

Inelastische Modelle zur Beschreibung des Kontaktverhaltens von Werkstück-Spannsystemen

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

**Doktoringenieur
(Dr.-Ing.)**

von Dipl.-Ing. Lê Trung Nguyễn
geb. am 25. Mai 1984 in Hà Nội, Việt Nam
genehmigt durch die Fakultät Maschinenbau
der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Gutachter:

Prof. Dr.-Ing. Hans-Christian Möhring

Prof. Dr.-Ing. Steffen Ihlenfeldt

Promotionskolloquium am 16. Dezember 2019

Kurzreferat

Werkstück-Spannsysteme sind essentielle Bestandteile einer Werkzeugmaschine. Sie liegen im Kraftfluss der Maschine und beeinflussen daher Genauigkeit, Qualität und somit auch die Wirtschaftlichkeit der gefertigten Produkte. Trotz dieser immensen Bedeutung existieren immer noch Defizite bei deren Modellierung und Berechnung. In Systemen, die aus mehreren Bauteilen zusammengesetzten sind, bestimmt das nichtlineare Übertragungsverhalten der Kontakte maßgeblich die Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften der Gesamtstruktur. Diese Arbeit stellt ein inelastisches, nichtlineares Modell in Form eines Differentialgleichungssystems zur Beschreibung des Normal- und Tangentialverhaltens der Kontaktstellen zwischen Werkstück und Spannsystem vor. Es wurde ein Vorgehen zur verlässlichen Identifikation der Modellparameter entwickelt. Das vorgestellte Modell und die entsprechenden Methoden wurden zur Bestimmung der mechanischen Eigenschaften eines Werkstück-Spannsystems, welches aus Aufsitzspannern besteht, eingesetzt. Zur Generierung des notwendigen experimentellen Datensatzes sind Experimente mit statischer und dynamischer Kraftbelastung durchgeführt worden. Die Identifikation der Parameter erfolgte durch ein selbst entwickeltes MATLAB-Programm, welches eine effiziente Bestimmung der Modellparameter mit Hilfe von nichtlinearen Optimierungsalgorithmen ermöglicht. Die Implementierung des Modells als sogenannte „zero-thickness contact elements“ in das Programm ANSYS ermöglichte eine Finite-Elemente-Simulation des Spannsystems mittels der Teilstrukturtechnik. Eine experimentell ermittelte Impulsanregung diente dabei der Validierung der Berechnungsergebnisse. Das entwickelte Modell sowie das vorgestellte Verfahren zur Parameteridentifikation ermöglichen eine realitätsnahe Abbildung des nichtlinearen und inelastischen Kontaktverhaltens von Werkstück-Spannsystemen. Eingebettet in eine ganzheitliche Finite-Elemente-Simulation kann somit der Einfluss des Spannsystems auf das dynamische Verhalten des Werkstücks und damit die Qualität des Bearbeitungsergebnisses untersucht werden.

Abstract

Workpiece clamping systems are an essential part of a machine tool. They are elements inside the flux of force of the machining system and, thus, they have a great impact on the precision, quality and cost effectiveness of the machined part. Despite of this immense importance there are still shortcomings regarding modelling and computation of such systems. In assembled systems, the nonlinear transfer behaviour of contacts determines significantly the stiffness and damping properties of the complete structure. This thesis introduces an inelastic, nonlinear model for describing the normal and tangential behaviour of the contacts between workpiece and clamping system. Furthermore, an approach for reliable parameter extraction is provided. The proposed model and methods were used to identify the mechanical properties of a workpiece-fixture-system consisting of down-thrust-clamps. An experimental setup for assessing the necessary experimental database containing static and dynamic force excitation was established. A MATLAB toolbox was developed to estimate the model parameters efficiently with nonlinear optimization algorithms. The model was implemented in ANSYS as 'zero-thickness contact elements' allowing a finite element simulation of the clamping system using substructuring techniques. An experimental impulse excitation was used to validate the computation. The developed model and the procedure for parameter identification allow a realistic description of the nonlinear and inelastic contact behaviour of workpiece clamping systems. Embedded in a holistic finite element simulation the impact of the clamping system on the dynamics of a workpiece and hence the quality of the machined part can be investigated.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	i
Tabellenverzeichnis	v
Abkürzungen, Symbole und Indizes	vii
1 Einleitung	1
1.1 Problemstellung und Motivation	1
1.2 Stand des Wissens	2
1.3 Zielsetzung und Vorgehensweise	10
2 Modellierung des Kontaktverhaltens	13
2.1 Annahmen zur Modellierung des Kontaktverhaltens	13
2.2 Klassifizierung	14
2.3 Prozess und Modellantwort	17
2.4 Lineare Viskoelastizität	18
2.4.1 Statische und spontane Modellantwort	20
2.4.2 Formulierung als Zustandsentwicklungsgleichung	21
2.4.3 Geschwindigkeitsabhängigkeit	22
2.5 Nichtlineare Viskoelastizität	24
2.6 Ein Normalkontaktmodell	27
2.7 Ein Tangentialkontaktmodell	29
2.8 Modifikationen des Modells	32
3 Parameteridentifikation	35
3.1 Einleitung zur Parameteridentifikation	35
3.2 Methode der kleinsten Quadrate	36
3.3 MATLAB-Implementierung	38
3.4 Lösen der Modellgleichungen	40
3.5 Nichtlineare Optimierungsverfahren	43
3.5.1 Levenberg-Marquardt-Verfahren	43
3.5.2 Gradient der Zielfunktion	45
3.5.3 Nelder-Mead-Verfahren	47
3.5.4 Mesh Adaptive Direct Search-Verfahren	49
3.6 Unsicherheiten in den Modellparametern	50

4	Experimentelle Untersuchungen	53
4.1	Allgemeiner Versuchsaufbau	53
4.2	Experimente in Normalenrichtung	54
4.2.1	Messung der Verschiebung in Normalenrichtung	54
4.2.2	Quasistatische Belastung in Normalenrichtung	56
4.2.3	Dynamische Belastung in Normalenrichtung	58
4.3	Experimente in Tangentialrichtung	60
4.3.1	Quasistatische Belastung in Tangentialrichtung	60
4.3.2	Dynamische Belastung in Tangentialrichtung	61
5	Auswertung	63
5.1	Annahmen zur Auswertung	63
5.2	Normalkontaktmodell	64
5.2.1	Statischer Anteil im Normalkontaktmodell	64
5.2.2	Geschwindigkeitsabhängiger Anteil im Normalkontaktmodell	65
5.3	Tangentialkontaktmodell	67
5.3.1	Statischer Anteil im Tangentialkontaktmodell	67
5.3.2	Geschwindigkeitsabhängiger Anteil im Tangentialkontaktmodell	70
5.4	Verifikation und Diskussion	71
5.5	Vergleich zwischen Experiment und Model	76
5.6	Ergänzende Untersuchungen	84
5.6.1	Schwenkspanner: Statische Versuche	84
5.6.2	Schwenkspanner: Dynamische Versuche	85
6	Simulation und Validierung	89
6.1	Implementierung in ANSYS	89
6.2	Teilstrukturtechnik	95
6.3	Simulation eines Werkstück-Spannsystems (Validierung)	99
7	Zusammenfassung und Ausblick	105
Anhang A	Ergebnisse der Identifikation	109
A.1	Modellgleichungen	109
A.2	Identifizierte Parameter	110
A.3	Modellparameter in Abhängigkeit der Vorspannkraft	112
Anhang B	Anleitungen und Quellcode	117
B.1	Nutzung von Substrukturen	117
B.2	Einbindung der Kontaktmodelle	122
B.3	Quellcode der Subroutine	126
Literatur		135

Abbildungsverzeichnis

1.1	Beispiele für Anschlag- und Auflageelemente	3
1.2	Beispiele für aktive Spannelemente	5
1.3	Maßzeichnung des untersuchten Aufsitzspanners	6
1.4	Prinzipielle Arbeitsschritte	10
2.1	Gleichgewichtszustand und Geschwindigkeitsabhängigkeit	14
2.2	Modellklassen	15
2.3	Prozesse	17
2.4	Drei-Parameter-Modell	19
2.5	Statische und spontane Modellantwort	21
2.6	Statischer Anteil und Gedächtnisanteil der Kraft	23
2.7	Lineare Modellantwort bei einem Geschwindigkeitssprung	24
2.8	Einfluss der Maßstabsfunktion	25
2.9	Nichtlineare Modellantwort bei einem Geschwindigkeitssprung	26
2.10	Normalkontaktmodell	27
2.11	Tangentialkontaktmodell	29
2.12	Parameter des Modells nach Valanis	31
2.13	Modell mit mehreren Maxwell-Elementen	33
3.1	Abweichung zwischen Modell und Experiment	37
3.2	Schema zur Implementierung der Identifikation	39
3.3	Beispielprogramm zur Identifikation des Tangentialkontaktmodells	40
3.4	Konstruktionsprinzipien für ein 2D-Simplex	48
3.5	Beispiele für MADS-Gitternetze	50
4.1	Aufsitzspanner mit Werkstück	53
4.2	Experimentelle Modalanalyse eines Aluminiumwinkels	55
4.3	Frequenzübertragungsfunktion eines Aluminiumwinkels	55
4.4	Versuchsaufbau in Normalenrichtung (statisch)	56
4.5	Quasistatische Belastung in Normalenrichtung ∇	57
4.6	Versuchsaufbau in Normalenrichtung (dynamisch)	57
4.7	Frequenzübertragungsfunktionen in Normalenrichtung ∇/Δ	58
4.8	Dynamische Belastung in Normalenrichtung ∇	59
4.9	Versuchsaufbau in Tangentialrichtung (statisch)	60

4.10	Quasistatische Belastung in Tangentialrichtung ∇ bei $F_n^{\text{stat}} = 1.0 \text{ kN}$. . .	61
4.11	Versuchsaufbau in Tangentialrichtung (dynamisch)	61
4.12	Frequenzübertragungsfunktionen in Tangentialrichtung ∇/Δ	62
4.13	Dynamische Belastung in Tangentialrichtung ∇ bei $F_n^{\text{stat}} = 1.0 \text{ kN}$. . .	62
5.1	Freischnitt der Kontaktflächen des Aufsitzspanners	64
5.2	Identifikation des Normalkontaktmodells ∇ (statisch)	65
5.3	Identifikation des Normalkontaktmodells ∇ (dynamisch)	66
5.4	Identifikation des Tangentialkontaktmodells ∇ (statisch)	68
5.5	Ergebnisse: Statische Tangentialbelastung ∇	69
5.6	Ergebnisse: Statische Tangentialbelastung Δ	69
5.7	Identifikation des Tangentialkontaktmodells ∇ (dynamisch)	70
5.8	Ergebnisse: Statische Normalbelastung ∇/Δ	71
5.9	Parameter E_{0n} in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}	73
5.10	Parameter E_{0t} in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}	73
5.11	Parameter E_e in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}	75
5.12	Parameter E_p in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}	75
5.13	Ergebnisse: Dynamische Normalbelastung ∇ bei $F_n^{\text{stat}} = 0.5 \text{ kN}$	76
5.14	Ergebnisse: Dynamische Normalbelastung ∇ bei $F_n^{\text{stat}} = 1.0 \text{ kN}$	76
5.15	Ergebnisse: Dynamische Normalbelastung ∇ bei $F_n^{\text{stat}} = 1.5 \text{ kN}$	77
5.16	Ergebnisse: Dynamische Normalbelastung ∇ bei $F_n^{\text{stat}} = 2.0 \text{ kN}$	77
5.17	Ergebnisse: Dynamische Normalbelastung Δ bei $F_n^{\text{stat}} = 0.5 \text{ kN}$	78
5.18	Ergebnisse: Dynamische Normalbelastung Δ bei $F_n^{\text{stat}} = 1.0 \text{ kN}$	78
5.19	Ergebnisse: Dynamische Normalbelastung Δ bei $F_n^{\text{stat}} = 1.5 \text{ kN}$	79
5.20	Ergebnisse: Dynamische Normalbelastung Δ bei $F_n^{\text{stat}} = 2.0 \text{ kN}$	79
5.21	Ergebnisse: Dynamische Tangentialbelastung ∇ bei $F_n^{\text{stat}} = 0.5 \text{ kN}$. . .	80
5.22	Ergebnisse: Dynamische Tangentialbelastung ∇ bei $F_n^{\text{stat}} = 1.0 \text{ kN}$. . .	80
5.23	Ergebnisse: Dynamische Tangentialbelastung ∇ bei $F_n^{\text{stat}} = 1.5 \text{ kN}$. . .	81
5.24	Ergebnisse: Dynamische Tangentialbelastung ∇ bei $F_n^{\text{stat}} = 2.0 \text{ kN}$. . .	81
5.25	Ergebnisse: Dynamische Tangentialbelastung Δ bei $F_n^{\text{stat}} = 0.5 \text{ kN}$. . .	82
5.26	Ergebnisse: Dynamische Tangentialbelastung Δ bei $F_n^{\text{stat}} = 1.0 \text{ kN}$. . .	82
5.27	Ergebnisse: Dynamische Tangentialbelastung Δ bei $F_n^{\text{stat}} = 1.5 \text{ kN}$. . .	83
5.28	Ergebnisse: Dynamische Tangentialbelastung Δ bei $F_n^{\text{stat}} = 2.0 \text{ kN}$. . .	83
5.29	Schwenkspanner: Versuchsaufbau in Tangentialrichtung (statisch)	84
5.30	Schwenkspanner: Identifikation (statisch)	85
5.31	Schwenkspanner: Versuchsaufbau in Tangentialrichtung (dynamisch) . .	85
5.32	Schwenkspanner: Identifikation (dynamisch)	86
5.33	Schwenkspanner: Validierung des Tangentialkontaktmodells	86
5.34	Schwenkspanner: Gemittelte Dissipationsarbeit pro Zyklus	87
5.35	Statische Belastung einer zylindrischen Probe in einem Spannfutter . . .	88

6.1	Kontaktelement CONTA174	89
6.2	Simulationen zur Verifizierung der Implementierung in ANSYS	91
6.3	Vergleich des Normalkontaktmodells in ANSYS und MATLAB	92
6.4	Vergleich des Tangentialkontaktmodells in ANSYS und MATLAB	92
6.5	Definition der bleibenden Relativverschiebung in Tangentialrichtung	95
6.6	Experimenteller Aufbau zur Validierung des Modells	99
6.7	Abschätzung der Steifigkeit der elastischen Lagerung	100
6.8	FE-Simulation zur Validierung	101
6.9	Vergleich einer Abklingkurve aus Experiment und Simulation	103
6.10	Vergleich der Eigenformen aus Experiment und Simulation	103
A.1	Parameter β in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}	112
A.2	Parameter κ in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}	112
A.3	Parameter λ_n in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}	113
A.4	Parameter λ_t in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}	113
A.5	Parameter m_{1n} in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}	114
A.6	Parameter m_{2n} in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}	114
A.7	Parameter m_{1t} in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}	115
A.8	Parameter m_{2t} in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}	115
B.1	ANSYS-Projektbaum	117

Tabellenverzeichnis

3.1	Schritte der Parameteridentifikation	36
3.2	Übersicht der verwendeten Software	38
5.1	Schwenkspanner: Identifizierte Modellparameter	87
6.1	Modellparameter zur Verifizierung der Implementierung	91
6.2	Verwendete Materialdaten	100
6.3	Vergleich der ersten drei Eigenfrequenzen und Dämpfungsgrade	102
A.1	Parameter des Kontaktmodells ∇	110
A.2	Parameter des Kontaktmodells \triangle	111

Abkürzungen, Symbole und Indizes

Abkürzungen

APDL	Ansys Parametric Design Language
CAD	Computer-Aided Design
CAFD	Computer-Aided Fixture Design
CAM	Computer-Aided Manufacturing
CMS	Component Mode Synthesis
DAE	Differential-algebraische Gleichung, differential-algebraic equations
DGL	Differentialgleichung
DLL	Dynamic Link Library
DOF	Freiheitsgrad, degree of freedom
E-Modul	Elastizitätsmodul
FE	Finite Elemente
FRF	Frequenzübertragungsfunktion, frequency response function
MADS	Mesh Adaptive Direct Search
MHB	Methode der Harmonischen Balance
Rel. Vers.	Relative Verschiebung
Stat. Kraft	Statische Kraft

Griechische Formelzeichen

		Einheit
Θ	Kovarianzmatrix	diverse
ξ	generalisierte modale Koordinaten	m
Φ'	Gradient der Zielfunktion Φ	diverse
φ	Vektor der Residuen	N, m
α	Skalierungsfaktor	–
α_D, β_D	Parameter der Rayleigh-Dämpfung	diverse
β	Parameter des Valanis-Modells	m
Δ^m	Gittergröße (mesh size parameter)	–
Δ^p	Auswertungsschritt (poll size parameter)	–
δ	Anzahl an Eigenmoden	–
ε	beliebig kleine, positive Zahl	–

(Fortsetzung auf der nächsten Seite)

(Fortsetzung)

θ	Winkel	$^{\circ}$, rad
κ	Parameter des Valanis-Modells	—
λ	Relaxationszeit	s
μ	Dämpfungsparameter des Levenberg-Marquardt-Verfahrens	—
ϱ	Kriterium für eine Veränderung von μ	—
σ	Standardabweichung	diverse
τ	Zeit(dauer)	s
Φ	Zielfunktion	N^2 , m^2
φ	Residuum (Differenz zwischen Modell und Experiment)	N, m
χ	Bogenlänge	m
Ω	Eigenkreisfrequenz	$1/\text{s}$

Lateinische Formelzeichen

		Einheit
A	äußere Gewichte im Runge-Kutta-Verfahren	—
b	innere Gewichte im Runge-Kutta-Verfahren	—
C	Dämpfungsmatrix	kg/s
c	Knoten im Runge-Kutta-Verfahren	—
D	Gitterrichtungen (set of mesh directions)	diverse
d	Auswertungsrichtung (poll direction)	diverse
F	Knotenkraftvektor	N
H	Hesse-Matrix	diverse
h	kleine Änderung der Parameter p	diverse
I	Einheitsmatrix	—
J	Jacobi-Matrix der Residuen $\boldsymbol{\varphi}$	diverse
K	Steifigkeitsmatrix	N/m
k	Zwischenschritte im Runge-Kutta-Verfahren	diverse
M	Massenmatrix	kg
p	Modellparameter	diverse
q	Innere Variablen	N, m
R	Matrix mit den Eigenvektoren	—
T	Transformationsmatrix	—
u	Linearisierte Annäherung für die Umgebung von $\boldsymbol{\varphi}$	N, m
v	Eigenvektoren	—
x	Knotenverschiebungsvektor	m
A_c	Fläche des finiten Kontaktelementes	m^2
A_i	Parameter bei mehreren diskreten Relaxationsspektren	—
a	Beschleunigung	m/s^2
C_{EAS}	Normalized Equiangular Skewness	—

(Fortsetzung auf der nächsten Seite)

(Fortsetzung)

c_n	Parameter der statischen Steifigkeit in Normalenrichtung	N
D	Dämpfungsgrad	–
d	Dämpfungskonstante	kg/s
d_m	Dimension des DGL-Systems	–
E	Steifigkeit	N/m
E_∞	Statische Steifigkeit	N/m
E_0	Spontane Steifigkeit	N/m
E_e	Anfangssteifigkeit des Valanis-Modells	N/m
E_p	Grenzsteifigkeit des Valanis-Modells	N/m
F	Kraft	N
f	Frequenz	Hz
G_{FF}	Autospektrum der Kraft	N ²
H	Frequenzübertragungsfunktion	diverse
h	Schrittweite im Runge-Kutta-Verfahren	s
K_n	Normalsteifigkeit pro Fläche in ANSYS	N/m ³
k_b	Bettungskonstante	N/m ³
k_{FKN}	Skalierungswert für die Normalsteifigkeit in ANSYS	–
L	Lineare Approximation von Φ	N ² ,m ²
M	Maßstabsfunktion	–
m	Anzahl der Messwerte	–
m_i	Parameter der Maßstabsfunktion	diverse
m_n	Parameter der statischen Steifigkeit in Normalenrichtung	–
n	Anzahl der Parameter	–
n_D	Anzahl der Richtungen im Vektorraum der n Parameter	–
P	Prozess	N, m
s	Stufe des Runge-Kutta-Verfahrens	–
t	Zeit	s
u	Relative Verschiebung	m
\tilde{u}	Absolute Verschiebung	m
W	Mechanische Arbeit	Nm
Y	Experimentelle Daten	N, m
y	Modell- bzw. Simulationsdaten	N, m
z	Innere Variable des Valanis-Modells	m

Indizes

*	konstant oder optimal (je nach Kontext)
0	spontan oder zu Beginn (je nach Kontext)
α	(re)skaliert
ea	gleichwinklig, equiangular
el	elastisch
eqv	äquivalent, equivalent
exc	Anregung, excitation
ext	extern
D	Dämpfer
G	Guyan
H	Haftung
h	homogen
ges	gesamt
gn	bezogen auf das Gauß-Newton-Verfahren
in	inelastisch
lin	linear
lm	bezogen auf das Levenberg-Marquardt-Verfahren
m	Master
max	Maximum
mem	nachlassendes Gedächtnis, fading memory
min	Minimum
n	in Normalenrichtung
nl	nichtlinear
p	partikulär
pseudo	Pseudo
s	Slave
sd	Richtung des steilsten Abstieges, steepest descent direction
stat, ∞	statisch
t	in Tangentialrichtung

Symbole und Notationen

f, g	Funktion, Abbildung(svorschrift)
$\mathfrak{F}, \mathfrak{G}$	Funktional
argmin	Argument des Minimums
\max	Maximum-Funktion
sign	Signum-Funktion
\mathcal{O}	Fehler- bzw. Konsistenzordnung
$\ \cdot \ $	Euklidische Norm
$\left[\right]_{ij}$	Eintrag in der i. Zeile und j. Spalte einer Matrix
$\mathbf{0}$	Nullmatrix
\top	transponiert
\forall	für alle
$()'$	erste Ableitung
$(\dot{\ })$	erste Ableitung nach der Zeit
$(\ddot{\ })$	zweite Ableitung nach der Zeit
$(\hat{\ })$	auf ein Superelement bezogen
$(\tilde{\ })$	absolute Größe
∇	bezogen auf den unteren Spannpunkt
\triangle	bezogen auf den oberen Spannpunkt

1 | Einleitung

1.1 Problemstellung und Motivation

Die industrielle Güterproduktion, z. B. im Automobilbau, in der Luft- und Raumfahrt oder in der Medizintechnik, basiert im Wesentlichen auf Werkzeugmaschinen. Von ihrer technischen Entwicklung hängt sowohl die Qualität als auch die Wirtschaftlichkeit der gefertigten Produkte ab [1]. Innerhalb moderner Produktionsanlagen stellt das Spannsystem eine bedeutende Komponente dar. Prinzipiell kann man zwischen werkstückseitigen und werkzeugseitigen Spannsystemen unterscheiden. Sie bilden die Schnittstelle zwischen der Werkzeugmaschinenstruktur und dem Werkzeug bzw. dem zu bearbeitenden Werkstück. Spannsysteme liegen im Kraftfluss der Werkzeugmaschine und beeinflussen daher die Leistungsfähigkeit und Genauigkeit des Bearbeitungsprozesses.

Die dynamischen Eigenschaften eines Werkstücks und damit verbunden dessen Verhalten während eines spanenden Bearbeitungsprozesses werden deshalb entscheidend durch das Spannsystem beeinflusst. Trotz der Bedeutung von Spannsystemen für das Ergebnis eines Fertigungsprozesses existieren immer noch Defizite bei deren Modellierung und Berechnung. In der vorliegenden Arbeit sollen deshalb die Untersuchung des mechanischen Verhaltens von Spannsystemen im Vordergrund stehen, wobei eine Eingrenzung auf werkstückseitige Systeme vorgenommen wird. Die Kenntnis der dynamischen Eigenschaften von Spannsystemen bildet die Grundlage für weiterführende Forschungsarbeiten bezüglich der Wechselwirkungen des Werkstücks mit der Werkzeugmaschine bzw. dem Fertigungsprozess. Dieses Wissen kann dazu beitragen, Qualitätsmängel und somit Produktausschüsse durch z. B. unerwünschte Schwingungen während des Bearbeitungsprozesses zu vermeiden.

In zusammengesetzten Systemen bestimmt das nichtlineare Übertragungsverhalten der reibungsbehafteten Kontaktstellen maßgeblich die mechanischen Eigenschaften der Gesamtstruktur [2, 3]. Eine physikalisch basierte Beschreibung des Steifigkeits- und insbesondere des Dämpfungsverhaltens der Kontaktstellen von Spannsystemen ist nichttrivial und erfordert je nach Detaillierungsgrad komplexe Modelle, die für die Praxis nur bedingt geeignet sind. Dies liegt u. a. daran, dass derartige Modelle umfangreichere Experimente sowie eine aufwendigere Parameteridentifikation zur Folge haben. Weiterhin ist deren numerische Lösung im Allgemeinen rechenintensiver.

In den meisten Simulationen werden deshalb lineare Modelle verwendet. Diese können Phänomene wie ein Hystereseverhalten oder eine Geschwindigkeitsabhängigkeit jedoch nicht hinreichend genau abbilden (vgl. Kap. 1.2). Die vorliegende Arbeit soll an dieser Stelle ansetzen. Ziel ist es, Methoden für die Berechnung von Werkstück-Spannsystemen zu entwickeln (vgl. Kap. 1.3). Somit kann, beispielsweise integriert in eine Simulationsumgebung [4], der Einfluss des Spannsystems auf das Bearbeitungsergebnis untersucht werden, um die optimalen Prozessparameter zu ermitteln. Simulationen ermöglichen die Analyse von verschiedenen Spannkfigurationen und -entwürfen, bevor die Fertigung eines Prototyps notwendig wird. Durch Berechnungen, die eine Vorhersage der Systemeigenschaften ermöglichen, können iterative und kostenintensive empirische Untersuchungen reduziert werden. In der Literatur finden sich viele Ansätze zur Modellierung von Werkstück-Spannsystemen bzw. allgemein zur Beschreibung von Schnittstellen zwischen verschiedenen Bauteilen. Im folgenden Kapitel werden entsprechende Arbeiten aus diesem Forschungsgebiet vorgestellt.

1.2 Stand des Wissens

Hauptfunktionen und Anforderungen an Werkstück-Spannsysteme

Das Spannsystem stellt eine wichtige Komponente einer Werkzeugmaschine dar und hat einen entscheidenden Einfluss auf das Prozessverhalten. Werkstück-Spannsysteme müssen drei Hauptfunktionen erfüllen [5, 6]. Zunächst muss das Werkstück in einer eindeutig definierten Position und Orientierung im Arbeitsraum der Werkzeugmaschine ausgerichtet sein (position determination). Durch das Spannen sollte das Werkstück außerdem derart gelagert sein, dass Auslenkungen aufgrund von äußeren Belastungen verhindert werden (supporting). Mit Hilfe von Spannelementen müssen über Kontakte Kräfte auf das Werkstück aufgebracht werden, sodass die definierte Lage des Werkstücks auch unter Einwirkung von Prozess-, sowie Gravitations- und Trägheitskräften beibehalten wird (clamping).

Gameros et al. [7] schlagen eine differenzierte Klassifizierung vor. Darin werden die Eigenschaften von Spannsystemen in zwei notwendige und zwei optionale Funktionen eingeteilt. Als notwendig wird das Positionieren und Orientieren (location strategy) sowie das Halten des Werkstücks (clamping strategy) an einer definierten Stelle gegenüber Bearbeitungskräften betrachtet. Optionale Funktionen sind das Minimieren von Deformationen (support strategy) und das Interagieren mit dem Werkzeug (tool strategy). Unabhängig von möglichen Einteilungen lässt sich aus den Hauptfunktionen von Spannsystemen deren Relevanz für den Bearbeitungsprozess erkennen. Werkstück-Spannsysteme sind kritische Komponenten, da ihr Verhalten das Resultat des gesamten Fertigungsprozesses beeinflusst [8].

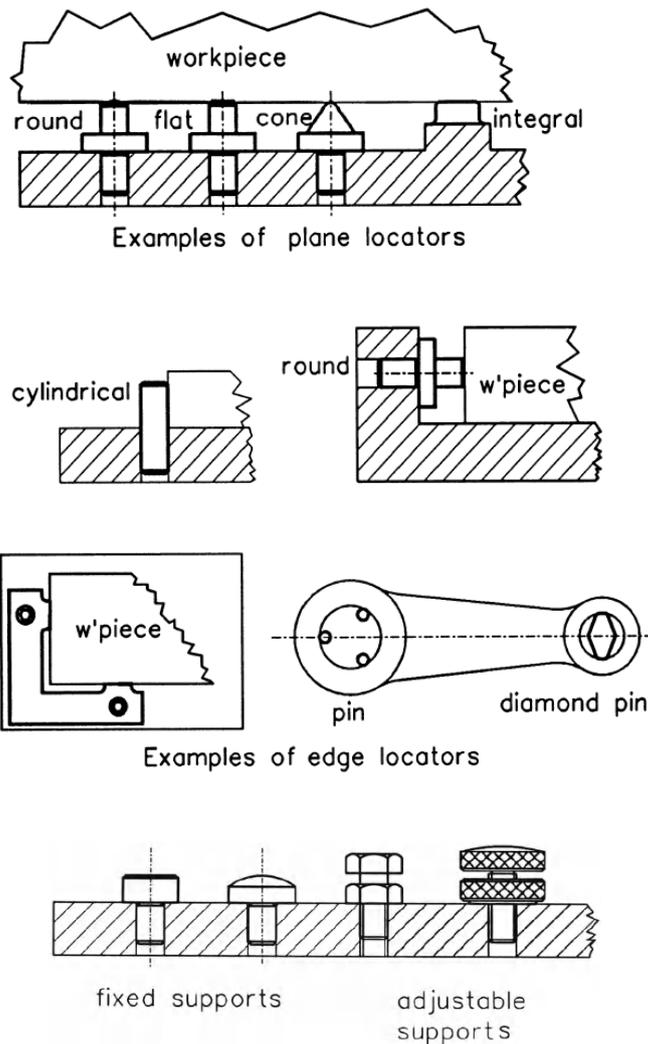


Abbildung 1.1 Beispiele für Anschlag- und Auflageelemente [9, Fig. 2.3 und 2.5]

Das Aufbringen der Spannkraft zur Werkstückfixierung wird von den aktiven Spannelementen geleistet. Neben dem Spannen ist die schnelle und unkomplizierte Freigabe des fixierten Werkstücks nach Prozessende eine weitere Anforderung. Es existiert eine Vielzahl an unterschiedlichen Formen und Funktionsweisen. Man unterscheidet prinzipiell zwischen starrem und elastischem Spannen [10]. Beim starren Spannen wirkt die Kraft nur, wenn das Spannmaß nicht verändert wird. Beim elastischen Spannen bleibt die Spannkraft während der gesamten Spanndauer erhalten. In den Veröffentlichungen von z. B. Perović [10] und Henriksen [11] findet man Auflistungen unterschiedlichster Spannvorrichtungen bzw. -elemente sowie analytische Methoden und Berechnungsformeln für eine Erstauslegung. Prinzipiell bestehen Werkstück-Spannsysteme aus den folgenden vier Bestandteilen [9, 12]:

- Anschlag- und Positionierungselemente (locators) sind üblicherweise fest angebrachte Komponenten (vgl. Abb. 1.1). Ihre Aufgabe ist das Herstellen und Gewährleisten der Position durch Einschränkung der Freiheitsgrade des Werkstücks.

- Auflageelemente (supports) können fixierte oder verstellbare Bauteile sein, die unterhalb des Werkstücks platziert werden, um Verformungen zu verhindern bzw. zu minimieren (vgl. Abb. 1.1). Um bestimmte Geometrien abzustützen, können die Elemente eine spezielle Form aufweisen, z. B. V-förmig zur Aufnahme von zylindrischen Oberflächen. Deren Verwendung ist nicht zwingend erforderlich [13]. Dasselbe Bauteil kann unter Umständen als Anschlag- oder auch als Auflageelement verwendet werden.
- Aktive Spannelemente (clamps) erzeugen die Spannkraft, sodass das Werkstück in Kontakt mit den Anschlag- bzw. Auflageelementen bleibt (vgl. Abb. 1.2 und den untersuchten Aufsitzspanner in Abb. 1.3). Sie müssen einerseits Bewegungen des Werkstücks aufgrund von externen Kräften verhindern, andererseits sollten sie ein schnelles Umspannen ermöglichen und den Werkzeugpfad nicht behindern.
- Grundkörper (fixture body) sind Vorrichtungen, die direkt mit der Werkzeugmaschine, dem Spanntisch bzw. der Palette verbunden sind. Auf ihnen werden die o. g. Elemente platziert, sodass eine räumliche Beziehung zwischen dem Werkstück und der Werkzeugmaschine, auf der die Bearbeitung stattfindet, hergestellt wird.

Der Entwurf und die Fertigung von effizienten Spannsystemen basiert oft auf persönlichen Erfahrungen, dem Verständnis für das zu bearbeitende Bauteil sowie iterativen Verbesserungen [14, 15]. Damit Spannsysteme den Anforderungen mit hinreichender Genauigkeit gerecht werden, sind mitunter ein großer Aufwand und hohe Investitionen notwendig [16]. Die Kosten für die Entwicklung und Fertigung von Spannsystemen kann 10 bis 20 Prozent der Gesamtkosten eines Produktionssystems ausmachen [17].

Die Anzahl an Spannkonzepthen ist so vielfältig wie ihr Einsatzgebiet [13]. Dedizierte Systeme sind für ein bestimmtes Werkstück, mitunter sogar nur für einen bestimmten Fertigungsschritt, ausgelegt. Sie werden mit viel Aufwand und auf Grundlage eines großen Erfahrungsschatzes konstruiert und ermöglichen Bearbeitungsergebnisse mit hohen Genauigkeiten. Dadurch sind sie wirtschaftlich nur in Serienproduktionen einsetzbar. Der entscheidende Nachteil von dedizierte Systemen ist die fehlende Flexibilität. Von modernen Fertigungseinrichtungen wird genau dies jedoch erwartet, d. h. es wird u. a. gefordert, dass eine einzige Maschine möglichst viele verschiedene Produkte oder Produktvarianten auf eine kosteneffiziente Weise herstellen kann. Dabei sollte der Wechsel zwischen den Produktserien einfach und schnell erfolgen können.

Diese Anforderung versuchen modulare Spannsysteme zu erfüllen, indem standardisierte Elemente (Module) eingeführt werden. Diese Module lassen sich auf verschiedene Arten miteinander kombinieren, sodass sich eine Vielzahl an Spannkfigurationen erstellen lässt. Die Modularisierung ist jedoch auch mit Nachteilen verbunden [17]. Es ist ein hohes Maß an Fachwissen erforderlich, um eine geeignete Spannkfiguration zu bestimmen und zusammenzustellen. Im Gegensatz zu dedizierte Systeme bewirkt das

Hydraulic clamping elements

**Bore clamps****Clamping elements for clamping in bore holes**

Max. low clamping forces up to 9.8 kN
 Bore diameter from 7.8 up to 46 mm
 Max. operating pressure from 50 to 500 bar

**PosiFlex clamping elements****Clamping elements for the position flexible or »floating« clamping of workpieces**

max. clamping force from 5.0 kN to 25.5 kN
 clamping stroke/pendulum range from 4 to 12 mm
 max. operating pressure from 250 to 500 bar

**Clamps / clamping cylinders****Hydraulic clamps and clamping cylinders**

max. clamping force from 2.2 to 50 kN
 clamping stroke from 3 to 16 mm
 max. operating pressure from 100 to 500 bar

**Hinge clamps****Clamping elements with reverse swing clamping lever**

Max. clamping forces from 2.2 up to 15 kN
 Clamping stroke from 3 up to 7 mm
 Max. operating pressure from 70 to 250 bar

**Swing clamps****Clamping elements with swing piston**

max. clamping force from 0.6 to 41.0 kN
 clamping stroke from 6 to 50 mm
 max. operating pressure from 150 to 500 bar



Fixture clamps

**Fixture clamps****Compact hydraulic machine vices with fixed jaw, concentric or position flexible**

max. clamping force from 4 to 15 kN
 clamping stroke from 5 to 45 mm
 max. operating pressure 250 bar



Concentric clamping elements

**Concentric clamping elements****Hydraulically operated elements for concentric positioning and clamping of workpieces**

for interior or exterior clamping
 max. clamping force from 2.8 to 85 kN
 repetitive accuracy of clamping force up to ± 0.005 mm



Abbildung 1.2 Beispiele für aktive Spannelemente [18]

Verbinden von vielen Einzelkomponenten u. a. eine reduzierte Steifigkeit und eine erhöhte Toleranz. Weiterhin sind die Module nicht für sehr komplexe Werkstück-Geometrien geeignet. Neben diesen beiden Spannkonzepthen existieren weitere Lösungen für spezielle Anwendungen, wie z. B. Systeme, die die Spannkraft durch ein Phasenwechsel eines Materials realisieren [19]. Erwähnenswert sind noch Mikrospannverfahren mit Eis, Wachs, Klebstoff oder Vakuum [20]. Zunehmend stehen adaptive System im Fokus von Forschungsaktivitäten. Diese Spannvorrichtungen können die Spannkraft in Abhängigkeit von z. B. der Deformation regeln, sodass ein Verzug des Werkstücks reduziert werden kann [21]. Diese Themen sind jedoch nicht Bestandteil dieser Arbeit.

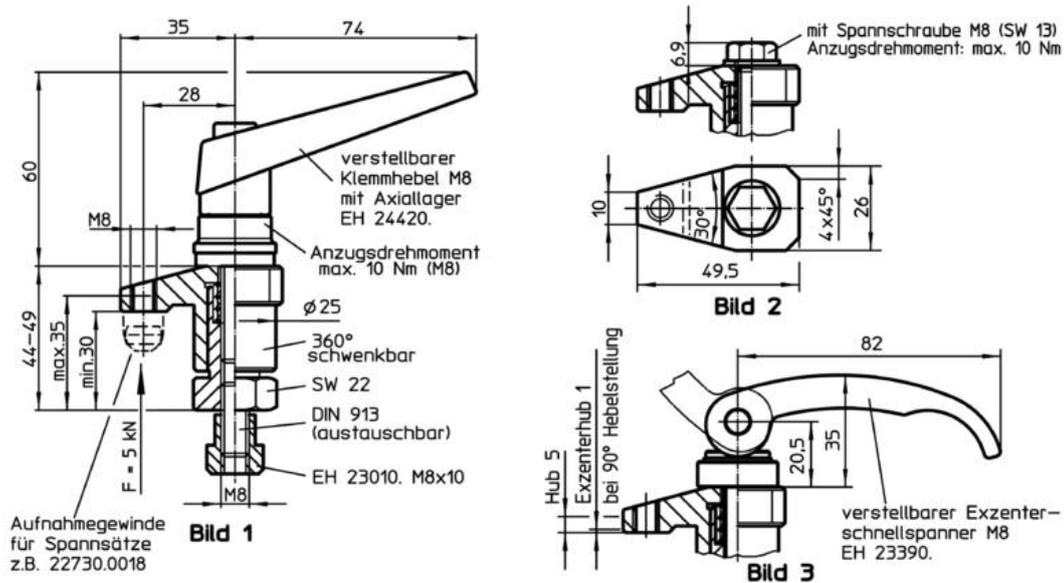


Abbildung 1.3 Maßzeichnung des untersuchten Aufsitzspanners [22]

Die Entwicklung automatisierter Methoden für den Entwurf von Spannkongfigurationen und zur Unterstützung der Auswahl von geeigneten Spannelementen (computer-aided fixture design, CAFD) ist ein wichtiges Forschungsgebiet und somit Gegenstand vieler Studien. Ein automatisiertes System für die Konstruktion von Spannsystemen stellt ein wichtiges Bindeglied zwischen den Bereichen CAD (computer-aided design) und CAM (computer-aided manufacturing) in flexiblen Fertigungssystemen dar [23]. Einen Überblick zum Thema CAFD geben u. a. die Arbeiten von Hargrove und Kusiak [24], Rong et al. [25], Boyle et al. [26] bzw. Hashemi et al. [27].

Ein derartiges computergestütztes Vorgehen kann dazu beitragen, die Entwicklungszeiten und Produktionskosten stark zu reduzieren. Vorschläge für (teil-)automatisierte Methoden zum Entwerfen von Spannsystemen findet man z. B. in den Veröffentlichungen von Boerma und Kals [28], Pham et al. [29], Paris und Brissaud [30], Hunter Alarcón et al. [31], Zheng und Chew [32] oder Zhang et al. [33]. Diese Thematik wird in der vorliegenden Arbeit nicht direkt untersucht. Es soll stattdessen eine Fokussierung auf die mechanischen Kontakteigenschaften von Spannsystemen erfolgen. Ein strukturdynamisches Modell zur Beschreibung von Werkstück-Spannsystemen stellt einen wichtigen Aspekt bei der Berechnung von Spannvorrichtungen dar. In dieser Arbeit werden die mechanischen Kontakteigenschaften eines modularen Spannsystems bestehend aus Aufsitzspannern untersucht, wobei eine Übertragbarkeit auf andere Spannkongzepte möglich erscheint (vgl. Kap. 5.6).

Modellierung und Simulation von Werkstück-Spannsystemen

In der Literatur finden sich viele verschiedene Ansätze zur mechanischen Analyse von Spannsystemen. Li und Melkote [34] verwenden ein elastisches Kontaktmodell, um die optimalen Spannpositionen zu berechnen. In der Arbeit von Deng und Melkote [35] wird eine Methode zur Ermittlung der minimal erforderlichen Spannkraft präsentiert, sodass die dynamische Stabilität des geklemmten Werkstücks während einer Bearbeitung noch gewährleistet ist. Die Genauigkeit eines Bearbeitungsergebnisses hängt direkt mit der Effizienz des Spannsystems zusammen. Wenn das Werkstück nicht hinreichend fixiert oder das Spannelement zu nachgiebig gegenüber den Prozesskräften ist, treten zwangsläufig Relativverschiebungen oder Deformationen an den Schnittstellen zwischen Werkstück und Spannsystem auf, die zu Fehlern im Bauteil führen [36]. Hinzu kommt, dass die Reihenfolge, in der das Spannen vorgenommen wird, die Position und Orientierung des Werkstücks ebenfalls beeinflussen kann [37, 38]. Luo et al. [39] schlagen ein quadratisches Modell zur Beschreibung der Abhängigkeit der Positionierung von der Oberflächenkrümmung von Auflageelement und Werkstück vor. In der Arbeit von Liu et al. [40] wird ein geometrisches Modell zur Berücksichtigung der Form der Anschlagenelemente mit einer Finite-Elemente-Analyse (FE-Analyse) kombiniert, um die Positionsgenauigkeit und die Stabilität des Prozesses zu analysieren.

Die Methode der finiten Elemente (FEM) stellt den am häufigsten verwendeten Ansatz zur Berechnung der Struktureigenschaften von Werkstück-Spannsystemen dar. Oft wird die Verbindung zwischen Werkstück und Spannsystem mit Hilfe von Feder-Dämpfer-Elementen modelliert, wie z. B. in den Arbeiten von Mittal et al. [41], Behzadi und Arezoo [42] oder Ratchev et al. [43]. Lünemann [44] nutzt analytische sowie linear-elastische FE-Berechnungen zur Auslegung von Werkstück-Spannsystemen für prismatische Bauteile. Siebenaler und Melkote [45] verwenden die FE-Methode, um u. a. den Einfluss der Nachgiebigkeit des Spannsystem-Körpers und der Kontaktreibung (Coulombsches Modell) auf die Verformungen des Werkstücks zu untersuchen. Für das betrachtete System stellen sie fest, dass sich 98 Prozent der Deformationen nur durch das Modell bestehend aus Werkstück und Auflageelement abbilden lässt. Liao und Hu [46] nutzen ein dynamisches Mehrkörpersystem, um die Interaktionen von Spann- und Bearbeitungskräften zwischen Werkstück und Spannelementen zu untersuchen. Zur Reduktion des Werkstück-Modells wird die Craig-Bampton-Methode eingesetzt (vgl. auch Kap. 6.2).

Yeh und Liou [47] verwenden virtuelle Federelemente basierend auf dem Hertzschen Kontaktmodell, um die Kontaktbedingungen in Spannsystemen in einer FE-Simulation zu erfassen. Asante [48] kombiniert zur Berechnung der Kräfte und Druckverteilungen eines Werkstück-Spannsystem-Kontaktes ein elastisches, reibungsbehaftetes Modell (Hertzsche Kontakttheorie, Coulombsche Reibung) mit der FE-Methode. Darauf aufbauend kann die minimal erforderliche Spannkraft berechnet werden, sodass das Werkstück

bei einer Bearbeitung in Kontakt bleibt. Kaya und Öztürk [49] verwenden ein linear-elastisches Modell mit Coulombscher Reibung, um verschiedene Spannkongfigurationen zu analysieren. Die Simulationen berücksichtigen die Spanabnahme-Effekte infolge von zeitveränderlichen Bearbeitungskräften durch das Entfernen finiter Elemente (element death). Einen ähnlichen Ansatz, basierend auf einem anderen Kontaktmodell, nutzen Kumar und Paulraj [50] zur Untersuchung der Dynamik eines Werkstück-Spannsystems während eines Bearbeitungsprozesses. Eine Literaturübersicht über elastostatische Kontaktprobleme im Kontext von FE-Analysen geben z. B. Mijar und Arora [51]. Um ein umfangreiches Verständnis des Prozesses zu erlangen, also z. B. Schwingungen, mechanische und thermische Deformationen bewerten zu können, muss auch die Interaktion zwischen dem Bearbeitungsprozess und der Maschine berücksichtigt werden [52].

Fang et al. [53] präsentieren ein elastodynamisches Modell zur Beschreibung von reibungsbehafteten Kontakten, um den Einfluss der Reibungsdämpfung bei einer Impulsanregung untersuchen zu können. Motlagh et al. [54] nutzen ein modifiziertes Reibungsmodell nach Armstrong, welches in der Lage ist, Mikroschlupf in der Kontaktstelle abzubilden. Tadic et al. [55] stellen eine Testvorrichtung vor, um die Nachgiebigkeit in der Schnittstelle zwischen Auflageelement und Werkstück unter dynamischer Belastung, die aufgrund eines Bearbeitungsprozesses entsteht, messen zu können. Mittels dieser Vorrichtung führen Todorovic et al. [56] Experimente zur Bestimmung der Parameter eines Tangentialmodells (lineare Feder- und Dämpferelemente) für ein konisches Auflageelement durch. Experimentelle Untersuchungen des Einflusses von u. a. Vorspannung, Schwingungsamplitude bzw. Anregungsfrequenz auf den Reibungskoeffizienten von Werkstück-Auflageelement-Kontakten findet man z. B. in den Arbeiten von Hurtado und Melkote [57] bzw. Xie et al. [58]. Um den Berechnungsaufwand gering zu halten, ist eine Modellierung ohne Berücksichtigung der Reibung zulässig [59]. Zur Erhöhung der Aussagegüte bzgl. Verformungen und Reaktionskräften sollten jedoch nichtlineare Modelle mit Reibung eingesetzt werden.

Eine Recherche außerhalb des Themengebiets der Werkstück-Spannsysteme zeigt, dass viele Methoden zur Modellierung der Schnittstellen von zusammengesetzten Bauteilen existieren. Für solche Baugruppen finden sich neben den „klassischen Kontaktmodellen“ [60] wie z. B. die Hertzsche Kontakttheorie angewendet auf verschraubte Flanschverbindungen [61], auch inelastische Ansätze. Treyde [62] entwickelt ein Ansatz zur Erfassung der Dreh- und Tangentialsteifigkeit des Kontaktes zwischen Deckplatten von Turbinenschaufeln. In diesem Fall besteht eine nichtlineare Abhängigkeit zwischen dem Kontaktmoment und dem Drehwinkel. Für die Tangentialsteifigkeit wird ein modifiziertes Cattaneo-Mindlin-Modell eingesetzt, welches nichtlinear von der Belastung abhängig ist und auch Mikroschlupf abbilden kann. Um das Problem der hohen Rechenzeiten zu umgehen, werden beide Modelle anschließend mit der Methode der Harmonischen Balance (MHB) linearisiert, sodass sich eine Abhängigkeit der Systemmatrix von der Kreisfrequenz sowie der Amplitude der Erregerkraft ergibt. Meyer [63] verwendet nichtlineare

Zweifreiheitsgrad-Elemente, um große lineare Systeme an ausgewählten Stellen mit lokalen nichtlinearen Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften zu erweitern, wobei hier ebenfalls mit Hilfe der MHB eine Linearisierung und Transformation in den Frequenzbereich stattfindet. Die beiden genannten Ansätze haben einen entscheidende Nachteil. Es wird jeweils vorausgesetzt, dass sich bei einer monofrequenten Kraftanregung die Schwingungsantwort durch eine Grundharmonische gleicher Frequenz darstellen lässt [62, 63]. Im Allgemeinen muss man, um mit der MHB eine konsistente Lösung zu erhalten, die Lösung a priori kennen oder genügend Terme mit höheren Harmonischen berücksichtigen [64]. Der große Vorteil liegt in der Einfachheit der resultierenden Gleichungen sowie der Möglichkeit äquivalente linearisierte Dämpfungs- und Steifigkeitsfaktoren abzuleiten.

Aufgrund der stetig steigenden Rechenleistung sollte ein direktes Lösen von inelastischen, nichtlinearen Modellen der Linearisierung vorgezogen werden, sodass kein Informationsverlust stattfindet. Viskoelastische bzw. -plastische Modelle haben sich für bestimmte Schnittstellenmodellierungen als nützlich erwiesen. Gaul und Lenz [65] nutzen ein geschwindigkeitsunabhängiges, plastisches Modell zur Beschreibung des Tangentialverhaltens geschraubter Flanschverbindungen. Dieser Ansatz wird in der vorliegenden Arbeit zur Erfassung des statischen Tangentialverhaltens des untersuchten Werkstück-Spannsystems eingesetzt (vgl. Kap. 2.7). In den Arbeiten von Grudziński und Kostek [66] und Kostek [67] wird ein viskoelastisches Modell mit nichtlinearen Feder- und Dämpferelementen verwendet, um das Normalkontaktverhalten der Führungseinheit einer Werkzeugmaschine abzubilden.

Simulationen stellen eine wichtige Möglichkeit zur Erkennung und Vermeidung von Schwingungen dar [68]. In diesem Zusammenhang spielen zunehmend sogenannte „intelligente Spannsysteme“ eine wichtige Rolle [69, 70]. Bei solchen Systemen sind Sensoren und Auswerteeinheiten in den Bauteilen integriert, sodass mit deren Hilfe das Prozessverhalten unmittelbar beobachtet werden kann. Mit Hilfe von Berechnungsmethoden ist man dadurch im Stande, Rückschlüsse auf die Werkstückeigenschaften bzw. auch den Bearbeitungsprozess zu ziehen. Aufgrund der hohen Steifigkeit von Spannsystemen sind die Schwingungsamplituden im Allgemeinen sehr klein. Die Sensorpositionierung sowie das Zusammenfassen der Messwerte von ggf. unterschiedlichen Sensortypen (sensor fusion [71]) können wichtige Aspekte zur Gewinnung einer verlässlichen Datenbasis für die Identifikation sein. Anhand von kalibrierten Simulationsmodellen können anschließend Schwingungscharakteristiken untersucht, optimale Prozessparameter abgeleitet und geeignete (passive) Dämpfungsmöglichkeiten analysiert werden. Forschungen in diesem Bereich leisten daher einen entscheidenden Beitrag zur Verbesserung von Bearbeitungsprozessen und damit verbunden zur Steigerung der Bauteilqualität. Die Idee der Modellierung von Schnittstellen mit nichtlinearen bzw. inelastischen Ansätzen soll in dieser Arbeit auf ein konkretes Werkstück-Spannsystem übertragen werden.

1.3 Zielsetzung und Vorgehensweise

Die fortschreitende Entwicklung der Computertechnik ermöglicht die Untersuchung komplexer Struktureigenschaften anhand von Simulationsrechnungen, sodass der Aufwand an experimentellen Versuchen mit Prototypen reduziert werden kann. Um das Strukturverhalten hinreichend genau vorhersagen zu können, benötigt man umfangreiche und rechenintensive Modelle, die u. a. auch nichtlineare Effekte berücksichtigen müssen. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Einführung eines inelastischen, nichtlinearen Modells zur Beschreibung des Normal- und Tangentialkontaktverhaltens eines Werkstück-Spannsystems bestehend aus Aufsitzspannern. Es wird eine iterative Vorgehensweise entwickelt, die eine verlässliche Identifikation der Modellparameter zulässt. Das Lösen des daraus resultierenden nichtlinearen Optimierungsproblems erfolgt mit MATLAB, wobei eine effiziente Berechnung sowie die Modularität im Vordergrund steht, d. h. eine einfache Erweiterung um weitere Optimierungsalgorithmen sowie die Nutzung einer Modelldatenbank sollen möglich sein. Um die Grundlage für einen praxisnahen Einsatz zu schaffen, wird das Modell in das Finite-Elemente-Programm ANSYS integriert. Dadurch wird eine lokale Erweiterung von Simulationsmodellen um inelastische, nichtlineare Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften in den Kontaktstellen möglich.

Die bisher veröffentlichten Studien nutzen zur Beschreibung des Kontaktes zwischen Spannsystem und Werkstück meist elastische Kontaktmodelle. Diese Modelle können ohne großen Identifikationsaufwand eingesetzt werden, da nur geometrische und linear-elastische Kenndaten notwendig sind. Damit können jedoch nicht alle beobachteten Phänomene bei einem Werkstück-Spannsystem abgebildet werden. Eigene Untersuchungen haben gezeigt, dass eine physikalisch genaue Modellierung solcher Systeme die

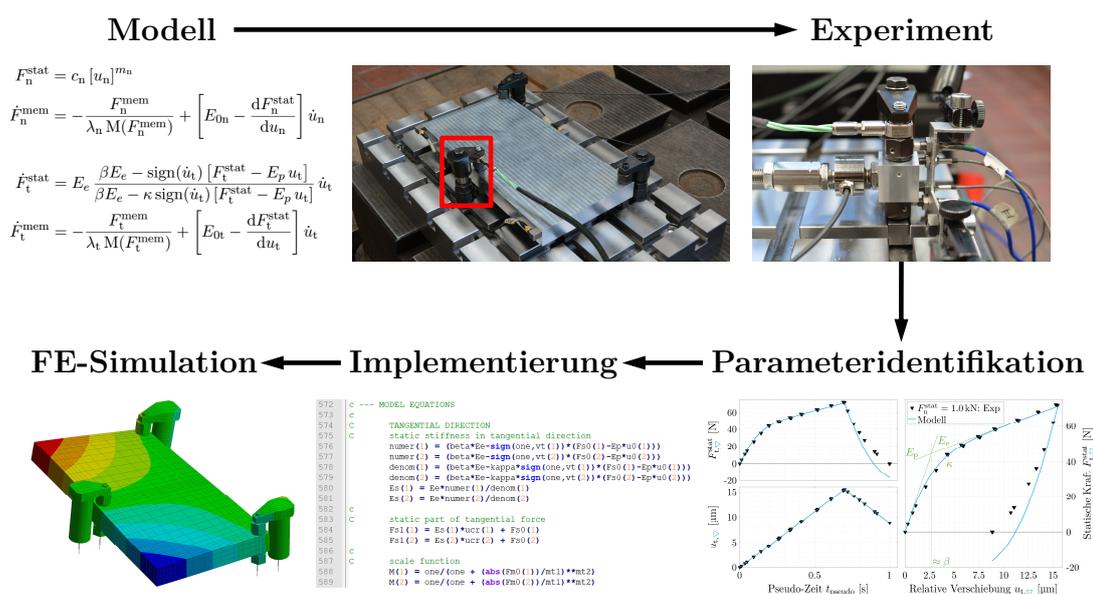


Abbildung 1.4 Prinzipielle Arbeitsschritte

Beschreibung eines Hystereseverhaltens sowie einer nichtlinearen Geschwindigkeitsabhängigkeit erfordert. Um diese Charakteristiken bei Spannsystemen realitätsnah abbilden zu können, sind inelastische Modellansätze notwendig. In der Literatur mangelt es hierzu an Ansätzen. Die vorliegende Arbeit schlägt Methoden und Wege vor, wie durch die Nutzung von komplexeren Modellen das dynamische Verhalten von Werkstück-Spannsystemen detaillierter und genauer beschrieben werden kann.

Abb. 1.4 zeigt die prinzipiellen Arbeitsschritte. In Kapitel 2 werden zunächst die verwendeten Modelle für den Normal- und Tangentialkontakt hergeleitet. Es erfolgt eine Darstellung der Grundlagen sowie der Charakteristiken dieser Modelle. Anschließend wird in Kapitel 3 die Vorgehensweise bei der Parameteridentifikation erläutert. Die verwendeten Algorithmen, der iterative Prozess der Optimierung sowie das entwickelte MATLAB-Programm zur Bestimmung der Parameter werden ebenfalls vorgestellt.

Kapitel 4 umfasst die Beschreibung der experimentellen Untersuchungen, um die notwendigen Datensätze zur Parametrierung der Modelle zu erhalten. Die Eignung der Modellansätze wird anhand eines Aufsitzspanners veranschaulicht. Dafür wurden Versuche in Normal- und Tangentialrichtung durchgeführt. Kapitel 5 beschreibt die Prozedur der Parameteridentifikation sowie die Ergebnisse für den betrachteten Aufsitzspanner. Anschließend werden im Kapitel 5.6 Möglichkeiten zur Anwendung des Tangentialmodells für einen hydraulischen Schwenkspanner aufgezeigt.

Im Kapitel 6 wird die Implementierung der Modelle in ANSYS sowie eine einfache Simulation zur Validierung der identifizierten Parameter beschrieben. Die Modelle werden mittels einer Fortran-Subroutine als „zero-thickness contact elements“ integriert (vgl. Kap. 6.1), sodass eine Verwendung in Schwingungs- oder Frässimulationen möglich wird. Die durchgeführte Simulation basiert auf der Teilstrukturtechnik, um eine effiziente Berechnung zu gewährleisten (vgl. Kap. 6.2 und 6.3). Abschließend gibt Kapitel 7 eine Zusammenfassung der Ergebnisse sowie einen Ausblick auf weiterführende Forschungsthemen, die sich aus dieser Arbeit ergeben.

2 | Modellierung des Kontaktverhaltens

2.1 Annahmen zur Modellierung des Kontaktverhaltens

Die Modellierung des Kontaktverhaltens erfordert eine Beschreibung der Relation zwischen der einwirkenden Kraft F und der sich daraus ergebenden Relativverschiebung u der Kontaktpartner. Zur Beschreibung dieses mechanischen Übertragungsverhaltens werden in dieser Arbeit viskoelastische bzw. viskoplastische Modelle verwendet, die in den nachfolgenden Kapiteln hergeleitet werden. Um die Komplexität der Modelle einzugrenzen, werden folgende Vereinfachungen getroffen. Zunächst wird nur das Verhalten bei Raumtemperatur betrachtet. Die Kontaktflächen sollen trocken und reibungsbehaftet sein, jedoch werden die Anziehungskräfte zwischen den Oberflächen (Adhäsion) vernachlässigt. Die Betrachtungsskala ist makroskopisch, d. h. die Oberflächeneigenschaften der Kontakte, wie z. B. Rauheitswerte, werden nicht direkt erfasst und kommen daher nicht als Modellparameter in den Gleichungen vor. Deren Einfluss spiegelt sich in den makroskopischen Parametern, wie z. B. den Steifigkeiten, wider (vgl. Kap. 2.6 und 2.7). Es wird angenommen, dass das Verhalten in Tangentialrichtung transversal isotrop ist, d. h. die mechanischen Eigenschaften ändern sich bei einer Rotation um die Normalenachse nicht.

Weiterhin wird das Normal- und Tangentialkontaktverhalten unabhängig voneinander betrachtet. Im Allgemeinen kommt es selbst bei einer reinen Normalbeanspruchung zu Relativbewegungen in tangentialer Richtung. Diese entstehen infolge der Querkontraktion, wenn zwei Körper mit verschiedenen elastischen Eigenschaften in Kontakt gebracht werden. Wenn nun auch noch die Reibung berücksichtigt wird, so entstehen Schubbeanspruchungen im Kontakt. Normal-, Tangentialbeanspruchung und Reibung beeinflussen sich daher bereits für einfache Fälle auf komplizierte Weise gegenseitig [72], sodass für eine praktische Anwendung eine getrennte Betrachtung von Normal- und Tangentialkontakt sinnvoll ist. In den folgenden Kapiteln werden die grundlegenden Eigenschaften des verwendeten Normal- bzw. Tangentialkontaktmodells diskutiert. Dieses Wissen ist entscheidend für eine erfolgreiche Anpassung der Modelle an die experimentellen Daten. Zunächst erfolgt jedoch eine Klassifizierung der betrachteten Modelle. Die Begriffe „Verschiebung“ und „Relativverschiebung“ sind im Folgenden synonym zu verstehen. Einen Überblick zum Thema mechanisches Verhalten von Kontakten geben z. B. Popp et al. [73] und Ibrahim [74, 75].

2.2 Klassifizierung

In dieser Arbeit werden die Modelle nach einem Vorschlag von Haupt [76] gegliedert. Ausgehend von experimentellen Beobachtungen werden diese nach zwei Kriterien eingeteilt: Geschwindigkeitsabhängigkeit und Gleichgewichtshysterese. Ein Gleichgewichtszustand ist ein zeitlich konstanter Kraft- und Verschiebungszustand, gegen den das System bei unveränderter äußerer Belastung strebt. Abb. 2.1a veranschaulicht den Gleichgewichtszustand. Zunächst wird mit einer endlichen Belastungsgeschwindigkeit \dot{u} bis zu einem bestimmten Kraft-Verschiebungszustand (F^*, u^*) belastet. Wenn, ausgehend von diesem Zustand, eine Relaxation durchgeführt wird, d. h. $\dot{u} \equiv 0$, dann strebt das System asymptotisch gegen einen Gleichgewichtszustand. Ebenso strebt das System gegen einen (anderen) Gleichgewichtszustand, wenn die Kraft konstant, also $\dot{F} \equiv 0$, gehalten wird. Die Gesamtheit aller Gleichgewichtszustände heißt Gleichgewichtskurve. Diese kann die Form einer Hysterese annehmen, sodass nach einer vollständigen Entlastung eine bleibende Verschiebung oder Spannung zurückbleibt (Plastizität bzw. Viskoplastizität).

Das Modellverhalten wird als geschwindigkeitsabhängig bezeichnet, wenn die Systemantwort abhängig von der Belastungsgeschwindigkeit ist. Die Gleichgewichtskurve kann als die Modellantwort bei quasistatischer Beanspruchung aufgefasst werden (vgl. Abb. 2.1b). Falls das Modell keine Geschwindigkeitsabhängigkeit besitzt, so ist der aktuelle Systemzustand identisch mit dem Gleichgewichtszustand. Aus diesen zwei Kriterien lassen sich vier verschiedene Modellklassen ableiten: Elastizität, Plastizität, Viskoelastizität und Viskoplastizität (vgl. Abb. 2.2).

Die einfachste Klasse ist die Elastizität. Ein Modell bezeichnet man als elastisch, wenn es weder eine Geschwindigkeitsabhängigkeit noch eine Gleichgewichtshysterese aufweist. Die aktuelle Kraft lässt sich in diesem Fall als Funktion f der aktuellen Verschiebung

$$F(t) = f(u(t)) \quad (2.2.1)$$

berechnen, wobei f auch nichtlinear sein kann (vgl. Abb. 2.2a). Die Belastungsgeschichte hat keinen Einfluss auf den gegenwärtigen Zustand. Nach einer Entlastung befindet

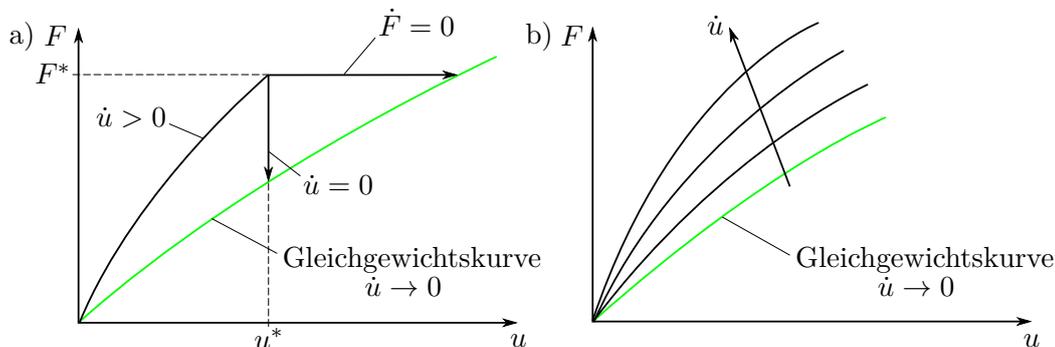


Abbildung 2.1 Gleichgewichtszustand und Geschwindigkeitsabhängigkeit

sich das System wieder im ursprünglichen Zustand. Anders verhält es sich bei der Plastizität. Bei einer zyklischen Beanspruchung zeigen diese Modelle eine Hysterese (vgl. Abb. 2.2b). Aufgrund der Hysterese bleibt nach der Entlastung eine Verschiebung bzw. Vorspannung im System bestehen. In diesem Fall hängt die aktuelle Kraft $F(t)$ von der gesamten Belastungsgeschichte $u(\tau)$ ab. Mathematisch kann dies durch ein Funktional \mathfrak{F} dargestellt werden

$$F(t) = \mathfrak{F} (u(\tau)) \quad (2.2.2)$$

Das Funktional \mathfrak{F} ist demnach eine Berechnungsvorschrift, die jeder beliebigen Belastungsgeschichte eindeutig eine aktuelle Kraft zuordnet. Bei der Plastizität hängt die Zuordnung nicht von der Geschwindigkeit ab, mit der die Belastungsgeschichte durchlaufen wird. Die aktuelle Kraft ist identisch mit der Gleichgewichtskraft (vgl. Abb. 2.2b).

