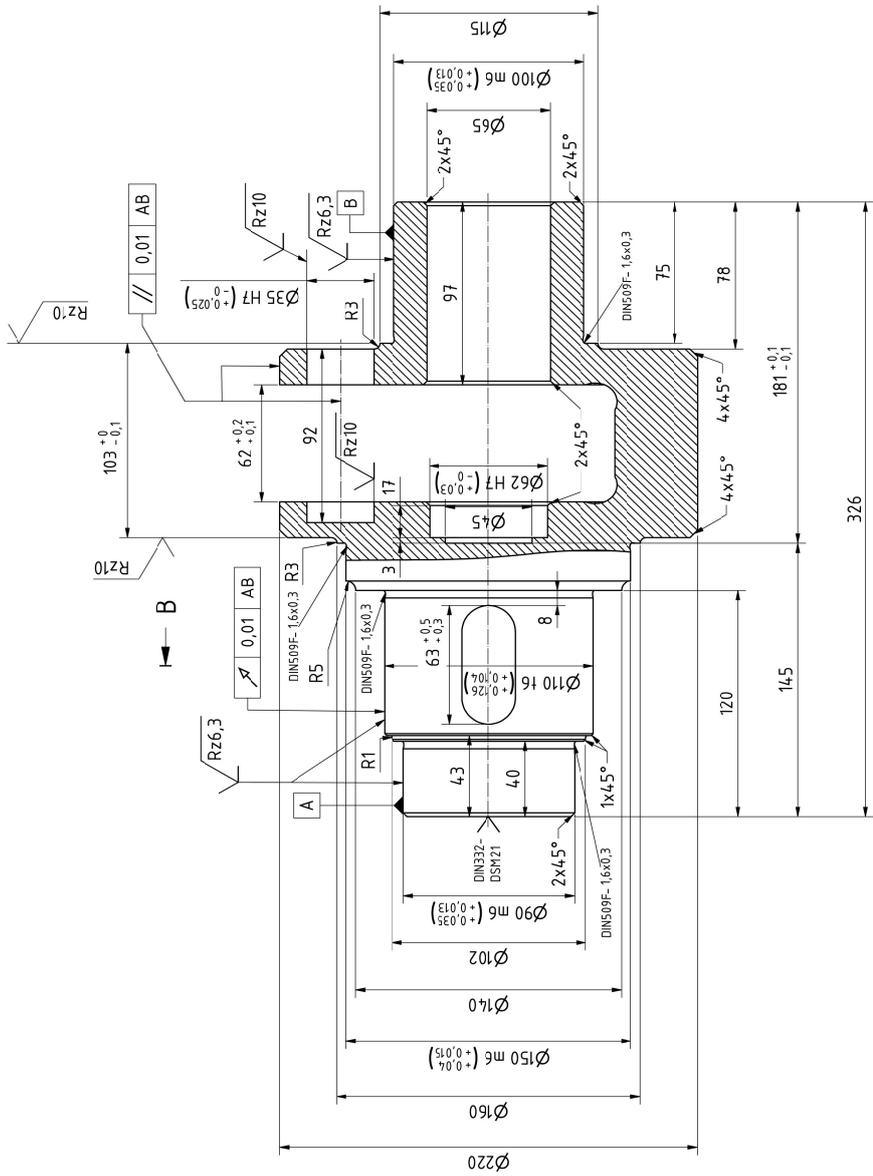
Stirnradverzahnung n. DIN 3960 bis 3967 Werkstoffanforderungen n. DIN 3972	
Zähnezahl	z 18
Normalmodul [mm]	m <sub>n</sub> 3
Schrägungswinkel [°]	beta 0
Schragungsrichtung	---
Bezugsprofil Werkzeug	Prot 1,4-6°
Profilverschiebungsfaktor	x* 0,297
Teilkreisdurchmesser [mm]	d 54
Kopfkreisdurchmesser [mm]	d <sub>a</sub> 61,008
Fusskreisdurchmesser [mm]	d <sub>f</sub> 48,073
Fußnutzkreis [mm]	d <sub>NF</sub> 51,943
Kopfhöhenänderung [mm]	k -0,387
Verzahnungsqualität n. DIN 3961	6
Zahndicken-Toleranz	cd25
Messzähnezahl	k 3
Zahnweite - Nennmaß [mm]	WK 23,507
Zahnweite - Max/Min [mm]	WK 23,441 23,403
Kugel-/Rollendurchmesser [mm]	dm 6
Zweirollenmass - Nennmaß [mm]	MdR 65,009
Zweirollenmass - Max/Min [mm]	MdR 64,88 64,806
Achsabstand [mm]	a 78
Zähnezahl Gegenrad	z2 33

Allgemeintoleranz ISO 2768-mK		Maßstab: 1 : 2	Material: 18CrNiMo7-6+HH		G-Gewicht: 6,4 kg
gez.	31.05.2021	Name			
gepr.		Wustlich			
konstrf.		Wustlich P.			
<b>GTL</b>		Z-Nr.			
Getriebetechnik Leipzig		Blatt 1			
Dateiname: 3136-SP930-303.ipt		von 1			
Status	Änderung	Name	Sonnenwelle		
Datum			Original		
		3136-SP970-303			
		A3			

