Cornelius Borck, Christoph Rehmann-Sutter,
Birgit Stammberger (Hg.)

Islam in europäischer Kultur

zuKlampen!

www.zuklampen.de

Umschlaggestaltung: Groothuis. Gesellschaft der Ideen
und Passionen mbH · Hamburg
Satz: Germano Wallmann · Gronau · www.geisterwort.de
Druck: Bookfactory Buchproduktion GmbH · Bad Münder

ISBN 978-3-86674-560-5

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation
in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten
sind im Internet über ‹http://dnb.dnb.de› abrufbar.

Inhalt

Zahlenwanderungen – und wie die Christen arabisch zählen lernten

Ulrich Rebstock

Die europäische Wertschätzung der islamisch-orientalischen Wissenschaft und Kultur hat eine lange und bewegte Geschichte – und einen völlig ungleichen Anfang. Die Wucht, mit der die Überlegenheit der von den Arabern vermittelten Natur- und Geisteswissenschaften[71] auf die mittelalterliche europäische Geisteswelt traf, hatte den führenden Köpfen des Abendlandes einen Schock versetzt. Der Erzdiakon Lupitus von Barcelona, der um 984 den Umgang mit dem Astrolab aus arabischen Traktaten erlernte, hielt seinen französischen Glaubensbrüdern jenseits der Pyrenäen beschwörend vor, was arabische Wissenschaft im Leben nachdenklicher und tatkräftiger Christen ausrichten könne: »Wer heutzutage Osterfest und Stundengebet zur rechten Zeit begehen und die Himmelszeichen für das kommende Weltende deuten will«, schrieb er, »muss das Astrolab gebrauchen. [...] Wir Christen haben die Weisheit der Alten vergessen; Gott bringt sie uns durch die Araber wieder.«[72]

Es ist eine merkwürdige Kapriole der Geschichte, dass die wissenschaftliche Botschaft des islamischen Glaubensfeindes zuallererst in dem sensiblen Bereich der christlichen Zeitrechnung Gehör fand. Schon um das Jahr 1000 wird im Kloster Reichenau am Bodensee mit arabischen Instrumenten und Methoden experimentiert und der rituelle Tagesablauf und Festkalender exakter bestimmt. Dem Christen schlug von nun an seine Stunde mit einem hörbar orientalischen Unterton. Was hier mit christlichem

71 Siehe dazu Jan P. Hogendijk/Abdalhamid I. Sabra (Hrsg.): *The Enterprise of Science in Islam. New Perspectives.* Cambridge: MIT Press 2003.

72 Arno Borst: *Computus. Zeit und Zahl in der Geschichte Europas.* Berlin: Wagenbach 1990, S. 49; ders.: *Wie kam die arabische Sternkunde ins Kloster Reichenau?* Konstanz: Universitätsverlag 1988, S. 16, 22.

Respekt vor der Leistung der Araber beginnt, durchläuft nun über ein Jahrtausend hinweg immer neue Phasen eines wechselvollen und immer auch etwas rätselhaften Kulturkampfes. Die beschwörende Feststellung Johann Wolfgang von Goethes, »Orient und Okzident sind nicht mehr zu trennen«, nimmt sich davor wie ein hilfloser Schüttelreim aus. Auch sein Dichterkollege Friedrich Rückert (gest. 1866) sieht nicht über seine Zeit hinaus:

»Mag der Orient ewig still stehn – unser Occident schnell wie er will gehen
Immer bleiben jene Karawanen – poetischer als diese Eisenbahnen«

Die poetische Wertschätzung Goethes und Rückerts findet heute nur noch selten Nachahmung. Hin und wieder hört man von gewagten Hypothesen, wie etwa der, dass die optische Perspektive der Renaissance auf die klassische islamische Zeit zurückgehe. Doch die anderen Töne werden zunehmend (wieder) lauter. Im Jahr 2007 äußerte sich Steven Weinberg, der Nobelpreisträger in Physik von 1979, in einer Buchrezension folgendermaßen zu dem als Algazel bekannten islamischen Philosophen al-Gazzālī: »After al-Ghazzālī [d. h. nach 1111] there was no more science worth mentioning in Islamic countries.«[73] Die Rezension Weinbergs löste eine scharfe und überraschend unversöhnliche internationale kulturphilosophische Kontroverse aus. Pikanterweise hatte Weinberg den Nobelpreis zusammen mit seinem muslimisch-pakistanischen Kollegen Abdus Salam gewonnen. Die Hintergründe seiner These erinnern stark an die Behauptung des ein Jahrhundert älteren französischen Physikers und Wissenschaftshistorikers Pierre Duhem: Semiten und insbesondere Araber – so Duhem – hätten sich eines abstrakten Denkens unfähig erwiesen, eines Denkens, das sich von der physikalischen Wirklichkeit löst und a priori mit dem Metaphysischen auseinandersetzt. Duhem ging so weit zu behaupten, dass deshalb die arabischen Muslime nirgendwo einen originellen Beitrag zur Wissenschaft geleistet hätten: »There is no Arabic science. The wise men of Mohammedanism were always the more or

73 Steven Weinberg: Rezension zu »The God Delusion« von Richard Dawkins. In: *Times Literary Supplement* vom 31. Januar 2007.

less faithfull disciples of the Greeks.«[74] Duhem konnte mit dieser These auf eine über mehrere Jahrhunderte kultivierte Tradition der Pejorisierung der orientalischen Wissenschaften zurückblicken. Die These betraf nicht nur die originären orientalischen Werke – soweit sie überhaupt bekannt waren. Die selbst ernannten ›Humanisti‹, die »Hüter des Hellenenthums«, wie der Historiker Theodor Mommsen sie nannte, bezichtigten ihre Gegner, die ›Arabisti‹, wegen ihrer Benutzung der arabischen Übersetzungen aus dem Griechischen der wissentlichen oder aber zumindest fahrlässigen Verfälschung der Weisheiten der klassischen Antike.

1931 erschien in Oxford der bis heute immer wieder neu aufgelegte Bestseller *The Legacy of Islam*. Im Zentrum des Buches stehen Aufsätze von den modernen Nachfahren der Arabisti zu den Natur- und Geisteswissenschaften, die der christliche Okzident über ein Jahrtausend hinweg vom islamischen Orient übernahm. Was dort zusammengetragen ist zum gebenden Orient und nehmenden Okzident, nicht nur in Bezug auf die Rolle dieser Wissenschaften, sondern weit darüber hinaus, ist längst kulturgeschichtlicher *common sense*. Es deckt nämlich auch andere, ebenso nachhaltige Kulturkontakte auf. Etwa die schleichende Revolutionierung der Landwirtschaft und Veränderung der Nahrungsmittelgrundlage, die ab dem 10. Jahrhundert vom Osten kommend das gesamte Mittelmeerbecken erfasst und auf lange Sicht und unumkehrbar die europäischen Speisezettel verändert.[75] Selbst die Humanisti aßen nun ohne Bedenken Winterweizen, Spinat und Artischocken und genossen die Südfrüchte, die uns der Orient (ab dem 9. Jahrhundert) aus dem fernen Osten vermittelt hatte. Dazu gehört aber auch die ab dem 16. Jahrhundert einsetzende und bis heute anhaltende Mode, nach Orient zu duften. Yves Saint Laurent wählt noch 1977 den Duftnamen *Opium*, Chopard

74 David Deming: *Science and Technology in World History*. Volume 2: Early Christianity, the Rise of Islam, and the Middle Ages. North Carolina/London: McFarland & Company 2010, S. 21.

75 Dazu maßgebend und ausführlich Andrew Watson: *Agricultural Innovation in the Early Islamic World. The Diffusion of Crops and Farming Techniques, 700–1100*. Cambridge: Cambridge University Press 1983.

1991 *Cashmir* und Boucheron 1994 *Jaipur*. Speisen und Düfte zu schaffen, scheint kein abstraktes Denken zu brauchen.

Auch unter den Wissenschaften hat es solchermaßen ätherisch bevorteilte gegeben. Die Akzeptanz und Würdigung der Mathematik etwa und zumindest der theoretischen Astronomie gelang erheblich leichter als die der von Religion und dogmatischer Tradition beschwerten und gar das Seelenleben bedrohenden philosophischen Wissenschaftsdisziplinen. An der Sorbonne in Paris werden im 13. Jahrhundert die lateinischen Aristoteles-Kommentare von Ibn Ruschd alias Averroes (gest. 1198 in Marrakesch) auf den Index gesetzt: Die Dominanz der Vernunft bei Averroes war eine Gefahr für den christlichen Glauben. Mathematik dagegen scheint abstrakt zu sein, areligiös und kulturresistent; sie ist zugleich ortsunabhängig, leicht transportier- und vor allem adaptierbar und nutzbar. Kurzum, sie eignet sich bestens für ein Kulturgeschichtsmodell, in welchem eine Geberseite einer Nehmerseite derart gegenübergestellt wird, dass durch die selektive Abgabe auf der einen Seite und Aufnahme von Wissen auf der anderen Seite ein stetig wachsender Erkenntnisgewinn erzeugt wird. Das ist ein Kommunikationsmodell, das zu einem gemeinsam hervorgebrachten Triumphzug des wissenschaftlichen Fortschritts umgedeutet werden könnte. Grundbestandteile sind die beiden Pole Ost und West; weiterhin die Nachricht, die vom einen zum anderen fließt, die wissenschaftliche Innovation; und zuletzt der Code, der den Verständnisprozess regelt, Wissenswertes von Wissensunwertem trennt. Wie mit Bezug auf die Mathematik diese Erfolgsgeschichte lauten könnte, möchte ich jetzt – allerdings mit korrigierenden Eingriffen versehen – beschreiben.