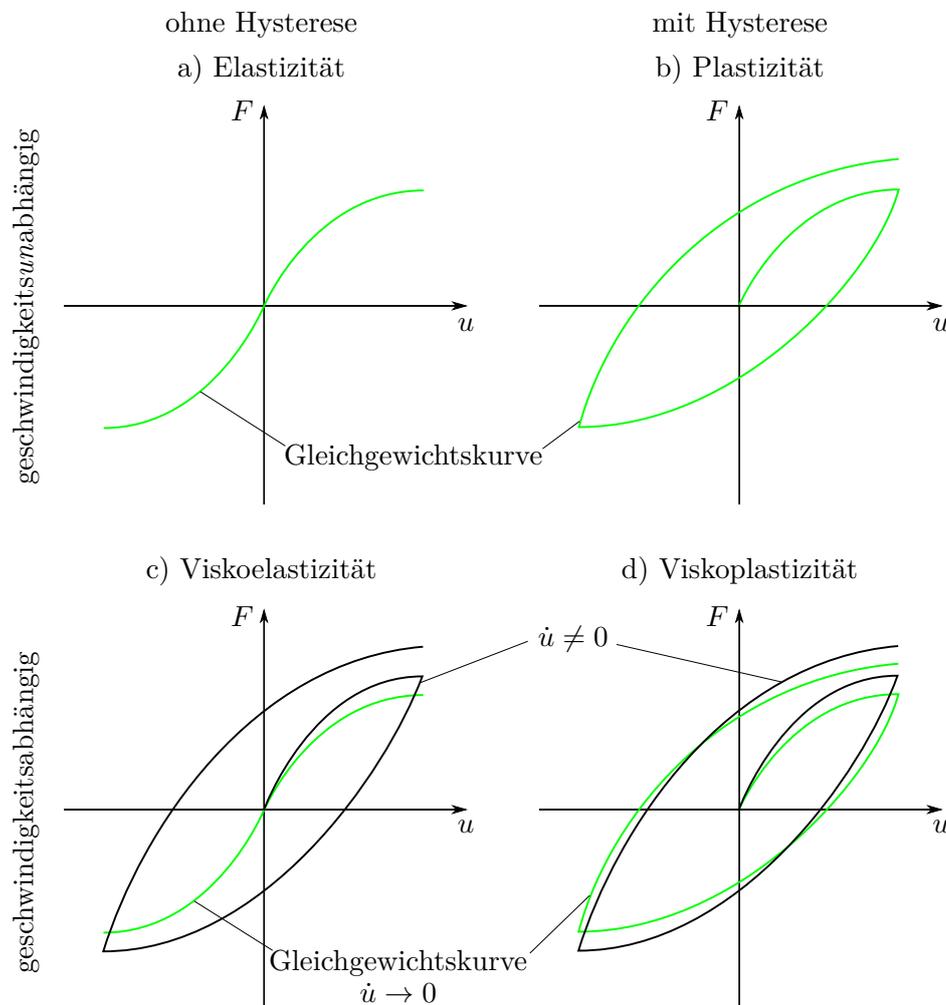


Abbildung 2.2 Modellklassen nach Haupt: schwarz = mit endlicher Belastungsgeschwindigkeit, grün = Gleichgewichtskurve, quasistatische Belastung [76, Abbildung angelehnt an Fig. 5]

Unter Viskoelastizität versteht man ein geschwindigkeitsabhängiges Modell ohne Gleichgewichtshysterese (vgl. Abb. 2.2c). Die aktuelle Kraft $F(t)$ setzt sich additiv aus zwei Anteilen zusammen

$$F(t) = f(u(t)) + \mathfrak{G}_{\tau \leq t}(u(\tau)) . \quad (2.2.3)$$

Der erste Anteil f ist eine geschwindigkeitsunabhängige Funktion der aktuellen Belastung $u(t)$ und stellt den Gleichgewichtszustand dar. Das Funktional \mathfrak{G} ist von der Geschwindigkeit und von der gesamten Belastungsgeschichte abhängig, wobei der Zusammenhang auch nichtlinear sein kann (vgl. Kap. 2.5). In der Materialtheorie wird dieser Anteil als Überspannung bezeichnet [77]. Für \mathfrak{G} soll weiterhin gelten, dass weit zurückliegende Belastungsgeschichten nur einen geringen Einfluss auf den aktuellen Zustand haben. Man spricht von einem nachlassenden Gedächtnis des Modells (fading memory [78]). Erläuterungen zu den Prinzipien in der Viskoelastizität findet man z. B. in den Veröffentlichungen von Gurtin und Sternberg [79] oder Truesdell und Noll [80].

Die Viskoplastizität ist, innerhalb dieser Klassifizierung, der allgemeinste Fall des Modellverhaltens. Das System zeigt in diesem Fall sowohl eine Geschwindigkeitsabhängigkeit als auch eine Gleichgewichtshysterese (vgl. Abb. 2.2d). Die aktuelle Kraft $F(t)$ setzt sich auch hier additiv aus zwei Anteilen zusammen [81]

$$F(t) = \mathfrak{F}_{\tau \leq t}(u(\tau)) + \mathfrak{G}_{\tau \leq t}(u(\tau)) . \quad (2.2.4)$$

Der Unterschied zur Viskoelastizität liegt jedoch darin, dass beide Anteile Funktionale sind, die von der Belastungsgeschichte beeinflusst werden. Im Folgenden wird der Gleichgewichtsanteil als statische Kraft F^{stat} bezeichnet. Das nachlassende Gedächtnis wird mit F^{mem} angegeben. Die Plastizität ist der Grenzfall der Viskoplastizität bei unendlich langsamen Belastungen [76]. Durch die Einführung von „Inneren Variablen“ \mathbf{q} besteht die Möglichkeit der impliziten Darstellung von Funktionalen. Diese Größen sind, anders als F und u , nicht notwendigerweise direkt beobachtbar. Sie werden durch Evolutionsgleichungen definiert, die als gewöhnliche Differentialgleichungen (DGL) erster Ordnung formuliert sind. Sie definieren die Rate $\dot{\mathbf{q}}$ der Inneren Variablen als Funktion \mathbf{g} ihrer aktuellen Werte \mathbf{q} und der Belastung $u(t)$. Die aktuelle Kraft $F(t)$ hängt dann nur noch von der aktuellen Belastung $u(t)$ bzw. der Belastungsgeschwindigkeit $\dot{u}(t)$ und den Inneren Variablen $\mathbf{q}(t)$ ab

$$F(t) = f(u(t), \mathbf{q}(t)) \quad (2.2.5a)$$

$$\dot{\mathbf{q}}(t) = \mathbf{g}(u(t), \dot{u}(t), \mathbf{q}(t)) . \quad (2.2.5b)$$

Die mechanischen Eigenschaften eines bestimmten Systems können nicht immer eindeutig einer Klasse zugeordnet werden. Abhängig von der Belastungsgeschichte und den Randbedingungen ist die geeignetste Modellklasse zu wählen. Wenn der Belastungsbereich und die Belastungsgeschwindigkeiten relativ klein sind, kann eine Beschreibung

mit einem elastischen Modell ausreichend sein. Bei großen Belastungen bleibt nach einer vollständigen Entlastung im Allgemeinen eine Verschiebung oder Vorspannung zurück, sodass eine Beschreibung mit Hilfe von (visko-)plastischen Modellen notwendig wird. Weiterhin können äußere Einflussfaktoren, wie z. B. die Temperatur, das Systemverhalten entscheidend bestimmen.

Basierend auf dieser Klassifizierung werden im Folgenden die in dieser Arbeit verwendeten Modelle vorgestellt. Es hat sich herausgestellt, dass zur Beschreibung des Normalkontaktverhaltens ein viskoelastisches Modell geeignet ist (vgl. Kap. 2.6). Für die Tangentialrichtung ist ein viskoplastisches Modell notwendig, um u. a. die bleibenden Relativverschiebungen erfassen zu können (vgl. Kap. 2.7). Zunächst werden grundlegende Begriffe eingeführt. Wichtig ist dabei der Begriff des Prozesses, welcher eine grundlegende Untersuchung der Modellantworten ermöglicht.

2.3 Prozess und Modellantwort

Ein Prozess P der Dauer $\tau > 0$ ist eine auf dem Zeitintervall $[0, \tau]$ reelle, stetige und stückweise stetig differenzierbare Funktion

$$P: [0, \tau] \in \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R} . \quad (2.3.1)$$

In dieser Arbeit kann der Prozess P der zeitliche Verlauf einer Kraft oder einer Relativverschiebung sein. Den Prozess P kann man als kraft- oder weggesteuerte Belastungsgeschichte des Systems auffassen (vgl. Abb. 2.3a). Es wird, sofern dies offensichtlich ist, für die beiden Kategorien der Begriff Belastungsgeschichte oder synonym einfach nur Belastung verwendet. Die der Belastung zugehörige Ausgangsgröße wird als Modellantwort bezeichnet. Eine Modellgleichung kann als ein Operator oder eine Abbildungsvorschrift aufgefasst werden, die eine Belastungsgeschichte in eine Systemantwort überführt [81]. Die Wahl oder Entwicklung eines Modells hängt von den zu beschreibenden Phänomenen ab. Ein Modell wird nie das reale Verhalten gänzlich abbilden können. Die Zuordnung eines Modells zu einem konkreten System stellt immer eine Idealisierung dar.

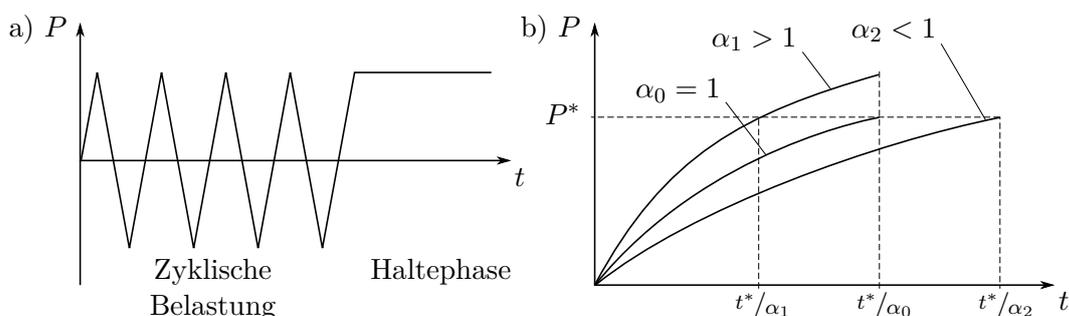


Abbildung 2.3 Prozesse: a) Beispiel für ein Prozess, b) Reskaliertes Prozess

Um das grundlegende Verhalten eines Modells untersuchen zu können, wird der reskalierte Prozess definiert. Sei P ein gegebener Prozess und $\alpha \in \mathbb{R}$, dann heißt

$$P_\alpha(t) := P(\alpha t) \quad (2.3.2)$$

ein beschleunigter Prozess, wenn $\alpha > 1$ ist und ein verlangsamter Prozess, wenn $\alpha < 1$ gilt. Abb. 2.3b veranschaulicht den reskalierten Prozess. Bei einem vorgegebenen Prozess, d. h. $\alpha_0 = 1$, wird der Wert P^* zu einem bestimmten Zeitpunkt t^* erreicht. Wenn $\alpha_1 > 1$ ist, dann wird dieser Wert zu einem früheren Zeitpunkt erreicht. Bei $\alpha_2 < 1$ dauert es folglich länger bis P^* eintritt. Die Grenzübergänge $\alpha \rightarrow 0$ und $\alpha \rightarrow \infty$ werden statische bzw. spontane Prozesse genannt. Die dazugehörige Ausgangsgröße des Modells heißt entsprechend statische bzw. spontane Antwort. Der reskalierte Prozess wird in Kap. 2.4.1 verwendet, um das statische bzw. spontane Verhalten zu untersuchen.

2.4 Lineare Viskoelastizität

Die Modelle, die in dieser Arbeit zur Beschreibung des Normal- und Tangentialkontaktverhaltens verwendet werden, basieren beide auf dem Zener-Modell, das auch Drei-Parameter-Modell (standard linear solid model) genannt wird [82, 83]. Die folgenden Abschnitte enthalten daher Untersuchungen des grundlegenden Verhaltens dieses Modells. Dies ermöglicht ein fundiertes Verständnis der verwendeten Modelle. Die Herleitung erfolgt aufgrund der Anschaulichkeit aus einer rheologischen Darstellung.

Das Drei-Parameter-Modell ist eine Schaltung aus zwei Federn und einem Dämpfer (vgl. Abb. 2.4a). Die Reihenschaltung aus Feder und Dämpfer wird auch als Maxwell-Element bezeichnet. Für die Kraft in den Federn soll das Hookesches Gesetz gelten

$$F^{\text{Feder1}} = E_1 u_1 \quad \text{und} \quad F^{\text{Feder2}} = E_2 u_2, \quad (2.4.1)$$

wobei F^i Kräfte, E_i Steifigkeiten und u_i (relative) Verschiebungen darstellen. Der Dämpfer repräsentiert das linear-viskose Verhalten. Dieses Element soll sich gemäß dem Gesetz von Stokes

$$F^{\text{Dämpfer}} = d \dot{u}_D \quad (2.4.2)$$

verhalten [84]. Darin stellt d die Dämpfungskonstante dar. Es gilt aufgrund der Reihenschaltung für das Maxwell-Element

$$F^{\text{Dämpfer}} = F^{\text{Feder2}} \quad (2.4.3a)$$

bzw.

$$d \dot{u}_D = E_2 u_2. \quad (2.4.3b)$$

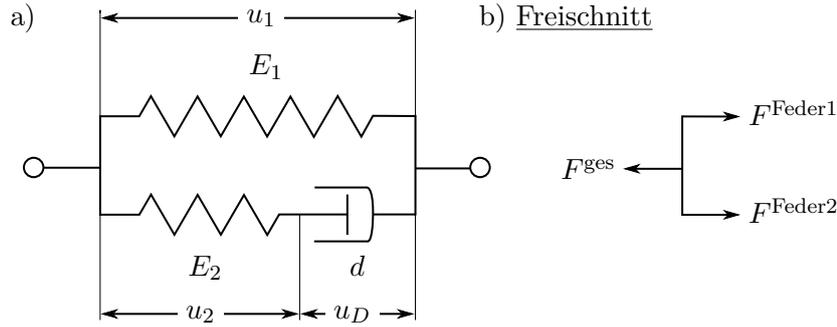


Abbildung 2.4 Drei-Parameter-Modell: $E_{1/2}$ = Steifigkeiten, d = Dämpfungskonstante, F^{ges} = Gesamtkraft, F^{Feder1} = Kraft aufgrund der oberen Feder, F^{Feder2} = Kraft aufgrund des Maxwell-Elements

Die Gesamtkraft F^{ges} erhält man aus dem Kräftegleichgewicht (vgl. Abb. 2.4b)

$$F^{\text{ges}} = F^{\text{Feder1}} + F^{\text{Feder2}} = E_1 u_1 + E_2 u_2 . \quad (2.4.4)$$

Weiterhin gilt offensichtlich

$$u^{\text{ges}} := u_1 = u_2 + u_D . \quad (2.4.5)$$

Die Gl. (2.4.4) und (2.4.5) nach der Zeit abgeleitet und ausgewertet, ergibt

$$\dot{F}^{\text{ges}} = E_1 \dot{u}^{\text{ges}} + E_2 \underbrace{[\dot{u}^{\text{ges}} - \dot{u}_D]}_{\dot{u}_2} = (E_1 + E_2) \dot{u}^{\text{ges}} - E_2 \dot{u}_D . \quad (2.4.6)$$

Die Größe \dot{u}_D wird durch die Gl. (2.4.3) und (2.4.4) ersetzt, sodass gilt

$$\dot{F}^{\text{ges}} = (E_1 + E_2) \dot{u}^{\text{ges}} - E_2 \underbrace{\frac{1}{d} \overbrace{(F^{\text{ges}} - E_1 u^{\text{ges}})}^{F^{\text{Dämpfer}}}}_{\dot{u}_D} . \quad (2.4.7)$$

Im Folgenden wird aufgrund der Übersichtlichkeit der Index $^{\text{ges}}$ weggelassen, sodass für die Modellgleichung des Drei-Parameter-Modells folgt

$$\dot{F} + \frac{E_2}{d} F = (E_1 + E_2) \dot{u} + \frac{E_2}{d} E_1 u . \quad (2.4.8)$$

Es handelt sich um eine gewöhnliche DGL erster Ordnung, die sowohl für eine kraft- als auch für eine weggesteuerte Belastung gilt. Die Größen F und u sind Funktionen der Zeit, was hier nicht explizit dargestellt ist. Es werden folgende Definitionen eingeführt, deren Bedeutung später erläutert wird

$$E_\infty := E_1 \quad (2.4.9a)$$

$$E_0 := E_1 + E_2 \quad (2.4.9b)$$

$$\lambda := \frac{d}{E_2} . \quad (2.4.9c)$$

Damit lässt sich die Gl. (2.4.8) wie folgt darstellen

$$\dot{F} + \frac{1}{\lambda}F = E_0\dot{u} + \frac{E_\infty}{\lambda}u . \quad (2.4.10)$$

Da alle Parameter größer als Null sind, gilt offensichtlich $E_0 > E_\infty$. Im folgenden Kapitel wird nun mit Hilfe von reskalierten Prozessen die Modellantwort bei unendlich langsamen bzw. schnellen Belastungen untersucht.

2.4.1 Statische und spontane Modellantwort

Um die statische und spontane Modellantwort zu berechnen, wird die Gl. (2.4.10) im Sinne von Kap. 2.3 reskaliert, sodass man

$$\dot{F}_\alpha(t) + \frac{1}{\lambda}F_\alpha(t) = E_0\dot{u}_\alpha(t) + \frac{E_\infty}{\lambda}u_\alpha(t) \quad (2.4.11a)$$

bzw.

$$\frac{d}{dt}F(\alpha t) + \frac{1}{\lambda}F(\alpha t) = E_0\frac{d}{dt}u(\alpha t) + \frac{E_\infty}{\lambda}u(\alpha t) \quad (2.4.11b)$$

erhält. Durch das Anwenden der Kettenregel

$$\alpha\frac{dF(\alpha t)}{d(\alpha t)} + \frac{1}{\lambda}F(\alpha t) = \alpha E_0\frac{du(\alpha t)}{d(\alpha t)} + \frac{E_\infty}{\lambda}u(\alpha t) \quad (2.4.12)$$

und durch die Einführung einer neuen Zeitvariable $t_\alpha := \alpha t$ ergibt sich daraus

$$\alpha\frac{dF(t_\alpha)}{dt_\alpha} + \frac{1}{\lambda}F(t_\alpha) = \alpha E_0\frac{du(t_\alpha)}{dt_\alpha} + \frac{E_\infty}{\lambda}u(t_\alpha) . \quad (2.4.13)$$

Die Umbenennung der Zeitskala $t_\alpha \rightarrow t$ führt zu

$$\alpha\dot{F}(t) + \frac{1}{\lambda}F(t) = \alpha E_0\dot{u}(t) + \frac{E_\infty}{\lambda}u(t) . \quad (2.4.14)$$

Wenn man diese Gleichung für spontane Prozesse auswertet, also

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \left[\dot{F}(t) + \frac{1}{\lambda\alpha}F(t) - E_0\dot{u}(t) - \frac{E_\infty}{\lambda\alpha}u(t) \right] = 0 \quad (2.4.15)$$

bildet, so erhält man

$$\dot{F}(t) = E_0\dot{u}(t) \quad \text{für } \alpha \rightarrow \infty . \quad (2.4.16)$$

Die letzte Gleichung kann auch als

$$\left. \frac{dF}{du} \right|_{\alpha \rightarrow \infty} = E_0 \quad (2.4.17)$$

interpretiert werden. Der Anstieg der spontanen Modellantwort ist also immer E_0 , weshalb dieser Parameter im Folgenden als „spontane Steifigkeit“ bezeichnet wird.

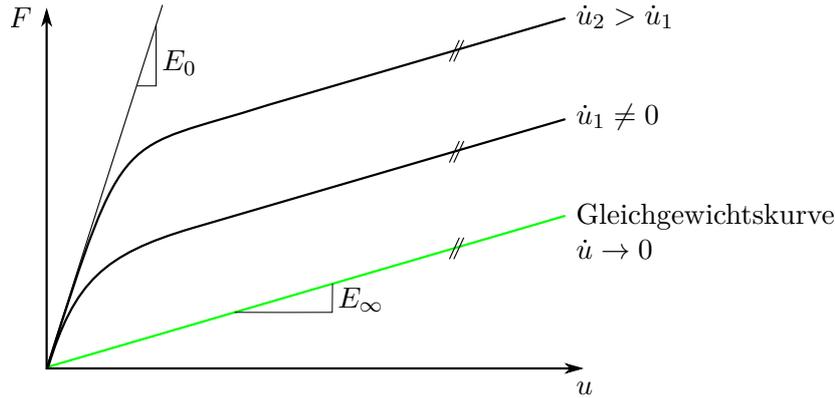


Abbildung 2.5 Statische und spontane Modellantwort

Mit steigender Belastungsgeschwindigkeit $\dot{u}_2 > \dot{u}_1$ schmiegt sich die Antwort stärker dieser Tangente an (vgl. Abb. 2.5). Ein analoges Vorgehen für statische Prozesse, d. h. die Grenzwertbetrachtung

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \left[\alpha \dot{F}(t) + \frac{1}{\lambda} F(t) - \alpha E_0 \dot{u}(t) - \frac{E_\infty}{\lambda} u(t) \right] = 0, \quad (2.4.18)$$

liefert letztendlich

$$F(t) = E_\infty u(t) \quad \text{für} \quad \alpha \rightarrow 0. \quad (2.4.19)$$

Das bedeutet, dass bei einer statischen Belastung die Modellantwort eine Gerade mit der Steigung E_∞ ist (vgl. Abb. 2.5). Diese Größe wird in dieser Arbeit daher als „statische Steifigkeit“ bezeichnet. Die Gerade mit der Steigung E_∞ stellt die Gleichgewichtskurve des Modells dar (vgl. auch Kap. 2.2). Die Gl. (2.4.17) und (2.4.19) gelten sowohl für eine weg- als auch für eine kraftgesteuerte Belastung. Es lässt sich zeigen, dass die Modellantwort im stationären Zustand parallel zur statischen Kurve verläuft (vgl. Kap. 2.4.3). Bevor diese Herleitung erfolgt, ist es zweckmäßig das Modell zunächst umzuschreiben, sodass der Gleichgewichtsanteil separat dargestellt wird.

2.4.2 Formulierung als Zustandsgleichung

Die im vorherigen Kapitel ausgeführten Betrachtungen motivieren eine Umformulierung des Drei-Parameter-Modells in eine Form bestehend aus einem statischen und einem geschwindigkeitsabhängigen Anteil. Dazu wird die Gl. (2.4.10) mit $-E_\infty \dot{u}$ erweitert

$$\dot{F} + \frac{1}{\lambda} F - E_\infty \dot{u} = E_0 \dot{u} + \frac{E_\infty}{\lambda} u - E_\infty \dot{u} \quad (2.4.20)$$

und umformuliert

$$\frac{d}{dt} [F - E_\infty u] = -\frac{1}{\lambda} [F - E_\infty u] + [E_0 - E_\infty] \dot{u}. \quad (2.4.21)$$

Das nachlassende Gedächtnis des Modells wird als

$$F^{\text{mem}} := F - E_{\infty}u \quad (2.4.22)$$

definiert. Darin ist

$$E_{\infty}u =: F^{\text{stat}} \quad (2.4.23)$$

die statische Kraft. Dies stimmt mit den Aussagen in Kap. 2.4.1 überein. Die Gleichgewichtszustände, d. h. die Zustände gegen die das System bei unveränderter äußerer Belastung strebt, liegen auf der Gerade $E_{\infty}u$.

Durch Einsetzen der Definition (2.4.22) in Gl. (2.4.21) entsteht zusammen mit der Gl. (2.4.23) das differential-algebraische Gleichungssystem (DAE)

$$F^{\text{stat}} = E_{\infty}u \quad (2.4.24a)$$

$$\dot{F}^{\text{mem}} = -\frac{1}{\lambda}F^{\text{mem}} + [E_0 - E_{\infty}]\dot{u} \quad (2.4.24b)$$

mit der Gesamtkraft

$$F = F^{\text{stat}} + F^{\text{mem}} . \quad (2.4.25)$$

Durch Ableiten der Gl. (2.4.24a) nach der Zeit

$$\dot{F}^{\text{stat}} = E_{\infty}\dot{u} \quad (2.4.26)$$

können die Gl. (2.4.24) auch in ein gewöhnliches DGL-System erster Ordnung umformuliert werden. Die Größen F^{stat} und F^{mem} stellen die in Kap. 2.2 erwähnten Inneren Variablen dar. Im folgenden Kapitel wird untersucht, wie sich die Inneren Variablen in Abhängigkeit der Belastungsgeschwindigkeit verhalten. Diese Erkenntnisse sind wichtig für das Verständnis der verwendeten Kontaktmodelle (vgl. Kap. 2.6 und 2.7) und der anschließenden Parameteridentifikation (vgl. Kap. 5).

2.4.3 Geschwindigkeitsabhängigkeit

Aus dem Gleichungssystem (2.4.24) lässt sich relativ einfach das Verhalten bei Änderung der Belastungsgeschwindigkeit ableiten. Die statische Spannung F^{stat} ist geschwindigkeitsunabhängig und muss daher nicht weiter betrachtet werden. Bei einer konstanten Belastungsgeschwindigkeit \dot{u}^* erhält man mit einem Exponentialansatz aus der DGL (2.4.24b) als homogene Lösung

$$F_h^{\text{mem}}(t) = C \exp\left(-\frac{1}{\lambda}t\right) . \quad (2.4.27)$$

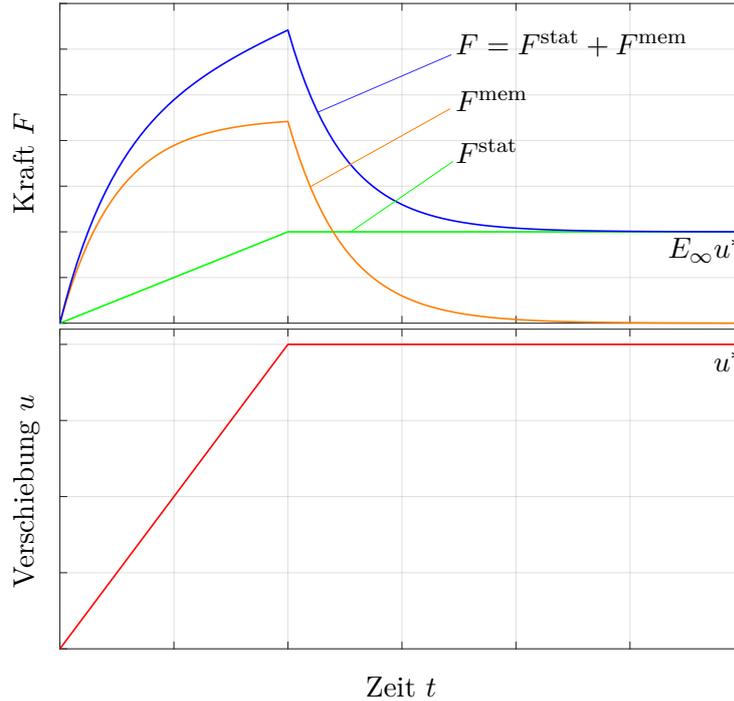


Abbildung 2.6 Statischer Anteil und Gedächtnisanteil der Kraft in Abhängigkeit der Zeit bei einer konstanten Belastung

Die Konstante $C \in \mathbb{R}$ wird aus der Anfangsbedingung bestimmt. Die partikuläre Lösung ergibt sich aus einem Ansatz vom Typ der rechten Seite

$$F_p^{\text{mem}}(t) = \lambda [E_0 - E_\infty] \dot{u}^* , \quad (2.4.28)$$

sodass sich die allgemeine Lösung F^{mem} als Summe aus homogener und partikulärer Lösung zusammensetzt

$$F^{\text{mem}}(t) = C \exp\left(-\frac{1}{\lambda}t\right) + \lambda [E_0 - E_\infty] \dot{u}^* . \quad (2.4.29)$$

Die Zeitkonstante λ bestimmt also maßgeblich den Relaxationsvorgang, d. h. wie schnell der stationäre Zustand erreicht wird. Man nennt λ deshalb auch Relaxationszeit.

Abb. 2.6 zeigt qualitativ das Relaxationsverhalten. Wenn die Belastung konstant bei u^* , d. h. $\dot{u}^* \equiv 0$, gehalten wird, dann verschwindet das nachlassende Gedächtnis F^{mem} (vgl. auch Kap. 2.2). Für $\dot{u}^* \neq 0$ und $t \rightarrow \infty$ strebt der homogene Anteil F_h^{mem} gegen Null, sodass nur die partikuläre Lösung F_p^{mem} das stationäre Verhalten bestimmt

$$F^{\text{mem}^*} := \lambda [E_0 - E_\infty] \dot{u}^* = \text{const.} \quad \text{für} \quad t \rightarrow \infty . \quad (2.4.30)$$

Die Gl. (2.4.30) zeigt, dass bei einer nichtverschwindenden Belastungsgeschwindigkeit die Modellantwort im stationären Zustand parallel zur Gleichgewichtskurve verläuft. Außerdem ist erkennbar, dass sich der Gedächtnisanteil F^{mem} im stationären Zustand im

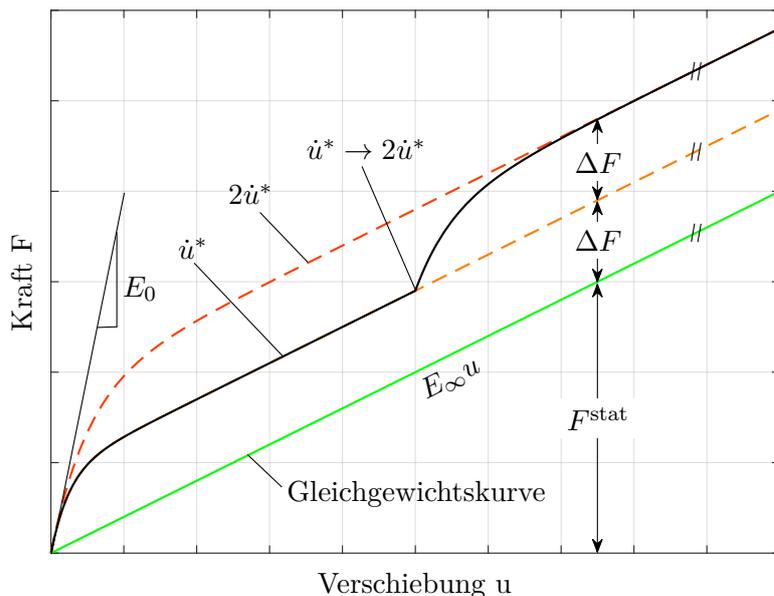


Abbildung 2.7 Lineare Modellantwort bei einem Geschwindigkeitssprung

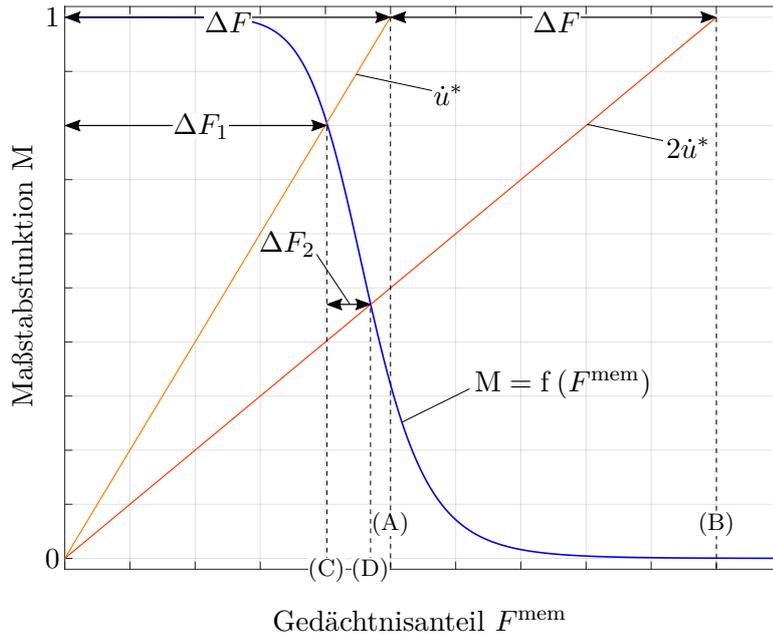
gleichen Verhältnis wie die Belastungsgeschwindigkeit ändert. Abb. 2.7 zeigt exemplarisch diese lineare Geschwindigkeitsabhängigkeit. Bei einer Verdopplung der Belastungsgeschwindigkeit von \dot{u}^* auf $2\dot{u}^*$ erhöht sich im stationären Zustand der Gedächtnisanteil F^{mem} von ΔF auf $2\Delta F$. Diese lineare Geschwindigkeitsabhängigkeit ist nicht realistisch und wird in den Experimenten nicht beobachtet. Es müssen daher Modifikationen vorgenommen werden.

2.5 Nichtlineare Viskoelastizität

Anhand von Gl. (2.4.30) ist erkennbar, dass die Geschwindigkeitsabhängigkeit im stationären Zustand von λ bestimmt wird, da E_0 und E_∞ die statische bzw. spontane Modellantwort festlegen (vgl. auch Kap. 2.4.1). Um die beschriebene lineare Geschwindigkeitsabhängigkeit zu verändern, wird die Annahme getroffen, dass die Relaxationszeit λ keine Konstante, sondern eine Funktion von geeigneten Variablen ist. Dazu wird eine stetige Funktion, die sogenannte Maßstabsfunktion, eingeführt

$$M : \mathbb{R} \mapsto (0, 1] \in \mathbb{R}^+ . \quad (2.5.1)$$

Diese wird mit λ multipliziert, sodass sich λM ergibt. Die Relaxationszeit wird als Funktion aufgefasst, die die Geschwindigkeitsabhängigkeit kontrolliert [85]. In der Literatur finden sich viele Ansätze für die Abhängigkeit der Maßstabsfunktion, z. B. von der (Relativ-)Verschiebung u , der Belastungsgeschwindigkeit \dot{u} oder dem Gedächtnisanteil F^{mem} [86–89]. In dieser Arbeit wird eine Abhängigkeit von F^{mem} verwendet. Es ist sinnvoll, dass folgende Forderungen an $M(F^{\text{mem}})$ gestellt werden [90].



$$\begin{aligned}
 \text{(A)} \quad F_{1,\text{lin}}^{\text{mem}*} &= \lambda [E_0 - E_\infty] \dot{u}^* & \text{(C)} \quad F_{1,\text{nl}}^{\text{mem}*} &= \lambda M \left(F_{1,\text{nl}}^{\text{mem}*} \right) [E_0 - E_\infty] \dot{u}^* \\
 \text{(B)} \quad F_{2,\text{lin}}^{\text{mem}*} &= \lambda [E_0 - E_\infty] 2\dot{u}^* & \text{(D)} \quad F_{2,\text{nl}}^{\text{mem}*} &= \lambda M \left(F_{2,\text{nl}}^{\text{mem}*} \right) [E_0 - E_\infty] 2\dot{u}^*
 \end{aligned}$$

Abbildung 2.8 Einfluss der Maßstabsfunktion auf das stationäre Verhalten

Zunächst soll $M(F^{\text{mem}}) > 0$ gelten und das Zug- und Druckverhalten gleich sein

$$M(F^{\text{mem}}) = M(-F^{\text{mem}}) . \quad (2.5.2)$$

Weiterhin muss für $M(F^{\text{mem}})$ gelten

$$\frac{dM}{dF^{\text{mem}}} = \begin{cases} \leq 0 & \text{für } F^{\text{mem}} > 0 \\ \geq 0 & \text{für } F^{\text{mem}} < 0 \end{cases} , \quad (2.5.3)$$

damit die Relaxationszeit λ mit betragsmäßig steigendem Gedächtnisanteil F^{mem} fällt. Für $F^{\text{mem}} = 0$, soll $M(0) = 1$ gelten. Die Funktionsstruktur für M unterliegt ansonsten keinerlei Einschränkungen. In dieser Arbeit wird für M der Zusammenhang

$$M(F^{\text{mem}}) = \left[1 + \left[\frac{|F^{\text{mem}}|}{m_1} \right]^{m_2} \right]^{-1} \quad (2.5.4)$$

verwendet, wobei m_1 und m_2 Modellparameter darstellen. Wenn man die Relaxationzeit in Gl. (2.4.30) entsprechend ersetzt, folgt für den stationären Zustand

$$F^{\text{mem}*} = \lambda M \left(F^{\text{mem}*} \right) [E_0 - E_\infty] \dot{u}^* . \quad (2.5.5)$$

Abb. 2.8 stellt die grafische Lösung der nichtlinearen Gl. (2.5.5) dar. Für den linearen Fall, d. h. $M \equiv 1$, erhöht sich der stationäre Gedächtnisanteil bei Verdopplung der

Belastungsgeschwindigkeit von \dot{u}^* auf $2\dot{u}^*$ im gleichen Verhältnis, d. h. von ΔF auf $2\Delta F$ (vgl. auch Abb. 2.7). Im nichtlinearen Fall stellen die Schnittpunkte der beiden Geraden mit der Kurve von $M(F^{\text{mem}})$ die Lösungen der Gl. (2.5.5) dar. Der Gedächtnisanteil im stationären Zustand verändert sich bei einer Verdopplung von \dot{u}^* nun nicht mehr proportional, sondern nur von ΔF_1 auf $\Delta F_1 + \Delta F_2 \neq 2\Delta F_1$.

Basierend auf dieser Idee entsteht aus den Gl. (2.4.24) das nichtlineare DGL-System

$$F^{\text{stat}} = E_{\infty} u \quad (2.5.6a)$$

$$\dot{F}^{\text{mem}} = -\frac{F^{\text{mem}}}{\lambda M(F^{\text{mem}})} + [E_0 - E_{\infty}] \dot{u} . \quad (2.5.6b)$$

Abb. 2.9 veranschaulicht den Einfluss der Maßstabsfunktion im Kraft-Verschiebungsdiagramm. Es ist zu erkennen, dass sich im Vergleich zur Abb. 2.7 bei einer Verdoppelung der Belastungsgeschwindigkeit \dot{u}^* der stationäre Gedächtnisanteil F^{mem} nicht verdoppelt hat, d. h. $\Delta F_1 \neq \Delta F_2$ (vgl. auch Abb. 2.8).

Um den qualitativen Verlauf der Maßstabsfunktion $M = f(F^{\text{mem}})$ zu ermitteln, kann man von einem Relaxationsversuch ausgehen [91]. Während einer Relaxationsphase, d. h. $\dot{u} \equiv 0$, wird aus Gl. (2.5.6b)

$$\dot{F}^{\text{mem}} = \dot{F} - \dot{F}^{\text{stat}} = \dot{F} = -\frac{F - F^{\text{stat}}}{\lambda M(F^{\text{mem}})} . \quad (2.5.7)$$

Sobald die statische Spannung F^{stat} identifiziert wurde, kann man aus dem experimentellen Kraft-Zeit-Verlauf F den Term $F - F^{\text{stat}}$ berechnen. Die Änderung der Kraft \dot{F} erhält man z. B. mit Hilfe von finiten Differenzen.

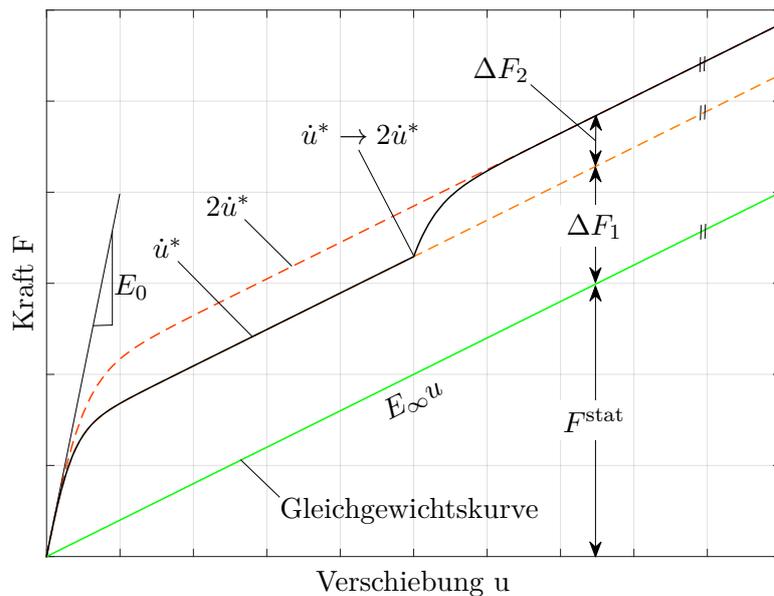


Abbildung 2.9 Nichtlineare Modellantwort bei einem Geschwindigkeitssprung

Mit diesen Daten kann man einen Verlauf für $\lambda M(F^{\text{mem}})$ erstellen. Für diese Kurve muss dann eine passende Funktion gefunden werden. Bei dieser phänomenologischen Einführung soll es bleiben. Eine ausführliche Betrachtung der nichtlinearen Viskoelastizität gibt z. B. Schapery [92].

Das hier vorgestellte nichtlineare Drei-Parameter-Modell wird als Grundlage zur Beschreibung des Kontaktverhaltens, sowohl in Normalen- als auch in Tangentialrichtung, verwendet. Um die beobachteten Phänomene abbilden zu können (vgl. auch Kap. 4), sind jedoch Modifikationen des Modells notwendig, die in den folgenden Kapiteln näher erläutert werden.

2.6 Ein Normalkontaktmodell

Das bisherige Modell (2.5.6) lässt sich in rheologischer Darstellung als eine Kombination aus zwei linearen Federn und einem nichtlinearen Dämpfer darstellen (vgl. Abb. 2.10a). Die dargestellte Aufteilung der Federkonstanten garantiert, dass die Kurve des Modells im Kraft-Verschiebungsdiagramm insbesondere bei spontaner Belastung die Tangente E_0 besitzt (vgl. Kap. 2.4.1). Der statische Anteil besteht aus einer linearen Gleichgewichtskurve mit der Steigung E_∞ . Um die experimentellen Beobachtungen abbilden zu können, muss das statische Modellverhalten angepasst werden (vgl. Kap. 4.2). Für die statische Antwort in Normalenrichtung wird eine Potenzfunktion angenommen [72, 93].

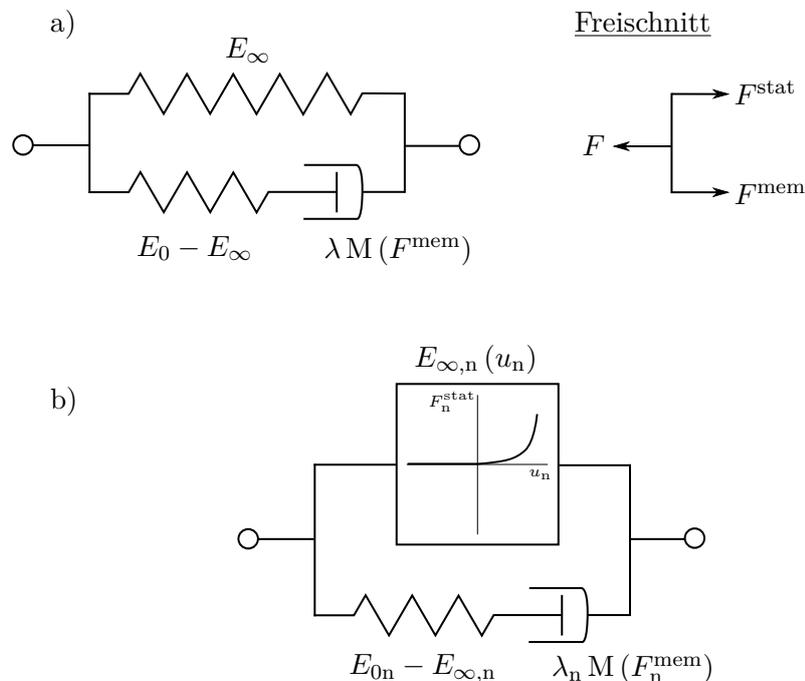


Abbildung 2.10 a) Drei-Parameter-Modell
 b) Ein viskoelastisches Modell zur Beschreibung des Normalkontaktes

Es wird also das entsprechende Element, die Feder mit der statischen Steifigkeit E_∞ , durch eine nichtlineare Feder ersetzt, die die folgende Relation aufweist

$$F_n^{\text{stat}} = c_n [u_n]^{m_n} . \quad (2.6.1)$$

Die Größen c_n und m_n stellen Modellparameter dar. Es gilt für die statische Steifigkeit in Normalenrichtung (vgl. Abb. 2.10b)

$$E_{\infty,n} := \frac{dF_n^{\text{stat}}}{du_n} = c_n m_n [u_n]^{m_n-1} . \quad (2.6.2)$$

Der Gedächtnisanteil F_n^{mem} bleibt unverändert, d. h. analog zur Gl. (2.5.6b) soll gelten

$$\dot{F}_n^{\text{mem}} = -\frac{F_n^{\text{mem}}}{\lambda_n M(F_n^{\text{mem}})} + [E_{0n} - E_{\infty,n}] \dot{u}_n . \quad (2.6.3)$$

Die gesamte Normalkraft ist die Summe beider Anteile

$$F_n = F_n^{\text{stat}} + F_n^{\text{mem}} . \quad (2.6.4)$$

Die bisher für das Drei-Parameter-Modell getroffenen Aussagen bleiben im übertragenen Sinne gültig, d. h. bei statischer Belastung folgt die Modellantwort der Potenzfunktion (2.6.1) und bei spontaner Beanspruchung erfolgt die Steigung der Kurve im Kraft-Verschiebungsdiagramm mit der Tangente E_{0n} . Dies lässt sich z. B. mit Hilfe von reskalierten Prozessen leicht zeigen (vgl. Kap. 2.4.1). Das geschwindigkeitsabhängige Verhalten wird nur durch die Gl. (2.6.3) bestimmt, daher bleibt das in Kap. 2.5 beschriebene nichtlinear-viskoelastische Verhalten bestehen. Das komplette Modell zur Beschreibung des Normalkontaktes lautet für den Fall $u_n > 0$

$$F_n^{\text{stat}} = c_n [u_n]^{m_n} \quad (2.6.5a)$$

$$\dot{F}_n^{\text{mem}} = -\frac{F_n^{\text{mem}}}{\lambda_n M(F_n^{\text{mem}})} + \left[E_{0n} - \frac{dF_n^{\text{stat}}}{du_n} \right] \dot{u}_n \quad (2.6.5b)$$

mit der statischen Steifigkeit (2.6.2). Falls in Normalenrichtung kein Kontakt vorliegt, d. h. $u_n \leq 0$ ist, soll gelten

$$F_n^{\text{stat}} = F_n^{\text{mem}} = 0 \quad \text{für} \quad u_n \leq 0 . \quad (2.6.6)$$

Durch das Einsetzen der Beziehung (2.6.4) in die Gl. (2.6.5b) erhält man

$$\dot{F}_n - \dot{F}_n^{\text{stat}} = -\frac{F_n - F_n^{\text{stat}}}{\lambda_n M(F_n^{\text{mem}})} + E_{0n} \dot{u}_n - \underbrace{\frac{dF_n^{\text{stat}}}{du_n}}_{\dot{F}_n^{\text{stat}}} \dot{u}_n . \quad (2.6.7)$$

Das Modell für eine kraftgesteuerte Belastung lautet daher

$$\dot{u}_n = \frac{\dot{F}_n}{E_{0n}} + \frac{F_n - c_n [u_n]^{m_n}}{E_{0n} \lambda_n M(F_n^{\text{mem}})} . \quad (2.6.8)$$

Ein Vorgehen zur Identifikation der Parameter dieses Normalkontaktmodells wird in Kap. 5.2 vorgestellt. Die Beschreibung des Kontaktverhaltens in Tangentialrichtung erfordert umfangreichere Änderungen, da experimentell ein Hystereseverhalten beobachtet wird. Die Entwicklung des Tangentialmodells wird im folgenden Kapitel erläutert.

2.7 Ein Tangentialkontaktmodell

Die experimentellen Untersuchungen in Tangentialrichtung zeigen, dass das betrachtete Spannsystem nach einer vollständigen Entlastung eine bleibende Relativverschiebung aufweist (vgl. auch Kap. 4.3). Die lineare Gleichgewichtskurve des Drei-Parameter-Modells soll daher durch eine geschwindigkeitsunabhängige Hysterese ersetzt werden (vgl. Abb. 2.11). Abhängig von der Belastungsgeschichte, die zum aktuellem Zustand (F_t^{stat}, u_t) führt, besitzt dieses Element die Steifigkeit

$$E_{\infty,t}(F_t^{\text{stat}}, u_t, \text{sign}(\dot{u}_t)) := \frac{dF_t^{\text{stat}}}{du_t} . \quad (2.7.1)$$

In dieser Arbeit wird hierfür das Modell nach Valanis [94–96]

$$\frac{dF_t^{\text{stat}}(z)}{dz} + \frac{1}{\beta} F_t^{\text{stat}}(z) = E_e \frac{du_t(z)}{dz} + \frac{1}{\beta} E_p u_t(z) \quad (2.7.2)$$

verwendet, wobei E_e , E_p und β Modellparameter sind. Geschwindigkeitsunabhängigkeit bedeutet, dass die Modellantwort unabhängig davon ist, wie schnell die Belastungsgeschichte (weg- oder kraftgesteuert) durchlaufen wird. Eine Möglichkeit, um dies zu erreichen, ist die Nutzung der Bogenlänge χ als Funktion für die Innere Variable z [97]. Die Größe χ berechnet sich aus der Beziehung $\dot{\chi}(t) = |\dot{u}_t|$.

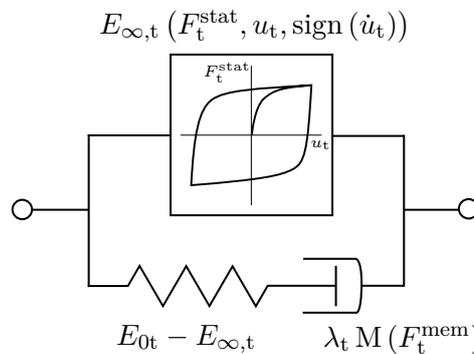


Abbildung 2.11 Ein viskoplastisches Modell zur Beschreibung des Tangentialkontaktes

Valanis [96] erweiterte den Bogenlängen-Ansatz zu

$$\dot{z}(t) := \dot{\chi}(t) = \left| \dot{u}_t(t) - \kappa \frac{\dot{F}_t^{\text{stat}}(t)}{E_e} \right| \quad (2.7.3)$$

bzw.

$$z(t) = \chi(t) = \int_0^t \left| \dot{u}_t(\tau) - \kappa \frac{\dot{F}_t^{\text{stat}}(\tau)}{E_e} \right| d\tau, \quad (2.7.4)$$

sodass dieser nicht nur von der Kinematik abhängt, sondern auch selbst Materialeigenschaften besitzt. Die Größe κ stellt einen weiteren, dimensionslosen Parameter dar. Die Innere Variable z hat die Bedeutung einer akkumulierten Verschiebung [98]. Mit Hilfe der Kettenregel erhält man

$$\frac{dF_t^{\text{stat}}}{dz} = \frac{dF_t^{\text{stat}}}{dt} \frac{dt}{dz} \quad (2.7.5)$$

und

$$\frac{du_t}{dz} = \frac{du_t}{dt} \frac{dt}{dz}. \quad (2.7.6)$$

Für $\dot{z} \neq 0$ folgt damit aus der Gl. (2.7.2)

$$\dot{F}_t^{\text{stat}}(t) \frac{1}{\dot{z}(t)} + \frac{1}{\beta} F_t^{\text{stat}}(t) = E_e \dot{u}_t(t) \frac{1}{\dot{z}(t)} + \frac{1}{\beta} E_p u_t(t). \quad (2.7.7)$$

Sei $|\dot{u}_t(t)| \geq |\dot{F}_t^{\text{stat}}(t)|/E_e, \forall t$ (vgl. auch Abb. 2.12). Wenn man nun die einschränkende Bedingung

$$0 \leq \kappa < 1 \quad (2.7.8)$$

stellt, so lässt sich die Gl. (2.7.3) wie folgt umformulieren

$$\dot{z}(t) = \left| \dot{u}_t(t) - \kappa \frac{\dot{F}_t^{\text{stat}}(t)}{E_e} \right| = \text{sign}(\dot{u}_t) \left[\dot{u}_t(t) - \kappa \frac{\dot{F}_t^{\text{stat}}(t)}{E_e} \right], \quad (2.7.9)$$

wobei sign die Signum-Funktion darstellt, d. h.

$$\text{sign}(\dot{u}_t) := \begin{cases} \frac{\dot{u}_t}{|\dot{u}_t|} & \text{für } \dot{u}_t \neq 0 \\ 0 & \text{für } \dot{u}_t = 0 \end{cases}. \quad (2.7.10)$$

Die Relation (2.7.9) in die Gl. (2.7.7) eingesetzt, ergibt

$$\dot{F}_t^{\text{stat}} = E_e \dot{u}_t - \frac{1}{\beta} [F_t^{\text{stat}} - E_p u_t] \text{sign}(\dot{u}_t) \left[\dot{u}_t - \kappa \frac{\dot{F}_t^{\text{stat}}}{E_e} \right]. \quad (2.7.11)$$

Umformuliert erhält man die gewöhnliche, nichtlineare DGL erster Ordnung [98]

$$\dot{F}_t^{\text{stat}} = E_e \frac{\beta E_e - \text{sign}(\dot{u}_t) [F_t^{\text{stat}} - E_p u_t]}{\beta E_e - \kappa \text{sign}(\dot{u}_t) [F_t^{\text{stat}} - E_p u_t]} \dot{u}_t. \quad (2.7.12)$$

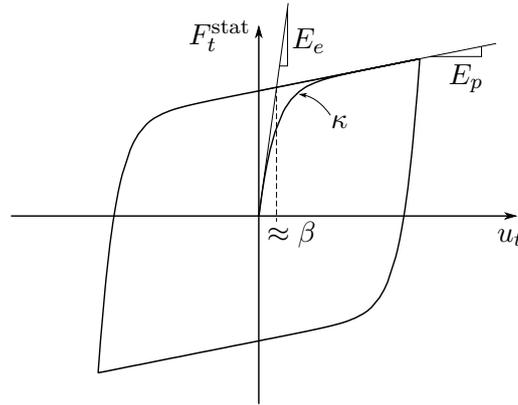


Abbildung 2.12 Parameter des Modells nach Valanis

Das konstitutive Modell (2.7.12) nennt man endochron. Es ist unabhängig von der Geschwindigkeit, mit der die Belastungsgeschichte durchlaufen wird. Durch die getroffenen Annahmen kann das resultierende Modell einige wesentliche plastische Phänomene, wie bleibende Verschiebung oder Hystereseeigenschaft abbilden [99]. Dieses Modell wird im Folgenden verwendet, um die statische Kraft im Tangentialkontakt zu beschreiben.

Die Parameter dieses Modells können anschaulich interpretiert werden (vgl. Abb. 2.12 und auch Abb. 5.4, S. 68). Die Größe E_e ist die Steifigkeit in dem Bereich, in dem Haften dominiert, während E_p die Steifigkeit im Bereich mit (Mikro-)Schlupf darstellt [65]. Die Mikro-Gleitbewegungen der Kontaktflächen stellen eine Quelle für Dissipationen in Spannsystemen dar, wobei diese stark von den Kontaktkräften abhängen [53]. Die u_t -Koordinate des Schnittpunktes der beiden Tangenten liegt ungefähr bei β , dadurch kann also die Größe der Hysterese beeinflusst werden. Die dimensionslose Größe κ bestimmt den Übergang zwischen den Steifigkeiten E_e und E_p . Für $\kappa \rightarrow 1$ mit $\kappa < 1$ geschieht die Veränderung sehr abrupt. Für $\kappa = 1$ geht das Modell in die Gl. (2.4.19) über, d. h. die statische Kraft zeigt ein lineares Verhalten wie beim Drei-Parameter-Modell. Die abgeleitete Größe

$$F_H := \frac{\beta E_e}{1 - \kappa \frac{E_p}{E_e}} \quad (2.7.13)$$

hat in der Materialtheorie die Bedeutung einer Fließgrenze [98]. In den vorliegenden Untersuchungen kann diese Größe als Haftgrenze interpretiert werden [65].

Durch das Ersetzen der statischen Kraft mit dem Modell (2.7.12) ändert sich das DGL-System (2.5.6) in

$$\dot{F}_t^{\text{stat}} = E_e \frac{\beta E_e - \text{sign}(\dot{u}_t) [F_t^{\text{stat}} - E_p u_t]}{\beta E_e - \kappa \text{sign}(\dot{u}_t) [F_t^{\text{stat}} - E_p u_t]} \dot{u}_t \quad (2.7.14a)$$

$$\dot{F}_t^{\text{mem}} = -\frac{F_t^{\text{mem}}}{\lambda_t M(F_t^{\text{mem}})} + \left[E_{0t} - \frac{dF_t^{\text{stat}}}{du_t} \right] \dot{u}_t \quad (2.7.14b)$$

mit der Steigung der Tangente der statischen Kraft

$$\frac{dF_t^{\text{stat}}}{du_t} = E_e \frac{\beta E_e - \text{sign}(\dot{u}_t) [F_t^{\text{stat}} - E_p u_t]}{\beta E_e - \kappa \text{sign}(\dot{u}_t) [F_t^{\text{stat}} - E_p u_t]} . \quad (2.7.15)$$

Mittels der Beziehung $F_t = F_t^{\text{stat}} + F_t^{\text{mem}}$ kann die Gl. (2.7.14b) zu

$$\dot{F}_t - \dot{F}_t^{\text{stat}} = -\frac{F_t - F_t^{\text{stat}}}{\lambda_n M(F_t^{\text{mem}})} + E_{0t} \dot{u}_t - \underbrace{\frac{dF_t^{\text{stat}}}{du_t}}_{\dot{F}_t^{\text{stat}}} \dot{u}_t . \quad (2.7.16)$$

umgeschrieben werden. Damit erhält man für eine kraftgesteuerte Belastung

$$\dot{F}_t^{\text{stat}} = E_e \frac{\beta E_e - \text{sign}(\dot{u}_t) [F_t^{\text{stat}} - E_p u_t]}{\beta E_e - \kappa \text{sign}(\dot{u}_t) [F_t^{\text{stat}} - E_p u_t]} \dot{u}_t \quad (2.7.17a)$$

$$\dot{u}_t = \frac{\dot{F}_t}{E_{0t}} + \frac{F_t - F_t^{\text{stat}}}{E_{0t} \lambda_t M(F_t^{\text{mem}})} . \quad (2.7.17b)$$

Für die Größe \dot{u}_t in Gl. (2.7.17a) wird die rechte Seite von Gl. (2.7.17b) eingesetzt. Das Tangentialkontaktmodell zeigt das in den Kap. 2.4 und 2.5 beschriebene Verhalten, jedoch mit dem entscheidenden Unterschied, dass die statische Kraft eine geschwindigkeitsunabhängige Gleichgewichtshysterese ist.

Es sei erwähnt, dass es starke Kontroversen um die Theorie nach Valanis gab. Rivlin [100] kritisiert, dass das Modell thermodynamisch zumindest fragwürdig ist. Dies wird von Valanis [101] energisch zurückgewiesen. Später kam Fazio [102] zu dem Schluss, dass die thermodynamischen Annahmen von Valanis [96] unpassend sind und zu einer Inkonsistenz des Modells führen. An dieser Stelle kann keine abschließende Bewertung erfolgen. Aus pragmatischen Gesichtspunkten ist entscheidend, ob die Modellgleichung (2.7.12) das experimentell beobachtete Verhalten bei quasistatischer Beanspruchung mit akzeptabler Genauigkeit beschreiben kann, was im vorliegenden Fall zutrifft. Die vorgeschlagenen Modelle erlauben Modifikationen, sodass eine Beschreibung von komplexeren, viskosen Eigenschaften möglich wird.

2.8 Modifikationen des Modells

Es existieren mindestens zwei verschiedene Möglichkeiten die vorgeschlagene Modelle zu verändern, um eine bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Daten zu erreichen. Eine Methode mit wenig (Programmier-)Aufwand ist die Änderung der Maßstabsfunktion. Der Ansatz besteht darin, die Maßstabsfunktion so zu erweitern, dass sie auch von der Relativverschiebung abhängt (vgl. auch Kap. 2.5).

Kästner et al. [89] haben z. B. die folgende Maßstabsfunktion

$$M(F^{\text{mem}}, u) = \exp\left(-\frac{|F^{\text{mem}}|}{m_F}\right) \left[1 + 2m_3 \left|\frac{u}{m_u}\right| \exp\left(\left|\frac{u}{m_u}\right|^2\right)\right] \quad (2.8.1)$$

mit den Parametern m_F , m_u und m_3 verwendet, um das nichtlinear-viskose Materialverhalten von Kompositen zu beschreiben. Theoretisch lässt sich dadurch das experimentelle Verhalten besser abbilden. Die Identifikation von Parameter wird jedoch erschwert. Das Finden von geeigneten Startwerten für die Parameter der Maßstabsfunktion ist schwierig, da diese keine direkte physikalische Bedeutung haben (vgl. Kap. 5.2.2).

Eine andere Möglichkeit ist die Erweiterung der Relaxationsfunktion in ein kontinuierliches Spektrum bzw. in ein Spektrum mit mehreren diskreten Relaxationszeiten [82]. Die Anzahl der Maxwell-Elemente wird in diesem Fall auf N erhöht, wobei die Elemente verschiedene Relaxationszeiten λ_i besitzen (vgl. Abb. 2.13). Der viskose Anteil (2.5.6b) des Modells wird durch ein Gleichungssystem ersetzt

$$\dot{F}_i^{\text{mem}} = -\frac{F_i^{\text{mem}}}{\lambda_i M(F_i^{\text{mem}})} + \left[E_0 - \frac{dF^{\text{stat}}}{du}\right] A_i \dot{u} \quad \text{mit } i = 1, \dots, N, \quad (2.8.2)$$

wobei die Faktoren A_i die Gewichtung der jeweiligen Relaxationszeiten λ_i bestimmen. Damit die spontane Modellantwort des Modells weiterhin E_0 ist, muss die Bedingung

$$\sum_{i=1}^N A_i = 1 \quad \text{mit } 0 \leq A_i \leq 1, \quad (2.8.3)$$

gestellt werden. Dies führt jedoch zu einem sehr komplexen Optimierungsproblem, da mehrere Dämpfer unter Berücksichtigung der linearen Nebenbedingung (2.8.3) identifiziert werden müssen. Das Problem der erhöhten Komplexität besteht auch bei der Verwendung von kontinuierlichen Relaxationsspektren [103].