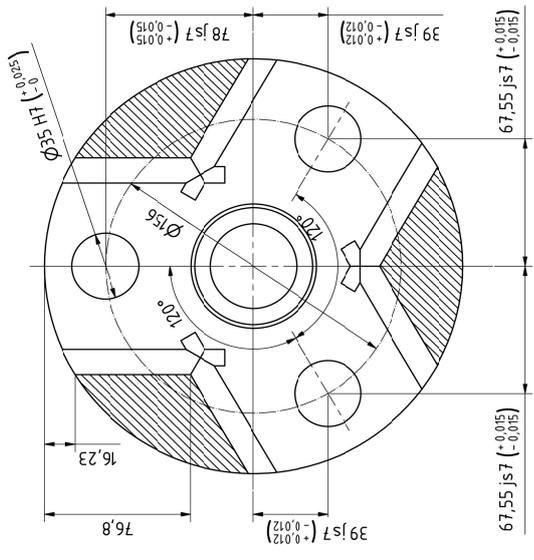




A



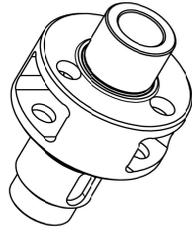
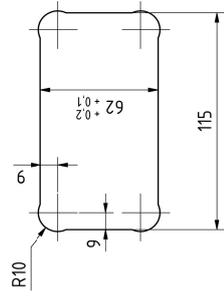
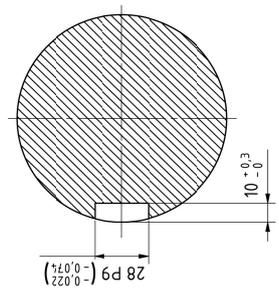
A-A ( 1:2 )



A

B

B-B ( 1:2 )

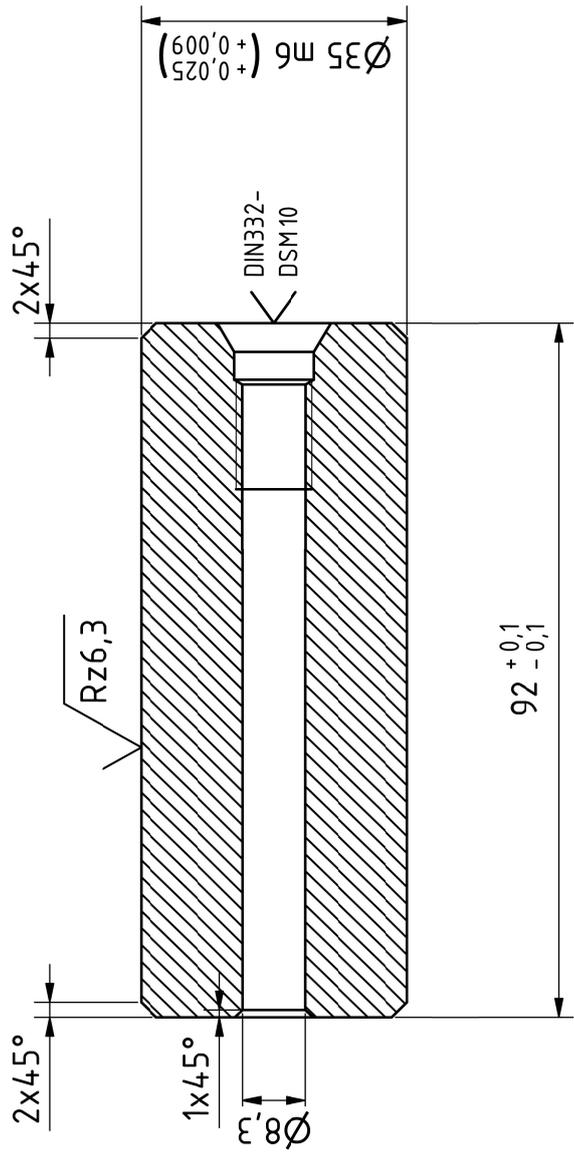


✓ Rz25 (✓)

Kanten nach DIN ISO 13715



Allgemeintoleranz ISO 2768-mK		Maßstab: 1:2		Material: 42CrMo4 + QT		G-Gewicht: 27,6 kg	
Datum: 01.06.2021		Name: Wüstlich		Blatt von 1		Blatt 1	
gegr: konst		Wüstlich P.		Z-Nr.		Original	
Status		Änderung		Name		Datum	
3136-SP970-602PT		3136-SP930-602P Ljpt		Centrotech GmbH, Leobersdorf		Planetenträger	
AZ		AZ		3136-SP970-602PT		AZ	



Kanten nach DIN ISO 13715

√Rz25 ( ✓ )



Allgemeintoleranz ISO 2768-mK		Maßstab: 1 : 1		Material: 42CrMo4 + QT		G-Gewicht: 0,6 kg	
Datum		Name					
gez.	01.06.2021	Wustlich				Blatt 1	
gepr.						von 1	
konstr.		Wustlich				Original	
		<b>GTL</b>		Z-Nr.		A4	
		Getriebetechnik Leipzig		3136-SP970-603			
		Dateiname: 3136-SP930-603.ipt					
Status	Änderung	Name	Datum				