Die verschlungenen Pfade zwischen Orient und Okzident

Mit der Ausbreitung des Herrschaftsbereichs des umaiyadischen und abbasidischen Kalifats zwischen dem 7. und 10. Jahrhundert über den Alten Orient werden, von Westen nach Osten aufgezählt, pharaonisch- und hellenistisch-ägyptische, griechisch-syrische, mesopotamische, persisch-sasanidische und indische Kenntnisse von der arabisch-islamischen Kultur aufgenommen und in den hier entstehenden Wissenschaften synthetisiert. Symbolische Eckdaten

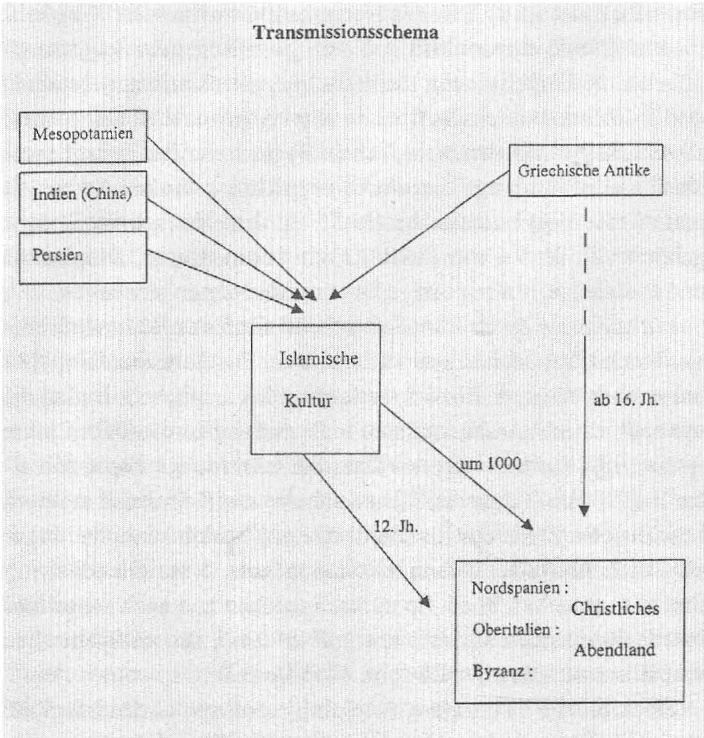


Abb. 1 Transmissionsschema der Wissenschaften zwischen Orient und Okzident
© Ulrich Rebstock

für die Mathematik und Astronomie, um die es uns zuerst gehen soll, sind dafür die Überreichung des Buches *Siddhānta* (Sanskrit: die Lehrmeinung), genauer: die Überreichung der handgeschriebenen Lehrmeinung des 628 gestorbenen indischen Astronomen Brahmagupta, durch eine indische Gesandtschaft um 770 an den zweiten abbasidischen Kalifen al-Manṣūr in Bagdad, der dann die Übersetzung des Buches ins Arabische anordnete. Als Buch des *Sindhind* wird es im islamischen Orient zum *locus classicus* der indischen Rechenmethode. Der Sohn al-Manṣūrs wiederum, der Kalif al-Ma'mūn, begann unmittelbar nach seinem

Herrschaftsantritt 813, in der Hauptstadt ein ›Haus der Weisheit‹ (*bait al-ḥikma*) einzurichten, mit dem spezifischen Auftrag, die oft unbekannte Beuteliteratur, die syrischen, griechischen, persischen und indischen wissenschaftlichen Werke, ins Arabische zu übersetzen. Selbst aus dem feindlichen Byzanz werden auf mitunter abenteuerlichem Wege die Werke der ›Alten‹, wie die Araber sie nun mit Respekt nannten, beschafft. Zu dem übersetzten Textgut gehören die Werke von Euklid, Archimedes, Heron, Diophantos und Ptolemäus, um nur einige bedeutende Namen zu nennen.

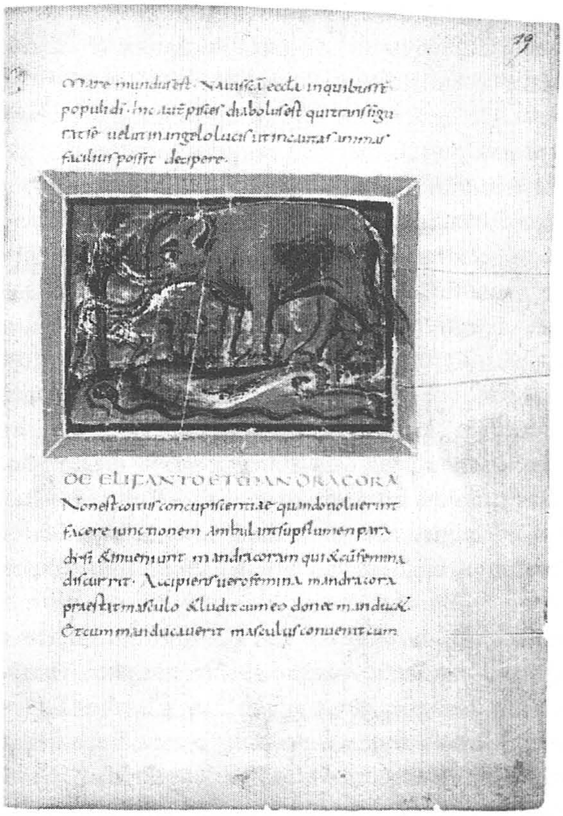
Für mehr als ein Jahrhundert scheint dann das Räderwerk dieser Transmissionsmaschine stillzustehen. Bis dann im Jahre 984 unser oben zitierter Erzdiakon Senofredus Lupitus in Barcelona mit arabischen Astrolabtraktaten in Berührung kam und fünf Jahre später, 989, Gerbert von Aurillac, der nachmalige Papst Silvester II (999–1003), an der Klosterschule von Reims mit arabisch beschrifteten Zählsteinen und mit einem Astrolab hantierte, das er als Geschenk aus Barcelona bekommen hatte, dessen Handhabung ihm aber rätselhaft blieb. Sporadisch tauchen nun auch schon arabische Sternnamen auf, wie das *qalb al-asad*, das im Spanischen verballhornte ›Herz des Löwen‹, *Calbalazeda*.

Doch erst ab 1116, ein gutes Jahrhundert später, nachdem die christliche Reconquista schon weit über Toledo nach Süden vorgedrungen war, beginnen sich in Nordspanien jüdische Gelehrte und gelehrte Mönche systematischer mit den Hinterlassenschaften der gerade vertriebenen Muslime auseinanderzusetzen. So übersetzte Plato von Tivoli ein Astrolabtraktat des andalusischen Astronomen Aḥmad b. aṣ-Ṣaffār (gest. 1035), der sich auch mit dem *Sindhind* beschäftigt hatte, ins Lateinische. Von Tivoli arbeitete mit einem gewissen Abraham ha-Nasī Savasorda (gest. um 1136) zusammen. *Savasorda* leitet sich von arabisch *ṣāḥib aš-šurṭa*, Polizeioberst (so heißt das noch heute), ab – dieses Amt bekleidete er nämlich in Barcelona. Aus der Feder dieses Savasorda stammt ein hebräisches mathematisches Lehrbuch, *Chibbur ha-meschicha ve hatischboreth* (*Traktat über die Verwaltung und Ausmessung*), dessen arabische Quellen weit ins 9. Jahrhundert zurückreichen. Plato von Tivoli übersetzte es nun ins Lateinische, wie auch 30 Jahre später, nun als *Liber embadorum*, Adelard von Barth (gest. um

1160) und Gerhard von Cremona (1114–1187), die beiden Hauptfiguren der neuen Öffnung für den Osten nach dem Westen.[76] Gerhard organisiert nämlich, ähnlich wie der Kalif al-Ma'mūn dreieinhalb Jahrhunderte zuvor in Bagdad, eine regelrechte Übersetzungsindustrie und wird dabei von der geistlichen und weltlichen Herrschaft tatkräftig unterstützt. So wird erstmals dabei auch der Koran vollständig übersetzt, von dem Engländer Robert Gerhard in Zusammenarbeit mit Markus von Toledo. Die Früchte dieses Unternehmens sind gewaltig. Im Umfeld des Teams um Gerhard, zu dem auch Gelehrte wie Robert von Chester (lebte um 1150), Hermann von Kärnten (wirkte um 1138–1143), Johannes Hispalensis oder der Jude Abraham ben Ezra gehörten, werden nicht nur alle in arabischen Versionen greifbaren Werke der alten Griechen ins Lateinische übersetzt, sondern neben diesen arabischen Bearbeitungen der antiken Texte auch – man muss fast sagen: als unbeabsichtigter, aber unvermeidlicher Nebeneffekt – originäre arabische mathematische und naturwissenschaftliche Literatur.

Im Mittelpunkt des von Gerhard von Cremona inszenierten Unternehmens stand die Suche nach dem berühmtesten Handbuch der antiken Astronomie: der *Almagest* von Claudius Ptolemäus (gest. um 160). Die erste Übersetzung dieses Buches aus dem Griechischen ins Arabische war unter dem Kalifen Hārūn ar-Raschīd, der Karl dem Großen nicht nur diplomatische Anerkennung, sondern auch einen Elefanten schenkte, in Auftrag gegeben worden. Der französische Historiker Henri Pirenne bewertete übrigens die bilateralen Kontakte und Einflüsse aus dem Osten als so entscheidend, dass »ohne Mohammeds Erscheinen Karl der Große undenkbar ist«.[77] Von der Delegation, die 797 von Aachen ins Morgenland aufbrach, kam jedoch fünf Jahre später der einzige Überlebende der Expedition, Isaak der Jude, nicht mit diesem *Almagest* (arabisch *al-Maǧisṭī*) zurück, dafür aber in Begleitung

76 Juan Vernet: *Die spanisch-arabische Kultur in Orient und Okzident.* Aus dem Spanischen übersetzt von Kurt Maier. München: Artemis 1984 [Barcelona 1978], S. 51.
77 Henri Pirenne: *Mahomet und Karl der Große*. Jülich: Fischer Bücherei 1963, S. 200f.



Physiologus Bernensis, Pergament, Reims, um 830 (Burgerbibliothek Bern, cod. 318)

Abb. 2 Abū l-'Abbās, der Elefant Karls des Großen, aus: Wolfgang Dreßen (Hrsg.): *Ex Oriente: Isaak und der weiße Elefant; Bagdad – Jerusalem – Aachen; eine Reise durch drei Kulturen um 800 und heute; Katalogbuch in drei Bänden. Zur Ausstellung in Rathaus, Dom und Domschatzkammer Aachen vom 30. Juni bis 28. September 2003* Band 3: Aachen, der Westen. Mainz: Verlag Philipp von Zabern 2003, S. 145

von Abū l-ʿAbbās, diesem berühmten Elefanten Karls. Bis zur ersten erhaltenen arabischen Version des *Almagest,* der von Maslama al-Madschriti (gest. 1007/8) – der Version, der Gerhards Team zwei Jahrhunderte später schlussendlich habhaft geworden war –, waren im Orient längst Dutzende von Kommentaren, Neubearbeitungen und Ergänzungen des Buches entstanden. Mit den dort enthaltenen Korrekturen, etwa der Präzisierung der Schiefe der Ekliptik des ptolemäischen Werts um mehr als fünfzehn Minuten auf 23 Grad 35', ließen sich – erinnern wir uns an Lupitus – das Osterfest und das Stundengebet, aber auch die Schicksalsläufe der Fürsten und Päpste in der Tat um einiges genauer berechnen.

Besagter al-Madschriti hatte in Madrid auch die Sterntafel eines gewissen Abū ʿAbdallāh Muḥammad b. Mūsā al-Ḫuwārizmī (gest. um 850) revidiert. Diese Sterntafel, arabisch *zīǧ*, die größtenteils auf dem oben erwähnten *Siddhānta* von Brahmagupta beruhte, wäre ohne die Übersetzung des in Okzident wie Orient weitgereisten Briten Adelard von Bath (gest. 1152) verloren, da das arabische Original bis heute nicht aufgefunden worden ist. Adelard, der die arabische Fassung der Elemente von Euklid ins Lateinische übersetzte und oft unter den Ersten genannt wird, die die indischen ›arabischen‹ Zahlen nach Europa gebracht haben sollen, schreibt dort: »Wir studieren sie [d. h. die Araber] zum Wohle der Lateiner«.[78]

Dasselbe gilt für das berühmteste Werk al-Ḫuwārizmīs, bei dem es sich zudem nun in der Tat um einen originär arabischen Schlüsseltext handelt: die *Arithmetik* oder *Schrift über das indische Rechnen*. Auch sie ist ebenfalls nur dank dieses toledanischen Unternehmens – und nur auf Latein! – erhalten geblieben. Alle Grundversionen dieses Textes stammen aus dem andalusischen Milieu. Der Name seines Autors steht von nun an im Abendland, in Unkenntnis der eigentlichen orientalischen Umstände, für die dezimalen und sexagesimalen ›Rechenalgorithmen‹ mit den arabisch-indischen Ziffern.