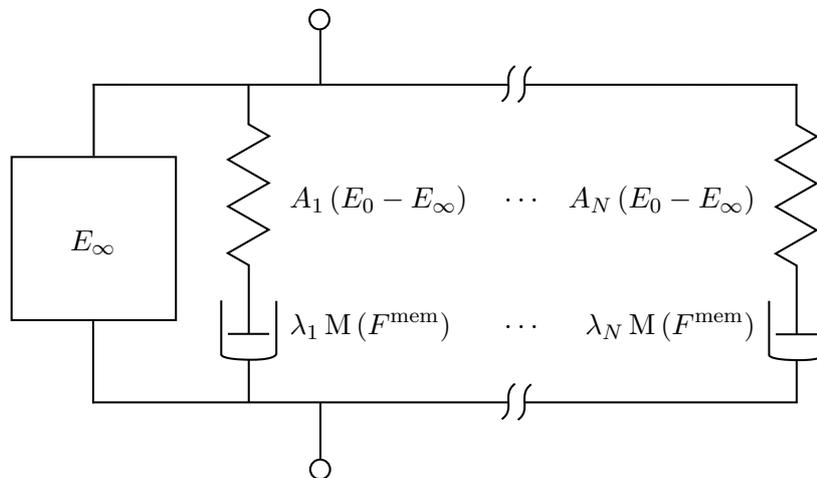


Abbildung 2.13 Modell mit mehreren Maxwell-Elementen

In dieser Arbeit werden die beschriebenen Ansätze nicht weiterverfolgt. Eine Steigerung der Komplexität des Modells ist in diesem Fall nicht erstrebenswert. Bei den untersuchten Spannsystemen rechtfertigen die möglichen Verbesserungen den Aufwand bei der Parameteridentifikation nicht, da das Modell die experimentellen Daten bereits zufriedenstellend abbilden kann (vgl. Kap. 5.4). Dies schließt jedoch nicht aus, dass bei anderen Systemen diese Modifikationen vorteilhaft sein können. Die beiden hier beschriebenen Möglichkeiten sind sowohl für das Normal- als auch für das Tangentialkontaktmodell anwendbar.

Zur Identifikation der vorgestellten Kontaktmodelle müssen mathematische Optimierungsalgorithmen eingesetzt werden. Das folgende Kapitel beinhaltet daher eine grundlegende Betrachtung der verwendeten numerischen Verfahren sowie die Vorstellung des entwickelten MATLAB-Programms zur Bestimmung der Modellparameter. Die folgenden Erläuterungen stellen eine Vereinfachung und Zusammenfassung der mathematischen Algorithmen dar. Für ausführliche Hintergründe sei auf die jeweiligen Quellen verwiesen. Es wird nur auf die grundlegenden Eigenschaften sowie Ideen eingegangen, um deren Vor- und Nachteile hervorzuheben. Einzelheiten wie z.B. die numerische Implementierung werden in dieser Arbeit nicht diskutiert.

3 | Parameteridentifikation

3.1 Einleitung zur Parameteridentifikation

Das Ziel einer Identifikation ist die Bestimmung der Parameter eines Modells für ein vorgegebenes physikalisches System (vgl. Tab. 3.1). Ausgangspunkt ist die Entwicklung eines Modellkonzepts, in dem die grundlegenden Phänomene, wie z. B. Nichtlinearität, Viskosität oder Temperatureffekte, sowie die vorliegenden Randbedingungen charakterisiert werden (Modellkonzept). An dieser Stelle müssen u. a. auch die Systemgrenzen und die Beobachtungskala festgelegt werden. Anschließend erfolgt die Beschreibung der physikalischen Vorgänge durch mathematische Gleichungen, wobei stets vereinfachende Annahmen getroffen werden (Modellbildung). Um das Modell, welches immer nur eine Idealisierung des physikalischen Systems darstellt, zu kalibrieren, findet ein Abgleich zwischen den simulierten Daten (Modellantwort) und den experimentellen Werten (Systemantwort) statt. Das Ziel ist eine qualitativ und quantitativ hohe Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment, wobei die physikalische Plausibilität stets gewährleistet sein muss (Verifikation). Im abschließenden Schritt muss der Gültigkeitsbereich des Modells untersucht werden. Idealerweise geschieht dies durch einen neuen, von der Identifikation unabhängigen Datensatz (Validierung).

Die Parameteridentifikation ist nicht mit dem Anpassen einer Kurve (curve fitting) an Datenpunkte gleichzusetzen, obwohl die mathematischen Verfahren dieselben sein können. Bei der Anpassung einer Kurve gibt es nur wenige Einschränkungen bzgl. der Wahl der Funktionen oder der Anzahl der Parameter. Im Gegensatz dazu werden bei der Parameteridentifikation die Funktionen bzw. mathematischen Modelle aus physikalischen Überlegungen bzw. Gesetzen abgeleitet. Die Parameter besitzen oft eine physikalische Bedeutung. Die ermittelten Werte sollten idealerweise den physikalischen Prozess beschreiben. Die Überprüfung der Plausibilität der Modellparameter ist ein wichtiger Schritt im Identifikationsprozess. Dies ist jedoch meist mit Schwierigkeiten verbunden. So können Modelle beispielsweise Parameter enthalten, die keine direkte physikalische Bedeutung besitzen (vgl. Kap. 5).

Bei der Parameteridentifikation handelt es sich im mathematischen Sinne um ein inverses Problem. Es liegt eine Systemantwort bei bekannter Belastung unter bestimmten Anfangsbedingungen vor. Daraus werden für ein vorgegebenes Modell die dazugehörigen Modellparameter gesucht. Im Gegensatz dazu versteht man unter einem direkten

Tabelle 3.1 Schritte der Parameteridentifikation [104, Tab. 4 modifiziert]

-
1. Modellkonzept:
Systemgrenze, Beobachtungsskala (Makro, Meso, Mikro)
Grundlegende Phänomene charakterisieren (Nichtlinearität, Viskosität, Temperatureffekte usw.)
 2. Modellbildung:
Beschreibung der Phänomene durch mathematische Modelle unter bestimmten (meist vereinfachenden) Annahmen
 3. Parameteridentifikation:
Bestimmung der Modellparameter mit Hilfe von Optimierungsverfahren auf der Grundlage eines Datensatzes A
 4. Verifikation:
Untersuchung der Qualität und Quantität des Modells bzgl. der Daten A
 5. Validierung:
Untersuchung des Gültigkeitsbereichs des Modell bzgl. eines neuen Datensatzes B mit $B \neq A$
-

Problem das Lösen einer Anfangswertaufgabe. Hierbei sind das Modell, die Belastung, die Modellparameter und die Anfangsbedingungen gegeben. Als Ergebnis wird die Modellantwort gesucht (vgl. Kap. 3.4). Dieser Fall tritt z. B. bei der Nutzung des Modells zur Vorhersage von physikalischen Phänomenen auf.

Inverse (nichtlineare) Probleme sind im Allgemeinen überbestimmt, sodass keine eindeutige Lösung existiert. Deshalb überführt man sie in Minimierungsprobleme, indem eine sogenannte Kosten- oder Zielfunktion Φ aufgestellt wird, die den Grad der Anpassung der Simulationsdaten an das Experiment wiedergibt. Das Bestreben liegt in dem Finden eines Parametersatzes, sodass die Zielfunktion ein Minimum annimmt. Eine in der Praxis oft verwendete Funktion ist die Summe der Fehlerquadrate. Das dazugehörige Optimierungsverfahren heißt Methode der kleinsten Quadrate (least squares).

3.2 Methode der kleinsten Quadrate

Die Summe der Fehlerquadrate ist wie folgt definiert

$$\Phi(\mathbf{p}) := \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left[y_i(\mathbf{p}) - Y_i \right]^2 \quad \text{mit } \mathbf{p} \in \mathbb{R}^n. \quad (3.2.1)$$

Hierin sind \mathbf{p} die Modellparameter, y_i die Modellantwort, Y_i die experimentellen Daten, m die Anzahl der Messpunkte und n die Anzahl der Modellparameter. Die Größen y bzw. Y sind in den vorliegenden Untersuchungen entweder Relativverschiebungen oder Kräfte. Die Einführung des Faktors $1/2$ hat rein formale Gründe, dadurch entfällt im Gradienten von Φ der Faktor 2. Das qualitative Verhalten ändert sich nicht.

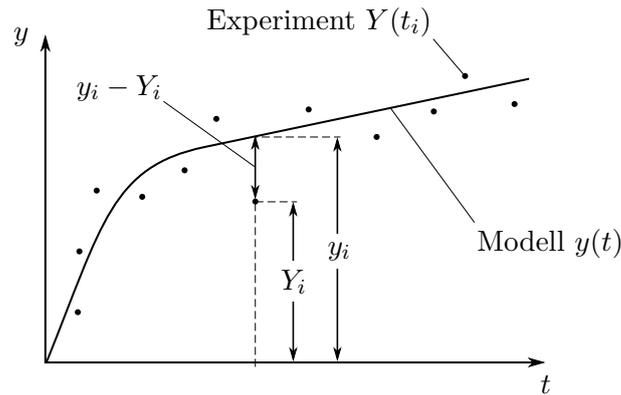


Abbildung 3.1 Abweichung zwischen Modell und Experiment

Die Residuen

$$\varphi_i := y_i - Y_i \quad (3.2.2)$$

entsprechen den Abweichungen zwischen Modell und Experiment (vgl. Abb. 3.1). Damit wird aus Gl. (3.2.1)

$$\Phi(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \varphi_i^2(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \|\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p})\|^2 = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varphi}^T(\mathbf{p}) \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p}) , \quad (3.2.3)$$

wobei mit $\|\cdot\|$ die Euklidische Norm gemeint ist. Offensichtlich kann das Modell die experimentellen Daten am besten abbilden, wenn ein Parametersatz \mathbf{p}^* existiert, sodass die Summe der Fehlerquadrate minimal wird bzw. als Optimierungsproblem formuliert

$$\mathbf{p}^* = \operatorname{argmin} \Phi(\mathbf{p}) \quad \text{mit} \quad \Phi: \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R} . \quad (3.2.4)$$

In der Regel sind die Werte der Parameter beschränkt, d. h.

$$\mathbf{p}_{\min} \leq \mathbf{p} \leq \mathbf{p}_{\max} . \quad (3.2.5)$$

Das Finden eines globalen Minimums der Funktion (3.2.3) für nichtlineare Modelle ist im Allgemeinen nichttrivial (nonlinear least squares). Es gibt kein mathematisches Verfahren, das mit absoluter Sicherheit das globale Minimum liefert. In der Praxis genügt aber meistens das Finden eines lokalen Minimums: Sei eine Funktion $\Phi: \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$ gegeben. Dann heißt \mathbf{p}^* lokales Minimum, wenn

$$\Phi(\mathbf{p}^*) \leq \Phi(\mathbf{p}) \quad \text{für} \quad \|\mathbf{p} - \mathbf{p}^*\| < \varepsilon \quad (3.2.6)$$

gilt, wobei $\varepsilon \in \mathbb{R}^+$ eine beliebig kleine, positive Zahl ist [105]. In dem Sinne ist auch das Optimierungsproblem (3.2.4) mit Schrankenbedingungen (3.2.5) zu verstehen. Um das vorliegende Problem zu lösen, werden Verfahren der nichtlinearen Optimierung eingesetzt. In dieser Arbeit wurde ein MATLAB-Programm entwickelt, um die Parameteridentifikation der vorgestellten Modelle durchführen zu können.

Einen Überblick über Optimierungssoftware geben z. B. Moré und Wright [106], Voß und Woodruff [107], Rios und Sahinidis [108] und die Internetseite von Mittelmann [109]. Einführungen in die Parameteridentifikation mit Beispielen für Ingenieure und Naturwissenschaftler geben z. B. Bard [110], van den Bos [111] und Bartholomew-Biggs [112]. Einen sehr kompakten, guten Einblick in Optimierungsverfahren, auch für Least-Squares-Probleme, liefern Frandsen et al. [113] und Madsen et al. [114, 115]. Numerische Grundlagen zu Optimierungsverfahren findet man u. a. in den Monographien von Gill et al. [116], Spellucci [117], Björck [118] bzw. Nocedal und Wright [119]. Sehr gute und umfassende Erläuterungen zu numerischen Algorithmen zum Lösen von u. a. gewöhnlichen DGL-Systemen findet man in den Veröffentlichungen von Lambert [120], Hairer et al. [121], Hairer und Wanner [122], Stoer und Bulirsch [123] bzw. Press et al. [124].

3.3 MATLAB-Implementierung

Abb. 3.2 zeigt das Schema, nach dem die Identifikation erfolgt. Die experimentellen Daten resultieren aus Versuchen am physikalischen System mit einer vorgegebenen Belastungsgeschichte. Das Ziel ist ein Abgleich zwischen Modell und Experiment. Dieser Vorgang geschieht iterativ. Zu Beginn wird ein Startparametersatz \mathbf{p}_0 festgelegt, mit dem das Modell, welches als DGL-System vorliegt, gelöst wird. Dadurch erhält man die Simulationsdaten, die zusammen mit den Messwerten die Summe der Fehlerquadrate Φ bildet. Um diese Zielfunktion zu minimieren, werden Optimierungsalgorithmen verwendet (vgl. Kap. 3.5), die einen verbesserten Parametersatz \mathbf{p}_{k+1} berechnen und wieder an das Modell übergeben, sodass die Iteration von vorne beginnen kann. Dies geschieht solange, bis ein oder mehrere Abbruchkriterien erfüllt werden. Als Ergebnis erhält man einen Parametersatz \mathbf{p}^* , der zumindest bzgl. der Fehlerquadrate nicht schlechter als \mathbf{p}_0 ist, d. h. $\Phi(\mathbf{p}^*) \leq \Phi(\mathbf{p}_0)$. Die Plausibilität der Lösung muss anschließend bewertet werden, da die gefundenen Parameter \mathbf{p}^* physikalisch nicht unbedingt sinnvoll sein müssen (vgl. Kap. 5). Die Wahl der Schrankenbedingungen stellt eine wichtige Möglichkeit dar, um die Parameter in einem plausiblen Bereich zu halten.

Tabelle 3.2 Übersicht der verwendeten Software

Name	Beschreibung	Quelle
<code>radau</code>	Fortran-Implementierung eines impliziten Runge-Kutta-Verfahrens zur Lösung von DGL/DAE	[125, 126]
<code>radauMex</code>	MATLAB-Schnittstelle für den Fortran-Code von <code>radau</code>	[127]
<code>minimize</code>	MATLAB-Implementierung des Nelder-Mead-Verfahrens	[128]
<code>levmar</code>	C-Implementierung des Levenberg-Marquardt-Verfahrens mit MATLAB-Schnittstelle	[129]
<code>nomad</code>	C-Implementierung des MADS-Verfahrens mit MATLAB-Schnittstelle	[130–132]

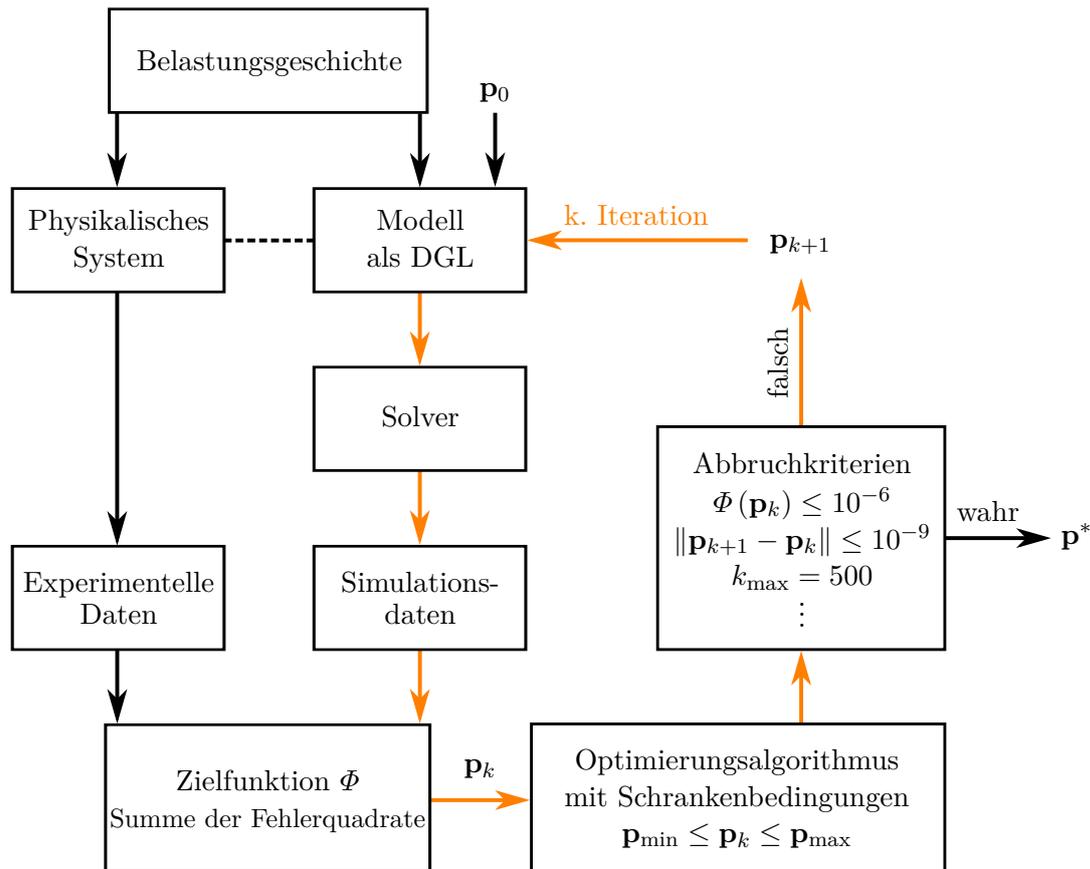


Abbildung 3.2 Schema zur Implementierung der Identifikation

Tab. 3.2 listet die verwendeten, externen Programme auf. Die entwickelte Toolbox ist weitgehend von proprietärer Software unabhängig. Es wird nur die Basisversion von MATLAB (mind. R2016b) benötigt. Abb. 3.3 zeigt beispielhaft ein komplettes Skript zur Identifikation des statischen Tangentialmodells. Die Toolbox ist kommandobasiert aufgebaut, d. h. über einfache Befehle können z. B. die Belastungsgeschichte (`setInputConf`), die Optionen für das Lösen der Modellgleichungen bzw. den Optimierungsalgorithmus (`optSet` und `setParEstConf`) oder der eigentliche Identifikationsprozess (`startParEst`) gesteuert werden. Die Modelle können in separate Dateien (im Beispiel `valanis.txt`) gespeichert werden, sodass eine Flexibilität gegeben ist. Dadurch wird der Aufbau einer Datenbank ermöglicht, sodass der Optimierungsprozess unkompliziert auf beliebige Modelle, die als DGL oder DAE vorliegen, übertragen werden kann. Die Toolbox bietet auch die Möglichkeit Simulationen mit bestimmten Parametern und Belastungsgeschichten durchzuführen (`startSim`).

Zum Lösen des Modells wird ein implizites Runge-Kutta-Verfahren, basierend auf der Gauss-Radau-Quadratur, genutzt (vgl. Kap. 3.4). Es können bis zu drei Optimierungsalgorithmen in einer beliebigen Reihenfolge verwendet werden (vgl. Kap. 3.5). Die folgenden Kapitel geben kurze Erläuterungen zu den eingesetzten Verfahren. Die Kenntnis der Vor- und Nachteile der Algorithmen ist essenziell für die Bewertung der Ergebnisse.

```

1 %% load exp data: clamp DOWN
2 load(fullfile('expdata','PLAN_TANG_STAT_Fnl0_TENS.mat'));
3 sens1 = '4'; sens2 = '2'; expInput = eval(['EDC' sens1 'c-EDC' sens2 'c']);
4 expData = Fstatic/2;
5 expTime = (0:1:(length(expData)-1)); expTime = expTime/max(expTime); % generic time
6 %% initialize ModSim
7 addpath(fullfile('..','..','..','Software_Dev','ModSim')); init_ModSim;
8 %% optimization
9 % loading history
10 inputConf = setInputConf('control','disp','time',expTime,'input',expInput,...
11 'update',30,'deleteproj',true);
12 % initial parameters and lower&upper bound
13 parInit = [17.1 2. 2.53 .44];
14 Ee = parInit(1); Ep = parInit(2); beta = parInit(3); kappa = parInit(4);
15 parLB = [Ee Ep 0. 0.01]; parUB = [Ee Ep 10. 1.]; parNorm = [Ee Ep 1. 1.];
16 % algorithm options
17 modeltxt = 'models\valanis.txt'; TolFun = 1e-3; TolX = 1e-6;
18 sxOpts = optSet('simplex','MaxIter',100,'TolFun',TolFun,'TolX',TolX);
19 % estimation configuration
20 parEstConf = setParEstConf('id','TANG_STAT_Fnl0_DOWN_TENSION','time',expTime,'data',expData,...
21 'input',expInput,'algorithm',{'simplex'},'options',{sxOpts},...
22 'init',parInit,'lb',parLB,'ub',parUB,'normpar',parNorm,'normobj',true);
23 % start optimization
24 [~, parEstResults] = startParEst(modeltxt, inputConf, parEstConf);

```

```

Command Window
*****
Start parameter estimation.
**ID       : TANG_STAT_Fnl0_DOWN_TENSION
**Model    : VALANIS
**Dimension : 1
**Parameters : 4
**Norm Pars : true
**Objectives : #default
**Weights   : #1
**Norm Obj  : true
**Algorithms : simplex
Optimization process.....completed!
Elapsed time : 120.34 s (2.01 min)
Exit flags   : fminsearch converged to a solution x
Obj values   : 16.37 (initial) => 0.318 (-98.06%)
Iterations   : 67
Func evals   : 146
fE Evaluating model with estimated parameters...completed!

```

Abbildung 3.3 Beispielprogramm zur Identifikation des statischen Tangentialkontaktmodells

3.4 Lösen der Modellgleichungen

Die Auswertung der in Kap. 2 vorgeschlagenen Modelle für einen gegebenen Parametersatz \mathbf{p}^* erfordert das Lösen eines Anfangswertproblems der Form

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{y}(t)) \quad \text{für } t \in [t_0, t_1], \quad \text{mit den Anfangsbedingungen } \mathbf{y}(t_0) = \mathbf{y}_0, \quad (3.4.1)$$

wobei \mathbf{f} die Modellgleichungen darstellen (vgl. Gl. (2.6.5) und (2.7.14)). Der Vektor \mathbf{y}_0 enthält die gegebenen Anfangswerte zum Zeitpunkt t_0 . Es wird angenommen, dass im betrachteten Intervall die Funktionen \mathbf{f} stetig und die gesuchten Antworten \mathbf{y} stetig differenzierbar sind. Weiterhin wird die Existenz und Eindeutigkeit der Lösung \mathbf{y} vorausgesetzt. Eine Besonderheit ist, dass sich die vorgestellten Modelle bei bestimmten Parametersätzen „steif“ verhalten. Für lineare DGL mit konstanten Koeffizienten wird die Steifheit über das Verhältnis der Eigenwerte definiert [133]. Es existiert jedoch keine allgemein anerkannte Definition für nichtlineare Gleichungen.

Man kann die Steifheit einer DGL phänomenologisch wie folgt betrachten: Wenn bei der Anwendung eines expliziten Lösungsverfahrens auf ein Anfangswertproblem die Schrittweite „unverhältnismäßig klein“ wird, dann nennt man das Problem steif. Diese Beschreibung ist eine Vereinfachung der Aussagen von Lambert [120]. Der Grundgedanke ist, dass bestimmte Terme in der DGL eine schnelle Änderung (von Teilen) der Lösung verursachen, sodass die Schrittweite sehr klein gewählt werden muss, um zufriedenstellende Ergebnisse zu erzielen. Das Problem der Steifheit tritt insbesondere bei nichtlinearen DGL-Systemen mit d_m Funktionen auf. Lokal kann man die Steifheit mittels der Jacobi-Matrix $[\partial f_i / \partial y_j]_{ij} \in \mathbb{R}^{d_m \times d_m}$ untersuchen, wobei diese diesbezüglich auch falsche Aussagen liefern kann [133]. Neben den Eigenwerten haben viele Faktoren wie z. B. die Dimension des Systems, die Glattheit der Lösung oder auch das Integrationsintervall einen Einfluss auf die Steifheit einer Gleichung [122]. Um Lösungen von steifen DGL effizient, d. h. in einer angemessenen Zeit, berechnen zu können, müssen implizite Algorithmen eingesetzt werden [124]. In dieser Arbeit erfolgt dies mit dem Solver RADAU von Hairer und Wanner [125]. Im Vergleich zu den in MATLAB implementierten Solvern ist dieser schneller und genauer [134]. Bei diesem Solver handelt es sich um eine Fortran-Implementierung eines impliziten Runge-Kutta-Verfahrens, dessen Grundlagen im Folgenden erläutert werden. Das Anfangswertproblem (3.4.1) als äquivalente Integralgleichung geschrieben, lautet für einen Zeitschritt $h := t_1 - t_0$

$$\mathbf{y}(t_0 + h) = \mathbf{y}(t_0) + h \int_0^1 \mathbf{f}(t_0 + \xi h, \mathbf{y}(t_0 + \xi h)) d\xi, \quad (3.4.2)$$

Die Idee besteht darin, das Integral durch eine Quadraturformel zu ersetzen. Das allgemeine, s -stufige Runge-Kutta-Verfahren lautet [121]

$$\mathbf{y}(t_0 + h) = \mathbf{y}(t_0) + h \sum_{i=1}^s b_i \mathbf{k}_i \quad (3.4.3a)$$

$$\mathbf{k}_i = \mathbf{f} \left(t_0 + c_i h, \mathbf{y}(t_0) + h \sum_{j=1}^s a_{ij} \mathbf{k}_j \right), \quad (3.4.3b)$$

mit $i, j = 1, \dots, s$. Anhand der Gl. (3.4.3a) erkennt man, dass die Koeffizienten b_i die (äußeren) Gewichte der Quadraturformel [133] des Integrals

$$h \int_0^1 \mathbf{f}(t_0 + \xi h, \mathbf{y}(t_0 + \xi h)) d\xi \approx h \sum_{i=1}^s b_i \mathbf{k}_i \quad (3.4.4)$$

repräsentieren. Die Vektoren \mathbf{k}_i können als Approximationen von $\dot{\mathbf{y}}(t_0 + c_i h)$ interpretiert werden. Die Stellen, an denen die Näherungen berechnet werden, sind durch die sogenannten Knoten c_i vorgegeben. Die Koeffizienten a_{ij} sind die (inneren) Gewichte in der Quadraturformel für das Integral (vgl. Gl. (3.4.3b))

$$h \int_0^{c_i} \mathbf{f}(t_0 + \xi h, \mathbf{y}(t_0 + \xi h)) d\xi \approx h \sum_{j=1}^s a_{ij} \mathbf{k}_j. \quad (3.4.5)$$

Damit zumindest $f_l \equiv 1$ für alle $l = 1, \dots, d_m$ exakt integriert wird, folgt aus der Gl. (3.4.4) die Bedingung

$$\sum_{i=1}^s b_i = 1. \quad (3.4.6)$$

Eine analoge Begründung für die Gl. (3.4.5) führt zu der zweiten Bedingung

$$\sum_{j=1}^s a_{ij} = c_i \quad \text{für alle } i = 1, \dots, s. \quad (3.4.7)$$

Da die auszuwertenden Funktionen \mathbf{k}_i auf beiden Seiten der Gl. (3.4.3b) stehen, muss in jedem Iterationsschritt im Allgemeinen ein nichtlineares Gleichungssystem der Ordnung $s \cdot d_m$ gelöst werden. Dies kann z. B. mit dem Newton-Verfahren erfolgen [124]. Wenn man die Koeffizienten in eine Matrix bzw. in Vektoren ordnet, d. h.

$$\mathbf{A} := [a_{ij}]_{ij}, \quad \mathbf{b} := [b_j]_{j1} \quad \text{und} \quad \mathbf{c} := [c_j]_{j1}, \quad (3.4.8)$$

wobei $i, j = 1, \dots, s$, dann lässt sich jede Runge-Kutta-Methode in einer übersichtlichen Tabelle, dem Butcher-Tableau [135], darstellen

$$\begin{array}{c|ccc} \mathbf{c} & \mathbf{A} & & \\ \mathbf{b}^T & & & \\ \hline c_1 & a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1s} \\ c_2 & a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2s} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_s & a_{s1} & a_{s2} & \dots & a_{ss} \\ \hline & b_1 & b_2 & \dots & b_s \end{array} \quad (3.4.9)$$

Die $2s + s^2$ Koeffizienten \mathbf{A} , \mathbf{b} und \mathbf{c} in der Formulierung (3.4.3) werden durch den Ansatz für die Quadraturformel festgelegt. Der Solver RADAU verwendet ein implizites Runge-Kutta-Verfahren basierend auf einer Gauss-Radau-Quadraturformel [124], welches „Radau IIA“-Methode genannt wird. Diese Quadraturformel verwendet als Knoten die Nullstellen einer Funktion bestehend aus Legendre-Polynomen [135]. Das Verfahren ist aufwendig zu implementieren und rechenintensiv, es eignet sich jedoch besonders für steife Probleme. Beispielhaft seien an dieser Stelle die Koeffizienten des ein- (implizites Euler-Verfahren) und zweistufigen Radau IIA-Verfahren angegeben, sie lauten

$$s = 1 : \begin{array}{c|c} 1 & 1 \\ \hline & 1 \end{array} \quad s = 2 : \begin{array}{c|cc} 1/3 & 5/12 & -1/12 \\ 1 & 3/4 & 1/4 \\ \hline & 3/4 & 1/4 \end{array} \quad (3.4.10)$$

Zum Erreichen einer geforderten Genauigkeit ist eine adaptive Schrittweitensteuerung empfehlenswert. Die finiten Schrittweiten werden in diesem Fall anhand des Diskretisierungsfehlers automatisch angepasst. Aufgrund des Umfangs wird dies an dieser Stelle nicht weiter erörtert. Ausführliche Informationen dazu geben z. B. Press et al. [124] bzw. Hairer und Wanner [122, 125]. In diesen Arbeiten wird auch erläutert, wie man durch

Interpolation Funktionswerte zwischen den Schrittweiten berechnen kann (dense output), sodass die Fehlerordnung der Lösung erhalten bleibt. Dies ist ein wichtiger Aspekt, da die Festlegung einer maximalen Schrittweite sehr ineffizient wäre. Der verwendete RADAU-Solver von Hairer und Wanner [125] bietet sowohl eine adaptive Steuerung als auch eine Interpolation zwischen den Schrittweiten an. Eine weitere Besonderheit ist, dass die Stufe s des Algorithmus variabel wechseln kann (order selection strategy), sodass die Berechnungen bei gegebenen Genauigkeitsanforderungen effizient ablaufen. Sobald die Modelldaten zur Verfügung stehen, kann mit den experimentellen Daten eine Parameteridentifikation mit Hilfe von Optimierungsverfahren durchgeführt werden.

3.5 Nichtlineare Optimierungsverfahren

Optimierungsverfahren kann man prinzipiell in gradientenfreie und gradientenbasierte Verfahren unterteilen. Die Gradientenstrategien nutzen für die Berechnung des nächsten Schrittes die Ableitungen der Zielfunktion nach den Parametern, während gradientenfreie Suchstrategien diese nicht verwenden [116]. Man kann für Probleme, bei denen die Zielfunktion wie in Gl. (3.2.3) formuliert ist, die besondere Struktur der Fehlerquadrate ausnutzen, um effektivere Verfahren zu entwickeln (z. B. weniger rechenintensiv, bessere Konvergenzeigenschaften). Ein oft genutzter Algorithmus ist das Levenberg-Marquardt-Verfahren [136], welches im entwickelten MATLAB-Programm ebenfalls integriert wurde. Um die Vor- und Nachteile des Verfahrens zu erörtern, werden im folgenden Kapitel dessen Grundlagen diskutiert.

3.5.1 Levenberg-Marquardt-Verfahren

Ausgangspunkt des Verfahrens sind die Residuen $\boldsymbol{\varphi}$. Es wird vorausgesetzt, dass diese zweimal stetig differenzierbar sind und dass für eine kleine Änderung \mathbf{h} der Parameter \mathbf{p} für die Taylor-Entwicklung gilt [114]

$$\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p} + \mathbf{h}) = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p}) + \mathbf{J}(\mathbf{p})\mathbf{h} + \mathcal{O}(\|\mathbf{h}\|^2) . \quad (3.5.1)$$

Hierin ist $\mathbf{J}(\mathbf{p}) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ die Jacobi-Matrix der Residuen $\boldsymbol{\varphi}$

$$\mathbf{J}(\mathbf{p}) := \left[\frac{\partial \varphi_i}{\partial p_j}(\mathbf{p}) \right]_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_1}{\partial p_1} & \frac{\partial \varphi_1}{\partial p_2} & \cdots & \frac{\partial \varphi_1}{\partial p_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \varphi_m}{\partial p_1} & \frac{\partial \varphi_m}{\partial p_2} & \cdots & \frac{\partial \varphi_m}{\partial p_n} \end{bmatrix} \quad (3.5.2)$$

mit $i = 1, \dots, m$ und $j = 1, \dots, n$, wobei m die Anzahl der Messpunkte und n die Anzahl der Parameter sind. Das Bachmann-Landau-Symbol \mathcal{O} steht für die Fehler- oder Konsistenzordnung [137]. Mittels der Kettenregel erhält man aus der Gl. (3.2.3) für die Ableitung $\Phi'(\mathbf{p}) \in \mathbb{R}^n$ der Zielfunktion

$$\frac{\partial \Phi}{\partial p_j}(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^m \varphi_i(\mathbf{p}) \frac{\partial \varphi_i}{\partial p_j}(\mathbf{p}) . \quad (3.5.3)$$

bzw. mit der Gl. (3.5.2) dargestellt als

$$\Phi'(\mathbf{p}) := \left[\frac{\partial \Phi}{\partial p_j}(\mathbf{p}) \right]_{j=1} = \mathbf{J}^T(\mathbf{p}) \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p}) . \quad (3.5.4)$$

Die Grundlage des Optimierungsverfahrens ist die lineare Approximation der Residuenfunktion $\boldsymbol{\varphi}$ in der Umgebung \mathbf{h} um einen konstanten Parametersatz \mathbf{p} . Für kleine $\|\mathbf{h}\|$ soll die Vereinfachung der Gl. (3.5.1) gelten

$$\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p} + \mathbf{h}) \approx \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p}) + \mathbf{J}(\mathbf{p})\mathbf{h} =: \mathbf{u}(\mathbf{h}) \quad (3.5.5)$$

Wenn man diese Näherung in die Zielfunktion (3.2.3) einsetzt, ergibt sich, mit der Beziehung $\mathbf{h}^T \mathbf{J}^T \boldsymbol{\varphi} = (\boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{J} \mathbf{h})^T = \boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{J} \mathbf{h}$, für die lineare Approximation der Residuen

$$L(\mathbf{h}) := \frac{1}{2} \mathbf{u}^T(\mathbf{h}) \mathbf{u}(\mathbf{h}) = \Phi + \mathbf{h}^T \mathbf{J}^T \boldsymbol{\varphi} + \frac{1}{2} \mathbf{h}^T \mathbf{J}^T \mathbf{J} \mathbf{h} \quad (3.5.6)$$

mit $\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p})$ und $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{p})$. Die Funktion $L(\mathbf{h})$ wird als Näherung für die Zielfunktion Φ in einer kleinen Umgebung $\|\mathbf{h}\|$ angenommen

$$L(\mathbf{h}) \approx \Phi(\mathbf{p} + \mathbf{h}) . \quad (3.5.7)$$

Da \mathbf{p} konstant ist, ergibt sich aus Gl. (3.5.6) für den Gradienten

$$\mathbf{L}'(\mathbf{h}) = \mathbf{J}^T \boldsymbol{\varphi} + \mathbf{J}^T \mathbf{J} \mathbf{h} = \Phi' + \mathbf{J}^T \mathbf{J} \mathbf{h} . \quad (3.5.8)$$

Für $\mathbf{h} = \mathbf{0}$ ist der Gradient von L identisch mit dem von Φ . Die notwendige Bedingung für ein lokales Minimum \mathbf{p}^* einer differenzierbaren Funktion Φ lautet

$$\Phi'(\mathbf{p}^*) = \mathbf{0} . \quad (3.5.9)$$

Den Punkt \mathbf{p}^* nennt man auch stationären Punkt von Φ [105]. Der Iterationsschritt \mathbf{h}_{gn} ist das Minimum der Funktion $L(\mathbf{h})$, d. h. \mathbf{h}_{gn} wird aus dem linearen Gleichungssystem

$$L'(\mathbf{h}_{\text{gn}}) = \mathbf{0} \Leftrightarrow \mathbf{J}^T \mathbf{J} \mathbf{h}_{\text{gn}} = -\mathbf{J}^T \boldsymbol{\varphi} = -\Phi' \quad (3.5.10)$$

berechnet, sodass sich für den nächsten Iterationsschritt $\mathbf{p}_{k+1} := \mathbf{p}_k + \mathbf{h}_{\text{gn}}$ ergibt.

Der Levenberg-Marquardt-Algorithmus ist eine Weiterentwicklung des Ansatzes (3.5.10), welcher in der Literatur als Gauß-Newton-Verfahren bezeichnet wird [118]. Der Schritt \mathbf{h}_{lm} ist eine Modifikation der Gl. (3.5.10)

$$\left(\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \mu \mathbf{I}\right) \mathbf{h}_{\text{lm}} = -\mathbf{J}^T \boldsymbol{\varphi} \quad (3.5.11)$$

mit einem Parameter $\mu \geq 0$ [114]. Das Symbol \mathbf{I} stellt die Einheitsmatrix dar. Man kann den Ansatz als ein gedämpftes Gauß-Newton-Verfahren interpretieren. Wenn der Dämpfungsparameter μ groß ist, erhält man aus der Gl. (3.5.11)

$$\mathbf{h}_{\text{lm}} \approx -\frac{1}{\mu} \mathbf{J}^T \boldsymbol{\varphi} = -\frac{1}{\mu} \boldsymbol{\Phi}' . \quad (3.5.12)$$

Die Richtung $\mathbf{h}_{\text{sd}} := -\boldsymbol{\Phi}'(\mathbf{p})$ nennt man Richtung des steilsten Abstieges bzgl. des Punktes \mathbf{p} [115]. Das bedeutet, dass für große μ ein kleiner Schritt in Richtung des steilsten Abstieges vorgenommen wird. Dies ist wünschenswert, wenn der aktuelle Punkt weit vom stationären Punkt entfernt ist. Wenn μ sehr klein ist, dann gilt $\mathbf{h}_{\text{lm}} \approx \mathbf{h}_{\text{gn}}$. Das ist vorteilhaft, sobald man sich in der Nähe einer stationären Lösung befindet, da der Iterationsschritt \mathbf{h}_{gn} das Minimum der linearen Approximation der Zielfunktion in einer Umgebung \mathbf{h} des Punktes \mathbf{p} ist. Diese Eigenschaften lassen schlussfolgern, dass der Dämpfungsparameter μ während des Iterationsprozesses verändert werden muss. Als Kriterium für eine Veränderung von μ (update strategy) kann das Verhältnis aus ϱ und L (gain ratio) verwendet werden [138]

$$\varrho := \frac{\Phi(\mathbf{p}) - \Phi(\mathbf{p} + \mathbf{h}_{\text{lm}})}{L(\mathbf{0}) - L(\mathbf{h}_{\text{lm}})} = \frac{\Phi(\mathbf{p}) - \Phi(\mathbf{p} + \mathbf{h}_{\text{lm}})}{\Phi(\mathbf{p}) - L(\mathbf{h}_{\text{lm}})} , \quad (3.5.13)$$

wobei L die lineare Approximation (3.5.6) ist. Wenn $\varrho \rightarrow 1$, dann ist dies ein Hinweis auf eine gute Approximation von $\Phi(\mathbf{p} + \mathbf{h}_{\text{lm}})$ durch $L(\mathbf{h}_{\text{lm}})$. In diesem Fall sollte μ verringert werden, sodass der Schritt \mathbf{h}_{lm} sich dem des Gauß-Newton-Verfahrens nähert. Wenn ϱ klein oder gar negativ ist, sollte μ vergrößert werden. Dadurch kommt man näher in die Richtung des steilsten Abstieges und reduziert gleichzeitig die Schrittweite. Die Konvergenz des Verfahrens gegen ein Minimum ist jedoch nicht gewährleistet [114]. Der Algorithmus benötigt den Gradienten von Φ , was in Abhängigkeit der Modellgleichung zu Schwierigkeiten führen kann. Dies wird im folgenden Kapitel diskutiert.

3.5.2 Gradient der Zielfunktion

Die Bestimmung der Jacobi-Matrix \mathbf{J} und damit des Gradienten $\boldsymbol{\Phi}'$ der Zielfunktion kann Probleme bereiten, wenn das Modell in Form einer DGL vorliegt, die nicht analytisch geschlossen lösbar ist. Es existieren prinzipiell zwei Möglichkeiten zur Bestimmung des

Gradienten Φ' [110]. Die Form der betrachteten Modelle lautet

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{g}(t, \mathbf{q}) , \quad (3.5.14)$$

darin sind \mathbf{q} die gesuchten Variablen (vgl. Gl. (2.6.5) und (2.7.14)). Die Modellantwort sei als

$$y(t) := \sum_{k=1}^{d_m} q_k(t) \quad (3.5.15)$$

definiert, wobei d_m die Dimension der DGL (3.5.14) darstellt. Gesucht sind die Ableitungen der Zielfunktion Φ

$$\frac{\partial \Phi}{\partial p_j}(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^m \left[y_i(\mathbf{p}) - Y_i \right] \frac{\partial y_i}{\partial p_j} \quad (3.5.16)$$

mit $j = 1, \dots, n$ (vgl. Gl. (3.5.3)). Es stehen nur die Funktionswerte $y_i := y(t_i)$ zur Verfügung, benötigt werden jedoch die Werte $\partial y_i / \partial p_j$ zu den jeweiligen Zeitpunkten. Mit der Definition (3.5.15) ergibt sich für die Ableitung der Modellantwort y_i nach dem Parameter p_j

$$\frac{\partial y_i}{\partial p_j} = \frac{\partial y(t_i)}{\partial p_j} = \sum_{k=1}^{d_m} \frac{\partial q_k(t_i)}{\partial p_j} . \quad (3.5.17)$$

Eine Möglichkeit Φ' zu bestimmen, ist die Approximation über finite Differenzen

$$\frac{\partial \Phi}{\partial p_j} \approx \frac{\Phi(p_j + \Delta p_j) - \Phi(p_j)}{\Delta p_j} , \quad (3.5.18)$$

wobei Δp_j eine kleine Änderung des Parameters p_j darstellt. Diese Methode ist relativ ungenau und erfordert zahlreiche Funktionsauswertungen. In vielen Fällen ist sie jedoch ausreichend. Eine andere Möglichkeit bieten die sogenannten Sensitivitätsgleichungen. Dazu wird die Gl. (3.5.14) nach den einzelnen Parametern p_j abgeleitet

$$\frac{\partial}{\partial p_j} \left(\frac{dq_k}{dt} \right) = \frac{Dg_k}{Dp_j} = \frac{\partial g_k}{\partial p_j} + \sum_{l=1}^{d_m} \frac{\partial g_k}{\partial q_l} \frac{\partial q_l}{\partial p_j} \quad (3.5.19)$$

mit $k = 1, \dots, d_m$. Der Term Dg_k/Dp_j steht für das totale Differential von g_k bezüglich p_j . Wenn man die Reihenfolge der Differentiation auf der linken Seite vertauscht [110], folgt

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial q_k}{\partial p_j} \right) = \frac{\partial g_k}{\partial p_j} + \sum_{l=1}^{d_m} \frac{\partial g_k}{\partial q_l} \left(\frac{\partial q_l}{\partial p_j} \right) . \quad (3.5.20)$$

Die Ausdrücke in den Klammern sind die in der Gl. (3.5.17) gesuchten Ableitungen. Dieses Gleichungssystem muss zusammen mit den Modellgleichungen (3.5.14) gelöst werden, damit man den Gradienten Φ' erhält. Hierbei handelt es sich um ein System aus $d_m \cdot [n + 1]$ Gleichungen. Die Sensitivitätsgleichungen können also schnell sehr umfangreich werden. Für den Einzelfall ist zu prüfen, ob die erreichbare numerische Genauigkeit

in einem angemessenen Verhältnis zum Berechnungsaufwand steht. Die Verwendung von finiten Differenzen hat bei den durchgeführten Identifikationen bereits sinnvolle Ergebnisse geliefert, sodass die Sensitivitätsgleichungen nicht eingesetzt wurden.

Das Levenberg-Marquardt-Verfahren konnte erfolgreich zur Identifikation der statischen Anteile der Modelle angewendet werden. Der Grund hierfür liegt in den guten Startwerten, die relativ einfach aus den Messdaten abgeleitet werden konnten (vgl. Kap. 5.2.1 und 5.3.1). Beim Gedächtnisanteil zeigte das Verfahren Schwächen, d. h. es konvergierte langsam und die Übereinstimmung war nicht annehmbar. Das Finden von geeigneten Startwerten ist in diesem Fall auch deutlich schwieriger (vgl. Kap. 5.2.2 und 5.3.2). Möglicherweise ist die Zielfunktion für diese Parameter stellenweise nicht differenzierbar, weshalb im Folgenden Algorithmen eingesetzt werden, die ohne Ableitungen auskommen. Eines der bekanntesten Verfahren dieser Art ist das Nelder-Mead-Verfahren.

3.5.3 Nelder-Mead-Verfahren

Das (Downhill-)Simplex-Verfahren ist aufgrund seiner Robustheit und der einfachen Implementierung ein oft genutztes Verfahren. Es basiert auf einem Vorschlag von Nelder und Mead [139]. Dieses Verfahren kommt ohne Ableitungen der Zielfunktion nach den Parametern aus und ist dadurch robuster als gradientenbasierte Verfahren. Je nach Problemstellung ist die Berechnung des Gradienten mit Schwierigkeiten verbunden (vgl. Kap. 3.5.2), sodass das Verfahren in diesen Fällen vorteilhaft sein kann. Außerdem ist der Algorithmus in der Lage, diskontinuierliche und nicht-glatte Funktionen zu untersuchen. Unter „diskontinuierlich“ versteht man nicht stetig. „Nicht-glatt“ bedeutet, dass die Funktion nicht stetig differenzierbar ist [140].

Der Algorithmus basiert auf einem Simplex. Dies ist ein n -dimensionaler, geometrischer Körper, der $n + 1$ Eckpunkte besitzt. Simplexe mit zunehmender Dimension sind (von $n = 0$ bis 3): Punkt, Strecke, Dreieck, Tetraeder. Ein n -Simplex ist eine entsprechende Fortsetzung auf n -Dimensionen. Jedem Eckpunkt ist ein Parametersatz \mathbf{p} zugeordnet, zu dem man den entsprechenden Zielfunktionswert $\Phi(\mathbf{p})$ berechnen kann. Das Verfahren besteht aus drei Schritten:

1. Zu Beginn werden $n + 1$ Anfangspunkte des Start-Simplexes generiert.
2. Die Funktionswerte der Punkte des aktuellen Simplexes werden berechnet und geordnet. Der schlechteste ($\mathbf{p}_k^{\text{worst}}$) und der beste Punkt ($\mathbf{p}_k^{\text{best}}$) werden bestimmt.
3. Genügt der beste Funktionswert den Anforderungen, ist das Verfahren beendet. Ist dies nicht der Fall, wird ein neuer Punkt konstruiert, der den Punkt mit dem schlechtesten Wert $\mathbf{p}_k^{\text{worst}}$ ersetzt und anschließend wird der 2. Schritt wiederholt. Eine Ausnahme bei der Konstruktion des neuen Simplexes bildet die Komprimierung, bei der alle Punkte bis auf $\mathbf{p}_k^{\text{best}}$ ersetzt werden.

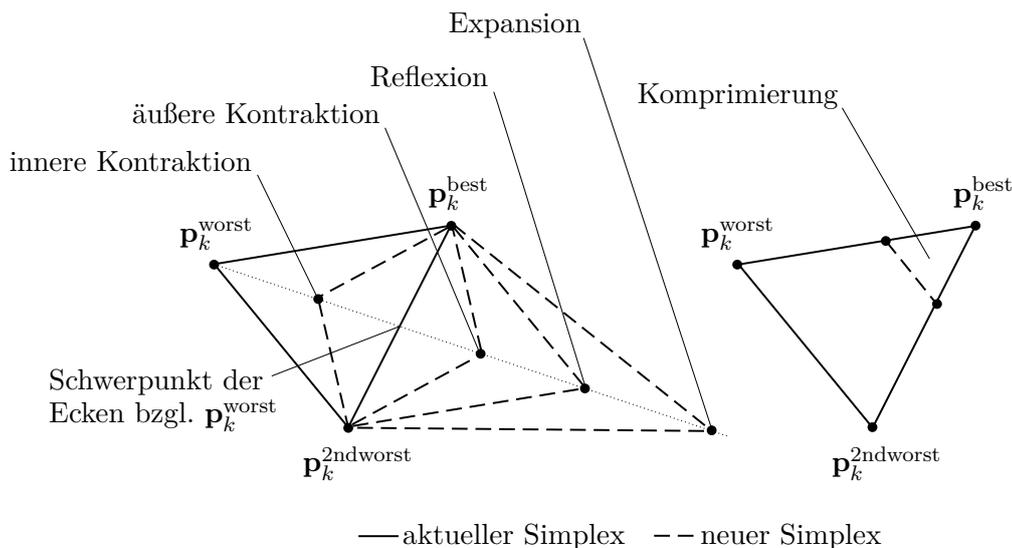


Abbildung 3.4 Konstruktionsprinzipien für ein 2D-Simplex [141, Fig. 1 und 2 zusammengefasst und modifiziert]

Abb. 3.4 zeigt schematisch die Konstruktionsmöglichkeiten für einen 2D-Simplex. Solange der neue Punkt nicht besser als der aktuell beste Punkt $\mathbf{p}_k^{\text{best}}$ ist, werden die Konstruktionen in folgender Reihenfolge durchgeführt: Reflexion, Expansion, äußere Kontraktion, innere Kontraktion und schließlich Komprimierung. Berechnungsvorschriften zur Durchführung der Konstruktionen und ausführlichere Erläuterungen geben z. B. Lagarias et al. [141] bzw. Singer und Nelder [142].

Das Nelder-Mead-Verfahren hat sich in der Praxis als robust und verlässlich erwiesen, obwohl es ein heuristischer Algorithmus ist und kein Beweis für eine Konvergenz existiert [143]. In den durchgeführten Untersuchungen lässt sich die Identifikation der viskosen Parameter erfolgreich durchführen (vgl. Kap. 5.2.2 und 5.3.2). Der Algorithmus konvergiert jedoch sehr langsam. Ein möglicher Ansatz dies zu beheben, stellt die Anwendung zweier Optimierungsverfahren dar. Im ersten Schritt könnte man mit dem Simplex-Verfahren versuchen, einen Parametersatz zu finden, der anschließend als Startpunkt für das Levenberg-Marquardt-Verfahren dient. Der Wechsel erfolgt in diesem Fall nach einer festgelegten Anzahl an Iterationen. Für das vorliegende Optimierungsproblem konnte mit dieser Methode keine Verbesserung gegenüber der alleinigen Nutzung des Simplex-Verfahrens erzielt werden. Der anschließende Levenberg-Marquardt-Algorithmus konnte die Zielfunktion, im Vergleich zum Endwert des Simplex-Verfahrens, nur noch um wenige Procente verringern. Eine qualitative Verbesserung war daher nicht gegeben.

Eine Möglichkeit, um den beschriebenen Ansatz weiterzuentwickeln, ist die Entwicklung von Verfahren, die auf zwei (unabhängigen) Methoden basieren. Eine Methode wird für das Anfangsstadium ausgelegt, in dem die Parameter möglicherweise weit vom Minimum entfernt sind. Die andere Methode wird für die Endphase optimiert, d. h. wenn der aktuelle Parametersatz sich in der Nähe eines stationären Punktes befindet. Ein solches

Vorgehen wird hybride Methode genannt. Eine Schwierigkeit besteht in der Entwicklung eines Mechanismus, der an einer geeigneten Stelle den Wechsel bestimmt. In dieser Arbeit wird der hybride Ansatz nicht weiterverfolgt, da das Simplex-Verfahren gute Ergebnisse liefert. Stattdessen wird ein anderes, gradientenfreies Verfahren eingesetzt, welches eine höhere Konvergenzgeschwindigkeit bietet.

3.5.4 Mesh Adaptive Direct Search-Verfahren

Die verwendete Software NOMAD [130] implementiert das Verfahren „Mesh Adaptive Direct Search“ (MADS [144]), welches für das vorliegende Problem eine deutlich bessere Konvergenzgeschwindigkeit als das Simplex-Verfahren bietet. Der Algorithmus ist eine Erweiterung des „Generalized Pattern Search“ (GPS [145]) und basiert auf Suchstrategien entlang eines veränderlichen Gitternetzes (mesh). Das Gitter wird durch die zwei Parameter Gittergröße $\Delta_k^m \in \mathbb{R}^+$ (mesh size parameter) und Gitterrichtung $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{n \times n_D}$ (set of mesh directions) definiert. Die n_D Vektoren, die \mathbf{D} bilden, stellen eine positive lineare Hülle des Vektorraums der n Modellparameter dar, d. h. eine Linearkombination der Elemente von \mathbf{D} mit nichtnegativen, ganzzahligen Koeffizienten spannen den Vektorraum \mathbb{R}^n auf (positive spanning set [146]). Das Gitter wird nicht tatsächlich berechnet, es bildet nur die Grundlage des Algorithmus. Die Auswertung der Zielfunktion erfolgt an bestimmten Punkten des Gitters (poll trial points), die durch den Parameter $\Delta_k^p \in \mathbb{R}^+$ (poll size parameter) begrenzt sind (vgl. Abb. 3.5). Die Auswertungsrichtungen $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^n$ (poll direction) müssen als Linearkombination der Gitterrichtungen \mathbf{D} mit ganzzahligen Koeffizienten darstellbar sein. Durch die Unterscheidung zwischen Δ_k^m und Δ_k^p können, solange das Gitter hinreichend klein ist, beliebige Auswertungsrichtungen generiert werden. Es gilt stets $\Delta_k^m \leq \Delta_k^p$.

Zu Beginn des Algorithmus wird das Gitter definiert und ein Startpunkt $\mathbf{p}_0 \in \mathbb{R}^n$ berechnet. Jede der darauffolgenden Iterationen besteht aus drei Schritten:

1. Zunächst wird auf dem Gitter nach einer besseren Lösung $\mathbf{p}^{\text{better}}$ gesucht (search). In NOMAD basiert die Suchstrategie auf einer quadratischen Approximation der Zielfunktion um den aktuellen Punkt \mathbf{p}_k [147]. Es gibt jedoch auch die Möglichkeit eigene Suchstrategien zu implementieren, um ggf. die Struktur der Zielfunktion zu berücksichtigen [132]. Theoretisch könnte man hier z. B. das Nelder-Mead-Verfahren einsetzen. Dies sollte zumindest nicht für jeden Iterationsschritt erfolgen, da sich ansonsten die Konvergenzgeschwindigkeit des Algorithmus dramatisch verschlechtern würde.
2. Ist die Suche nicht erfolgreich, so wird eine Berechnung der Zielfunktion (poll) in bestimmten Punkten (trial points) entlang der Auswertungsrichtungen durchgeführt. Diese Richtungen können deterministisch, wie z. B. entlang der Gitterrichtungen, oder zufällig sein.

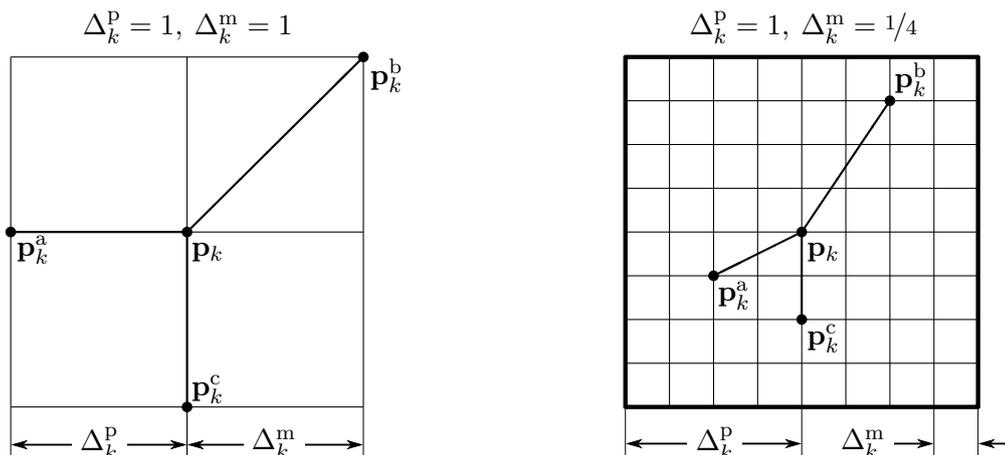


Abbildung 3.5 Beispiele für MADS-Gitternetze in \mathbb{R}^2 [144, Fig. 2.2 modifiziert]

- Falls durch das Suchen oder Auswerten eine bessere Lösung gefunden wird, übergibt der Algorithmus diese an die nachfolgende Iteration, d. h. $\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{p}^{\text{better}}$. Das Gitternetz wird vorher vergrößert oder konstant gelassen (update). Bei einem Scheitern wird der aktuelle Punkt beibehalten, das bedeutet $\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{p}_k$, und die nächste Iteration beginnt mit einem feineren Netz, wobei Δ_k^m stärker reduziert wird als Δ_k^p (vgl. Abb. 3.5).

Die Software NOMAD speichert alle ausgewerteten Punkte zwischen, sodass Auswertungen nicht doppelt erfolgen. Eine detaillierte Beschreibung des Algorithmus sowie des Konvergenzverhaltens geben z. B. Audet und Dennis [144]. Das Optimierungsproblem für das untersuchte Werkstück-Spannsystem konnte mit dem MADS-Verfahren deutlich schneller als mit dem Simplex-Algorithmus gelöst werden. Die Berechnungszeiten wurden teilweise halbiert und es lag eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten vor (vgl. Kap. 5). Die quantitative Beurteilung der Güte einer Identifikation kann durch Berechnung der Kovarianzmatrix erfolgen.

3.6 Unsicherheiten in den Modellparametern

Die Kovarianzmatrix Θ für ein Optimierungsproblem nach der Methode der kleinsten Quadrate kann mit der Beziehung

$$\Theta(\mathbf{p}^*) = \frac{\Phi(\mathbf{p}^*)}{m - n} \left[\Phi''(\mathbf{p}^*) \right]^{-1} \quad (3.6.1)$$

bestimmt werden [148], darin sind m die Anzahl der Messpunkte, n die Anzahl der Modellparameter und \mathbf{p}^* ein identifizierter Parametersatz. Falls $m \leq n$ ist, so wird $\Theta \equiv \mathbf{0}$ gesetzt, d. h. für diesen Fall kann keine Kovarianz berechnet werden.

Die zweite Ableitung der Zielfunktion, d. h. die Hesse-Matrix $\mathbf{H} := \Phi'' \in \mathbb{R}^{n \times n}$, berechnet sich durch Anwendung der Produktregel aus Gl. (3.5.3). Für das (j, k) -te Element gilt

$$\left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial p_j \partial p_k}(\mathbf{p}) \right]_{jk} = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial p_j}(\mathbf{p}) \frac{\partial \varphi_i}{\partial p_k}(\mathbf{p}) + \varphi_i(\mathbf{p}) \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial p_j \partial p_k}(\mathbf{p}) \right) \quad (3.6.2)$$

mit $j, k = 1, \dots, n$. Mit der Gl. (3.5.2) und den zweiten Ableitungen $\varphi_i''(\mathbf{p})$ der jeweiligen Residuenfunktionen

$$\varphi_i''(\mathbf{p}) := \left[\frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial p_j \partial p_k}(\mathbf{p}) \right]_{jk} \quad (3.6.3)$$

kann die Gl. (3.6.2) zu

$$\Phi''(\mathbf{p}) = \mathbf{J}^T(\mathbf{p})\mathbf{J}(\mathbf{p}) + \sum_{i=1}^m \varphi_i(\mathbf{p})\varphi_i''(\mathbf{p}) \quad (3.6.4)$$

umgeschrieben werden. Es wird angenommen, dass die Residuen $\|\varphi(\mathbf{p}^*)\|$ für einen identifizierten Parametersatz \mathbf{p}^* klein gegenüber dem Term $\|\mathbf{J}^T(\mathbf{p}^*)\mathbf{J}(\mathbf{p}^*)\|$ sind, sodass sich als Approximation für die Hesse-Matrix

$$\mathbf{H}(\mathbf{p}^*) = \Phi''(\mathbf{p}^*) \approx \mathbf{J}^T(\mathbf{p}^*)\mathbf{J}(\mathbf{p}^*) \quad (3.6.5)$$

ergibt. Durch diese Vereinfachung umgeht man die Berechnung der zweiten Ableitungen der Residuenfunktionen, was numerisch sehr vorteilhaft ist. Die Diagonalelemente der Matrix Θ sind die Varianzen der identifizierten Modellparameter \mathbf{p}^* , d. h. für die Standardabweichungen σ_i gilt

$$\sigma_i = \sqrt{\Theta_{ii}} \quad (3.6.6)$$

mit $i = 1, \dots, n$. In dieser Arbeit wird die Standardabweichung zur quantitativen Bewertung der identifizierten Parameter verwendet. Es zeigt sich, dass die meisten Modellparameter mit relativ geringen Unsicherheiten bestimmt wurden (vgl. Kap. 5.4).

Abschließend kann festgehalten werden, dass bei den durchgeführten Identifikationen die Nutzung von physikalisch basierten Informationen den Erfolg entscheidend beeinflusst. Durch das in Kap. 5 vorgeschlagene, schrittweise Vorgehen bei der Identifikation müssen bei einer Optimierung maximal vier Parameter bestimmt werden. Die Komplexität des Problems wird dadurch reduziert, sodass die Anforderungen bzgl. der Rechenleistung oder der Speicherkapazität verringert werden können. Die Überprüfung der physikalischen Plausibilität während eines Identifikationsprozesses, dazu gehören u. a. sinnvolle Intervallgrenzen für die Modellparameter sowie deren Startwerte, ist unerlässlich für das Erreichen einer guten Übereinstimmung zwischen Modell und Experiment. Ein weiterer, wichtiger Aspekt ist die Versuchsplanung, diese sollte so ausgelegt sein, dass die zu beschreibenden Phänomene in den experimentellen Datensätzen enthalten sind. Der Aufbau sowie die Durchführung der Versuche an einem konkreten Werkstück-Spannsystem wird im folgenden Kapitel diskutiert.

4 | Experimentelle Untersuchungen

4.1 Allgemeiner Versuchsaufbau

Die praktische Relevanz der in den Kap. 2.6 und 2.7 aufgestellten Modelle soll am Beispiel eines Aufsitzspanners gezeigt werden (vgl. Abb. 4.1). Um eine experimentelle Datenbasis für die Kalibrierung der Modelle zu generieren, werden in Normalen- und Tangentialrichtung jeweils statische und dynamische Versuche durchgeführt.

Bei dem betrachteten Aufsitzspanner handelt es sich um ein manuelles, mechanisches Spannelement für das Wechseln und Spannen von Werkstücken mittels schwenkbarer Spannpratze (vgl. auch Abb. 1.3, S. 6). Die Spannkraft wird bei der vorliegenden Ausführung durch das Anziehen einer Spannschraube realisiert. Das maximale Anzugmoment beträgt 10 Nm, was in diesem Fall zu einer Normalkraft von ca. 2.5 kN führt. Es werden (willkürlich) vier Normalkraftzustände definiert: 0.5 kN, 1.0 kN, 1.5 kN und 2.0 kN. Für diese Spannzustände sollen die strukturmechanischen Eigenschaften in Normal- und Tangentialrichtung untersucht werden. Als Werkstück dient ein Würfel aus der Aluminiumlegierung EN AW-7075 mit einer Kantenlänge von 25 mm. Das Werkstück wird zwischen zwei Auflageelementen mit planen Oberflächen gespannt. Der Aufsitzspanner und das untere Auflageelement sind mittels Muttern auf einer Grundplatte mit T-Nuten befestigt. Diese Platte ist wiederum über vier Verschraubungen mit einem schwingungs-isolierten Fundament verbunden, sodass eine Entkopplung von Schwingungen aus der Umgebung gewährleistet ist (vgl. Abb. 4.1).

