



Vorhersage der charakteristischen Lebensdauer von Elastomeren im Rahmen der probabilistischen Bruchmechanik

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktoringenieur

(Dr.-Ing.)

**von M.Sc. Mohammed El Yaagoubi
geb. am 07.05.1985 in Assilah, Marokko**

**genehmigt durch die Fakultät für Maschinenbau
der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg**

Gutachter:

Jun. Prof. Dr.-Ing. Daniel Juhre
Institut für Mechanik (IFME)
Otto-von-Guericke-Universität, Magdeburg

Prof. Dr. rer. nat. Khanh Chau Le
Lehrstuhl für Mechanik-Materialtheorie
Ruhr-Universität Bochum, Bochum

Promotionskolloquium am: 19.06.2018

Vorwort

Diese angefertigte wissenschaftliche Arbeit ist durch eine vierjährige Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter in den Abteilungen Simulationsverfahren und Kontinuumsmechanik sowie Elastomerphysik am Deutschen Institut für Kautschuktechnologie e.V. (DIK) in Hannover entstanden.

Ich bedanke mich herzlich bei Herrn Prof. Dr.-Ing Daniel Juhre, Dr. rer. nat Jens Meier und Dr. rer. nat Thomas Alshuth für die Betreuung trotz ihrer vielen Verpflichtungen, die als Abteilungsleiter haben. Sie haben mir die Möglichkeit gegeben und das Vertrauen geschenkt ein sehr interessantes Forschungsthema zu bearbeiten. Der größte Teil der Forschung wurde innerhalb eines Gemeinschaftsprojekts mit zahlreichen Industriepartnern durchgeführt. Der restliche Teil wurde durch Empfehlungen der Betreuer und durch eigene Initiative ermöglicht. Prof. Dr. Juhre hat mit seiner fachlichen Kompetenz in der Kontinuumsmechanik und in der Finite-Elemente-Methode zu der erfolgreichen Forschungsarbeit beigetragen. Er hat mich bei der Lösung von kontinuumsmechanischen oder simulativen Problemen unterstützt. Herr Prof. Juhre hat sich sehr für meine Arbeit eingesetzt, obwohl er neben seiner Tätigkeit als Juniorprofessor im Institut für Mechanik an dem Otto-von-Guericke Universität in Magdeburg und als Leiter der Abteilung Simulationsverfahren und Kontinuumsmechanik im DIK tätig war. Herr Dr. T. Alshuth hat mich von Anfang an begleitet und mit zahlreichen fachlichen Diskussionen unterstützt. Herr Dr. J. Meier hat mich in den letzten zwei Jahren nach der Übernahme der Abteilung Elastomerphysik von Dr. T. Alshuth im DIK begleitet und betreut. Ich bin dankbar für zahlreiche intensive Diskussionen mit Herrn Dr. J. Meier, die mich im Bereich der Lebensdauerforschung und der nichtlinearen Bruchmechanik motiviert haben. Außerdem bedanke ich mich herzlich bei Prof. Dr. rer. nat. Khanh Chau Le für die fachliche Unterstützung und Betreuung. Er hat mich durch seine Betreuung und anregenden Diskussionen während der Studien-, Bachelor- und der Masterarbeit für die Materialwissenschaft und Bruchmechanik motiviert.

Ich danke allen Industriepartnern für die Finanzierung und für die Mitwirkung beim DKG-Gemeinschaftsprojekt „Vorhersage der charakteristischen Lebensdauer von Elastomeren und Bauteilen unter Kenntnis der Fehlstellenstatistik“.

Ich danke herzlich meinen Arbeitskollegen Abhram Sarmukadam, Rathan Raghunath, Sahbi Aloui, Maria Krause, Dr. Nils Hendrik Kröger, Jan Plagge, Matthias Wunde, Andrej Lang und Prof. Dr. rer. nat Manfred Klüppel am DIK für zahlreiche fachliche Diskussionen und für ihre Unterstützung. Der fachliche Austausch zwischen den Kollegen aus unterschiedlichen Abteilungen lieferte differenzierte Meinungen aus anderen Betrachtungswinkeln. Zusätzlich danke ich Herrn Andreas Netzschmann für das Lektorat und Korrektorat der Arbeit.

Bei den gesamten DIK-Mitarbeitern möchte ich mich herzlich bedanken für das kollegiale und angenehme Arbeitsklima und für die Unterstützung beim Umgang mit den Messgeräten.

Natürlich bedanke ich mich sehr bei meiner Frau Badiaa Abdel Moumen, meiner bezaubernden Tochter Melek und meiner Familie, die für mich in dieser Zeit da waren und ebenfalls zum Erfolg beigetragen haben.

Hannover, 07.03.2018

Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden bruchmechanische Untersuchungen an verschiedenen Elastomeren durchgeführt. Das spezielle Verhalten des Elastomers durch seine Inelastizität, hohe Dehnbarkeit, kontinuierliche Schädigung und Plastizität macht die kontinuumsmechanische Betrachtung der Bruchmechanik bei solchen Materialien sehr aufwendig. Die meisten entwickelten bruchmechanischen Kriterien basieren auf der linearen Bruchmechanik und können keine inelastischen Effekte berücksichtigen.

Für die Beschreibung von nichtlinearer Bruchmechanik wurden für die verschiedenen Modi experimentelle Untersuchungen und numerische Berechnungen durchgeführt. Die analytische Herleitung der Energiefreisetzungsrate wird durch Verwendung der Energiedichtefunktion des Ogden-Modells und mit Hilfe der finiten Deformationstheorie durchgeführt. Die neuen erzielten Konstanten beschreiben die Streckungsintensität an der Risspitze und können wie die Spannungsintensitätsfaktoren aus der linearen Bruchmechanik interpretiert werden. Durch diese Konstanten können Vorhersagen über die risstreibenden Kräfte an der Risspitze für verschiedene Belastungszustände getroffen werden.

Bei der numerischen Auswertung der Bruchmechanik werden diverse bruchmechanische Kriterien wie das J-Integral, die Reißenergie, die Virtual-Extension-Methode und die Energiefreisetzungsrate verwendet. Die Anwendung dieser Kriterien mittels des hyperelastischen Materialmodells oder des inelastischen Materialmodells MORPH (Model Of Rubber Phenomolgy) an gekerbten Proben zeigen deutlich, dass die Materialerweichung an der Risspitze einen starken Einfluss auf die Entwicklung des Risses haben. Die numerischen Berechnungen an gekerbten Proben mittels MORPH erlauben nahrealistische Erkenntnisse über das Verhalten des Elastomers an der Risspitze und ihrer Umgebung.

Die Lebensdauer von Elastomeren ist abhängig von der Stärke der Bindung zwischen Polymer und andere Mischkomponenten und von der Verteilung der Füllkomponenten in der Mischung. Die Mikrorisse entstehen häufig an der Schnittfläche zwischen Polymer und Füllstoff. Diese Mikrorisse wachsen durch zyklische Belastung und führen zum Frühausfall des Bauteils. Die Verknüpfung zwischen der Bruchmechanik und der Statistik der Partikelverteilung liefern eine Lebensdauervorhersage des Bauteils. Diese Vorhersage wird auf Simulationsmodelle anhand eines Python-Skripts übertragen. Eine andere Methodik der Lebensdauervorhersage wurde durch Verwendung der Monte-Carlo-Simulation auf einem Simulationsmodell angewandt. Der Zusammenhang zwischen dem J-Integral und der totalen Energiedichte werden aus Risswachstumsuntersuchungen an der Zugstreifenprobe ermittelt. Dieser Zusammenhang wird elementweise in die Paris-Erdogan-Gleichung innerhalb des Python-Skriptes implementiert. Die gezählten Partikel werden anhand Computer-Tomographie (CT) eines Materials durch eine passende Verteilung wie Weibull- oder Log-Normalverteilung angepasst und im Simulationsmodell zufällig verteilt. Die Verknüpfung der Stochastik des Rußes und die Bruchmechanik des Materials liefern eine ausgeprägte Vorhersage der Lebensdauer der untersuchten Materialien.

Summary

In the present work, fracture toughness tests were performed on different elastomers. The specific behaviour of the elastomer due to its inelasticity, high extensibility, continuous damage and plasticity makes the continuum mechanics considerations of fracture mechanics in such materials very expensive. Most developed fracture mechanics criteria are based on the linear fracture mechanics and cannot account for inelastic effects.

For a description of non-linear fracture mechanics, experimental studies and numerical calculations are performed for various modes. The analytical derivation of the energy release rate is performed by using the energy density function of the Ogden model and the finite deformation theory. The new constants describe the stretching intensity at the crack tip. They can be interpreted similarly as the stress intensity factors from linear fracture mechanics. Using these constants, the crack driving forces can be predicted at the crack tip for different loading conditions.

In the numerical analysis of the fracture mechanics, various fracture mechanical criteria such as the J-integral, the tearing energy and the virtual extension method are used. The application of these criteria for hyperelastic material model or the inelastic material model MORPH (Model Of Rubber Phenomolgy) on notched samples clearly show that the material softening at the crack tip has a strong influence on the propagation of the crack. The numerical calculations on notched samples using MORPH give us realistic insights into the behaviour of the elastomer at the crack tip and its surroundings.

The service life of elastomers depends on the strength of the bond between the polymer and other components of the blend and the distribution of the filler components in the mixture. The micro-cracks often occur at the interface between polymer and filler. These micro-cracks grow under cyclic loading and lead to premature failure of the component. The linkage between the breaking mechanism and the statistics of the distribution of particles provides a prediction of the lifetime of the component. This prediction is made on simulation models based on Python script. Another methodology of lifetime prediction was applied by using the Monte Carlo simulation. The relationship between the J-integral and the total energy density was determined using simulation of 2 single edge notched tensile samples. This relationship is implemented element wise using Python script by applying the Paris-Erdogan equation. The particles were counted based on computed tomography (CT) of a material and an appropriate distribution such as Weibull or log-normal distribution was fitted. The fit parameters were used in the simulation model to distribute the particles randomly. The link between the stochastic distribution of the filler and the fracture mechanics of the material provides a good prediction of the lifetime of the materials studied.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	2
1.1 Gefüllte und ungefüllte Elastomere	2
1.2 Einfluss der Spannungserweichung auf das Rissverhalten	4
1.3 Vorhersage der Energiefreisetzungsrate mittels des Streckungsintensitätsfaktors	6
1.4 Lebensdauervorhersage mithilfe des Akkumulationsprinzips und der Monte-Carlo-Methode.....	6
1.5 Gliederung der Arbeit.....	8
2 Kontinuumsmechanik	12
2.1 Kontinuumsmechanische Grundlagen.....	12
2.2 Schädigungsmechanik	17
3 Rezeptur und Materialherstellung verwendete Materialmodelle	20
3.1 Rezeptur und Materialherstellung	20
3.1.1 Ethylen-Propylen-Dien-Kautschuk (EPDM)	20
3.1.2 Naturkautschuk (NR)	20
3.1.3 Hydrierter Acrylnitrilbutadien-Kautschuk (HNBR).....	20
3.2 Beschreibung des Verhaltens der technischen Elastomere.....	20
3.2.1 Hyperelastische Materialmodelle	20
3.2.2 Das inelastische Model Of Rubber PHenomenology (MORPH)	21
4 Materialcharakterisierung	24
4.1 Zugfestigkeit	24
4.1.1 Ethylen-Propylen-Dien-Kautschuk (EPDM)	24
4.1.2 Naturkautschuk (NR)	25
4.1.3 Hydrierter Acrylnitrilbutadien-Kautschuk	26
4.2 Multihysterese.....	27
4.2.1 Ethylen-Propylen-Dien-Kautschuk (EPDM)	27
4.2.2 Naturkautschuk (NR)	28
4.2.3 Hydrierter Acrylnitrilbutadien-Kautschuk (HNBR).....	29
5 Parameteranpassung	34
5.1 Parameteranpassung mittels hyperelastischer Materialmodelle	34
5.2 Parameteranpassung des MORPH-Modells.....	42
6 Bruchmechanik	54
6.1 Das K-Konzept (Spannungsintensitätsfaktoren).....	54
6.2 Energiefreisetzungsrate	55
6.3 Der Eshelby-Spannungstensor und das J-Integral	56
6.4 Virtual Crack Closure Technique (VCCT-Methode).....	60

6.5 Reißenergie nach Thomas und Rivlin	61
6.6 Bestimmung des kritischen Energieflusses der gefüllten Elastomere	63
6.6.1 Experimentelle Untersuchungen des Risswachstums.....	63
6.6.2 Ergebnisse und Diskussion	66
6.6.2.1 Simulation des Risswachstums	66
6.6.2.2 Auswertung der Reißenergie.....	68
6.6.2.3 Auswertung des J-Integrals.....	69
6.6.2.4 Auswertung der Energiefreisetzungsrates.....	69
6.6.2.5 Vergleich der Bruchmechanik-Kriterien	70
6.7 Einfluss der Spannungserweichung auf die Reißenergie und das J-Integral	71
6.7.1 Die Spannungserweichung und der Verfestigungsparameter nach HRR	72
6.7.2 Material und experimentelle Untersuchungen.....	73
6.7.3 Numerische Simulationen.....	73
6.7.4 Ergebnisse und Diskussionen	75
6.7.4.1 Ermittlung der Reißenergie.....	75
6.7.4.2 Ermittlung der Verfestigungsparameter	76
6.7.4.3 Ermittlung des J-Integrals und der Spannungserweichung	78
6.7.4.4 Vergleich der Reißenergie und des J-Integrals.....	81
7 Nichtlineare Bruchmechanik	82
7.1 Energiefreisetzungsrates des Modus III	82
7.1.1 Analytische Herleitung der Energiefreisetzungsrates.....	82
7.1.2 Materialcharakterisierung und experimentelle Ergebnisse	87
7.1.3 Auswertung des J-Integrals	90
7.1.4 Auswertung der Energiefreisetzungsrates	92
7.2 Energiefreisetzungsrates des Modus I	94
7.2.1 Materialcharakterisierung und experimentelle Ergebnisse	95
7.2.2 Auswertung des J-integrals	100
7.2.3 Auswertung der analytischen Energiefreisetzungsrates	102
8 Vorhersage der Lebensdauer	106
8.1 Risswachstumscharakterisierung.....	106
8.2 Lebensdauerermessung	109
8.3 Anpassung der Partikelverteilung in den untersuchten Materialien	114
8.3.1 Lognormal-Verteilung	114
8.3.2 Weibull-Verteilung	115
8.4 Akkumulationsprinzip	116
8.4.1 Einfluss der Netzauflösung.....	118

8.4.2 Einfluss der Diskretisierung	119
8.4.3 Einfluss der kritischen Risslänge	120
8.4.4 Einbindung der Symmetrieeigenschaften in die Lebensdauervorhersage.....	121
8.4.5 Einfluss des Materialgesetzes auf die Lebensdauervorhersage	124
8.4.6 Lebensdauervorhersage aller Prüfkörpertypen.....	127
8.4.6.1 Puffer	127
8.4.6.2 Hantel R5	128
8.4.6.3 Hantel R5R3	130
8.4.6.4 Hantel R5R5	131
8.4.7 Volumeneffekt der Lebensdauer.....	132
8.5 Monte-Carlo-Simulation	133
8.5.1 Vorgehensweise und Umsetzung der Monte-Carlo-Simulation	136
8.5.2 Auswertung der Lebensdauervorhersage anhand der untersuchten Prüfkörper .	140
8.5.2.1 Puffer	140
8.5.2.2 Hantel R5	141
8.5.2.3 Hantel R5R3	143
8.5.2.4 Hantel R5R5	144
8.5.3 Volumeneffekt der Lebensdauer.....	145
8.6 Vergleich der Lebensdauervorhersage des Akkumulationsprinzips und der Monte- Carlo-Simulation	146
8.6.1 Puffer.....	146
8.6.2 Hantel R5	148
8.6.3 Hantel R5R3.....	150
8.6.4 Hantel R5R5.....	151
9 Zusammenfassung und Ausblick.....	154
Literatur	158

1 Einleitung

1.1 Gefüllte und ungefüllte Elastomere

Technische Elastomere sind in vielen Anwendungsfeldern eine unersetzliche Materialklasse. Aufgrund ihrer einzigartigen mechanischen Eigenschaften werden die Elastomere in den verschiedensten industriellen Anwendungen eingesetzt. Aus den Elastomeren werden beispielweise Produkte wie Reifen, Dichtungen oder Schläuche hergestellt. Im Jahr 2016 lag der Umsatz der deutsche Kautschukindustrie bei ca. 11,26 Milliarden Euro, wobei ca. 5 Milliarden Euro in der Bereifungsbranche erzielt wurden. Die deutsche Kautschukindustrie beschäftigte im Jahr 2016 mehr als 74.800 Personen, somit ist diese Branche ein sehr wichtiger Bereich der deutschen Wirtschaft [61].

Die meisten Elastomermischungen bestehen aus Kautschuk, Füllstoffen, Weichmachern, Alterungsschutzmitteln, Vernetzungschemikalien und Verarbeitungshilfsmitteln. Es gibt zwei Arten der Kautschuke: Der synthetische Kautschuk wird durch Polymerisation hergestellt und der naturerzeugte Kautschuk aus einigen Pflanzen. Die synthetischen Polymere werden hauptsächlich in der Automobilindustrie als Form von Styrol-Butadien-Kautschuk (SBR), Polybutadien-Kautschuk (BR) und Ethylen-Propylen-Dien-Kautschuk (EPDM) verwendet. Der Naturkautschuk (NR) wird hauptsächlich wegen seiner guten mechanischen Eigenschaften und Alterungsbeständigkeit im Reifen verwendet.

Um die mechanischen Eigenschaften der unbearbeiteten Polymere zu verbessern, müssen nach der Zielsetzung aktive oder inaktive Füllstoffe wie Ruß in die Mischung hinzugegeben werden. Durch die Haftung der Polymerketten an den Füllstoffen wird das Material elastischer und stabiler. Es gibt diverse Füllstoffe, die nach Anwendungsgebiet zum Einsatz kommen. In den untersuchten Mischungen wurde nur Ruß verwendet. Dieser Füllstoff besteht aus sehr kleinen Partikeln, die einen Durchmesser von 10 nm bis 300 nm haben. In den Mischungen wurden die Rußtypen N326 und N347 (nach ASTM-Norm) verwendet. Die zwei Typen besitzen die gleiche spezifische Oberfläche (erste Ziffer nach N) und unterscheiden sich nur hinsichtlich ihrer Struktur (zweite und dritte Ziffer nach N). Die Abbildung 1.1 zeigt die Variation der spezifischen Oberfläche von oben nach unten und die Variation der Struktur von links nach rechts.

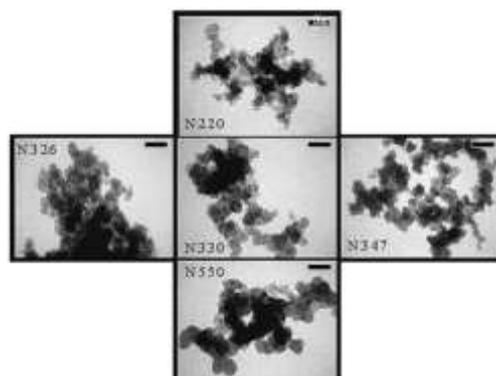


Abbildung 1.1: Anstieg der spezifischen Oberfläche von oben nach unten und Anstieg der Struktur von links nach rechts [1]

Der Anstieg der Strukturordnung und die spezifische Oberfläche führen dazu, dass mehr Haftungsräume zwischen den Polymerketten und den Agglomeraten entstehen. Somit kann ein steiferes Materialverhalten erzielt werden.

Die verwendeten Weichmacher sind fette Öle, die die Verarbeitung des Polymers erleichtern. Während des Mischvorgangs werden die mittel- bis niedrigviskosen Mineralöle zur Mischung hinzugegeben, die somit elastischer und nachgiebiger werden. Für die Beschleunigung der Vernetzung während der Vulkanisation wurde Schwefel verwendet. Durch Erhitzung der gefertigten Mischung werden die Polymerketten durch Schwefelbrücken vernetzt. Dieser Vorgang verändert die mechanischen Eigenschaft des Materials von teilplastisch zu elastisch. Es gibt auch andere Vernetzungsarten wie z. B. mit Peroxiden, mit reaktiven Harzen, mit Metalloxiden und durch Addition mit Katalysatoren.

Durch betriebsbedingte Bedingungen kommen die Elastomerbauteile in Kontakt mit verschiedenen Flüssigkeiten oder Gasen unter diversen Betriebstemperaturen. Ein dauerhafter Kontakt zwischen dem Elastomer und dem Medium führt zu einer negativen Veränderung der mechanischen Eigenschaft des Elastomers, die als Alterungsvorgang bekannt ist. Um diese Vorgänge zu verlangsamen oder vollständig beenden zu können, werden Alterungsschutzmittel der Rezeptur zugeführt. Die mechanischen Eigenschaften der vulkanisierten Mischung stammen hauptsächlich aus dem verwendeten Polymer. Diese Eigenschaften lassen sich durch die Variation der Konzentration des Füllstoffes oder der anderen Komponenten beliebig verändern. Die Misch- oder Vulkanisationsvorgehensweise kann das Gefüge oder die Vernetzungsdichte des Systems verändern und somit auch die mechanischen Eigenschaft des Elastomers. Bei der Umsetzung der Elastomerkomponenten sind folgende Eigenschaften ausschlaggebend bei der Komponentenauswahl: Die Festigkeit, Abrieb-, Alterungsbeständigkeit, Risswiderstand, Härte, Viskosität, Relaxation und die bleibende Verformung. Um die wichtigen mechanischen Eigenschaften in der Bruchmechanik und der Lebensdauer zu analysieren, wurde ein Zugstab (S2-Stab) aus EPDM uniaxial mit insgesamt acht Amplituden und jeweils fünf Wiederholungen an der Zwick-Maschine gemessen. Die Abbildung 1.2 zeigt ein typisches Spannungs-Dehnungsverhalten bei einem mit Ruß gefüllten Elastomer.