So, wie der Begriff ›Algorithmus‹ aus diesem ›al-Ḫuwārizmī‹ hervorging, gebar der Titel von dessen zweitem berühmten Werk, *Das Kompendium zum Rechnen mit der Einrenkung und Gegenüberstellung* (*Kitāb al-Muḫtaṣar fī ḥisāb al-ǧabr wa l-muqābala*),[79]

78 Norman Daniel: *The Arabs and Medieval Europe*. London: Longman 1979, S. 270.

79 Mehr zum Autor und seiner ›Algebra‹ in Ulrich Rebstock: *Rechnen im islamischen Orient. Die literarischen Spuren der praktischen Rechenkunst*. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft 1992, S. 196–199.

ein weiteres mathematisches Faszinosum: die Algebra, wörtlich: *al-ğabr*, die Einrenkung, wie etwa nach einem Bruch des Unterarms. Robert von Chester und Gerhard von Cremona fertigten eigenhändig in Toledo eine Übersetzung an. Wie jedoch das arabische Buch aus Bagdad nach Andalusien gelangte, ist noch weitgehend unbekannt. Bemerkenswert dabei ist jedoch vor allem, dass diesen Übersetzern des 12. Jahrhunderts in Toledo die Weiterentwicklung, die die exakten Wissenschaften und insbesondere die Mathematik nach al-Ḫuwārizmī im arabischen Osten erfuhren, verborgen blieb. Dies gilt besonders für die Mathematik und Algebra, die mittlerweile im Orient durch die fruchtbare Beschäftigung mit al-Ḫuwārizmīs ›Algebra‹ eingesetzt hatte. Keiner der folgenden Namen, die unter vielen anderen für die originellen Leistungen der ›islamischen‹ Mathematik nach al-Ḫuwārizmī stehen, kam jedoch Europa vor dem 17. Jahrhundert zu Ohren. Da ist etwa Qusṭā b. Lūqā (gest. 912), ein syrischer Christ, der Ende des 9. Jahrhunderts nicht nur die euklidschen Beweisformen der geometrischen Algebra weiterentwickelte. Lūqā verfasste auch als präventive Hilfe für seine – notabene – muslimischen Mitbürger ein Buch über die medizinischen und hygienischen Gefahren der islamischen Pilgerfahrt. Oder da ist Ṯābit b. Qurra (gest. 901), ein heterodoxer Sabäer aus dem syrischen Harran (wo heute der sogenannte Islamische Staat wütet), der neben seinen bahnbrechenden Leistungen in der Infinitesimalrechnung erstmals allgemeine Beweise für al-Ḫuwārizmīs algebraische Lösungen liefert. Und da ist Abū l-Wafā' al-Būzğānī (gest. 998), ein persischer Verwaltungsbeamter, Mathematiker und Astronom, der im 10. Jahrhundert nicht nur die Arithmetik und Algebra vorantrieb (etwa mit der Lösung der noch von Diophantos ignorierten biquadratischen Gleichungen der Form $x^4 + ax^3 = b$); al-Būzğānī verfasste auch mehrere sich rasch popularisierende Schriften wie den *Rechenleitfaden für Schreiber und Beamte*[80] und trug so viel dazu bei, dass Mathematik im Orient gesellschaftsfähig wurde. Und dann ist da noch der berühmte persische Dichter mystischer Vierzeiler ʿUmar Ḫaiyām, der Anfang des 12. Jahrhunderts einen Sonnenjahrkalender entwarf *und* die

80 Näheres zum Autor und seinem Werk in Rebstock: *Rechnen*, S. 82–95.

kubischen Gleichungen in die Algebra einführte. Diese bunte Liste an Unbekanntem könnte, vor allem im orientalischen Osten, fast *ad libitum* fortgeschrieben werden. Die Kreuzzüge verhindern dorthin nämlich über eine lange Zeit hinweg einen gedeihlichen Kulturkontakt und Wissenschaftsaustausch. Doch auch über Andalusien und Sizilien, die ja lange Zeit relativ offene Grenzregionen bildeten, werden die orientalischen Leistungen in den exakten Wissenschaften nur zeitversetzt und selektiv wahrgenommen.

Dies bestätigt eine zwei Generationen später und gerade nicht in al-Andalus, sondern in Oberitalien auftretende schillernde Figur aus Pisa, mit der sich ein weiteres Eckdatum verbindet: Leonardo Pisano, genannt Fibonacci (um 1170–1240). Die mehrfache Publikation seines Abakus-Buches, des *Liber abbaci*, 1202 und 1228, in dem er die indisch-arabischen Ziffern und die Dezimalrechenweise mit dem im Abendland ja längst bekannten Rechenbrett verknüpfte, beeinflusste die Entwicklung der europäischen Mathematik entscheidend. Die Quellen dieses *Liber abbaci* sind jedoch größtenteils unbekannt geblieben. Fibonacci war auf seinen Handelsreisen auch nach Byzanz und vielleicht auch in die Levante gelangt und er war, wie er selber auf Seite 1 seines *Liber abbaci* sagt, bei Meistern aus dem tunesischen Bougie einige Wochen in die Lehre gegangen.[81] Doch das Wenige, das von diesem Lehrstoff bekannt ist, stiftet nur Verwirrung. Denn Fibonacci schöpfte nicht aus den fortgeschrittenen Leistungen der orientalischen Mathematiker des 12. Jahrhunderts, von denen wir eben gehört haben. Das wäre angesichts seines Zusammentreffens mit den gelehrten Kreisen um den Stauferkaiser Friedrich II. 1226 in Pisa durchaus nicht unmöglich gewesen. Namen wie der des Bagdader Arithmetikers al-Karağī, der, wie der deutsche Mathematikhistoriker Moritz Cantor es 1892 formulierte, »über Diophantos hinausging« und der die Elferprobe als Beweisverfahren in die Mathematik einführte, oder der Name des wohl bedeutendsten islamischen Mathematikers des 11. Jahrhunderts, Ibn al-Haiṯam (genannt Alhazen, gest. 1041), der u. a. Euklids Parallelenpostulat

81 Leonardo Pisano: *Liber Abbaci*. Herausgegeben von Baldassare Boncompagni. Rom 1857, S. 1.

umfassender bewies und Ptolemäus noch weiter korrigierte – alle diese Namen und die damit verbundenen Leistungen waren Fibonacci offenbar nicht bekannt.[82] Er schöpfte aber auch nicht aus den Lehren bedeutender zeitgenössischer *nordafrikanischer* Gelehrter wie etwa Ibn al-Yāsamīn (gest. 1204), Aḥmad al-Būnī (gest. 1225) oder Ibn Badr, der um diese Zeit die *Algebra* von al-Ḫuwārizmī neu bearbeitete. Auch einen gewissen Ibn Munʿim (gest. 1212) kannte er nicht, der um 1207 am Hof des Almohadenkalifen an-Nāṣir in Marrakesch gerade das erste Lehrbuch der Kombinatorik verfasst hatte und auf den wir später noch einmal zu sprechen kommen. Die Gunst der Stunde blieb ungenutzt. Fibonaccis Abakus-Buch spiegelt erneut nicht mehr wider als den Stand der Kenntnisse in den überholten Werken der Gründerväter al-Ḫuwārizmī und Abū Kāmil.[83] Auch das zweite aufsehenerregende Werk von Fibonacci, seine *Practica geometriae*, deren Quellen man etwas genauer zurückverfolgen kann, trägt diesen Makel. Sie ist nichts anderes als eine Bearbeitung des oben erwähnten *Chibbur ha-meschicha ve ha-tischboreth* von Savasorda, dem Polizeiobersten aus Barcelona.

Bis zum Beginn des 13. Jahrhunderts waren also über ganz unterschiedliche Kanäle einige wenige und dazu ›veraltete‹ mathematische Neuigkeiten nach Europa gelangt. Dabei lassen sich ganz allgemein zwei Besonderheiten feststellen: Zum einen erfolgte, abgesehen von den spärlichen Direktkontakten in Nordspanien und Sizilien, die Übernahme dieses Wissens über die unpersönliche, halbanonyme Übersetzung von Texten, die zudem, aus orientalischer Sicht, antiquierten Inhalts waren. Zum anderen blieb die Selektion dieser Texte Kriterien unterworfen, die dem philosophischen und naturwissenschaftlichen Interesse der christlichen Scholastik entsprangen. In Umwandlung eines Bonmots des dänischen Wissenschaftshistorikers Jens Høyrup, der den ›Gewohnheitsaristotelismus‹

82 Fuat Sezgin: *Geschichte des arabischen Schrifttums* (*GAS*), Band V: Mathematik. Leiden: Brill 1974, S. 358 ff. In seiner *Schrift über die Zweifel an Ptolemäus* korrigiert er den ägyptischen Altmeister methodisch und rechnerisch.

83 Rushdie Rashed: *Fibonacci et les mathématiques Arabes*. Unveröffentlichtes Vortragsmanuskript 1990, S. 4 ff.

erfand, könnte man dies als ›Gewohnheits*algorismus*‹ bezeichnen – der »mit ernster Philosophie respective Mathematik soviel zu tun hatte, wie Gewohnheitserotik mit leidenschaftlicher Liebe«.[84]

Bis ins 15. Jahrhundert war diese selektive Wahrnehmung und Unkenntnis – auch als Folge der deprimierenden Kreuzzugserfahrungen und der drohenden Türkenkriege – noch größer geworden. In Oberitalien und der Provence entstehen Rechenbücher, zum Teil schon in romanischen Regionalsprachen, in denen zwar unverkennbar arabische Rechentechniken eingearbeitet sind, deren pädagogische Zielsetzung sich aber sichtbar vom Erbgut ihrer islamischen Quellen emanzipiert hat. Hier entsteht in der Frührenaissance eine eigenständige mathematische Tradition, die nur noch dem Namen nach auf ihre Ursprünge verweist. Die Autoren, die Einführungen in die Arithmetik, in die Geometrie und das kaufmännische Rechnen verfassen, nennen sich nämlich ›Cossisten‹. Die Bezeichnung stammt von *cosa*, der italienischen Variante des lateinischen *res*. Mit *res* hatte man nämlich das arabische *šai'un*, etwas, eine Sache, die unbekannte Größe in einer algebraischen Gleichung, übersetzt. Unser ›X‹, das den Anfangsbuchstaben *šīn* von dieser ›Sache‹, *šai'un*, simuliert, ist also eigentlich etwas Arabisches.