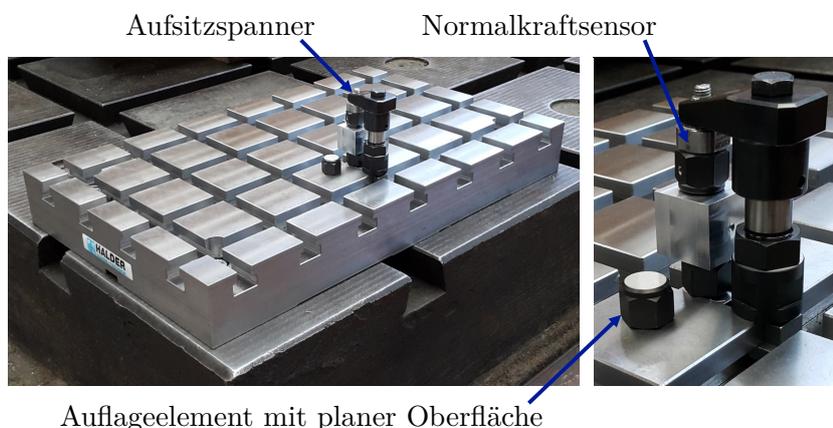


Abbildung 4.1 Aufsitzspanner mit Werkstück

Die Identifikation der Modelle erfordert die Erfassung der relativen Verschiebungen zwischen den Kontaktflächen in Abhängigkeit der angreifenden Kraft. Da eine direkte Messung in den Kontaktflächen praktisch nicht möglich ist, liegt der Ansatz darin, diese gesuchten physikalischen Größen so nah wie möglich an den Wirkstellen zu erfassen. In dieser Arbeit werden die Verschiebung der Kontaktflächen im unteren und oberen Spannungspunkt berührungslos mit vier Wirbelstromsensoren, zwei $\mu\epsilon$ EPU08 und zwei $\mu\epsilon$ EPU1, erfasst (vgl. Abb. 4.4, S. 56). Die Wirbelstromsensoren sind über passende Controller ($\mu\epsilon$ DT 3100-SM) miteinander synchronisiert, sodass die elektromagnetischen Wechselfelder sich nicht gegenseitig beeinflussen, da die Sensoren sehr nah zueinander betrieben werden. Der Frequenzbereich des Messsystems beträgt 25 kHz [149].

Die Normalkraft wird mit einem piezoelektrischen Sensor (Kistler 9017C) gemessen. Dieser ist an einem Ladungsverstärker (PCB 421A25) angeschlossen, sodass auch quasi-statische Kräfte aufgezeichnet werden können. Der Normalkraftsensor befindet sich zwischen dem oberen Auflageelement und dem Aufsitzspanner und ist mit ca. 5 kN vorgespannt (vgl. Abb. 4.1). Die Tangentialkräfte werden im quasi-statischen Fall mit einem Sensor basierend auf Dehnungsmessstreifen (HBM U9C) gemessen. Im dynamischen Fall kommt, u. a. wegen der Schnittstelle zum Shaker (B&K LDS V455), ein piezoelektrischer Sensor (B&K 8230-002) zum Einsatz. Der Shaker kann bei einer sinusförmigen Anregung eine Amplitude von max. 500 N erzeugen. In Normalenrichtung kann diese aufgrund der Aufhängung des Shakers am Kran nicht erreicht werden (vgl. Kap. 4.2.3). In Tangentialrichtung kann bei hoher Vorspannung der Aufsitzspanner die max. Amplitude erreicht werden, wobei angenommen wird, dass sich die Kraft gleichmäßig auf die beiden Kontaktflächen verteilt (vgl. Kap. 5.1). Die aufgebrachten Kraftamplituden befinden sich in einem Bereich, der auch in Fertigungsprozessen auftreten kann [150].

Alle Sensoren werden mit einem Messrechner von National Instruments (NI PXIe-8133, Messkarten NI PXI-4461 und 4462) ausgelesen. Die Messwerte werden über ein selbstgeschriebenes LabVIEW-Programm erfasst, welches auch die Steuerung des Shakers für die dynamischen Anregungen übernimmt. Das Vorgehen bei der Erfassung der Messdaten wird exemplarisch anhand des unteren Spannungspunktes bei einer konstanten Normalkraft von 1 kN erläutert.

4.2 Experimente in Normalenrichtung

4.2.1 Messung der Verschiebung in Normalenrichtung

Die Verschiebungen in Normalenrichtung sollten mit Hilfe von vier Winkeln aus Aluminium erfasst werden (vgl. z. B. Abb. 4.4). Zunächst wird untersucht, ob die Winkel zur Erfassung dieser Verschiebungen geeignet sind. Erste Untersuchungen des Frequenzübertragungsverhaltens zeigen, dass in Normalenrichtung die ersten Eigenmoden an

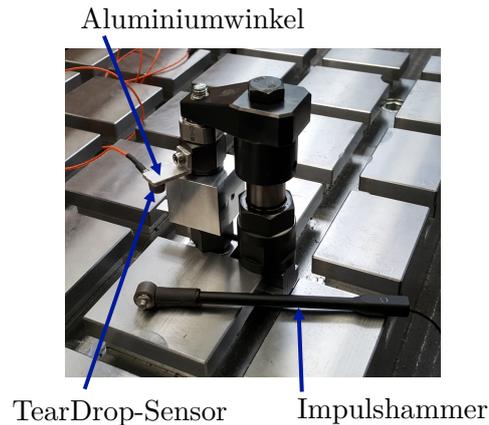


Abbildung 4.2 Experimentelle Modalanalyse eines Aluminiumwinkels

den Kontaktstellen unter 1000 Hz liegen (vgl. auch Abb. 4.7, S. 58). Um zu überprüfen, ob die Winkel die Schwingungsmessungen maßgeblich beeinflussen, wird im Rahmen einer experimentellen Modalanalyse die Frequenzübertragungsfunktion (FRF) am freien Ende eines Winkels gemessen. Die Anregung erfolgt mit einem kleinen Impulshammer (B&K 8203), während die Antwort mit einem Miniatur-Beschleunigungssensor (B&K TearDrop) erfasst wird (vgl. Abb. 4.2). Der Beschleunigungssensor ist mit Bienenwachs am Winkel angeklebt. Das Anregungsspektrum des Kraftimpulses reicht bis ca. 12.5 kHz. Die Frequenzübertragungsfunktion, hier als Inertanz abgebildet, zeigt, dass in diesem Frequenzbereich keine Eigenmoden des Winkels vorliegen (vgl. Abb. 4.3). Das Ergebnis entspricht den Erwartungen, da die Massen des Winkels und des Sensors (ca. 1 g, ca. 0.6 g) im Vergleich zum Spannsystem sehr klein sind (Aufsitzspanner ca. 287 g, Auflageelement ca. 24.5 g). Man kann davon ausgehen, dass bei der Messung der Normalverschiebungen das Schwingungsverhalten des Werkstück-Spannsystems dominiert. Auch bei einer Befestigung des Winkels am Werkstück (ca. 39.3 g) ist damit zu rechnen, dass die Schwingungen des Winkels keinen großen Einfluss auf das Gesamtverhalten haben. Das dynamische Verhalten des Spannsystems in Normalenrichtung kann daher adäquat mittels der verwendeten Winkel gemessen werden.

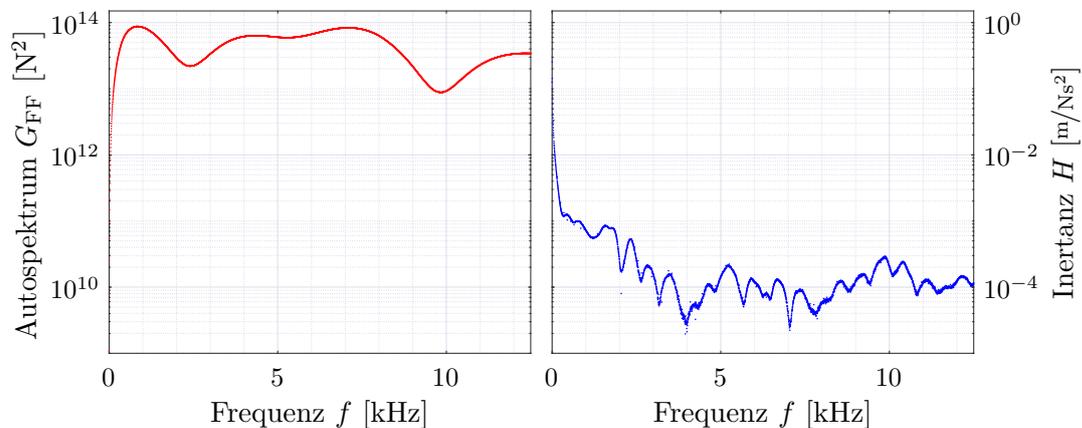


Abbildung 4.3 Frequenzübertragungsfunktion eines Aluminiumwinkels

4.2.2 Quasistatische Belastung in Normalenrichtung

Zur Bestimmung der Verschiebungen in Normalenrichtung werden vier Winkel mit dem Werkstück bzw. mit den Auflageelementen verschraubt (vgl. Abb. 4.4). Die Wirbelstromsensoren sind orthogonal auf die Winkel ausgerichtet und messen die Verschiebungen, sodass die relativen Verschiebungen der Kontaktpartner berechnet werden können. Die Aufbringung der statischen Normalkraft erfolgt über die Spannschraube. Da es sich um eine quasistatische Messung handelt, ist es hinreichend, wenn alle Sensoren zeitsynchron mit einer Abtastfrequenz von 1000 Hz erfasst werden. Die statische Belastung wird simuliert, indem die Normalkraft stufenweise aufgebracht wird.

Um eine Übereinstimmung mit der Vorzeichenkonvention in ANSYS zu erreichen, wird die positive z -Richtung, wie in Abb. 4.4 dargestellt, definiert. Daraus folgt, dass für $u_n < 0$ der Kontakt offen ist. Weiterhin gilt, dass die Normalkraft in den Kontaktstellen gleich der externen Normalkraft F_n^{ext} ist, d. h. $F_n^{\text{ext}} = F_{n,\nabla}^{\text{stat}}$ (vgl. auch Kap. 5.1). Bereiche, in denen die Normalkraft F_n bzw. Relativverschiebungen u_n für eine Zeitspanne von mindestens vier Sekunden nur max. um $\pm 4\text{ N}$ bzw. $\pm 0.15\ \mu\text{m}$ schwanken, werden als „konstant“ definiert (vgl. Abb. 4.5). Diese Schwellenwerte ergeben sich aus der Betrachtung der Zeitsignale im unbelasteten Zustand. Diese „konstanten Bereiche“ sollen die gesuchten statischen Gleichgewichtszustände sein. Es werden die Mittelwerte gebildet, sodass man für jedes Niveau einen Punkt im Kraft-Relativverschiebungsdiagramm erhält. Die Messwerte zeigen, dass diese Haltezeit sinnvoll ist, da das System ein

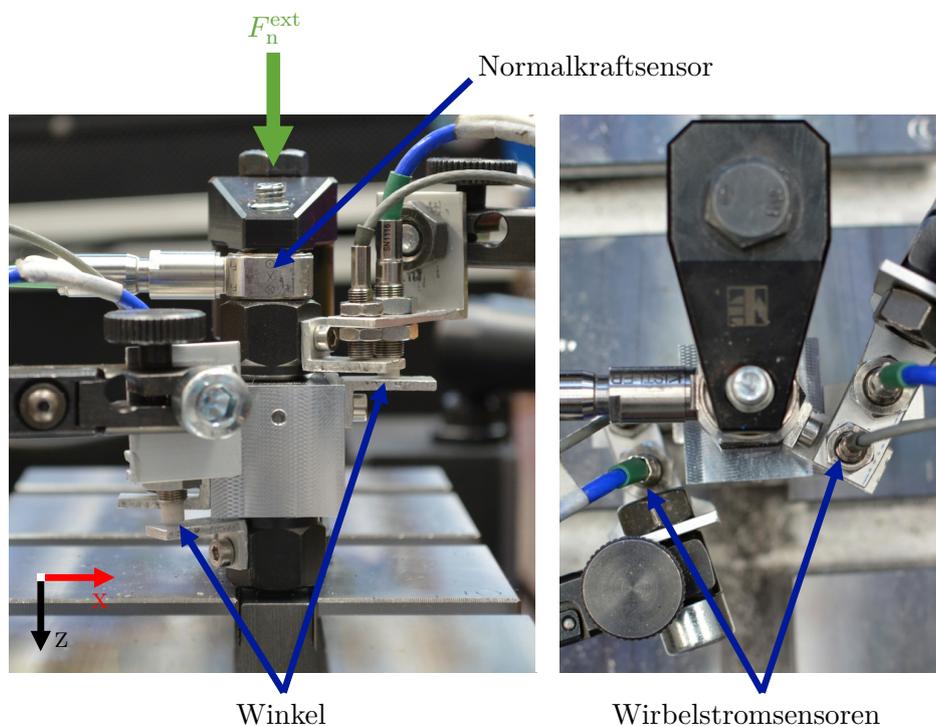


Abbildung 4.4 Versuchsaufbau zur Bestimmung der statischen Kontakteigenschaften in Normalenrichtung

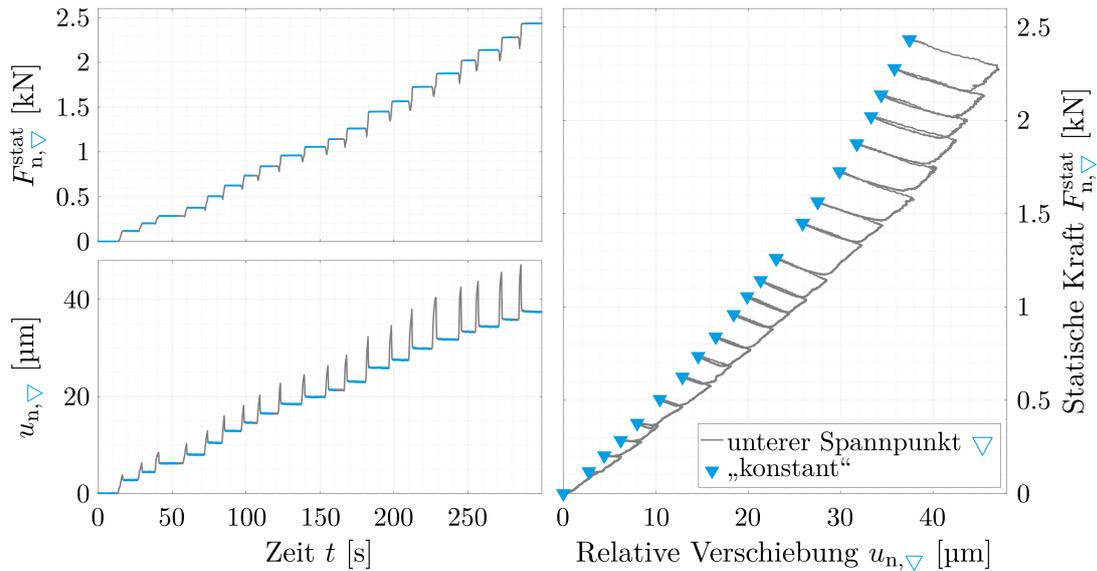


Abbildung 4.5 Quasistatische Belastung in Normalenrichtung des unteren Spannungspunkts ∇

starkes Relaxationsverhalten zeigt. Ohne Erfassung dieser „konstanten“ Niveaus würde man auf eine strukturmechanische Eigenschaft schließen, die nicht dem tatsächlichen, statischen Verhalten entspricht. Die gemessenen Kraft-Relativverschiebungskurven folgen erwartungsgemäß einer Potenzfunktion (vgl. Kap. 2.6). Die Wiederholungsmessung zeigt eine gute Reproduzierbarkeit (vgl. Abb. 5.8, S. 71). Im folgenden Abschnitt wird die Untersuchung der dynamischen Eigenschaften vorgestellt.

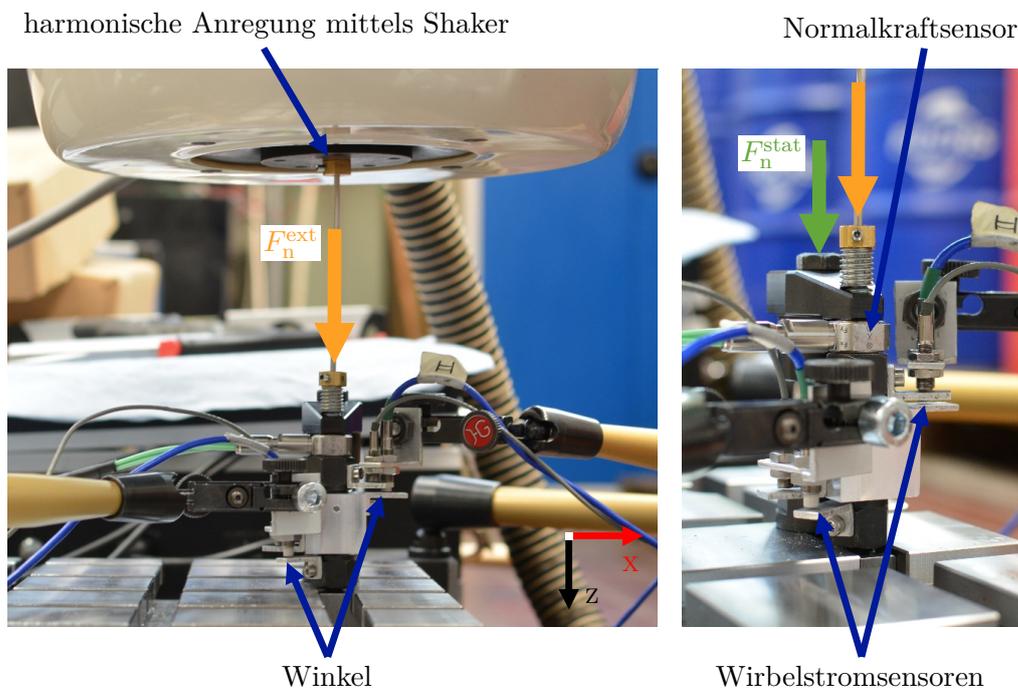


Abbildung 4.6 Versuchsaufbau zur Bestimmung der dynamischen Kontakteigenschaften in Normalenrichtung

4.2.3 Dynamische Belastung in Normalenrichtung

Für die Messung der dynamischen Belastungen bleibt der Aufbau prinzipiell unverändert, d. h. die Normalkraft wird über denselben Kraftmessring und die Verschiebungen werden über die Aluminium-Winkel mit den Wirbelstromsensoren gemessen. Über die Spansschraube werden die in Kap. 4.1 definierten Vorspannkraften F_n^{stat} realisiert. Rein aus Darstellungsgründen ist F_n^{stat} in der Abb. 4.6 über der Spansschraube eingezeichnet, die Messung dieser Kraft erfolgt über den Normalkraftsensor. Die Kraftanregung soll harmonisch mit einer konstanten Frequenz f_{exc} erfolgen. Dazu wird der Shaker an einem Hallenkran befestigt und vertikal über einen Stinger mit dem Aufsitzspanner verbunden. Durch die Aufhängung ist eine Entkopplung vom Versuchsaufbau gewährleistet, sodass nur über den Stinger eine Kraft F_n^{ext} in das Werkstück-Spannsystem eingeleitet wird. Es wird davon ausgegangen, dass die erste Eigenfrequenz das dynamische Verhalten maßgeblich beeinflusst, sodass die Anregung mit dieser Frequenz erfolgen soll. Um diese zu bestimmen, wird zunächst mittels des Shakers ein bidirektionaler Sinus Sweep von 50 Hz bis 1500 Hz aufgebracht. Anhand der gemessenen Zeitsignale der Kraft und Relativverschiebungen können die Frequenzübertragungsfunktionen, in diesem Fall als dynamische Nachgiebigkeiten (Rezeptanzen), berechnet werden [151]. Ausgehend von den gemessenen Rezeptanzen für alle Vorspannkraften von 0.5 kN bis 2.0 kN wird als Anregungsfrequenz für den unteren Spannungspunkt 425 Hz festgelegt. Für den oberen Spannungspunkt soll sie 330 Hz betragen (vgl. Abb. 4.7). Diese Werte sollen für alle vier Vorspannzustände gelten. Um eine vorhandene Amplitudenabhängigkeit zu erfassen, wird die Kraft in sechs Stufen aufgebracht (vgl. Abb. 4.8). Jedes Segment wird für ca. zwei Sekunden gehalten, wobei jedes der Segmente eine ganzzahlige Anzahl an Zyklen besitzt, damit die Übergänge nicht abrupt stattfinden. Die Abtastfrequenz beträgt 65 536 Hz.

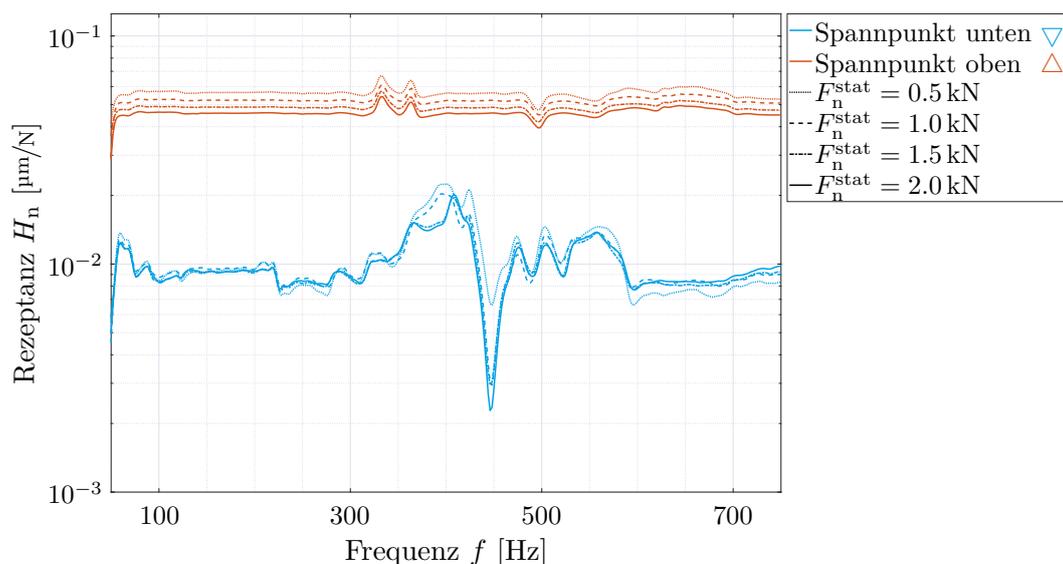


Abbildung 4.7 Frequenzübertragungsfunktionen in Normalenrichtung am unteren und oberen Spannungspunkt ∇/\triangle

Die Zeitverläufe der Kraft und der Relativverschiebung sind jeweils um einen Offset, in diesem Beispiel sind es 1 kN bzw. 18.57 μm , verschoben (vgl. Abb. 4.8). Dieser Versatz ist nachträglich zu den Zeitsignalen hinzu addiert worden, um eine statische Vorspannung anzudeuten. Das bedeutet, dass diese Vorspannung nicht direkt aus der Messung stammt, sondern vereinfachend aus dem identifizierten Modell für das statische Verhalten in Normalenrichtung berechnet wird. Dieses Vorgehen ist zweckmäßig, weil auf diese Weise statisches und dynamisches Verhalten separat voneinander untersucht werden können.

Die Messdaten zeigen, dass das System sehr schnell einen stationären Zustand erreicht. Aufgrund von Messunsicherheiten ergibt sich jedoch eine gewisse Streuung der Zyklen, sodass der stationäre Zustand nicht genau bestimmt werden kann (vgl. Abb. 4.8, rechts). Diese Schwankungen wirken sich sehr ungünstig bei der Bestimmung der Parameter mit einem mathematischen Optimierungsalgorithmus aus. Für den stationären Zyklus muss daher eine Annahme getroffen werden. Zunächst wird die Fläche unterhalb der Kraft-Relativverschiebungskurve für jeden Zyklus berechnet

$$W := \oint F du . \quad (4.2.1)$$

Diese Größe kann als Dissipationsarbeit pro Zyklus interpretiert werden, da nach einem vollständigen Zyklus der elastische Anteil sich zu null aufsummiert [152]. Die numerische Lösung des Integrals (4.2.1) erfolgt mit der Trapezregel [153]. Es wird anschließend ein Mittelwert der geleisteten Arbeit für jedes der sechs Segmente gebildet. Derjenige Zyklus, dessen Arbeit dem Mittelwert des jeweiligen Segments am nächsten kommt, wird als „gemittelt“ definiert (vgl. Abb. 4.8, blaue Kurven). Diese „gemittelten“ Zyklen dienen später der Anpassung der Modellparameter (vgl. Kap. 5.2). Für die Tangentialrichtung ist das Vorgehen sehr ähnlich.

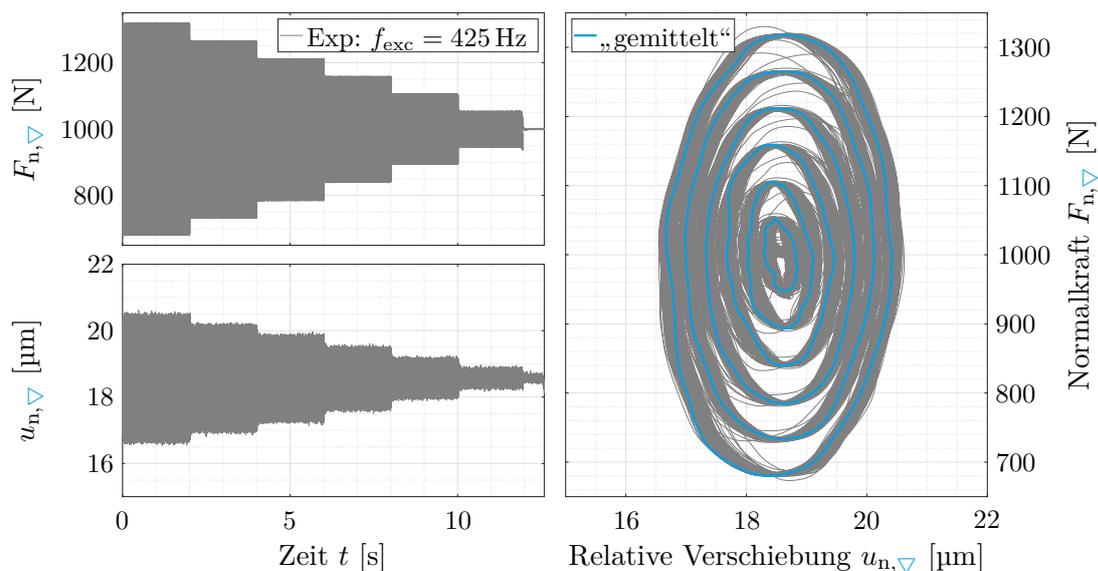


Abbildung 4.8 Dynamische Belastung in Normalenrichtung des unteren Spannungspunkts ∇ bei einer konstanten Vorspannkraft von $F_n^{\text{stat}} = 1.0$ kN

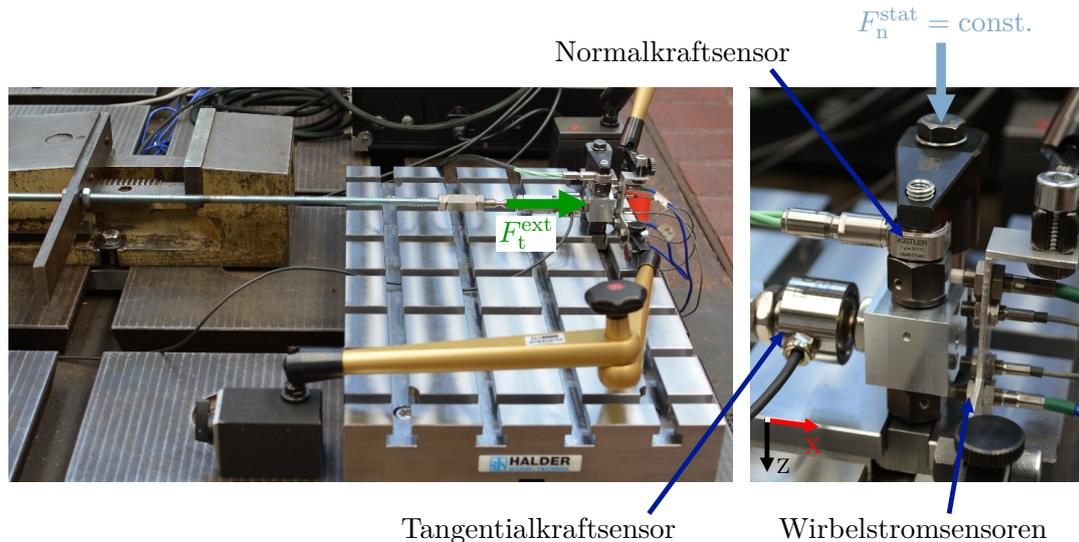


Abbildung 4.9 Versuchsaufbau zur Bestimmung der statischen Kontakteigenschaften in Tangentialrichtung

4.3 Experimente in Tangentialrichtung

4.3.1 Quasistatische Belastung in Tangentialrichtung

Bei den statischen Versuchen wird die Tangentialkraft über eine Gewindestange eingeleitet. Zur Messung der statischen Tangentialkraft F_t^{ext} dient ein Sensor basierend auf Dehnungsmessstreifen, der mit dem Werkstück verschraubt ist. Die vier Wirbelstromsensoren sind vertikal übereinander positioniert und zeigen direkt auf das Werkstück bzw. die Auflageelemente (vgl. Abb. 4.9). Für die vier statischen Vorspannkraften in Normalenrichtung (0.5 kN, 1.0 kN, 1.5 kN und 2.0 kN) wird eine stufenweise Be- und Entlastung in jeweils positiver und negativer x-Richtung aufgebracht.

Als „konstante“ Zustände werden Bereiche definiert, in denen sich die Tangentialkraft F_t und die Relativverschiebungen u_t nur max. um ± 1 N bzw. $\pm 0.15 \mu\text{m}$ ändert. Der im Vergleich zu Kap. 4.2.2 veränderte Schwellwert für die Kraft resultiert hauptsächlich aus der Verwendung eines anderen Kraftsensors. Für jedes dieser „konstanten“ Niveaus werden die Mittelwerte gebildet, sodass sich eine statische Kraft-Relativverschiebungskurve ergibt (vgl. Abb. 4.10). Es soll die Annahme gelten, dass sich die externe Kraft F_t^{ext} gleichmäßig auf den oberen und unteren Spannungspunkt verteilt, d. h. $F_t^{\text{ext}} = 2F_{t,\nabla}^{\text{stat}}$ (vgl. Kap. 5.1). Dieser Datensatz ist hinreichend zur Bestimmung des statischen Anteils des Tangentialkontaktmodells (vgl. Kap. 5.3.1).

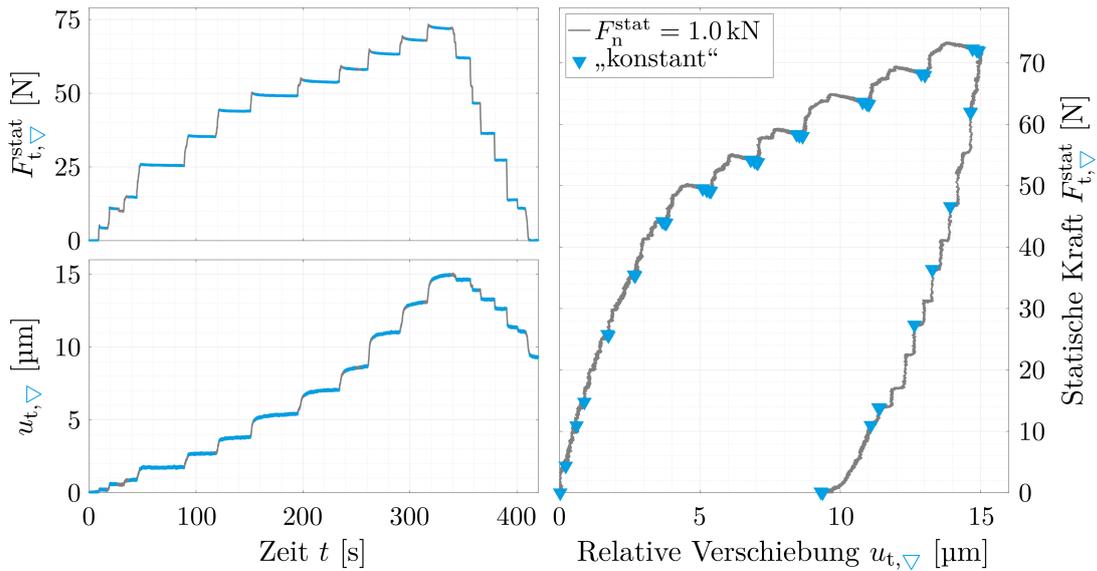


Abbildung 4.10 Quasistatische Belastung in Tangentialrichtung des unteren Spannungspunkts ∇ bei einer konstanten Vorspannkraft von $F_n^{stat} = 1.0 \text{ kN}$

4.3.2 Dynamische Belastung in Tangentialrichtung

Abb. 4.11 zeigt den Messaufbau für die dynamischen Belastungen in Tangentialrichtung. Der Shaker wird in diesem Fall neben dem schwingungs isolierten Fundament platziert, sodass eine Interaktion mit dem Werkstück-Spannsystem nur über den Stinger stattfindet. Um die Frequenzübertragungsfunktion berechnen zu können, wird ein Sinus Sweep von 50 Hz bis 1500 Hz aufgebracht. Die Messungen zeigen, dass sich die erste Eigenfrequenz mit steigender Vorspannkraft verringert (vgl. Abb. 4.12), sodass die Anregungsfrequenz der Belastung jeweils angepasst werden muss.

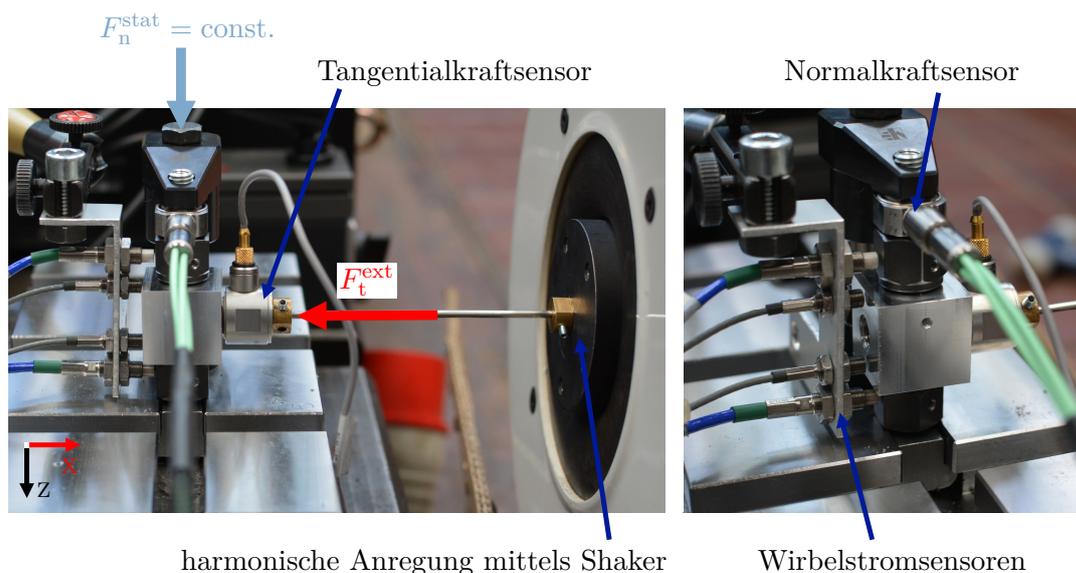


Abbildung 4.11 Versuchsaufbau zur Bestimmung der dynamischen Kontakteigenschaften in Tangentialrichtung

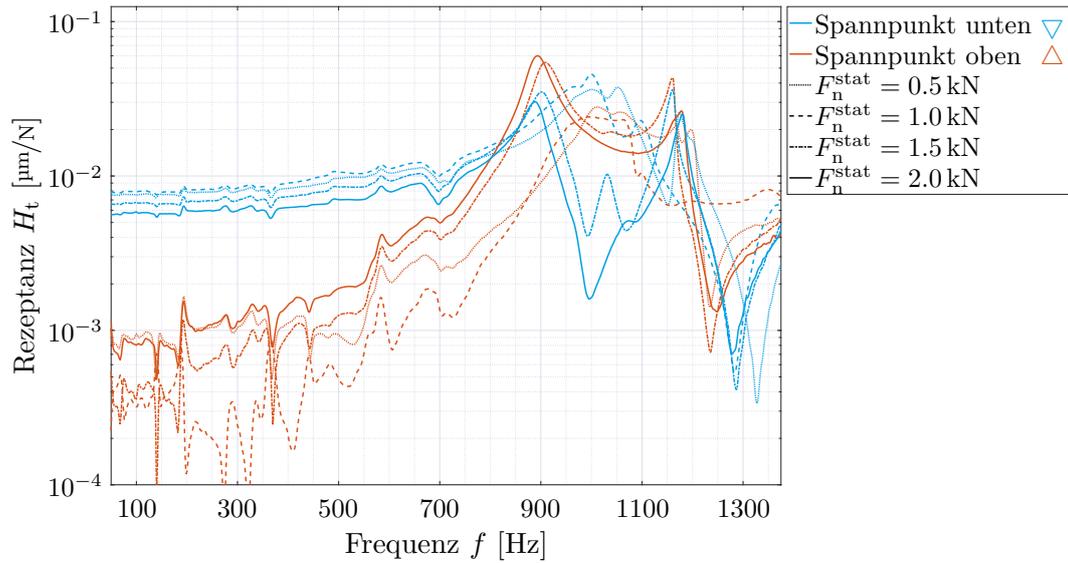


Abbildung 4.12 Frequenzübertragungsfunktionen in Tangentialrichtung am unteren und oberen Spannpunkt ∇/\triangle

Das weitere Vorgehen ähnelt im Übrigen der Methodik für die Normalenrichtung. Man erkennt, dass das System in Tangentialrichtung relativ schnell den stationären Zustand erreicht (vgl. Abb. 4.13). Aufgrund von Messunsicherheiten unterliegen diese Zyklen gewissen Schwankungen, sodass, analog zu Kap. 4.2.3, „gemittelte“ Zyklen definiert werden müssen. Erst dadurch wird eine sinnvolle Parametrierung des Tangentialmodells möglich (vgl. Kap. 5.3.2). Im folgenden Kapitel wird ein strukturiertes Vorgehen zur Bestimmung der Modellparameter vorgestellt. Dafür müssen zunächst einige Annahmen zur Berechnung der Kontaktkräfte getroffen werden.

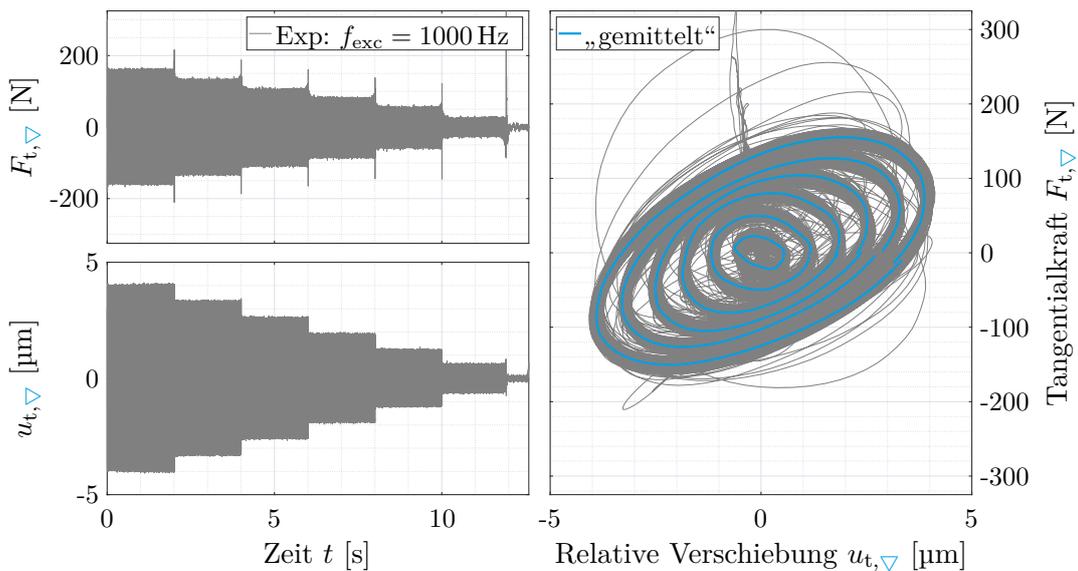


Abbildung 4.13 Dynamische Belastung in Tangentialrichtung des unteren Spannpunkts ∇ bei einer konstanten Vorspannkraft von $F_n^{\text{stat}} = 1.0 \text{ kN}$

5 | Auswertung

5.1 Annahmen zur Auswertung

Die in den Kap. 2.6 und 2.7 aufgestellten Modelle werden nun anhand des Datensatzes aus Kap. 4 kalibriert. Die Modellierung des Kontaktverhaltens erfordert die Kenntnis der Kräfte in den Kontaktflächen (vgl. Kap. 2.1). Da diese Kräfte praktisch nicht erfassbar sind, müssen geeignete Annahmen getroffen werden, um diese physikalischen Größen aus messbaren, äußeren Kräften ableiten zu können. Wenn man die Kontaktflächen im statischen Belastungsfall freischneidet, d. h. die kinematischen Zwangsbedingungen durch die entsprechenden Reaktionskräfte ersetzt, und die Kräftegleichgewichte aufstellt, lässt sich zeigen, dass die Normalkräfte in den Kontakten gleich sind und der eingepprägten Normalkraft entsprechen, d. h. $F_n^{\text{ext}} = F_{n,\nabla} = F_{n,\Delta}$ (vgl. Abb. 5.1a). Da sich am oberen und unteren Spannungspunkt die gleichen Auflageelemente mit planer Oberfläche befinden, kann angenommen werden, dass das Tangentialkontaktverhalten identisch ist. Weiterhin sind die Normalkräfte in den beiden Kontaktflächen gleich, sodass die Schlussfolgerung, dass sich die eingepprägte Kraft F_t^{ext} gleichmäßig aufteilt, plausibel ist. Es soll daher $F_t^{\text{ext}} = 2F_{t,\nabla} = 2F_{t,\Delta}$ gelten (vgl. Abb. 5.1b).

Im dynamischen Fall müssten zusätzlich die (d'Alembertschen) Trägheitskräfte des Systems berücksichtigt werden [154]. In den Auswertungen wird vereinfachend angenommen, dass die o. g. Beziehungen ebenfalls gelten. Die Trägheitskräfte werden im Rahmen dieser Arbeit somit vernachlässigt. Überschlägige Berechnungen zeigen, dass diese Vereinfachung akzeptabel ist. Ausgehend von der größten (Absolut-)Verschiebung \tilde{u}_{max} des Werkstücks im „gemittelten Zyklus“ (vgl. Kap. 4.2.3) kann man unter Annahme eines sinusförmigen Verlaufs der Zeitfunktion für die (betragsmäßig) größte Beschleunigung \tilde{a}_{max} den Wert

$$\tilde{a}_{\text{max}} = (2\pi f_{\text{exc}})^2 \tilde{u}_{\text{max}} \quad (5.1.1)$$

abschätzen. Wenn man in erster Näherung die Masse des Werkstücks (ca. 40 g) als bewegte Masse ansetzt, dann betragen die Trägheitskräfte in Normalenrichtung unter 1% der max. Kraftamplitude der Anregung. In Tangentialrichtung sind es unter 4%, da die Anregungsfrequenzen hier größer sind. Die Messdaten zeigen, dass die Schwankungen um den „gemittelten Zyklus“ ähnlich oder sogar größer sind (vgl. Abb. 5.13-5.28, S.76 ff.). Die getroffenen Annahmen sind daher gerechtfertigt.

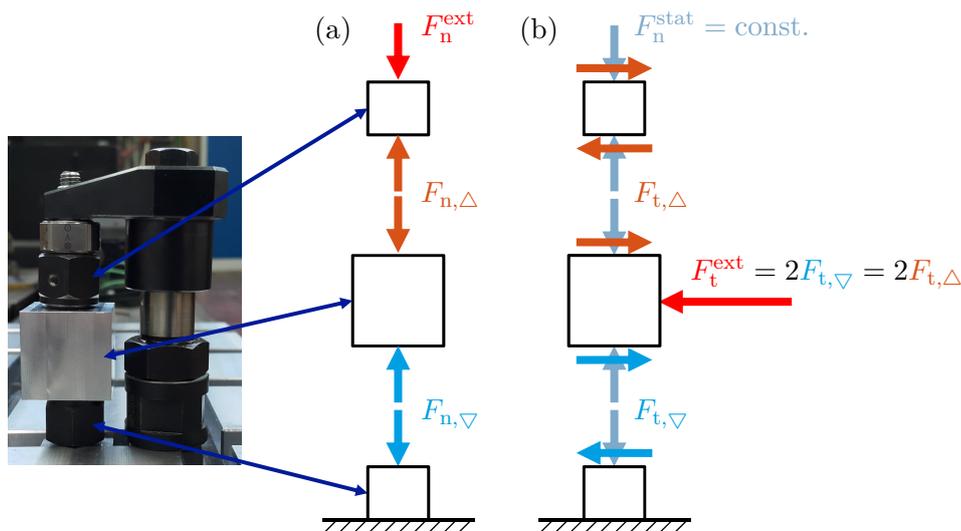


Abbildung 5.1 Freischnitt der Kontaktflächen des Aufsitzspanners: Belastung in
(a) Normalenrichtung, (b) Tangentialrichtung mit konstanter Normalkraft

Das Vorgehen bei der Identifikation gliedert sich, sowohl für die Normal- als auch für die Tangentialrichtung, in zwei Schritte. Zunächst werden die Gleichgewichtskurven der Modelle (vgl. Gl. (2.6.5a) und (2.7.14a)) mit den Daten aus den quasistatischen Versuchen abgeglichen. Die Gleichgewichtskurve ist die Gesamtheit aller Zustände bei unendlich langsamer Beanspruchung (vgl. Kap. 2.2). Im zweiten Schritt werden die viskosen, d. h. geschwindigkeitsabhängigen, Anteile der Modelle (vgl. Gl. (2.6.5b) und (2.7.14b)) anhand der Versuche mit der harmonischen Kraftanregung bestimmt. Die bereits identifizierten Parameter aus den quasistatischen Experimenten werden dabei fixiert. Durch diese schrittweise Vorgehensweise wird die Komplexität des mathematischen Optimierungsproblems reduziert, was eine strukturierte und verlässliche Ermittlung der Modellparameter ermöglicht (vgl. auch Kap. 5.4). Der Identifikationsprozess wird im Folgenden anhand der Experimente bei einer Vorspannkraft von 1 kN erläutert. Die Parameteridentifikation bei den anderen Vorspannkraften verläuft analog.

5.2 Normalkontaktmodell

5.2.1 Statischer Anteil im Normalkontaktmodell

Die statische Kraft im Normalkontaktmodell wird durch die Potenzfunktion

$$F_n^{\text{stat}} = c_n [u_n]^{m_n} \quad (5.2.1)$$

mit den zwei Parameter c_n und m_n bestimmt (vgl. auch Kap. 2.6). Zunächst werden die experimentellen Daten aus den zwei Messungen zusammengefasst. Anschließend wird die Anpassung der Parameter durchgeführt. Die Identifikation der Parameter erfolgt mit

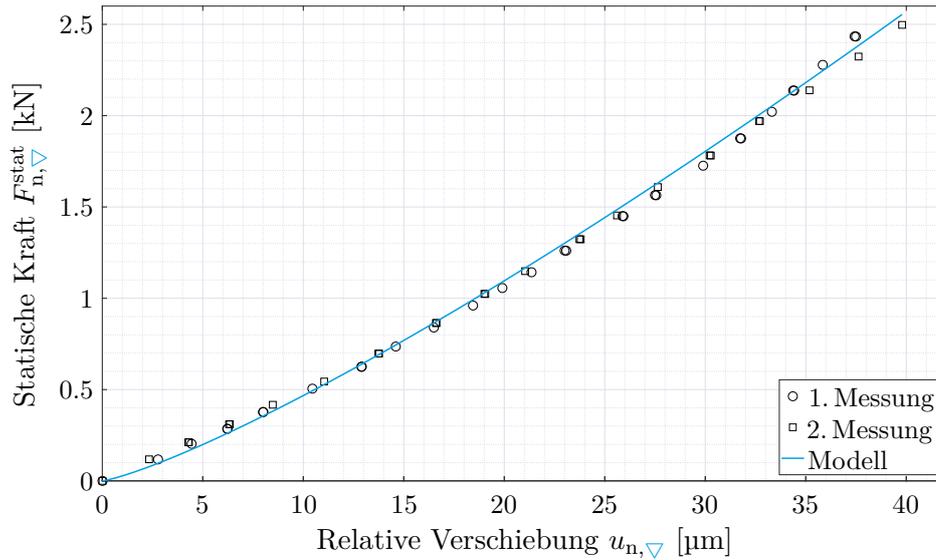


Abbildung 5.2 Identifikation des statischen Anteils des Normalkontaktmodells für den unteren Spannungspunkt ∇

Hilfe des Levenberg-Marquardt-Algorithmus und stellt numerisch keine Schwierigkeit dar. Die Ergebnisse mit den dazugehörigen Standardabweichungen sind in den Tab. A.1 bzw. A.2 (S. 110 f.) aufgelistet. Man kann festhalten, dass das Modell den statischen Kraft-Relativverschiebungsverlauf für den unteren Spannungspunkt sehr gut abbilden kann (vgl. Abb. 5.2). Die Übereinstimmung für den oberen Spannungspunkt ist deutlich schlechter (vgl. Abb. 5.8, S. 71), was möglicherweise auf das nichtlineare Verhalten des Schwenkarms zurückzuführen ist (vgl. auch Kap. 5.4). Für den weiteren Prozess werden die Parameter (c_n, m_n) der statischen Modellantwort fixiert. Basierend auf diesen Ergebnissen kann der geschwindigkeitsabhängige Anteil des Modells identifiziert werden.

5.2.2 Geschwindigkeitsabhängiger Anteil im Normalkontaktmodell

Um das Normalkontaktmodell zu vervollständigen, müssen die verbleibenden vier Parameter $(E_{0n}, \lambda_n, m_{1n}, m_{2n})$ bestimmt werden. Die zu parametrierende Modellgleichung (vgl. Gl. (2.6.8)) lautet

$$\dot{u}_n = \frac{\dot{F}_n}{E_{0n}} + \frac{F_n - F_n^{\text{stat}}}{E_{0n} \lambda_n M(F_n^{\text{mem}})} \quad (5.2.2)$$

mit der Maßstabsfunktion (vgl. Gl. 2.5.4)

$$M(F_n^{\text{mem}}) = \left[1 + \left[\frac{|F_n^{\text{mem}}|}{m_{1n}} \right]^{m_{2n}} \right]^{-1}, \quad (5.2.3)$$

wobei die statische Kraft F_n^{stat} aus Kap. 5.2.1 bekannt ist. Die Identifikation des geschwindigkeitsabhängigen Modellanteils soll in zwei Zwischenschritten erfolgen. Zunächst wird eine gute Abschätzung für die spontane Steifigkeit E_{0n} gesucht. Dies kann

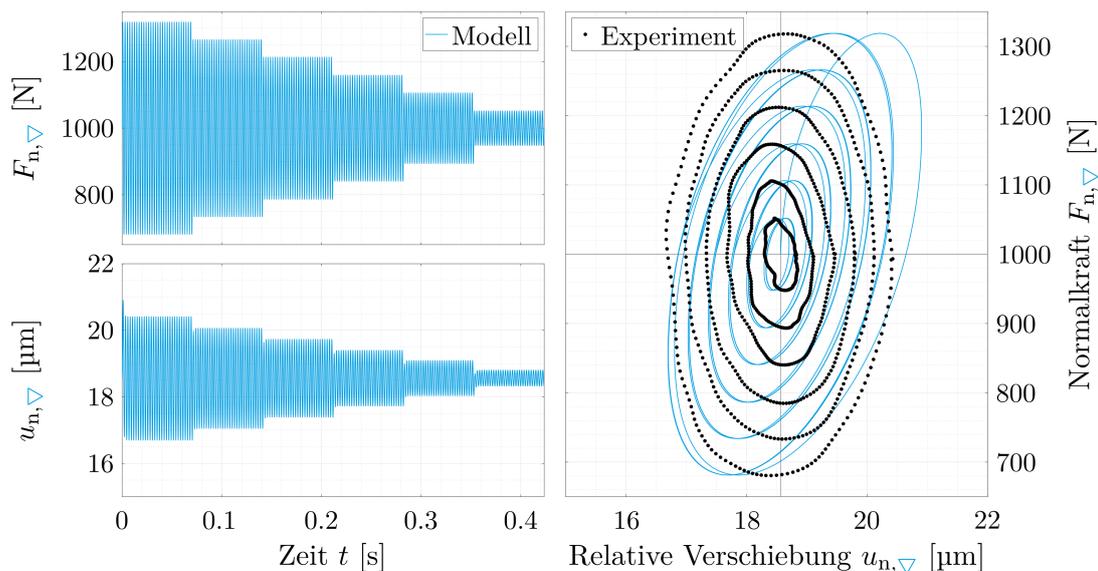


Abbildung 5.3 Identifikation des geschwindigkeitsabhängigen Anteils des Normalkontaktmodells für den unteren Spannungspunkt ∇ bei $F_n^{\text{stat}} = 1.0 \text{ kN}$

durch Auswertung eines experimentellen Datensatzes, in dem die Belastungsgeschwindigkeit sehr hoch ist, erfolgen. In diesem Fall eignet sich das erste Segment des Kraftanregungsverlaufes (vgl. Abb. 4.8, S. 59). Der so ermittelte Wert ist ein guter Startwert für den Optimierungsalgorithmus. Die Schrankenbedingung für E_{0n} kann sehr eng gewählt werden, z. B. $\pm 20\%$ der Abschätzung. Man kann den Wert für E_{0n} auch fixieren, sodass sich die Anzahl der Unbekannten von vier auf drei reduziert. Dies wirkt sich positiv auf die Konvergenzgeschwindigkeit des Optimierungsverfahrens aus.

Die letzten drei Parameter (λ_n , m_{1n} , m_{2n}) sind schwieriger zu bestimmen, da sie keine direkte physikalische Interpretation besitzen. Theoretisch kann die Materialfunktion $\lambda_n M$ bei Kenntnis der statischen Gleichgewichtszustände aus einem Relaxationstest berechnet werden (vgl. Kap. 2.5). Dies erfordert jedoch die geregelte Aufbringung einer Haltekraft, was den experimentellen Aufbau komplexer werden lässt. Ein guter Startwert für die Relaxationszeit λ_n kann durch Angleichung der Dissipationsarbeit (4.2.1) gefunden werden. Dazu wird die linear-viskoelastische Version des Modells betrachtet. In der Gl. (5.2.2) wird die Maßstabsfunktion gleich Eins gesetzt, d. h. $M(F_n^{\text{mem}}) \equiv 1$. Der Parameter λ_n wird so angepasst, dass die Dissipationsarbeit pro Zyklus im Modell gleich der Arbeit des „gemittelten“ Zyklus im Experiment entspricht (vgl. Flächen innerhalb der Hysteresekurven in Abb. 5.3, rechts). Auf diese Weise erhält man einen Startwert für λ_n , welcher zumindest in der Größenordnung mit dem gesuchten Wert übereinstimmt. An dieser Stelle müssen geeignete Startwerte, insbesondere für die Parameter m_{1n} und m_{2n} , durch Probieren gefunden werden. Die Umrechnung von Messdaten ist eine geeignete Methode, um die Sensitivität der Zielfunktion bzgl. einzelner Parameter zu erhöhen. Die Sensitivitätsanalyse bietet eine Möglichkeit diesen Einfluss zu untersuchen [155]. Im Rahmen dieser Arbeit wird dies jedoch nicht weiter betrachtet.

Für die vorliegenden, experimentellen Datensätze erweisen sich die hier vorgeschlagenen Methoden zum Finden von guten Startwerten für E_{0n} und λ_n als zielführend. Mit diesen abgeschätzten Startwerten und durch die Reduktion der Komplexität des Optimierungsproblems auf vier bzw. drei Parameter, sind wiederholte Berechnungen mit unterschiedlichen Startwerten unter angemessenem Aufwand durchführbar. Zunächst wird für jedes der sechs Segmente der jeweils „gemittelte“ Zyklus numerisch kopiert und zehnmal aneinandergesetzt. Als Kraftanregung für das Modell wird eine generische Sinusfunktion mit sechs Kraftamplituden und jeweils genau 30 Zyklen verwendet (vgl. Abb. 5.3, links oben). Aufgrund der Messunsicherheiten lässt sich der Zyklus, ab dem man von einem stationären Zustand ausgehen kann, nicht bestimmen. Die experimentellen Daten zeigen jedoch, dass der stationäre Zustand sehr schnell erreicht wird. Es folgt die willkürliche Festlegung, dass das Modell ab dem 21. Zyklus stabil sein soll. Für jedes der sechs Segmente werden daher die 21. bis 30. Zyklen des Modells extrahiert und mit den zehn jeweiligen, gemittelten Zyklen verglichen (vgl. auch Abb. 5.32, S. 86). Als Zielfunktion dient die Summe der Fehlerquadrate (vgl. Kap. 3.2).

Das hier beschriebene Vorgehen ist gerechtfertigt, da die experimentellen Daten Unsicherheiten unterliegen, die einen Erfolg des Optimierungsprozesses erschweren oder gar verhindern würden. Die Resultate zeigen eine gute Übereinstimmung zwischen Modell und Experiment (vgl. Abb. 5.13 bis 5.20, S. 76 ff.). Diese Abbildungen verdeutlichen erneut den schrittweisen Identifikationsprozess, bei dem der statische Modellanteil unabhängig vom geschwindigkeitsabhängigen Anteil betrachtet wird. Die Berücksichtigung der Vorspannung erfolgt durch das Einsetzen der statische Vorspannkraft und der entsprechenden Relativverschiebung in Normalenrichtung als Anfangsbedingungen in das Modell (5.2.2). Die benötigten Werte, in diesem Fall 1 kN und 18.57 μm , stammen aus dem bereits in Kap. 5.2.1 ermittelten statischen Modellanteil. Eine Diskussion der Ergebnisse findet in Kap. 5.4 statt.

5.3 Tangentialkontaktmodell

5.3.1 Statischer Anteil im Tangentialkontaktmodell

Zur Beschreibung des statischen Tangentialverhaltens wird das Modell nach Valanis verwendet (vgl. Gl. (2.7.14a)). Das statische Modell

$$\dot{F}_t^{\text{stat}} = E_e \frac{\beta E_e - \text{sign}(\dot{u}_t) [F_t^{\text{stat}} - E_p u_t]}{\beta E_e - \kappa \text{sign}(\dot{u}_t) [F_t^{\text{stat}} - E_p u_t]} \dot{u}_t \quad (5.3.1)$$

ist geschwindigkeitsunabhängig, deshalb ist es unerheblich, in welchem Zeitraum die Belastungsgeschichte, hier als Relativverschiebung u_t , durchlaufen wird. In diesem Fall wird eine Pseudo-Zeit zwischen Null und Eins verwendet (vgl. Abb. 5.4, links unten).

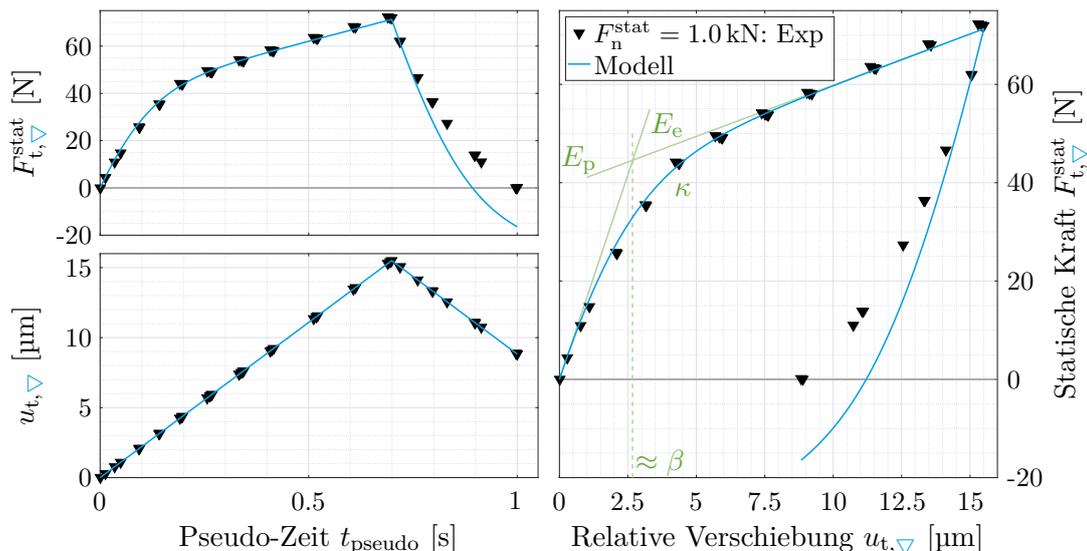


Abbildung 5.4 Identifikation des statischen Anteils des Tangentialkontaktmodells für den unteren Spannungspunkt ∇ bei $F_n^{\text{stat}} = 1.0 \text{ kN}$

Jede andere streng monoton steigende, reelle Zahlenfolge wäre auch hinreichend. Da sich weitestgehend alle vier Parameter des Modells (E_e , E_p , β , κ) physikalisch interpretieren lassen, kann, wenn geeignete Messdaten vorliegen, die Identifikation ohne Schwierigkeiten durchgeführt werden. Anhand der Kraft-Relativverschiebungskurve können die Steifigkeiten E_e und E_p direkt bestimmt werden (vgl. Abb. 5.4). Die abgelesenen Werte sind sehr gute Startwerte für den Optimierungsalgorithmus. Wenn sie verlässlich sind, also z. B. wenn viele Datenpunkte aus verschiedenen Messungen vorliegen, können sie auch direkt fixiert werden. Der Schnittpunkt der beiden Steifigkeiten eignet sich gut als Startwert für β (vgl. auch Kap. 2.7). Für $\kappa \rightarrow 1$ wird der Übergang zwischen E_e und E_p sehr abrupt, während für $\kappa \rightarrow 0$ die Änderung langsamer vonstattengeht. Dieser Anhaltspunkt kann zur Ermittlung eines Startwertes herangezogen werden.

Der Vergleich zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen Modell und Experiment (vgl. Abb. 5.5 und 5.6). Nur für die bleibende Relativverschiebung, die sich nach vollständiger Entlastung einstellt, liegt eine größere Abweichung vor. Man kann durch Veränderung der Parameter eine bessere Übereinstimmung erreichen. In der Folge werden jedoch die Steigungen E_e und E_p nicht mehr mit akzeptabler Genauigkeit abgebildet. Das Steifigkeitsverhalten wird als wichtiger erachtet, zumal die bleibende Relativverschiebung konservativ modelliert wird, d. h. sie ist (betragsmäßig) größer als der Messwert. Die Auswertung wird separat für die Zug- und Druckrichtung durchgeführt, um anschließend daraus die Mittelwerte der Parameter berechnen zu können (vgl. z. B. Abb. 5.11 und 5.12, S. 75). Man könnte die Unterschiede in der Belastungsrichtung im Modell durch eine Fallunterscheidung berücksichtigen, was jedoch aufgrund des Umfangs nicht weiterverfolgt wird. In allen betreffenden Diagrammen sind die Berechnungen mit den gemittelten Werten durchgeführt worden. Diese Werte sind in den Tab. A.1 bzw. A.2 (S. 110f.) aufgelistet. Für die weiteren Schritte werden diese Parameter fixiert.