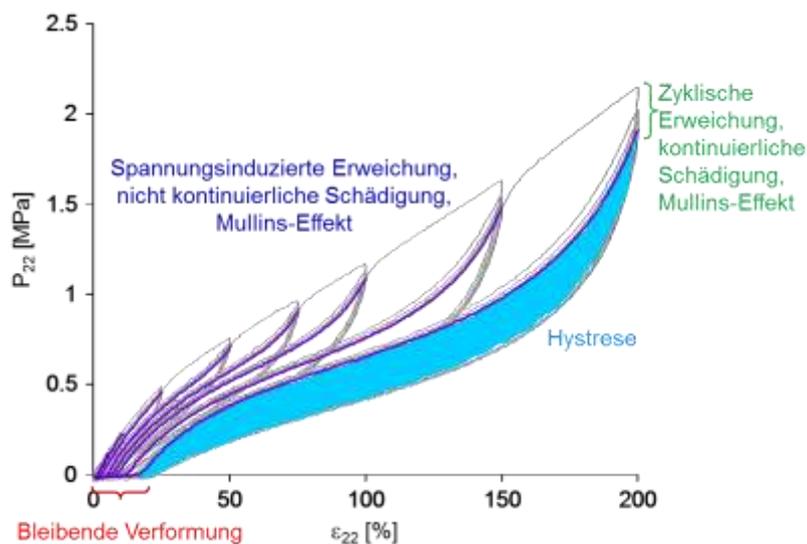
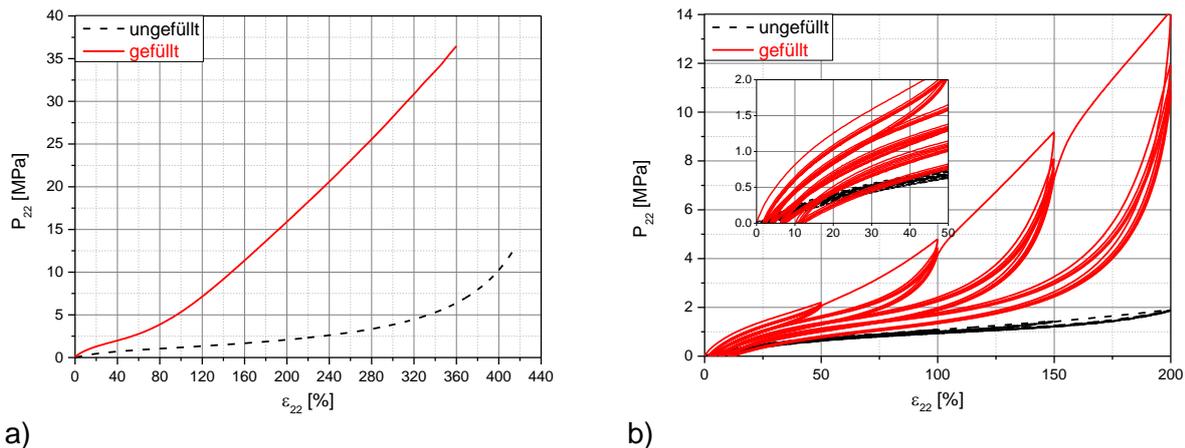


Abbildung 1.2: Spannungs-Dehnungs-Kurve bei einem mit Ruß gefüllten Elastomer (EPDM) mit einer wiederholt steigenden Amplitude

Elastomere haben besondere Eigenschaften wie die ausgeprägte nichtlineare Reaktion auf mechanische Belastungen, bleibende Verformung und den Spannungserweichungseffekt, bekannt als Mullins-Effekt [2], der in Form von kontinuierlicher und nicht kontinuierlicher Schädigung in Erscheinung tritt. Die kontinuierliche Schädigung entsteht durch die

Wiederholung der gleichen Lastamplitude. Die nicht kontinuierliche Schädigung kommt zu Stande durch Erhöhung der Lastamplitude, wobei die Steifigkeit der vorherigen Amplitude höher als die nachfolgende liegt [3]. Die Hysterese ist amplituden- und frequenzabhängig. Die Hysterese ist ein Maß für die Energiedissipation und wird in Form von Wärme freigesetzt.

Um den Füllstoffeffekt bei der Veränderung des Materialverhaltens zu veranschaulichen, wurden gefüllte und ungefüllte Mischungen gefertigt. Die Abbildung 1.3 zeigt einen Vergleich zwischen der Zugfestigkeit und der Multihysterese-Messung bei einer mit Ruß N347 gefüllten HNBR-Mischung und bei einer ungefüllten Variante.



a) b)
Abbildung 1.3: Einfluss des Füllstoffes auf das Materialverhaltens des HNBR: a) Zugfestigkeit, b) Multihysterese

Obwohl bei der Zugfestigkeitsmessung die ungefüllte Variante eine höhere Bruchdehnung als die gefüllte Variante erreicht hat, liegt die Bruchenergie bei der gefüllten Variante dreifach höher als die ungefüllte. Diese Unterschiede entstehen durch die starke Bindung zwischen dem hoch aktiven Ruß N347 und dem Polymer. Diese starke Bindung gibt dem Material eine bessere Steifigkeit verringert aber gleichzeitig die Beweglichkeit der Ketten im System, was dazu führt, dass die Bruchdehnung abnimmt.

Bei der quasistatischen Multihysterese-Messung kann der Einfluss des Füllstoffes auf die mechanischen Eigenschaften der Mischung deutlich gefiltert werden. Der nicht kontinuierliche Mullins-Effekt bei der gefüllten HNBR ist ausgeprägt, wobei dieser Effekt bei der ungefüllten Mischung kaum vorhanden ist, da sich der Anstieg der stabilen Zyklen für verschiedene Amplituden kaum verändert. Für die kontinuierliche Schädigung ist die starke Materialerweichung nur bei der gefüllten Mischung zu betrachten. Die Verwendung der Füllstoffe führt dazu, dass die Mischung nicht genügend reversibel ist. Dieses Phänomen kann durch die bleibende Verformung und durch die Energiedissipation gezeigt werden. Durch die starke Bindung zwischen den Polymerketten und den Agglomeraten entsteht bei der Entlastungsphase eine große bleibende Verformung. Diese Verformung ist bei der ungefüllten Mischung niedriger, da die Polymerketten beweglicher sind. Die Hysterese und somit die Energiedissipation bei der gefüllten Mischung ist sehr ausgeprägt, da die Bindung zwischen dem Füllstoff und den Polymerketten teilweise aufgebrochen wird.

1.2 Einfluss der Spannungserweichung auf das Rissverhalten

In Anbetracht der Mikrostruktur können verschiedene Produkte wie Reifen, Dichtungen oder Bänder Anfangsmikrorisse aufweisen, die aufgrund einer fehlerhaften Bindung zwischen

verschiedenen Komponenten der Elastomermischung auftreten. Hier ist die Bestimmung des kritischen Energieflusses durch Rissausbreitung und die Rissweiterungslänge nützlich, um den Mechanismus der Bruchmechanik in Elastomeren zu verstehen. Der kritische Energiefluss beim Risswachstum ist für die Produktentwicklung sehr wichtig und muss bei der bruchmechanischen Analyse berücksichtigt werden.

Die Analyse von Rissen durch dissipative Materialien insbesondere gefüllte Elastomere ist von großer Bedeutung. Die unkontrollierte Rissausbreitung in Elastomerprodukten führt zu einem Totalausfall, der schwere menschliche und materielle Verluste mit sich bringen kann. Die bruchmechanische Beschreibung von Elastomeren ist sehr komplex, da das Materialverhalten gleichzeitig viele Effekte wie Hysterese, bleibende Verformung, Spannungserweichung und viskoelastisches Verhalten zeigt. Diese Eigenschaften können nicht mit einfachen hyperelastischen Modellen reproduziert werden. Daher muss ein fortgeschrittenes inelastisches Materialmodell wie das Model Of Rubber PHenomenology (MORPH) verwendet werden [4, 5]. Dieses Materialmodell ermöglicht einen Einblick in die inelastischen Effekte in der Nähe der Riss Spitze und die starke Bedeutung der Spannungserweichung durch die Auswertung der Bruchmechanik-Kriterien einer angekerbten Probe. Das MORPH-Modell ist in der Lage, alle Eigenschaften der Elastomere mit Ausnahme des viskoelastischen Verhaltens und der Temperaturabhängigkeit zu reproduzieren. Diese einzigartigen Eigenschaften verleihen dieser Materialklasse einen interessanten und komplexen Aspekt hinsichtlich der experimentellen Beobachtungen und der numerischen Modellierung der Bruchmechanik.

Als passende Bruchkriterien wurden das J-Integral [6, 7, 8, 9], die Energiefreisetzungsrates [10, 11, 12, 13] und die Reißenergie [14, 15, 16, 17] verwendet. Das J-Integral und die Energiefreisetzungsrates sind lokale an dem Riss ausgewertete Kriterien, die durch eine Pfadintegration des Eshelby-Spannungstensors um der Riss Spitze erfolgen [18, 19, 20, 21]. Die Reißenergie lässt sich über die globale Reaktion des untersuchten Prüfkörper errechnen, wobei die Herleitung der Reißenergie auf das Griffith'sche Bruchkriterium für spröde und elastische Materialien basiert [10].

Bei numerischen Berechnungen einer gekerbten Probe mit einem hyperelastischen Materialgesetz gibt das J-Integral keine Wegabhängigkeit vom gewählten Integrationspfad [22, 23, 24]. Im Gegensatz dazu zeigen dissipative Materialien eine starke Pfadabhängigkeit des J-Integrals [25, 26]. Wenn der Integrationspfad in der Nähe der Riss Spitze gewählt wird, wird die Pfadabhängigkeit des J-Integrals aufgrund der inelastischen Effekte, die bei der Riss Spitze signifikant im Vergleich zum Rest der Probe sind, deutlich. Der betrachtete angekerbte Prüfkörper kann in zwei Hauptregionen zerlegt werden: Die Prozesszone nahe der Riss Spitze und der Rest des Prüfkörpers. In der Prozesszone hängt der J-Integralwert stark vom gewählten Pfad um die Riss Spitze ab. Dieses Phänomen tritt aufgrund der Intensität der inelastischen Effekte in der Nähe der Riss Spitze auf. Weit von der Riss Spitze sind auch inelastische Phänomene wie die Dissipation noch vorhanden, aber sie sind schwach, verglichen mit der Dissipation an der Prozesszone. Außerhalb der Prozesszone zeigt das J-Integral kaum noch Wegabhängigkeit.

Für die zyklische verschiebungsgesteuerte Belastung zeigen die Elastomere ein typisches Spannungserweichungsverhalten, d.h. die Kraft-Weg-Kurve jedes Zyklus ist niedriger als der vorhergehende Zyklus und höher als der folgende Zyklus. Dies geschieht aufgrund der kontinuierlichen Schädigung, wobei die Bindung zwischen Polymerketten und den Füllstoffpartikeln teilweise beschädigt wird. Bei kleinen äußeren Amplituden ist der

Spannungserweichungseffekt nur in der Nähe der Rissspitze signifikant, da die Hysterese dort im Vergleich zum Rest der Probe groß ist. Die Auswertung des J-Integrals oder der Reißenergie für eine Zugstreifenprobe unter zyklischer verschiebungsgesteuerter Belastung zeigt deutlich, dass der resultierende Energiefluss von der jungfräulichen Kurve bis zur letzten Wiederholung abnimmt. Die erzielten Werte des J-Integrals und die ausgewertete Reißenergie stimmen gut mit der experimentell ausgewerteten Reißenergie überein. Die Auswertung des J-Integrals und der Reißenergie unter Berücksichtigung eines reflektierenden Materialmodells mit Spannungserweichung ist ein vielversprechender Ansatz, da das Wissen über Risswiderstand oder Rissausbreitung erweitert werden kann.

1.3 Vorhersage der Energiefreisetzungsrates mittels des Streckintensitätsfaktors

Die meisten verwendeten bruchmechanischen Kriterien basieren auf der linearen Bruchmechanik und auf bestimmten Annahmen. Anhand eines nichtlinearen hyperelastischen Materialmodells wird die analytische Herleitung der Energiefreisetzungsrates basierend auf einer asymptotischen Lösung der Verschiebung an der Rissspitze durchgeführt.

Der Streckintensitätsfaktor für gefüllte und ungefüllte Mischungen wurde eingeführt. Dieser Streckintensitätsfaktor ermöglicht die Vorhersage der analytisch ausgewerteten Energiefreisetzungsrates für eine gekerbte Probe unter verschiedenen Belastungsmodi [22, 23, 24]. Die mechanischen Herleitungen der Kontinuumsmechanik basieren auf einem nichtlinearen hyperelastischen Materialverhalten, bei dem die Energiefreisetzungsrates durch ein geschlossenes Pfadintegral nahe der Rissspitze ausgewertet wird. Hier beinhaltet der Integrand die asymptotische Lösung der Dehnung, der Spannung und der Energiedichte basierend auf dem Ogden-Modell [27, 28]. Der entscheidende Vorteil dieser Methode besteht darin, die kritischen Reißenergiewerte beim Risswachstum unter Verwendung des analytischen Energiefreisetzungsratesbegriffs besser vorhersagen zu können. Bei dieser Untersuchung wird der Mullins-Effekt nicht berücksichtigt, da die gekerbten Proben ohne Vorkonditionierung getestet werden.

Das ausgewertete Pfadintegral der Energiefreisetzungsrates hängt von den Materialparametern des Ogden-Modells und einer unbekanntem Größe B_i ab. Eins der wichtigen Ziele ist die Bestimmung dieser Größe für den nichtebenen Schermodus (Modus III) und den uniaxialen Zug (Modus I) in der Bruchmechanik durch Verwendung von gefüllten und ungefüllten Mischungen [22, 23, 24]. Der wesentliche Vorteil der Energiefreisetzungsrates besteht darin, dass die kritischen Energieflusswerte aus den dominierten Materialparametern des Ogden-Modells mit hoher Genauigkeit vorherzusagen sind. Es ergab sich aus den Untersuchungen, dass diese unbekanntem Größe B_i von der Streckung der Probe abhängt. Deshalb wurde diese Größe als Streckintensitätsfaktor eingeführt.

1.4 Lebensdauervorhersage mithilfe des Akkumulationsprinzips und der Monte-Carlo-Methode

Durch die Verknüpfung der Partikelhäufigkeit in der Mischung, den Risswachstumseigenschaften und dem passenden Risskriterium kann die Lebensdauer vorhergesagt werden. Eine Vorhersage der Lebensdauer spart Zeit und Kosten. Das kann bei der Entwicklungsphase von einem Produkt sehr hilfreich sein. Anhand der erzielten Ergebnisse können Kurzläufer abgeschätzt und somit die passenden Maßnahmen wie

Geometrieänderung oder Belastungsanpassung getroffen werden. Diese Vorhersage wird anhand zweier Materialbeispiele EPDM und NR unter unterschiedlichen Amplituden demonstriert. Die Lebensdauervorhersage wird durch zwei Betrachtungsmethoden erfolgen: Dem Probabilitäts-Akkumulationsprinzip [29], das auf der lokalen Auswertung der Reißenergie basiert und der Monte-Carlo-Simulation, die auf der Korrelation zwischen dem Wert des J-Integrals und der totalen Energiedichte des gesamten Bauteils basiert. Der Wert des J-Integrals wird aus dem stabilen Wert der J-Integralkurve als einer Funktion der Konturzahl entnommen.

Für die Umsetzung der Lebensdauervorhersage wurde für die jeweilige Methode ein Python-Skript für Abaqus implementiert. Alle Skripte basieren auf der lokalen Auswertung der Lebensdauer, wobei die Auswertung elementweise geschieht. Aus der prognostizierten Lebensdauer wird ein Ausfallbereich ermittelt, der die gesamte Ausfallbreite abdeckt. Die Untersuchungen haben gezeigt, dass die Vorhersage mit hyperelastischen Materialmodellen nur unter bestimmten Bedingungen gute Ergebnisse liefert, hingegen die Lebensdauervorhersage anhand des inelastischen Materialmodells MORPH präziser und zuverlässiger ist. Die Zählung der Partikel in den getesteten Materialien, die Risswachstumscharakterisierung und die gemessene Lebensdauer wurden von Marvin Ludwig zur Verfügung gestellt [29].

Erste Untersuchungen zum Akkumulationsprinzip an homogenen und inhomogenen Deformationszuständen wurden in [30] durchgeführt. Bei den drei Hanteltypen wurde eine Annahme der homogenen Deformation getroffen. Der untersuchte Bereich wurde auf den zylindrischen Bereich der Hantel begrenzt. Der gesamte Bereich wurde als eine einheitliche Zelle betrachtet. Bei dem Puffer wurde der stark eingeschnürte Bereich in drei bzw. vier Unterbereiche zerlegt, da dort eine starke Inhomogenität der Deformation herrscht. Bei den erweiterten Untersuchungen wird bei homogenen und inhomogenen Prüfkörpern die Vorgehensweise der Zerlegung übernommen. Diese Zerlegung geschieht über die Vernetzung des Bauteils in geeignete FE-Elemente.

Um eine Vorhersage treffen zu können, muss zuvor die Simulation durchgeführt werden. Bei der numerischen Berechnung mit dem hyperelastischen Materialmodell genügt es, einen Zyklus zu simulieren. Bei der Berechnung mittels des MORPH-Modells sind zwei Zyklen notwendig, um den zweiten stabilen Zyklus auszuwerten. Das entstehende ODB-File kann anschließend mit Hilfe eines Python-Skriptes erweitert werden. In dem Skript müssen die Weibull-Parameter [31, 32] aus der Anpassung der Partikelverteilung und somit die errechneten Partikel bezogen auf das untersuchte Volumen angegeben werden. Außerdem müssen die Paris-Erdogan Parameter [33] aus den Risswachstumsuntersuchungen in den Eingaben definiert werden. Die Partikel werden den Elementen zufällig zugewiesen. Jedes Element kann nur ein Partikel enthalten. Dementsprechend sollte die Anzahl der Elemente im untersuchten Bereich der Anzahl der vorhandenen Partikel entsprechen oder sie überschreiten. Die vorhandenen Partikel werden als Anfangsrisse in der Gleichung zur Bestimmung der Zyklanzahl verwendet. Durch die zufällige Positionierung der kritischen Partikeln in unterschiedliche Deformationsniveaus innerhalb des untersuchten Bauteils wird sich bei jeder durchgeführten Python-Skriptauswertung eine neue Lebensdauer ergeben. Das J-Integral wird durch eine bestimmte Korrelation mit der Energiedichte ermittelt und im Paris-Erdogan-Gesetz eingesetzt. Diese Korrelation erfolgt über die Auswertung des J-Integrals bei einer bestimmten Kontur einer SENT-Probe mit einer Risslänge von 1 mm und der Energiedichte der gesamten Probe. Damit können die Zyklen bis zum totalen Versagen

oder bis zu einer bestimmten Risslänge ermittelt werden. Im erweiterten ODB-File werden drei neue skalare Felder erzeugt: Die Partikelgröße, das korrelierende J-Integral und die erzielte Zyklenanzahl. Die Abbildung 1.4 zeigt ein Beispiel für die erzielten Zyklen des erweiterten ODB-Files anhand der Puffer.

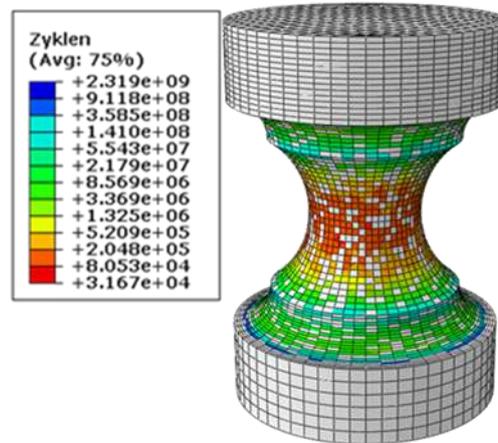


Abbildung 1.4: Erzielte Lebensdauer mittels Python-Skript für die Puffer

1.5 Gliederung der Arbeit

Das Kapitel 2 beschreibt die Grundlagen der Kontinuumsmechanik, die in der physikalischen Beschreibung der Bruchmechanik-Kriterien benötigt werden. Die wichtigen Zusammenhänge für den Spannungs- und den Deformationstensor bezogen auf der Ausgangszustand oder aktuellen Zustand werden erläutert. Um die korrelierenden Versuchsamplituden und Versuchsgeschwindigkeiten der verschiedenen Belastungsmodi (uniaxialer Zug, reine Scherung und äquibiaxialer Zug) zu ermitteln, wurde die Hencky'sche Dehnrates eingeführt [34]. Mit Hilfe des rechten Cauchy-Green-Tensors und der Ableitung der Inverse des rechten Cauchy-Green-Tensors wurden die Amplituden und die Versuchsgeschwindigkeiten errechnet. Das Schädigungsmaß wurde ursprünglich als Verhältnis zwischen der geschädigten Oberfläche und der gesamten Oberfläche definiert. In diesem Kapitel wurde eine neue Formulierung der Schädigung basierend auf den internen Variablen (Schleppzeiger) des Model Of Rubber PHenomenology-Modells definiert [5].

Im Kapitel 3 werden die Rezepturen und die Herstellung der vier verwendeten Materialien beschrieben. Die Vorgehensweise des Mischprozesses ist sehr wichtig, da eine leichte Veränderung zu einer starken Veränderung der mechanischen Eigenschaften führt. Die numerischen und analytischen Berechnungen der untersuchten Materialien erfordert eine gute physikalische und realitätsnahe Beschreibung des Materialverhaltens. In diesem Kapitel werden hyperelastische und inelastische Formulierungen des gummiartigen Materials vorgestellt. Bei der hyperelastischen Rheologie gibt es eine hohe Anzahl an Materialmodellen. Diese Materialmodelle werden als Funktion entweder von den Hauptinvarianten des rechten Cauchy-Green-Tensors oder von den Eigenwerten des Deformationstensors formuliert. Für die Hauptinvarianten-Materialmodelle wurde das Yeoh-Modell ausgewählt [35, 36, 37] und für Haupteigenwerte wurde das Ogden-Modell zweiter Ordnung ausgewählt [38, 39]. Beide Modelle eignen sich für große Deformationen sehr gut. Für eine realitätsnahe Beschreibung wurde das inelastische Material-Modell MORPH verwendet. Dieses Modell ist in der Lage die meisten inelastischen Effekte der Elastomere mit der Ausnahme der Zeit- und Temperaturabhängigkeit abzubilden.