Cossisten → algebraisches »X«

»Cossisten« ← *cosa* ital. für lat. *res* = Sache

Sache = arab. *shai'un*, شيء , aus »ش« wird »X«

Abb. 3 Cossisten
© Ulrich Rebstock

Über diese Cossisten gelangen die arabischen Rechentechniken dann auch nach Süddeutschland. 1461 wird erstmals in deutscher Sprache eine algebraische Gleichung mit einem Hinweis auf

84 Jens Høyrup: *In Measure, Number, and Weight. Studies in Mathematics and Culture*. Albany: State University of New York 1994, S. 152.

al-Ḫuwārizmī behandelt. Begeisterte Humanisten des 15. Jahrhunderts wie Georg Peurbach (1423–1461), Fridericus Gerhart (gest. nach 1463) und Johannes Müller aus Königsberg, genannt Regiomontanus (1436–1491), dürften daran beteiligt gewesen sein. So hatte Letzterer während seines vierjährigen Aufenthaltes in Italien zwischen 1461 und 1465 in einer rastlosen Sammlertätigkeit fast alle zu seiner Zeit bekannten mathematischen Werke, darunter auch die Übersetzungen aus dem Arabischen und das *Liber abbaci* von Fibonacci, zusammengetragen. Nach seiner Rückkehr und bis zu seinem Tode 1491 in Nürnberg avancierte er zu einem der bekanntesten abendländischen Mathematiker.[85] Als er 1463 eine Diophantos-Handschrift auffand, soll er – mit dem Stolz des einäugigen Königs von Blinden – gesagt haben, dass niemand ihn bisher ins Lateinische übersetzt habe und hier die Blüte der gesamten Arithmetik, die von den Arabern *ars rei et census* genannt werde, liege.[86] In den jetzt entstehenden süddeutschen Rechenbüchern wird somit längst verfremdetes Wissen reaktiviert. Man weiß gerade noch, dass es von den Arabern stammt, »dicit Arabs« heißt es dann,[87] ein anonymer Autor ›Initius Algebras‹ referiert die Algebra aus dem Koran von Muḥammad, dem islamischen Propheten,[88] nachdem er den Autor *Algebra*s zuvor zu einem Zeitgenossen Alexanders und Euklids, hier: »Ylem«, macht. ›*al-ǧabr*‹ kann anderswo gar zu seinem Geburtsort ›Ǧabrīn‹ entstellt werden.

85 Johannes Müller: *Regiomontanus. On Triangles*. Herausgegeben von Barnabas Hughes. Madison: University of Wisconsin Press 1967, S. 18. Mehr dazu und zu dieser neuen Epoche der mathematischen Rezeptionen aus dem Osten bei Albrecht Heeffer: *Humanist Repudiation of Eastern Influences in Early Modern Mathematics*. Online-Publikation der Ghent University, Belgien 2007, http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.153.338, S. 1, 3 und passim.
86 Kurt Vogel: *Der Donauraum. Die Wiege mathematischer Studien in Deutschland.* München: Werner Fritsch 1973, S. 18.
87 Siehe dazu Wolfgang Kaunzner: *Über einige algebraische Abschnitte aus der Wiener Handschrift Nr. 5277*. Wien: Springer 1972, S. 171.
88 Maximilian Curtze: *Urkunden zur Geschichte der Mathematik im Mittelalter und der Renaissance. Zweiter Theil*. Leipzig: Teubner 1902, S. 449. Aus der *Algebra* des Initius Algebras, MS UB Göttingen.

Ich habe bisher ganz bewusst in diese knappe Wiedergabe des Modells der Erbfolge mathematischer Errungenschaften zwischen Ost und West schon einige Unstimmigkeiten und Merkwürdigkeiten eingestreut. Ich möchte das noch etwas weitertreiben.

Die Unstimmigkeiten und Merkwürdigkeiten weitertreiben

In der ältesten mathematischen Aufgabensammlung in lateinischer Sprache, den anonymen *Propositiones ad acuendos juvenes* (Aufgaben zum Ergötzen von Jugendlichen – das waren eben noch andere Zeiten!), wird in der Aufgabe Nr. 39 von einem Mann berichtet, der hundert Tiere, Kamele, Esel und Schafe, aus dem Orient zu verschiedenen Stückpreisen kaufte. Herausgefunden werden soll die Zusammensetzung der Herde bei einem Gesamtpreis von 100 *solidi*.[89] Diese Aufgabe riecht geradezu nach Orient. Sie tut es umso mehr, als man ihr in einer anderen Einkleidung, aber mit denselben Zahlenwerten (in den *Ṭarā'if al-ḥisāb*, den *Seltenheiten des Rechnens*) bei Abū Kāmil (Šuǧā' b. Aslam) begegnet, bei eben jenem Abū Kāmil, auf dessen *Algebra* sich Fibonacci berief.[90] Lässt man aber einmal die Nase aus dem Spiel, dann entpuppt sich dieser scheinbar offenkundige und früheste Anhaltspunkt für die Ausstrahlung des arabischen Rechnens auf

89 Menso Folkerts: *Die älteste mathematische Aufgabensammlung in lateinischer Sprache: Die Alkuin zugeschriebenen ›Propositiones ad acuendos iuvenes‹. Überlieferung, Inhalt, Kritische Edition.* (Österreichische Akademie der Wissenschaften, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse, Denkschriften 116. Band 6. Abhandlung) Wien: Springer 1978, S. 68.

90 Zur Person des Abū Kāmil (ca. 850–930) siehe G.P. Matvievskaja und B.A. Rozenfeld: *Matematiki i Astronomi Musulmanskogo Srednevekovja i ix Trudi (VIII–XVII vek.)*, 3 Bände. Moskau: Izdatelstvo nauka 1982, Band 1 (Nr. 81), S. 112 und 'A. Anbūba: Un Algébraiste arabe: Abū Kāmil Šuǧā' b. Aslam. In: *Horizons Techniques du Moyen-Orient*, Beirut Nr. 2 (1962), passim; die *Ṭarā'if* wurden übersetzt und kommentiert von Heinrich Suter in: Ders.: *Beiträge zur Geschichte der Mathematik und Astronomie im Islam*, 2 Bände. Frankfurt/M.: Institut für die Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften 1986, Band 1, S. 100–112; eine Faksimile-Edition ist zu finden bei A.S. Sa'īdān: Ṭarā'if al-ḥisāb li-Abī Kāmil Šuǧā' b. Aslam al-Miṣrī [Einleitung, Faksimile-Edition und Kommentar]. In: *Maǧallat Ma'had al-Maḫṭūṭāt al-' Arabīya* 9.1 (1963), S. 294–310; die Aufgabe ist auf S. 295, Zeilen 3–5, gestellt.

das Abendland als äußerst kompliziertes und bis heute noch nicht gelöstes Rätsel.

Der Münchener Mathematikhistoriker Menso Folkerts,[91] dessen Lehrstuhl vor einigen Jahren als der letzte seiner Art in Deutschland abgeschafft wurde, schrieb die *Propositiones* dem Umkreis des Alkuin zu, dem 804 gestorbenen gelehrten Berater Karls des Großen. Dies aber eröffnet ein kaum lösbares chronologisches Problem. Die unausgesprochene Arbeitshypothese von Folkerts lautet nämlich: Karl der Große trifft mit Boten »Arons«, so wird der abbasidische Kalif Hārūn ar-Rašīd in den lateinischen Quellen genannt, 801 in Ravenna zusammen, mit oder ohne Abū l-ʿAbbās, dem Elefanten, und Alkuin komponiert nun seine *Propositiones* in einem Brief an den Kaiser.[92] Selbst wenn man nur die vagere Formulierung des österreichischen Historikers Kurt Vogel[93] eines regen diplomatischen Austausches zwischen Aachen und Byzanz akzeptiert,[94] dann ist die Überlieferungsbrücke von Osten nach Westen geschlagen. Aus chronologischen Gründen – Abū Kāmil schrieb ja mehr als eine Generation *später* als Alkuin – müsste sie aber in umgekehrter Richtung, von Westen nach Osten, überquert worden sein.

Folkerts ließ diesen Widerspruch auf sich beruhen. Vogel hatte ihn zu lösen versucht, indem er diese Aufgabe Nr. 39 zum Anlass nahm, seine frühere Ansicht, Alkuin sei Autor der *Propositiones*, revidierte und ihre Entstehung auf die Insel Reichenau auf die Jahrtausendwende verlegte.[95] Damit würde die Richtung

91 Folkerts: *Die älteste mathematische Aufgabensammlung*, S. 3.

92 Ebd., S. 30 f. Skeptisch dazu Daniel: *Arabs*, S. 50.

93 Kurt Vogel: Byzanz, ein Mittler – auch in der Mathematik – zwischen Ost und West. In: Ders.: *Kleinere Schriften zur Geschichte der Mathematik*, Band 1. Herausgegeben von Menso Folkerts. Wiesbaden: Franz Steiner Verlag 1988, S. 574–592, hier S. 36 f. (Originalnummerierung).

94 In den fränkischen Reichsakten wird die erste Gesandtschaft des Kalifen ins Jahr 801 und die Rückkehr Isaaks auf den 20.7.802 datiert, vgl. Dreßen (Hrsg.): *Ex Oriente*, Band 3, S. 79 ff.

95 Herbert Hunger/Kurt Vogel: *Ein byzantinisches Rechenbuch des 15. Jahrhunderts. 100 Aufgaben aus dem Codex Vindobonesis Phil. Gr. 65. Text, Übersetzung und Kommentar.* Wien/Köln: Böhlau 1963, S. 98; Revision von Kurt Vogel: *Die Practica des Algorismus Ratisbonensis. Ein Rechenbuch des Benediktinerklosters St. Emmeram aus der Mitte des 15. Jahrhunderts nach*

wieder stimmen, zumal sich der früheste physische Beleg für Aufgabe Nr. 39 in einer um diese Zeit geschriebenen Handschrift des Vatikan findet.[96] Doch auch diese Lösung lässt sich mit ihren eigenen Mitteln in Zweifel ziehen. Denn ein weiterer Hinweis auf die orientalische Herkunft der Aufgabe Nr. 39 ist eine zweite ›Kamel‹-Aufgabe in den *Propositiones* unter der Nr. 52. Die aber gehört – nun wieder nach Folkerts – nachweislich bereits zur ersten Redaktionsstufe der *Propositiones* von Alkuin, denn sie ist schon in einer Handschrift des ausgehenden 9. Jahrhunderts enthalten.[97]

Das Beispiel der Hundert-Tiere-Aufgabe stammt aus der sogenannten mathematischen Unterhaltungsliteratur. Ihre Erforschung hat gerade erst begonnen. Aber es zeichnet sich schon ab, dass sie sich außerhalb der gelehrten Mönchsstuben entwickelte und sich auf andere und auch unbekümmertere und schlecht dokumentierte Weise verbreitete. Auch dazu, stellvertretend für einen bestimmten Habitus in diesem Milieu, orientalische Rechentechniken hier im Okzident zu akklimatisieren, möchte ich ein Beispiel geben.