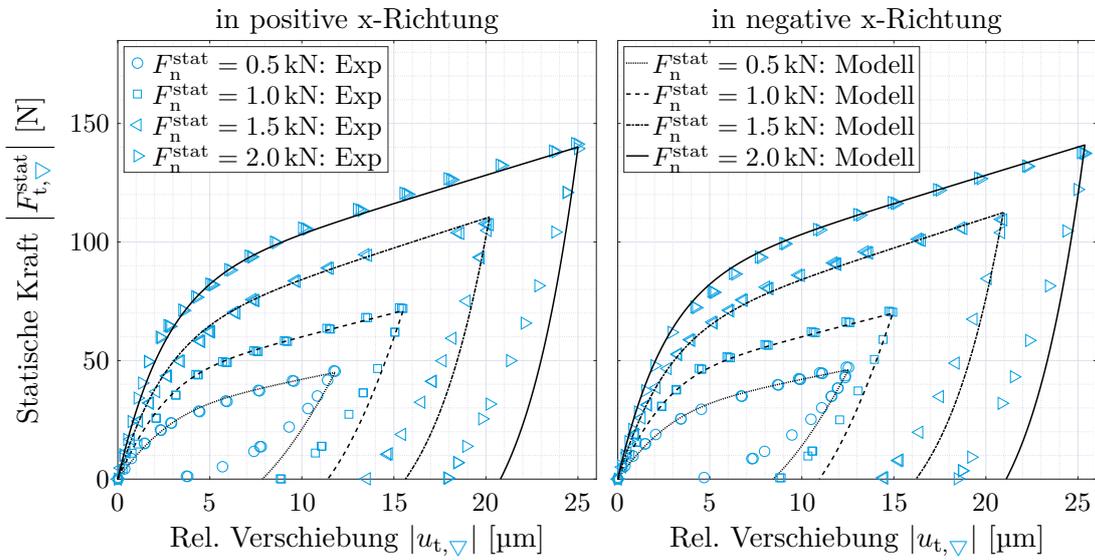


Abbildung 5.5 Vergleich zwischen Experiment und Modell: Statische Tangentialbelastung am unteren Spannungspunkt ∇

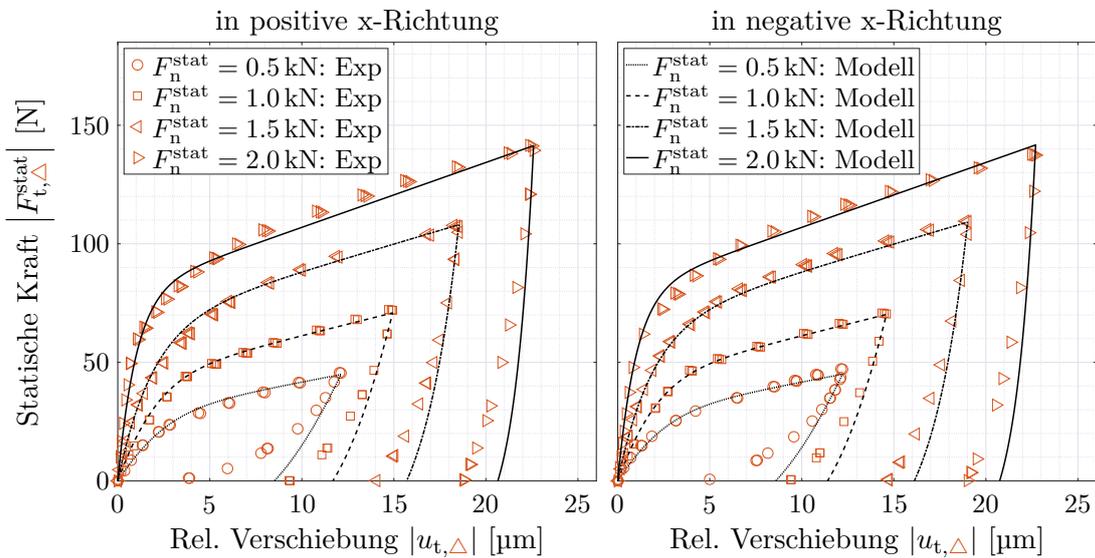


Abbildung 5.6 Vergleich zwischen Experiment und Modell: Statische Tangentialbelastung am oberen Spannungspunkt \triangle

5.3.2 Geschwindigkeitsabhängiger Anteil im Tangentialkontaktmodell

Die Identifikation des geschwindigkeitsabhängigen Modellanteils (vgl. Gl. (2.7.17b))

$$\dot{u}_t = \frac{\dot{F}_t}{E_{0t}} + \frac{F_t - F_t^{\text{stat}}}{E_{0t} \lambda_t M(F_t^{\text{mem}})} \quad (5.3.2)$$

mit der Maßstabsfunktion (vgl. Gl. 2.5.4)

$$M(F_t^{\text{mem}}) = \left[1 + \left[\frac{|F_t^{\text{mem}}|}{m_{1t}} \right]^{m_{2t}} \right]^{-1}, \quad (5.3.3)$$

d. h. die Bestimmung der Parameter E_{0t} , λ_t , m_{1t} und m_{2t} , verläuft ähnlich wie beim Normalkontaktmodell (vgl. Abb. 5.7). Es werden jeweils zehn Zyklen des Modells mit einem „gemittelten“ Zyklus verglichen, wobei wieder davon ausgegangen wird, dass der stationäre Zustand nach 20 Zyklen erreicht wird (vgl. auch Kap. 5.2.2). Für die Kraftanregung wird die erste Eigenfrequenz in Tangentialrichtung verwendet. Die Berücksichtigung der statischen Vorspannkraft erfolgt nicht durch die Anfangsbedingungen, sondern mit Hilfe der entsprechenden Valanis-Parameter. Das bedeutet, dass zur Berechnung der statischen Tangentialkraft F_t^{stat} der für die jeweilige Vorspannung identifizierte Parametersatz (E_e , E_p , β , κ) aus Kap. 5.3.1 eingesetzt wird. Der Optimierungsprozess liefert im Allgemeinen eine gute Übereinstimmung zwischen Modell und experimentellen Daten. Das Modell ist in der Lage das geschwindigkeitsabhängige Tangentialverhalten des oberen und unteren Spannungspunktes abzubilden (vgl. Abb. 5.21 bis 5.28, S. 80 ff.). Das folgenden Kapitel beinhaltet eine Verifikation und Diskussion der identifizierten Modelle sowie die Untersuchung der Abhängigkeit der Modellparameter von der Vorspannkraft.

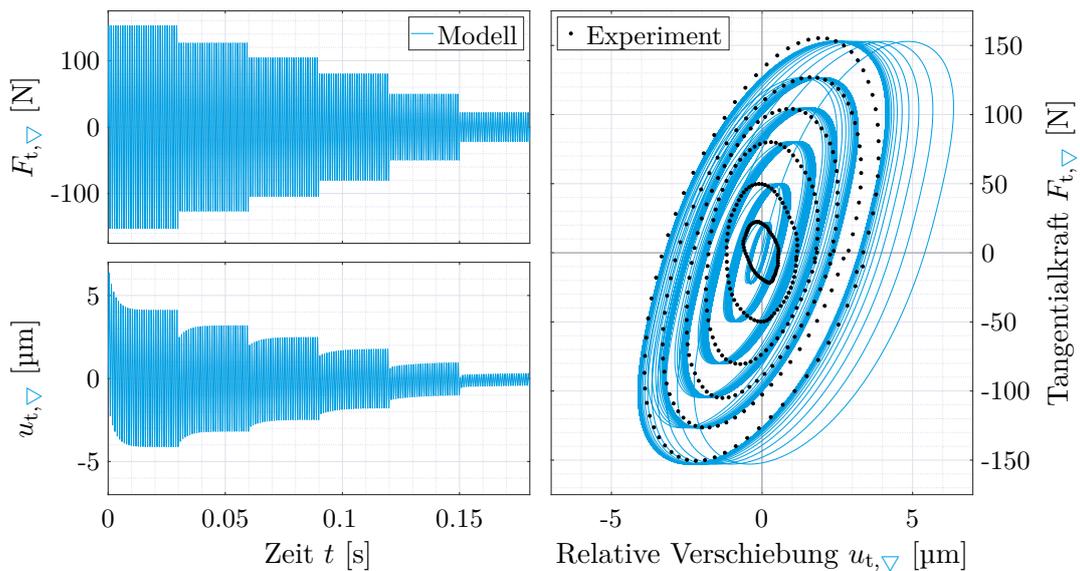


Abbildung 5.7 Identifikation des geschwindigkeitsabhängigen Anteils des Tangentialkontaktmodells für den unteren Spannungspunkt ∇ bei $F_n^{\text{stat}} = 1.0 \text{ kN}$

5.4 Verifikation und Diskussion

Ein optischer Vergleich zwischen den Identifikationsergebnissen und den experimentellen Daten zeigt eine gute bis sehr gute Übereinstimmung. Diejenigen Parameter, denen man eine physikalische Bedeutung zuordnen kann, sind plausibel. Dies wird in den folgenden Abschnitten ausführlich diskutiert. Eine Möglichkeit die Qualität der identifizierten Parameter numerisch zu erfassen, ist die Berechnung der Kovarianzmatrix (vgl. Kap. 3.6). Die daraus abgeleiteten Standardabweichungen sind den Tab. A.1 und A.2 aufgelistet (S. 110 f.). Man kann festhalten, dass die meisten Parameter mit großer Sicherheit bestimmt wurden. Dies trifft insbesondere auf diejenigen Parameter zu, die eine direkte physikalische Bedeutung besitzen. Die Steifigkeiten E_e , E_p und E_{0t} des Tangentialkontaktmodells, sowie der Parameter E_{0n} des Normalkontaktmodells lassen sich aus den experimentellen Daten gut ableiten. Das gilt ebenfalls für β und, bis zu einem gewissen Grade, auch für κ , da diese indirekt in den Kraft-Relativverschiebungsdiagrammen bei quasistatischer Tangentialbelastung abgebildet sind (vgl. Kap. 5.3.1).

Das Normalkontaktmodell kann, zumindest für den unteren Spannungspunkt, das gemessene Verhalten bei quasistatischer Belastung sehr gut wiedergeben (vgl. Abb. 5.8). Im oberen Spannungspunkt ist die Übereinstimmung deutlich schlechter. In diesem Fall beeinflussen die nichtlinearen Struktureigenschaften des Aufsitzspanners das beobachtete Verhalten. Der Aufsitzspanner besteht aus mehreren Bauteilen, die mittels einer Schraube und einer Feder verspannt sind (vgl. auch Abb. 1.3, S. 6). Im unteren Spannungspunkt entsprechen die Beobachtungen eher den theoretischen Erwartungen, da hier der Kontakt zwischen Werkstück und einer sehr fest eingespannten Auflage besteht (vgl. Abb. 4.1, S. 53).

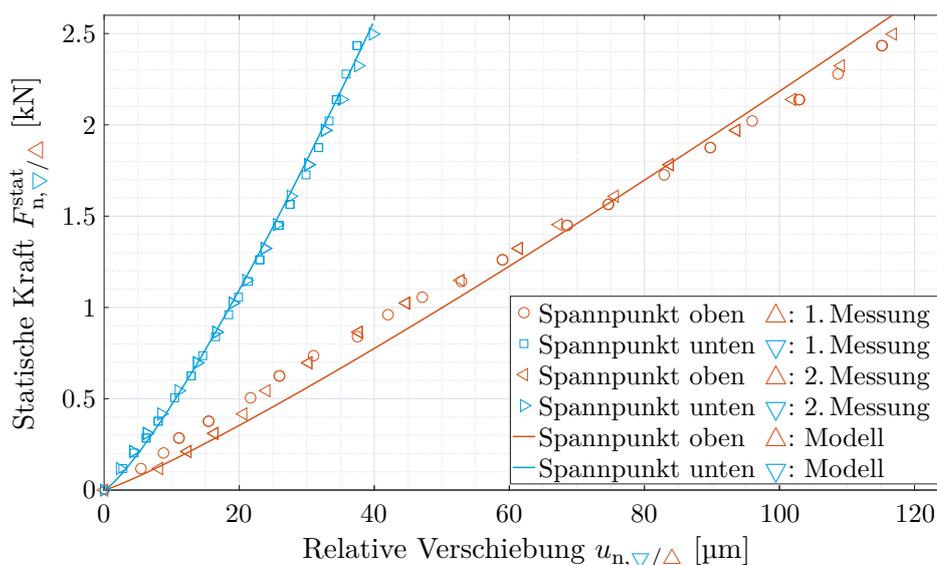


Abbildung 5.8 Vergleich zwischen Experiment und Modell: Statische Normalbelastung am unteren und oberen Spannungspunkt ∇/\triangle

Die Messdaten zeigen, dass das unterste Auflageelement nur linear-elastisch und verhältnismäßig wenig ausgelenkt wird. Die Unterschiede in der Qualität der Modellierung der beiden Spannungspunkte spiegelt sich in den Unsicherheiten der Parameter c_n und m_n wider. Es kann insgesamt konstatiert werden, dass das Normalkontaktmodell zur Beschreibung des beobachteten quasistatischen Verhaltens beider Spannungspunkte geeignet ist.

Die Relaxationsfunktionen λM , d. h. die Parameter λ , m_1 und m_2 unterliegen, sowohl für das Tangential- als auch für das Normalkontaktmodell, größeren Unsicherheiten. Für diese Parameter sind keine direkten physikalischen Interpretationen möglich. Der Verlauf von λM lässt sich theoretisch aus einem Relaxationsversuch ableiten (vgl. Kap. 2.5). Derartige Versuche sind nicht durchgeführt worden, sodass die Bestimmung dieser Parameter durch Iterationszyklen aus den Hysteresen erfolgte. In den vorliegenden Untersuchungen wird das dynamische Verhalten, wie die Abb. 5.13 bis 5.28 (S. 76 ff.) zeigen, insgesamt gut bis sehr gut abgebildet.

Die durchgeführten Identifikationen ermöglichen eine Analyse der Abhängigkeiten der Modellparameter von den unterschiedlichen Vorspannkraften F_n^{stat} . An dieser Stelle wird eine Betrachtung nur für diejenigen Parameter durchgeführt, die eine direkte physikalische Bedeutung im Kraft-Relativverschiebungsdiagramm besitzen. Die spontane Steifigkeit E_{0n} des Normalkontaktmodells nimmt erwartungsgemäß mit steigender Vorspannung zu. Interessant ist die Tatsache, dass E_{0n} für den unteren Spannungspunkt um zwei Größenordnungen größer ist (vgl. Abb. 5.9). Der Grund liegt in der deutlich höheren Steifigkeit des unteren Auflageelements, dadurch können spontane Belastungen besser abgefedert werden. Dies zeigen auch die Kraft-Relativverschiebungsdiagramme (vgl. die Abb. 5.13 bis 5.16 mit den Abb. 5.17 bis 5.20, S. 76 ff.).

In Tangentialrichtung ist ebenfalls eine Zunahme der spontanen Steifigkeit E_{0t} mit steigender Vorspannung zu erwarten. Für den unteren Spannungspunkt tritt dieses Verhalten auch ein (vgl. Abb. 5.10). Im oberen Spannungspunkt nimmt die spontane Steifigkeit E_{0t} mit steigender Vorspannung jedoch ab. Die zuvor gemessenen Frequenzübertragungsfunktionen bestätigen die größere dynamische Nachgiebigkeit der ersten Eigenmode bei höheren Vorspannungen (vgl. Abb. 4.12, S. 62). Zwischen den beiden Vorspannkraften von 1 kN und 1.5 kN findet offensichtlich eine grundlegende Änderung des dynamischen Verhaltens der oberen Kontaktstelle statt. Das Schwingungsverhalten bleibt bis zu einer Vorspannung von 1 kN ähnlich (vgl. Abb. 5.25 und 5.26, S. 82). Mit steigender Vorspannung spielt die nichtlineare Strukturdynamik des Schwenkarms bzw. des Aufsitzspanners eine größer werdende Rolle (vgl. Abb. 5.27 und 5.28, S. 83). In diesem Fall bewirkt der Schwenkarm eine größere dynamische Nachgiebigkeit bei höheren Vorspannkraften. An dieser Stelle sollte eine tiefer gehende Analyse des Aufsitzspanners erfolgen, um dessen dynamisches Verhalten besser verstehen zu können. Im Rahmen dieser Arbeit wird dies jedoch nicht umgesetzt.

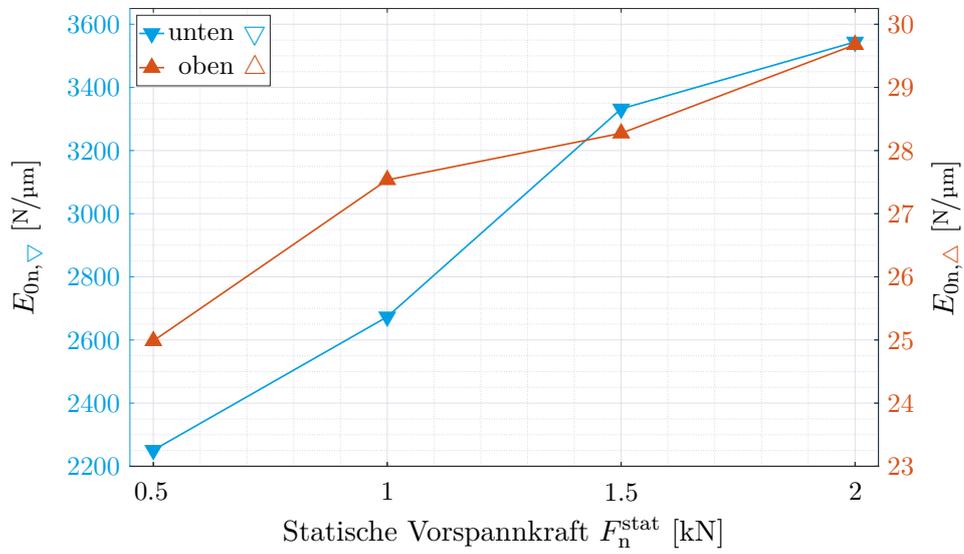


Abbildung 5.9 Parameter E_{0n} in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}

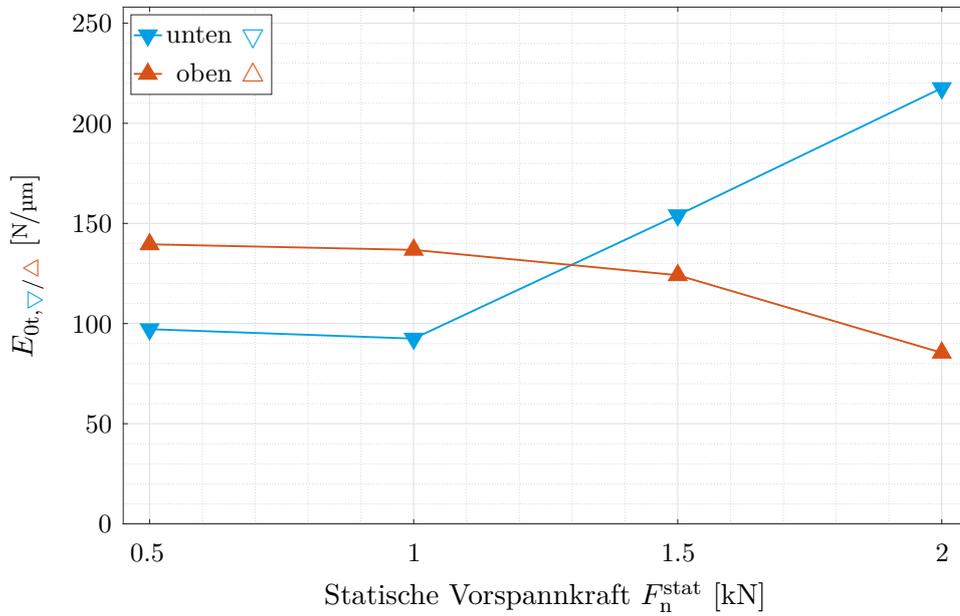


Abbildung 5.10 Parameter E_{0t} in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}

Die statische Steifigkeit in Tangentialrichtung wird durch die beiden Parameter E_e und E_p bestimmt (vgl. auch Kap. 2.7). Die Steifigkeit im Haftbereich E_e nimmt folgerichtig mit steigender Vorspannung zu. Für den unteren Spannungspunkt liegt annähernd eine lineare Abhängigkeit vor, während im oberen Spannungspunkt aufgrund der mechanischen Eigenschaften des Aufsitzspanners eine Nichtlinearität zu beobachten ist (vgl. Abb. 5.11). Bei den hohen Vorspannkräften liegt eine hinreichend steife Verbindung vor, sodass infolge einer statischen Tangentialbelastung eine hohe Verformung des Schwenkarms eintritt, wodurch sich keine große Relativverschiebung zwischen den oberen Kontaktflächen ausbilden kann.

Bei der Steifigkeit im Gleitbereich E_p liegt, bis auf einen Ausreißer, für beide Spannungspunkte eine annäherungsweise lineare Beziehung zu der Vorspannung vor (vgl. Abb. 5.12). Bei Mikroschlupfbewegungen zwischen metallischen Festkörpern dominieren die Oberflächeneigenschaften und da diese in den beiden Spannungspunkten ähnlich sind, ist ein vergleichbares Verhalten zu erwarten. Das beobachtete Verhalten der beiden Parameter E_e und E_p ist insgesamt plausibel. Die Diagramme mit den Abhängigkeiten der anderen Parameter (β , κ , λ_n , m_{1n} , m_{2n} , λ_t , m_{1t} , m_{2t}) von der statischen Vorspannkraft F_n^{stat} befinden sich im Anhang (vgl. Abb. A.1 bis A.8, S. 112 ff.). Diese Parameter sind schwieriger zu interpretieren, da sie keine direkte physikalische Bedeutung besitzen.

Die Umrechnung bzw. Aufbereitung der Messdaten ist eine geeignete Methode zur Verbesserung des Identifikationsergebnisses, insbesondere für die o. g. Parameter (λ_n , m_{1n} , m_{2n} , λ_t , m_{1t} , m_{2t}). In der vorliegenden Arbeit wurde als Zielgröße die Dissipationsarbeit zur Ermittlung eines Startwertes für λ sowie ein „gemittelter“ Zyklus zur Bestimmung der viskosen Parameter eingesetzt (vgl. Kap. 5.2.2). Man kann diese Ideen erweitern, sodass die Zielfunktion Φ nicht nur die Zeitverläufe der Kraft bzw. Relativverschiebung enthält, sondern auch die Höhe oder Breite sowie die Fläche einer Hysterese berücksichtigt. Eine weitere Möglichkeit die Erfolgchancen der Optimierung zu erhöhen, stellt die Einführung von Gewichtungsfaktoren für die Residuen dar (weighted least squares [156]). Die Festlegung dieser Gewichtungen sollte mit Bedacht erfolgen, da dies die Ergebnisse stark verzerren kann [157]. Da die Identifikationsalgorithmen sinnvolle Ergebnisse liefern, werden diese Gedanken an dieser Stelle nicht weiterverfolgt. Eine physikalische Plausibilitätsprüfung ist in allen Fällen unumgänglich.

Insgesamt kann festgehalten werden, dass das Normal- und Tangentialkontaktmodell die gemessenen statischen und dynamischen Eigenschaften des Aufsitzspanners zufriedenstellend abbilden kann. Die vorgestellte Methode zur Ermittlung der Modellparametern hat sich für das gegebene Spannsystem bewährt. Ergänzende Untersuchungen zeigen, dass das Tangentialmodell auch zur Beschreibung eines Werkstück-Spannsystems bestehend aus hydraulischen Schwenkspannern geeignet ist. Diese Ergebnisse werden im folgenden Kap. 5.6 kurz vorgestellt.

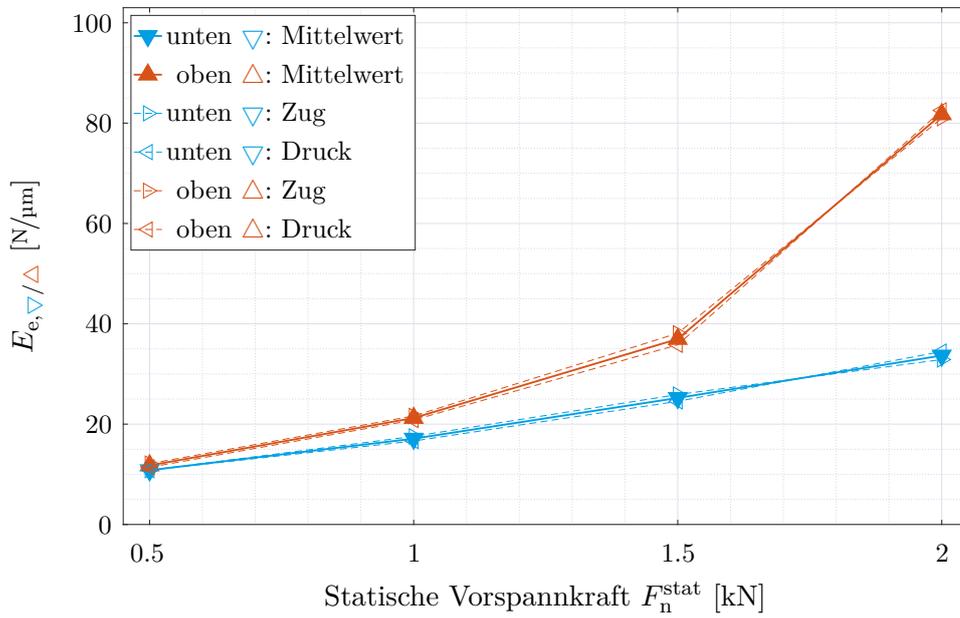


Abbildung 5.11 Parameter E_e in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}

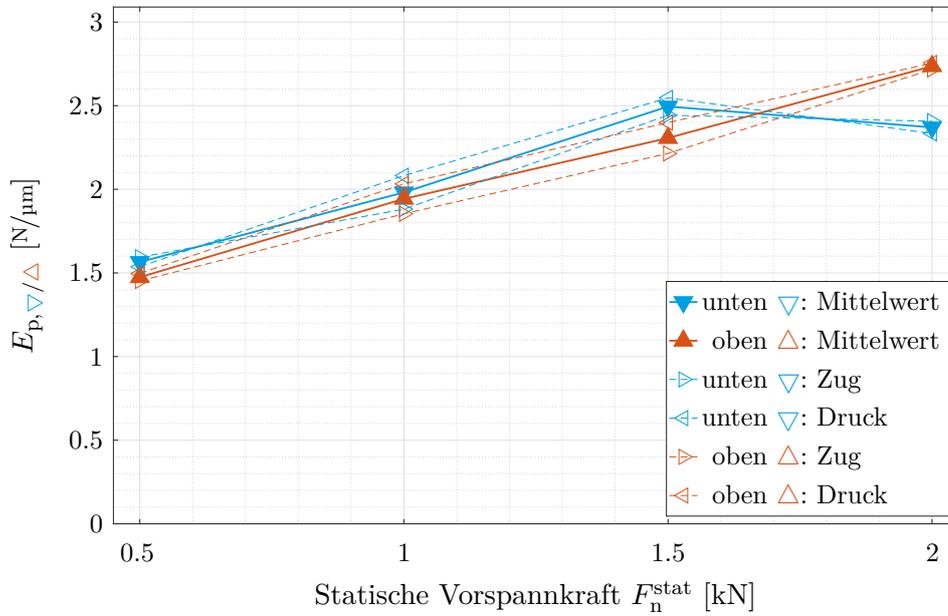


Abbildung 5.12 Parameter E_p in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}

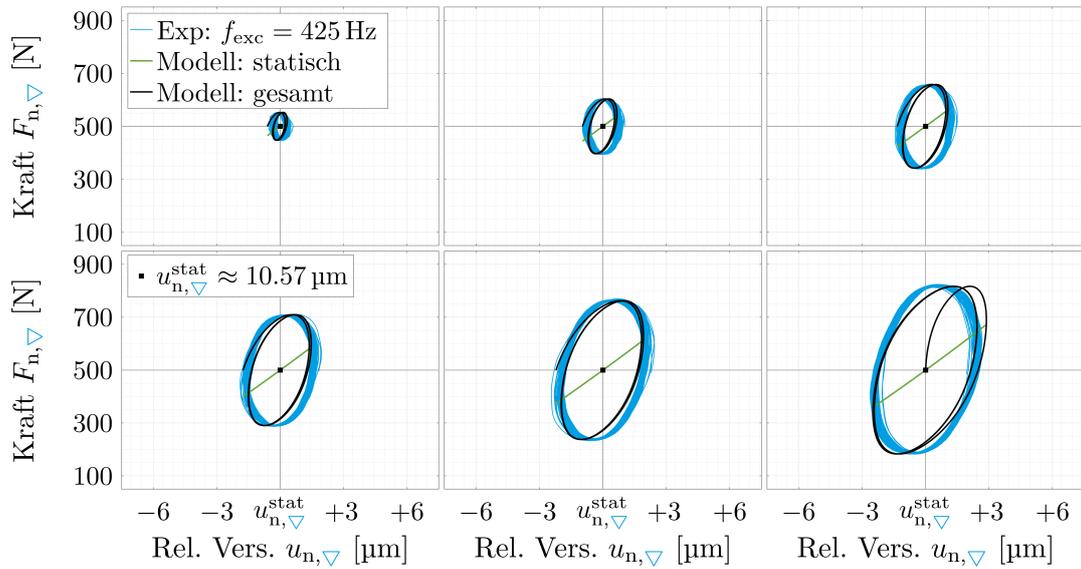


Abbildung 5.13 Vergleich zwischen Experiment und Modell: Dynamische Normalbelastung am unteren Spannungspunkt ∇ bei einer Vorspannkraft von $F_n^{\text{stat}} = 0.5 \text{ kN}$
 Hinweis: Die Bezeichnungen der horizontalen Achse beziehen sich auf $u_{n,\nabla}^{\text{stat}}$, d. h. $+3 \mu\text{m}$ steht für $u_{n,\nabla}^{\text{stat}} + 3 \mu\text{m}$ usw.

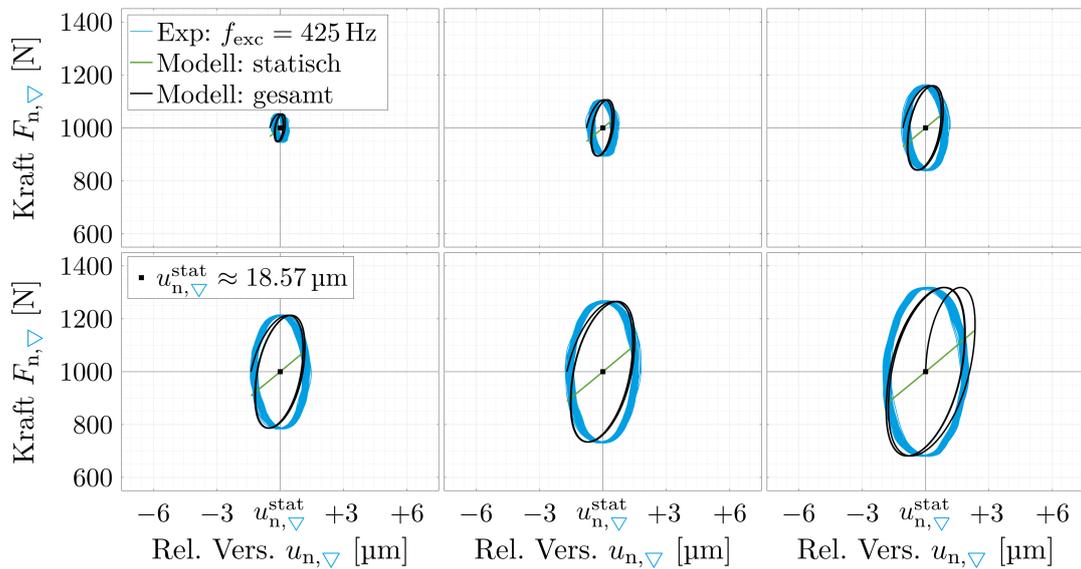


Abbildung 5.14 Vergleich zwischen Experiment und Modell: Dynamische Normalbelastung am unteren Spannungspunkt ∇ bei einer Vorspannkraft von $F_n^{\text{stat}} = 1.0 \text{ kN}$
 Hinweis: Die Bezeichnungen der horizontalen Achse beziehen sich auf $u_{n,\nabla}^{\text{stat}}$, d. h. $+3 \mu\text{m}$ steht für $u_{n,\nabla}^{\text{stat}} + 3 \mu\text{m}$ usw.

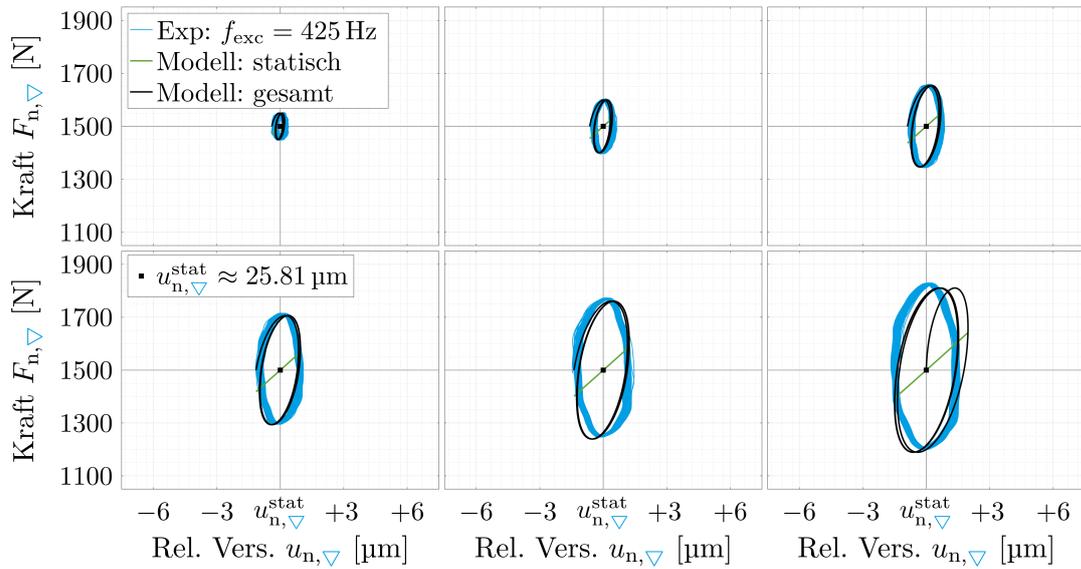


Abbildung 5.15 Vergleich zwischen Experiment und Modell: Dynamische Normalbelastung am unteren Spannpunkt ∇ bei einer Vorspannkraft von $F_n^{\text{stat}} = 1.5 \text{ kN}$
Hinweis: Die Bezeichnungen der horizontalen Achse beziehen sich auf $u_{n, \nabla}^{\text{stat}}$, d. h. $+3 \mu\text{m}$ steht für $u_{n, \nabla}^{\text{stat}} + 3 \mu\text{m}$ usw.

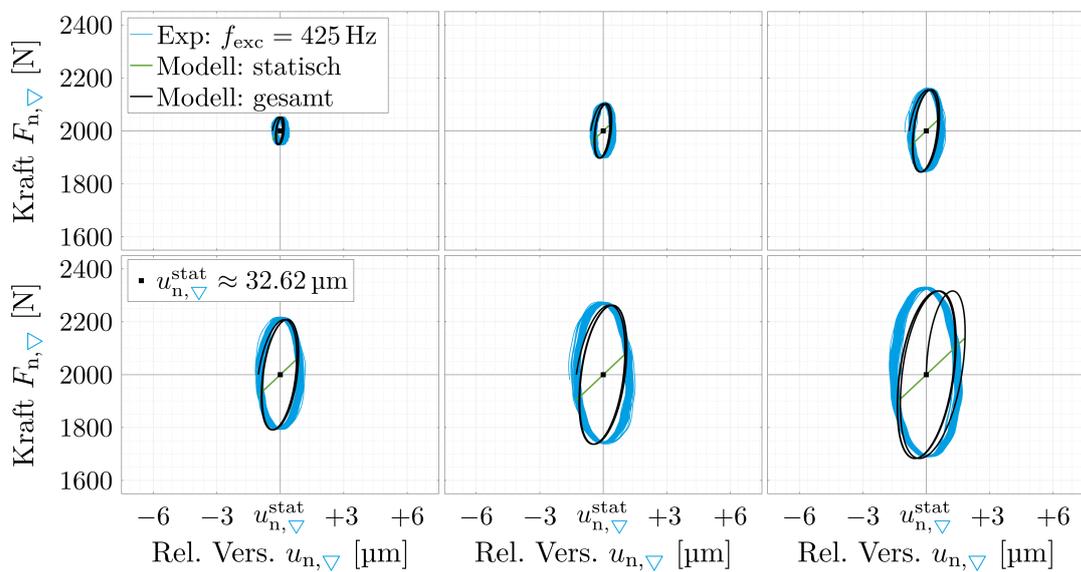


Abbildung 5.16 Vergleich zwischen Experiment und Modell: Dynamische Normalbelastung am unteren Spannpunkt ∇ bei einer Vorspannkraft von $F_n^{\text{stat}} = 2.0 \text{ kN}$
Hinweis: Die Bezeichnungen der horizontalen Achse beziehen sich auf $u_{n, \nabla}^{\text{stat}}$, d. h. $+3 \mu\text{m}$ steht für $u_{n, \nabla}^{\text{stat}} + 3 \mu\text{m}$ usw.

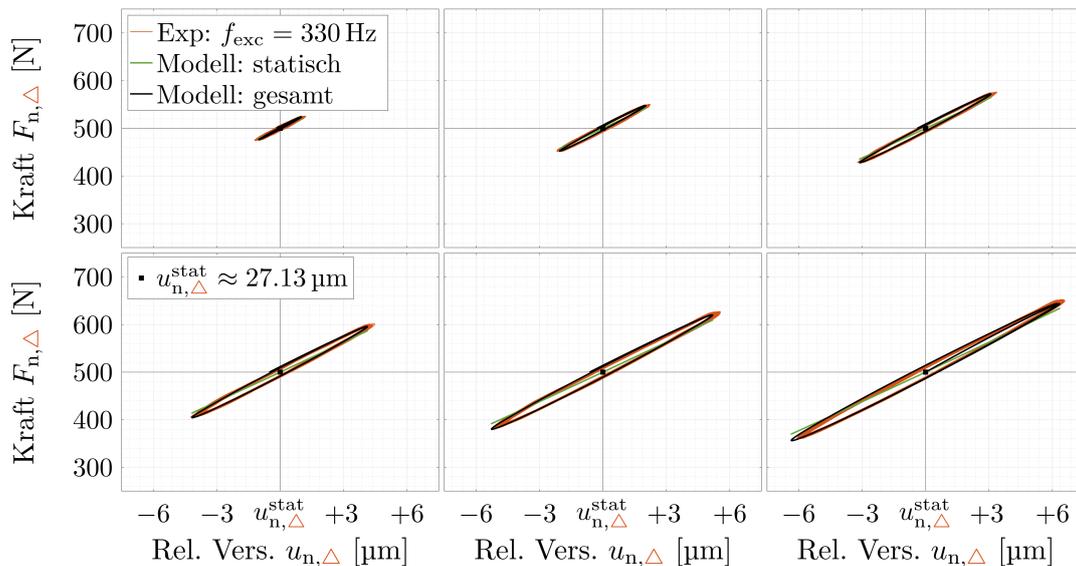


Abbildung 5.17 Vergleich zwischen Experiment und Modell: Dynamische Normalbelastung am unteren Spannungspunkt Δ bei einer Vorspannkraft von $F_n^{\text{stat}} = 0.5 \text{ kN}$
 Hinweis: Die Bezeichnungen der horizontalen Achse beziehen sich auf $u_{n,\Delta}^{\text{stat}}$, d. h. $+3 \mu\text{m}$ steht für $u_{n,\Delta}^{\text{stat}} + 3 \mu\text{m}$ usw.

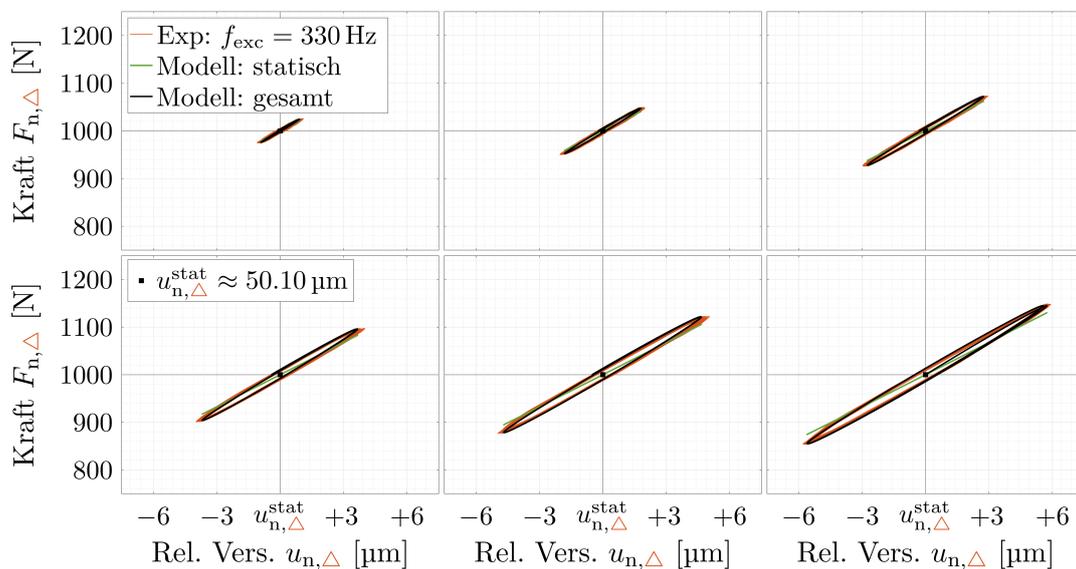


Abbildung 5.18 Vergleich zwischen Experiment und Modell: Dynamische Normalbelastung am unteren Spannungspunkt Δ bei einer Vorspannkraft von $F_n^{\text{stat}} = 1.0 \text{ kN}$
 Hinweis: Die Bezeichnungen der horizontalen Achse beziehen sich auf $u_{n,\Delta}^{\text{stat}}$, d. h. $+3 \mu\text{m}$ steht für $u_{n,\Delta}^{\text{stat}} + 3 \mu\text{m}$ usw.

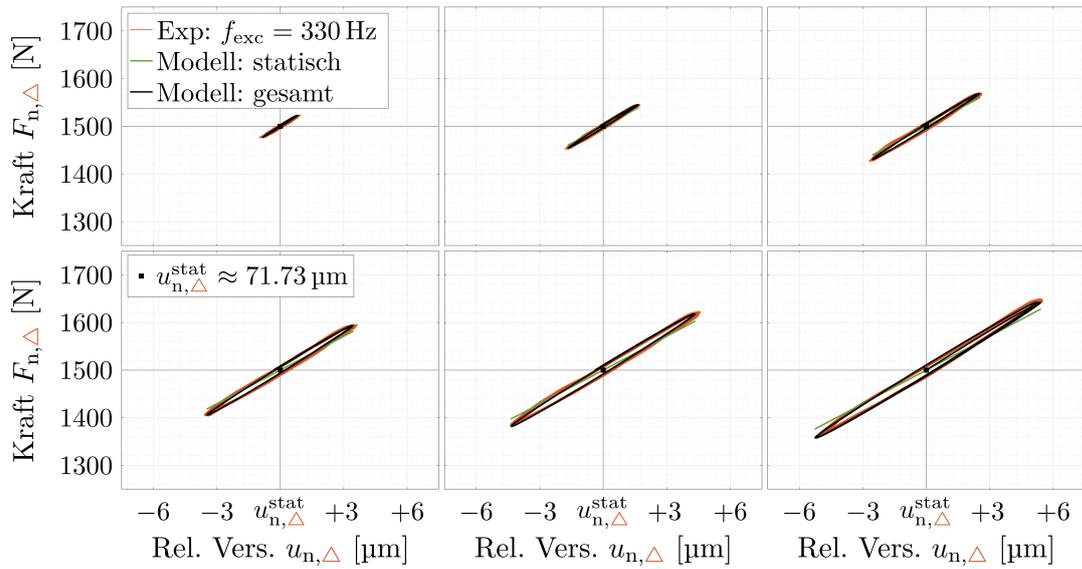


Abbildung 5.19 Vergleich zwischen Experiment und Modell: Dynamische Normalbelastung am unteren Spannpunkt Δ bei einer Vorspannkraft von $F_n^{\text{stat}} = 1.5 \text{ kN}$
Hinweis: Die Bezeichnungen der horizontalen Achse beziehen sich auf $u_{n,\Delta}^{\text{stat}}$, d. h. $+3 \mu\text{m}$ steht für $u_{n,\Delta}^{\text{stat}} + 3 \mu\text{m}$ usw.

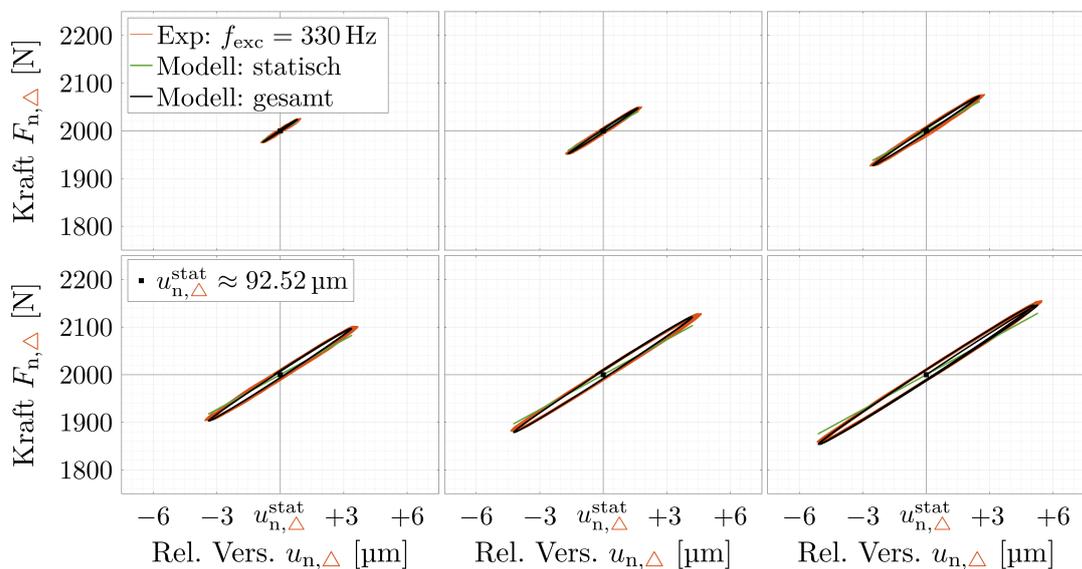


Abbildung 5.20 Vergleich zwischen Experiment und Modell: Dynamische Normalbelastung am unteren Spannpunkt Δ bei einer Vorspannkraft von $F_n^{\text{stat}} = 2.0 \text{ kN}$
Hinweis: Die Bezeichnungen der horizontalen Achse beziehen sich auf $u_{n,\Delta}^{\text{stat}}$, d. h. $+3 \mu\text{m}$ steht für $u_{n,\Delta}^{\text{stat}} + 3 \mu\text{m}$ usw.

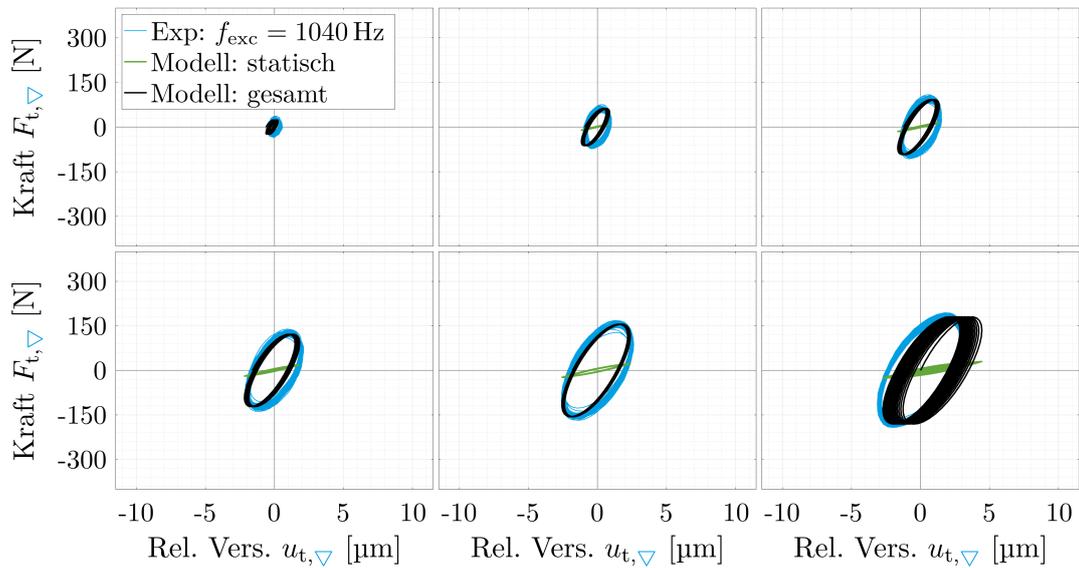


Abbildung 5.21 Vergleich zwischen Experiment und Modell: Dynamische Tangentialbelastung am unteren Spannungspunkt ∇ bei einer Vorspannkraft von $F_n^{\text{stat}} = 0.5$ kN

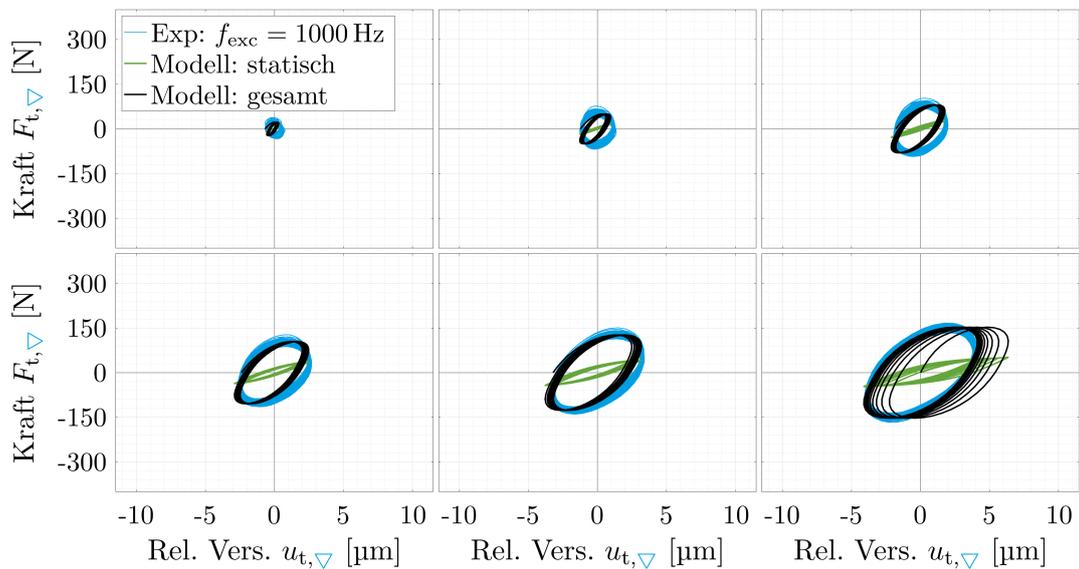


Abbildung 5.22 Vergleich zwischen Experiment und Modell: Dynamische Tangentialbelastung am unteren Spannungspunkt ∇ bei einer Vorspannkraft von $F_n^{\text{stat}} = 1.0$ kN

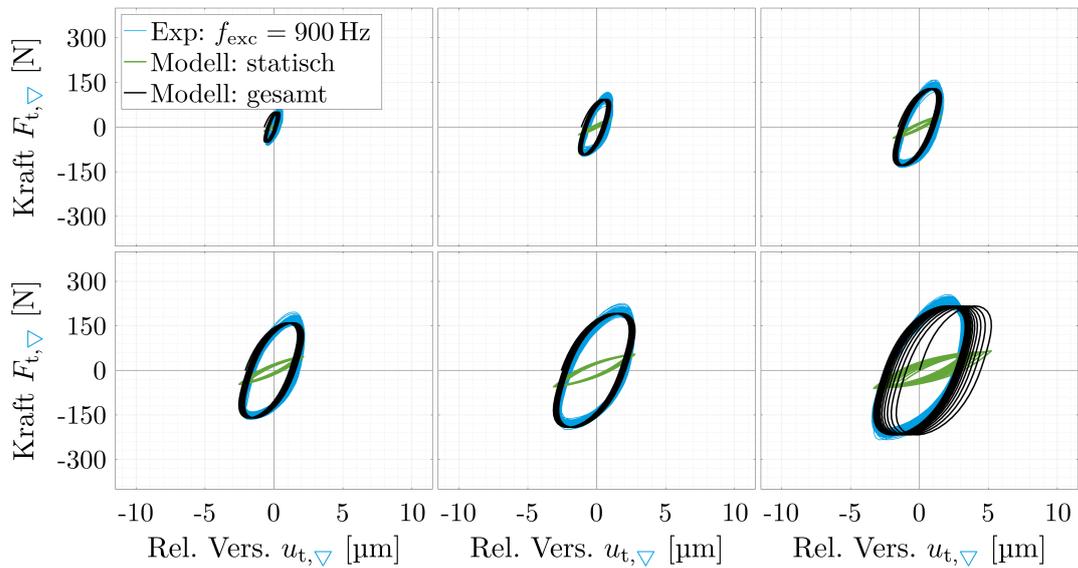


Abbildung 5.23 Vergleich zwischen Experiment und Modell: Dynamische Tangentialbelastung am unteren Spannungspunkt ∇ bei einer Vorspannkraft von $F_n^{\text{stat}} = 1.5 \text{ kN}$

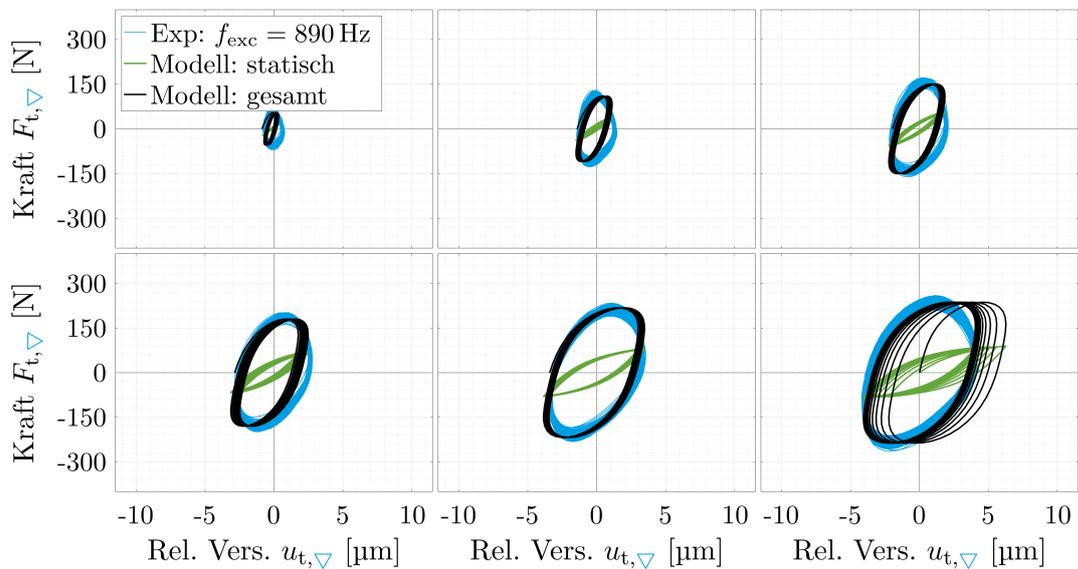


Abbildung 5.24 Vergleich zwischen Experiment und Modell: Dynamische Tangentialbelastung am unteren Spannungspunkt ∇ bei einer Vorspannkraft von $F_n^{\text{stat}} = 2.0 \text{ kN}$

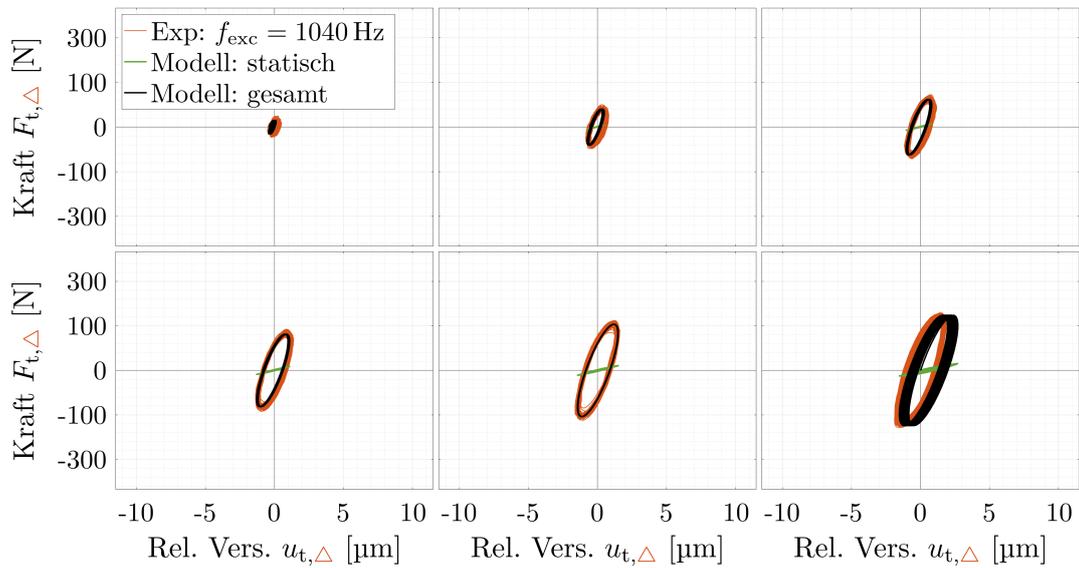


Abbildung 5.25 Vergleich zwischen Experiment und Modell: Dynamische Tangentialbelastung am oberen Spannungspunkt Δ bei einer Vorspannkraft von $F_n^{\text{stat}} = 0.5$ kN

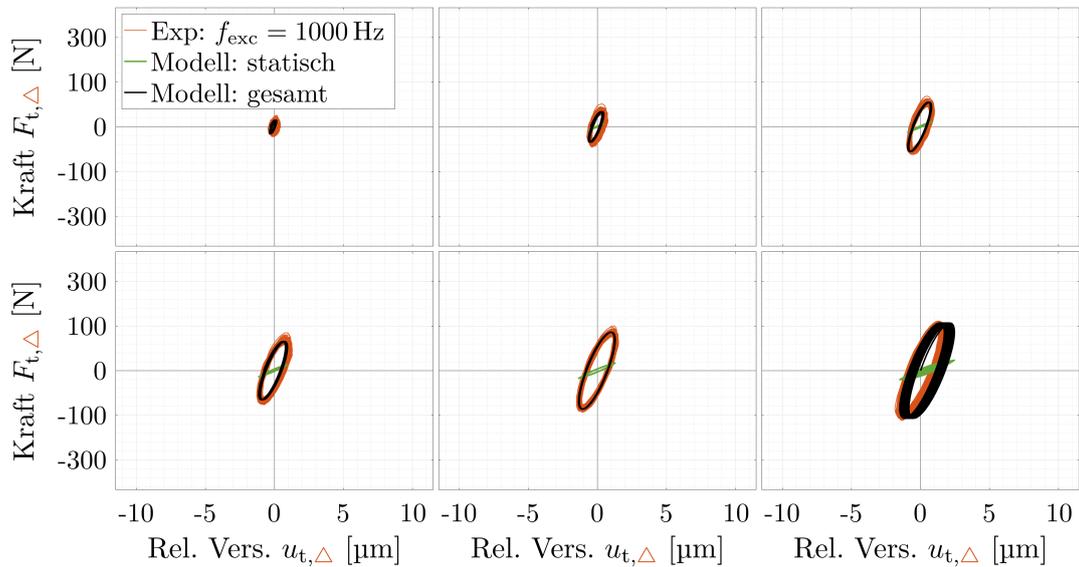


Abbildung 5.26 Vergleich zwischen Experiment und Modell: Dynamische Tangentialbelastung am oberen Spannungspunkt Δ bei einer Vorspannkraft von $F_n^{\text{stat}} = 1.0$ kN

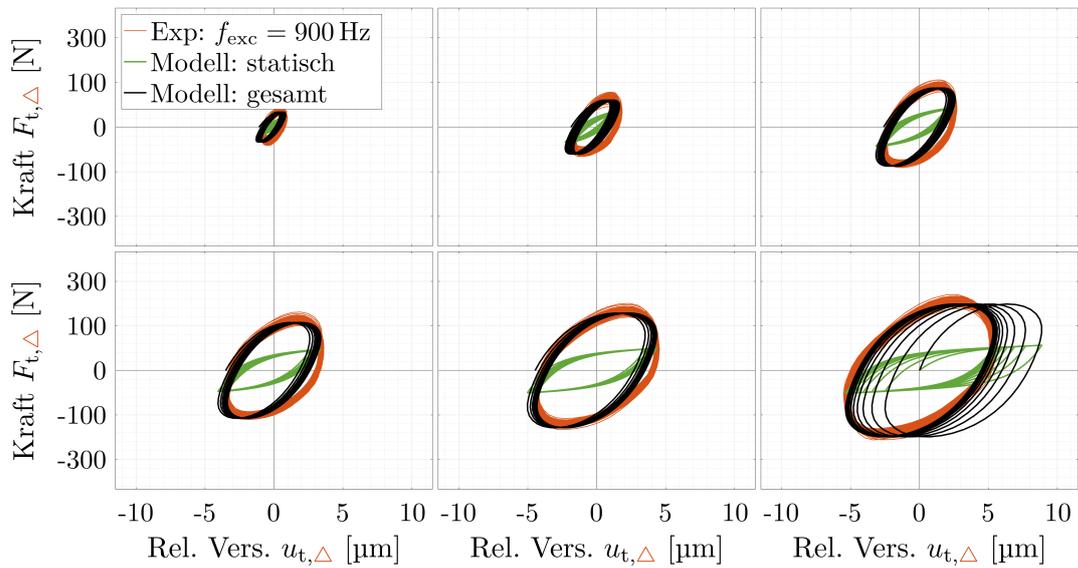


Abbildung 5.27 Vergleich zwischen Experiment und Modell: Dynamische Tangentialbelastung am oberen Spannungspunkt Δ bei einer Vorspannkraft von $F_n^{\text{stat}} = 1.5 \text{ kN}$

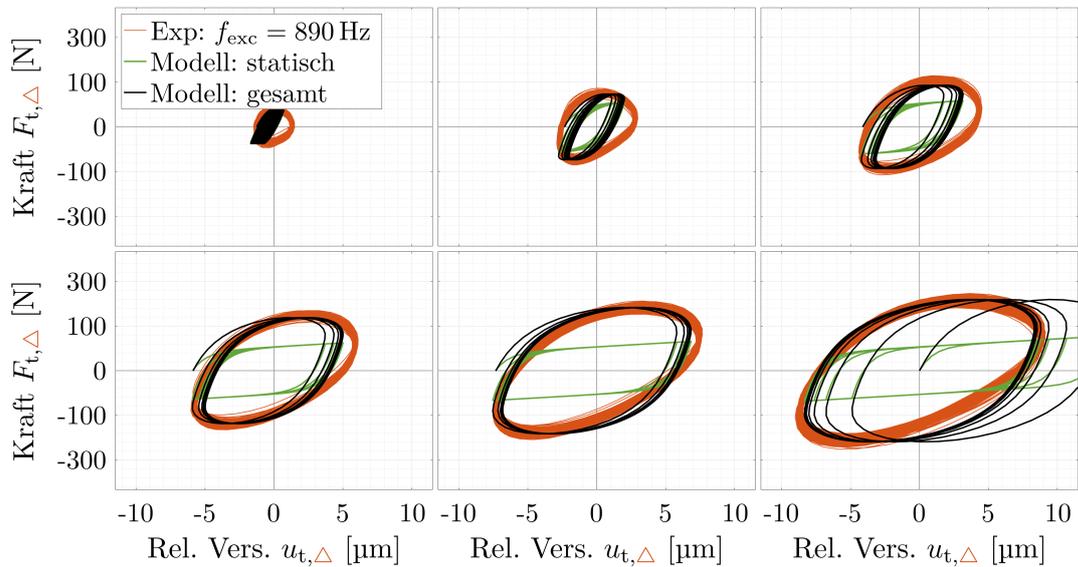


Abbildung 5.28 Vergleich zwischen Experiment und Modell: Dynamische Tangentialbelastung am oberen Spannungspunkt Δ bei einer Vorspannkraft von $F_n^{\text{stat}} = 2.0 \text{ kN}$

5.6 Ergänzende Untersuchungen

Zur Verifizierung des Tangentialkontaktmodells liegen ergänzend Untersuchungen für ein Spannsystem bestehend aus einem Aluminium-Werkstück (EN AW-7075) und zwei hydraulischen Schwenkspannern vor [158]. Diese Ergebnisse werden im Folgenden kurz vorgestellt. Eine ausführliche Darstellung findet sich in der genannten Veröffentlichung. Die betrachteten Schwenkspanner sind Teil eines modularen Spannsystems zum Spannen von großen Bauteilen [70]. Das Ziel dieser Untersuchungen ist die Überprüfung der Eignung des Tangentialmodells zur Beschreibung des Kontaktverhaltens eines Spannsystems bestehend aus Schwenkspannern. Das Vorgehen bei den Experimenten und bei der Auswertung entspricht prinzipiell dem erläuterten Ansatz in Kap. 5.2 bzw. 5.3.