In Kapitel 4 wird die standardmäßige quasistatische Materialcharakterisierung der untersuchten Mischungen durchgeführt. In den Zugfestigkeitsuntersuchungen werden aus den vulkanisierten Platten S2-Stäbe ausgestanzt und bis zum Versagen gestreckt. Bei jedem Material wurde eine Statistik von zehn Proben durchgeführt, da das Material wegen seiner starken Inhomogenität Abweichungen bei der Zugfestigkeit zeigt. Diese Art der Materialcharakterisierung beschränkt sich nur auf jungfräuliches Verhalten der Probe. Da die Bruchmechanik und die Lebensdauer auf zyklische Belastungen untersucht werden, müssen die Materialien durch quasistatische homogene Multihysteresen-Versuche untersucht werden. Durch die Wiederholung der gefahrenen Amplitude kann die Erweichung des Materials betrachtet werden. Die meisten Bauteile stehen unter einer multiaxialen Belastung, deshalb muss die Charakterisierung Belastungszustände wie uniaxialer Zug, reine Scherung und äquibiaxialer Zug berücksichtigt werden. Die isothermen Multihysteresemessungen bei verschiedenen Temperaturen führt zur Abnahme der Hystereseefläche und zu Spannungsmaxima mit steigender Messtemperatur. Die bleibende Dehnung bei NR und EPDM unter steigender Messtemperatur verhält sich nicht identisch, da die Zunahme der Temperatur bei NR und EPDM nicht zu einer eindeutigen Abnahme der bleibenden Dehnung führt.

Das Kapitel 5 analysiert die Parameteranpassung der Multihysteresen bei den ausgewählten Materialmodellen. Der Einfluss der bleibenden Dehnung auf die Qualität der Anpassung mittels hyperelastischer Materialmodelle wurde untersucht. Die Eliminierung der bleibenden Dehnung führt zu steifem Materialverhalten, das sich bei der Parameteranpassung mittels Yeoh-Modell bemerkbar macht. Diese Vorgehensweise ist bei größeren Dehnungen sehr fragwürdig und kann zu starken Abweichungen vom tatsächlichen Materialverhalten führen. Die gemessenen Multihysteresen in uniaxialer Zug, reiner Scherung und äquibiaxialer Zug in Kapitel 4 werden simultan mit gleichem Gewichtungsfaktor mittels des Ogden-Modells zweiter Ordnung angepasst. Die korrelierenden Amplituden der drei Belastungsmodi müssen simultan angepasst werden, da sich beim Übergang zur höher korrelierenden Amplitude weichere Materialparameter ergeben. Die Verwendung der hyperelastischen Materialmodelle bei rissbehafteten FE-Simulationen kann durch eine zu steife Extrapolation zu höheren Spannungswerten an der Riss Spitze führen. Die Parameteranpassung mittels des MORPH-Modells geschieht auch simultan mit gleicher Gewichtung und im Unterschied zu hyperelastischen Materialmodellen werden alle Amplituden durch einem einzigen Parametersatz beschrieben. Die Hysterese und die bleibenden Dehnungen können durch die Parameteranpassung mitberücksichtigt werden. Dieses Materialmodell wird in den Simulationen von rissbehafteten Prüfkörpern eine realitätsnahe Beschreibung des Elastomer-Verhaltens wie den Spannungserweichungseffekt nahe der Riss Spitze liefern.

Das Kapitel 6 stellt die Grundlagen der Bruchmechanik, Ergebnisse des Risswachstums und den Einfluss der Spannungserweichung auf den Risswiderstand dar. Das K-Konzept (Spannungsintensitätsfaktor) der linearen Bruchmechanik [11,12], in dem die Bruchzähigkeit als eine kritische Kenngröße für Risswachstum definiert ist [41], wird kurz erläutert. Dieser Spannungsintensitätsfaktor lässt sich als eine Funktion der äußeren Belastung und Rissgeometrie beschreiben [42, 43, 44, 45]. Die Energiebilanz einer gekerbten Probe bei einem infinitesimalen Risswachstum besteht aus dem intern umgesetzten Potential, dem dissipierten Potential im Bauteil und dem benötigten Potential für die Erzeugung einer neuen Rissoberfläche [16]. Das heißt, ein Teil der Energie wird beim Risswachstum angewandt und der andere Teil wird als Dissipation in Form von Wärme freigesetzt. Wenn der dissipierte Anteil in der Energiebilanz nicht betrachtet wird, dann wird das intern umgesetzte Potential

gleichgesetzt mit dem Oberflächenpotential. Dieser Zusammenhang ist bekannt als das Griffith'sche Gesetz für spröde Materialien [11, 12]. Für die numerische Berechnung des kritischen Energieflusses wird das J-Integral verwendet. Das J-Integral ist eine vektorielle Größe, die aus drei Komponenten besteht. Somit können bei diesem Kriterium Rissknicke oder Rissverzweigungen betrachtet werden. Der Integrand des J-Integrals ist der sogenannte Energie-Impuls-Tensor oder Eshelby-Spannungstensor. Die Herleitung des Tensors basiert auf dem Eshelby-Gedankenexperiment, wobei sich der Tensor aus der Verschiebung eines Defektes in einem Körper und der sich daraus ergebenden Potentialveränderung des Körpers ergibt. Die Bestimmung der Energiefreisetzungsrate an der Rissspitze erfolgt nach der virtual crack closure technique (VCCT-Methode), eine Methode, die auf der Bestimmung der geleisteten Arbeit auf einer infinitesimalen Rissausbreitung basiert [12, 46]. Die numerische Umsetzung der VCCT-Methode kann mit einer FE-Simulation erfolgen. Im ersten Zyklus hat das Modell die anfängliche Risslänge, im folgenden Zyklus hat der Riss eine gesamte Länge, die aus der Summe der anfänglichen Risslänge und der Rissausbreitung gegeben ist. Im FE-Modell werden die Rissausbreitungen mit der jeweiligen Element-Kante gleichgesetzt. Thomas und Rivlin haben das Griffith'sche Gesetz übernommen und auf Elastomere übertragen. Es wurden für bestimmte Belastungszustände und Geometrien Reißenergie-Formeln hergeleitet. Für die Risscharakterisierung werden meistens Zugstreifen-, Schenkel- oder Reine Scherproben verwendet. Diese Methode ist nur auf ein infinitesimales geradliniges Risswachstum und homogene Deformationszustände beschränkt. Die Reißenergie lässt sich durch die experimentelle Reaktion des Materials auf die Belastung ermitteln. Durch experimentelle und numerische Untersuchungen an gekerbten reinen Scher- und Zugstreifenproben konnte der kritische Energiefluss beim Risswachstum ermittelt werden. Die experimentelle Ermittlung des Risswachstums geschieht mithilfe einer Hochgeschwindigkeitskamera. Der Energiefluss wird über das J-Integral, die Reißenergie und die Energiefreisetzungsrate berechnet. Die erzielten Ergebnisse der drei Kriterien werden dann miteinander verglichen. In den experimentellen Untersuchungen gab es nicht nur geradliniges Risswachstum sondern auch einen Rissknick. Der Energiefluss beim Rissknick kann nur durch das J-Integral ermittelt werden, da das J-Integral eine vektorielle Größe ist. Diese Untersuchungen zeigen deutlich, dass die Oberflächenenergie der gefüllten Elastomere von der Spannungserweichung des Materials abhängig ist und dass die kritischen Energieflusswerte eine exponentiell abfallende Tendenz als eine Funktion der Risswachstumslänge aufweisen. Die Simulationsergebnisse mittels des Ogden-Modells zeigen eine starke Beschränkung bei der Ermittlung des kritischen Energieflusses der jungfräulichen Amplituden verglichen mit dem MORPH-Modell. Bei Simulationen mit homogenem Material ergibt die Auswertung des J-Integrals um den Riss keine Abhängigkeit vom gewählten Integrationspfad. Im Gegensatz dazu zeigen dissipative Materialien eine starke Pfadabhängigkeit des J-Integrals. Wenn der gewählte Weg in der Nähe der Rissspitze gewählt wird, wird dieser Effekt aufgrund der inelastischen Effekte deutlich, die bei der Rissspitze signifikant im Vergleich zum Rest der Probe sind. In der Prozesszone hängt der J-Integralwert stark vom gewählten Weg um die Rissspitze ab. Dieses Phänomen tritt aufgrund der Intensität der inelastischen Effekte in der Nähe der Rissspitze auf. Bei äußerer Belastung ist der Spannungserweichungseffekt nur in der Nähe der Rissspitze signifikant, da die Hysterese dort im Vergleich zum Rest der Probe groß ist. Die Auswertung des J-Integrals und der Reißenergie für eine SENT-Probe unter zyklischer verschiebungsgesteuerter Belastung zeigt deutlich, dass der resultierende Energiefluss an der Rissspitze von der jungfräulichen Kurve bis zur letzten Wiederholung abnimmt.

Kapitel 7 stellt die analytische Herleitung der Energiefreisetzungsrate des Modus I und III für gefüllte und ungefüllte Mischungen mithilfe des nichtlinearen hyperelastischen Materialmodells Ogden dar [22, 23, 24]. Die Herleitungen der Dehnung, der Spannung und der Energiedichte basieren auf der asymptotischen Lösung der Verschiebung nahe der Risspitze. Die Auswertung des Eshelby-Spannungstensors entlang eines geschlossenen Pfades um die Risspitze liefert einen Ausdruck, der von der Steifigkeit des Materials und von einem neu eingeführten Parameter abhängig ist. Dieser Parameter wird als Streckungsintensitätsfaktor bezeichnet, da sich für die untersuchten Fälle immer eine direkte Abhängigkeit von der Streckung ergab [22, 23, 24]. Der entscheidende Vorteil dieser Methode besteht darin, die kritischen Energieflusswerte beim Risswachstum besser vorhersagen zu können. Die Untersuchungen des Modus III wurden an Schenkelpfropfen (Trouser samples) durchgeführt, die die Bedingungen des nicht ebenen Schermodus erfüllen [22, 24]. Beim Modus I wurden die Zugstreifenproben (SENT samples) für die experimentellen und numerischen Untersuchungen verwendet [23]. Die im Kapitel 6 beschriebenen Bruchkriterien werden am kritischen Verschiebungswert ausgewertet und miteinander verglichen.

Kapitel 8 behandelt die Lebensdauervorhersage anhand zweier Methoden. Die Vorhersage wird in beiden Verfahren durch eine Verknüpfung zwischen der Bruchmechanik und der Fehlstellen-Statistik erfolgen. Die Ruß-Partikel werden als Mikrorisse betrachtet, die nach bestimmten Zyklen zum totalen Ausfall der Prüfkörper führen. Die Größe und die Häufigkeit der Partikel werden durch Computertomographie bestimmt und durch eine passende Verteilungsfunktion angepasst. Die Risswachstumscharakterisierung wird an SENT-Proben mittels der Tear-Analyse-Maschine erfolgen. Aus den Messergebnissen der Tear-Analyse-Maschine können die Parameter des Paris-Erdogan-Gesetzes bestimmt werden. Bei dem Akkumulationsprinzip (erste Methode) wird das Paris-Erdogan-Gesetz integriert und umformuliert, sodass die Zyklenanzahl als eine Funktion der Reißenergie und der Paris-Erdogan-Parameter ist. Die ersten Überlegungen und Untersuchungen des Akkumulationsprinzips wurden von Ludwig durchgeführt [29]. Die Auswertung der Lebensdauervorhersage erfolgt elementweise über das gesamte FE-Modell, da die FE-Elemente unterschiedliche Deformationszustände liefern und somit auch unterschiedliche Ausfallbreiten. Die Anwendung der Monte-Carlo-Methode (zweite Methode) erfolgt über eine zufällige Verteilung der Partikel im FE-Modell. In diesem Verfahren wird das J-Integral als Bruchkriterium verwendet. Aus bruchmechanischen Untersuchungen an SENT-Proben mit unterschiedlicher Risslängen kann ein Zusammenhang zwischen dem J-Integral und der totalen Energiedichte hergeleitet werden, der in dem Paris-Erdogan-Gesetz eingesetzt werden kann. Durch die zufällige Verteilung der Partikel im Bauteil wird bei jeder Simulation eine andere Lebenserwartung erzielt. Bei der Berechnung von hundert Simulationen ergibt sich ein Konvergenzzustand und die Überlebenswahrscheinlichkeit lässt sich gut beschreiben. Die Lebensdauervorhersagen aus den zwei Methoden werden mit der gemessenen Lebensdauer an verschiedenen Prüfkörpern und Materialien verglichen.

2 Kontinuumsmechanik

2.1 Kontinuumsmechanische Grundlagen

Zur Beschreibung der Kinematik sind ein paar Zusammenhänge zum Verständnis der Problematik notwendig. Für einen materiellen Punkt P_1 in der Referenzkonfiguration bei $t = 0$ wird seine Bahnlinie durch eine Bewegungsgleichung $\Phi(\vec{X}, t)$ beschrieben. Der Punkt P_1 wird in der Momentankonfiguration (aktuelle Konfiguration) bei $t > 0$ eine neue Platzierung P'_1 bekommen. In Abbildung 2.1 ist eine Darstellung zur Bewegungsgleichung zwischen den zwei Zeitzuständen dargestellt. Die Ortsvektoren des gleichen Punktes P werden in zwei unterschiedlichen Konfigurationen wie folgt angegeben:

$$\text{Referenzkonfiguration:} \quad \vec{X} = \sum_{i=1}^3 X_i \vec{e}_i \quad (2.1)$$

$$\text{Momentankonfiguration:} \quad \vec{x} = \sum_{i=1}^3 \chi_i \vec{e}_i \quad (2.2)$$

Die Bewegungsgleichung muss im Raum stetig und bijektiv sein, damit die Zusammenhänge ausgehend von der aktuellen Konfiguration oder der Referenzkonfiguration dargestellt werden können. Die Bewegungsgleichung und ihre Inverse sind wie folgt gegeben:

$$\vec{x} = \Phi(\vec{X}) \quad (2.3)$$

$$\vec{X} = \Phi^{-1}(\vec{x}) \quad (2.4)$$

Der Verschiebungsvektor eines gleichen Materialpunktes im Raum lässt sich über die Ortsvektoren des Punktes in den zwei Konfigurationen bestimmen:

$$\vec{u} = \vec{x} - \vec{X} \quad (2.5)$$

Für die Beschreibung der lokalen Verformung eines materiellen Punktes, wird der Deformationsgradient als Hilfsmittel in der nichtlinearen Kontinuumsmechanik verwendet. Die Komponente dieses Tensors ergibt sich aus dem Gradienten einer Bewegungsfunktion.

$$F_{ij} = \frac{dx_i(\vec{X}, t)}{dX_j} \text{ für } i, j = 1, 2, 3 \quad (2.6)$$

Der rechte Cauchy-Green-Tensor ist ein symmetrischer Verformungstensor, der sich auf die Referenzkonfiguration bezieht. Diese Größe dient als ein Maß für die Verzerrung.

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \quad (2.7)$$

Der linke Cauchy-Green-Tensor ist ein symmetrischer Verformungstensor, der sich auf die Momentankonfiguration bezieht.

$$\mathbf{b} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T \quad (2.8)$$

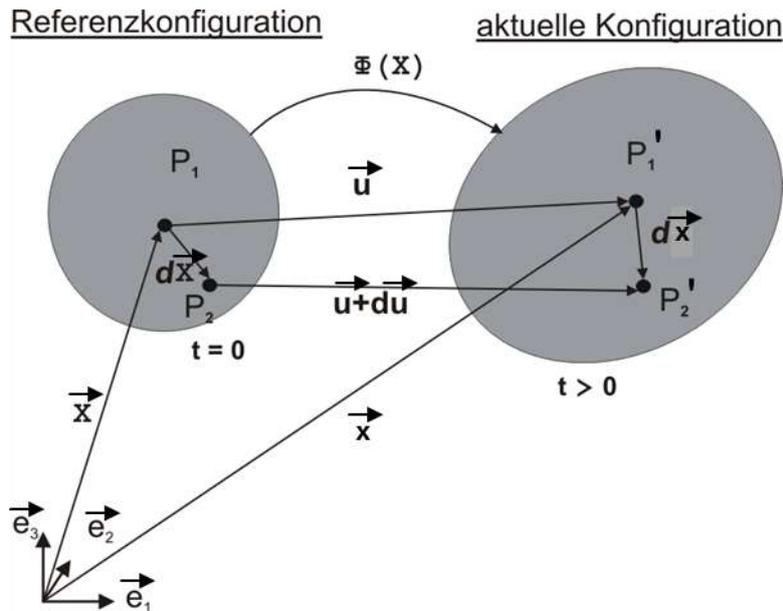


Abbildung 2.1: Beschreibung der Bewegung eines materiellen Punktes im Raum

Der symmetrische Spannungstensor σ wird als Cauchy-Spannungstensor definiert, er bezieht sich auf den Querschnitt in der Momentankonfiguration. Dieses Maß ist im Ingenieurbereich als wahre Spannung bekannt. Der erste Piola-Kirchhoff-Spannungstensor P bezieht sich auf den Ausgangsquerschnitt und ist unsymmetrisch. Diese Größe wird auch als Ingenieursspannung bezeichnet. Der symmetrische Spannungstensor S wird als zweiter Piola-Kirchhoff-Spannungstensor definiert. Diese Größe ergibt sich aus dem Bezug der Kräfte in der Referenzkonfiguration auf den Ausgangsquerschnitt. Die Spannungstensoren lassen sich ineinander umrechnen durch folgende Zusammenhänge:

$$\begin{aligned} \tau &= J\sigma \\ P &= \tau \cdot F^{-T} \\ S &= F^{-1} \cdot P \end{aligned} \quad (2.9)$$

Wobei J als Maß für die Volumenänderung von der Referenzkonfiguration zu der aktuellen Konfiguration definiert ist.

$$J = \frac{dv}{dV} = \det F \quad (2.10)$$

Eine gute Beschreibung des Materials verlangt, dass das Material in verschiedenen homogenen Belastungszuständen genau charakterisiert wird. Diese homogenen Belastungszustände sind der uniaxiale Zug, die reine Scherung, der äquibiaxiale Zug und die einfache Scherung (Abbildung 2.2). Es ist empfehlenswert mindestens zwei der oben genannten Deformationszustände simultan anzupassen, um das Material genau zu beschreiben und die Stabilität der Anpassung zu gewährleisten.

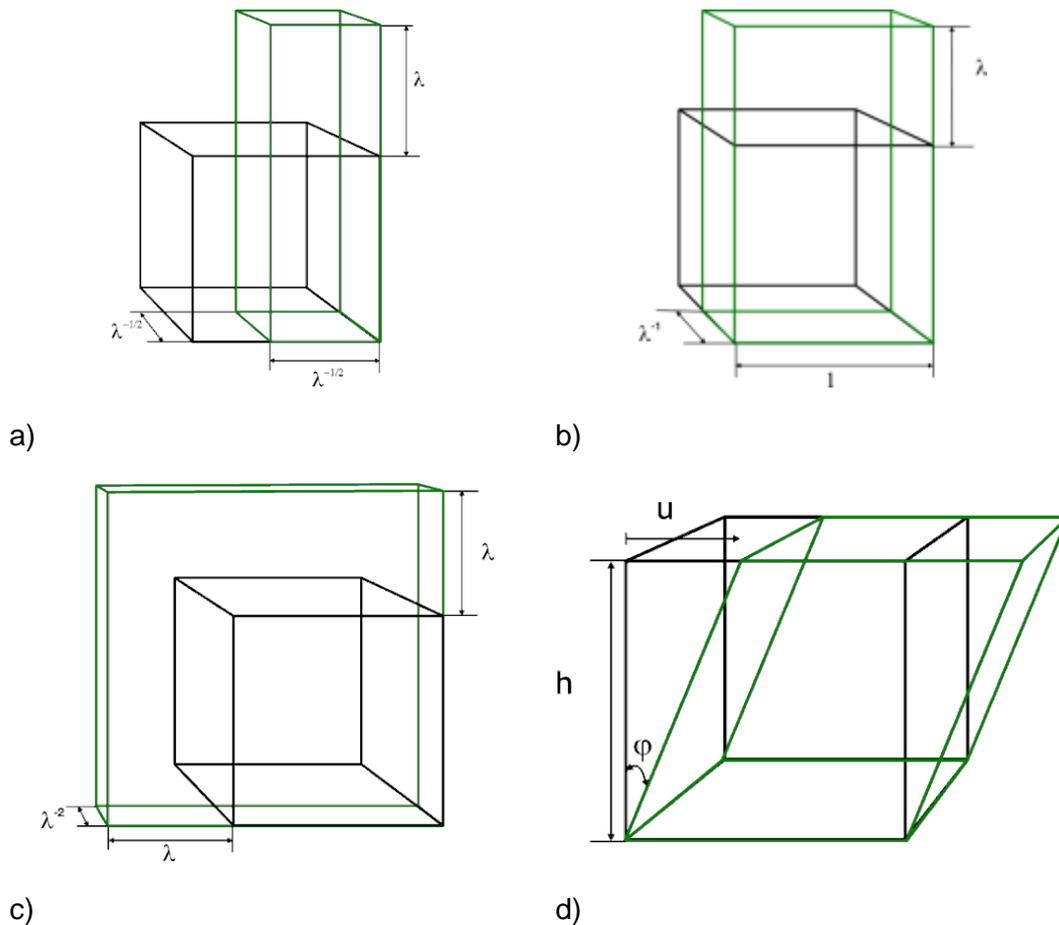


Abbildung 2.2: Homogene Deformationszustände: a) uniaxialer Zug b) reine Scherung c) äquibiaxialer Zug d) einfache Scherung

Die Anpassung durch die verwendeten Materialmodelle wird über die gemessene Multihysterese durchgeführt. Damit plausible Ergebnisse bei den Anpassungen erzielt werden können, müssen die gefahrenen Amplituden und die Versuchsgeschwindigkeit bei den verschiedenen Belastungsmodi äquivalent zueinander sein. Für die Ermittlung der korrelierenden Versuchsgeschwindigkeit wird die Hencky'sche Dehnrade verwendet [34].

$$\varepsilon^h = \sqrt{\frac{1}{6} \text{tr}(\dot{C} \cdot C^{-1})^2} \quad (2.11)$$

Wobei \dot{C} und C^{-1} die Ableitung und die Inverse des rechten Cauchy-Green-Tensors sind. Der Deformationsgradient und der rechte Cauchy-Green-Tensor sind im Allgemeinen durch die Hauptstreckungen wie folgt definiert:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Für inkompressibles Materialverhalten gilt:

$$J = \det \mathbf{F} = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1 \quad (2.13)$$

Der Deformationsgradient und der rechte Cauchy-Green-Tensor, sowie dessen Inverse und Ableitung, sind für den uniaxialen Zustand (entsprechend Abbildung 2.2.a) unter Annahme eines homogenen isotropen Materialverhaltens wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{un} &= \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \end{bmatrix} & \mathbf{C}_{un} &= \begin{bmatrix} \lambda^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda} \end{bmatrix} \\ \dot{\mathbf{C}}_{un} &= \begin{bmatrix} 2\lambda\dot{\lambda} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\dot{\lambda}}{\lambda^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\dot{\lambda}}{\lambda^2} \end{bmatrix} & \mathbf{C}_{un}^{-1} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda^2} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Die Hencky'sche Dehnrate des anaxialen Zuges wird durch das Einsetzen von $\dot{\mathbf{C}}$ und \mathbf{C}^{-1} in der Gleichung (2.11) ermittelt.

$$\dot{\varepsilon}_{un}^h = \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} \quad (2.15)$$

Der reine Scherungsdeformationszustand basiert auf der Annahme, dass in der orthogonalen Richtung zu der Belastung die Querkontraktion vernachlässigbar ist (Abbildung 2.3.b). Das geschieht, wenn die Querkontraktionsrichtung ein Vielfaches der Länge im Vergleich zu der Belastungsrichtung hat. Durch Einsetzen der Inkompressibilitätsbedingung (Gleichung (2.13)) kann der Deformationsgradient, der rechte Cauchy-Green-Tensor und dessen Inverse und dessen Ableitung für diesen Zustand ermittelt werden:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{rs} &= \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \mathbf{C}_{rs} &= \begin{bmatrix} \lambda^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \dot{\mathbf{C}}_{rs} &= \begin{bmatrix} 2\lambda\dot{\lambda} & 0 & 0 \\ 0 & 2\frac{\dot{\lambda}}{\lambda^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{C}_{rs}^{-1} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda^2} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Die Hencky'sche Dehnrate der reinen Scherung lässt sich durch Einsetzen von $\dot{\mathbf{C}}_{rs}$ und \mathbf{C}_{rs}^{-1} in die Gleichung (2.11) ermitteln.

$$\dot{\varepsilon}_{rs}^h = \sqrt{\frac{4}{3}} \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} \quad (2.17)$$

Der äquibiaxiale Zugzustand wird in zwei Raumrichtungen mit gleichem Belastungsmaß gestreckt (Abbildung 2.3.c). Dieser Deformationsmodus ist wichtig, da durch ihn die Druckzustände besser abzubilden sind.