In einem erst 1546 gedruckten, aber unserem oben erwähnten vier Jahrhunderte älteren Abraham ben Ezra aus Pisa zugeschriebenen, Text wird ein rechnerischer Kunstgriff, eine *Tachbula*, ben Ezras erwähnt. Er soll auf einem Schiff, auf dem er sich zusammen mit fünfzehn Taugenichtsen und fünfzehn Studenten – eine realistische Proportion – in Sturmnot befand, eine Abzählregel angewendet haben. Diese Abzählregel, die der Autor als »algebraisch« bezeichnet, soll das Los für die bestimmen, die über Bord geworfen werden müssten, um das Schiff vor dem Kentern zu bewahren. Das Los soll gerecht entscheiden und jeden neunten treffen, natürlich aber nur die Taugenichtse.

den Handschriften der Münchner Staatsbibliothek und der Stiftsbibliothek St. Florian. Herausgegeben und erläutert von Kurt Vogel. (Schriftenreihe zur bayerischen Landesgeschichte, 50) München: C. H. Beck 1954, S. 222.

96 Siehe Folkerts: *Die älteste mathematische Aufgabensammlung*, S. 17: Vat. Ottobon. Lat. 1473, f. 28r–35v.

97 Siehe ebd., S. 17, 74: Vat. Regin. Lat. 309, f. 16rv. 3v–4r.

I. Abraham ben Ezra: Taugenichtse und Studenten

S S S S T T T T T T S S T S S S T S T T S S T T T S T T S S T
14 4 7 12 1 10 5 2 8 13 15 11 6 3 9

Legende: S = Student, T = Taugenichts, die arabischen Ziffern zählen die 15 Geretteten

Abb. 4 Abraham ben Ezra: Taugenichtse
© Ulrich Rebstock

Wenig später werden in einer christlichen Handschrift in hebräischer Schrift aus Oxford aus den Taugenichtsen Juden und aus den Studenten Christen. In den *Historien und gute Schwänke des Meisters Hans Sachs* (herausgegeben 1818 in Pest von Conrad Späth, genannt Frühauf) schließt sich schließlich der Kreis: Hans Sachs, der als guter Lutheraner 1576 in Nürnberg verstarb, machte aus den fünfzehn Juden dann fünfzehn Türken.[98]

In der mathematischen Unterhaltungsliteratur finden sich zahlreiche solcher unvermuteter und ungeklärter Umformungen, Abhängigkeiten oder gar Richtungswechsel von Rechenaufgaben und -techniken. Oft ist die Frage nach der Herkunft nicht mehr zu beantworten. Die Identifizierung des Ostens und des Westens, sei es als Geber oder Empfänger, tritt vor den spezifischen Umständen zurück, unter denen sich diese Rechentechniken jeweils vor Ort durchsetzen. Erst in dieser Durchsetzungsgeschichte treten die komplexen wissenschaftlichen und kulturellen Vorbehalte und Selektionsmuster zutage, die auch dem mathematischen Wissenstransfer zwischen Ost und West eigentümlich sind. Ich möchte das an dem Beispiel erörtern, welches sich scheinbar zweifelsfrei in das herkömmliche Modell des befruchtenden Kulturtransfers von Ost nach West einordnen lässt: An der Erfolgsgeschichte der sogenannten arabischen Ziffern.

98 Moritz Steinschneider: Abraham Ibn Ezra (Abraham Judaeus, Avenare). Zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften im XII. Jahrhundert. In: *Zeitschrift für Mathematik und Physik* 25 (1880), S. 58–128, hier S. 123–124.

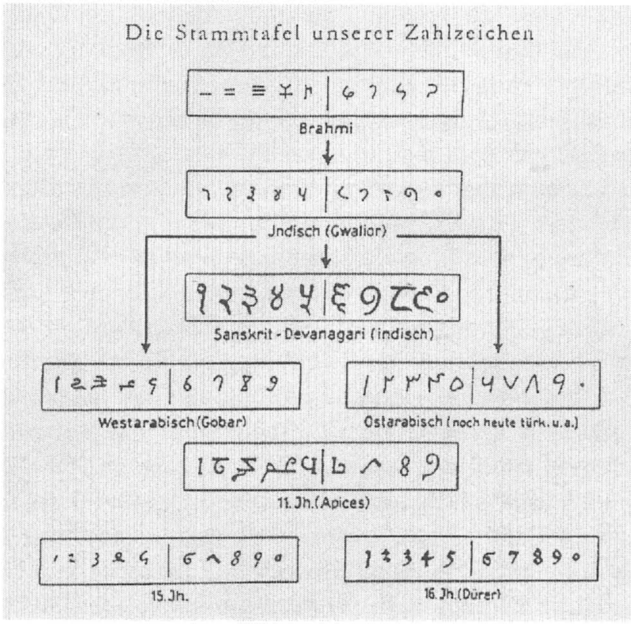


Abb. 5 Stammtafel unserer Zahlzeichen, aus: Karl Menninger: *Zahlwort und Ziffer. Eine Kulturgeschichte der Zahl*. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht 1958, S. 136

Die Erfolgsgeschichte der arabischen Ziffern

Nachweislich tauchen diese ›Ziffern‹ erstmals in Europa in einer Isidor von Sevilla zugeschriebenen lateinischen Handschrift von 976 auf, korrekt von 1 bis 9 von rechts nach links aufgelistet. Im folgenden Jahrhundert verdrängen diese Ziffern die bis dato benutzte sogenannte römische und die alphanumerische Notation mit griechischen Buchstaben auf dem Rechenbrett fast gänzlich. Auch der *Abacus* zeigt nun Spuren der neuen Notation: Auf den Zählsteinen, den *apices*, und den dezimalen vertikalen Spalten des *Abacus* erscheinen nun oft stark verfremdete ›arabisierende‹ Ziffernformen; mitunter ist etwa eine ›arabische‹ statt einer römischen Sieben eingraviert. Die Benennung der Zahlen selbst ist, mit Ausnahme der drei erkennbaren Übernahmen aus dem Arabischen, der 4, 5 und der 8, bis heute rätselhaft.

Zur Geschichte der 'arabischen' Ziffern

serial number	number value	Greek	Semitic	Arabic (East)	West Arabic (Maghrebi)	astrolabe carolingien
1.	1	Α	ʾ	ا [ʾ]		A
2.	2	Β	*b*	ب [*b*]		b
3.	3	Γ	*g*	ج [*j*, *ǧ*]		C
4.	4	Δ	*d*	د [*d*]		D
5.	5	Ε	*h*	ه [*h*]		E
6.	6	ϛ	*w*	و [*w*]		V
7.	7	Ζ	*z*	ز [*z*]		z
8.	8	Η	*ḥ*	ح [*ḥ*]		h
9.	9	Θ	*ṭ*	ط [*ṭ*]		T
10.	10	Ι	*y*	ى [*y*]		I
11.	20	Κ	*k*	ك [*k*]		K
12.	30	Λ	*l*	ل [*l*]		L
13.	40	Μ	*m*	م [*m*]		M
14.	50	Ν	*n*	ن [*n*]		N
15.	60	Ξ	*s* [*sāmekh*]	س [*s*]	ص [*ṣ*]	O
16.	70	Ο	ʿ	ع [ʿ]		G
17.	80	Π	*p*	ف [*f*]		F
18.	90	ϙ	*ṣ*	ص [*ṣ*]	ض [*ḍ*]	ð
19.	100	Ρ	*q*	ق [*q*]		
20.	200	Σ	*r*	ر [*r*]		
21.	300	Τ	*sh* [*shīn*]	ش [*sh*, *š*]	س [*s*]	
22.	400	Υ	*t*	ت [*t*]		
23.	500	Φ		ث [*th*, *ṯ*]		
24.	600	Χ		خ [*kh*, *ḫ*]		
25.	700	Ψ		ذ [*dh*, *ḏ*]		
26.	800	Ω		ض [*ḍ*]	ظ [*ẓ*]	
27.	900	ϡ		ظ [*ẓ*]	غ [*gh*, *ġ*]	
28.	1000			غ [*gh*, *ġ*]	ش [*sh*, *š*]	

Tafel 1

Abb. 6 Geschichte der ›arabischen‹ Ziffern, aus: Paul Kunitzsch: *Geschichte*, S. 37 (siehe Anmerkung 105)

Als im 12. Jahrhundert in Spanien und Italien die Texte al-Ḫuwārizmīs und andere Einführungen in die indisch-arabische Arithmetik bekannt werden, setzt eine zweite Welle der Übernahme dieser Ziffern zum Rechen- und bald auch zum Alltagsgebrauch ein. Der *Abacus* verlor zunehmend an Bedeutung und die Ziffern bekamen klarere Formen. Auch in Byzanz wurde bereits 1252 eine anonyme Schrift über das indische Rechnen verfasst, die dann der Grieche Maximos Planudes um 1300 in seine *Ziffernarithmetik der Inder* umschrieb. Die ubiquitäre Ausbreitung dieser Notation wird besonders anschaulich durch einen 1299 in Florenz veröffentlichten Erlass, dem Artikel 101 des ›Statuo dell'Arte di Cambio‹, in welchem die Verwendung von arabischen Ziffern unter Strafe gestellt wird.[99] Der Grund für dieses Verbot lag auf der Hand: Die neue Stellenschreibweise war in der Magistratur noch kaum bekannt. Eine einfache Verschiebung einer Zahl nach links oder rechts konnte – oder sollte! – zu einer Verfälschung um den Faktor 10 führen. Die Verwendung der effizienten und bequemen Methode ließ sich durch das Verbot jedoch nicht eindämmen. Man kombinierte nun etwa beide Notationen oder zerlegte gar die ›kaiserlichen‹, d. h. römisch geschriebenen, Beträge in dekadische Zahlenkolonnen und rechnete so arabisch mit ihnen.[100] Überhaupt wird dieses etwas hilflose Verbot nur durch die spirituellen Vorbehalte ganz verständlich. Pater Giordano von Pisa klagte 1303 über die Händler von Florenz, dass sie »Tag und Nacht nichts anderes täten, als denken und rechnen«. Und ein Satiriker des 13. Jahrhunderts nannte die Arithmetik »Aerismetica«, die Kunst des Geldes.[101] Die kirchlichen Autoritäten hielten sich nun nicht mehr nur gegenüber der theoretischen Mathematik bedeckt, die sie ja erfolgreich in der lateinischen Ausbildung marginalisiert hatten, sondern auch gegenüber den praktischen Rechenkünsten, die für sie die Verselbständigung der Kalkulierbarkeit von der göttlichen

99 Alfred Nagl: Über eine Algorismusschrift des XII. Jahrhunderts und über die Verbreitung der indisch-arabischen Rechenkunst und Zahlzeichen im christlichen Abendland. In: *Zeitschrift für Mathematik und Physik, Hist.-Lit. Abt.* 34 (1889), S. 161–163.