5.6.1 Schwenkspanner: Statische Versuche

Der Versuchsaufbau für die statischen Versuche ist in Abb. 5.29 dargestellt. Es werden zwei Spanner in Kontakt gebracht, wobei der Spanndruck konstant bei 160 bar gehalten wird. Die statische Kraftbelastung erfolgt mittig über eine Gewindestange. Im Unterschied zu Kap. 4.1 werden die Verschiebungen mittels Lasertriangulationssensoren (Keyence LK-H157) gemessen. Die Verschiebung des Werkstücks wird mittig oberhalb der Kraftereinleitungsstelle erfasst, davon werden jeweils die Verschiebungen an den linken und rechten Spannschraubenköpfen abgezogen. Die Messdaten zeigen eine gute Symmetrie (vgl. Abb. 5.30), sodass davon ausgegangen werden kann, dass die Kraft sich gleichmäßig auf die beiden Spannstellen verteilt. Die Auswertung erfolgt analog zu Kap. 5.3.1 und zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen Modell und Experiment. Die identifizierten Parameter sind in Tab. 5.1 aufgelistet.

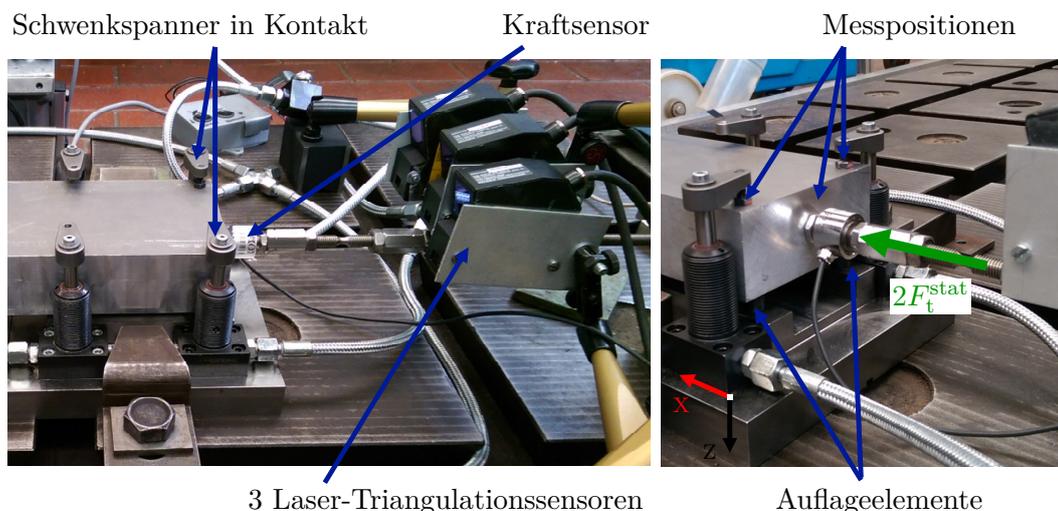


Abbildung 5.29 Versuchsaufbau zur Bestimmung der statischen Kontakteigenschaften von Schwenkspannern in Tangentialrichtung

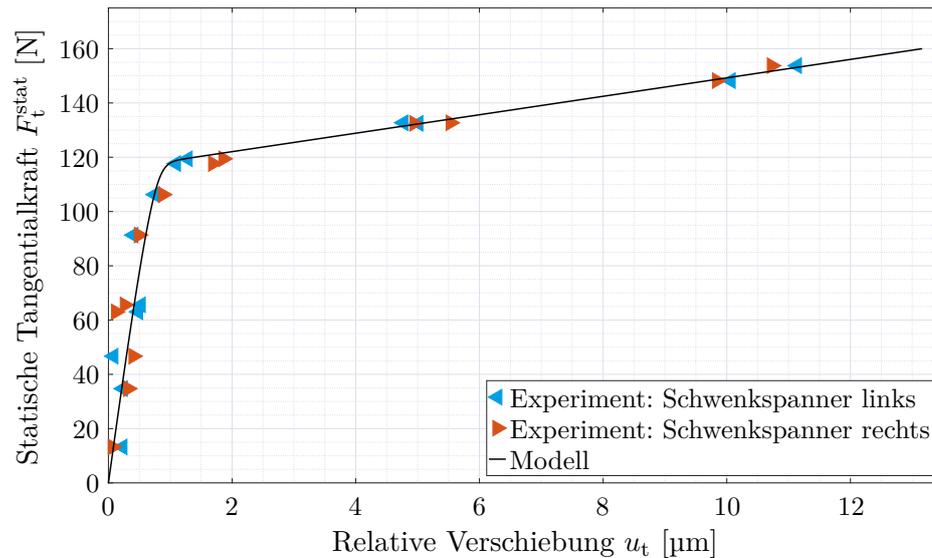


Abbildung 5.30 Identifikation des statischen Anteils des Tangentialkontaktmodells für ein Spannsystem bestehend aus zwei Schwenkspannern

5.6.2 Schwenkspanner: Dynamische Versuche

Zur Bestimmung der dynamischen Eigenschaften wird das System an einen Shaker angekoppelt (vgl. Abb. 5.31) und sinusförmig mit der ersten Eigenfrequenz in Tangentialrichtung ($f_{\text{exc}} = 550 \text{ Hz}$) angeregt. Es werden sechs verschiedene Kraftamplituden separat, d. h. mit zeitlicher Unterbrechung zwischen den Belastungen, aufgebracht. Die Erfassung der Beschleunigungen erfolgt mit piezoelektrischen Sensoren (B&K 8230-002). Die Ermittlung der Verschiebungen geschieht durch Integration der Beschleunigungssignale im Frequenzraum [159].

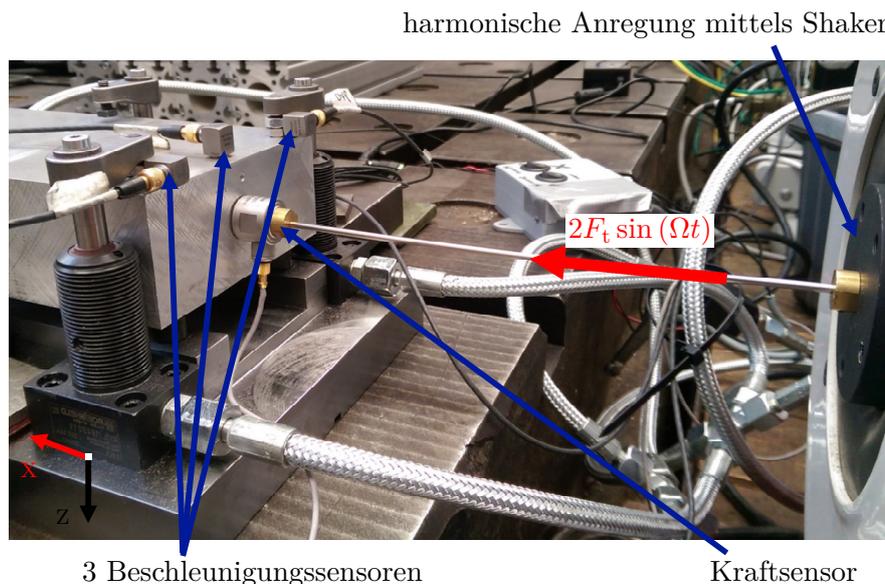


Abbildung 5.31 Versuchsaufbau zur Bestimmung der dynamischen Kontakteigenschaften von Schwenkspannern in Tangentialrichtung

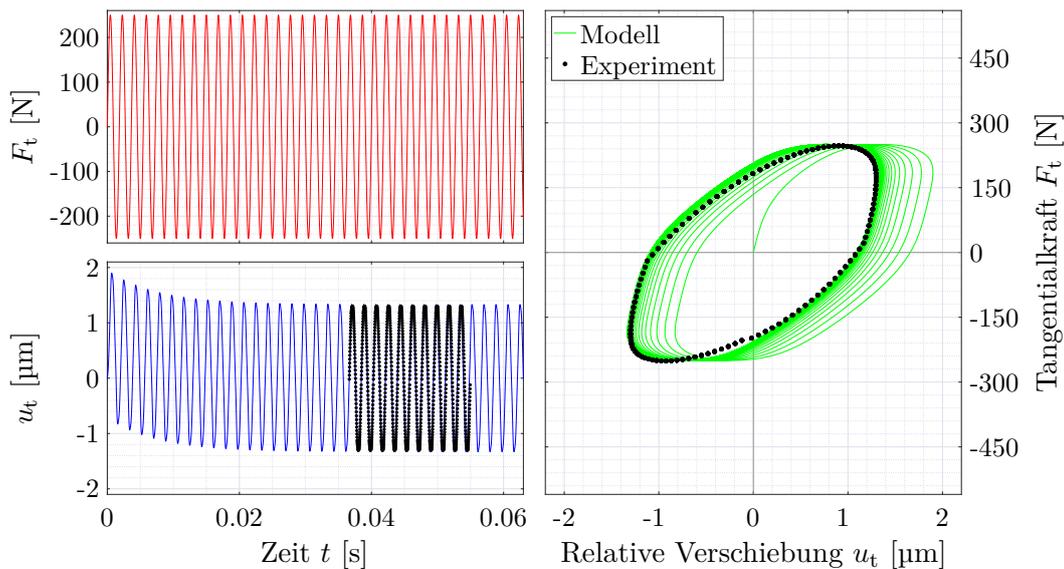


Abbildung 5.32 Identifikation des geschwindigkeitsabhängigen Anteils des Tangentialkontaktmodells für ein Spannsystem bestehend aus zwei Schwenkspannern

Das Vorgehen ist ähnlich zu dem in Kap. 5.3.2. Es werden jeweils zehn Zyklen des Modells mit einem „gemittelten“ Zyklus verglichen (vgl. Abb. 5.32). Die Identifikation erfolgt jedoch nur für die größte Kraftamplitude von 250 N, sodass die anderen Kraftamplituden der Validierung dienen können (vgl. Abb. 5.33). Die Fläche innerhalb einer Hysterese kann als Dissipationsarbeit aufgefasst werden (vgl. Kap. 4.2.3 und Abb. 5.34). Zunächst kann festgehalten werden, dass die Verteilung der Belastung relativ symmetrisch erfolgt, sodass auch hier davon ausgegangen werden kann, dass beide Spannstellen den gleichen Kraftanteil aufnehmen.

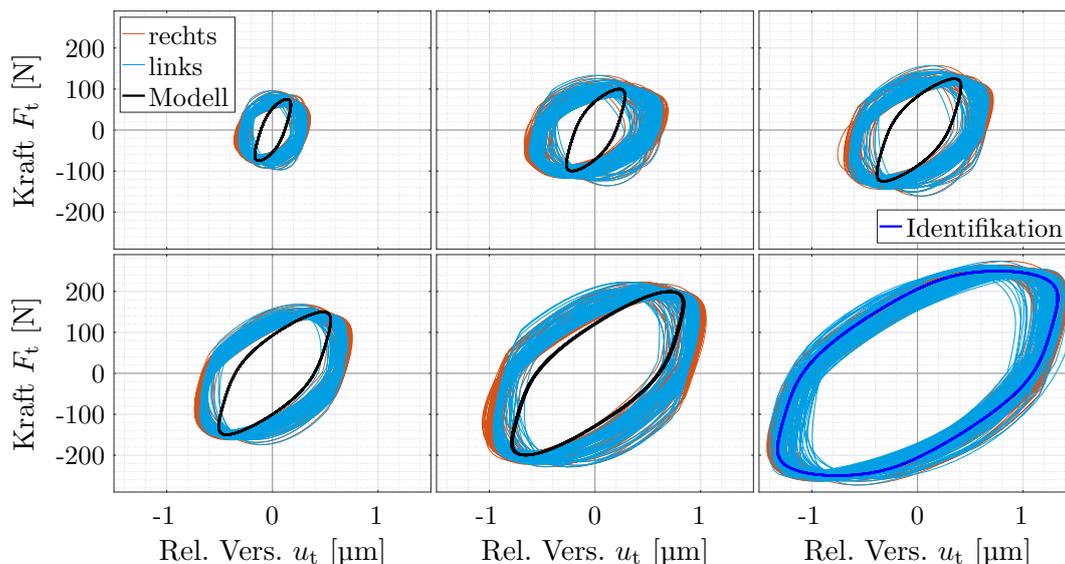


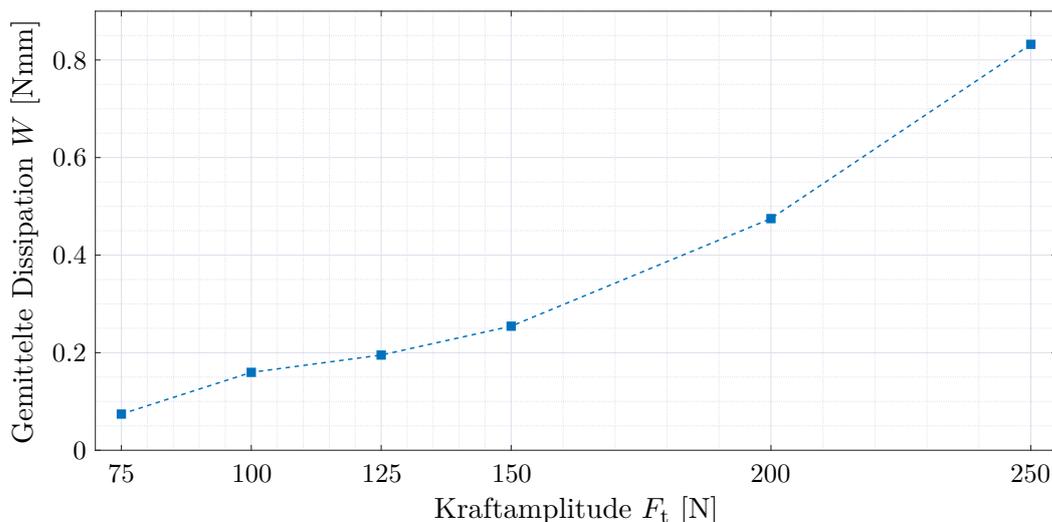
Abbildung 5.33 Validierung des Tangentialkontaktmodells für ein Spannsystem bestehend aus zwei Schwenkspannern

Tabelle 5.1 Identifiziertes Tangentialkontaktmodell für ein Schwenkspanner-Spannsystem

E_e [N/ μm]	E_p [N/ μm]	β [μm]	κ [-]	E_{0t} [N/ μm]	λ_t [10^{-4}s]	m_{1t} [N]	m_{2t} [-]
165	3.4	0.72	0.9	910	3.7	41.0	3.03

Für die höheren Kraftamplituden zeigt das Modell eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Die Form und die maximalen Relativverschiebungen werden gut wiedergegeben. Bei den niedrigeren Kraftamplituden ist die Abweichung zwar größer, dennoch konnte das Potential des Modells zur Beschreibung des statischen und dynamischen Tangentialverhaltens nachgewiesen werden. Man könnte durch Modifikationen des Modells versuchen eine bessere Übereinstimmung zu erzielen (vgl. Kap. 2.8). Da es sich hierbei um erste Versuche handelt, wurden diese Ansätze nicht weiterverfolgt.

Die bisher betrachteten Systeme, Aufsitzspanner und Schwenkspanner, sind bzgl. der Art, wie die Spannkraft wirkt, ähnlich. Ergänzende Untersuchungen zeigen jedoch, dass das inelastische Verhalten auch bei anderen Spannsystemen zu beobachten ist. Die Abb. 5.35a zeigt eine zylindrische Probe in einem Handspannfutter (Hainbuch TOROK mit Spannkopf RD). Über eine Gewindestange wird die Probe mit einer statischen Kraft belastet, die mit einem Kraftsensor basierend auf Dehnungsmessstreifen (HBM U9C) gemessen wird. Die Erfassung der Verschiebungen erfolgt mit induktiven Messtastern (Mahr Millimar P2004). Die Aufbringung der Kraft erfolgt ähnlich wie in Kap. 4.3.1 beschrieben, d. h. aus Haltephasen werden gemittelte Werte für die Kraft bzw. Verschiebung gebildet. Das Ziel dieser Untersuchung ist die Ermittlung der statischen Steifigkeit der Probe. Dennoch lassen sich aus dem Kraft-Verschiebungsdiagramm einige Rückschlüsse auf das Verhalten des Spannsystems ableiten.

**Abbildung 5.34** Gemittelte Dissipationsarbeit pro Zyklus in den Kontaktstellen eines Spannsystems bestehend aus zwei Schwenkspannern

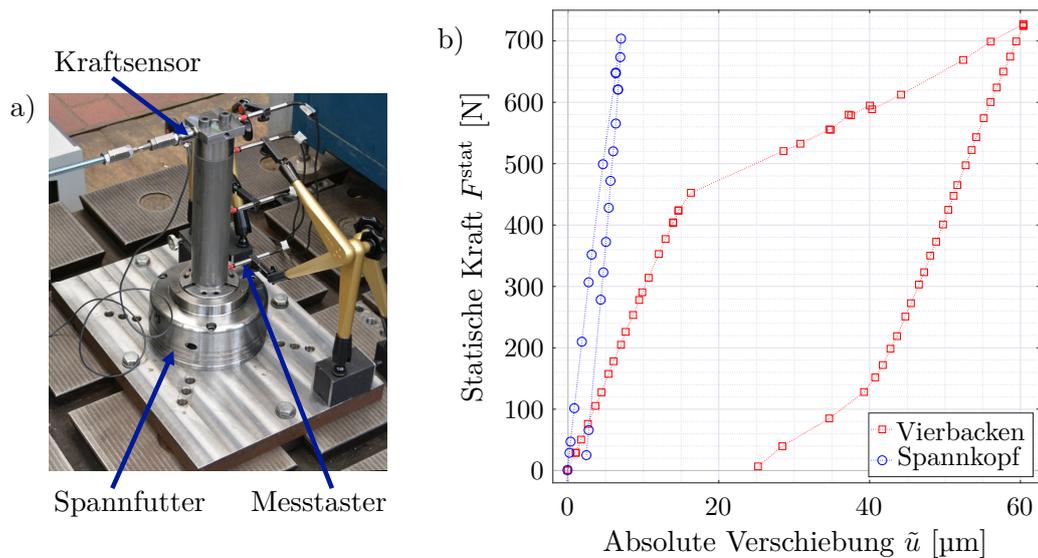


Abbildung 5.35 Statische Belastung einer zylindrischen Probe in einem Spannfutter:
a) Versuchsaufbau mit einem Spannkopf
b) Kraft-Verschiebungsdiagramm für die unterste Messstelle

Man erkennt anhand der Absolutverschiebung des untersten Messtasters, dass das Spannsystem ein inelastisches Gesamtverhalten bewirkt (vgl. Abb. 5.35b). Die Hysterese wird deutlicher, wenn zur Einspannung ein Vierbackenspannfutter verwendet wird, das sehr viel nachgiebiger ist und ein größeres Spiel hat als der Spannkopf. Es sind weiterführende Untersuchungen notwendig, um zu klären, ob das vorgeschlagene Tangentialkontaktmodell dieses statische Verhalten beschreiben kann. Ebenfalls interessant wäre an dieser Stelle eine Untersuchung des rotatorischen Kontaktverhaltens. Die Bestimmung des Verdrehwinkels bei einem vorgegebenen Drehmoment stellt jedoch eine gewisse, messtechnische Herausforderung dar.

Davon abgesehen, würde eine beabsichtigte, numerische FE-Implementierung neue Hindernisse aufzeigen, da, zumindest in ANSYS, mit den vorhandenen Benutzerroutinen eine Beschreibung des rotatorischen Übertragungsverhaltens nicht möglich ist. Hier sind neue Ideen gefragt. Weiterführend könnte untersucht werden, ob sich komplexere Spannsysteme, wie z. B. Stößelspannsysteme [160, 161], durch die Analyse der Einzelkomponenten mit inelastischen Modellen abbilden lassen. Im Rahmen dieser Arbeit werden diese Ansätze allerdings nicht weiter betrachtet. Um das vorgeschlagene Modell in Berechnungen sinnvoll einsetzen können, erfolgt eine Implementierung in das FE-Programm ANSYS. Anschließend erfolgt ein Vergleich zwischen einer FE-Simulation mit einem neuen experimentellen Datensatz (vgl. Kap. 6.3).

6 | Simulation und Validierung

6.1 Implementierung in ANSYS

Der Identifikationsprozess zeigt, dass die in den Kap. 2.6 und 2.7 vorgestellten Modelle die experimentellen Beobachtungen gut abbilden können. Um deren praxisnahen Einsatz zu ermöglichen, werden die Modelle in eine Simulationsumgebung integriert. Im Laufe der Zeit hat sich aufgrund der verfügbaren Rechenkapazitäten die FE-Methode als eine weitverbreitete Technik zur Lösung von physikalischen Problemen etabliert [162]. In dieser Arbeit wird das FE-Programm ANSYS 18.1 verwendet. Das Programm bietet zur Integration von eigenen Kontaktmodellen die benutzerdefinierte Subroutine `USERINTER` an [163]. Hierbei handelt es sich um ein Programm in FORTRAN 77, welches die Spannung eines Kontaktelementes in Abhängigkeit von u. a. der Relativverschiebung zurückgibt. In dieser Arbeit werden die finiten Kontaktelemente `CONTA174` verwendet [164]. Bei diesen Elementen handelt es sich um Oberflächen mit Zwischenknoten, d. h. sie haben keine Dicke (zero-thickness contact element [165]). Diese Elemente werden auf den Oberflächen zwischen Volumen- oder Schalenelementen generiert und legen dadurch das Verhalten zwischen den Kontaktpartnern fest (vgl. Abb. 6.1). Ausführungen zu Kinematik und mathematische Formulierungen in Kontaktberechnungen gibt z. B. Rust [166]. Theoretische Grundlagen zu der FE-Methode und Einführungen in das FE-Program ANSYS liefern u. a. die Bücher von Bathe [167], Zienkiewicz et al. [168], Stolarski et al. [169], Gebhardt [170] bzw. Madenci und Guven [171].

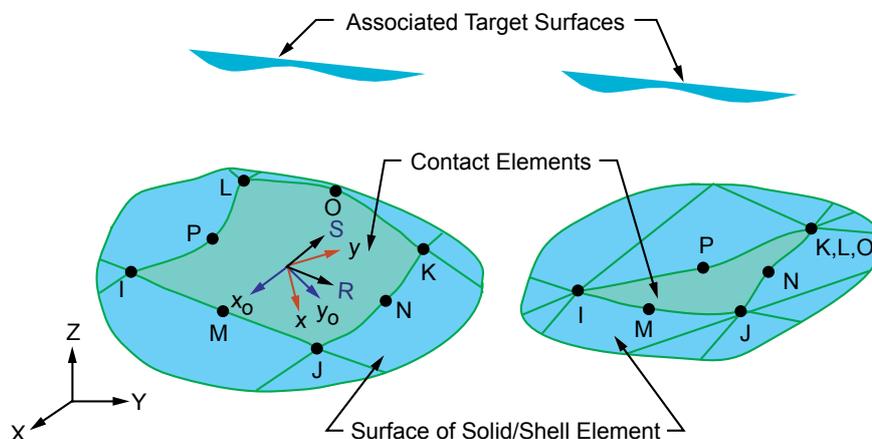


Abbildung 6.1 Kontaktelement `CONTA174` [164, Fig. 174.1]

Im Folgenden wird das Vorgehen bei der Implementierung vorgestellt. Eine Empfehlung zur Nutzung der Kontaktmodelle in ANSYS wird in Anhang B.2 gegeben. Der Quellcode der kompletten Subroutine findet sich im Anhang B.3. Für Informationen zur Kompilierung sei auf die ANSYS-Dokumentation verwiesen [172].

Um die Kontaktmodelle in die Subroutine `USERINTER` integrieren zu können, müssen die Modelle zunächst in inkrementeller Form umgeschrieben werden. Das Normalkontaktmodell (2.6.5) lautet für $u_{n,k} + \Delta u_n > 0$

$$F_{n,k+1}^{\text{stat}} = c_n [u_{n,k} + \Delta u_n]^{m_n} \quad \text{mit} \quad u_{n,0} = u_{n,0}^{\text{stat}} \quad (6.1.1a)$$

$$F_{n,k+1}^{\text{mem}} = -\frac{F_{n,k}^{\text{mem}} \Delta t}{\lambda_n M(F_{n,k}^{\text{mem}})} + \left[E_{0n} - c_n m_n [u_{n,k} + \Delta u_n]^{m_n-1} \right] \Delta u_n + F_{n,k}^{\text{mem}}, \quad (6.1.1b)$$

wobei Δt und Δu_n die inkrementellen Schritte in der Zeit bzw. der Relativverschiebung darstellen. Die Größe $u_{n,k}$ ist die akkumulierte Relativverschiebung in Normalenrichtung. Der Index k bezieht sich auf den aktuellen Schritt, dementsprechend ist $k+1$ der darauffolgende Iterationsschritt. Die Größe $u_{n,0}^{\text{stat}}$ dient der Berücksichtigung einer statischen Vorspannung $F_{n,0}^{\text{stat}}$. Der Wert berechnet sich aus der Gl. (2.6.5a)

$$u_{n,0}^{\text{stat}} = \left[\frac{F_{n,0}^{\text{stat}}}{c_n} \right]^{1/m_n}. \quad (6.1.2)$$

Falls keine Vorspannung eingegeben wird, so ist $u_{n,0}^{\text{stat}} \equiv 0$. Für das Modell in Tangentialrichtung (2.7.14) erfolgt die inkrementelle Umformulierung analog

$$F_{t,k+1}^{\text{stat}} = E_e \frac{\beta E_e - \text{sign}\left(\frac{\Delta u_t}{\Delta t}\right) \left[F_{t,k}^{\text{stat}} - E_p u_{t,k} \right]}{\beta E_e - \kappa \text{sign}\left(\frac{\Delta u_t}{\Delta t}\right) \left[F_{t,k}^{\text{stat}} - E_p u_{t,k} \right]} \Delta u_t + F_{t,k}^{\text{stat}} \quad (6.1.3a)$$

$$F_{t,k+1}^{\text{mem}} = -\frac{F_{t,k}^{\text{mem}} \Delta t}{\lambda_t M(F_{t,k}^{\text{mem}})} + \left[E_{0t} - \frac{F_{t,k+1}^{\text{stat}} - F_{t,k}^{\text{stat}}}{\Delta u_t} \right] \Delta u_t + F_{t,k}^{\text{mem}}. \quad (6.1.3b)$$

Da die Subroutine als Rückgabewerte die Spannungen erwartet, muss abschließend die resultierende Kraft $F_{n/t,k+1} = F_{n/t,k+1}^{\text{stat}} + F_{n/t,k+1}^{\text{mem}}$ durch die Fläche A_c des Kontaktelementes geteilt werden, d. h. $F_{n/t,k+1}/A_c$. Zur Verifizierung der Implementierung der Gl. (6.1.1) und (6.1.3) werden zwei transiente Simulationen in ANSYS durchgeführt. Anschließend erfolgt die Überprüfung der Ergebnisse auf Plausibilität sowie ein Vergleich mit durchgeführten MATLAB-Berechnungen. Die gewählten Modellparameter sind in Tab. 6.1 aufgelistet. Sie haben keinen physikalischen Bezug und dienen lediglich der Verifizierung der Subroutine. Das FE-Modell besteht aus einem Würfel (Kantenlänge 20 mm), der auf einem starren Quader aufliegt. Dem Würfel wird ein linear-elastisches, isotropes Materialverhalten zugeordnet (E-Modul 70 GPa, Querkontraktionszahl 0.33, Dichte 2850 kg/m³). In der ersten Simulation wird die Kontaktfläche des Würfels mit einer zyklischen Normalkraft belastet (vgl. Abb. 6.2a).

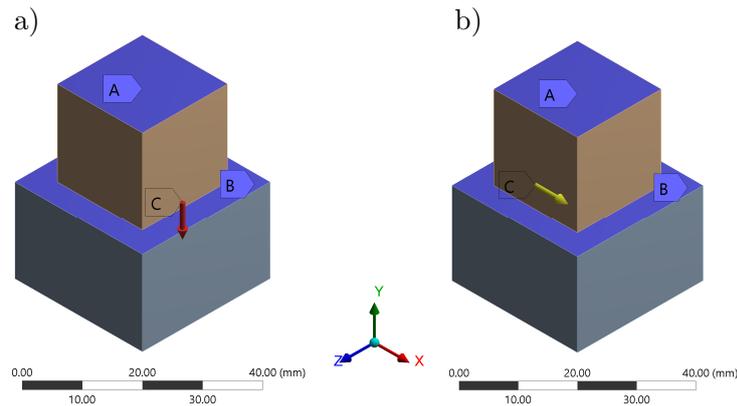


Abbildung 6.2 Simulationen zur Verifizierung der Implementierung in ANSYS: A = eingespannt, B = starre Fläche, C = Belastung der Kontaktfläche in a) Normalenrichtung als Kraft, b) Tangentialrichtung als Verschiebung

Abb. 6.3 zeigt die Normalkraft und Relativverschiebung eines Knotens in der Kontaktfläche. Die Simulationsergebnisse entsprechen den theoretischen Erwartungen an das Modell. Die statische Kraftkurve als Potenzfunktion sowie die Steigung E_{0n} finden sich im Kraft-Relativverschiebungsdiagramm wieder (vgl. auch Kap. 2.6). Die MATLAB-Berechnung liefert, von kleinen numerischen Abweichungen abgesehen, die gleichen Werte wie die ANSYS-Simulation. Zur Verifizierung des Tangentialmodells wird in einer zweiten Simulation die Kontaktfläche mit einer Verschiebung belastet (vgl. Abb. 6.2b). Die Relativverschiebung des Kontaktes entspricht der vorgegeben Verschiebung, da die untere Kontaktfläche starr ist. Die Simulationsergebnisse aus ANSYS und MATLAB stimmen auch in diesem Fall überein (vgl. Abb. 6.4). Die Kurvenverläufe entsprechen ebenfalls den theoretischen Erwartungen an das Modell (vgl. auch Kap. 2.7). Die Steifigkeiten E_{0t} , E_e und E_p können z. B. direkt aus dem Kraft-Relativverschiebungsdiagramm ermittelt werden.

Die Ergebnisse bestätigen die korrekte Implementierung der Modelle in ANSYS. In der Subroutine müssen jedoch aufgrund von numerischen Aspekten einige Besonderheiten berücksichtigt werden. Die Normalkontaktsteifigkeit sollte nicht zu groß sein, da ansonsten Konvergenzprobleme auftreten (contact chattering [173]). Die einfachste Möglichkeit dies zu verhindern, ist die Reduzierung der Normalsteifigkeit. In der vorliegenden Implementierung wird überprüft, ob die Steifigkeit des Modells größer als die von ANSYS vorgeschlagene Steifigkeit für einen „nicht-trennbaren Kontakt“ (No Separation) ist.

Tabelle 6.1 Modellparameter der Simulationen zur Verifizierung der Implementierung

c_n [N]	m_n [-]			E_{0n} [N/ μm]	λ_n [10^{-3}s]	m_{1n} [N]	m_{2n} [-]
27	1.2			200	1	10	0.5
E_e [N/ μm]	E_p [N/ μm]	β [μm]	κ [-]	E_{0t} [N/ μm]	λ_t [10^{-4}s]	m_{1t} [N]	m_{2t} [-]
20	2	2	0.3	135	3	220	0.1

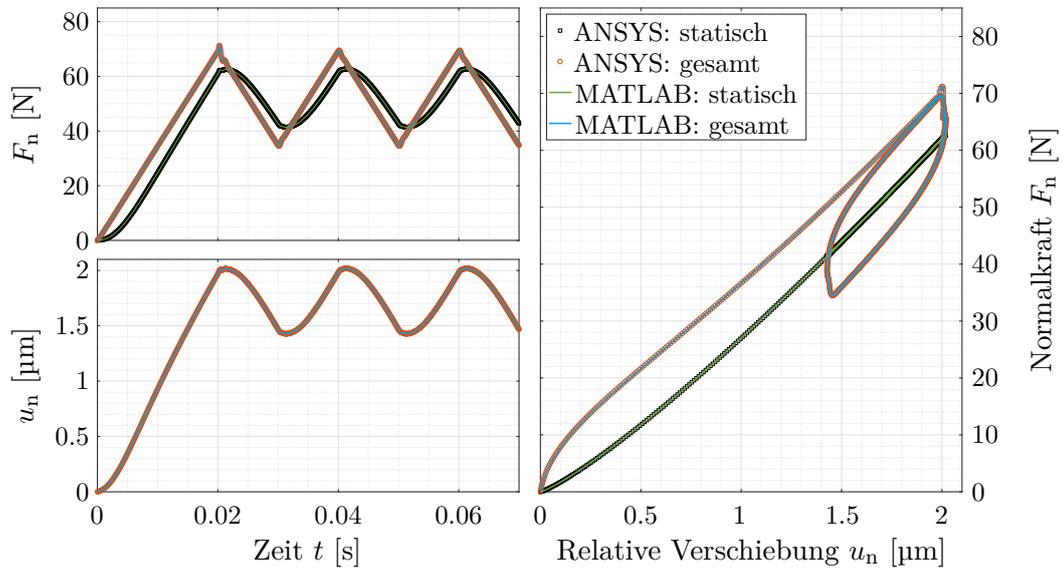


Abbildung 6.3 Vergleich des Normalkontaktmodells in ANSYS und MATLAB

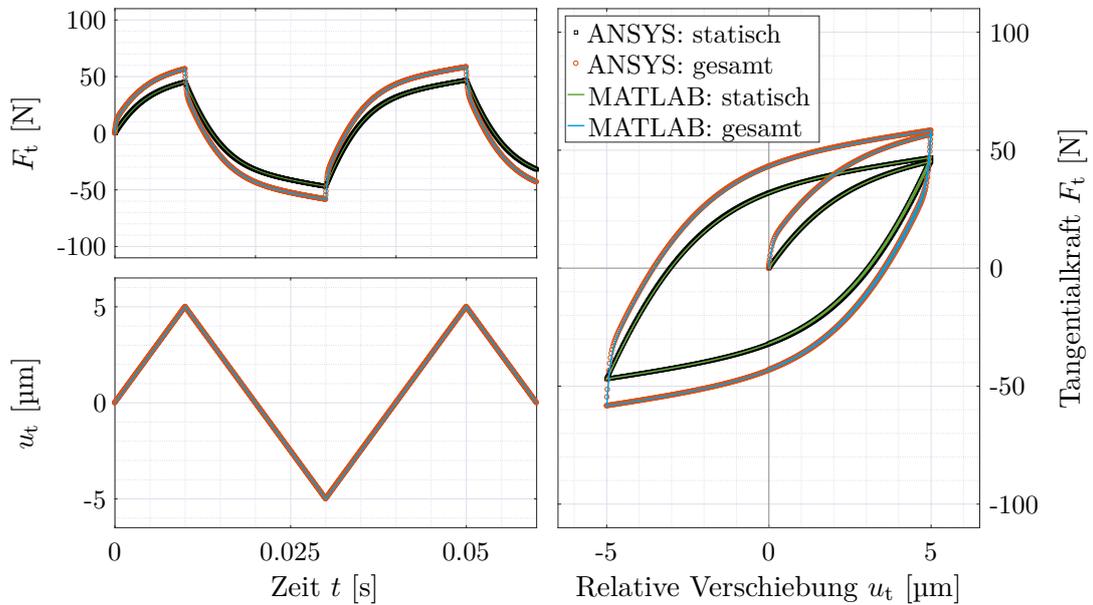


Abbildung 6.4 Vergleich des Tangentialkontaktmodells in ANSYS und MATLAB

Falls diese Bedingung wahr ist, so werden die beiden Gl. (6.1.1) durch

$$F_{n,k+1} = k_{\text{FKN}} K_n \Delta u_n A_c \quad (6.1.4)$$

ersetzt, wobei k_{FKN} ein Skalierungswert und K_n die Normalkontaktsteifigkeit pro Fläche ist. Der Wert K_n wird von ANSYS in Abhängigkeit von u. a. der Größe und der Steifigkeit der angrenzenden Elemente automatisch berechnet [163]. Es besteht also die Möglichkeit über K_n und k_{FKN} (standardmäßig ist $k_{\text{FKN}} = 1$) die Normalsteifigkeit zu beeinflussen. Zur Verbesserung des Konvergenzverhaltens ist es sinnvoll, dass die Kontaktpartner stets verbunden sind. Bei einem offenen Kontakt, d. h. sofern $u_{n,k} + \Delta u_n \leq 0$ gilt, wird daher ebenfalls die Gl. (6.1.4) verwendet. Dieser Ansatz ist zweckmäßig, da bei einem Spannsystem normalerweise kein (makroskopisch) offener Kontakt entsteht. Daraus folgt, dass die FE-Implementierung ein Loslösen des Werkstücks nicht erfassen kann. In dieser Arbeit wird jedoch das Konvergenzverhalten als wichtiger erachtet.

Die einzige Möglichkeit, das Dämpfungsverhalten in der Subroutine USERINTER zu berücksichtigen, ist das Definieren einer Dämpfungsmatrix als Rückgabewert. Es wird daher eine Äquivalenz der Dissipationsenergien definiert. Der verwendete Ansatz besteht darin, einen äquivalenten linearen Dämpfer zu berechnen, dessen inkrementell geleistete Arbeit bei gleicher Belastungsgeschichte identisch mit der Dissipationsarbeit im Modell ist. Die inkrementell geleistete Arbeit eines linearen viskosen Dämpfers lautet

$$\Delta W_D = \int_{u_{k-1}}^{u_k} d_{\text{eqv},k} \dot{u} d\bar{u} = d_{\text{eqv},k} \int_{u_{k-1}}^{u_k} \dot{u} d\bar{u} , \quad (6.1.5)$$

wobei vereinfachend angenommen wird, dass die äquivalente Dämpfungskonstante $d_{\text{eqv},k}$ während eines inkrementellen Schrittes konstant bleibt. In Normalenrichtung liegt ein viskoelastisches Modell vor, sodass nur der Anteil F_n^{mem} zur Dissipation beiträgt (vgl. Kap. 4.2.3). Die statische Kraft F_n^{stat} verhält sich nichtlinear-elastisch, sodass nach einer vollständigen Entlastung die geleistete Arbeit gleich Null ist. Die inkrementelle Dissipationsarbeit in Normalenrichtung lautet daher

$$\Delta W_n = \int_{u_{n,k-1}}^{u_{n,k}} F_n^{\text{mem}} d\bar{u}_n . \quad (6.1.6)$$

Aufgrund von Konvergenzproblemen kann die äquivalente Dämpfungskonstante d_{eqv} nicht aus der Dissipationsarbeit im aktuellen Iterationsschritt berechnet werden. Sie wird daher anhand des letzten Inkrementes berechnet, d. h. die Gl. (6.1.5) und (6.1.6) werden gleichgesetzt. Es ergibt sich letztendlich

$$d_{\text{eqv},k,n} = \Delta W_n / \int_{u_{n,k-1}}^{u_{n,k}} \dot{u}_n d\bar{u}_n . \quad (6.1.7)$$

Das hier vorgestellte Vorgehen führt zu der Tatsache, dass im ersten Iterationsschritt die Dämpfungskonstante gleich Null ist und die akkumulierte Dissipationsarbeit um einen Iterationsschritt verzögert berechnet wird. Diese Hinlänglichkeit muss bei der Analyse beachtet werden. Numerische Beispielrechnungen zeigen, dass solange die Inkremente klein gewählt werden, der Unterschied zwischen den Dissipationsarbeiten des Modells und denen des viskosen Dämpfers vernachlässigbar ist.

Das Verhalten in Tangentialrichtung wird durch ein viskoplastisches Modell beschrieben, deshalb muss hier der inelastische Anteil der statischen Kraft F_t^{stat} mitberücksichtigt werden. Da bei einer spontanen Entlastung die Kraft-Relativverschiebungskurve die Steigung $-E_{0t}$ besitzt (vgl. Abb. 6.5 und auch Kap. 2.4.1), ist es sinnvoll, die bleibende Relativverschiebung wie folgt zu definieren

$$u_t^{\text{in}} := u_t^{\text{ges}} - u_t^{\text{el}} = u_t - \frac{F_t}{E_{0t}} = u_t - \frac{1}{E_{0t}} \left[F_t^{\text{stat}} + F_t^{\text{mem}} \right]. \quad (6.1.8)$$

In der Subroutine wird zunächst die gesamte Arbeit bis zum aktuellen Zeitpunkt berechnet

$$W_{t,k}^{\text{ges}} = \int_0^{u_{t,k}} F_t \, d\bar{u}_t = \int_0^{u_{t,k}} \left[F_t^{\text{stat}} + F_t^{\text{mem}} \right] \, d\bar{u}_t. \quad (6.1.9)$$

Anschließend kann die elastische Arbeit subtrahiert werden [174], sodass sich für die Dissipationsarbeit in Tangentialrichtung

$$W_{t,k} = W_{t,k}^{\text{ges}} - \frac{[F_{t,k}]^2}{2E_{0t}}. \quad (6.1.10)$$

ergibt. Die inkrementelle Dissipationsarbeit des Tangentialmodells ist somit

$$\Delta W_t = W_{t,k} - W_{t,k-1}. \quad (6.1.11)$$

Man erhält für den äquivalenten Dämpfer folglich die Konstante

$$d_{\text{eqv},k,t} = \Delta W_t \bigg/ \int_{u_{t,k-1}}^{u_{t,k}} \dot{u}_t \, d\bar{u}_t. \quad (6.1.12)$$

Alle Integrale werden in der Subroutine numerisch mit Hilfe des Trapezverfahrens bestimmt (vgl. Quellcode in Kap. B.3). Die Validierung in Kap. 6.3 zeigt, dass dieses Vorgehen zweckmäßig ist und eine angemessene Beschreibung der Dämpfungen ermöglicht. Durch das Einbinden des Kontaktmodells entstehen Nichtlinearitäten in der Simulation, die unter Umständen eine Verwendung von iterativen Algorithmen erfordern [167, 175], was zu einer deutlichen Steigerung der Berechnungszeiten führt. Es müssen daher geeignete Methoden eingesetzt werden, um die Berechnungen ressourcenschonend und in einem akzeptablen zeitlichen Rahmen zu halten. Eine Möglichkeit, um dies zu erreichen, stellt die Teilstrukturtechnik dar, deren Prinzip im folgenden Kapitel erläutert wird.

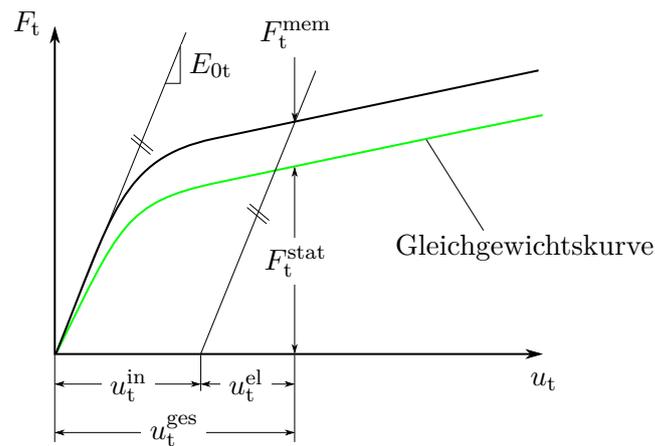


Abbildung 6.5 Definition der bleibenden Relativverschiebung in Tangentialrichtung

6.2 Teilstrukturtechnik

Unter Teilstrukturtechnik (Substructuring) versteht man im Allgemeinen das Aufteilen eines komplexen Systems in seine Einzelkomponenten und die damit verbundene Definition des Schnittstellenverhaltens, um aus der Analyse der Einzelkomponenten die Lösung des Gesamtproblems bestimmen zu können [176]. Die Untersuchung von Teilstrukturen ist in der Regel einfacher als die Betrachtung des Gesamtsystems, sodass Ergebnisse überhaupt erst erzielt oder in einer angemessenen Zeit berechnet werden können. Dieses Konzept gilt sowohl für experimentelle als auch für numerische Analysen. Mathematisch betrachtet handelt es sich bei der Teilstrukturtechnik um eine Gebietszerlegung (domain decomposition [177, 178]).

Die Einführung der Teilstrukturtechnik in der Strukturtechnik erfolgte u. a. durch die Arbeiten von Hurty [179] und Gladwell [180]. Es folgten viele, weiterführende Veröffentlichungen auf diesem Gebiet, wie z. B. [181–184]. Diese Methoden werden in der Literatur unter dem Begriff „Component Mode Synthesis“ (CMS) zusammengefasst, wobei mit „Moden“ das Strukturverhalten allgemein bezeichnet wird, also z. B. Eigenmoden, statische Moden oder Schnittstellenmoden [185]. Dynamische Strukturmodelle können prinzipiell in drei Arten unterteilt werden [151]. Beim physikalischen Modell (physical domain) wird das System aus den mechanischen und geometrischen Eigenschaften wie Masse, Dämpfung und Steifigkeit abgeleitet. Im modalen Modell (modal domain) erfolgt die Charakterisierung durch die modalen Parameter Eigenfrequenz, Dämpfungsgrad und Eigenform. Im FRF-Modell (frequency domain) wird das Strukturverhalten durch Frequenzübertragungsfunktionen zwischen mehreren Anregungs- und Antwortpunkten dargestellt. Wenn Teilstrukturen mit anderen Strukturen verbunden werden, muss, unabhängig von der Verknüpfungsmethode, die Stetigkeit der Verschiebungen (Kompatibilitätsbedingung) sowie das Kräftegleichgewicht in den Schnittstellen gewährleistet sein. Es existieren grundsätzlich vier Methoden zur Kopplung [186].

- Bei der FRF-Kopplung werden die Übertragungsfunktionen der beteiligten Substrukturen verwendet, um diese miteinander zu verbinden [187, 188]. Diese Art der Kopplung wurde z. B. von Matthias et al. [189] verwendet, um das Kontaktverhalten zwischen Werkzeug und Werkzeughalter zu simulieren. Law und Ihlenfeldt [190] nutzten Frequenzübertragungsfunktionen, um die positionsabhängigen, dynamischen Eigenschaften einer Werkzeugmaschine erfassen zu können.
- Bei der modalen Kopplung wird das Verhalten der Knoten der Teilstruktur mit Hilfe von (generalisierten) modalen Koordinaten beschrieben. Ein beliebter Ansatz ist die Methode nach Craig und Bampton [181], welche auch in dieser Arbeit verwendet wird.
- Die physikalische oder auch FE-Kopplung nutzt direkt die Massen-, Dämpfungs- bzw. Steifigkeitsmatrizen der Substrukturen, um eine Verknüpfung herzustellen. Eine weit verbreitete Methode, die auch in ANSYS angeboten wird, ist die Reduktion nach Guyan [191]. Bei diesem Vorgehen wird die Steifigkeitsmatrix exakt reduziert, d. h. keine Information geht verloren. Die Massenmatrix wird hingegen approximiert. In ANSYS kann auch die Dämpfungsmatrix (näherungsweise) berücksichtigt werden [165]. Aufgrund der Approximationen sollte diese Reduktionsmethode jedoch nur für statische Analysen eingesetzt werden.
- Bei der hybriden Kopplung werden Substrukturen miteinander verknüpft, die unterschiedlich modelliert sind. Ein Teil besteht aus einem physikalischen Modell, während der Partner als modales oder FRF-Modell aufgebaut ist [192, 193].

In ANSYS besteht die Prozedur zur Erstellung einer Teilstruktur aus drei Schritten (Passes). Das Ziel ist die Zusammenfassung einer Gruppe von finiten Elementen zu einem einzigen, sogenannten Superelement [194], wobei die Steifigkeits-, Dämpfungs- und Masseneigenschaften der reduzierten Elemente konstant bleiben müssen. Nach der Erstellung des Superelements (Generation Pass), kann es wie jedes andere finite Element eingesetzt werden (Use Pass), wobei eine Interaktion mit anderen Elementen nur über die Schnittstellen (Master-Knoten) des Superelements erfolgen kann. Um Ergebnisse für alle Knoten ausgeben zu können, müssen abschließend im Postprocessor die inneren Knoten (Slave) des Superelements berechnet werden (Expansion Pass).

Durch das Verwenden von Superelementen kann die Knotenanzahl und somit die Berechnungszeit unter Umständen erheblich reduziert werden. Nichtlineare Analysen eignen sich besonders gut für diese Technik. Dabei werden die linearen Anteile des Modells reduziert, sodass diese nicht mehr in jeder Iteration berechnet werden müssen. Außerdem können lineare Strukturen, die sich in Mustern wiederholen, durch das Kopieren eines Superelements an die jeweilige Stelle ersetzt werden. Eine weitere Einsatzmöglichkeit ist das Aufteilen von großen Modellen in mehrere Superelemente, um sie ggf. in verschiedenen Projekten detailliert zu untersuchen. Anschließend können die Teilstrukturen

wieder zu einem ganzen FE-Modell zusammengefügt werden. Die Reduktion in ANSYS basiert auf der CMS-Methode nach Craig und Bampton [181], welche im Folgenden erläutert wird. Gegeben sei das Kräftegleichgewicht einer Teilstruktur für den linearen, statischen Fall

$$\mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F} , \quad (6.2.1)$$

darin stellt \mathbf{K} die Steifigkeitsmatrix, \mathbf{x} den Knotenverschiebungsvektor und \mathbf{F} den Knotenkraftvektor dar. Der Vektor \mathbf{x} wird so aufgeteilt, dass die Knoten, die in den Schnittstellen der Teilstruktur liegen, von allen anderen Knoten getrennt sind

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{mm} & \mathbf{K}_{ms} \\ \mathbf{K}_{sm} & \mathbf{K}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m \\ \mathbf{x}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_m \\ \mathbf{F}_s \end{bmatrix} . \quad (6.2.2)$$

Der Index m (Master) bezieht sich auf die Schnittstellen-Knoten, während s (Slave) alle anderen Knoten bezeichnet. Die unteren Zeilen der Gl. (6.2.2) kann man wie folgt umformulieren

$$\mathbf{x}_s = \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{F}_s - \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} \mathbf{x}_m . \quad (6.2.3)$$

Dies in die oberen Zeilen der Gl. (6.2.2) eingesetzt, ergibt

$$\left[\mathbf{K}_{mm} - \mathbf{K}_{ms} \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} \right] \mathbf{x}_m = \mathbf{F}_m - \mathbf{K}_{ms} \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{F}_s \quad (6.2.4)$$

bzw. abgekürzt

$$\hat{\mathbf{K}} \mathbf{x}_m = \hat{\mathbf{F}} . \quad (6.2.5)$$

Das Superelement hat somit die Steifigkeitsmatrix $\hat{\mathbf{K}}$ und den Lastvektor $\hat{\mathbf{F}}$. Die bis zu diesem Punkt durchgeführten Umformulierungen erfolgen ohne Informationsverlust. Die dargelegte Zusammenfassung der Teilstruktur ist äquivalent zu der linearen Koordinatentransformation

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m \\ \mathbf{x}_s \end{bmatrix} = \mathbf{T}_G \mathbf{x}_m \quad \text{mit} \quad \mathbf{T}_G := \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} \end{bmatrix} , \quad (6.2.6)$$

welche als Guyan-Reduktion bezeichnet wird [191]. Das Symbol \mathbf{I} repräsentiert die Einheitsmatrix. Die Vektoren, die \mathbf{T}_G bilden, werden „constraint modes“ genannt [181]. Es gilt

$$\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{T}_G^T \mathbf{K} \mathbf{T}_G \quad \text{bzw.} \quad \hat{\mathbf{F}} = \mathbf{T}_G^T \mathbf{F} . \quad (6.2.7)$$

Mit Hilfe einer geeigneten Koordinatentransformation ist eine Reduktion für den dynamischen Fall ebenfalls möglich. Sei die Bewegungsgleichung einer Teilstruktur gegeben durch

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F} , \quad (6.2.8)$$

wobei \mathbf{M} die Massen- und \mathbf{C} die Dämpfungsmatrix darstellen.

Der Vektor \mathbf{x} wird wieder in Master- und Slave-Knoten aufgeteilt

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{mm} & \mathbf{M}_{ms} \\ \mathbf{M}_{sm} & \mathbf{M}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_m \\ \ddot{\mathbf{x}}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{mm} & \mathbf{C}_{ms} \\ \mathbf{C}_{sm} & \mathbf{C}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_m \\ \dot{\mathbf{x}}_s \end{bmatrix} + \dots \\ \dots \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{mm} & \mathbf{K}_{ms} \\ \mathbf{K}_{sm} & \mathbf{K}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m \\ \mathbf{x}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_m \\ \mathbf{F}_s \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (6.2.9)$$

An dieser Stelle wird eine Modalanalyse mit fixierten Master-Knoten durchgeführt, sodass man die Eigenfrequenzen, Dämpfungsgrade und Eigenvektoren erhält. Damit eine modale Transformation durchgeführt werden kann, muss für \mathbf{C} gelten [151]

$$\mathbf{C} = \alpha_D \mathbf{M} + \beta_D \mathbf{K}, \quad (6.2.10)$$

wobei $\alpha_D, \beta_D \in \mathbb{R}^+$ die sogenannten Rayleigh-Konstanten darstellen. Sei δ die (endliche) Anzahl der berechneten Eigenmoden, dann lautet die Matrix mit den Eigenvektoren

$$\mathbf{R} := [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_\delta]. \quad (6.2.11)$$

Die Vektoren $\mathbf{v}_i, i = 1, \dots, \delta$ heißen „(fixed-interface) normal modes“ [181]. Die Koordinatentransformation zur Reduktion der Gl. (6.2.9) lautet [181]

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m \\ \mathbf{x}_s \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m \\ \boldsymbol{\xi} \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \mathbf{T} := \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sm} & \mathbf{R} \end{bmatrix}, \quad (6.2.12)$$

wobei $\mathbf{0}$ die Nullmatrix und $\boldsymbol{\xi}$ die generalisierten, modalen Koordinaten repräsentieren. Ein Vergleich der Gl. (6.2.6) und (6.2.12) zeigt, dass die Transformationsmatrix \mathbf{T} eine Kombination aus Guyan- und modaler Reduktion darstellt. Die Gl. (6.2.12) in die Bewegungsgleichung (6.2.9) eingesetzt, ergibt

$$\hat{\mathbf{M}} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_m \\ \ddot{\boldsymbol{\xi}} \end{bmatrix} + \hat{\mathbf{C}} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_m \\ \dot{\boldsymbol{\xi}} \end{bmatrix} + \hat{\mathbf{K}} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m \\ \boldsymbol{\xi} \end{bmatrix} = \mathbf{T}^T \mathbf{F} \quad (6.2.13)$$

mit den reduzierten Matrizen $\hat{\mathbf{M}} = \mathbf{T}^T \mathbf{M} \mathbf{T}$, $\hat{\mathbf{C}} = \mathbf{T}^T \mathbf{C} \mathbf{T}$ und $\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{T}^T \mathbf{K} \mathbf{T}$. Um das dynamische Verhalten der Substruktur gut abbilden zu können, sollte deshalb die Anzahl der zu berücksichtigenden Eigenmoden δ hinreichend groß gewählt werden. Die CMS-Methode nach Craig und Bampton wird im Folgenden verwendet, um eine effiziente Simulation des implementierten Kontaktmodells zu ermöglichen. Dazu werden die linearen Strukturen im FE-Modell reduziert, sodass nur noch das Kontaktverhalten zwischen den Superelementen berechnet werden muss. Man kann die in Kap. 4 beschriebenen Versuche auch als eine experimentell ermittelte Teilstruktur ansehen, die dann durch Modellierung, Identifikation und FE-Implementierung in eine numerische Teilstruktur überführt wird. Diese Teilstruktur kann anschließend in Simulationen integriert werden, um daraus das Verhalten von zusammengesetzten Systemen ableiten zu können.

6.3 Simulation eines Werkstück-Spannsystems (Validierung)

Um das identifizierte Kontaktmodell aus Kap. 5 zu validieren, wird ein neuer, unabhängiger experimenteller Datensatz ermittelt und mit den Simulationsergebnissen verglichen. Als Datengrundlage dient eine experimentelle Modalanalyse eines Werkstück-Spannsystems bestehend aus einem Werkstück (EN AW-7075, 300 mm x 150 mm x 25 mm) und drei Aufsitzspannern, die über T-Muttern in eine Grundplatte eingespannt sind (vgl. Abb. 6.6). Die Grundplatte selbst ist mit vier Schrauben auf einem schwingungs-isolierten Fundament fixiert, sodass eine Entkopplung von den Umgebungseinflüssen gegeben ist.

Der Aufsitzspanner mit dem Normalkraftsensor wird mit einem Drehmomentschlüssel solange gespannt, bis der Sensor 1 kN anzeigt. Mit dem auf diese Weise ermittelten Drehmoment erfolgt das Anziehen der beiden anderen Aufsitzspanner. Die sechs verwendeten Auflageelemente besitzen eine plane Oberfläche (vgl. auch Abb. 4.1, S. 53). Das System wird anschließend mit Hilfe eines Impulshammers (B&K 8206-002, Aluminiumspitze) angeregt, während die Antwort mit piezoelektrischen Beschleunigungssensoren (B&K 8230-002) erfasst wird. Aus den gemessenen Zeitverläufen des Kraftimpulses und der Abklingkurven werden die Frequenzübertragungsfunktionen berechnet, sodass ein Vergleich zwischen der Simulation und dem Experiment sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich stattfinden kann (vgl. Abb. 6.9, S. 103).

Eine effiziente Simulation des betrachteten Systems erfordert einige Annahmen und Vereinfachungen. Zur Reduktion der Anzahl der finiten Elemente wird die Grundplatte mit den Nuten durch eine elastische Lagerung ersetzt. Hierbei handelt es sich um diskrete Federelemente, die an alle Knoten der gewählten Oberfläche angefügt werden. Wenn die Abstände zwischen den Federn gegen Null gehen, entspricht dies einer kontinuierlichen, elastischen Bettung (Winklersche Bettung [195]). In der numerischen Anwendung wird man bei einem hinreichend feinen Netz annähernd gleiche Ergebnisse erhalten [196].

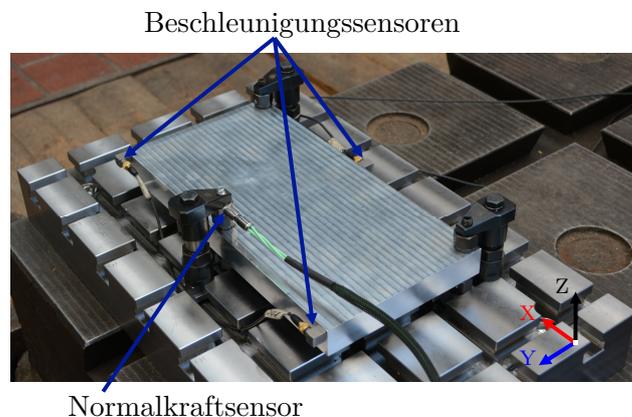


Abbildung 6.6 Experimenteller Aufbau zur Validierung des Modells

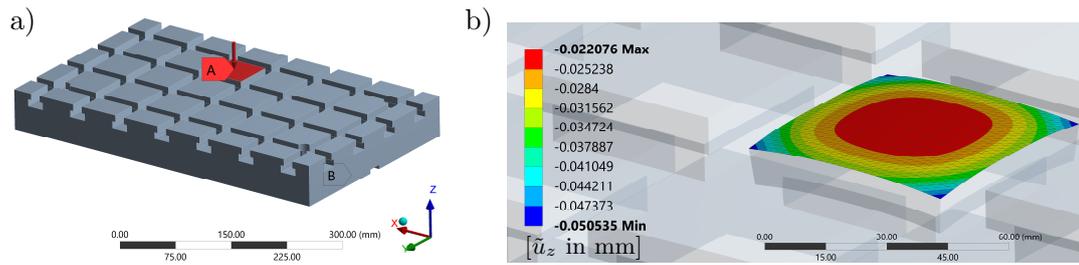


Abbildung 6.7 Abschätzung der Steifigkeit der elastischen Lagerung:
a) Randbedingung und Belastung: A = flächige Druckbelastung mit 100 MPa,
B = fixierte Auflagefläche
b) Absolute Verschiebung in z-Richtung

Um die Federsteifigkeit abschätzen zu können, wird eine statische Simulation der Grundplatte (E-Modul 200 GPa, Querkontraktionszahl 0.3) durchgeführt. Die Auflagefläche der Platte wird fixiert, während ein quadratisches Segment mit einem Druck von 100 MPa belastet wird (vgl. Abb. 6.7a). Aus dem Versuchsaufbau geht hervor, dass nur eine kleine Fläche der Aufsitzspanner und Auflageelemente auf der Grundplatte aufliegt (vgl. Abb. 6.6). Weiterhin sind die Aufsitzspanner sehr nah an den Ecken platziert. Für die Steifigkeit der elastischen Lagerung wird daher mit der Verschiebung in den Ecken gerechnet (vgl. Abb. 6.7b), sodass sich für die Bettungskonstante k_b in z-Richtung

$$k_b \approx \frac{100 \text{ MPa}}{0.05 \text{ mm}} = 2000 \text{ N/mm}^3 \quad (6.3.1)$$

ergibt. Dieser Wert soll sowohl für die Aufsitzspanner als auch für die Auflageelemente gelten. Um Starrkörperbewegungen zu vermeiden, wird jeweils der Knoten in der Mitte der Auflageflächen in x- und y-Richtung fixiert (vgl. Abb. 6.8a). Als weitere Vereinfachung werden die Aufsitzspanner, obwohl diese aus zusammengesetzten Teilen bestehen, als Volumenkörper modelliert. Die Vorspannung der Aufsitzspanner durch das Anziehen der Spannschrauben wird durch eine Kraftbelastung mit 1 kN simuliert. Alle Körper sind linear-elastisch und besitzen keine Dämpfungseigenschaften (vgl. Tab. 6.2). Zur Reduktion des FE-Modells (3D structural solid elements SOLID186/SOLID187) bietet sich an dieser Stelle der Einsatz von Teilstrukturen an (vgl. Kap. 6.2). In diesem Fall können die finiten Elemente aller sieben Volumenkörper (Werkstück, drei Aufsitzspanner, drei Auflageelemente) durch entsprechende Superelemente ersetzt werden. Anschließend werden in den Schnittstellen zwischen dem Werkstück und den Spannelementen Kontaktelemente mit dem identifizierten Modell generiert. Die Nichtlinearität, Dämpfung und Inelastizität in dieser Simulation resultiert daher einzig aus der Kontaktmodellierung.

Tabelle 6.2 Verwendete Materialdaten

	Elastizitätsmodul [MPa]	Querkontraktionszahl [–]	Dichte [kg/m^3]
Spannelemente	200 000	0.30	7800
Werkstück	70 000	0.33	2850

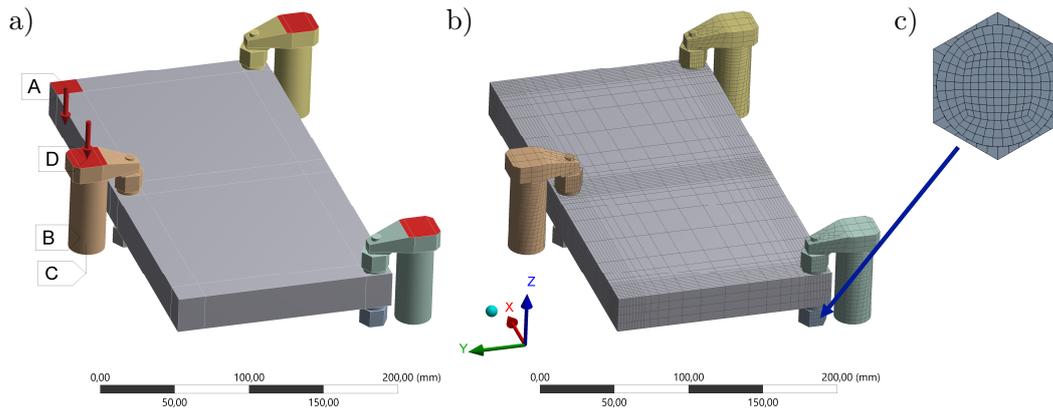


Abbildung 6.8 FE-Simulation zur Validierung:

- a) Randbedingungen und Belastung: A = Kraftimpuls, B = Elastische Lagerung, C = Fixierung der Verschiebungen des Mittelpunktes $x = y = 0$, D = Vorspannung mit jeweils 1 kN
- b) Vernetzung des gesamten Modells
- c) Vernetzung der kreisförmigen Kontaktfläche

Berechnungen mittels der Finiten-Elemente-Methode stellen, bis auf wenige Fälle, immer eine Approximation der tatsächlichen Lösung dar. Es treten räumliche und zeitliche Diskretisierungsfehler auf, die mit Hilfe von verschiedenen adaptiven Methoden reduziert werden können [197]. Bei der vorliegenden Simulation wird die Größe der Elemente an den Stellen verringert, wo eine starke Änderung der Verschiebung erwartet wird (vgl. Abb. 6.8b). Weiterhin erfolgt eine Verfeinerung des Netzes in den Kontaktflächen, damit die Kinematik und Kraftverteilung in den Kontaktstellen hinreichend genau erfasst wird [198]. Nicht nur die Anzahl an Elementen, sondern auch deren Form beeinflussen die FE-Ergebnisse. Gleichmäßig geformte Elemente wirken sich vorteilhaft auf die Genauigkeit der Lösung aus [199, 200]. Eine wichtige Größe, um die Qualität der Vernetzung messen zu können, ist die sogenannte normalisierte Winkelverzerrung (Normalized Equiangular Skewness [201])

$$C_{EAS} = \max \left(\frac{\theta_{\max} - \theta_{ea}}{180^\circ - \theta_{ea}}, \frac{\theta_{ea} - \theta_{\min}}{\theta_{ea}} \right). \quad (6.3.2)$$

Hierin sind θ_{\max} und θ_{\min} der größte bzw. der kleinste Winkel im Element, während θ_{ea} der ideale Winkel ist, d. h. 60° für ein Dreieck und 90° für ein Viereck. Der Faktor C_{EAS} gibt an, wie nah (Null) oder weit (Eins) ein Element von der idealen Form entfernt ist. Bei rechteckigen Kontaktflächen können gleichmäßige Elemente ohne Probleme realisiert werden. Damit die Vernetzung einer kreisförmigen Fläche eine möglichst geringe Verzerrung aufweist, sollte der Kreis in Bereiche eingeteilt werden (vgl. Abb. 6.8c). Es lässt sich zeigen, dass mittels eines „gebogenen, inneren Vierecks“, dessen Geometrie bestimmte Verhältnisse zum Kreis aufweist, die geringste Winkelverzerrung erreicht werden kann, d. h. C_{EAS} wird minimal. Bei der Verwendung anderer Kriterien zur Beurteilung der Netzqualität kann sich die optimale Geometrie ändern. Ausführlichere Erläuterungen sowie Konstruktionsskizzen, um die Bereiche einzuteilen, findet man u. a. in der Arbeit von Štigler [202].