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}_{\ddot{a}q} &= \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda^2} \end{bmatrix} & \mathbf{C}_{\ddot{a}q} &= \begin{bmatrix} \lambda^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda^4} \end{bmatrix} \\
\dot{\mathbf{C}}_{\ddot{a}q} &= \begin{bmatrix} 2\lambda\dot{\lambda} & 0 & 0 \\ 0 & 2\lambda\dot{\lambda} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{4\dot{\lambda}}{\lambda^5} \end{bmatrix} & \mathbf{C}_{\ddot{a}q}^{-1} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda^2} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda^4 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Das Einsetzen von $\dot{\mathbf{C}}$ und \mathbf{C}^{-1} in die Gleichung (2.11) liefert die Hencky'sche Dehnrates des äquibiaxialen Zuges.

$$\dot{\epsilon}_{\ddot{a}q}^h = \frac{2\dot{\lambda}}{\lambda} \tag{2.19}$$

Bei der einfachen oder doppelseitigen Scherung wird eine Kante zu der gegenüberliegenden Kante horizontal verschoben (Abbildung 2.3.d). Es wird davon ausgegangen, dass die Höhe der Probe während der Belastung konstant bleibt und dass die freiliegenden Kanten parallel zueinander bleiben:

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}_{es} &= \begin{bmatrix} 1 & \gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \mathbf{C}_{es} &= \begin{bmatrix} 1 & \gamma & 0 \\ \gamma & 1 + \gamma^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
\dot{\mathbf{C}}_{es} &= \begin{bmatrix} 0 & \dot{\gamma} & 0 \\ \dot{\gamma} & 2\gamma\dot{\gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{C}_{es}^{-1} &= \begin{bmatrix} 1 + \gamma^2 & -\gamma & 0 \\ -\gamma & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Wobei sich γ als Schermaß aus der gefahrenen Verschiebung u bezogen auf die Höhe der Probe h definieren lässt. Die Hencky'sche Dehnrates der einfachen oder doppelseitigen Scherung nach Gleichung (2.11) ist wie folgt definiert:

$$\dot{\epsilon}_{es}^h = \frac{\dot{\gamma}}{\sqrt{3}} \tag{2.21}$$

Das Ziel ist die Ermittlung der korrelierenden Hencky'schen Dehnrates und daraus die Versuchsgeschwindigkeit für die verschiedenen Deformationsmodi zu bestimmen. In der Tabelle 2.1 ist ein Beispiel zu der Umrechnung der Versuchsgeschwindigkeiten der vier Belastungsmodi gegeben. Der uniaxiale Zug wird willkürlich ausgewählt und die anderen Modi werden durch die oben genannten Gleichungen berechnet.

Tabelle 2.1: Umrechnung der Versuchsgeschwindigkeit zwischen den unterschiedlichen Belastungsmodi

	uniaxialer Zug	reine Scherung	Äquibiaxialer Zug	einfache Scherung
u_0 [mm]	20	20	80	2
\dot{u} [mm/min]	20	17,32	40	3,46
$\dot{\lambda}$ und $\dot{\gamma}$ [1/min]	1	0,866	0,5	1,73
$\dot{\epsilon}_h$ [1/min]	1			

Die verschiedenen Versuche müssen auf die äquivalente Dehnungsamplitude gestreckt werden. Durch die Integration der Hencky'schen Dehnrate der vier Moden, können die Amplituden ineinander umgerechnet werden.

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{un}^h &= \ln(\lambda_{un}) & \Rightarrow & \lambda_{ux} = e^{\varepsilon^h} \\
 \varepsilon_{rs}^h &= \sqrt{\frac{4}{3}} \ln(\lambda_{rs}) & \Rightarrow & \lambda_{rs} = e^{\sqrt{\frac{3}{4}} \varepsilon^h} \\
 \varepsilon_{ab}^h &= 2 \ln(\lambda_{ab}) & \Rightarrow & \lambda_{aq} = e^{\frac{\varepsilon^h}{2}} \\
 \varepsilon_{es}^h &= \frac{\gamma}{\sqrt{3}} & \Rightarrow & \gamma = \sqrt{3} e^{\varepsilon^h}
 \end{aligned}
 \tag{2.22}$$

Für Multihysterese-Messungen wurden die Dehnungsamplituden für den uniaxialen Zug ausgewählt und die äquivalenten Dehnungsamplituden der anderen Moden wurden nach Gleichung (2.22) berechnet. In der Tabelle 2.2 sind die Dehnungsamplituden der homogene Messungen gelistet.

Tabelle 2.2: Umrechnung der Dehnungsamplituden für den gegebenen uniaxialen Zug

	uniaxialer Zug	reine Scherung	äquibiaxialer Zug	Einfache Scherung
1. Amplitude [%]	50	42	22,5	70,2
2. Amplitude [%]	100	82,3	41,4	120
3. Amplitude [%]	150	121,1	58,1	158,7
4. Amplitude [%]	200	158,9	73,2	190,3

2.2 Schädigungsmechanik

Die Schädigungseffekte bei Elastomeren können durch Auflösung von Verhakungspunkten oder durch Füllstoff-Matrix- oder Füllstoff-Füllstoff-Wechselwirkungen entstehen. Diese Effekte können durch die ausgeprägte Multihysterese bei gleicher Amplitude verdeutlicht werden. Bei der Belastung wird ein Teil der Verbindung zwischen den Agglomeraten und maximal gestreckten Polymerketten geschädigt. Nach der Entlastungsphase weist die Probe eine bleibende Dehnung auf. Diese bleibende Dehnung steigt bei wiederholter Belastung gleicher Amplitude oder bei höheren Amplituden an. Diese kontinuierliche Zunahme der bleibenden Dehnung ist ein Merkmal für die Schädigung des Elastomers. Die Steifigkeit des Materials nimmt nach Füllstoffanteil und Füllstoffaktivierungsenergie unterschiedlich ab. Dieses Phänomen ist als Mullins-Effekt bekannt.

Die ersten Überlegungen zur Schädigungsmechanik wurden von Kachanov [47] durchgeführt, er bezog das Schädigungsmaß auf eine Fläche, da das Schädigungsmaß als Verhältnis zwischen der geschädigten Oberfläche auf die gesamte Oberfläche bezogen wird. Das Schädigungsmaß kann Werte zwischen null und eins annehmen ($0 \leq d \leq 1$). Bei einer ungeschädigten Oberfläche wird das Schädigungsmaß den Wert null haben. Bei einer total geschädigten Oberfläche nimmt das Schädigungsmaß den Wert eins an. Es wurden erweiterte Schädigungsmaße wie das volumenbezogene Schädigungsmaß oder das effektive Spannungsschädigungsmaß basierend auf den Überlegungen von Kachanov entwickelt [48, 49].

Bei dem verwendeten inelastischen Materialmodell MORPH wird das Verhältnis zwischen dem aktuellen Schleppzeiger und dem maximalen Schleppzeiger als Schädigungsmaß definiert. In diesem Fall nimmt der Schädigungsparameter d den Wert eins bei totaler Schädigung an und den Wert null im undeformierten Zustand ($\lambda = 1$). Der Schädigungsparameter d ist wie folgt definiert:

$$d = \frac{|b_S^T|}{b_{S,max}^T} \quad (2.23)$$

Der Schleppzeiger in Richtung der Hauptstreckung wird aus der maximalen Streckung in jedem Materialpunkt errechnet.

$$b_S^T = \left| \lambda^2 - \frac{1}{\lambda} \right| \quad (2.24)$$

Der maximale Schleppzeigerwert wird wie der aktuelle Schleppzeigerwert ermittelt. Der einzige Unterschied ist, dass die maximale Streckung aus Zugfestigkeitsmessungen als Grenzwert für die totale Schädigung angenommen wird. Der maximale Schleppzeigerwert wird wie folgt definiert:

$$b_{S,max}^T = \left| \lambda_{max}^2 - \frac{1}{\lambda_{max}} \right| \text{ mit } \lambda_{max} = 1 + \varepsilon_{max} \quad (2.25)$$

3 Rezeptur und Materialherstellung verwendete Materialmodelle

3.1 Rezeptur und Materialherstellung

3.1.1 Ethylen-Propylen-Dien-Kautschuk (EPDM)

Die ersten Untersuchungen wurden mit einer EPDM-Mischung durchgeführt. Beim Mischprozess wird zuerst der Kautschuk in den Mischer gegeben, nach circa vierzig bis fünfzig Sekunden wurden zwei Drittel des Rußes, Zinkoxid und Stearinsäure hinzugefügt. Nach einer Mischzeit von einer Minute wird das restliche Drittel des Rußes und das Weichmacheröl Sunpar 2880 dazugegeben und für 3,5 Minuten im Mischer bearbeitet. Nach der Mischzeit wird die Mischung mit dem Vernetzungssystem auf der Walze bearbeitet.

3.1.2 Naturkautschuk (NR)

Es wird in den Mischer zuerst der Kautschuk hinzugegeben und für neunzig Sekunden gemischt. Danach werden das Zinkoxid und die Stearinsäure hinzugegeben und für eine Minute mit dem Kautschuk verarbeitet. In der dritten Minute der Mischzeit wird der gesamte Ruß des Typs N347 zu der Mischung beigefügt und für eine Minute in dem Mischer bearbeitet. Anschließend wird das Vernetzungssystem für eine Minute mit der bearbeiteten Mischung vermischt. Nach der Mischzeit wird die Mischung für drei Minuten auf der Walze behandelt.

3.1.3 Hydrierter Acrylnitrilbutadien-Kautschuk (HNBR)

Es wurden zwei schwefelvernetzte HNBR-Varianten getestet. Die Vorgehensweise des Mischens ist ähnlich wie bei der EPDM-Mischung. Bei diesen zwei Varianten liegt der einzige Unterschied in der Verwendung zweier unterschiedlicher Rußtypen (N326 und N347). Sie besitzen die gleiche spezifische Oberfläche und unterscheiden sich nur hinsichtlich ihrer Struktur. Die Variante HNBR-N347 hat eine höhere Strukturordnung, sodass ein steiferes Verhalten gegenüber der Variante HNBR-N326 erwartet wird. Abbildung 1.1 zeigt die Variation der spezifischen Oberfläche von oben nach unten und die Variation der Struktur von links nach rechts. Der Vergleich der zwei verwendeten Rußtypen zeigt deutlich, dass beim N347 mehr Haftungsräume zwischen den Ketten entstehen, was zu einer besseren Bindung zwischen Kautschuk und Agglomerat führt.

3.2 Beschreibung des Verhaltens der technischen Elastomere

3.2.1 Hyperelastische Materialmodelle

Bei den numerischen und analytischen Untersuchungen in der Bruchmechanik wurden ausgewählte hyperelastische Materialmodelle verwendet. Einige Materialmodelle basieren auf der ersten Invariante des rechten Cauchy-Green-Tensors und andere basieren auf den Hauptstreckungen des Deformationstensors im Hauptachsensystem.

Für eine bessere Anwendbarkeit wird das Yeoh-Modell vorgeschlagen [35, 36]. Dieses Modell basiert auf der ersten Invariante des rechten Cauchy-Green-Tensors und hat insgesamt drei Materialparameter. Die Energiedichte des Yeoh-Modells wird über ein Polynom beschrieben [36]:

$$\Psi(I_1) = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (3.1)$$

C_{10} , C_{20} und C_{30} sind die Materialparameter des Modells. Die erste Piola-Kirchhoff-Spannung in der Hauptdeformationsachse der drei Modi ist wie folgt definiert:

$$P_{22} = \begin{cases} 2 \left[C_{10} + 2C_{20} \left(\lambda^2 + \frac{2}{\lambda^2} - 3 \right) + 3C_{30} \left(\lambda^2 + \frac{2}{\lambda^2} - 3 \right)^2 \right] \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) & \text{uniaxialer Zug} \\ 2 \left[C_{10} + 2C_{20} \left(\lambda^2 + \frac{1}{\lambda^2} - 2 \right) + 3C_{30} \left(\lambda^2 + \frac{1}{\lambda^2} - 2 \right)^2 \right] \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^3} \right) & \text{reine Scherung} \\ 2 \left[C_{10} + 2C_{20} \left(2\lambda^2 + \frac{1}{\lambda^4} - 3 \right) + 3C_{30} \left(2\lambda^2 + \frac{1}{\lambda^4} - 3 \right)^2 \right] \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^5} \right) & \text{äquibiaxialer Zug} \end{cases} \quad (3.2)$$

Für die repräsentative Betrachtung einfacher hyperelastischer Materialmodelle, die eine Abhängigkeit der Hauptstreckungen des Deformationstensors im Hauptachsensystem haben, wird das Ogden-Modell gewählt [27, 28]. Dieses Modell kann für die Beschreibung größerer Verformungen bei gummiartigen Materialien angewendet werden. Die Dehnungsenergie-dichte-Funktion dieses Modells ist wie folgt definiert [27]:

$$\Psi = \sum_{i=1}^2 \frac{2\mu_i}{\alpha_i^2} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \quad (3.3)$$

λ_i sind die Hauptstreckungen in den Hauptachsen und μ_i und α_i die Materialparameter. Die Hauptspannung in den drei untersuchten homogenen Belastungszuständen kann über den Zusammenhang zwischen den Hauptstreckungen hergeleitet werden. Die Hauptspannung der drei Zustände ist hierbei wie folgt definiert:

$$P_{22} = \begin{cases} \frac{2\mu_1}{\lambda\alpha_1} (\lambda^{\alpha_1} - \lambda^{\frac{\alpha_1}{2}}) + \frac{2\mu_2}{\lambda\alpha_2} (\lambda^{\alpha_2} - \lambda^{\frac{\alpha_2}{2}}) & \text{Uniaxialer Zug} \\ \frac{2\mu_1}{\lambda\alpha_1} (\lambda^{\alpha_1} - \lambda^{-\alpha_1}) + \frac{2\mu_2}{\lambda\alpha_2} (\lambda^{\alpha_2} - \lambda^{-\alpha_2}) & \text{Reine Scherung} \\ \frac{2\mu_1}{\lambda\alpha_1} (\lambda^{\alpha_1} - \lambda^{-2\alpha_1}) + \frac{2\mu_2}{\lambda\alpha_2} (\lambda^{\alpha_2} - \lambda^{-2\alpha_2}) & \text{Äquibiaxialer Zug} \end{cases} \quad (3.4)$$

3.2.2 Das inelastisches Model Of Rubber PHenomenology (MORPH)

Dieses Modell wurde von Ihlemann und Besdo entwickelt [4 ,5]. Es hat den Vorteil, dass es die charakteristischen Eigenschaften technischer Elastomere wie Hysterese, Materialerweichung und bleibende Dehnung bzw. Spannung abbilden kann. Dieses Modell basiert auf der Zerlegung der Cauchy-Spannung in drei Terme: Der elastischen Spannung $2\alpha\mathbf{b}$, der Zusatzspannung σ^Z und der Spannung aus dem hydrostatischen Druck $p\mathbf{I}$.

$$\sigma = (2\alpha\mathbf{b} + \sigma^Z)' - p\mathbf{I} \quad (3.5)$$

\mathbf{b} ist der deviatorische Anteil des isochoren linken Cauchy-Green-Tensors und α eine Funktion der Parameter P_1, P_2, P_3 und des Schleppzeigers b_T^S . Die Zusatzspannung wird durch ihre Zeitableitung und Hüllspannung σ^H definiert:

$$\sigma^Z = \beta b_T^* (\sigma^H - \sigma^Z) + \lambda \sigma^{Z'} + \sigma^{Z'} \lambda \quad (3.6)$$

β ist eine Funktion der Parameter P_3, P_4 und des Schleppzeigers und λ kennzeichnet den Formänderungsgeschwindigkeitstensor. Der Hüllspannungstensor σ^H ergibt sich aus der

Summierung eines exponentiellen Anteils und eines linearen Anteils. Dieser Spannungsterm wird wie folgt angegeben:

$$\sigma^H = \gamma \exp\left(\frac{P_7 \frac{\mathbf{b}}{b_T} \frac{b_T}{b_T^S}}{b_T}\right) + P_8 \frac{\mathbf{b}}{b_T} \quad (3.7)$$

γ ist eine Funktion der Parameter P_5, P_6 und des Schleppzeigers und P_7, P_8 sind zusätzliche Parameter des MORPH-Modells. Der Schleppzeiger ergibt sich aus dem maximalen Wert des isochoren Anteils des linken Cauchy-Green-Tensors in jedem Materialpunkt aus der Belastungsphase. Der Schleppzeiger ist wie folgt gegeben:

$$b_T^S = \max[b_T(\tau); 0 \leq \tau \leq t] \quad X_T = \max[|X_I - X_J|; I, J = 1, 2, 3] \quad (3.8)$$

Die Schleppzeigerfunktionen, die mit den Spannungsanteilen verknüpft sind, werden über Funktionen aus dem Schleppzeiger und dem MORPH-Modellparameter angegeben. Jeder der drei Parameter hat eine Rolle bei der Nachbildung der Hysterese. Diese Parameter können wie folgt definiert werden:

$$\alpha = P_1 + \frac{P_2}{\sqrt{1 + (P_3 b_T^S)^2}} \quad \beta = \frac{P_4}{\sqrt{1 + (P_3 b_T^S)^2}} \quad \gamma = P_5 b_T^S \left(1 - \frac{P_6}{\sqrt{P_6^2 + (b_T^S)^2}}\right) \quad (3.9)$$

Die Abbildung 3.1 zeigt den Verlauf für die Grund-, Hüll- und Gesamtspannung. Außerdem sind die Einflüsse der Parameter bezüglich der Hysterese dargestellt.