100 Alexander Murray: *Reason and Society in the Middle Ages.* Oxford: Clarendon Press 1987, S. 194, 165.

101 Ebd., S. 191.

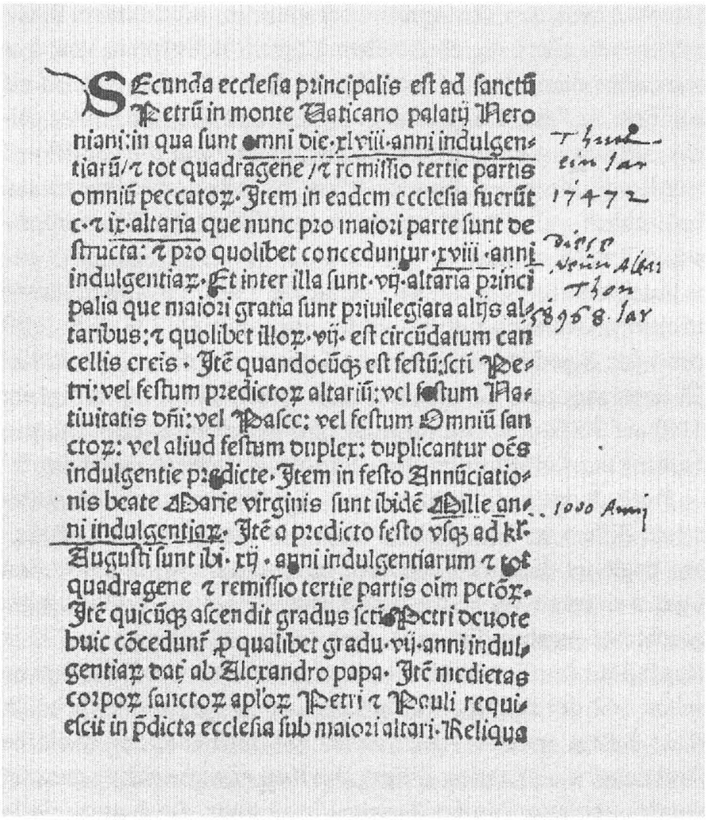
Vorsehung symbolisierte. Im 16. und 17. Jahrhundert bekommen diese Vorbehalte noch dazu – im Schatten des Kulturkampfes zwischen Humanisti und Arabisti – einen merklich inquisitorischen Unterton. So verurteilt noch Athanasius Kircher, der bekannte römische Jesuit, in seiner *Arithmologia* um 1665 die ›sarazenischen‹ und – wegen der besonders in astrologischen Schriften oft benutzten hebräischen Buchstabenzahlen – ›israelitischen‹ Rechengeheimnisse.[102]

Die Abacisti und Cossisti Oberitaliens und der Provence ließen sich von solchen Vorbehalten nicht beeindrucken. Mitte des 15. Jahrhunderts war die Notation mit den arabischen Ziffern Standard geworden. Zur selben Zeit wurden diese Ziffern im *Bamberger Blockbüchlein* erstmals in einem deutschen Text zur Erklärung des Einmaleins und für kaufmännische Musteraufgaben benutzt. So zäh sich auch ihre Durchsetzung in Bereichen jenseits der Rechenliteratur gestaltete, so wenig war ihr Erfolg auf Dauer aufzuhalten.

Das Blatt (Abb. 7) aus dem Gebetsbüchlein eines um 1500 aus Italien zurückgekehrten süddeutschen Pilgers macht dies restlos deutlich: Er rechnet am Blattrande aus, wie viele Ablassjahre ihm bei einem Tagessatz von 48 Jahren angerechnet werden, nachdem er ein Jahr lang die Peterskirche im Vatikan besucht hatte: 48 Jahre x 364 Tage = 17.472 Jahre, und wieviel die dazugehörige Andacht vor den neun Altären dort bei einem Ablasssatz pro Altar von 18 Jahren einbrachte: 9 x 18 x 364 = 58.968 Jahre.[103]

Ein halbes Jahrtausend war seit der von Lupitus aus Barcelona und insbesondere von Gerbert von Aurillac ausgelösten Euphorie über die Präzision und vielseitige Verwendbarkeit der arabischen Ziffern und damit ausführbaren Rechenoperationen vergangen. Es wäre jedoch zu kurz gegriffen, die Verantwortung für diese zögerliche Erbfolge einer Art klerikaler Kulturblockade zuzuweisen. Viel näher liegt die einfache Tatsache, dass für die neue Notation andere vertraute und bewährte Notationen verdrängt werden mussten (siehe Abb. 5: *Stammtafeln*).

102 Jaques Sesiano: *Les Carrés magiques dans les Pays Islamiques.* Lausanne: Presses polytechniques et universitaires romandes 2004, S. 254.
103 Peter Jezler: *Himmel, Hölle, Fegefeuer. Das Jenseits im Mittelalter.* Katalog zur Ausstellung, Zürich: NZZ 1994, S. 242.


Secunda ecclesia principalis est ad sanctū
Petrū in monte Vaticano palatij Nero
niani: in qua sunt omni die .xlviii. anni indulgen-
tiarū / et tot quadragene / et remissio tertie partis
omniū peccatorum. Item in eadem ecclesia fuerūt
c. et ix. altaria que nunc pro maiori parte sunt de
structa: et pro quolibet conceduntur .xviii. anni
indulgentiarum. Et inter illa sunt .vij. altaria princi
palia que maiori gratia sunt priuilegiata alijs al
taribus: et quolibet illorum .vij. est circūdatum can
cellis creis. Itē quandocūq3 est festū scti Pe-
tri: vel festum predictorum altariū: vel festum Na-
tiuitatis dñi: vel Pasce: vel festum Omniū san
ctorum: vel aliud festum duplex: duplicantur oēs
indulgentie predicte. Item in festo Annūciatio-
nis beate Marie virginis sunt ibidē Mille an-
ni indulgentiarum. Itē a predicto festo vsq3 ad kl.
Augusti sunt ibi .xij. anni indulgentiarum et tot
quadragene et remissio tertie partis oim pctōr.
Itē quicūq3 ascendit gradus scti Petri deuote
huic cōceduntur pro qualibet gradu .vij. anni indul-
gentiarum datū ab Alexandro papa. Itē medietas
corporum sanctorum aplōr Petri et Pauli requi-
escit in pdicta ecclesia sub maiori altari. Reliqua

17472
58968 Jar
1000 Annj

Abb. 7 Ablassrechnung, aus: Peter Jezler: *Himmel*, S. 242 (siehe Anmerkung 103)

Die griechische alphanumerische Notation (*αβγδ*...), die schon von Beda Venerabilis (gest. 735) benutzt wurde, ist zweifelsfrei orientalischen Ursprungs. Wie die Griechen behielten auch die Araber die altsemitische Buchstabenfolge bei ihrer alphanumerischen Notation bei (*abğad*...), wie das ja auch noch heute bei uns bei bestimmten astronomischen Berechnungen der Fall ist.[104]

104 Allerdings mit t = 400 (Griechen: *teta* = 300, wegen der Auslassung des aus dem griechischen Alphabet ausgefallenen *sade*).

Daneben notierten die Araber aber auch in griechischen Buchstaben, vor allem die christlichen Kopten in Ägypten; von dort wanderten diese Buchstabenziffern in den arabischen Westen als »chiffres de Fes«, auf Arabisch *römische*, *rūmī*, genannt. Als solche tauchten sie oft unerkannt in lateinischen Schriften auf[105] und wurden als Varianten der arabischen Ziffern missverstanden und – fälschlich – als die ältesten arabischen Ziffern in einem europäischen Text betrachtet.

Auch die römischen Ziffern (I, II, III, IV, V, ... X, L, C usw.) blieben in Gebrauch und wichen den arabischen (1, 2, 3, 4, 5, ... 10 usw.) nur zögerlich. So operierten Kopisten der ersten lateinischen Übersetzungen des *Almagest* aus dem Griechischen, angefertigt um 1160 auf Sizilien, in einer Fassung mit römischen, in einer anderen Fassung parallel mit arabischen, genauer: *ost*arabischen, Ziffern.[106]

Doch damit nicht genug. Denn die Durchsetzung der arabischen Ziffern im lateinischen Westen ist von einer Merkwürdigkeit begleitet, die nur aus der Perspektive des islamisch-arabischen Ostens zu erkennen ist. Auch dort hatte es ja eine Durchsetzungsgeschichte gegeben. Bevor nämlich das *Sindhind* kurz nach 772 in Bagdad aus dem Sanskrit ins Arabische übersetzt worden war, hatte schon 662 der syrische Bischof und Astrologe Severus Sébókht diese Ziffern erwähnt. Al-Ḫuwārizmīs Schrift über das »indische Rechnen«, wie im Orient Ziffern und Rechenweise richtig genannt wurden, ist im arabischen Original ja verloren. Doch muss sie in ihrer Zeit weithin bekannt gewesen sein. Auffällig ist nun, dass die älteste bekannte indische Zahl in einem *arabischen* Text erst in einem ägyptischen Papyrus aus dem Jahr 873/4 erscheint und damit gerade ein Jahrhundert älter ist als das Isidor-Manuskript von Sevilla. Von ästhetischen Widerständen im Orient gegen diese neue Rechenweise haben wir ja schon gehört. Aber es gab hier auch Unverständnis – wie im Westen: Dort spricht Regiomontanus in seiner Biographie davon, dass er zwar während seiner vier

105 In der Handschrift MDU 604 des Diözesanmuseums in Urgell, datiert auf das Jahr 938, siehe dazu Paul Kunitzsch: *Zur Geschichte der ›arabischen‹ Ziffern.* (Bayerische Akademie der Wissenschaften, Phil.-Hist. Klasse, Sitzungsberichte, Jahrgang 5, Heft 3) München: C.H. Beck 2005, S. 5f.
106 Siehe dazu Kunitzsch: *Geschichte*, S. 25 und passim.

Jahre in Italien das arabische Rechnen gelernt, zeitlebens aber mit der Null seine Probleme gehabt habe. In Bagdad missverstand Ibn an-Nadīm (gest. 993), ein breit gebildeter Autor einer umfassenden Wissenschaftsenzyklopädie, gar noch gegen Ende des 10. Jahrhunderts die ›indischen‹ Ziffern: Er ordnet die neun Zeichen den ersten neun arabischen *abǧad*-Buchstaben zu, die Zehnerzahlen mit je einem Punkt darunter den *abǧad*-Buchstaben *ya'* bis *ṣād*, die Tausenderzahlen mit je zwei Punkten darunter den restlichen Buchstaben *qāf* bis *ẓā'*; er verstand sie also als Teil des indischen Alphabets.[107] Und der andalusische Theologe Abū ʿAmr ʿUṯmān ad-Dānī (gest. 1053) meinte, dass dieser kleine Kringel, die Null, arabisch *ṣifr*, wovon unsere ›Ziffer‹ stammt, ein Vokalzeichen sei, nämlich das *sukūn* für die Vokallosigkeit.[108]

Die zögerliche Durchsetzung der indischen Ziffern und Rechenmethode im Osten besitzt ganz unterschiedliche Gründe und Auswirkungen. Schon das Schicksal des ältesten erhaltenen arabischen ›indischen Rechenbuchs‹, verfasst 952 von al-Uqlīdisī, dem ›Euklidianer‹, wahrscheinlich in Damaskus, spricht Bände. Denn alles, was wir von Buch und Autor kennen, ist gerade das Manuskript selbst: Ob es je jemand gelesen hat? Wir kennen bis heute keine einzige sekundäre Erwähnung des Buches!