Ein weiterer Aspekt ist der zeitliche Diskretisierungsfehler, der die Qualität einer Lösung ebenfalls sehr stark beeinflussen kann. Die gewählten Zeitschritte sollten „klein genug“ sein, damit das gewünschte Modellverhalten gut abgebildet wird, allerdings nicht „zu klein“, da sonst zu viel Ressourcen, wie Zeit und Speicherkapazität, verbraucht werden. Eine Wahl von geeigneten Zeitschritten ist nicht-trivial und stark von der Problemstellung abhängig [203]. Hinweise zur Festlegung des maximalen Zeitschrittes sowie zur Methode der automatischen Zeitschrittweitensteuerung gibt die ANSYS-Dokumentation [165, 204]. Nur auf das Kontaktmodell bezogen stellt sich heraus, dass der maximale Zeitschritt nicht größer als die kleinste Relaxationszeit λ sein sollte. Der Grund liegt in der inkrementellen Auswertung der Kontaktformulierungen (vgl. Kap. 6.1).

Die eingeleitete Belastung auf das Werkstück wird durch einen linearen Zeitverlauf zwischen Null und dem Maximum des gemessenen Kraftimpulses (ca. 175 N) approximiert. Es wird die Schwingungsantwort an der Krafteinleitungsstelle A berechnet und mit den experimentellen Daten verglichen (vgl. Abb. 6.8a und 6.9). Es ist erkennbar, dass das Modell die gemessene Abklingkurve qualitativ angemessen abbilden kann. Aus den experimentellen Frequenzübertragungsfunktionen können mittels der Methode „Rational Fraction Polynomial“ die Eigenfrequenzen, Dämpfungsgrade und Eigenvektoren der Moden berechnet werden [205]. Die ersten drei Eigenfrequenzen des FE-Modells stimmen gut mit den experimentell ermittelten Frequenzen überein (vgl. Tab. 6.3). Die Dämpfungsgrade werden tendenziell richtig abgebildet. Durch das Kontaktmodell ist die Simulation nichtlinear, sodass die Eigenvektoren nicht mehr ohne Weiteres bestimmt werden können. Um die Eigenformen wenigstens qualitativ zu erfassen, wird zusätzlich eine Modalanalyse des Werkstück-Spannsystems mit „fest verbundenen“ (bonded) Kontakten durchgeführt. Die experimentell ermittelten Eigenformen werden von der Berechnung gut erfasst (vgl. Abb. 6.10). In der Simulation besitzt nur das Kontaktmodell Dämpfungseigenschaften. Die Aufsitzspanner als zusammengesetzte Systeme tragen vermutlich einen Anteil zur Dissipation bei. Weiterhin ist das Modell dynamisch steifer als es die Messungen zeigen. Dies dürfte u. a. an der Modellierung der Aufsitzspanner als vollständig ausgefüllte Volumenkörper liegen. Die Qualität und Quantität der FE-Simulation bzgl. der experimentellen Daten muss unter der Maßgabe betrachtet werden, dass bei einer Validierung am Modell keine Kalibrierung anhand von Messwerten vorgenommen wird. Insgesamt kann festgehalten werden, dass das Modell, trotz der vielen Vereinfachungen, die grundlegenden Beobachtungen wiedergeben kann.

Tabelle 6.3 Vergleich der ersten drei Eigenfrequenzen und Dämpfungsgrade

	1. Eigenform		2. Eigenform		3. Eigenform	
	f [Hz]	D [%]	f [Hz]	D [%]	f [Hz]	D [%]
Experiment	812	0.5	932	0.8	1068	0.7
Modell	838	0.4	941	0.6	1082	0.6
Differenz	3%	-20%	1%	-25%	1%	-14%

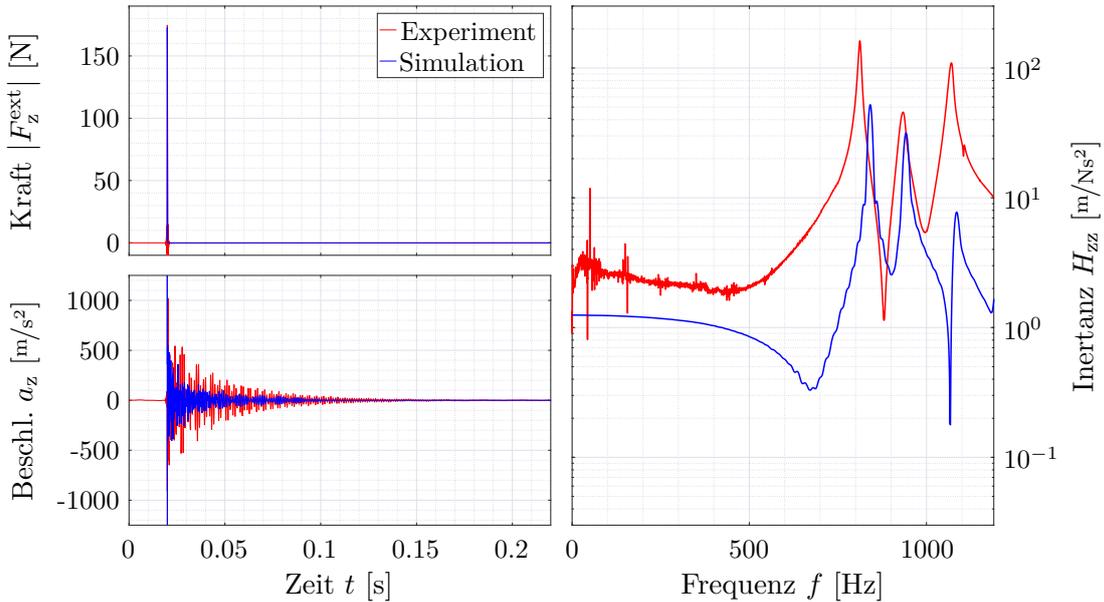


Abbildung 6.9 Vergleich einer Abklingkurve aus Experiment und Simulation

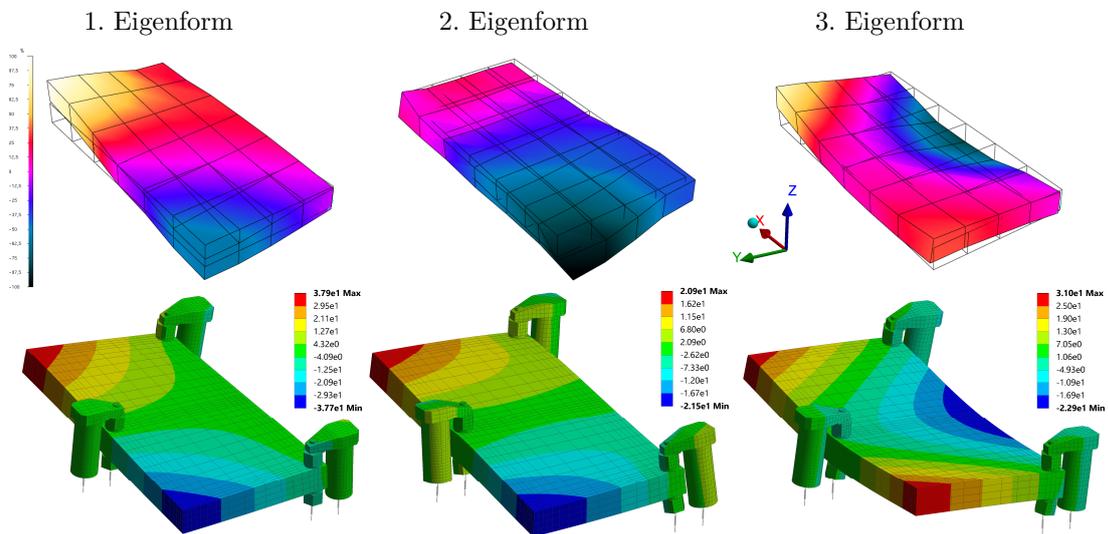


Abbildung 6.10 Vergleich der ersten drei Eigenformen aus Experiment und Simulation: obere Zeile = Experiment, untere Zeile = Simulation. Hinweis: Die Farbskalen sind Indikatoren für die Amplitude der Beschleunigungen (oben) bzw. Verschiebungen (unten) in z-Richtung. Für die untere Zeile sind die angegebenen Werte ins Verhältnis zu dem (betragsmäßigen) Maximum zu setzen.

7 | Zusammenfassung und Ausblick

Die entwickelten Modelle erlauben eine realitätsnahe Beschreibung des Steifigkeits- und Dämpfungsverhaltens eines Werkstück-Spannsystem-Kontaktes in Normal- und Tangentialrichtung. In Normalenrichtung erfolgt die Modellierung mit einem viskoelastischen Ansatz, während für die Tangentialrichtung ein viskoplastisches Modell verwendet wurde (vgl. Kap. 2). Basierend auf diesen Modellen ist eine Beschreibung des strukturdynamischen Verhaltens von Werkstück-Spannsystemen möglich, wobei der experimentelle Aufwand zur Parametrierung der Modelle überschaubar bleibt. Mit dem entwickelten MATLAB-Programm sowie der vorgeschlagenen Prozedur zur Identifikation können die Modellparameter schrittweise und strukturiert ermittelt werden (vgl. Kap. 3).

Die Methoden wurden erfolgreich auf ein Werkstück-Spannsystem bestehend aus Aufsitzspannern angewendet (vgl. Kap. 4 und 5). Das entwickelte Tangentialmodell ist auch in der Lage, das gemessene Verhalten eines hydraulischen Schwenkspanners zu beschreiben. Möglicherweise können auch andere Spannsysteme, wie z. B. Spannfutter, mit Hilfe von inelastischen Modellen beschrieben werden (vgl. Kap. 5.6). Die Implementierung der Modelle in das FE-Programm ANSYS erlaubt umfassendere Simulationen, um die Schwingungseigenschaften von Werkstück-Spannsystemen untersuchen können (vgl. Kap. 6). Simulationen können bei der Bewertung von verschiedenen Entwürfen und Konfigurationen von Spannsystemen helfen. Auf dieser Arbeit aufbauend könnte eine transiente Frässimulation durchgeführt werden, um den Einfluss des Spannsystems auf das Bearbeitungsergebnis und die Prozessparameter abschätzen zu können.

Um das dynamische Verhalten eines Werkstück-Spannsystem-Kontaktes qualitativ und quantitativ hinreichend genau erfassen zu können, sind inelastische Ansätze unumgänglich. Die Kalibrierung dieser Modelle erfordert jedoch einen gewissen Aufwand, der in der Praxis unter Umständen nicht zumutbar ist. Hier sind ggf. Vereinfachungen notwendig, so kann z. B. statt dem nichtlinearen Dämpfer ein linear-viskoses Element verwendet werden (vgl. Kap. 2.4). Dieses Element wird dann so ausgelegt, dass die Schwingungsamplituden konservativ abgeschätzt werden und die Dissipationsarbeit pro Zyklus möglichst mit den experimentellen Werten übereinstimmt. Eine derartige Vereinfachung würde die Komplexität des Optimierungsproblems deutlich reduzieren. An dieser Stelle können auch Erweiterungen der numerischen Strategien sinnvoll sein, wie z. B. andere Zielfunktionen oder hybride Optimierungsalgorithmen (vgl. Kap. 3.5.3).

Eine Möglichkeit die Qualität der Modelle zu verbessern, liegt in der Berücksichtigung einer umfassenderen Belastungsgeschichte, d. h. man könnte harmonische Anregungssegmente mit jeweils unterschiedlichen Eigenfrequenzen aufbringen. In den vorliegenden Untersuchungen ist nur die erste Eigenfrequenz berücksichtigt worden, was sicherlich zu Einschränkungen der Vorhersagequalität der Modelle führt. Es besteht die Möglichkeit Belastungsgeschichten mit zyklischen Segmenten bei unterschiedlichen Geschwindigkeiten sowie Haltephasen aufzubringen (vgl. auch Abb. 2.3a, S. 17). Dadurch ist man in der Lage die Geschwindigkeitsabhängigkeit sowie die Gleichgewichtszustände mit nur einem Versuch abzudecken (vgl. Kap. 2.2). Dies erfordert jedoch eine geregelte Aufbringung der Belastung, was wiederum einen aufwendigeren Versuchsaufbau zur Folge hat.

In den Experimenten erfolgte die Belastung nur in eine Tangentialrichtung, um dann anschließend vereinfachend ein transversal isotropes Verhalten anzusetzen (vgl. Kap. 2.1). Es ist davon auszugehen, dass sich aufgrund des mechanischen Aufbaus der Aufsitzspanner die dynamischen Eigenschaften in den verschiedenen Tangentialrichtungen deutlich voneinander unterscheiden (vgl. z. B. Abb. 4.1, S. 53). Die nichtlinearen Eigenschaften des Schwenkarms haben einen starken Einfluss auf das Verhalten des Gesamtsystems (vgl. auch Kap. 5.4). Hier sind weiterführende Untersuchungen notwendig, wobei der messtechnische Aufbau aufgrund des geringen, verfügbaren Raumes eine gewisse Herausforderung darstellt (vgl. z. B. Abb. 4.9, S. 60). Dies gilt auch für die Analyse der rotatorischen Eigenschaften, d. h. die Messung der Abhängigkeit des Verdrehwinkels vom aufgebrauchten Drehmoment. An dieser Stelle müsste zusätzlich noch geklärt werden, inwiefern eine benutzerdefinierte Beschreibung des rotatorischen Kontaktverhaltens in FE-Programmen möglich ist. ANSYS in der Version 18.1 bietet hierzu noch keine Option an. Interessant wäre auch eine Untersuchung des Einflusses der Reihenfolge beim Spannen. Dazu müsste der konkrete Spannvorgang in seiner zeitlichen Abfolge simuliert werden. Durch anschließendes Aufbringen von dynamischen Belastungen könnte man somit unterschiedliche Spannsequenzen analysieren.

Die experimentellen Untersuchungen fanden alle bei Raumtemperatur und ohne Kühlschmiermitteleinfluss statt. Es ist davon auszugehen, dass eine erhöhte Temperatur die strukturdynamischen Eigenschaften entscheidend beeinflusst. Möglicherweise wird die Systemantwort bei erhöhten Temperaturen stärker von der Belastungsgeschwindigkeit abhängen, d. h. das System zeigt ein stärkeres viskoses Verhalten. Weiterhin könnte eine Abnahme der Steifigkeiten (E_{0n} , E_{0t} , E_e , E_p) mit steigenden Temperaturen eintreten. Die Kenntnis von solchen Degradationskurven kann dabei helfen, das dynamische Verhalten eines Spannsystems unter thermischer Beanspruchung, die in einem Fertigungsprozess sicherlich vorliegen, abzuschätzen. Hierfür sind weiterführenden Experimente notwendig, in denen die Eigenschaften zuerst unter isothermen Bedingungen untersucht werden sollten. Danach wäre z. B. ein instationärer Temperaturversuch bei konstanter Belastung interessant, d. h. das Werkstück wird im eingespannten Zustand mit einer konstanten Kraft belastet und die Temperatur wird linear verändert.

Die Auswirkungen von Kühlschmiermitteln auf das Verhalten von Werkstück-Spannsystemen ist ein weiterer interessanter Forschungsaspekt. Dies erfordert die sorgfältige Definition von Randbedingungen, sodass eindeutige und wiederholbare Zustände geschaffen werden können.

Die vorgestellte Prozedur, um die Parameter an ein konkretes Spannsystem anpassen zu können, stellt nur einen ersten Schritt zur Integration der Modelle in einen Simulationsprozess dar. Um die Anwendbarkeit und Akzeptanz zu verbessern, müssen möglichst viele Schritte automatisiert werden. Idealerweise könnte ein Arbeitsprozess wie folgt ablaufen: Die Fertigung führt nach dem Aufspannen des Werkstücks ein eindeutiges, vorher festgelegtes Messprotokoll durch, um die zur Identifikation benötigten Daten zu generieren. Vorstellbar wären Anregungen mittels eines piezoelektrischen Aktors. Bauteile mit integrierten Sensoren und Auswertungseinheiten, sogenannte „intelligente“ Spannsysteme, können ein wichtiges Bindeglied darstellen. Dadurch können die notwendigen Messgrößen ohne großen Aufwand ermittelt werden, sodass eine direkte Nutzung für den Identifikationsprozess möglich wird. Die Kalibrierung der Modelle sollte im Idealfall mit Hilfe von automatisierten Prozeduren zur Parameteridentifikation erfolgen. Dies schafft die Voraussetzung für Simulationen, mit dem Ziel der Fertigung die optimalen Bearbeitungsparameter bereitstellen zu können. Bestenfalls fließen die Informationen der Sensoren aus den Spannsystemen oder der Maschine wieder zurück und werden parallel ausgewertet, sodass der Ablauf bei Bedarf adaptiv optimiert wird. Dieses Vorgehen kann dabei helfen, eine bessere Vernetzung zwischen Simulation und Fertigung herzustellen.

Die vorgestellte Methodik stellt eine Möglichkeit der Beschreibung der dynamischen Eigenschaften von Werkstück-Spannsystemen dar. Deren praktische Anwendbarkeit hängt vom konkreten Problem ab, sodass unter Umständen einfachere Ansätze ebenfalls zu einer befriedigenden Lösung führen können. Dies muss jedoch für den Einzelfall geprüft werden. Für die untersuchten Aufsitzspanner konnte eine gute Übereinstimmung der berechneten Werte mit den experimentell gemessenen Eigenschaften erzielt werden. Die vorgestellten Modelle und Methoden wurden erfolgreich zur Simulation des dynamischen Verhaltens eines Werkstück-Spannsystems bestehend aus Aufsitzspannern genutzt. Diese Arbeit hat gezeigt, dass der Einsatz von komplexen Modellen zur Beschreibung der Strukturmechanik von Werkstück-Spannsystemen sinnvoll sein kann. Eine inelastische Betrachtungsweise kann die Qualität der Modellvorhersagen verbessern. Ob die Methoden auch auf andere Werkstück-Spannsysteme anwendbar sind, muss in weiterführenden Studien untersucht werden.

Anhang A | Ergebnisse der Identifikation

A.1 Modellgleichungen

Normalkontaktmodell

$$F_n^{\text{stat}} = c_n [u_n]^{m_n}$$
$$\dot{F}_n^{\text{mem}} = -\frac{F_n^{\text{mem}}}{\lambda_n M(F_n^{\text{mem}})} + \left[E_{0n} - \frac{dF_n^{\text{stat}}}{du_n} \right] \dot{u}_n$$

Statische Steifigkeit in Normalenrichtung

$$\frac{dF_n^{\text{stat}}}{du_n} = c_n m_n [u_n]^{m_n-1}$$

Falls in Normalenrichtung kein Kontakt vorliegt, d. h. $u_n \leq 0$ ist, soll gelten

$$F_n^{\text{stat}} = F_n^{\text{mem}} = 0 .$$

Als physikalische Einheit für u_n ist μm (Mikrometer) zu verwenden.

Tangentialkontaktmodell

$$\dot{F}_t^{\text{stat}} = E_e \frac{\beta E_e - \text{sign}(\dot{u}_t) [F_t^{\text{stat}} - E_p u_t]}{\beta E_e - \kappa \text{sign}(\dot{u}_t) [F_t^{\text{stat}} - E_p u_t]} \dot{u}_t$$
$$\dot{F}_t^{\text{mem}} = -\frac{F_t^{\text{mem}}}{\lambda_t M(F_t^{\text{mem}})} + \left[E_{0t} - \frac{dF_t^{\text{stat}}}{du_t} \right] \dot{u}_t$$

Statische Steifigkeit in Tangentialrichtung

$$\frac{dF_t^{\text{stat}}}{du_t} = E_e \frac{\beta E_e - \text{sign}(\dot{u}_t) [F_t^{\text{stat}} - E_p u_t]}{\beta E_e - \kappa \text{sign}(\dot{u}_t) [F_t^{\text{stat}} - E_p u_t]}$$

Maßstabsfunktion

$$M(F^{\text{mem}}) = \left[1 + \left[\frac{|F^{\text{mem}}|}{m_{1n/t}} \right]^{m_{2n/t}} \right]^{-1}$$

A.2 Identifizierte Parameter

Tabelle A.1 Parameter des Kontaktmodells für den unteren Spannpunkt ∇

		c_n [N]		m_n [-]	
		27.5 ± 3.0	1.23 ± 0.04		
Normalenrichtung ∇	F_n^{stat} [kN]	E_{0n} [N/μm]	λ_n [10^{-5} s]	m_{1n} [N]	m_{2n} [-]
	0.5	2251.0 ± 20.2	2.52 ± 0.26	443.87 ± 4.67	1.62 ± 0.06
	1.0	2673.5 ± 26.6	3.74 ± 0.53	476.65 ± 3.94	0.48 ± 0.02
	1.5	3332.0 ± 51.3	3.94 ± 1.41	525.70 ± 6.24	0.26 ± 0.05
	2.0	3544.0 ± 24.8	4.15 ± 0.95	549.58 ± 0.05	0.26 ± 0.03
Tangentialrichtung ∇	F_n^{stat} [kN]	E_e [N/μm]	E_p [N/μm]	β [μm]	κ [-]
	0.5	10.8 ± 0.6	1.6 ± 0.2	2.68 ± 0.29	0.46 ± 0.12
	1.0	17.1 ± 0.5	2.0 ± 0.1	2.53 ± 0.12	0.44 ± 0.03
	1.5	25.2 ± 0.3	2.5 ± 0.1	2.61 ± 0.06	0.13 ± 0.02
	2.0	33.7 ± 0.7	2.4 ± 0.1	2.56 ± 0.08	0.10 ± 0.01
	F_n^{stat} [kN]	E_{0t} [N/μm]	λ_t [10^{-4} s]	m_{1t} [N]	m_{2t} [-]
	0.5	97.2 ± 6.4	4.63 ± 1.85	0.38 ± 0.19	0.16 ± 0.02
	1.0	92.5 ± 3.3	3.86 ± 0.33	4.97 ± 0.35	0.59 ± 0.03
	1.5	154.1 ± 2.0	3.15 ± 0.08	36.19 ± 0.61	0.91 ± 0.01
2.0	217.6 ± 9.7	1.66 ± 0.12	66.32 ± 3.11	1.59 ± 0.06	

Tabelle A.2 Parameter des Kontaktmodells für den oberen Spannungspunkt \triangle

		c_n [N]		m_n [-]			
		12.0 \pm 3.1	1.13 \pm 0.03				
Normalenrichtung \triangle	F_n^{stat} [kN]	E_{0n} [N/ μm]		λ_n [10^{-3}s]	m_{1n} [N]	m_{2n} [-]	
	0.5	25.0 \pm 1.3	0.84 \pm 0.26	20.91 \pm 6.40	0.70 \pm 0.23		
	1.0	27.5 \pm 1.5	1.38 \pm 0.22	20.97 \pm 3.34	0.49 \pm 0.35		
	1.5	28.3 \pm 1.3	1.64 \pm 0.79	21.60 \pm 2.03	0.38 \pm 0.18		
	2.0	29.7 \pm 1.2	1.96 \pm 0.63	22.83 \pm 2.52	0.32 \pm 0.24		
Tangentialrichtung \triangle	F_n^{stat} [kN]	E_e [N/ μm]		E_p [N/ μm]		β [μm]	κ [-]
	0.5	11.8 \pm 1.0	1.5 \pm 0.2	2.47 \pm 0.33	0.45 \pm 0.20		
	1.0	21.2 \pm 0.8	1.9 \pm 0.1	2.10 \pm 0.07	0.34 \pm 0.10		
	1.5	37.0 \pm 1.0	2.3 \pm 0.1	1.88 \pm 0.09	0.01 \pm 0.01		
	2.0	81.8 \pm 2.6	2.7 \pm 0.1	1.01 \pm 0.04	0.01 \pm 0.01		
	F_n^{stat} [kN]	E_{0t} [N/ μm]		λ_t [10^{-4}s]	m_{1t} [N]	m_{2t} [-]	
	0.5	139.6 \pm 1.6	3.52 \pm 0.07	139.49 \pm 14.14	0.07 \pm 0.01		
	1.0	136.8 \pm 3.7	3.00 \pm 0.14	227.57 \pm 15.76	0.12 \pm 0.01		
	1.5	124.2 \pm 31.3	1.08 \pm 0.48	52.68 \pm 12.43	0.40 \pm 0.13		
2.0	85.4 \pm 3.5	0.73 \pm 0.04	101.26 \pm 19.19	0.14 \pm 0.02			

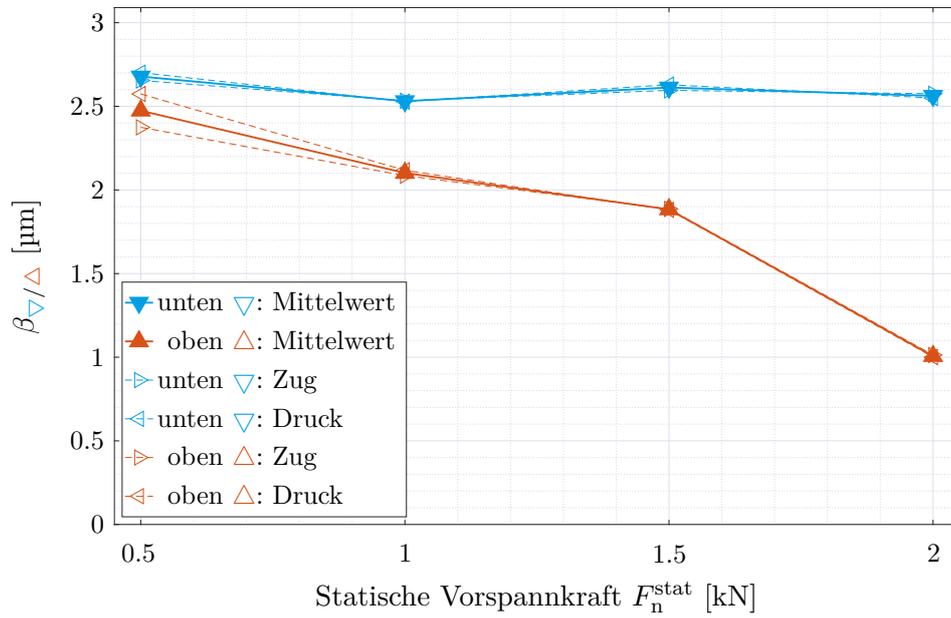


Abbildung A.1 Parameter β in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}

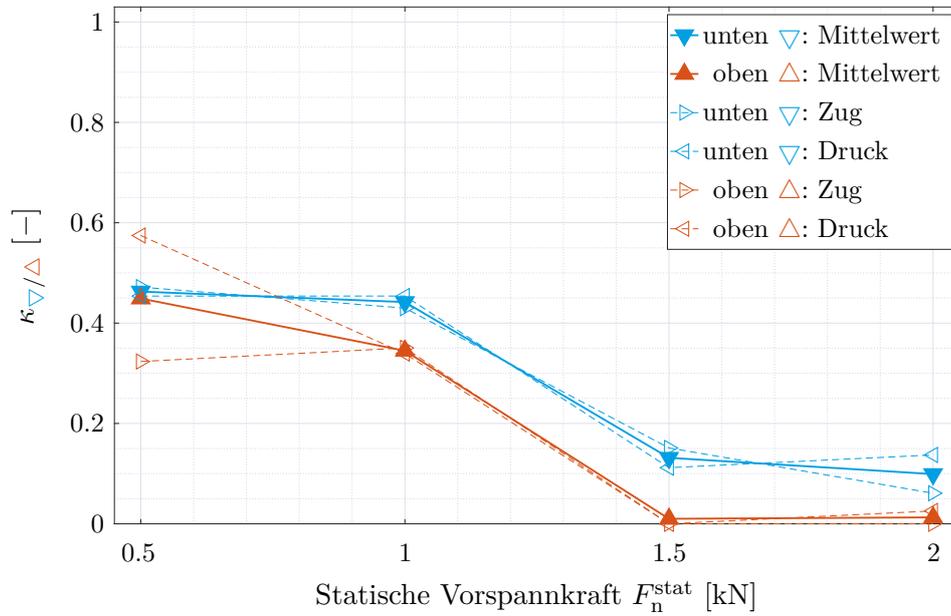


Abbildung A.2 Parameter κ in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}

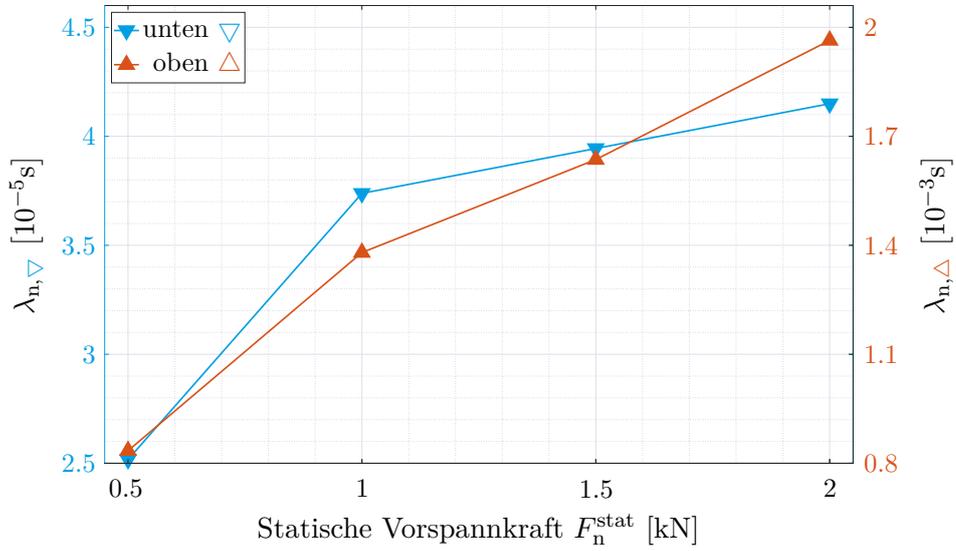


Abbildung A.3 Parameter λ_n in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}

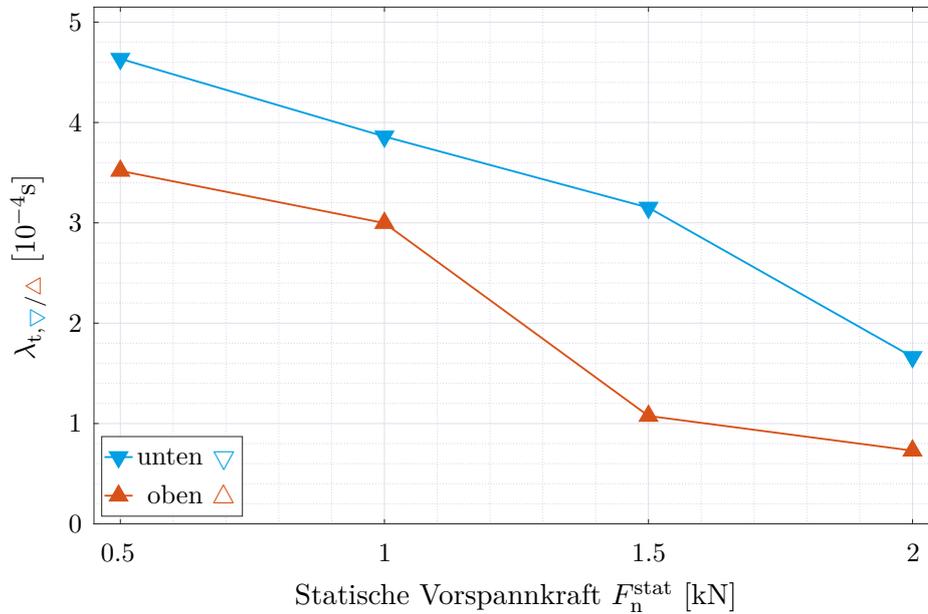


Abbildung A.4 Parameter λ_t in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}

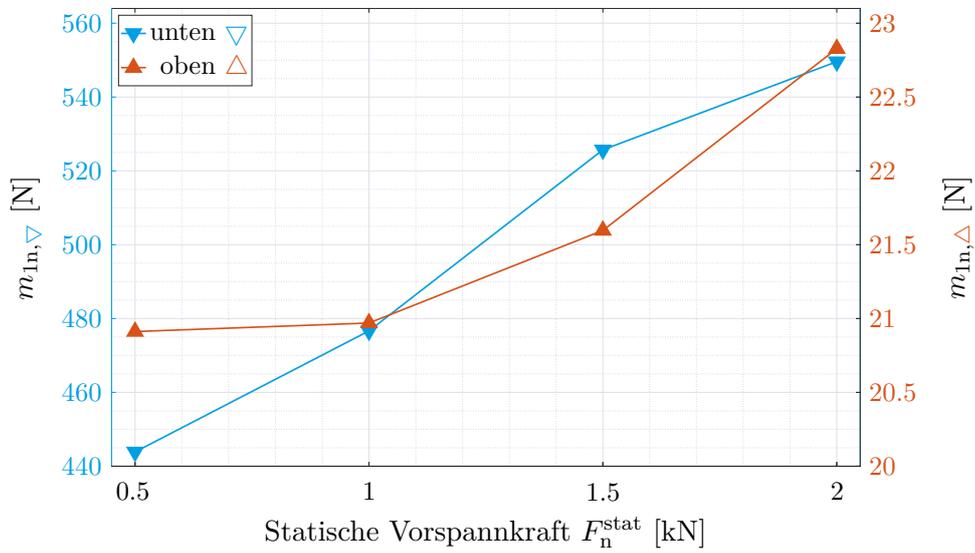


Abbildung A.5 Parameter m_{1n} in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}

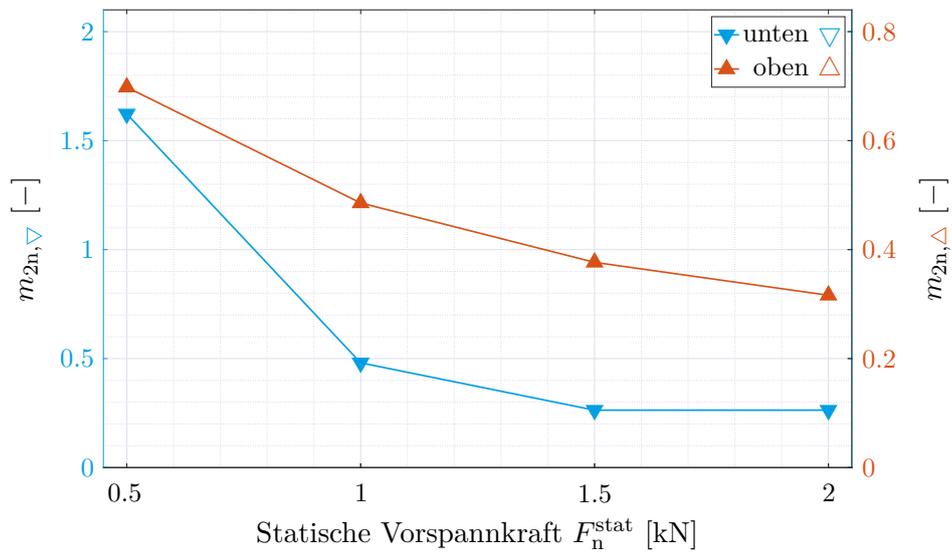


Abbildung A.6 Parameter m_{2n} in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}

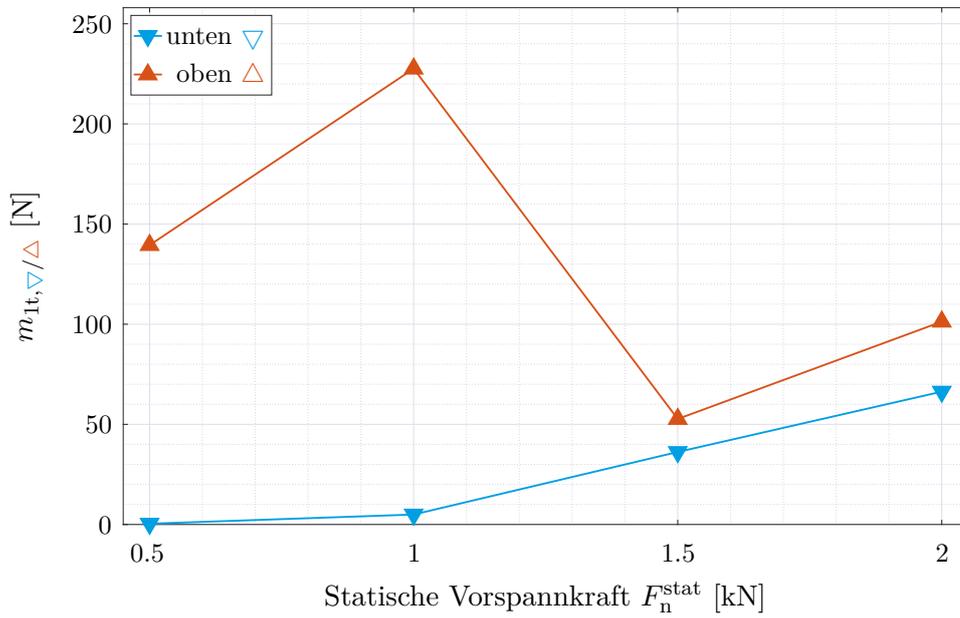


Abbildung A.7 Parameter m_{1t} in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}

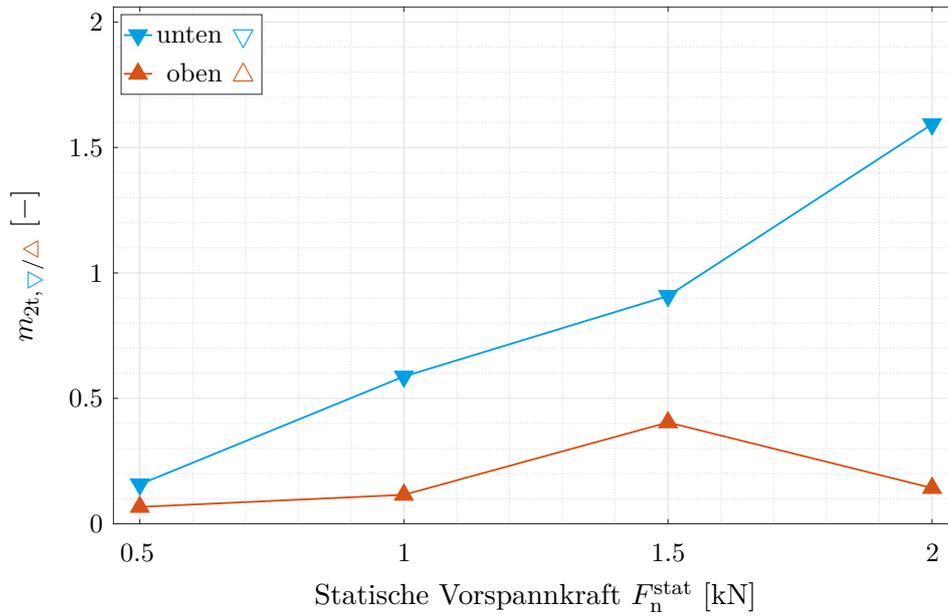


Abbildung A.8 Parameter m_{2t} in Abhängigkeit der Vorspannkraft F_n^{stat}

Anhang B | Anleitungen und Quellcode

B.1 Nutzung von Substrukturen

Das Verwenden von Substrukturen kann die Berechnungszeit erheblich reduzieren. In der verwendeten Version 18.1 kann man in ANSYS Mechanical diese Funktionalität nicht direkt, d. h. über die grafische Benutzeroberfläche, nutzen. Es existiert die kostenpflichtige Erweiterung „CMS/Superelements“, die dies ermöglicht. Mit Hilfe von APDL-Befehlen kann die Teilstrukturtechnik auch ohne zusätzliche Kosten genutzt werden. Diese Anleitung beschränkt sich im Wesentlichen darauf, die notwendigen Schritte in ANSYS Mechanical zu erläutern. Für eine lauffähige Simulation müssen noch weitere Einstellungen vorgenommen werden. Die Bezeichnungen beziehen sich auf die englischsprachige Version. Auf theoretische oder numerische Aspekte wird nicht eingegangen. Weiterhin werden grundlegende Kenntnisse über ANSYS vorausgesetzt. Für genauere Erläuterungen zu den Befehlen sei auf die ANSYS-Dokumentation verwiesen.

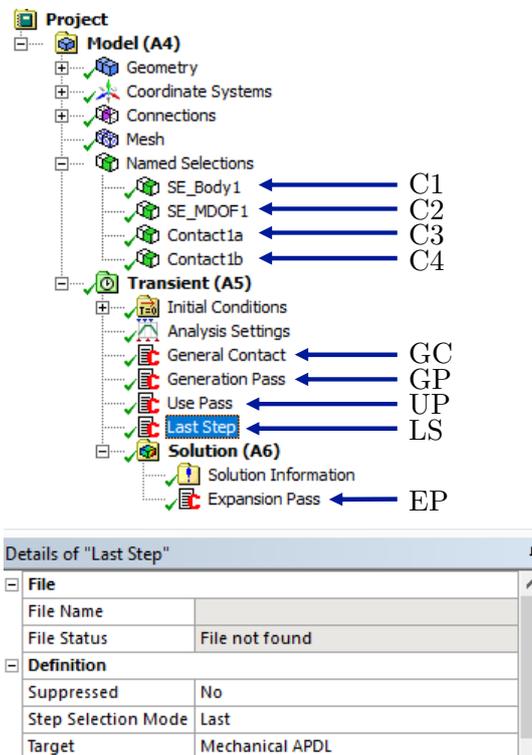


Abbildung B.1 ANSYS-Projektbaum

- Es ist zweckmäßig, die betreffenden Körper und Flächen in Komponenten (Named Selection) zusammenzufassen. Der Körper, welcher später durch ein Superelement ersetzt werden soll, kann über den Cursor-Modus „Body“ (Strg+B) ausgewählt und z. B. als SE_Body1 gespeichert werden (vgl. Abb. B.1, C1). Wichtig ist, dass der vollständige Volumenkörper und nicht nur eine Fläche davon ausgewählt wird.
- Nun werden die Flächen, an denen später Master-Knoten (Master DOF) erstellt werden, in eine Komponente, z. B. SE_MDOF1, gespeichert (vgl. Abb. B.1, C2). Man kann mehrere Flächen auswählen, auch wenn sie nicht direkt aneinandergrenzen.
- Das Erstellen des Superelementes (Generation Pass) ist der erste von drei Schritten (vgl. Abb. B.1, GP). Unterhalb des Objektes „Analysis Settings“ sind die folgenden APDL-Befehle über z. B. „Maus-Rechtsklick → Insert → Commands“ einzufügen:

```

/COM ,*****
/COM ,*** GEN PASS ***
/COM ,*****
! setup
5 SE_Body_Sel = 'SE_Body1'
  SE_MDOF_Sel = 'SE_MDOF1'
  SE_Name     = 'SE_Part1'
  ! two underscores in order to be recognised in use pass
  SE_ElemAll_Name = '__SE_ElemAll_1'
10 SE_MDOF_Name = '__SE_MDOF_1'

! =====
! elements of substructure
ESEL ,NONE
15 CMSEL ,S, SE_Body_Sel
  CM, SE_ElemAll_Name ,ELEM
  ! MDOF of substructure
  NSEL ,NONE
  CMSEL ,S, SE_MDOF_Sel
20 CM, SE_MDOF_Name ,NODE

! save entire model in database file
ALLSEL ,ALL
SAVE ,full ,db
25 FINISH
  ! jobname should be SE name for use pass
  /CLEAR
  RESUME ,full ,db
  /FILENAME , SE_Name
30
  ! delete all others elements and nodes NOT belonging to SE
  /PREP7
  ALLSEL ,ALL
  CMSEL ,U, SE_ElemAll_Name ,ELEM
35 MODMSH ,DETATCH !releases all associativity between solid&FE model

```

```

NSLE,S
CMSEL,U,SE_MDOF_Name,NODE
EDELE,ALL
NDELE,ALL
40 FINISH

! generation pass: substructure analysis
/SOLU
ANTYPE,SUBSTR
45 SEOPT,SE_Name,3,, ,BACKSUB
! CMS options: fixed interface method, extract 100 modes
CMSOPT,FIX,100

! select master DOF: all translational and rotational DOF
50 CMSEL,S,SE_MDOF_Name,NODE
M,ALL,ALL
ALLSEL,ALL,ALL
DDEL,ALL,ALL
OUTRES,ALL,ALL
55
! create *.SUB file containing SE matrices
SOLVE
FINISH
SAVE
60 FINISH
RESUME,full,db

```

- Zeile 5 und 6: Die Bezeichnungen der erstellten Komponenten sind einzutragen, in diesem Beispiel also `SE_Body1` und `SE_MDOF1`.
- Zeile 7 bis 10: Für eine spätere Nutzung benötigt das Superelement eine eindeutige Bezeichnung, hier `SE_Part1`. Weiterhin ist es wichtig, dass die Elemente bzw. Master-Knoten benannt werden. In der Simulation können diese Elemente und Knoten durch ein Superelement ersetzt werden. Dies geschieht im nächsten Schritt.
- Um das Superelement nutzen zu können (Use Pass), werden folgende APDL-Befehle, entweder direkt in das vorangegangene oder als neues „Commands“-Objekt (vgl. Abb. B.1, UP), angefügt:

```

/COM,*****
/COM,*** USE PASS ***
/COM,*****
! resume from full model
5 FINISH
/CLEAR
RESUME,full,db
! jobname is now use
/FILENAME,use

```

```

10 /PREP7
    ! =====
    ! replace substructure with SE
    SE_Type = etyigr(0,16) !get next free element no.
    ET,SE_Type,MATRIX50    !superelement type
15 TYPE,SE_Type
    MAT,1
    SE,SE_Part1 !load SE

    ! =====
20 ! unselecting SE elements and select SE interfaces
    ALLSEL,ALL
    CMSEL,U,__SE_ElemAll_1
    CMSEL,A,__SE_MDOF_1
    ! =====
25 ESEL,A,ENAME,,154 !select SURF154 for various load/surface effect
    ESEL,A,ENAME,,156 !select SURF156 for various load/surface effect
    ESEL,A,ENAME,,201 !select FOLLW201 for point loads

    NSLE,S !select only nodes associated with remaining elements
30
    CM,__solveElems,ELEM    !selected elements and nodes for solve
    CM,__solveNodes,NODES  !in subsequent load steps

    /SOLU
35 SAVE,use,db

    ! =====
    ! ANALYSIS TYPE
    ANTYPE,4 !transient analysis
40 OUTRES,ALL,ALL

```

- Zeile 17: Der Name des Superelement aus dem Erstellungsprozess muss eingefügt werden, hier `SE_Part1`.
 - Zeile 22: Die finiten Elemente, die durch ein Superelement ersetzt werden sollen, werden deaktiviert.
 - Zeile 23: Hier werden die Master-Knoten für den Löser explizit ausgewählt.
- Anschließend wird ein neues „Commands“-Objekt direkt unterhalb der soeben erstellten APDL-Befehle generiert. In den Eigenschaften („Details“) dieses Objektes ist „Definition → Step Selection Mode → Last“ einzustellen (vgl. Abb. B.1, LS). Das ist wichtig, falls mehrere Lastschritte (Load Steps) aufgebracht werden. Bei einem Lastschritt kann genauso verfahren werden, in diesem Fall steht die Option „Step Selection Mode“ jedoch nicht zur Verfügung. Es sind die folgenden APDL-Befehle einzufügen:

```

/SOLU
ESEL,NONE
CMSEL,S,__solveElems

5 SOLVE
SAVE,use,db
FINISH
/COPY,use,rst,,file,rst
/COM,*****
10 /COM,*** END CMS ***
/COM,*****

```

- Der letzte Schritt ist die Berechnung aller Knoten innerhalb der Superelemente (Expansion Pass). Dazu muss ein „Commands“-Objekt in dem Zweig „Solution“, d. h. im Postprocessor (vgl. Abb. B.1, EP), eingefügt werden:

```

/COM,*****
/COM,*** EXP PASS ***
/COM,*****
! write current parameters to a file
5 ! (in order to restore after an expansion pass)
PARSAV,ALL,SYSPara
FINISH

! delete results file if exist
10 /INQUIRE,ParExt,EXIST,'file',rst
*IF,ParExt,EQ,1,THEN
/DELETE,file,rst
*ENDIF
/INQUIRE,ParExt,EXIST,'file1',rst
15 *IF,ParExt,EQ,1,THEN
/DELETE,file1,rst
*ENDIF

! =====
20 ! SE expansion #1
FINISH
/CLEAR
PARRES,,SYSPara
RESUME,SE_Part1,db
25 /ASSIGN,RST,SE_Part1,RST
/FILENAME,SE_Part1
/SOLU
ANTYPE,SUBSTR
EXPASS,ON
30 SEEXP,SE_Part1,use ! SE at use pass level
NUMEXP,ALL,,YES
OUTRES,ALL,ALL
SOLVE

```

```

35 ! =====
   ! merge results
   FINISH
   /CLEAR
   PARRES,,SYSPara
40 /FILENAME,merge !set jobname to merge
   RESUME,full,db !resume full model

   /POST1
   FILE,use,rst
45 *GET,numresults,ACTIVE,0,SET,NSET !no. of data sets
   *DO,i,1,numresults
   /com,*** merging result set %i% ***
   FILE,SE_Part1,RST
   SET,,,,,,i
50 !FILE,SE_Part2,RST
   !APPEND,,,,,,i
   ! remerge use.rst to avoid overwriting of ds.dat contacts
   FILE,use,RST
   APPEND,,,,,,i
55 RESWRITE,file1
   *ENDDO
   /COPY,file1,rst,,file,rst
   /DELETE,file1,rst
   FINISH

```

- Zeile 20 bis 33: An diesen Stellen ist der im „Generation Pass“ erstellte Name für das Superelement einzusetzen, hier `SE_Part1`. Diese Zeilen sind bei mehreren Superelementen entsprechend zu duplizieren.
- Zeile 48 bis 51: Die Teilergebnisse müssen anschließen zusammengefügt werden. Für jedes Superelement sind zwei APDL-Zeilen notwendig.

B.2 Einbindung der Kontaktmodelle

An dieser Stelle wird das empfohlene Vorgehen zur Nutzung der vorgeschlagenen Kontaktmodelle mittels der Subroutine `USERINTER` erläutert. Es gelten die einleitenden Aussagen aus dem vorangegangenen Kapitel, d. h. nur die Benutzung in ANSYS Mechanical wird erklärt.

- Als Methode zur Verlinkung von benutzerdefinierten Subroutinen wird die Erstellung einer Programmbibliothek (DLL) empfohlen. Mit einem von ANSYS bereitgestellten Skript kann die Fortran-Subroutine mit den implementierten Kontaktmodellen kompiliert werden (vgl. Kap. II.1.9.2 in [172]). Der komplette Quellcode findet sich in Kap. B.3.

- Nachdem die Programmbibliothek `userinterLib.dll` erstellt wurde, kann diese in ein beliebiges Verzeichnis, auf welches ANSYS Zugriff hat, kopiert werden. In den Umgebungsvariablen ist anschließend eine neue Variable `ANS_USER_PATH` anzulegen, dessen Wert der Pfad zu der Programmbibliothek ist, z. B. `ANS_USER_PATH = C:\ANSYS_DLL`. Das Anlegen von neuen Umgebungsvariablen erfolgt z. B. über die Einstellung „Systemsteuerung → System → Erweiterte Systemeinstellungen → Erweitert → Umgebungsvariablen → Benutzervariablen oder Systemvariablen“.
- Nun kann ANSYS Workbench gestartet werden. Die Implementierung ist nur für transiente, strukturmechanische Analysen (Transient Structural) ausgelegt.
- Es ist zweckmäßig, die Kontaktflächen, die jeweils auch aus mehreren Flächen bestehen können, in Komponenten (Named Selection) zusammenzufassen. Für jedes Kontaktpaar hat man zwei Komponenten, die mit z. B. `Contact1a` und `Contact1b` bezeichnet werden können (vgl. Abb. B.1, C3 und C4).
- Um allgemeine Kontaktelemente (General Contact) in ANSYS Mechanical erstellen zu können, müssen APDL-Befehle verwendet werden (vgl. Abb. B.1, GC). Diese sind unterhalb des Objektes „Analysis Settings“ durch z. B. „Maus-Rechtsklick → Insert → Commands“ einzufügen:

```

! return to preprocessor
FINISH
/PREP7

5 ! model parameters
  ! tangential direction
  Ee    = 21.2e3
  Ep    = 1.9e3
  beta  = 2.10e-3
10 kappa = .34
  E0t   = 136.8e3
  lambt = 3.00e-4
  m1t   = 227.57
  m2t   = .12

15 ! normal direction
  cn    = 12
  mn    = 1.13
  E0n   = 27.5e3
  lambn = 1.38e-3
20 m1n  = 20.97
  m2n  = .49

  ! static pretension
  Fnstat = 1000

25 ! no. of additional state variables
  nstatvar = 24

```

```

! =====
! contact surfaces
30 Contact1 = 'Contact1a'
   Contact2 = 'Contact1b'

! select nodes and then elements of contact surfaces
NSEL,NONE
35 CMSEL,S,Contact1,NODE
   CMSEL,A,Contact2,NODE
   ESLN

! create general contact elements
40 GCGEN,UPDATE, , ,SPLIT,SELECT

! get section ID of general contact
sect1 = CMTOSEC(Contact1,0)
sect2 = CMTOSEC(Contact2,0)
45

! get element type of general contact
etid1 = CMTOTYP(Contact1,0)
etid2 = CMTOTYP(Contact2,0)

50 nvar = nstatvar !number of extra variables that need to be saved
   nsp = 4 !no. of integration points
   NSVR,etid1,nvar*nsp
   NSVR,etid2,nvar*nsp

55 ! get next free matid no. and real constant
   matid = mpinqr(0,0,16)
   realid = rlinqr(0,16)

! define interface interactions
60 GCDEF,SYMM,sect1,sect2,matid,realid
   TB,INTER,matid, ,16,USER
   ! tangential static
   TBDATA,1, Ee, Ep, beta, kappa
   ! tangential viscous
65 TBDATA,5, E0t, lambt, m1t, m2t
   ! normal static
   TBDATA,9, cn, mn
   ! normal viscous
   TBDATA,11, E0n, lambn, m1n, m2n
70 ! static pretension
   TBDATA,15, Fnstat

! get no. of a general contact element
ESEL,NONE
75 ESEL,S,TYPE,,etid1
   elemnr=elnext(0) !get next no. of selected elements

```

```

! a general contact element
! set this to zero in order to suppress info in solver output
80 TCDATA,16, elemnr

! =====
! list general contact info
/COM,***** General contact information *****
85 GCDEF,LIST
GCDEF, TABLE

! =====
! return to solution
90 FINISH
/SOLU
ERESX,NO !copy integration point results to nodes
ALLSEL,ALL

```

- Zeile 7 bis 21: Die Eingabe der Modellparameter muss in den Einheiten N bzw. mm erfolgen, da in der Subroutine keine Abfrage der Einheiten erfolgt.
 - Zeile 23: Hier kann die statische Vorspannung definiert werden (vgl. Kap. 6.1).
 - Zeile 30 und 31: An dieser Stelle müssen die Bezeichnungen der erstellten Komponenten mit den Kontaktflächen eingefügt werden, in diesem Beispiel also `Contact1a` und `Contact1b`.
- Für Debugging-Zwecke kann man sich von der Subroutine für ein Element zusätzliche Größen, wie z. B. statischer oder viskoser Anteil der Kraft, in einem Integrationspunkt ausgeben lassen (vgl. Kap. B.3). Ist dies nicht gewünscht, so kann in Zeile 80 z. B. eine Null übergeben werden, d. h. `TCDATA,16,0`.
 - Diese Schritte sind für alle Kontaktpaare zu wiederholen, d. h. die APDL-Befehle in den Zeilen 5 bis 80 werden kopiert und anschließend angepasst eingefügt.
 - Hinweis 1: Die Solver-Outputdatei (Solution Information) zeigt an, ob die Subroutine wirklich verwendet wird. Am Anfang der Logdatei sollten sich die zwei Zeilen `User Link path (ANS_USER_PATH):` und `Note - This ANSYS version was linked by Licensee` befinden.
 - Hinweis 2: Es sollte darauf geachtet werden, dass unter „Connections“ keine Kontakte definiert sind. Dies geschieht in den Standardeinstellungen automatisch. Diese können einfach gelöscht oder unterdrückt werden.
 - Hinweis 3: Wenn zusätzlich die Substrukturtechnik angewendet werden soll, so muss die Definition der Kontaktelemente vorher erfolgen, d. h. man muss die APDL-Befehle vor der Generierung der Substruktur ausführen, ansonsten werden die Kontaktelemente wieder gelöscht (vgl. auch Abb. B.1, S. 117).