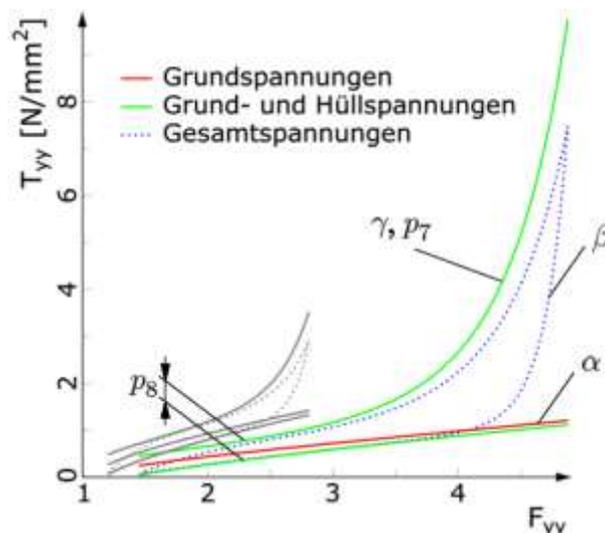


Abbildung 3.1: Spannungszерlegung des MORPH-Modells [50]

4 Materialcharakterisierung

Die Bauteile unterliegen in der Praxis einem Mix aus Scher-, Druck- und Zugbelastungen. Um die Reaktion dieser Bauteile auf mechanische Belastungen hinreichend genau abbilden zu können, werden für die Materialcharakterisierung insgesamt drei homogene quasistatische Versuche durchgeführt. Bei diesen Versuchen handelt es sich um einen uniaxialen Zug, eine reine Scherung und einen äquibiaxialen Zug. Es gibt noch die zweiseitige Scherung, die allerdings nicht für alle Varianten gemessen wird. Es kann bei der Simulation unterschiedlicher Belastungszustände zu Ungenauigkeiten kommen, wenn für die Parameteranpassung der Materialmodelle nur die uniaxialen Zugmessungen verwendet werden. Um dem vorzubeugen, werden bevorzugt alle Belastungszustände experimentell gemessen und simultan für das Parameterfitting verwendet. Die homogenen quasistatischen Messungen haben 4 Stufen. Jede der 4 Stufen wird fünf Mal gefahren. Der erste Zyklus wird als jungfräuliche Kurve bezeichnet. Diese Kurve besitzt höhere Spannungs- sowie Dehnungswerte als die nachfolgenden Zyklen bei gleicher Amplitude. Außerdem wird bei dieser Kurve ein größerer Anteil an Energie dissipiert. Die stabilen Zyklen werden für die Anpassung verwendet. Zusätzlich zu den quasi-statischen Messungen werden Zugfestigkeitsmessungen durchgeführt. Die Messungen erfolgen in der Zwick-Prüfmaschine des Typs 1445. Die Proben werden mit reflektierenden Punkten versehen, damit die nominelle Dehnung in dem homogenen Deformationsbereich gemessen werden kann. Die nominelle Spannung (1. Piola-Kirchhoff-Spannung) ergibt sich aus der gemessenen Kraft bezogen auf den Ausgangsquerschnitt des Prüfkörpers.

4.1 Zugfestigkeit

Bei der Zugfestigkeit werden insgesamt 10 Proben pro Material mit einer Geschwindigkeit von 200 mm/min bei Raumtemperatur (22 °C) bis zum Bruch gezogen. Diese Versuche werden anhand ausgestanzter Schulter-Stäbe (S2-Stäbe) durchgeführt. Die Prüfkörper können anhand eines Stanzmessers aus einer Platte herausgeschnitten werden. Aus diesen Experimenten können physikalische Größen wie Bruchenergie, Reißfestigkeit und Reißdehnung ermittelt werden. Die Menge von 10 Proben pro Material führt zu aussagekräftigen Ergebnissen, die statistisch abgesichert sind. Natürlich sind einige Proben Ausreißer. Diese Ausreißer können wichtige Hinweise auf das Vorhandensein von größeren Partikeln in der Probe geben. Mit solchen Messungen können die Spannungen an Rissen oder Fehlstellen abgeschätzt werden, da die lokalen Dehnungen sehr groß sind. Dazu kann anhand der Streubreite abgeschätzt werden, wie homogen die Mischung ist.

4.1.1 Ethylen-Propylen-Dien-Kautschuk (EPDM)

Zusätzlich zu den nominellen Dehnungen und Spannungen bei totalem Versagen werden bestimmte Dehnungswerte sowie nominelle Spannungswerte angegeben. Die erzielten Ergebnisse aus den Zugfestigkeitsmessungen des EPDMs sind in der Tabelle 4.1 gelistet.

Tabelle 4.1: Zugfestigkeitsergebnisse des EPDMs

	P ₂₂ bei 50% [MPa]	P ₂₂ bei 100% [MPa]	P ₂₂ bei 200% [MPa]	P ₂₂ bei 300% [MPa]	ε _{22,Bruch} [%]	P _{22,Bruch} [MPa]
Mittelwert	0,98	1,44	2,90	4,98	635,86	18,92
S. Abweichung	0,03	0,03	0,08	0,15	52,71	3,14

Die Ausreißer bei der Zugfestigkeitsmessung des EPDMs zeigen allerdings beispielhaft, dass auch bei längerer Mischzeit trotzdem deutliche Ausreißer vorhanden sind. Größere Partikel können zu einem signifikanten Frühausfall der Probe führen, falls diese sich in einem hochbeanspruchten Bereich befindet. Beim S2-Stab entspricht das den sich einschnürenden Schulterbereichen. Der Versagensbereich der 10 Proben befindet sich homogen verteilt zwischen den beiden Schultern der Probe.

Die Abbildung 4.1 zeigt die Spannungs-Dehnungskurven der Zugfestigkeitsmessungen des EPDMs. In den Kurven ist deutlich zu sehen, dass erst ab 200% Dehnung eine Streuung zwischen den Kurven erkennbar wird. Die größere Streuung wird in dem hinteren Bereich immer deutlicher.

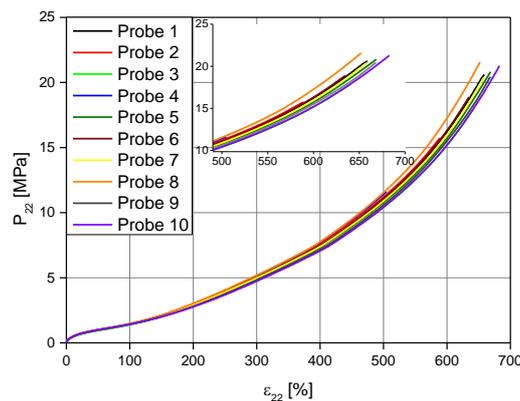


Abbildung 4.1: Spannungs-Dehnungskurven der Zugfestigkeit des EPDMs

4.1.2 Naturkautschuk (NR)

Die Tabelle 4.2 zeigt die Ergebnisse aus den Zugfestigkeitsmessungen des NR.

Tabelle 4.2: Zugfestigkeitsergebnisse des NR

	P_{22} bei 50% [MPa]	P_{22} bei 100% [MPa]	P_{22} bei 200% [MPa]	P_{22} bei 300% [MPa]	$\epsilon_{22,Bruch}$ [%]	$P_{22,Bruch}$ [MPa]
Mittelwert	1,81	3,40	8,25	14,25	488,53	27,44
S. Abweichung	0,05	0,11	0,27	0,41	12,17	0,65

Die Abbildung 4.2 zeigt die Spannungs-Dehnungskurven der Zugfestigkeitsuntersuchungen des NRs. In den Kurven ist deutlich zu sehen, dass erst ab 300% Dehnung eine Streuung zwischen den Kurven sichtbar wird. Die Streuung der Reißdehnung des NRs ist niedriger als die Streuung beim EPDM.

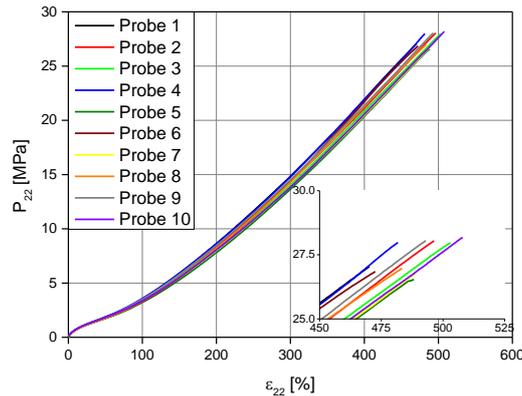


Abbildung 4.2: Spannungs-Dehnungskurven der Zugfestigkeit des NRs

4.1.3 Hydrierter Acrylnitrilbutadien-Kautschuk

Die erzielten Ergebnisse aus den Zugfestigkeitsmessungen der zwei Varianten des HNBRs sind in den Tabellen 4.3 und 4.4 gegeben.

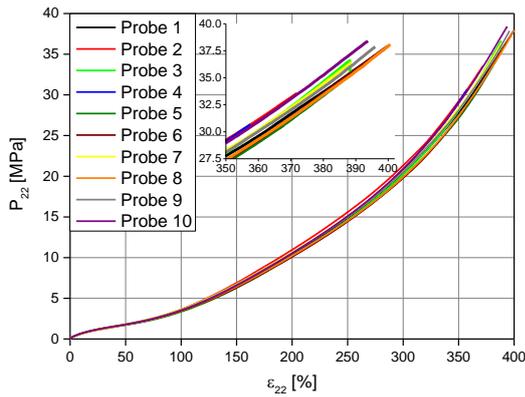
Tabelle 4.3: Zugfestigkeitsergebnisse des HNBRs-N326

	P ₂₂ bei 50% [MPa]	P ₂₂ bei 100% [MPa]	P ₂₂ bei 200% [MPa]	P ₂₂ bei 300% [MPa]	ε _{22,Bruch} [%]	P _{22,Bruch} [MPa]
Mittelwert	1,76	3,49	10,42	20,43	391,8	37,1
S. Abweichung	0,05	0,12	0,26	0,49	13,7	2,5

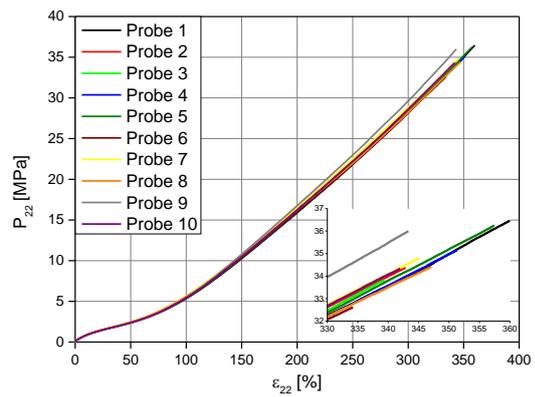
Tabelle 4.4: Zugfestigkeitsergebnisse des HNBRs-N347

	P ₂₂ bei 50% [MPa]	P ₂₂ bei 100% [MPa]	P ₂₂ bei 200% [MPa]	P ₂₂ bei 300% [MPa]	ε _{22,Bruch} [%]	P _{22,Bruch} [MPa]
Mittelwert	2,39	5,51	16,26	28,52	344,2	34,6
S. Abweichung	0,03	0,11	0,27	0,43	8,0	1,2

Was auf den ersten Blick zu erkennen ist, ist, dass der HNBR eine niedrigere Streuung als die anderen untersuchten Materialien aufweist. Er besitzt eine niedrigere Standardabweichung als EPDM und NR. Wie vorher vermutet, werden bei gleichen Dehnungszuständen höhere Spannungswerte beim HNBR-N347 als beim HNBR-N326 erzielt. Abbildung 4.3 zeigt die Spannungsdehnungskurven der Zugfestigkeitsversuche für die zwei Varianten des HNBRs.



a)



b)

Abbildung 4.3: Spannungsdehnungskurven der Zugfestigkeit der HNBR Varianten: a) HNBR-N326, b) HNBR-N347

4.2 Multihysterese

Die Dehnamplituden und Versuchsgeschwindigkeiten der homogenen Versuche lassen sich umrechnen, sofern die Angaben einer Versuchsart bekannt sind. Es werden vier Dehnamplituden für den uniaxialen Zug ausgewählt und anhand der Umrechnungsgleichungen die Dehnamplituden und -geschwindigkeiten ermittelt. Abbildung 4.4 zeigt die Verformungszustände der vier homogenen Versuche.



a) Uniaxialer Zug



b) Reine Scherung

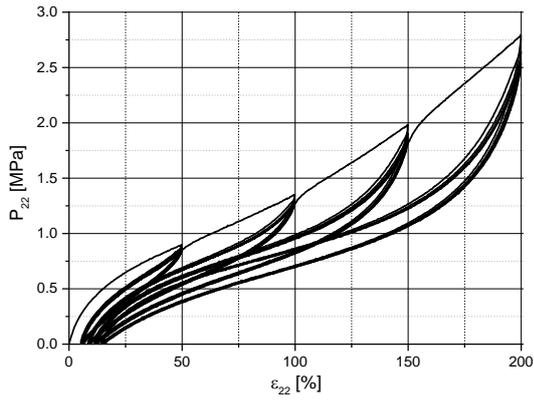


c) Äquibiaxialer Zug

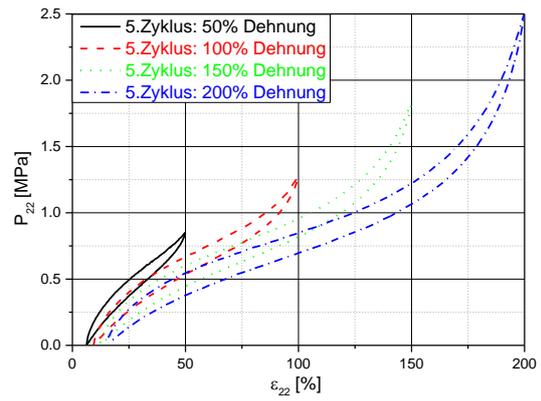
Abbildung 4.4: Versuchsaufbau der homogenen Messungen

4.2.1 Ethylen-Propylen-Dien-Kautschuk (EPDM)

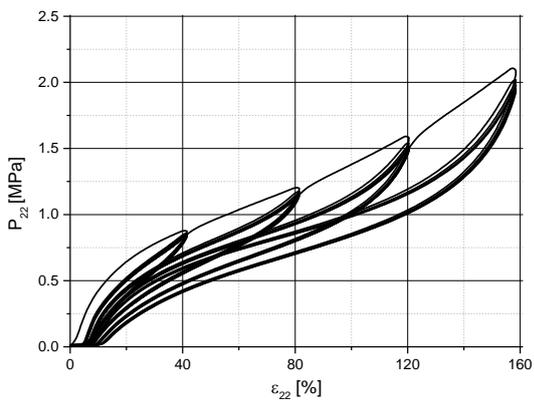
Die Abbildung 4.5 zeigt die gefahrene Hysterese und die dazugehörigen stabilen Zyklen. Diese werden bei der Anpassung des Materials verwendet.



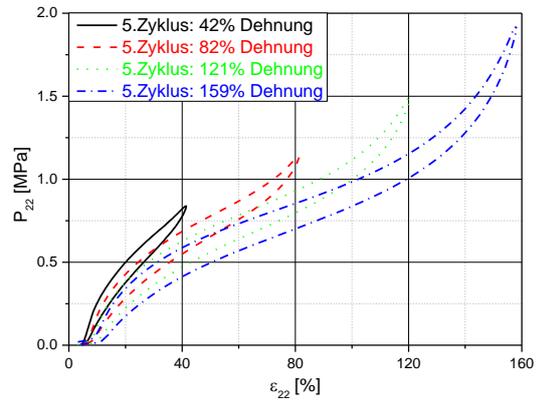
a)



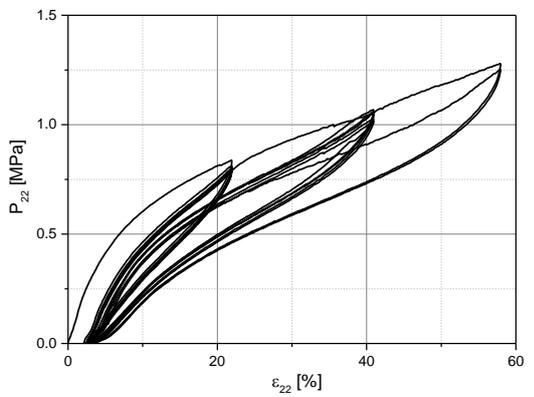
b)



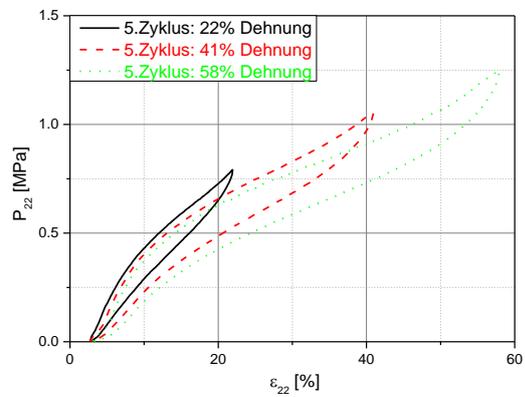
c)



d)



e)

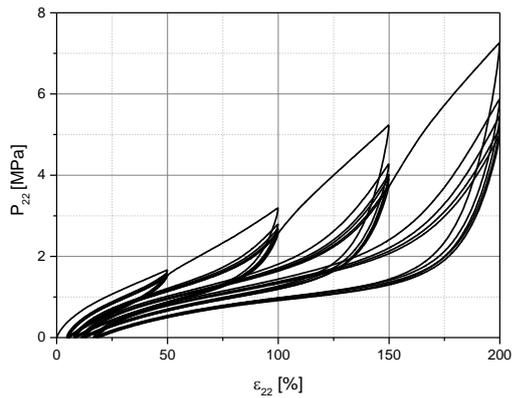


f)

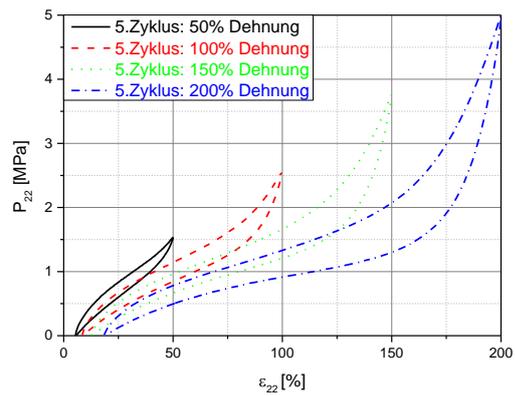
Abbildung 4.5: Multihysterese und die dazugehörigen stabilen Zyklen des EPDM: a) Uniaxialer Zug, b) Stabile Zyklen des uniaxialen Zuges, c) Reine Scherung, d) Stabile Zyklen der reinen Scherung, e) Äquibiaxialer Zug, f) Stabile Zyklen des äquibiaxialen Zuges

4.2.2 Naturkautschuk (NR)

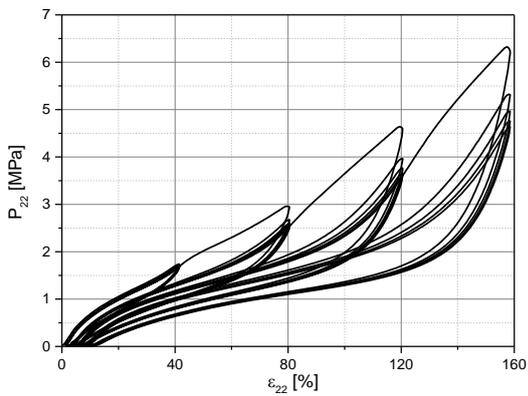
Die Abbildung 4.6 zeigt die gefahrene Hysterese der drei homogenen Messungen und die dazugehörigen stabilen Zyklen.



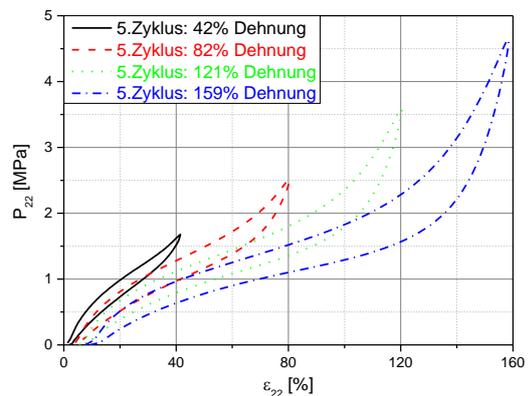
a)



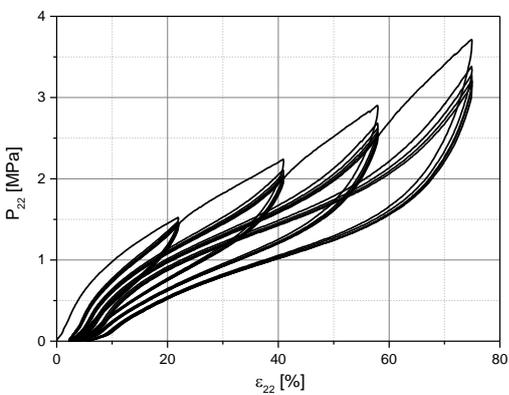
b)



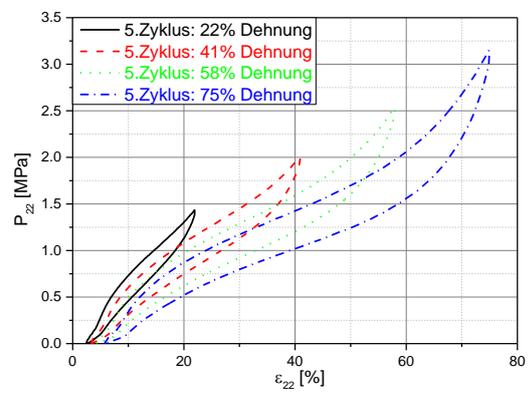
c)



d)



e)

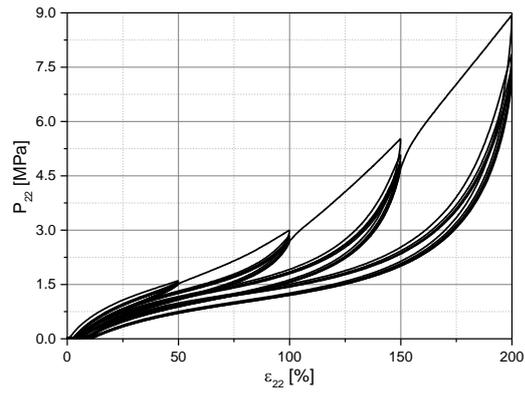


f)

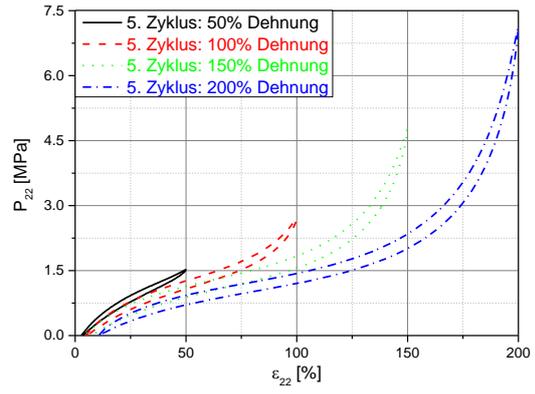
Abbildung 4.6: Multihysteresis und die dazugehörigen stabilen Zyklen des NR: a) Uniaxialer Zug, b) Stabile Zyklen des uniaxialen Zuges, c) Reine Scherung, d) Stabile Zyklen der reinen Scherung, e) Äquibiaxialer Zug, f) Stabile Zyklen des äquibiaxialen Zuges

4.2.3 Hydrierter Acrylnitrilbutadien-Kautschuk (HNBR)

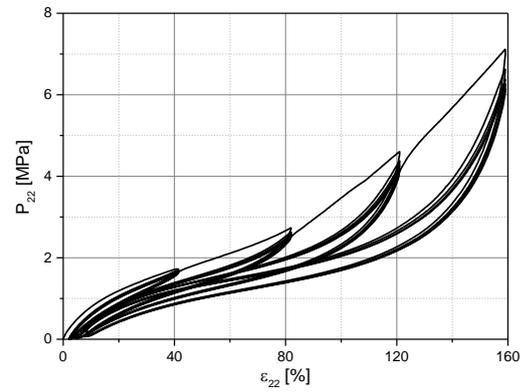
Die Abbildungen 4.7 und 4.8 zeigen die gefahrene Hysteresis des schwefelvernetzten HNBRs und die dazugehörigen stabilen Zyklen. Der Unterschied zwischen den zwei Varianten ist signifikant. Die Erhöhung der Struktur von N326 auf N347 führt zu einem steiferen Verhalten des HNBR mit N347.