Im Zuge der stockenden Verbreitung im Orient bildeten sich über Zwischenstufen zwei verschiedene Notationen aus: neben der ursprünglichen ›östlichen‹ eine zweite ›westliche‹. Diese Unterscheidung wurde im Westen wahrgenommen. In zahlreichen lateinischen Handschriften (Dresden, Berlin, Oxford, Vatikan, München) aus Andalusien werden die östlichen »indice figure«, die westlichen »toletane figure« genannt. Es sind nun diese westlichen ›toledanischen‹ Ziffernformen, die in den lateinischen Quellen ab 976 auftauchen.[109] Wogegen Fibonacci, der ja in Tunesien

107 Ibn an-Nadīm: *Kitāb al-Fihrist.* Herausgegeben von Taǧaddud Riḍā. [o. O. und o. J.], S. 20.

108 Paul Kunitzsch: The Transmission of Hindu-Arabic Numerals Reconsidered. In: Hogendijk/Sabra (Hrsg.): *The Enterprise of Science*, S. 3–21, hier S. 4.

109 Im *Codex Vigilanus*, der Isidors *Etymologiae* enthält, siehe dazu Florian Cajori: *A History of Mathematical Notations*, Volume 1. New York: Cosimo classics 2007, S. 49–51.

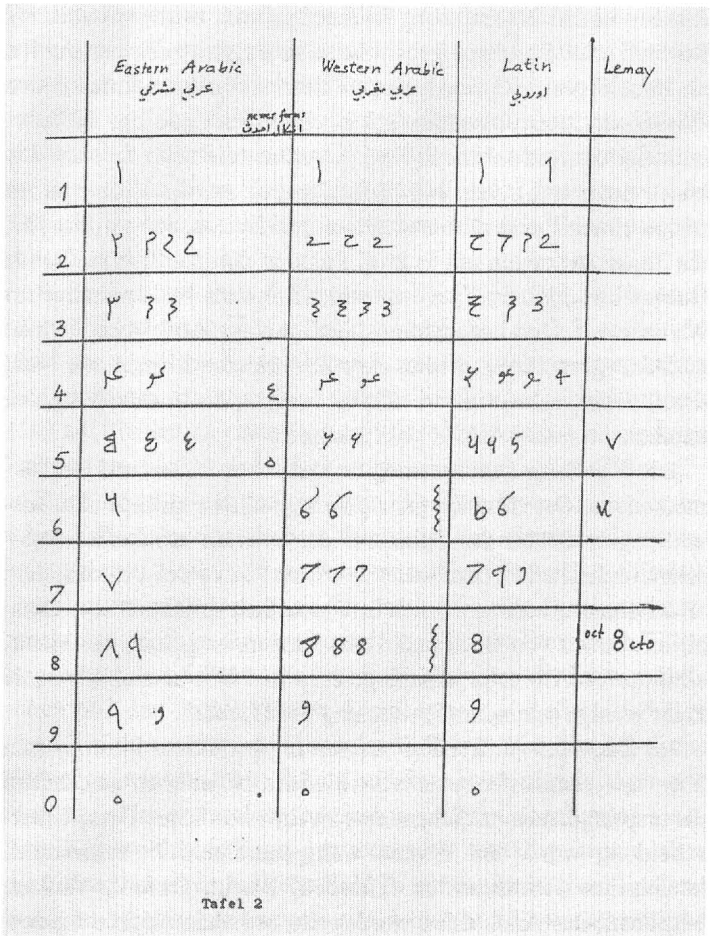


Abb. 8 Ost- und westarabische Ziffern, aus: Paul Kunitzsch: *Geschichte*, S. 39 (siehe Anmerkung 105)

gelernt hatte, in seinem *Liber abaci* die östlichen Formen benutzt, eben die, die der fortschrittliche der beiden Kopisten des *Almagest* um 1160 auf Sizilien gemalt hatte. Man kann die Rezeption orientalischer Mathematik und Astronomie regelrecht nach der Zugehörigkeit zur einen oder anderen Notation kartieren und dadurch Überlieferungswege aus- oder einschließen.

Über die Herkunft dieser ›westlichen‹ Ziffernformen aber herrscht nach wie vor Unklarheit. Erstmals wird das indische Rechnen im arabischen Westen 955/6 erwähnt: Ein jüdischer Gelehrter, Abū Sahl Dūnas b. Tamīm, behauptet in Kairouan, in Tunesien, er habe ein *sefer*, ein Buch, über *ḥisāb al-ġubār* geschrieben, über das Staubrechnen, das Ritzen der indischen Ziffern in ein Rechenbrett aus Sand.[110] Und noch merkwürdiger: Die *west*arabischen Formen dieser Zahlen stehen gar erstmals in einem in Florenz erhaltenen arabischen Manuskript aus dem Jahre 1265/6 über die Konstruktion von Wasserrädern.[111] Dies hat zu zahlreichen Spekulationen Anlass gegeben. So etwa vom jung (1864) gestorbenen Altmeister der arabischen Mathematikgeschichte, Franz Woepcke aus Dessau, der 1863 spekulierte, dass die Araber des Westens diese Ziffern von den Europäern in Spanien übernommen hätten, die sie wiederum von Neupythagoräern aus Alexandria bekommen hätten.

Die Verwirrung, die nun entstanden ist, ist beabsichtigt. Zumindest sehen wir nun deutlich, dass die Durchsetzungsgeschichte des mathematischen orientalischen Erbgutes in Europa ohne eine genaue Kenntnis seiner Vorgeschichte auf der Geberseite unverständlich bleiben muss. Und noch etwas ist unübersehbar: die oft vernachlässigte Rolle des Zufalls! Hat etwa Fibonacci seine östlichen Ziffern schon um 1200 aus Byzanz nach Pisa gebracht? Oder hängt diese Pisaer Traditon mit Abraham ben Ezra zusammen, der ja aus Tudela bei Saragossa stammt und damit die westliche Ziffernreihe gekannt haben muss, der aber in seiner Sterntafel deshalb die östlichen Ziffern verwendet, weil er bei seinem längeren Aufenthalt 1142–1145 in Lucca, fünfzehn Kilometer von Pisa entfernt, möglicherweise über den gerade aus Antiochien heimgekehrten Astronomen Stephan von Antiochien Kontakt mit den östlichen Ziffernformen bekommen hatte? In den besonderen nicht dokumentierten Umständen der Rezeption, der Erkenntnis- und Aufnahmebereitschaft für das Neue, stecken Regularien des Kulturtransfers, die durch die beliebte ›gegenseitige Befruchtung‹ oder

110 Kunitzsch: *Ziffern*, S. 14.
111 Kunitzsch: The Transmission of Hindu-Arabic Numerals Reconsidered, S. 12.

gar eine durch selektive Erkenntnis stetig nach oben strebende Wissensspirale nur ungenügend erklärt werden können. Die bis ins 15. Jahrhundert wellenartige, und oft mangel-, ja, fehlerhafte Wahrnehmung der mathematischen Neuigkeiten aus dem Orient durch den Westen enthält wegen dieser Regularien etwas prinzipiell Defektives. Sie geschieht – aus unterschiedlichen Gründen – punktuell, partiell und vergesslich. Erst aus der Perspektive des Anderen, hier: der Perspektive der islamischen Mathematikgeschichte, entsteht das komplementäre Gegenstück, der Teil des kulturellen, wissenschaftlichen Angebots, der unbekannt, unverstanden oder unnütz war. Erst damit aber, im Lichte der gegenseitigen Unkenntnis, bekommt das Erkannte und Übernommene Konturen, wird der Code dieser virtuellen Kommunikation sichtbar.

Diesem Schlussargument möchte ich mich nun noch kurz zuwenden. Die Leistungen maghrebinischer Mathematiker auf dem Gebiet der Permutation und Kombinatorik, etwa bei dem Versuch, der Konstruktion von magischen Quadraten mit kombinatorischen Mitteln beizukommen,[112] sind erst seit wenigen Jahrzehnten bekannt. Sie lassen sich weder auf indische Vorbilder noch auf die bescheidenen griechischen Traditionen zurückführen, auf denen dann die europäische Kombinatorik im 17. Jahrhundert in Unkenntnis des Kenntnisstandes im Maghreb aufbaute. Die folgenden Aufgaben stammen von Ibn Munʿim, dem oben erwähnten Zeitgenossen von Fibonacci. Selbst wenn dieser die Gelegenheit gehabt hätte, Ibn Munʿim zu begegnen, hätten sich ihm diese Aufgaben nur schwerlich erschlossen. Denn sie entspringen, wie wir gleich sehen werden, nicht abstrakten mathematischen Überlegungen, sondern konkreten lexikalischen und morphologischen Untersuchungen der arabischen Linguistik. Ibn Munʿim beginnt in seinem Buch *Die Ergründung der Arithmetik* (*Fiqh al-ḥisāb*) die Überlegungen dazu mit der Analyse der Kombinationsmöglichkeiten von Buchstaben zu Wörtern.[113]

112 Ahmed Djebbar: A Panorama of Research on the History of Mathematics in al-Andalus and the Maghreb between the Ninth and Sixteenth Centuries. In: Hogendijk/Sabra (Hrsg.): *Enterprise*, S. 309–350, hier S. 324 f.
113 Vgl. Ahmed Djebbar: *L'Analyse combinatoire au Maghreb: L'Exemple d'Ibn Mun'im (XIIe–XIIIe s.)*. Paris: Université de Paris-Sud [o. J.], S. 30, 48.

Ibn Munʿim (13. Jh.): *Fiqh al-ḥisāb*
(Ed. Djebbar 1980, S. 30)

S_n = Anzahl der Aussprachemöglichkeiten; *n* = Anzahl Buchstaben

$S_1 = 3$ (1 Buchstabe mit drei Vokalen ergibt 3 Wortmöglichkeiten)

$S_2 = 12$ (= $3 \cdot 4$: weil der 1. Buchstabe drei Vokale, der 2. dazu noch 1 *sukūn* haben kann)

$S_3 = 4 \cdot S_2 - 3 = 45$ (›minus drei‹ = drei nicht mögliche Doppel*sukūn*)

$S_4 = 4 \cdot S_3 - 3 \cdot S_1 = 180 - 9 = 171$

Allgemein: $S_n = 4 \cdot S_{n-1} - 3 \cdot S_{n-3}$ oder: $S_n = 3 \cdot S_{n-1} + 3 \cdot S_{n-2}$

Abb. 9 Ibn Mun'im: Kombinationsmöglichkeiten mit vier Buchstaben
© Ulrich Rebstock

Die erste Aufgabe löst die Frage, wie viele Wörter sich mit *n* (hier: n = 4) gegebenen Buchstaben des arabischen Alphabets bilden lassen. Die arabische Schrift bildet ja nur die Konsonanten ab, lässt also dem Leser die Wahl der Aussprache, der Vokalisierung der einzelnen Buchstaben. Das Arabische besitzt drei Vokale (nämlich a, u, i) und einen Nichtvokal, also eine Stimmlosigkeit (*sukūn*, ›Ruhe‹, also nicht die Null, wie das oben ad-Dānī missverstand). Das *sukūn* tritt entsprechend der arabischen Phonetik nicht am Wortanfang und nicht neben einem zweiten *sukūn* auf. Das Ergebnis lautet: Es gibt 171 Möglichkeiten.