B.3 Quellcode der Subroutine

Der folgende Fortran-Quellcode enthält die Implementierung der in dieser Arbeit vorgestellten Kontaktmodelle. Da es sich um die Programmiersprache FORTRAN 77 handelt, ist auf das spezielle Zeilenformat zu achten, insbesondere die Spalten 1 bis 6 haben eine definierte Funktion.

```
*deck, userinter      parallel      USERDISTRIB
      subroutine userinter (ndim, coor, nkeyopt, keyopt, nrl, rlconst,
x   npropu, uprop, nintIn, intIn, nrealIn, realIn, kupdhis, localr,
x   nuval, nintp, usvr, ncomp, stress, strain0, strain,
x   kstat, mu, dt, dtdp, kdamp, damp, fdiss, elener, keyerr, keycnv)
c
c   input and output arguments:
c   see ANSYS documentation for information
c
#include "impcom.inc"
#include "ansysdef.inc"
c
c   external subroutines and functions
      external vzero, erhandler
c
c   ----- arguments -----
      integer elem, intpt, ndim, nuval, nintp, nkeyopt, keyopt(nkeyopt), nrl,
x   ncomp, nintIn, intIn(nintIn), nrealIn, npropu, kstat, kdamp, kupdhis,
x   keyerr, keycnv
c
      double precision coor(6), localr(3,3), rlconst(nrl),
x   realIn(nrealIn), usvr(nuval, nintp), uprop(npropu), mu,
x   stress0(ncomp), stress(ncomp), strain0(ncomp), strain(ncomp),
x   dt(ncomp, ncomp), dtdp(ndim-1), damp(3,3), fdiss, elener
c
c   ----- local -----
      integer iott, wrinqr, elemnr
      external wrinqr
c
      double precision Ac, DeltaT, DeltaT0, Kn, FKN, FKT
      double precision Fs0(3), Fm0(3), Fs1(3), Fm1(3)
      double precision ucr0(3), ucr1(3), u0(3), u1(3), v0(3), v1(3)
      double precision Ee, Ep, beta, kappa, Es(3), En
      double precision Fnstat, unstat, cn, mn, unpre
      double precision M(3), Et0, En0, lambt, lambn, mt1, mt2, mn1, mn2
      double precision numer(2), denom(2), tmp1, tmp2
      double precision deqv(3), dfac(3)
      double precision Wcr(3), Wmod(3), Wdmp(3), Wel(2), Wtm(2)
c
      double precision err(2)
c
      double precision zero, one
      data zero, one /0.d00, 1.d00/
```

```
c   in large strain 3D analysis, slip increment and frictional stress
c   are rotated with the element rotation.
c --- check that author-defined usvr size is within bounds
c
c     elem = intIn(1)
c     intpt = intIn(2)
c     if (nuval*nintp.gt.840) then
c         err(1) = elem
c         call erhandler('userinter',5010,4,
x           'Maximum storage allowed by USVR has been exceeded
x           for contact element %I.'
x           ,err(1),' ')
c     end if
c
c =====
c --- INITIALIZATION
c =====
c     mu = zero
c     fdiss = zero
c     keyerr = 0
c     keycnv = 1
c --- taking damping matrix into account
c     kdamp = 1
c --- display info for this element
c     elener = zero
c --- initialize to zero
c     call vzero (dt(1,1),ncomp*ncomp)
c     call vzero (damp(1,1),ndim*ndim)
c     call vzero (dtdp(1),ndim-1)
c --- set contact status to sliding
c     kstat = 2
c
c =====
c --- PARAMETERS
c =====
c     Ee      = uprop(1)
c     Ep      = uprop(2)
c     beta    = uprop(3)
c     kappa   = uprop(4)
c     Et0     = uprop(5)
c     lambt   = uprop(6)
c     mt1     = uprop(7)
c     mt2     = uprop(8)
c     cn      = uprop(9)
c     mn      = uprop(10)
c     En0     = uprop(11)
c     lambn   = uprop(12)
c     mn1     = uprop(13)
c     mn2     = uprop(14)
c     Fnstat  = uprop(15)
```

```

c      --- initial pretension
c      (rescale, because equation valid for u in mum)
c      unstat = 1.d-3*(Fnstat/cn)**(one/mn)
c
c =====
c --- AUXILIARY VARS
c =====
c      --- a element no. of general contact
c      elemnr = uprop(16)
c      --- contact area
c      Ac = realIn(3)
c      --- normal stiffness (unscaled)
c      Kn = realIn(5)
c      FKN = rlconst(3)
c      if (rlconst(3).lt.1.d-27) then
c          FKN = 1.d0
c      end if
c      --- time increment with scale factor (current)
c      DeltaT = realIn(9)
c      --- current normal and tangential incremental slip
c      ucr1(1) = strain(1)
c      ucr1(2) = strain(2)
c      ucr1(3) = strain(3)
c      --- accumulated static force
c      Fs0(1) = usvr(1,intpt)
c      Fs0(2) = usvr(2,intpt)
c      Fs0(3) = usvr(3,intpt)
c      --- accumulated memory force
c      Fm0(1) = usvr(4,intpt)
c      Fm0(2) = usvr(5,intpt)
c      Fm0(3) = usvr(6,intpt)
c      --- accumulated normal and tangential slip
c      u0(1) = usvr(7,intpt)
c      u0(2) = usvr(8,intpt)
c      u0(3) = usvr(9,intpt)
c      --- dissipated work of previous step
c      Wmod(1) = usvr(10,intpt)
c      Wmod(2) = usvr(11,intpt)
c      Wmod(3) = usvr(12,intpt)
c      Wdmp(1) = usvr(13,intpt)
c      Wdmp(2) = usvr(14,intpt)
c      Wdmp(3) = usvr(15,intpt)
c      --- time increment with scale factor (previous)
c      DeltaT0 = usvr(16,intpt)
c      --- previous normal and tangential incremental slip
c      (save separately because new load step
c      can't retrieve values from previous step)
c      ucr0(1) = usvr(17,intpt)
c      ucr0(2) = usvr(18,intpt)
c      ucr0(3) = usvr(19,intpt)

```

```

c      --- equivalent damping constant
      deqv(1) = usvr(20,intpt)
      deqv(2) = usvr(21,intpt)
      deqv(3) = usvr(22,intpt)
c      --- accumulated total work
      Wtm(1) = usvr(23,intpt)
      Wtm(2) = usvr(24,intpt)
c      --- velocity of previous and current step
      if (DeltaT0.gt.1.d-27) then
        v0(1) = ucr0(1)/DeltaT0
        v0(2) = ucr0(2)/DeltaT0
        v0(3) = ucr0(3)/DeltaT0
      else
        v0(1) = zero
        v0(2) = zero
        v0(3) = zero
      end if
      v1(1) = ucr1(1)/DeltaT
      v1(2) = ucr1(2)/DeltaT
      v1(3) = ucr1(3)/DeltaT
c
c =====
c --- write in *.out-file WR_MASTEROUT
c =====
c      --- write data of first integration point for given elemnr
      iott = wrinqr(WR_MASTEROUT)
      if ((kupdhis.eq.1).and.(intpt.eq.1).and.(elemnr.eq.elem)) then
        write(iott,*) '** ***** ** ***** ** ***** ** ***** **'
        write(iott,*) '** **ENUM*',elem,'*****'
        write(iott,*) '** ***** PARAMETERS *****'
        write(iott,*) '** ***** SUBSTEP BEGIN *****'
        write(iott,900) 'Fs0(1)=' ,Fs0(1),
x      ' | Fs0(2)=' ,Fs0(2), ' | Fs0(3)=' ,Fs0(3)
        write(iott,900) 'Fm0(1)=' ,Fm0(1),
x      ' | Fm0(2)=' ,Fm0(2), ' | Fm0(3)=' ,Fm0(3)
        write(iott,900) ' u0(1)=' ,u0(1),
x      ' | u0(2)=' ,u0(2), ' | u0(3)=' ,u0(3)
        write(iott,900) ' ucr1(1)=' ,ucr1(1),
x      ' | ucr1(2)=' ,ucr1(2), ' | ucr1(3)=' ,ucr1(3)
        write(iott,900) 'Wmod(1)=' ,Wmod(1),
x      ' | Wmod(2)=' ,Wmod(2), ' | Wmod(3)=' ,Wmod(3)
        write(iott,900) 'Wdmp(1)=' ,Wdmp(1),
x      ' | Wdmp(2)=' ,Wdmp(2), ' | Wdmp(3)=' ,Wdmp(3)
        write(iott,900) ' DeltaT=' ,DeltaT,
x      ' | DeltaT0=' ,DeltaT0, ' | tfac=' ,realIn(12)
        write(iott,900) ' time=' ,realIn(8),
x      ' | v1(1)=' ,v1(1), ' | v1(2)=' ,v1(2)
        write(iott,*) '== ===== UPDATED DATA ====='
      end if
c

```

```

c =====
c --- MODEL EQUATIONS
c =====
c
c --- TANGENTIAL DIRECTION
c
c --- static stiffness in tangential direction
numer(1) = (beta*Ee-sign(one ,v1(1))*(Fs0(1)-Ep*u0(1)))
numer(2) = (beta*Ee-sign(one ,v1(2))*(Fs0(2)-Ep*u0(2)))
denom(1) = (beta*Ee-kappa*sign(one ,v1(1))*(Fs0(1)-Ep*u0(1)))
denom(2) = (beta*Ee-kappa*sign(one ,v1(2))*(Fs0(2)-Ep*u0(2)))
Es(1) = Ee*numer(1)/denom(1)
Es(2) = Ee*numer(2)/denom(2)

c
c --- static part of tangential force
Fs1(1) = Es(1)*ucr1(1) + Fs0(1)
Fs1(2) = Es(2)*ucr1(2) + Fs0(2)

c
c --- scale function
M(1) = one/(one + (abs(Fm0(1))/mt1)**mt2)
M(2) = one/(one + (abs(Fm0(2))/mt1)**mt2)
if (M(1).lt.1.d-6) then
M(1) = 1.d-6
end if
if (M(2).lt.1.d-6) then
M(2) = 1.d-6
end if

c
c --- memory part of tangential force
Fm1(1) = -(Fm0(1)*DeltaT)/(lambt*M(1))
x + (Et0-Es(1))*ucr1(1) + Fm0(1)
Fm1(2) = -(Fm0(2)*DeltaT)/(lambt*M(2))
x + (Et0-Es(2))*ucr1(2) + Fm0(2)

c
c --- total tangential stress
stress(1) = (Fs1(1)+Fm1(1))/Ac
stress(2) = (Fs1(2)+Fm1(2))/Ac

c --- stiffness matrix
dt(1,1) = Et0/Ac
dt(2,2) = Et0/Ac

c
c --- damping matrix with equivalent damping constant
c --- for first step = ZERO
damp(1,1) = deqv(1)/Ac
damp(2,2) = deqv(2)/Ac

c
c --- accumulated tangential slip
u1(1) = u0(1) + ucr1(1)
u1(2) = u0(2) + ucr1(2)

c

```

```

c      --- get accumulated dissipated work from previous step (model)
      Wcr(1) = Wmod(1)
      Wcr(2) = Wmod(2)
c      --- accumulated total work (model)
      Wtm(1) = Wtm(1) +
x      abs(ucr1(1)*(Fs0(1)+Fm0(1)+Fs1(1)+Fm1(1))/2.d0)
      Wtm(2) = Wtm(2) +
x      abs(ucr1(2)*(Fs0(2)+Fm0(2)+Fs1(2)+Fm1(2))/2.d0)
c      --- elastic work (model)
      Wel(1) = ((Fs1(1)+Fm1(1))/Et0)*(Fs1(1)+Fm1(1))/2.d0
      Wel(2) = ((Fs1(2)+Fm1(2))/Et0)*(Fs1(2)+Fm1(2))/2.d0
c      --- accumulated dissipated work (model)
      Wmod(1) = Wtm(1) - Wel(1)
      Wmod(2) = Wtm(2) - Wel(2)
c      --- incremental dissipated work (model)
      Wcr(1) = Wmod(1) - Wcr(1)
      Wcr(2) = Wmod(2) - Wcr(2)
c
c      --- accumulated dissipated work (damper)
      dfac(1) = abs(ucr1(1))*(abs(v0(1))+abs(v1(1)))/2.d0
      dfac(2) = abs(ucr1(2))*(abs(v0(2))+abs(v1(2)))/2.d0
      Wdmp(1) = Wdmp(1) + dfac(1)*deqv(1)
      Wdmp(2) = Wdmp(2) + dfac(2)*deqv(2)
c
c      --- compare dissipated work of model with a viscous damper
      if ((Wdmp(1).lt.Wmod(1)).and.(dfac(1).gt.1.d-27)) then
        deqv(1) = abs(Wcr(1))/dfac(1)
      end if
      if ((Wdmp(2).lt.Wmod(2)).and.(dfac(2).gt.1.d-27)) then
        deqv(2) = abs(Wcr(2))/dfac(2)
      end if
c      --- limit for damping constant (convergence problem)
      if (deqv(1).gt.10000.d3) then
        deqv(1) = 10000.d3
      end if
      if (deqv(2).gt.10000.d3) then
        deqv(2) = 10000.d3
      end if
c
c =====
c --- NORMAL DIRECTION
c =====
c      --- accumulated normal slip
      u1(3) = u0(3) + ucr1(3)
c
c      --- add static pretension
      unpre = u1(3) + unstat
c      --- static part (rescale, because equation valid for u in mum)
      Fs1(3) = cn*((abs(unpre)*1.d3)**mn)
      Es(3) = 1.d3*cn*mn*((abs(unpre)*1.d3)**(mn-one))

```

```
c
c      --- scale function
      M(3) = one/(one + (abs(Fm0(3))/mn1)**mn2)
if (M(3).lt.1.d-6) then
      M(3) = 1.d-6
end if

c
c      --- memory part
      Fm1(3) = -(Fm0(3)*DeltaT)/(lambn*M(3)) +
x      (En0-Es(3))*ucr1(3) + Fm0(3)

c
c      --- large value indicates inappropriate time steps
if (abs(Fm1(3)).gt.1.d5) then
      Fm1(3) = sign(one,Fm1(3))*1.d5
end if

c
c      --- check for open contact status
c      --- contact should be always "bonded" in normal direction
if (u1(3).lt.zero) then
      stress(3) = FKN*Kn*ucr1(3)
      dt(3,3) = FKN*Kn
      damp(3,3) = deqv(3)/Ac
      go to 800
end if

c
c      --- total normal stress
c      --- convergence problems if normal stiffness is too high
      tmp1 = (Fs1(3)+Fm1(3))/Ac
      tmp2 = FKN*Kn*ucr1(3)
if (tmp1.gt.(tmp2)) then
      stress(3) = tmp2
      dt(3,3) = FKN*Kn
else
      stress(3) = tmp1
      dt(3,3) = En0/Ac
end if

c
c      --- damping matrix with equivalent damping constant
c      --- for first step = ZERO
      damp(3,3) = deqv(3)/Ac

c
c      --- accumulated dissipated work (model)
c      --- only memory part contributes sth.
      Wcr(3) = abs(ucr1(3))*(Fm0(3)+Fm1(3))/2.d0
      Wmod(3) = Wmod(3) + Wcr(3)

c
c      --- accumulated dissipated work (damper)
      dfac(3) = abs(ucr1(3))*(abs(v0(3))+abs(v1(3)))/2.d0
      Wdmp(3) = Wdmp(3) + dfac(3)*deqv(3)

c
```

```

c      --- compare dissipated work of model with a viscous damper
if ((Wdmp(3).lt.Wmod(3)).and.(dfac(3).gt.1.d-27)) then
  deqv(3) = abs(Wcr(3))/dfac(3)
end if
c      --- limit damping constant (convergence problem)
if (deqv(3).gt.10000.d3) then
  deqv(3) = 10000.d3
end if

c
800 continue

c
c =====
c --- ADDITIONAL STATE VARIABLES
c =====
c      --- save variables for next iteration
if (kupdhis.eq.1) then
c      --- accumulated static force
  usvr(1,intpt) = Fs1(1)
  usvr(2,intpt) = Fs1(2)
  usvr(3,intpt) = Fs1(3)
c      --- accumulated memory force
  usvr(4,intpt) = Fm1(1)
  usvr(5,intpt) = Fm1(2)
  usvr(6,intpt) = Fm1(3)
c      --- accumulated slip
  usvr(7,intpt) = u1(1)
  usvr(8,intpt) = u1(2)
  usvr(9,intpt) = u1(3)
c      --- accumulated dissipated work
  usvr(10,intpt) = Wmod(1)
  usvr(11,intpt) = Wmod(2)
  usvr(12,intpt) = Wmod(3)
  usvr(13,intpt) = Wdmp(1)
  usvr(14,intpt) = Wdmp(2)
  usvr(15,intpt) = Wdmp(3)
c      --- time increment of last step
  usvr(16,intpt) = DeltaT
c      --- normal and tangential incremental slip of last step
  usvr(17,intpt) = ucr1(1)
  usvr(18,intpt) = ucr1(2)
  usvr(19,intpt) = ucr1(3)
c      equivalent damping constant
  usvr(20,intpt) = deqv(1)
  usvr(21,intpt) = deqv(2)
  usvr(22,intpt) = deqv(3)
c      accumulated inelastic work
  usvr(23,intpt) = Wtm(1)
  usvr(24,intpt) = Wtm(2)
end if
c

```

```
c =====
c --- LOG INTERNAL VARIABLES
c =====
      if ((kupdhis.eq.1).and.(intpt.eq.1).and.(elemnr.eq.elem)) then
        write(iott,900) ' Es(1)=' ,Es(1),
x         ' | Es(2)=' ,Es(2), ' | Es(3)=' ,Es(3)
        write(iott,900) ' M(1)=' ,M(1),
x         ' | M(2)=' ,M(2), ' | M(3)=' ,M(3)
        write(iott,900) ' Fs1(1)=' ,Fs1(1),
x         ' | Fs1(2)=' ,Fs1(2), ' | Fs1(3)=' ,Fs1(3)
        write(iott,900) ' Fm1(1)=' ,Fm1(1),
x         ' | Fm1(2)=' ,Fm1(2), ' | Fm1(3)=' ,Fm1(3)
        write(iott,900) ' u1(1)=' ,usvr(7,intpt),
x         ' | u1(2)=' ,usvr(8,intpt), ' | u1(3)=' ,usvr(9,intpt)
        write(iott,900) ' deqv(1)=' ,deqv(1)/Ac,
x         ' | deqv(2)=' ,deqv(2)/Ac, ' | deqv(3)=' ,deqv(3)/Ac
        write(iott,900) ' Wmod(1)=' ,Wmod(1),
x         ' | Wmod(2)=' ,Wmod(2), ' | Wmod(3)=' ,Wmod(3)
        write(iott,900) ' Wdmp(1)=' ,Wdmp(1),
x         ' | Wdmp(2)=' ,Wdmp(2), ' | Wdmp(3)=' ,Wdmp(3)
        write(iott,*) '** ***** SUBSTEP END *****'
      end if

c
900  FORMAT(5(A,E13.6))
c
999  continue
c
      return
      end
```

Literatur

- [1] M. Weck; C. Brecher. *Werkzeugmaschinen Band 1: Maschinenarten und Anwendungsbereiche*. 6., neu bearbeitete Aufl. Springer, 2005. ISBN: 978-3-540-22504-1 (zitiert auf S. 1)
- [2] D. Ottl. *Schwingungen mechnanischer Systeme mit Stukturdämpfung*. Forschungsheft Nr. 603/1981. Verein Deutscher Ingenieure, 1981 (zitiert auf S. 1)
- [3] L. Gaul; R. Nitsche. „The role of friction in mechanical joints“. In: *Applied Mechanics Reviews* **54** (2001), No. 2, p.93. DOI: 10.1115/1.3097294 (zitiert auf S. 1)
- [4] B. Denkena; K. Tracht; S. Rehling. „Simulationsmodul für Maschinendynamik im Rahmen eines Fertigungssimulationssystems“. In: *Werkstattstechnik online* (2002), No. 92, pp.223–225 (zitiert auf S. 2)
- [5] K. Tuffentsammer. „Automatic Loading of Machining Systems and Automatic Clamping of Workpieces“. In: *CIRP Annals* **30** (1981), No. 2, pp.553–558. DOI: 10.1016/S0007-8506(07)60166-8 (zitiert auf S. 2)
- [6] O. J. Bakker; T. N. Papastathis; S. M. Ratchev; A. A. Popov. „Recent Research on Flexible Fixtures for Manufacturing Processes“. In: *Recent Patents on Mechanical Engineering* **6** (2013), No. 2, pp.107–121. DOI: 10.2174/2212797611306020003 (zitiert auf S. 2)
- [7] A. Gameros; S. Lowth; D. Axinte; A. Nagy-Sochacki; O. Craig; H.R. Siller. „State-of-the-art in fixture systems for the manufacture and assembly of rigid components: A review“. In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* **123** (2017), pp.1–21. DOI: 10.1016/j.ijmachtools.2017.07.004 (zitiert auf S. 2)
- [8] O. J. Bakker; T. N. Papastathis; A. A. Popov; S. M. Ratchev. „Active fixturing: literature review and future research directions“. In: *International Journal of Production Research* **51** (2013), No. 11, pp.3171–3190. DOI: 10.1080/00207543.2012.695893 (zitiert auf S. 2)
- [9] A. Y. C. Nee; K. Whybrew; A. Senthil kumar. *Advanced Fixture Design for FMS*. Springer, 1995. ISBN: 978-1-4471-2119-0 (zitiert auf S. 3)
- [10] B. Perović. *Vorrichtungen im Werkzeugmaschinenbau*. Springer Vieweg, 2013. ISBN: 978-3-642-32706-3. DOI: 10.1007/978-3-642-32707-0 (zitiert auf S. 3)
- [11] E. K. Henriksen. *Jig and fixture design manual*. Industrial Press Inc., 1973. ISBN: 0-8311-1098-8 (zitiert auf S. 3)

- [12] A. Y. C. Nee; Z. J. Tao; A. Senthil kumar. *An Advanced Treatise On Fixture Design And Planning*. World Scientific Publishing, 2004. ISBN: 981-256-059-9 (zitiert auf S. 3)
- [13] T. N. Papastathis. „Modelling and Design Methodology for Fully-Active Fixtures“. Dissertation. The University of Nottingham, 2010 (zitiert auf S. 4)
- [14] J. Cecil. „Computer aided fixture design: Using information intensive function models in the development of automated fixture design systems“. In: *Journal of Manufacturing Systems* **21** (2002), No. 1, pp. 58–71. DOI: 10.1016/S0278-6125(02)90012-9 (zitiert auf S. 4)
- [15] H. Wang; Y. K. Rong; H. Li; P. Shaun. „Computer aided fixture design: Recent research and trends“. In: *Computer-Aided Design* **42** (2010), No. 12, pp. 1085–1094. DOI: 10.1016/j.cad.2010.07.003 (zitiert auf S. 4)
- [16] J. Fleischer; B. Denkena; B. Winfough; M. Mori. „Workpiece and Tool Handling in Metal Cutting Machines“. In: *CIRP Annals* **55** (2006), No. 2, pp. 817–839. DOI: 10.1016/j.cirp.2006.10.009 (zitiert auf S. 4)
- [17] Z. M. Bi; W. J. Zhang. „Flexible fixture design and automation: Review, issues and future directions“. In: *International Journal of Production Research* **39** (2001), No. 13, pp. 2867–2894. DOI: 10.1080/00207540110054579 (zitiert auf S. 4)
- [18] Hilma-Römheld GmbH. *Program Summary: Elements and systems for production engineering*. https://www.roemheld-gruppe.de/fileadmin/user_upload/downloads/programmuebersichten/ROEMHELD-Programm_en_0810.pdf, Abruf: 27.9.2018 (zitiert auf S. 5)
- [19] M. V. Gandhi; B. S. Thompson. „Phase change fixturing for flexible manufacturing systems“. In: *Journal of Manufacturing Systems* **4** (1985), No. 1, pp. 29–39. DOI: 10.1016/0278-6125(85)90005-6 (zitiert auf S. 5)
- [20] U. Heisel; S. Pasternak; T. Stehle. „Spannsteifigkeit in der Mikrospanntechnik: Statische Steifigkeit der Werkstückeinspannung bei unterschiedlichen Mikrospannverfahren“. In: *Werkstattstechnik online* (2014), No. 104, pp. 66–74 (zitiert auf S. 5)
- [21] H.-C. Möhring; P. Wiederkehr; M. Leopold; R. Hense; F. Hannesen. „Detection and Compensation of Workpiece Distortions During Machining of Slender and Thin-Walled Aerospace Parts“. In: *Intelligent Fixtures for the Manufacturing of Low Rigidity Components*. 2018, pp. 3–23. ISBN: 978-3-319-45290-6. DOI: 10.1007/978-3-319-45291-3 (zitiert auf S. 5)
- [22] Erwin Halder KG. *Aufsitzspanner*. https://www.halder.com/at/content/download/283405/29963688/file/DS_23310_0025__de.pdf, Abruf: 27.9.2018 (zitiert auf S. 6)

-
- [23] A. Senthil kumar; A. Y. C. Nee; S. Prombanpong. „Expert fixture-design system for an automated manufacturing environment“. In: *Computer-Aided Design* **24** (1992), No. 6, pp. 316–326. DOI: 10.1016/0010-4485(92)90049-G (zitiert auf S. 6)
- [24] S. K. Hargrove; A. Kusiak. „Computer-aided fixture design: a review“. In: *International Journal of Production Research* **32** (1994), No. 4, pp. 733–753. DOI: 10.1080/00207549408956967 (zitiert auf S. 6)
- [25] Y. K. Rong; S. H. Huang; Z. Hou. *Advanced Computer-Aided Fixture Design*. Elsevier Academic Press, 2005. ISBN: 0-12-594751-8 (zitiert auf S. 6)
- [26] I. Boyle; Y. Rong; D. C. Brown. „A review and analysis of current computer-aided fixture design approaches“. In: *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* **27** (2011), No. 1, pp. 1–12. DOI: 10.1016/j.rcim.2010.05.008 (zitiert auf S. 6)
- [27] H. Hashemi; A. M. Shaharoun; S. Izman; D. Kurniawan. „Recent Developments on Computer Aided Fixture Design: Case Based Reasoning Approaches“. In: *Advances in Mechanical Engineering* **6** (2014). Article ID 484928, pp. 1–15. DOI: 10.1155/2014/484928 (zitiert auf S. 6)
- [28] J. R. Boerma; H. J. J. Kals. „Fixture Design with FIXES: the Automatic Selection of Positioning, Clamping and Support Features for Prismatic Parts“. In: *CIRP Annals* **38** (1989), No. 1, pp. 399–402. DOI: 10.1016/S0007-8506(07)62732-2 (zitiert auf S. 6)
- [29] D. T. Pham; M. J. Nategh; A. de Sam Lazaro. „A knowledge-based jig-and-fixture designers’ assistant“. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* **4** (1989), No. 1, pp. 26–45. DOI: 10.1007/BF02601509 (zitiert auf S. 6)
- [30] H. Paris; D. Brissaud. „Process planning strategy based on fixturing indicator evaluation“. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* **25** (2005), No. 9–10, pp. 913–922. DOI: 10.1007/s00170-003-1928-z (zitiert auf S. 6)
- [31] R. Hunter Alarcón; J. Ríos Chueco; J. M. Pérez García; A. Vizán Idoipe. „Fixture knowledge model development and implementation based on a functional design approach“. In: *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* **26** (2010), No. 1, pp. 56–66. DOI: 10.1016/j.rcim.2009.02.001 (zitiert auf S. 6)
- [32] Y. Zheng; C.-M. Chew. „A geometric approach to automated fixture layout design“. In: *Computer-Aided Design* **42** (2010), No. 3, pp. 202–212. DOI: 10.1016/j.cad.2009.10.002 (zitiert auf S. 6)
- [33] F. P. Zhang; D. Wu; T. H. Zhang; Y. Yan; S. I. Butt. „Knowledge component-based intelligent method for fixture design“. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* **94** (2018), No. 9–12, pp. 4139–4157. DOI: 10.1007/s00170-017-1075-6 (zitiert auf S. 6)

- [34] B. Li; S. N. Melkote. „An Elastic Contact Model for the Prediction of Workpiece-Fixture Contact Forces in Clamping“. In: *Journal of Manufacturing Science and Engineering* **121** (1999), No. 3, pp. 485–493. DOI: 10.1115/1.2832707 (zitiert auf S. 7)
- [35] H. Deng; S. N. Melkote. „Determination of minimum clamping forces for dynamically stable fixturing“. In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* **46** (2006), No. 7–8, pp. 847–857. DOI: 10.1016/j.ijmachtools.2005.07.040 (zitiert auf S. 7)
- [36] R. Ramesh; M. A. Mannan; A. N. Poo. „Error compensation in machine tools – a review. Part I: geometric, cutting-force induced and fixture-dependent errors“. In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* **40** (2000), No. 9, pp. 1235–1256. DOI: 10.1016/S0890-6955(00)00009-2 (zitiert auf S. 7)
- [37] A. Raghu; S. N. Melkote. „Analysis of the effects of fixture clamping sequence on part location errors“. In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* **44** (2004), No. 4, pp. 373–382. DOI: 10.1016/j.ijmachtools.2003.10.015 (zitiert auf S. 7)
- [38] G. Qin; W. Zhang; M. Wan. „Analysis and Optimal Design of Fixture Clamping Sequence“. In: *Journal of Manufacturing Science and Engineering* **128** (2006), No. 2, pp. 482–493. DOI: 10.1115/1.2162908 (zitiert auf S. 7)
- [39] C. Luo; L. Zhu; H. Ding. „Two-Sided Quadratic Model for Workpiece Fixturing Analysis“. In: *Journal of Manufacturing Science and Engineering* **133** (2011), No. 3. Article ID 031004, pp. 1–11. DOI: 10.1115/1.4003951 (zitiert auf S. 7)
- [40] Z. Liu; M. Y. Wang; K. Wang; X. Mei. „Multi-objective optimization design of a fixture layout considering locator displacement and force–deformation“. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* **67** (2013), No. 5–8, pp. 1267–1279. DOI: 10.1007/s00170-012-4564-7 (zitiert auf S. 7)
- [41] R. O. Mittal; P. H. Cohen; B. J. Gilmore. „Dynamic modeling of the fixture-workpiece system“. In: *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* **8** (1991), No. 4, pp. 201–217. DOI: 10.1016/0736-5845(91)90032-N (zitiert auf S. 7)
- [42] M. R. Behzadi; B. Arezoo. „Static and dynamic models for predicting the effects of supports on machining flatness and roughness“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture* **216** (2002), No. 5, pp. 735–742. DOI: 10.1243/0954405021520427 (zitiert auf S. 7)
- [43] S. Ratchev; K. Phuah; G. Lämmel; W. Huang. „An experimental investigation of fixture–workpiece contact behaviour for the dynamic simulation of complex fixture–workpiece systems“. In: *Journal of Materials Processing Technology* **164-165** (2005), pp. 1597–1606. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2005.01.011 (zitiert auf S. 7)
- [44] M. Lünemann. „Entwicklung von Konstruktionselementen für Werkstückspannsysteme prismatischer Bauteile“. Dissertation. Universität Hannover, 2006 (zitiert auf S. 7)

-
- [45] S. P. Siebenaler; S. N. Melkote. „Prediction of workpiece deformation in a fixture system using the finite element method“. In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* **46** (2006), No. 1, pp. 51–58. DOI: 10.1016/j.ijmachtools.2005.04.007 (zitiert auf S. 7)
- [46] Y. J. G. Liao; S. J. Hu. „Flexible multibody dynamics based fixture-workpiece analysis model for fixturing stability“. In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* **40** (2000), No. 3, pp. 343–362. DOI: 10.1016/S0890-6955(99)00067-X (zitiert auf S. 7)
- [47] J. H. Yeh; F. W. Liou. „Contact condition modelling for machining fixture setup processes“. In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* **39** (1999), No. 5, pp. 787–803. DOI: 10.1016/S0890-6955(98)00057-1 (zitiert auf S. 7)
- [48] J. N. Asante. „A combined contact elasticity and finite element-based model for contact load and pressure distribution calculation in a frictional workpiece-fixture system“. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* **39** (2008), No. 5–6, pp. 578–588. DOI: 10.1007/s00170-007-1187-5 (zitiert auf S. 7)
- [49] N. Kaya; F. Öztürk. „The Application of Chip Removal and Frictional Contact Analysis for Workpiece-Fixture Layout Verification“. In: *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* **21** (2003), No. 6, pp. 411–419. DOI: 10.1007/s001700300048 (zitiert auf S. 8)
- [50] K. S. Kumar; G. Paulraj. „Analysis and optimization of fixture under dynamic machining condition with chip removal effect“. In: *Journal of Intelligent Manufacturing* **25** (2012), No. 1, pp. 85–98. DOI: 10.1007/s10845-012-0677-y (zitiert auf S. 8)
- [51] A. R. Mijar; J. S. Arora. „Review of formulations for elastostatic frictional contact problems“. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* **20** (2000), No. 3, pp. 167–189. DOI: 10.1007/s001580050147 (zitiert auf S. 8)
- [52] C. Brecher; M. Esser; S. Witt. „Interaction of manufacturing process and machine tool“. In: *CIRP Annals* **58** (2009), No. 2, pp. 588–607. DOI: 10.1016/j.cirp.2009.09.005 (zitiert auf S. 8)
- [53] B. Fang; R. E. DeVor; S. G. Kapoor. „An Elastodynamic Model of Frictional Contact and Its Influence on the Dynamics of a Workpiece-Fixture System“. In: *Journal of Manufacturing Science and Engineering* **123** (2001), No. 3, pp. 481–489. DOI: 10.1115/1.1381006 (zitiert auf S. 8, 31)
- [54] H. E. Motlagh; M. Hamed; M. Nikkhah-Bahramy. „Application of the Armstrong friction model to study dynamic transient response in workpiece- fixture systems“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture* **218** (2004), No. 7, pp. 737–747. DOI: 10.1177/095440540421800707 (zitiert auf S. 8)

- [55] B. Tadic; D. Vukelic; D. Miljanic; B. Bogdanovic; I. Macuzic; I. Budak; P. Todorovic. „Model testing of fixture–workpiece interface compliance in dynamic conditions“. In: *Journal of Manufacturing Systems* **33** (2014), No. 1, pp. 76–83. DOI: 10.1016/j.jmsy.2013.05.004 (zitiert auf S. 8)
- [56] P. Todorovic; D. Vukelic; B. Tadic; D. Veljkovic. „Modelling of Dynamic Compliance of Fixture/Workpiece Interface“. In: *International Journal of Simulation Modelling* **13** (2014), No. 1, pp. 54–65. DOI: 10.2507/ijstimm13(1)5.254 (zitiert auf S. 8)
- [57] J. F. Hurtado; S. N. Melkote. „Workpiece–fixture static friction under dynamic loading“. In: *Wear* **231** (1999), No. 1, pp. 139–152. DOI: 10.1016/S0043-1648(99)00123-4 (zitiert auf S. 8)
- [58] W. Xie; E. C. De Meter; M. W. Trethewey. „An experimental evaluation of coefficients of static friction of common workpiece–fixture element pairs“. In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* **40** (2000), No. 4, pp. 467–488. DOI: 10.1016/S0890-6955(99)00082-6 (zitiert auf S. 8)
- [59] O. J. Bakker. „Control Methodology and Modelling of Active Fixtures“. Dissertation. The University of Nottingham, 2010 (zitiert auf S. 8)
- [60] K. L. Johnson. *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, 1987. ISBN: 0-521-34796-3 (zitiert auf S. 8)
- [61] H. Rudolph; S. Ihlenfeldt. „Dämpfung in verspannten Fugen. Teil 1: Modellierung von Dämpfung in verschraubten Flanschverbindungen“. In: *ZWF Zeitschrift für wirtschaftlichen Fabrikbetrieb* **111** (2016), No. 7–8, pp. 439–443. DOI: 10.3139/104.111550 (zitiert auf S. 8)
- [62] T. Treyde. „Modellierung des Kontaktes zwischen den Deckplatten von Turbinenschaufeln“. Dissertation. Universität Hannover, 1995 (zitiert auf S. 8, 9)
- [63] S. Meyer. „Modellbildung und Identifikation von lokalen nichtlinearen Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften in komplexen strukturdynamischen Finite Elemente Modelle“. Dissertation. Universität Kassel, 2003 (zitiert auf S. 8, 9)
- [64] A. H. Nayfeh; D. T. Mook. *Nonlinear Oscillations*. Wiley, 1979. ISBN: 0-471-12142-8 (zitiert auf S. 9)
- [65] L. Gaul; J. Lenz. „Nonlinear dynamics of structures assembled by bolted joints“. In: *Acta Mechanica* **125** (1997), No. 1, pp. 169–181. DOI: 10.1007/BF01177306 (zitiert auf S. 9, 31)
- [66] K. Grudziński; R. Kostek. „An analysis of nonlinear normal contact microvibrations excited by a harmonic force“. In: *Nonlinear Dynamics* **50** (2007), No. 4, pp. 809–815. DOI: 10.1007/s11071-007-9230-5 (zitiert auf S. 9)
- [67] R. Kostek. „Analysis of the primary and superharmonic contact resonances – Part 1“. In: *Journal of Theoretical and Applied Mechanics* **51** (2013), No. 2, pp. 475–486 (zitiert auf S. 9)

-
- [68] P. Kolar; H.-C. Möhring; P. Wiederkehr. „Methodology“. In: *Intelligent Fixtures for the Manufacturing of Low Rigidity Components*. 2018, pp. xix–xxx. ISBN: 978-3-319-45290-6. DOI: 10.1007/978-3-319-45291-3 (zitiert auf S. 9)
- [69] H.-C. Möhring; P. Wiederkehr; M. Leopold; L. T. Nguyen; R. Hense; T. Siebrecht. „Simulation aided design of intelligent machine tool components“. In: *Journal of Machine Engineering* **16** (2016), No. 3, pp. 5–33 (zitiert auf S. 9)
- [70] H.-C. Möhring; W. Gessler; A. König; L. T. Nguyen; Q. P. Nguyen. „Modular intelligent fixture system for flexible clamping of large parts“. In: *Journal of Machine Engineering* **17** (2017), No. 4, pp. 29–39. DOI: 10.5604/01.3001.0010.7003 (zitiert auf S. 9, 84)
- [71] B. Denkena; H.-C. Möhring; K. M. Litwinski. „Design of dynamic multi sensor systems“. In: *Production Engineering* **2** (2008), No. 3, pp. 327–331. DOI: 10.1007/s11740-008-0102-8 (zitiert auf S. 9)
- [72] V. L. Popov. *Kontaktmechanik und Reibung: Von der Nanotribologie bis zur Erdbebendynamik*. 2., überarb. Auflage. Springer, 2010. ISBN: 978-3-642-13301-5. DOI: 10.1007/978-3-642-13302-2 (zitiert auf S. 13, 27)
- [73] K. Popp; L. Panning; W. Sextro. „Vibration Damping by Friction Forces: Theory and Applications“. In: *Modal Analysis* **9** (2003), No. 3–4, pp. 419–448. DOI: 10.1177/107754603030780 (zitiert auf S. 13)
- [74] R. A. Ibrahim. „Friction-Induced Vibration, Chatter, Squeal, and Chaos. Part I: Mechanics of Contact and Friction“. In: *Applied Mechanics Reviews* **47** (1994), No. 7, pp. 209–226. DOI: 10.1115/1.3111079 (zitiert auf S. 13)
- [75] R. A. Ibrahim. „Friction-Induced Vibration, Chatter, Squeal, and Chaos. Part II: Dynamics and Modeling“. In: *Applied Mechanics Reviews* **47** (1994), No. 7, pp. 227–253. DOI: 10.1115/1.3111080 (zitiert auf S. 13)
- [76] P. Haupt. „On the mathematical modelling of material behavior in continuum mechanics“. In: *Acta Mechanica* **100** (1993), No. 3–4, pp. 129–154. DOI: 10.1007/BF01174786 (zitiert auf S. 14–16)
- [77] E. Krempl. „Models of viscoplasticity. Some comments on equilibrium (back) stress and drag stress“. In: *Acta Mechanica* **69** (1987), No. 1–4, pp. 25–42. DOI: 10.1007/BF01175712 (zitiert auf S. 16)
- [78] B. D. Coleman; W. Noll. „Foundations of Linear Viscoelasticity“. In: *Reviews of Modern Physics* **33** (1961), No. 2, pp. 239–249. DOI: 10.1103/RevModPhys.33.239 (zitiert auf S. 16)
- [79] M. E. Gurtin; E. Sternberg. „On the linear theory of viscoelasticity“. In: *Archive for Rational Mechanics and Analysis* **11** (1962), No. 1, pp. 291–356. DOI: 10.1007/BF00253942 (zitiert auf S. 16)
- [80] C. Truesdell; W. Noll. *The Non-Linear Field Theories of Mechanics*. Third Edition. Springer, 2004. ISBN: 3-540-02779-3 (zitiert auf S. 16)

- [81] M. Korzen. „Beschreibung des inelastischen Materialverhaltens im Rahmen der Kontinuumsmechanik: Vorschlag einer Materialgleichung vom viskoelastisch-plastischen Typ“. Dissertation. Technische Hochschule Darmstadt, 1988 (zitiert auf S. 16, 17)
- [82] C. W. Bert. „Material damping: An introductory review of mathematic measures and experimental technique“. In: *Journal of Sound and Vibration* **29** (1973), No. 2, pp. 129–153. DOI: 10.1016/S0022-460X(73)80131-2 (zitiert auf S. 18, 33)
- [83] N. W. Tschoegl. *The Phenomenological Theory of Linear Viscoelastic Behavior*. Springer, 1989. DOI: 10.1007/978-3-642-73602-5 (zitiert auf S. 18)
- [84] D. Gross; W. Hauger; J. Schröder; W. A. Wall. *Technische Mechanik 3: Kinetik*. 13., überarbeitete Auflage. Springer, 2015. ISBN: 978-3-642-53954-1. DOI: 10.1007/978-3-642-53954-1 (zitiert auf S. 18)
- [85] E. Krempl; J. J. McMahon; D. Yao. „Viscoplasticity based on overstress with a differential growth law for the equilibrium stress“. In: *Mechanics of Materials* **5** (1986), No. 1, pp. 35–48. DOI: 10.1016/0167-6636(86)90014-1 (zitiert auf S. 24)
- [86] P. Perzyna. „On the Constitutive Equations for Work Hardening and Rate Sensitive Plastic Materials“. In: *Bulletin de l'Academie Polonaise des Sciences, Serie des sciences techniques* **12** (1964), No. 4, p. 249 (zitiert auf S. 24)
- [87] P. Haupt; A. Lion. „Experimental identification and mathematical modeling of viscoplastic material behavior“. In: *Continuum Mechanics and Thermodynamics* **7** (1995), No. 1, pp. 73–96. DOI: 10.1007/BF01175770 (zitiert auf S. 24)
- [88] S. Hartmann. „A thermomechanically consistent constitutive model for polyoxymethylene“. In: *Archive of Applied Mechanics* **76** (2006), No. 5, pp. 349–366. DOI: 10.1007/s00419-006-0034-8 (zitiert auf S. 24)
- [89] M. Kästner; M. Obst; K. Thielsch; J. Brummund; V. Ulbricht. „Computation of the effective nonlinear material behaviour of composites using X-FEM – Analysis of the matrix material behaviour“. In: *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics* **8** (2008), pp. 10429–10430. DOI: 10.1002/pamm.200810429 (zitiert auf S. 24, 33)
- [90] A. Lion. „Materialeigenschaften der Viskoplastizität – Experimente, Modellbildung und Parameteridentifikation“. Dissertation. Universität Gesamthochschule Kassel, 1994 (zitiert auf S. 24)
- [91] M. C. M. Liu; E. Krempl. „A uniaxial viscoplastic model based on total strain and overstress“. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **27** (1979), No. 5–6, pp. 377–391. DOI: 10.1016/0022-5096(79)90021-8 (zitiert auf S. 26)
- [92] R. A. Schapery. „On the characterization of nonlinear viscoelastic materials“. In: *Polymer Engineering & Science* **9** (1969), No. 4, pp. 295–310. DOI: 10.1002/pen.760090410 (zitiert auf S. 27)

-
- [93] R. Kostek. „An Analysis of the 1/2 Superharmonic Contact Resonance“. In: *Dynamical Systems: Theoretical and Experimental Analysis*. Springer, 2016, pp. 201–214. ISBN: 978-3-319-42408-8. DOI: 10.1007/978-3-319-42408-8_17 (zitiert auf S. 27)
- [94] K. C. Valanis. „A theory of viscoplasticity without a yield surface. Part I. General Theory“. In: *Archives of Mechanics* **23** (1971), pp. 517–533 (zitiert auf S. 29)
- [95] K. C. Valanis. „A theory of viscoplasticity without a yield surface. Part II. Application to mechanical behavior of metals“. In: *Archives of Mechanics* **23** (1971), pp. 535–551 (zitiert auf S. 29)
- [96] K. C. Valanis. „Fundamental consequences of a new intrinsic time measure. Plasticity as a limit of the endochronic theory“. In: *Archives of Mechanics* **32** (1980), pp. 171–191 (zitiert auf S. 29, 30, 32)
- [97] A. C. Pipkin; R. S. Rivlin. „Mechanics of rate-independent materials“. In: *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik* **16** (1965), No. 3, pp. 313–327. DOI: 10.1007/BF01591911 (zitiert auf S. 29)
- [98] P. Haupt. „Dynamische Systeme mit geschwindigkeitsunabhängiger Dämpfung“. In: *Journal of Applied Mathematics and Mechanics* **71** (1991), No. 4, T55–T57. DOI: 10.1002/zamm.19910710403 (zitiert auf S. 30, 31)
- [99] P. Haupt. *Viskoelastizität und -plastizität thermomechanisch konsistenter Materialgleichungen*. Technische Universität Berlin, Habilitationsschrift. 1975 (zitiert auf S. 31)
- [100] R. S. Rivlin. „Some comments on the endochronic theory of plasticity“. In: *International Journal of Solids and Structures* **17** (1981), No. 2, pp. 231–248. DOI: 10.1016/0020-7683(81)90078-0 (zitiert auf S. 32)
- [101] K. C. Valanis. „On the substance of Rivlin’s remarks on the endochronic theory“. In: *International Journal of Solids and Structures* **17** (1981), pp. 249–265. DOI: 10.1016/0020-7683(81)90079-2 (zitiert auf S. 32)
- [102] C. J. Fazio. „A study of the mathematical foundations of the endochronic theory of plasticity“. In: *International Journal of Engineering Science* **28** (1990), No. 4, pp. 265–271. DOI: 10.1016/0020-7225(90)90099-5 (zitiert auf S. 32)
- [103] T. Ranz. *Elementare Materialmodelle der Linearen Viskoelastizität im Zeitbereich*. Beiträge zur Materialtheorie 5/07. http://www.unibw.de/lrt4/forschung/forschung/schriftenreihe1/BZM_Heft_5_07_Rev01.pdf, Ab-ruf: 27.9.2018 (zitiert auf S. 33)
- [104] A. Rieger. „Zur Parameteridentifikation komplexer Materialmodelle auf der Basis realer und virtueller Testdaten“. Dissertation. Universität Stuttgart, 2005 (zitiert auf S. 36)
- [105] W. Alt. *Nichtlineare Optimierung: Eine Einführung in Theorie, Verfahren und Anwendungen*. Vieweg, 2002. ISBN: 978-3-528-03193-0 (zitiert auf S. 37, 44)

- [106] J. J. Moré; S. J. Wright. *Optimization software guide*. Second Printing. Frontiers in applied mathematics: Vol. 14. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994. ISBN: 0-89871-322-6 (zitiert auf S. 38)
- [107] S. Voß; D. L. Woodruff. *Optimization software class libraries*. Operations Research/Computer Science Interfaces Series: Vol. 18. Kluwer Academic Publishers, 2002. ISBN: 1-4020-7002-0 (zitiert auf S. 38)
- [108] L. M. Rios; N. V. Sahinidis. „Derivative-free optimization: a review of algorithms and comparison of software implementations“. In: *Journal of Global Optimization* **56** (2012), No. 3, pp. 1247–1293. DOI: 10.1007/s10898-012-9951-y (zitiert auf S. 38)
- [109] H. D. Mittelmann. *Decision Tree for Optimization Software*. <http://plato.asu.edu/guide.html>, Abruf: 27.9.2018 (zitiert auf S. 38)
- [110] Y. Bard. *Nonlinear parameter estimation*. Academic Press, 1974. ISBN: 0-12-078250-2 (zitiert auf S. 38, 46)
- [111] A. van den Bos. *Parameter Estimation for Scientists and Engineers*. Wiley, 2007. ISBN: 978-0-470-14781-8 (zitiert auf S. 38)
- [112] M. Bartholomew-Biggs. *Nonlinear Optimization with Engineering Applications*. Springer Optimization and Its Applications: Vol. 19. Springer, 2008. ISBN: 978-0-387-78722-0 (zitiert auf S. 38)
- [113] P. E. Frandsen; K. Jonasson; H. B. Nielsen; O. Tingleff. *Unconstrained Optimization*. Technical University of Denmark, 2004. http://www2.imm.dtu.dk/pubdb/views/edoc_download.php/3217/pdf/imm3217.pdf, Abruf: 27.9.2018 (zitiert auf S. 38)
- [114] K. Madsen; H. B. Nielsen; O. Tingleff. *Methods for Non-Linear Least Squares Problems*. Technical University of Denmark, 2004. <http://orbit.dtu.dk/files/2721358/imm3215.pdf>, Abruf: 27.9.2018 (zitiert auf S. 38, 43, 45)
- [115] K. Madsen; H. B. Nielsen; O. Tingleff. *Optimization with Constraints*. Technical University of Denmark, 2004. <http://orbit.dtu.dk/files/2721110/imm4213.pdf>, Abruf: 27.9.2018 (zitiert auf S. 38, 45)
- [116] P. E. Gill; W. Murray; M. H. Wright. *Practical optimization*. Second Printing. Academic Press, 1982. ISBN: 0-12-283952-8 (zitiert auf S. 38, 43)
- [117] P. Spellucci. *Numerische Verfahren der nichtlinearen Optimierung*. Birkhäuser, 1993. ISBN: 3-7643-2854-1 (zitiert auf S. 38)
- [118] Å. Björck. *Numerical methods for least squares problems*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1996. ISBN: 0-89871-360-9 (zitiert auf S. 38, 45)
- [119] J. Nocedal; S. J. Wright. *Numerical Optimization*. Second Edition. Springer, 2006. ISBN: 978-0-387-30303-1 (zitiert auf S. 38)
- [120] J. D. Lambert. *Numerical Methods for Ordinary Differential Systems: The Initial Value Problem*. Wiley, 1991. ISBN: 0-471-92990-5 (zitiert auf S. 38, 41)

-
- [121] E. Hairer; S.P. Nørsett; G. Wanner. *Solving Ordinary Differential Equations I: Nonstiff Problems*. Corrected 3rd printing. Springer, 2008. ISBN: 978-3-540-56670-0. DOI: 10.1007/978-3-540-78862-1 (zitiert auf S. 38, 41)
- [122] E. Hairer; G. Wanner. *Solving Ordinary Differential Equations II: Stiff and Differential-Algebraic Problems*. Second Revised Edition. Springer, 2002. ISBN: 978-3-540-60452-5 (zitiert auf S. 38, 41, 42)
- [123] J. Stoer; R. Bulirsch. *Introduction to Numerical Analysis*. Springer, 1993. ISBN: 3-540-97878-X (zitiert auf S. 38)
- [124] W.H. Press; S.A. Teukolsky; W.T. Vetterling; B.P. Flannery. *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing*. Third Edition. Cambridge University Press, 2007. ISBN: 978-0-521-88068-8 (zitiert auf S. 38, 41, 42)
- [125] E. Hairer; G. Wanner. „Stiff differential equations solved by Radau methods“. In: *Journal of Computational and Applied Mathematics* **111** (1999), No. 1–2, pp. 93–111. DOI: 10.1016/S0377-0427(99)00134-X (zitiert auf S. 38, 41–43)
- [126] E. Hairer. *RADAU*. Université de Genève, 1996. <http://www.unige.ch/~hairer/software.html>, Abruf: 27.9.2018 (zitiert auf S. 38)
- [127] C. Ludwig. *radauMex*. Technische Universität München, 2013. <http://www-m3.ma.tum.de/Software/ODEHome>, Abruf: 27.9.2018 (zitiert auf S. 38)
- [128] R. Oldenhuis. *minimize – Minimize constrained functions with FMINSEARCH or FMINLBFGS, globally or locally*. MATLAB Central File Exchange, 2018. <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/24298-optimize>, Abruf: 27.9.2018 (zitiert auf S. 38)
- [129] M. I. A. Lourakis. *levmar: Levenberg-Marquardt nonlinear least squares algorithms in C/C++*. Foundation for Research and Technology - Hellas (FORTH), 2004. <http://www.ics.forth.gr/~lourakis/levmar/>, Abruf: 27.9.2018 (zitiert auf S. 38)
- [130] S. Le Digabel. „Algorithm 909: NOMAD: Nonlinear Optimization with the MADS algorithm“. In: *ACM Transactions on Mathematical Software* **37** (2011), No. 4, pp. 1–15. DOI: 10.1145/1916461.1916468 (zitiert auf S. 38, 49)
- [131] M.A. Abramson; C. Audet; G. Couture; J.E. Dennis, Jr.; S. Le Digabel; C. Tribes. *The NOMAD project*. GERAD: Groupe d’études et de recherche en analyse des décisions, 2017. <https://www.gerad.ca/nomad/>, Abruf: 27.9.2018 (zitiert auf S. 38)
- [132] C. Audet; S. Le Digabel; C. Tribes. *NOMAD user guide*. Technical Report G-2009-37, Les cahiers du GERAD, 2009. https://www.gerad.ca/nomad/Downloads/user_guide.pdf, Abruf: 27.9.2018 (zitiert auf S. 38, 49)
- [133] H.-R. Schwarz; N. Köckler. *Numerische Mathematik*. Vieweg+Teubner, 2011. ISBN: 978-3-8348-1551-4 (zitiert auf S. 40, 41)
- [134] T. Maiwald; J. Timmer. „Dynamical modeling and multi-experiment fitting with PottersWheel“. In: *Bioinformatics* **24** (2008), No. 18, pp. 2037–2043. DOI: 10.1093/bioinformatics/btn350 (zitiert auf S. 41)

- [135] J. C. Butcher. *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations*. Wiley, 2008. ISBN: 978-0-470-72335-7 (zitiert auf S. 42)
- [136] D. W. Marquardt. „An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters“. In: *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics* **11** (1963), No. 2, pp. 431–441. DOI: 10.1137/0111030 (zitiert auf S. 43)
- [137] W. Dahmen; A. Reusken. *Numerik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. Springer, 2008. ISBN: 978-3-540-76493-9. DOI: 10.1007/978-3-540-76493-9 (zitiert auf S. 44)
- [138] H. B. Nielsen. *Damping parameter in Marquardt’s method*. Technical Report IMM-REP-1999-05, Technical University of Denmark, 1999. http://www2.imm.dtu.dk/documents/ftp/tr99/tr05_99.pdf, Abruf: 27.9.2018 (zitiert auf S. 45)
- [139] J. A. Nelder; R. Mead. „A Simplex Method for Function Minimization“. In: *Computer Journal* **7** (1965), No. 4, pp. 308–313. DOI: 10.1093/comjnl/7.4.308 (zitiert auf S. 47)
- [140] K.-H. Goldhorn; H.-P. Heinz. *Mathematik für Physiker 1*. Springer, 2007. ISBN: 978-3-540-48767-8 (zitiert auf S. 47)
- [141] J. C. Lagarias; J. A. Reeds; M. H. Wright; P. E. Wright. „Convergence Properties of the Nelder–Mead Simplex Method in Low Dimensions“. In: *SIAM Journal on Optimization* **9** (1998), No. 1, pp. 112–147. DOI: 10.1137/S1052623496303470 (zitiert auf S. 48)
- [142] S. Singer; J. Nelder. „Nelder-Mead algorithm“. In: *Scholarpedia* **4** (2009), No. 7. Revision #91557, p. 2928. DOI: 10.4249/scholarpedia.2928 (zitiert auf S. 48)
- [143] W. H. Swann. „Direct Search Methods“. In: *Numerical methods for unconstrained optimization*. Academic Press, 1972. ISBN: 978-0125122504 (zitiert auf S. 48)
- [144] C. Audet; J. E. Dennis. „Mesh Adaptive Direct Search Algorithms for Constrained Optimization“. In: *SIAM Journal on Optimization* **17** (2006), No. 1, pp. 188–217. DOI: 10.1137/040603371 (zitiert auf S. 49, 50)
- [145] C. Audet; J. E. Dennis. „Analysis of Generalized Pattern Searches“. In: *SIAM Journal on Optimization* **13** (2002), No. 3, pp. 889–903 (zitiert auf S. 49)
- [146] C. Davis. „Theory of Positive Linear Dependence“. In: *American Journal of Mathematics* **76** (1954), No. 4, pp. 733–746. DOI: 10.2307/2372648 (zitiert auf S. 49)
- [147] A. R. Conn; S. Le Digabel. „Use of quadratic models with mesh-adaptive direct search for constrained black box optimization“. In: *Optimization Methods and Software* **28** (2013), No. 1, pp. 139–158. DOI: 10.1080/10556788.2011.623162 (zitiert auf S. 49)
- [148] J. Wolberg. *Data Analysis Using the Method of Least Squares: Extracting the Most Information from Experiments*. Springer, 2006. ISBN: 978-3-540-25674-8 (zitiert auf S. 50)

-
- [149] Micro-Epsilon Messtechnik GmbH & Co. KG. *eddyNCDT // Wirbelstromsensoren für Weg, Abstand & Position*. <https://www.micro-epsilon.de/download/products/cat--eddyNCDT--de.pdf>, Abruf: 27.9.2018 (zitiert auf S. 54)
- [150] H.-C. Möhring; Q. P. Nguyen; A. Kuhlmann; C. Lerez; L. T. Nguyen; S. Misch. „Intelligent Tools for Predictive Process Control“. In: *Procedia CIRP* **57** (2016). Proceedings of the 49th CIRP Conference on Manufacturing Systems, pp. 539–544. DOI: 10.1016/j.procir.2016.11.093 (zitiert auf S. 54)
- [151] D. J. Ewins. *Modal Testing: Theory and Practice*. Research Studies Press, 1984. ISBN: 0-86380-017-3 (zitiert auf S. 58, 95, 98)
- [152] Y. Li; M. Xu. „Hysteresis loop and energy dissipation of viscoelastic solid models“. In: *Mechanics of Time-Dependent Materials* **11** (2007), No. 1, pp. 1–14. DOI: 10.1007/s11043-007-9027-4 (zitiert auf S. 59)
- [153] T. Huckle; S. Schneider. *Numerische Methoden*. 2. Auflage. Springer, 2006. ISBN: 978-3-540-30318-3. DOI: 10.1007/3-540-30318-9 (zitiert auf S. 59)
- [154] P. Hagedorn. *Technische Mechanik. Band 3: Dynamik*. 4., überarb. Auflage. Harri Deutsch, 2008. ISBN: 978-3-8171-1835-9 (zitiert auf S. 63)
- [155] A. F. Fossum. „Parameter Estimation for an Internal Variable Model Using Nonlinear Optimization and Analytical/Numerical Response Sensitivities“. In: *Journal of Engineering Materials and Technology* **119** (1997), No. 4, pp. 337–345. DOI: 10.1115/1.2812267 (zitiert auf S. 66)
- [156] R. J. Carroll; D. Ruppert. *Transformation and Weighting in Regression*. Springer, 1988. ISBN: 978-0-412-01421-5 (zitiert auf S. 74)
- [157] T. Strutz. *Data Fitting and Uncertainty: A Practical Introduction to Weighted Least Squares and Beyond*. Vieweg+Teubner, 2011. ISBN: 978-3-8348-1022-9 (zitiert auf S. 74)
- [158] L. T. Nguyen; H.-C. Möhring. „Stiffness and Damping Properties of a Swing Clamp: Model and Experiment“. In: *Procedia CIRP* **58** (2017). 16th CIRP Conference on Modeling of Machining Operations, 15.-16. June 2017, Cluny, France, pp. 299–304. DOI: 10.1016/j.procir.2017.03.190 (zitiert auf S. 84)
- [159] A. Brandt; R. Brincker. „Integrating time signals in frequency domain – Comparison with time domain integration“. In: *Measurement* **58** (2014), pp. 511–519. DOI: 10.1016/j.measurement.2014.09.004 (zitiert auf S. 85)
- [160] J. F. Hurtado; S. N. Melkote. „A model for synthesis of the fixturing configuration in pin-array type flexible machining fixtures“. In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* **42** (2002), No. 7, pp. 837–849. DOI: 10.1016/S0890-6955(02)00009-3 (zitiert auf S. 88)
- [161] H.-C. Möhring; F. Flöter; B. Denkena. „Messtechnische Analyse formflexibler Spannmethoden: Experimenteller Vergleich verschiedener Spannmethoden“. In: *Werkstattstechnik online* (2012), No. 102, pp. 795–800 (zitiert auf S. 88)

- [162] B. Klein. *FEM: Grundlagen und Anwendungen der Finite-Element-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau*. Vieweg+Teubner, 2007. ISBN: 978-3-8348-0296-5 (zitiert auf S. 89)
- [163] ANSYS, Inc. *ANSYS Mechanical APDL Contact Technology Guide*. Release 18.1, April 2017 (zitiert auf S. 89, 93)
- [164] ANSYS, Inc. *ANSYS Mechanical APDL Element Reference*. Release 18.1, April 2017 (zitiert auf S. 89)
- [165] ANSYS, Inc. *ANSYS Mechanical APDL Theory Reference*. Release 18.1, April 2017 (zitiert auf S. 89, 96, 102)
- [166] W. Rust. *Nichtlineare Finite-Elemente-Berechnungen*. 2. Auflage. Vieweg, 2011. ISBN: 978-3-8348-1491-3. DOI: 10.1007/978-3-8348-8148-9 (zitiert auf S. 89)
- [167] K.-J. Bathe. *Finite Element Procedures*. Prentice Hall, 1996. ISBN: 0-13-301458-4 (zitiert auf S. 89, 94)
- [168] O. C. Zienkiewicz; R. L. Taylor; J. Z. Zhu. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. Sixth Edition. Butterworth-Heinemann, 2005. ISBN: 0-7506-6320-0 (zitiert auf S. 89)
- [169] T. Stolarski; Y. Nakasone; S. Yoshimoto. *Engineering Analysis with ANSYS Software*. Butterworth-Heinemann, 2011. ISBN: 0-7506-6875-X (zitiert auf S. 89)
- [170] C. Gebhardt. *Praxisbuch FEM mit ANSYS Workbench*. 2., überarb. Auflage. Hanser, 2014. ISBN: 9783446439191 (zitiert auf S. 89)
- [171] E. Madenci; I. Guven. *The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS*. Springer, 2015. ISBN: 978-1-4899-7549-2 (zitiert auf S. 89)
- [172] ANSYS, Inc. *ANSYS Mechanical APDL Programmer's Reference*. Release 18.1, April 2017 (zitiert auf S. 90, 122)
- [173] K. Lee. „A short note on time integration stability of dynamic frictional contact problems of elastic bodies“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics* **230** (2016), No. 2, pp. 113–120 (zitiert auf S. 91)
- [174] J. Liu; H. Qi. „Dissipated energy function, hysteresis and precondition of a viscoelastic solid model“. In: *Nonlinear Analysis: Real World Applications* **11** (2010), No. 2, pp. 907–912 (zitiert auf S. 94)
- [175] O. C. Zienkiewicz; R. L. Taylor; D. D. Fox. *The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics*. Seventh Edition. Butterworth-Heinemann, 2014. ISBN: 978-1-85617-634-7 (zitiert auf S. 94)
- [176] D. de Klerk; D. J. Rixen; S. N. Voormeeren. „General Framework for Dynamic Substructuring: History, Review and Classification of Techniques“. In: *AIAA Journal* **46** (2008), No. 5, pp. 1169–1181. DOI: 10.2514/1.33274 (zitiert auf S. 95)
- [177] B. Smith; P. Bjorstad; W. Gropp. *Domain Decomposition: Parallel Multilevel Methods for Elliptic Partial Differential Equations*. Cambridge University Press, 1996. ISBN: 0-521-49589-X (zitiert auf S. 95)

-
- [178] A. Toselli; O. Widlund. *Domain Decomposition Methods - Algorithms and Theory*. Springer, 2005. ISBN: 978-3-540-20696-5 (zitiert auf S. 95)
- [179] W. C. Hurty. „Dynamic analysis of structural systems using component modes“. In: *AIAA Journal* **3** (1965), No. 4, pp. 678–685. DOI: 10.2514/3.20353 (zitiert auf S. 95)
- [180] G. M. L. Gladwell. „Branch mode analysis of vibrating systems“. In: *Journal of Sound and Vibration* **1** (1964), No. 1, pp. 41–59. DOI: 10.1016/0022-460X(64)90006-9 (zitiert auf S. 95)
- [181] R. R. Craig; M. C. C. Bampton. „Coupling of Substructures for Dynamic Analyses“. In: *AIAA Journal* **6** (1968), No. 7, pp. 1313–1319. DOI: 10.2514/3.4741 (zitiert auf S. 95–98)
- [182] R. H. MacNeal. „A hybrid method of component mode synthesis“. In: *Computers & Structures* **1** (1971), No. 4, pp. 581–601. DOI: 10.1016/0045-7949(71)90031-9 (zitiert auf S. 95)
- [183] S. Rubin. „Improved Component-Mode Representation for Structural Dynamic Analysis“. In: *AIAA Journal* **13** (1975), No. 8, pp. 995–1006. DOI: 10.2514/3.60497 (zitiert auf S. 95)
- [184] R. R. Craig; A. L. Hale. „Block-Krylov Component Synthesis Method for Structural Model Reduction“. In: *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* **11** (1988), No. 6, pp. 562–570. DOI: 10.2514/3.20353 (zitiert auf S. 95)
- [185] R. R. Craig; A. J. Kurdila. *Fundamentals of Structural Dynamics*. Wiley, 2006. ISBN: 978-0-471-43044-5 (zitiert auf S. 95)
- [186] W. D’Ambrogio; A. Sestieri. „A Unified Approach to Substructuring and Structural Modification Problems“. In: *Shock and Vibration* **11** (2004), No. 3–4, pp. 295–309. DOI: 10.1155/2004/490471 (zitiert auf S. 95)
- [187] B. Jetmundsen; R. L. Bielawa; W. G. Flannelly. „Generalized Frequency Domain Substructure Synthesis“. In: *Journal of the American Helicopter Society* **33** (1988), No. 1, pp. 55–64 (zitiert auf S. 96)
- [188] J. H. Gordis; R. L. Bielawa; W. G. Flannelly. „A general theory for frequency domain structural synthesis“. In: *Journal of Sound and Vibration* **150** (1991), No. 1, pp. 139–158. DOI: 10.1016/0022-460X(91)90407-B (zitiert auf S. 96)
- [189] W. Matthias; O. Özşahin; Y. Altintas; B. Denkena. „Receptance coupling based algorithm for the identification of contact parameters at holder–tool interface“. In: *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology* **13** (2016), pp. 37–45. DOI: 10.1016/j.cirpj.2016.02.005 (zitiert auf S. 96)
- [190] M. Law; S. Ihlenfeldt. „A frequency-based substructuring approach to efficiently model position-dependent dynamics in machine tools“. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics* **229** (2014), No. 3, pp. 304–317. DOI: 10.1177/1464419314562264 (zitiert auf S. 96)

- [191] R. J. Guyan. „Reduction of stiffness and mass matrices“. In: *AIAA Journal* **3** (1965), No. 2, pp. 380–380. DOI: 10.2514/3.2874 (zitiert auf S. 96, 97)
- [192] A. Sestieri; W. D’Ambrogio. „A modification method for vibration control of structures“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* **3** (1989), No. 3, pp. 229–253. DOI: 10.1016/0888-3270(89)90051-4 (zitiert auf S. 96)
- [193] W. D’Ambrogio. „Some remarks about structural modifications involving additional degrees of freedom“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* **4** (1990), No. 1, pp. 95–99. DOI: 10.1016/0888-3270(90)90043-K (zitiert auf S. 96)
- [194] ANSYS, Inc. *ANSYS Mechanical APDL Substructuring Analysis Guide*. Release 18.1, April 2017 (zitiert auf S. 96)
- [195] K.-E. Kurrer. *The History of the Theory of Structures. From Arch Analysis to Computational Mechanics*. Ernst & Sohn, 2008. ISBN: 978-3-433-01838-5 (zitiert auf S. 99)
- [196] G. Rombach. *Anwendung der Finite-Elemente-Methode im Betonbau*. 2. Auflage. Wiley, 2007. ISBN: 978-3-433-01701-2 (zitiert auf S. 99)
- [197] P. Wriggers. *Nonlinear Finite Element Methods*. Springer, 2008. ISBN: 978-3-540-71001-1 (zitiert auf S. 101)
- [198] S. Satyanarayana; S. N. Melkote. „Finite element modeling of fixture–workpiece contacts: single contact modeling and experimental verification“. In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* **44** (2004), No. 9, pp. 903–913. DOI: 10.1016/j.ijmactools.2004.02.010 (zitiert auf S. 101)
- [199] M. Bern; D. Eppstein; J. Gilbert. „Provably good mesh generation“. In: *Journal of Computer and System Sciences* **48** (3 1994), pp. 384–409. DOI: 10.1016/S0022-0000(05)80059-5 (zitiert auf S. 101)
- [200] J. R. Shewchuk. „What Is a Good Linear Finite Element? - Interpolation, Conditioning, Anisotropy, and Quality Measures“. In: *Proceedings of the 11th International Meshing Roundtable*. September 15-18, 2002, Ithaca, New York, USA. <http://www.imr.sandia.gov/papers/imr11/Shewchuk.pdf> (zitiert auf S. 101)
- [201] ANSYS, Inc. *ANSYS Meshing User’s Guide*. Release 18.1, April 2017 (zitiert auf S. 101)
- [202] J. Štigler. „Optimal Mapped Mesh on the Circle“. In: *Konference ANSYS 2009*. 5.-7.9.2009, Pilsen, Czech Republic. http://www.ansys.stuba.sk/Ansys2009/prednasky/PRISPEVKY/VUT_Stigler.pdf, Abruf: 27.9.2018 (zitiert auf S. 101)
- [203] T. J. R. Hughes. *The Finite Element Method. Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*. Prentice-Hall, 1987. ISBN: 0-13-317025-X (zitiert auf S. 102)
- [204] ANSYS, Inc. *ANSYS Mechanical APDL Structural Analysis Guide*. Release 18.1, April 2017 (zitiert auf S. 102)
- [205] M. Richardson; B. Schwarz. „Modal Parameter Estimation from Operating Data“. In: *Sound and Vibration* (2003), pp. 1–8 (zitiert auf S. 102)