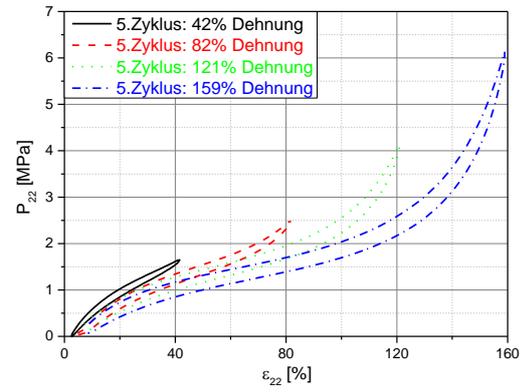
a)



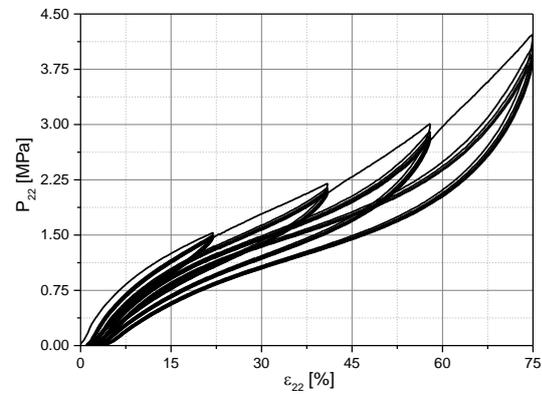
b)



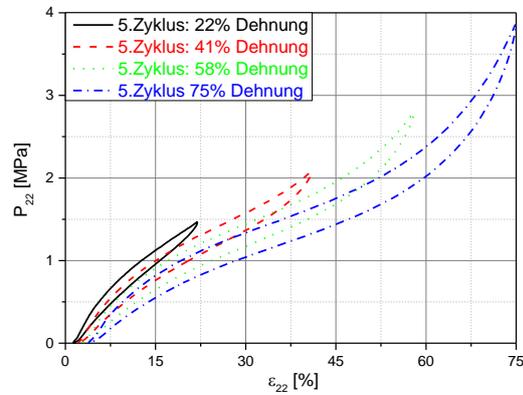
c)



d)

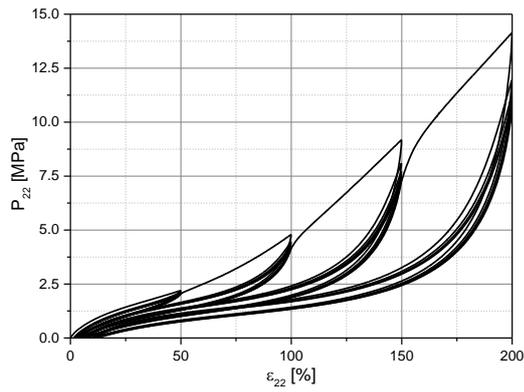


e)

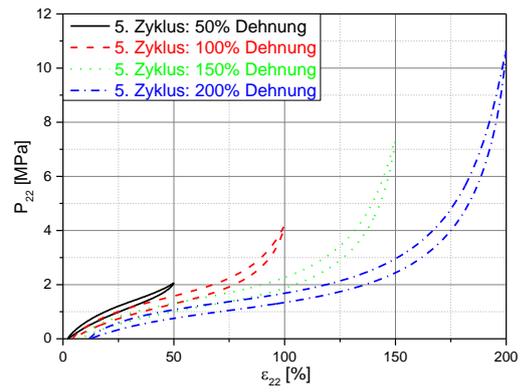


f)

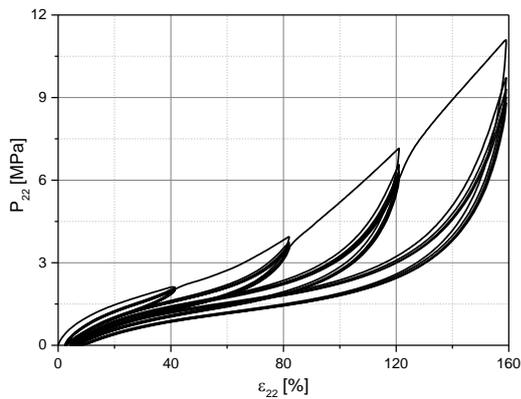
Abbildung 4.7: Multihysterese und die dazugehörigen stabilen Zyklen des HNBR N326: a) Uniaxialer Zug, b) Stabile Zyklen des uniaxialen Zuges, c) Reine Scherung, d) Stabile Zyklen der reinen Scherung, e) Äquibiaxialer Zug, f) Stabile Zyklen des äquibiaxialen Zuges



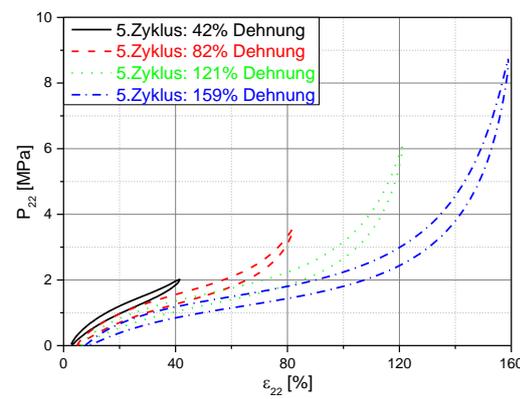
a)



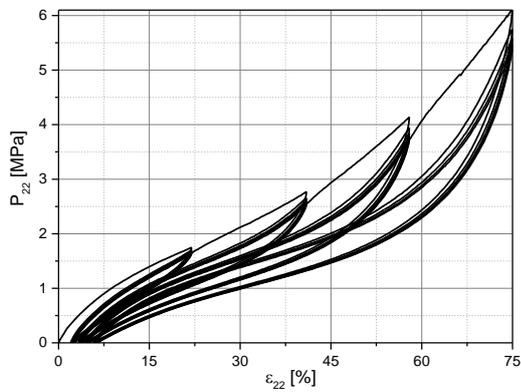
b)



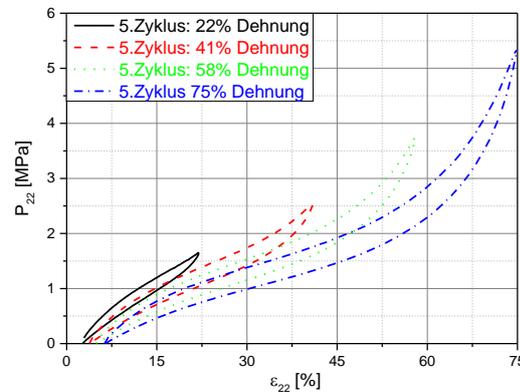
c)



d)



e)



f)

Abbildung 4.8: Multihysterese und die dazugehörigen stabilen Zyklen des HNBR N347: a) Uniaxialer Zug, b) Stabile Zyklen des uniaxialen Zuges, c) Reine Scherung, d) Stabile Zyklen der reinen Scherung, e) Äquibiaxialer Zug, f) Stabile Zyklen des äquibiaxialen Zuges

Um die bleibende Dehnung zu verringern, wurden Proben mit gleicher Geschwindigkeit aber mit höherer Temperatur gemessen. Für das EPDM werden zusätzlich zu Messungen bei Raumtemperatur (22°C) noch 2 Messungen bei $T = 60^\circ\text{C}$ und $T = 80^\circ\text{C}$ durchgeführt. Die Proben werden vor dem Messen in die Heizkammer gelegt, damit die gesamte Probe die geforderte Temperatur besitzt. Die Messung erfolgt isotherm und wird zunächst nur mit S2-Stäben durchgeführt. In Abbildung 4.9 ist die Hysterese aller drei Messungen und dazugehöriger stabiler Zyklen veranschaulicht. Die stabilen Zyklen zeigen folgende

Ergebnisse: Die Hysterese und die Spannungen werden mit zunehmender Temperatur kleiner. Bei den größeren Amplituden ist genau zu sehen, dass die bleibenden Dehnungen sogar größer geworden sind. Das entspricht nicht der Erwartungshaltung. Es gibt somit keinen eindeutigen Trend.

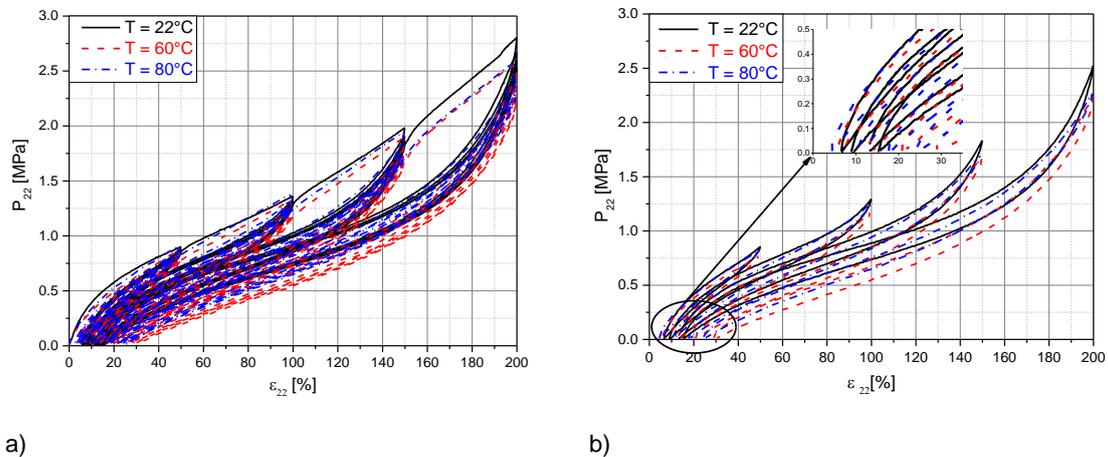


Abbildung 4.9: Isotherme Messung des Schulter-Stabs bei drei unterschiedlichen Temperaturen für EPDM: a) Multihysterese bei diversen Temperaturen, b) Stabile Zyklen bei diversen Temperaturen

Die Abbildung 4.10 zeigt die bleibenden Dehnungen aller Amplituden bei den drei verschiedenen Temperaturen. Die Erhöhung der Temperatur führt nicht zur Herabsetzung der bleibenden Dehnung. Es wird auch keinen Tendenz festgestellt.

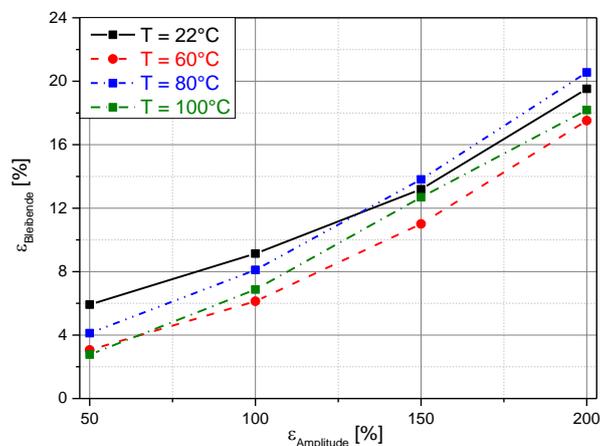
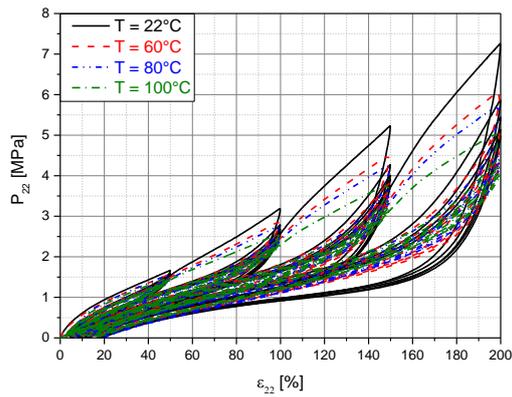
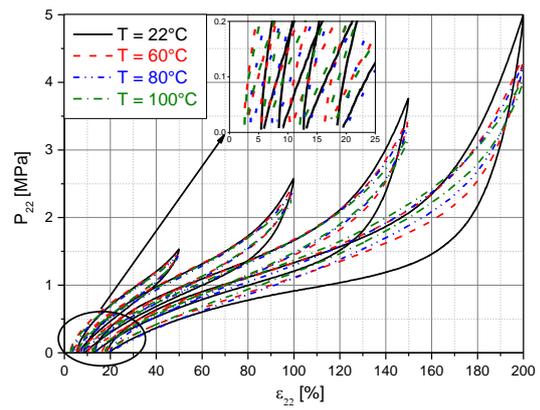


Abbildung 4.10: Bleibende Dehnung in Abhängigkeit von der Temperatur für EPDM

Die gleichen Untersuchungen wurden für das NR durchgeführt. Hier wird neben den Versuchen bei Raumtemperatur zusätzlich bei $T = 60^\circ\text{C}$, $T = 80^\circ\text{C}$ und $T = 100^\circ\text{C}$ gemessen. In Abbildung 4.11 sind die Hysterese und die dazugehörigen stabilen Zyklen dargestellt. Deutlich zu sehen ist, dass die Hysterese, die Spannungen und die bleibenden Dehnungen kleiner werden. Im Gegensatz zum EPDM wird hier ein Trend beobachtet. Die bleibende Dehnung wird mit steigender Temperatur kleiner. Die Rekristallisation des NRs nimmt mit steigender Temperatur ab. Die bleibende Dehnung verschwindet bei höherer Temperatur nicht vollständig, sodass der erhöhte Versuchsaufwand keine Vorteile für die Materialcharakterisierung bewirkt und nicht notwendig ist. Außerdem wird bei der Simulation von Lebensdauer und Risswachstum kein Temperatureinfluss berücksichtigt.



a)



b)

Abbildung 4.11: Isotherme Messung des Schulter-Stabs bei drei unterschiedlichen Temperaturen für NR: a) Multihysterese bei diversen Temperaturen, b) Stabile Zyklen bei diversen Temperaturen

Die Abbildung 4.12 zeigt die bleibenden Dehnungen alle Amplituden bei den vier verschiedenen Temperaturen. Es wird eine Tendenz für die bleibende Dehnung bei den ersten zwei Amplituden festgestellt (außer bei der Messung bei 60 °C). Die Erhöhung der Temperatur führt zur Senkung der bleibenden Dehnung.

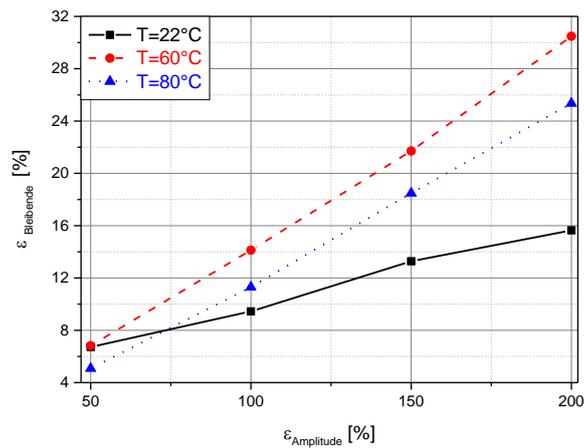


Abbildung 4.12: Bleibende Dehnung in Abhängigkeit der Temperatur für NR

5 Parameteranpassung

Bei der Durchführung von numerischen Berechnungen werden die Parameter der Materialmodelle benötigt. Die Anpassungen der homogenen Messungen müssen hinreichend gut sein, um die Experimente praxisnah numerisch abzubilden. Bei dem hyperelastischen Modell werden die Amplituden der stabilen homogenen Versuche simultan und stufenweise angepasst. Das heißt, es sind bei 4 Amplituden vier Anpassungen nötig. Bei der Anpassung des MORPH-Modells werden alle Amplituden aller Belastungsarten simultan erfolgen. Die Qualität der Anpassung spielt eine große Rolle bei der numerischen Berechnung der Lebensdauer bzw. der Anwendung in der Bruchmechanik.

5.1 Parameteranpassung mittels hyperelastischer Materialmodelle

Wie zuvor erwähnt, hat das Ogden-Modell eine begrenzte Anwendbarkeit gegenüber dem MORPH-Modell. Da dieses Modell ein Vier-Parameter-Modell ist, können nichtlineare Bereiche gut abgebildet werden. Eigenschaften wie bleibende Dehnung, Hysterese oder Erweichung werden nicht berücksichtigt. Die numerische Berechnung mit diesem Modell wird später mit den numerischen Berechnungen mit dem MORPH-Modell verglichen. Mit dem Ogden-Modell können schnell erste bruchmechanische Berechnungen und die Lebensdauerbetrachtungen erfolgen, da es einen geringeren Rechenaufwand birgt. Bei der Anpassung der stabilen Zyklen mit dem Ogden-Modell wird darauf geachtet, dass die Multiplikation von Parametern gleicher Indizes positiv bleibt. Diese Bedingung ist wie folgt definiert:

$$\mu_i \alpha_i > 0 \quad (5.1)$$

Bevor die Ergebnisse der Anpassung dargestellt werden, muss noch ein wichtiger Punkt bzgl. der Anpassung hyperelastischer Materialmodelle betrachtet werden. Üblicherweise wird die bleibende Dehnung eliminiert und die Messkurven werden zum Nullpunkt horizontal verschoben. Dieser Vorgang ist kritisch zu betrachten, da einerseits ein steiferes Materialverhalten suggeriert wird und andererseits die Vorgeschichte wie Querschnittsveränderung nicht berücksichtigt wird. Durch die Eliminierung der bleibenden Dehnung wird angenommen, dass der Querschnitt A^* bei bleibender Länge l^* gleich dem Ausgangsquerschnitt A_0 mit der Ausgangslänge l_0 ist. Bei bruchmechanischen Berechnungen oder Lebensdauerabschätzungen sind hohe Dehnungen wichtiger als kleinere. Es empfiehlt sich einen Fehler im vorderen Dehnungsbereich zu belassen als einen Fehler im hinteren Bereich zu haben, dessen Auswertung entscheidend ist. Die neue berechnete Spannung und Dehnung in der Hauptbelastungsrichtung mit Berücksichtigung der Querschnittsveränderung können wie folgt definiert werden.

$$\varepsilon_{neu} = \frac{l_0}{l^*} (1 + \varepsilon) - 1 \quad (5.2)$$

$$P_{neu} = P \frac{l^*}{l_0} \quad (5.3)$$

Für diese Analyse wird das Yeoh-Modell vorgeschlagen, da dadurch ein Vergleich zwischen den Parametern unterschiedlicher Anpassungen leichter fällt. Die Dehnungsenergiedichte-Funktion des Yeoh-Modells ist in der Gleichung (3.1) definiert.

Als Material wird das EPDM benutzt, weil bei diesem Material auch Ergebnisse für die zweiseitige Scherung vorhanden sind. Um die Effekte deutlich zu zeigen, wird die letzte

Amplitude aller Versuche genommen. Abbildung 5.1 zeigt die Regressionskurven der stabilen letzten Amplitude aus den vier Versuchen. Bei der zweiseitigen Scherung wurde nur die positive Belastungsseite dargestellt.

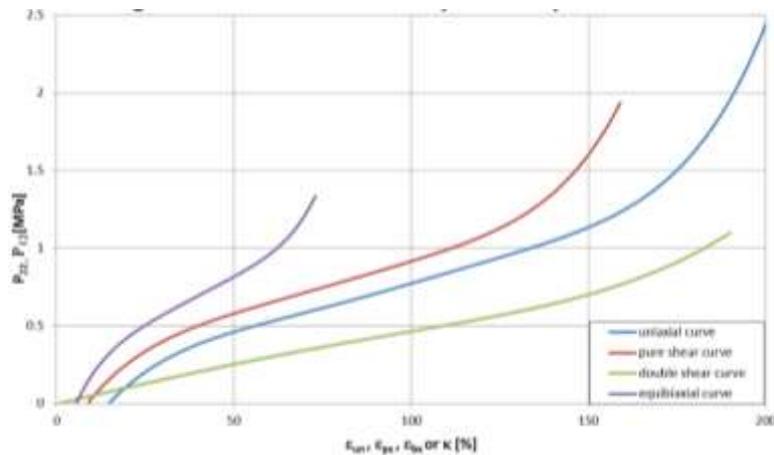


Abbildung 5.1: Regressionskurve der stabilen Zyklen aller vier Messungen

Die erzielten Parameter aus der Anpassung für die unveränderte, horizontal verschobene und umgerechnete Regressionskurve sind in Tabelle 5.1 gelistet. In den Abbildungen 5.2 bis 5.4 sind die Ergebnisse grafisch zusammengefasst.