Die zweite Aufgabe berechnet die Möglichkeiten, aus den 28 Buchstaben des Alphabets ein beliebiges Wort zu bilden, das aus neun Buchstaben, aber nur aus fünf unterschiedlichen, wie etwa *Arisṭāṭālis* = ›Aristoteles‹, besteht. Dazu müssen zuerst vier einzelne Kombinationsfaktoren herausgefunden werden. Erstens: Die Kombinationsmöglichkeiten von fünf verschiedenen Buchstaben aus den 28 des Alphabets. Zweitens: Die Kombinationsmöglichkeiten des Wiederholungsmusters der neun Buchstaben 1, 1, 2, 2, 3. Drittens: Die Vokalisierungsmöglichkeiten (siehe oben Aufgabe 1), und viertens: die Wiederholungsmöglichkeiten von fünf verschiedenen Buchstaben. Die gesuchte Zahl ist das Produkt der vier Faktoren, eine sechzehnstellige Zahl.

Ibn Munʿim (13. Jh.): *Fiqh al-ḥisāb*
(Ed. Djebbar 1980, S. 47 f.)

C^p_n = *p* verschiedene Buchstaben eines Alphabets mit *n* Buchstaben

$C^5_{28} = N_1 = 98.280$ (fünf verschiedene Buchstaben wie in: ارسطاطالس = Aristoteles)

$N_2 = 15.120 = P^{1,1,2,2,3}_9 = 9! : (2!\,2!\,3!)$ (Permutationen der Kombinationen von 5)

$N_3 = S_9 = 133.893$ (Aussprachemöglichkeiten eines Wortes S_9)

$N_4 = 30 = P^{2,2}_5 = 5! : 2!\,2!$ (›gleiche‹ Kombinationen von N_2)

$A = N_1 \cdot N_2 \cdot N_3 \cdot N_4 = 5.968.924.232.544.000$

Abb. 10 Ibn Mun'im: »Aristoteles«
© Ulrich Rebstock

Ibn Munʿim will mit seiner Methode ganz bewusst ein Werkzeug zur Verfügung stellen, mit dem sich jede beliebige Sprache analysieren lässt. Aber er stellt diese Berechnungsmethode auch ganz allgemein dar, er abstrahiert also, indem er schrittweise erklärt, auf wie viele unterschiedliche Weisen man *n* Wollfäden mit *k* Farben kombinieren kann. Über die Breitenwirkung dieses konkreten praxisorientierten Ansatzes ist wenig bekannt. Nach Ibn Mun'im beschäftigten sich im Maghreb auch noch andere Mathematiker damit. Aber nicht nur dort und möglicherweise auch nicht nur Experten.

Miqdād b. ʿAbdallāh as-Suyūrī (gest. 1423):
***Naḍad al-qawāʿid al-fiqhīya (Gestell der Rechtsprinzipien,* Qom: 1983, S. 240–242)**

Gebete/Pflichten	Mögliche Kombinationen	Minimum an Pflichten
2 (B,C)	2 (B,C,B | C,B,C)	3 (C,B,C)
3 (A,B,C)	6 (A,C,B,C | C,A,B,C | C,B,A,B | A,B,C,B | B,A,C,B | B,C,A,B)	7 (C,B,C,A,C,B,C)
4 (A,B,C,D)	24 (-----)	15 (-----)
5 (A,B,C,D,E)	120 (-----)	31 (-----)
6	720	63
7	5.400	127
---------- !!!		

Abb. 11 Miqdād as-Suyūrī: Vergessene Gebete

Dieses Rechenbeispiel, eine ganz und gar zufällige Lesefrucht, stammt von einem gewissen Miqdād as-Suyūrī. As-Suyūrī lebte als schiitischer Rechtsgelehrter um 1390 im Iran. In seinem Buch über die schiitische Glaubenslehre interessierte ihn u. a., was geschehen musste, wenn ein Muslim sich nicht mehr sicher war, wann und in welcher Reihenfolge er welches der vorgeschriebenen fünf täglichen Gebete verrichtet hatte.[114] Die Lösung scheint auf der Hand

114 Miqdād as-Suyūrī al-Ḥillī: *Naḍad al-qawāʿid al-fiqīiya.* Herausgegeben von 'Abdallaṭīf al-Kūhkamri. Qom 1403, S. 240–242.

zu liegen: Um des Seelenheils willen einfach nachholen. Aber man muss die Sache genauer betrachten. Denn für die verschiedenen Gebetszeiten sind unterschiedliche Rituale vorgeschrieben. Nehmen wir an, die Unsicherheit des vergesslichen Beters betraf eines der beiden Gebete am Mittag und Nachmittag. Um für die beiden möglichen Fälle, der Nichterfüllung des Mittags- (= B) und/oder des Nachmittagsgebets (= C), ein gültiges Ersatzgebet zu leisten, ergeben sich die beiden Kombinationen B, C, B und C, B, C; er muss also, um beide Fälle abzudecken, mindestens drei Gebete verrichten. As-Suyūrī fügt nun ein drittes Gebet hinzu, geht also davon aus, dass der Gläubige erst nach dem dritten Gebet seine Pflichtverletzung erkannte. Drei Gebete aber lassen sich in sechs verschiedenen Kombinationen erledigen. Um alle Möglichkeiten der vorgeschriebenen Reihenfolge abzudecken, muss er dann mindestens sieben Gebete in der Reihenfolge C, B, C, A, C, B, C verrichten. As-Suyūrī komplettiert nun das Schema durch das vierte und das fünfte Gebet. Hier müsste er seine Überlegungen zu den fünf täglichen Pflichtgebeten eigentlich abbrechen. Aber er hört damit nicht auf, sondern macht einfach weiter mit einem gänzlich unislamischen sechsten und siebenten Gebet und der abschließenden Bemerkung ›*ilā āḫirihī*‹, das arabische ›usw.‹. Er hatte offenbar die kombinatorische Regel entdeckt, mit welcher sich die fehlerhafte Erfüllung dieser elementaren Glaubenspflicht kompensieren ließ. Die Mathematik hatte ihm geholfen, die Sinn- und Regelhaftigkeit der göttlichen Gesetze und die Möglichkeiten, sie einzuhalten, zu verstehen. Ganz ähnlich hatte Ibn Munʿim mit mathematischer Hilfe die Endlichkeit sprachlicher Ausdrucksformen berechnet und damit unausgesprochen, aber implizit auch dem ›Wunder des Koran‹, der unnachahmlichen und undefinierbaren sprachlichen Allgewalt Gottes im *Qur'ān*, eine absolute Grenze, die im sechzehnstelligen Bereich liegt, gesetzt.

Die Leistungen der mittelalterlichen islamischen Mathematiker in der Kombinatorik wurden erst Ende der 1970er Jahre in ersten Ansätzen bekannt. Auch in anderen Bereichen, etwa der Entschlüsselung der orientalischen Beiträge zu den magischen Quadraten, vor allem aber in der Astronomie, hat die Wissenschaftsgeschichte Fortschritte gemacht, die geeignet sind, das Erbfolgeverhältnis zwischen Ost und West neu zu bewerten. So stellte der amerikanische Astronomiehistoriker Jamil Ragep jüngst am Ende einer Reihe von neuen Textuntersuchungen fest, dass »es einfacher und natürlicher sei, Kopernikus' Argumentation mit der seiner islamischen Vorgänger in Verbindung zu bringen, als mit der seiner europäischen scholastischen Vorgänger«.[115]

Diese Neubewertung, die auf der immer besseren Kenntnis des Anderen beruht, verändert auch die Eigenwahrnehmung. Der genaue, unvoreingenommene Blick auf die Vielfalt und Eigenheit der mathematischen Leistungen des sogenannten islamischen Orients und auf die komplizierten Transferprozesse, die Europa zwischen Antike und Renaissance mit dem Orient verbanden wie trennten, entdeckt Gemeinsames und Verschiedenes, zeigt sowohl synchrone als auch zeitversetzte Erkenntnisbemühung. Als Pierre de Fermat das fünfte ›befreundete Zahlenpaar‹[116] 17.296 und 18.416 entdeckte,[117] entdeckte er nichts Neues: Das Paar stand bereits seit vier Jahrhunderten in Ibn Mun'ims *Ergründung der Arithmetik*.

Und zuletzt: Der Türke al-Qūšǧī (gest. 1474), ein Sohn des Falkners am Hofe des (timuridischen) Mongolenherrschers Uluġ Beg in Samarkand, ersuchte gegen 1465 um Asyl in Istanbul, der gerade eingenommenen byzantinischen Hauptstadt Konstantinopel, und bekam dort vom osmanischen Sultan Mehmet dem Eroberer einen Lehrstuhl für Mathematik und Astronomie eingerichtet. Al-Qūšǧī bemühte sich – also fast gleichzeitig mit Kopernikus –, die Astronomie von den Fesseln der aristotelischen Naturphilosophie der theologischen Dogmen – hier aber: der islamischen – zu befreien, wobei beide sich dafür der Empirie und mathematischen Beweisführung verpflichteten. Mathematisch betrachtet sind solche Leistungen messbar. Kulturell zu be- und ergründen sind sie nicht. Überall in der Wissenschaftsgeschichte lagen und liegen offene Fäden herum; die Zahlenlehre der Pythagoräer, auf die das

115 F. Jamil Ragep: Ṭūsī and Copernicus. The Earth's Motion in Context. In: *Science in Context* 14 (2001), S. 145–163, hier S. 160.

116 Die Summe der Faktoren (inklusive der Eins) der einen Zahl ergibt die andere Zahl – und umgekehrt.

117 Djebbar: *L'Analyse combinatoire*, S. 30, 48.

erste ›befreundete Zahlenpaar‹ (220 : 284) zurückgeht, wurde den Arabern erst spät und durch europäische Vermittlung bekannt. Die Möglichkeit, die Erdrotation zu erwägen, bedurfte der strikten Empirie des Inders Brahmagupta, von der die europäischen Astronomen wiederum erst durch islamische Bearbeitungen des *Almagest* erfuhren. Nirgendwo addierte sich mathematisches Wissen in wertfreier Manier. Man musste sich zuerst begegnen, das Denken des Anderen erkennen, und dann auf geeignete Weise dem eigenen Weltbild anpassen. Die Würdigung der eigenen Leistung gelingt nur durch die Kenntnis und die Würdigung der Leistung des Anderen.