Tabelle 5.1: Parameteranpassung des EPDM anhand des Yeoh-Modells für unveränderte, horizontal verschobene und umgerechnete Regressionskurve der drei homogenen Messungen und der zweiseitigen Scherung

Yeoh	C_{10} [MPa]	C_{20} [MPa]	C_{30} [MPa]
Unverändert	0,24	-0,00995	0,00237
Horizontal verschoben	0,27	-0,0118	0,0027
Umgerechnet	0,30	-0,01001	0,0051
Zweiseitige Scherung	0,23	-0,0025	0,0019

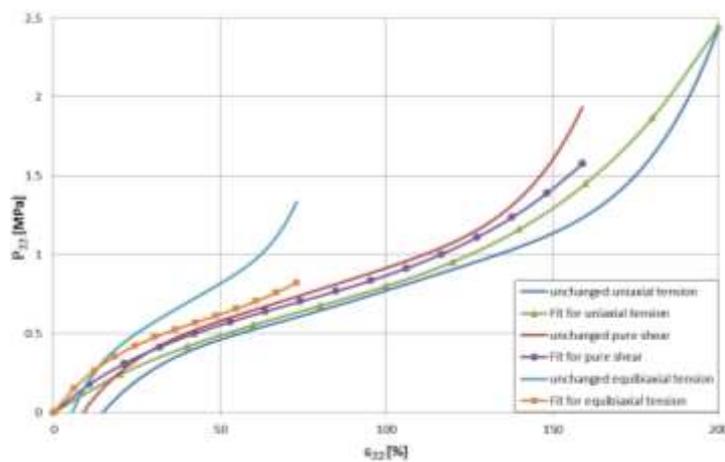


Abbildung 5.2: Anpassung des Yeoh-Modells über die drei homogenen, unveränderten Messungen

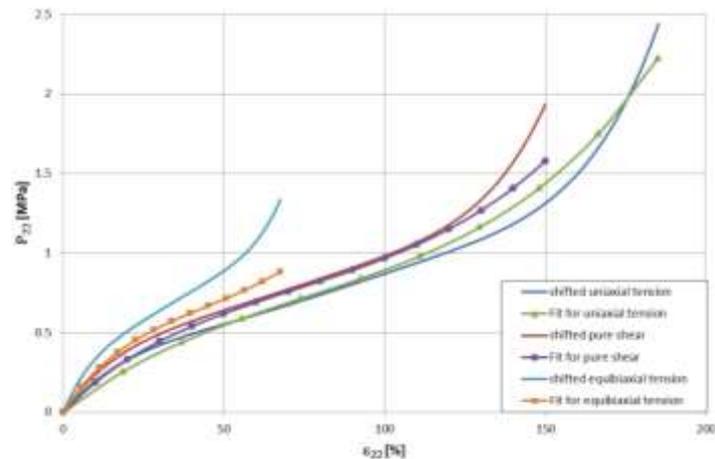


Abbildung 5.3: Anpassung des Yeoh-Modells über die drei homogenen, horizontal verschobenen Messungen

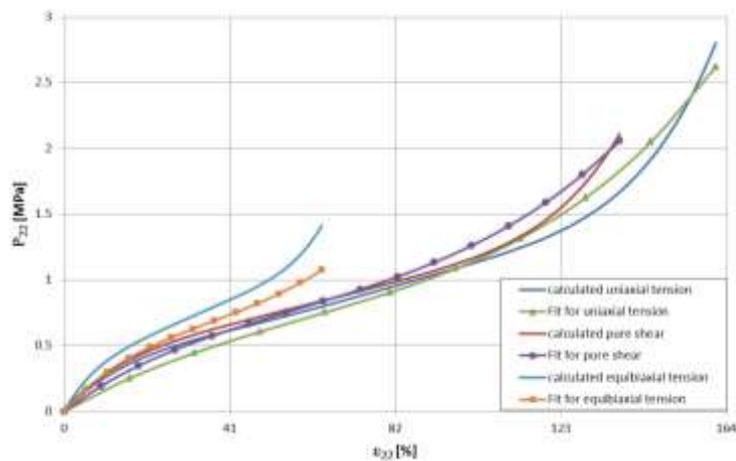


Abbildung 5.4: Anpassung des Yeoh-Modells über die drei homogenen, umgerechneten Messungen

Die Abbildung 5.5 zeigt die Ergebnisse der numerischen Simulation der zweiseitigen Scherung mit den unterschiedlich ermittelten Parametern (Tabelle 5.1). Diese Kurven werden mit der Regressionskurve der zweiseitigen Scherung verglichen. Die Betrachtung zeigt, dass die rote Kurve insgesamt die beste Übereinstimmung mit der Regressionskurve hat. Die Simulationsskurve mit den Parametern aus der horizontal verschobenen Kurvenanpassung zeigt ein steiferes Verhalten als die Regressionskurve. Diese Abweichung von der Regressionskurve des Experimentes ist ab 100% deutlich zu erkennen. Die Simulationsskurve mit den Parametern aus der umgerechneten Kurvenanpassung zeigt ein wesentlich steiferes Verhalten als die Regressionskurve. Es ergibt sich ein Unterschied von 0,5 MPa zwischen den Kurven bei maximaler Amplitude.

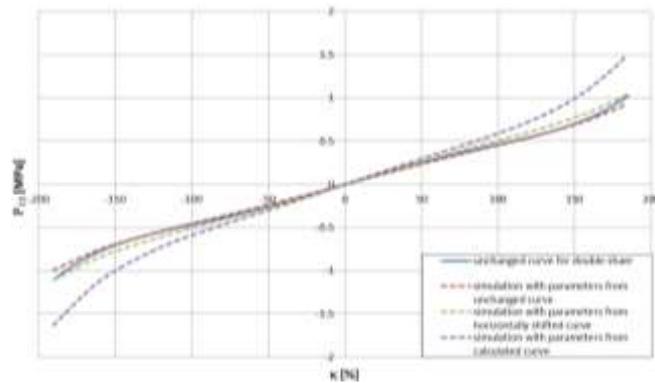


Abbildung 5.5: Ergebnisse mit dem Yeoh-Modell für die zweiseitige Scherung des EPDMs

Die Abbildung 5.6 zeigt die Ergebnisse der numerischen Simulation für die reine Scherung mit den erzielten Parametern aus der Anpassung mittels zweiseitiger Scherung (Tabelle 5.1). Die Simulationskurve wird mit den Kurven der reinen Scherung im unveränderten, horizontal verschobenen und umgerechneten Zustand verglichen. Die Betrachtung der Kurven zeigt, dass die Simulationskurve sehr gute Übereinstimmung mit der unveränderten Kurve hat. Die anderen zwei Kurven haben einen zu steilen Anstieg.

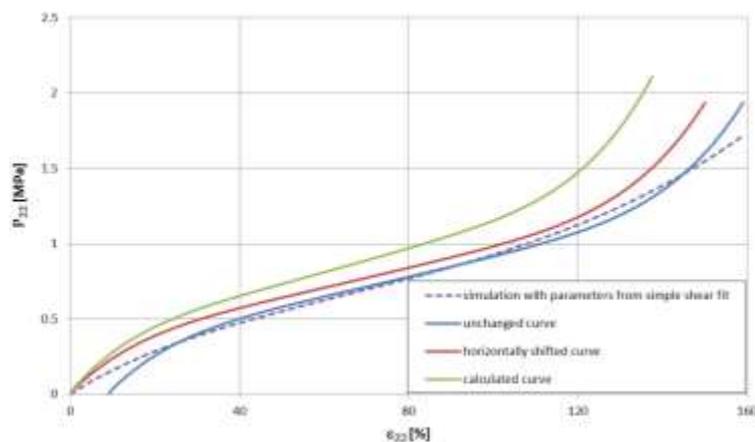


Abbildung 5.6: Vergleich der unveränderten, verschobenen und umgerechneten Kurve mit der Simulationskurve der reinen Scherung mit den Parametern aus der Anpassung der zweiseitigen Scherung

Abbildung 5.6 zeigt die Ergebnisse der numerischen Simulation der reinen Scherung mit den erzielten Parametern aus der Kurvenanpassung der zweiseitigen Scherung (Tabelle 5.1). Die Simulationskurve wird mit den Kurven aus dem uniaxialen Zug mit unverändertem, horizontal verschobenem und umgerechnetem Zustand verglichen. Die Simulationskurve hat einen Anstieg, der kleiner ist als die horizontal verschobene und die umgerechnete Kurve. Bis 100% Dehnung gibt es eine Übereinstimmung mit der unveränderten Kurve. Die erzielten Parameter aus der simultanen Anpassung aller drei homogenen Messungen mit dem Ogden-Modell für EPDM sind in Tabelle 5.2 aufgelistet.

Tabelle 5.2: Anpassungsparameter des Ogden-Modells für EPDM

	μ_1 [MPa]	α_1 [-]	μ_2 [MPa]	α_2 [-]
1. Amplitude	0,5861	0,0001	0,1189	7,5105
2. Amplitude	0,4931	1,0705	0,0797	5,2351

3. Amplitude	0,4546	2,6942	0,4885	0,0400
4. Amplitude	0,4817	0,0001	0,1189	5,6207
5. Amplitude	0,3738	1,9441	$7,2457 \cdot 10^{-07}$	13,1775
6. Amplitude	0,3266	1,7686	$3,8819 \cdot 10^{-07}$	12,1007

In der Abbildung 5.7 sind die gemessenen stabilen Zyklen und die Fitkurven anhand des Ogden- Modells dargestellt.

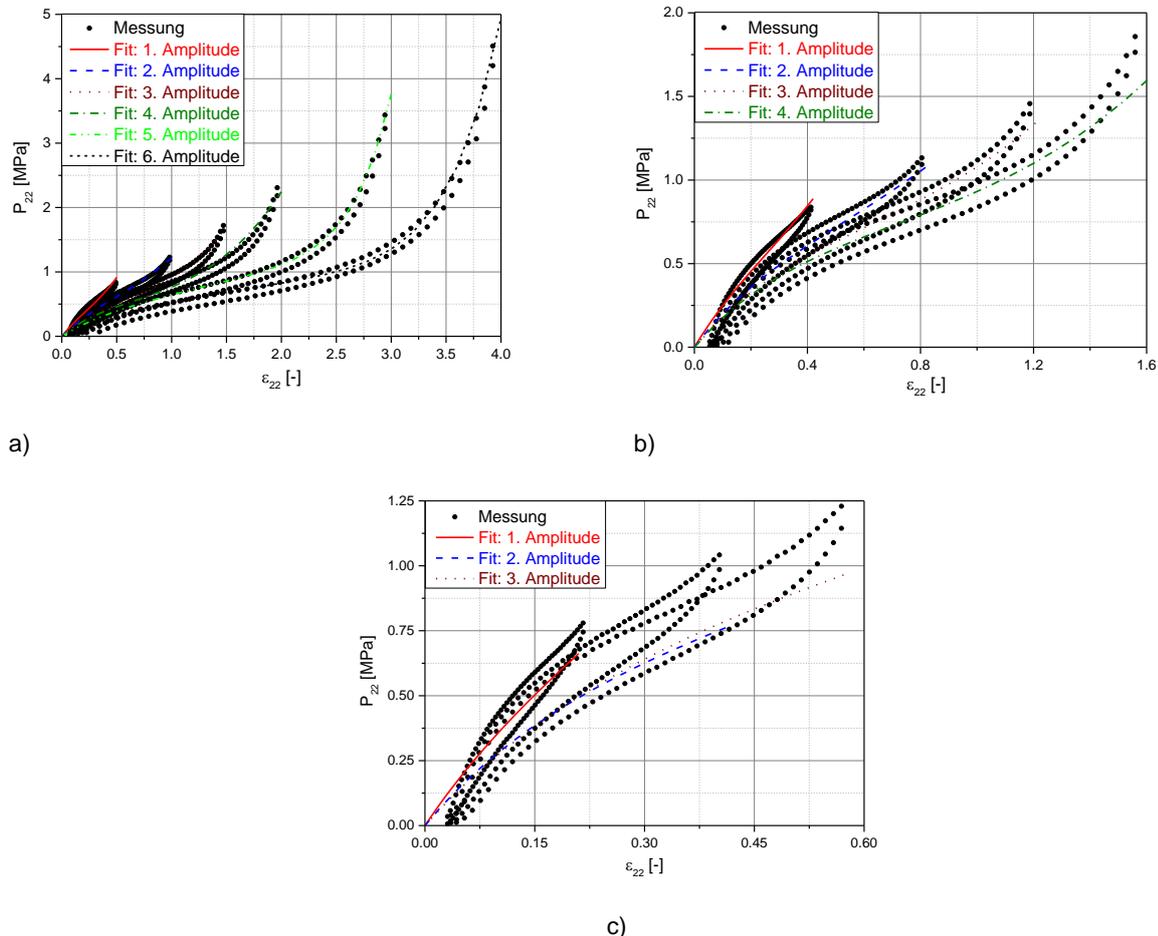
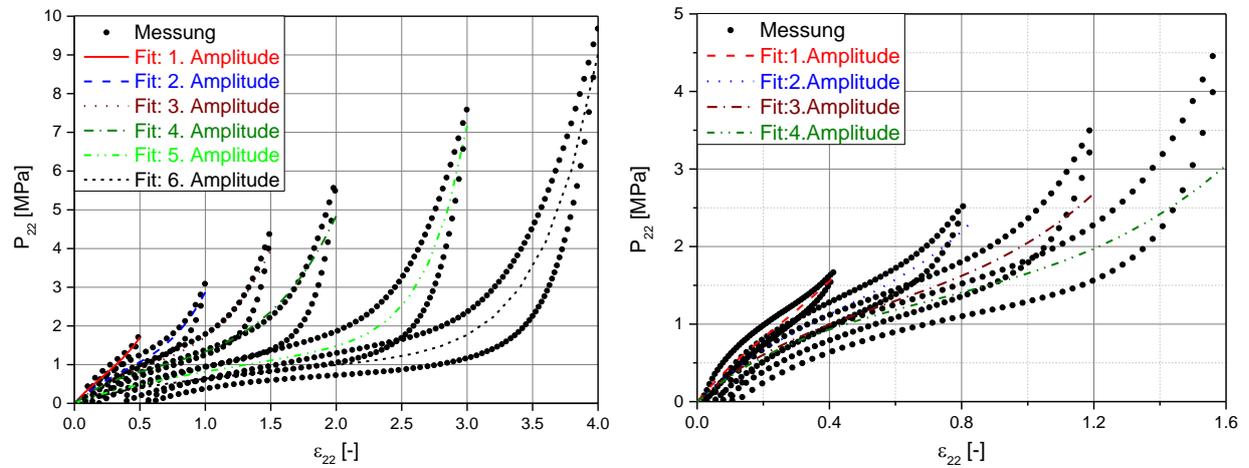


Abbildung 5.7: Vergleich der stabilen Zyklen des EPDMs und den Fitkurven des Ogden- Modells: a) Uniaxialer Zug, b) Reine Scherung, c) Äquibiaxialer Zug

Die Fitkurven des Ogden-Modells zeigen, dass die ersten Amplituden beim uniaxialen Zug und reiner Scherung gut mit dem Experiment übereinstimmen. Ab der dritten Amplitude zeigen die Fitkurven ein nachgiebigeres Verhalten. Beim äquibiaxialen Zug werden die Spannungen unterschätzt. Es werden unterschiedliche Amplituden angepasst, da die Prüfkörper bei der Lebensdaueruntersuchung je nach Last unterschiedlich stark gestreckt werden.

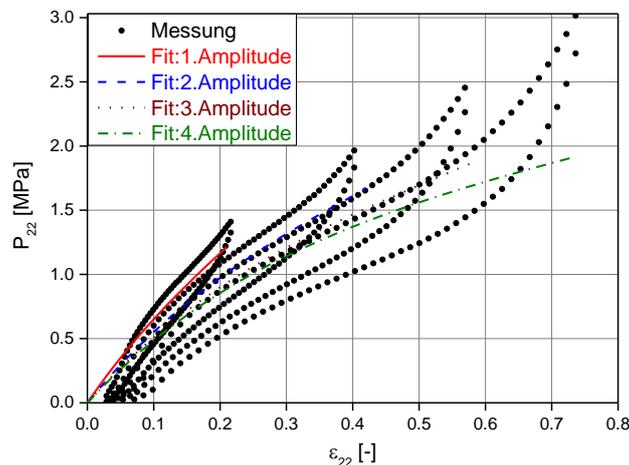
Der NR zeigt eine ausgeprägte Hysterese aufgrund der Kristallisation. Das erschwert die Anpassung anhand des Ogden-Modells. Genau wie beim EPDM wird hier beobachtet, dass die ersten zwei Amplituden beim uniaxialen Zug und der reinen Scherung gut mit dem Experiment übereinstimmen. Ab der dritten Amplitude werden die Spannungsmaxima unterschätzt. Beim äquibiaxialen Zug zeigen die Verläufe ein nachgiebigeres Verhalten. Allerdings zeigen die Betrachtungen der Lebensdaueruntersuchung, dass die auftretenden

Streckungen die dritte Amplitude des uniaxialen Zugs nicht überschreiten. In der Abbildung 5.8 sind die gemessenen stabilen Zyklen und die Fitkurven mit dem Ogden-Modell für das NR dargestellt.



a)

b)



c)

Abbildung 5.8: Vergleich der stabilen Zyklen des NRs mit den Fitkurven des Ogden-Modells:
a) Uniaxialer Zug, b) Reine Scherung, c) Äquibiaxialer Zug

In der Tabelle 5.3 sind die erzielten Parameter aus der Anpassung mittels Ogden-Modells für das NR gegeben.

Tabelle 5.3: Anpassungsparameter des Ogden-Modells für NR

	μ_1 [MPa]	α_1 [-]	μ_2 [MPa]	α_2 [-]
1. Amplitude	0,176436	8,266009	1,103659	0,0001
2. Amplitude	0,057314	7,98812	1,01239	$1 \cdot 10^{-07}$
3. Amplitude	0,035098	7,225748	0,952506	$1 \cdot 10^{-07}$
4. Amplitude	0,024813	6,6862339	0,916281	$1 \cdot 10^{-07}$
5. Amplitude	0,456435	2,057412	$2,9 \cdot 10^{-07}$	14,48649
6. Amplitude	0,394166	1,759628	$1,92 \cdot 10^{-07}$	13,02802

In der Abbildung 5.9 sind die gemessenen stabilen Zyklen und die Fitkurven mit dem Ogden-Modell für das HNBR-N326 dargestellt.

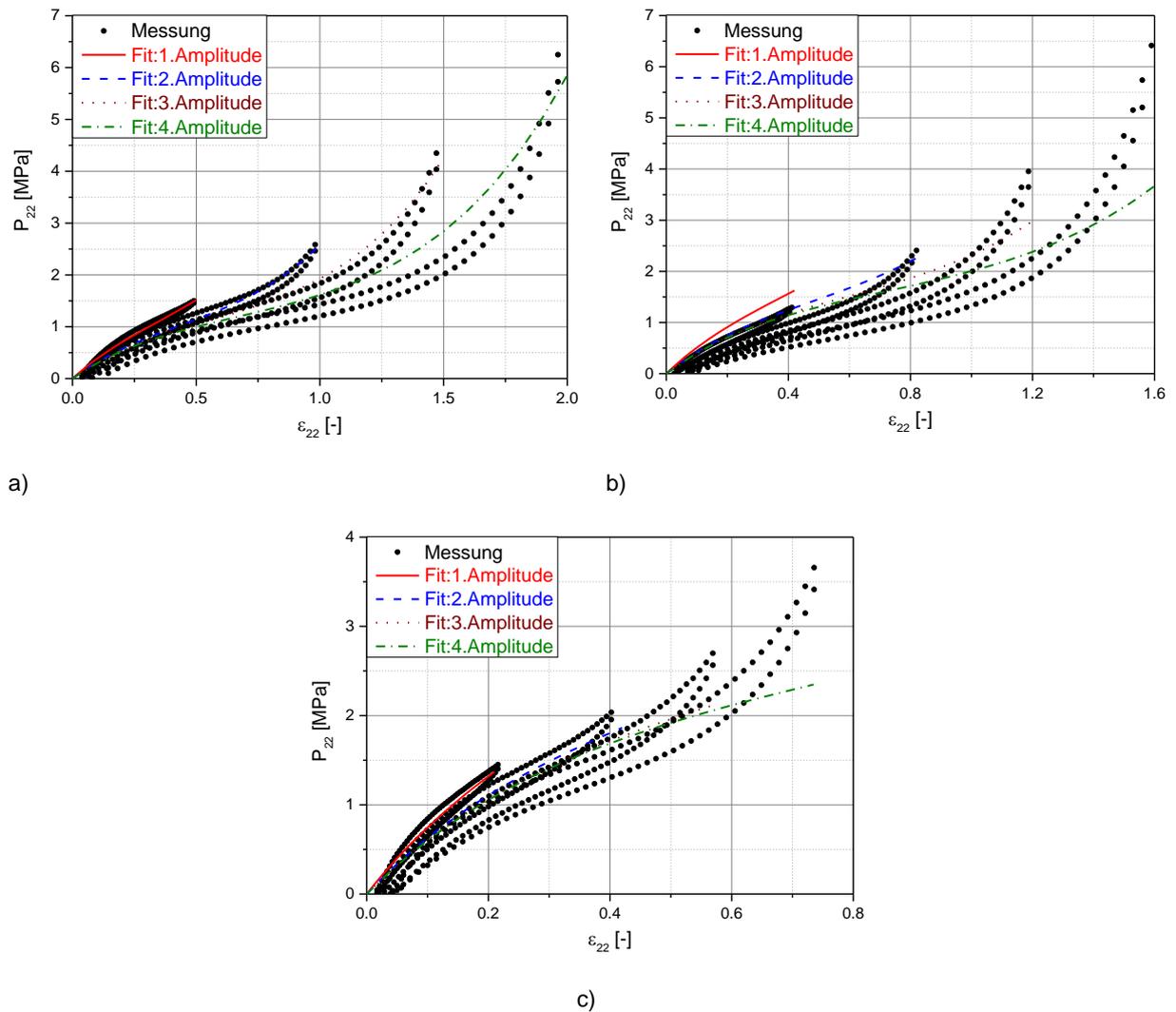


Abbildung 5.9: Vergleich der stabilen Zyklen des HNBR-N326 mit den Fitkurven des Ogden-Modells: a) Uniaxialer Zug, b) Reine Scherung, c) Äquibiaxialer Zug

In der Tabelle 5.4 sind die erzielten Parameter aus der Anpassung des Ogden-Modells für das HNBR-N326 gegeben.

Tabelle 5.4: Anpassungsparameter des Ogden-Modells für HNBR-N326

	μ_1 [MPa]	α_1 [-]	μ_2 [MPa]	α_2 [-]
1. Amplitude	0,12907	7,22842	1,32624	0,0001
2. Amplitude	0,05064	7,70208	1,16393	0,0001
3. Amplitude	0,036048	7,23159	1,13238	0,001
4. Amplitude	0,026049	6,82941	1,132844	0,00001

In der Abbildung 5.10 sind die gemessenen stabilen Zyklen und die Fitkurven mit dem Ogden-Modell für das HNBR-N347 dargestellt.

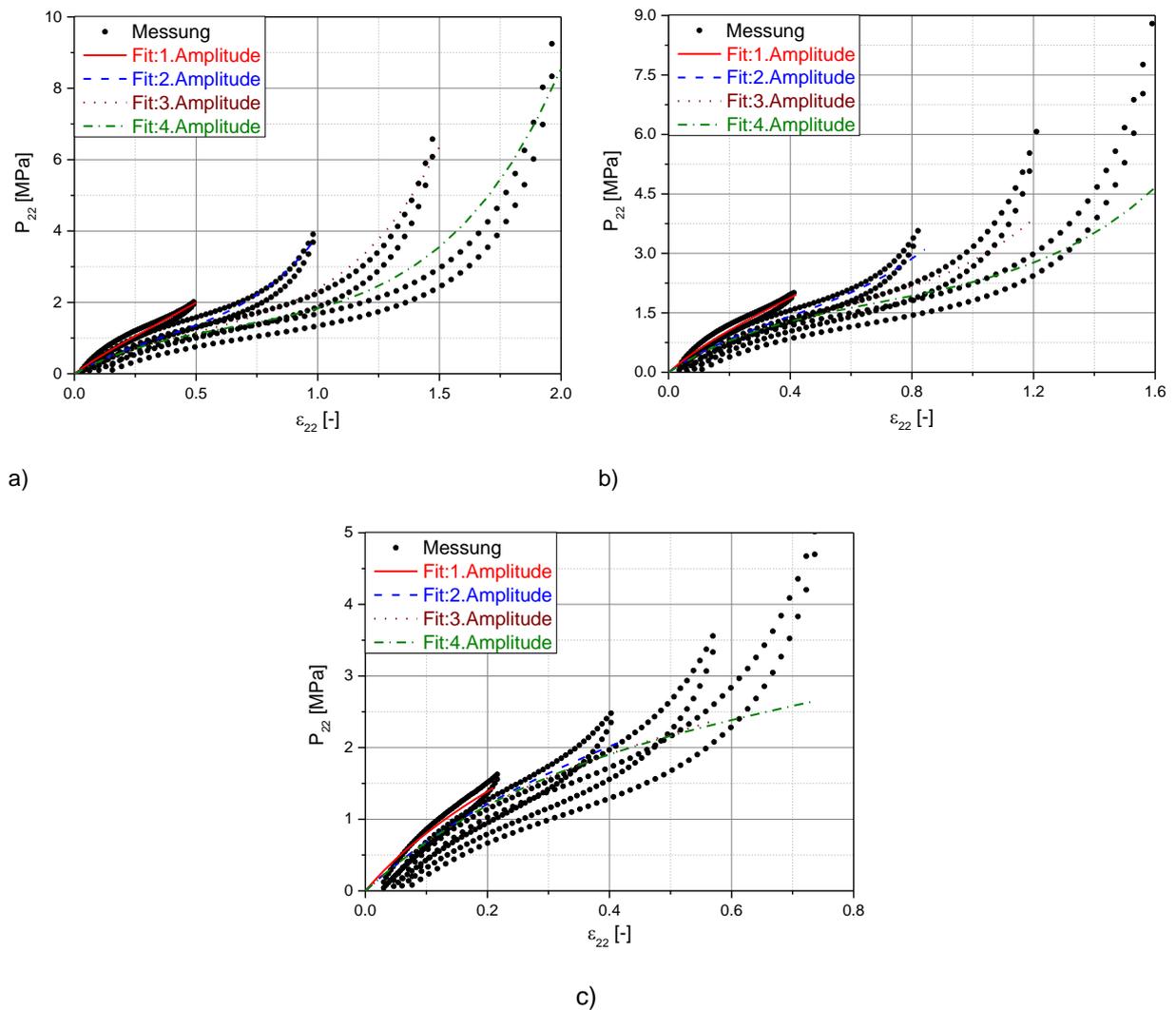


Abbildung 5.10: Vergleich der stabilen Zyklen des HNBR-N347 mit den Fitkurven des Ogden-Modells: a) Uniaxialer Zug, b) Reine Scherung, c) Äquibiaxialer Zug

In der Tabelle 5.5 sind die erzielten Parameter aus der Anpassung mittels des Ogden-Modells für das HNBR-N347 gegeben.

Tabelle 5.5: Anpassungsparameter des Ogden-Modells für HNBR-N347

	μ_1 [MPa]	α_1 [-]	μ_2 [MPa]	α_2 [-]
1.Amplitude	0,88165	4,017292	0,77903	$1 \cdot 10^{-05}$
2.Amplitude	1,24794	$1 \cdot 10^{-04}$	0,083219	7,932824
3.Amplitude	1,25922	$1 \cdot 10^{-05}$	0,03550	7,890982
4.Amplitude	1,28913	$1 \cdot 10^{-05}$	0,018998	7,61172

Die Auswertung der zwei Varianten des HNBR führt zu den gleichen Erkenntnissen wie beim EPDM und NR. Zusätzlich werden ab der dritten Amplitude die Spannungmaxima bei allen drei Messungen stark unterschätzt.

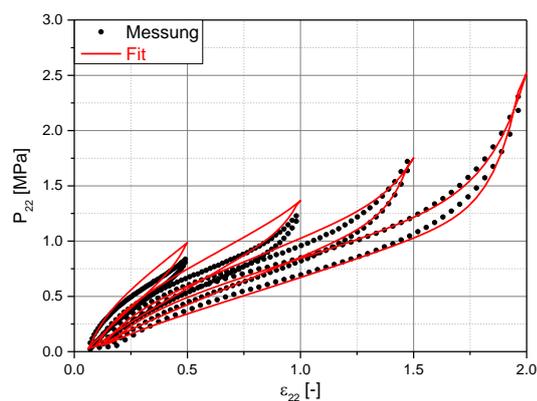
5.2 Parameteranpassung des MORPH-Modells

Beim MORPH-Modell werden die bleibende Dehnung und die Hysterese abgebildet. Für die Parameteranpassung mit MORPH werden zwei Varianten der Anpassungen durchgeführt. Bei der ersten Variante werden die drei homogen getesteten Versuche simultan angepasst. Bei der zweiten Variante wird die Anpassung nur mit den uniaxialen Zugexperimenten und reinen Scherversuchen durchgeführt. Diese Vorgehensweise wird deutlich zeigen, dass die äquibiaxialen Zugkurven ein nachgiebigeres Materialverhalten suggerieren. Wenn der äquibiaxiale Zustand mit den MORPH-Parametern aus der Anpassung mittels reiner Scherung und uniaxialem Zug simuliert wird und mit der experimentellen Messkurve verglichen wird, zeigt sich deutlich, dass die Messung steifer als die Simulationskurve ist. Bei der Anpassung werden die Versuche und die Messpunkte gleich gewichtet.

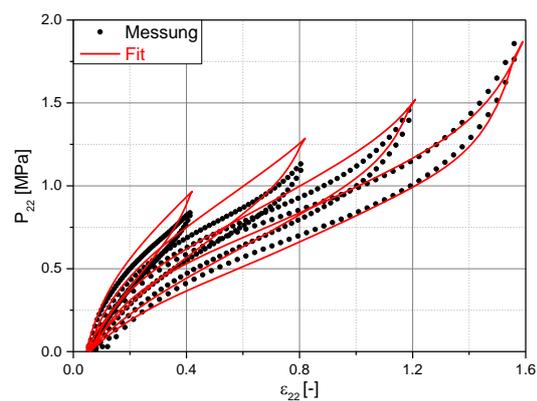
Die Ergebnisse einer simultanen Anpassung aller Amplituden aus 3 homogenen Messungen des EPDMs sind in Abbildung 5.11 dargestellt. Die erste und zweite Amplitude für den uniaxialen Zug und die reine Scherung sind steifer angepasst. Die dritte und vierte Amplitude des uniaxialen Zugs und der reinen Scherung sind zufriedenstellend angepasst. Bei der Berücksichtigung des äquibiaxialen Zugs ist der Fit nachgiebiger als die Messung, aber immer noch besser als die anderen Anpassungen. Die bleibenden Dehnungen werden bei allen Messungen sehr gut getroffen. In Tabelle 5.6 sind die Parameter der Anpassung des EPDMs gegeben.

Tabelle 5.6: Anpassungsparameter des MORPH-Modells für EPDM

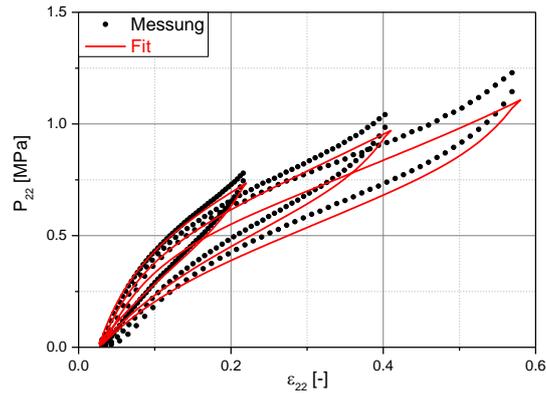
P ₁ [MPa]	P ₂ [MPa]	P ₃ [-]	P ₄ [-]	P ₅ [MPa]	P ₆ [-]	P ₇ [-]	P ₈ [MPa]
0,05182	0,3843	0,7175	10,668	1,6761*10 ⁻⁰³	30,599	9,821	0,06084



a)



b)



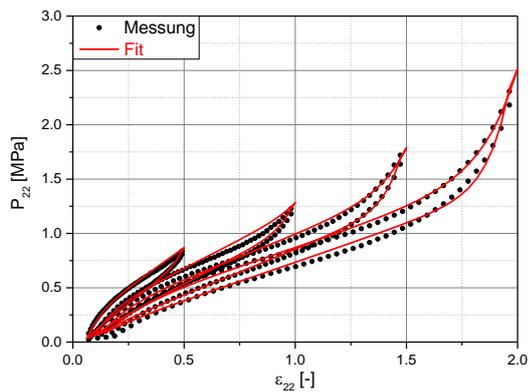
c)

Abbildung 5.11: Vergleich des Experiments mit den Fitkurven der drei homogenen Versuche des EPDMs: a) Uniaxialer Zug, b) Reine Scherung, c) Äquibiaxialer Zug

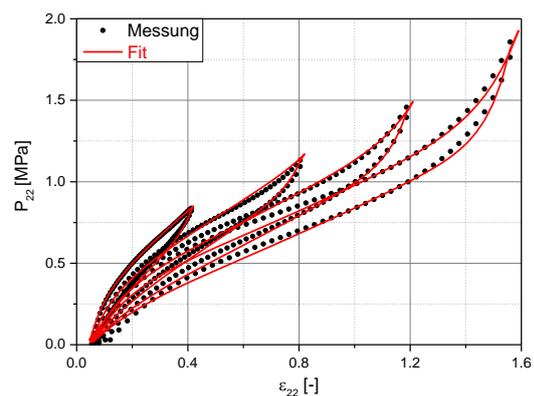
Die Ergebnisse der zweiten Variante für die Anpassung des EPDMs sind in Abbildung 5.12 dargestellt. Die Anpassungsergebnisse für den uniaxialen Zug und die reine Scherung sind sehr gut. Alle Amplituden können ähnlich gut abgebildet werden. Die Durchführung der Simulation für den äquibiaxialen Zug mit den erzielten Parametern aus der ersten Anpassung liefert die gestrichelte Kurve in der Abbildung 5.12. Die Simulationskurve ist nachgiebiger als die Messung und die Anpassung des äquibiaxialen Zugs aus der ersten Variante. Es wird vermutet, dass die äquibiaxiale Zugmessung zu steifen Ergebnissen führt.

Tabelle 5.7: Anpassungsparameter des MORPH-Modells für EPDM (ohne äquibiaxialen Zug)

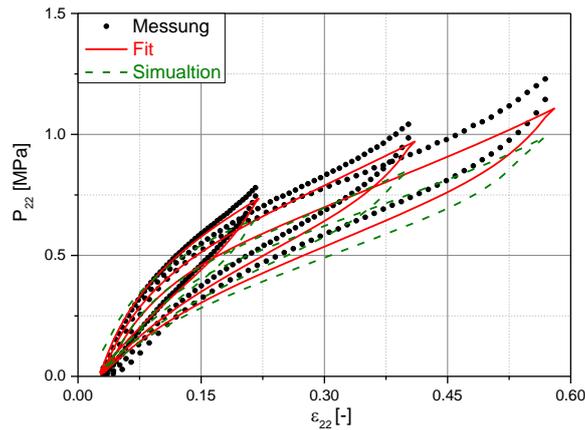
P_1 [MPa]	P_2 [MPa]	P_3 [-]	P_4 [-]	P_5 [MPa]	P_6 [-]	P_7 [-]	P_8 [MPa]
0,10328	0,2926	0,8973	15,411	$-7,4579 \cdot 10^{-05}$	5,254	10,015	0,0473



a)



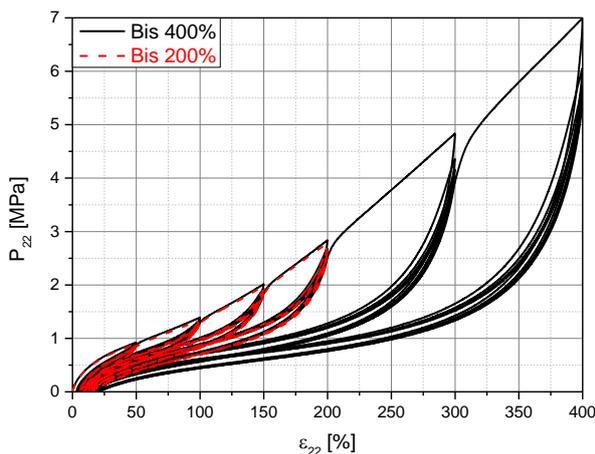
b)



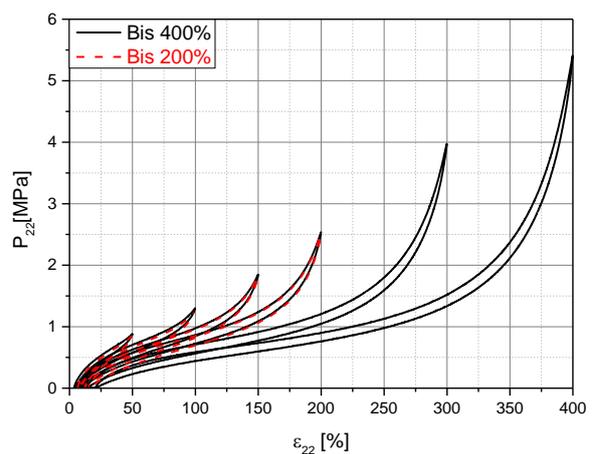
c)

Abbildung 5.12: Vergleich des Experiments mit den Fitkurven des uniaxialen Zugs und der reinen Scherung des EPDMs: a) Uniaxialer Zug, b) Reine Scherung, c) Äquibiaxialer Zug

Bei ersten numerischen Berechnungen an einer SENT-Probe werden Größen wie Energie, Spannung und Dehnung an der Risspitze ausgewertet. Die Spannungs-Dehnungs-Kurve an der Risspitze zeigt eine Anomalie bei Dehnungen außerhalb des Anpassungsbereichs (größer als 200 %). Es scheint, dass das Material sich steifer verhält. Das heißt gleichzeitig, dass es zu steif extrapoliert wird. Da die Vernetzung an der Risspitze bei den numerischen Berechnungen sehr fein ist, werden Dehnungswerte von mehr als 600 % berechnet. Um diese Überschätzung zu minimieren, werden Multihysterese-Versuche für das EPDM und NR mit S2-Stäben bis 400 % Dehnung gefahren. Die Versuchsbedingungen (Geschwindigkeit und Temperatur) sind gleich geblieben. Zwischen den ersten Messungen und dieser neuen Messung liegen mehrere Monate. Die Abbildung 5.13 zeigt zwei Multihyeresen des EPDMs und die dazugehörigen stabilen Zyklen. Bei den gleichen gefahrenen Amplituden sind kaum Unterschiede zu sehen. Das Material zeigt ein stabiles Verhalten gegen die Alterung.



a)



b)

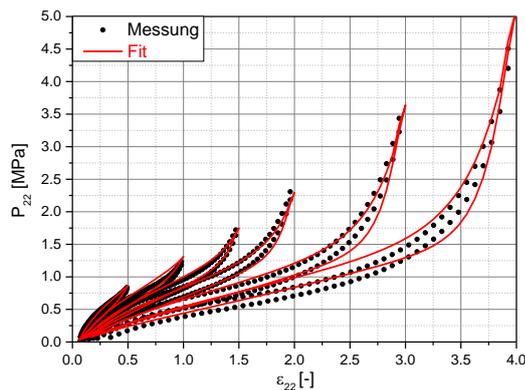
Abbildung 5.13: Multihysterese und die dazugehörigen stabilen Zyklen des EPDMs: a) Multihysterese, b) Stabile Zyklen

Die Anpassung der neuen uniaxialen Messung hat eine Gewichtung von 0,6 und wird mit der Messung einer reinen Scherung mit einer Gewichtung von 0,4 simultan durchgeführt. Die Ergebnisse der Anpassung sind in der Abbildung 5.14 zu sehen. Die reine Scherung wird

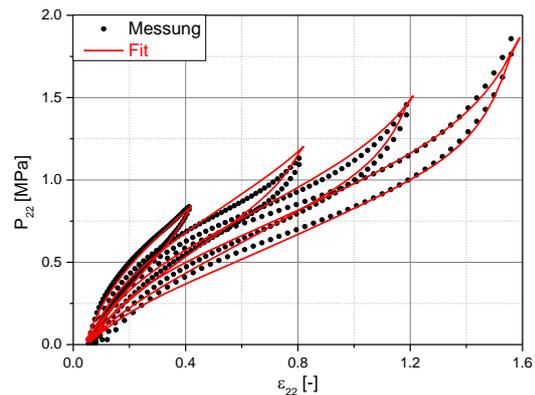
nicht auf höhere Dehnungen erweitert, da die meisten Simulationen einen uniaxialen Belastungszustand aufweisen.

Tabelle 5.8: Anpassungsparameter des MORPH-Modells für EPDM bis 400% Dehnung für den uniaxialen Zug (ohne den äquibiaxialen Zug)

P_1 [MPa]	P_2 [MPa]	P_3 [-]	P_4 [-]	P_5 [MPa]	P_6 [-]	P_7 [-]	P_8 [MPa]
0,06417	0,29691	0,58983	7,9850	0,00034	4,3534	8,0396	0,05048



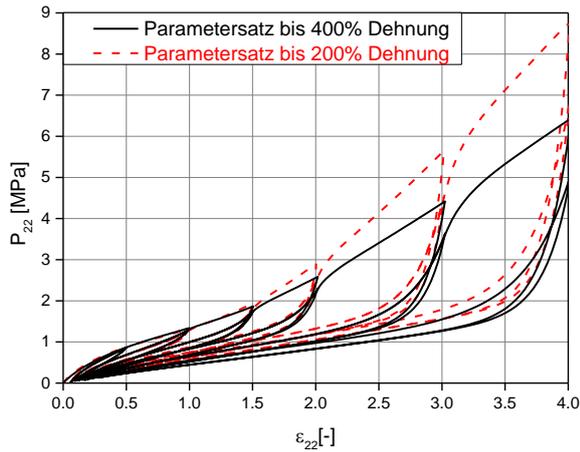
a)



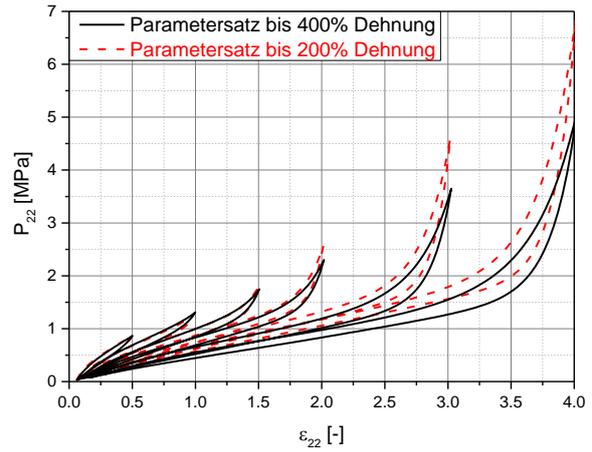
b)

Abbildung 5.14: Vergleich des Experiments mit den Fitkurven des uniaxialen Zugs und der reinen Scherung des EPDMs: a) Uniaxialer Zug, b) Reine Scherung

Es wird überprüft, ob es bei größeren Dehnungen Unterschiede zwischen den Simulationen des uniaxialen Zugs mit neuem und altem Parametersatz gibt. Dazu wird ein Würfel im uniaxialen Zugzustand mit insgesamt sechs Amplituden und den zwei erzielten Parametersätzen simuliert. Jede Amplitude wird zwei Mal gefahren. Der zweite Zyklus entspricht den stabilen Zyklen der Messung. Abbildung 5.15 zeigt die Ergebnisse aus der Simulation. Die Kurven zeigen, dass die Simulation mit dem älteren Parametersatz ab 150% Dehnung steifer ist. Der Spannungsunterschied bei 400 % Dehnung zwischen der Simulation mit neuem und älterem Parametersatz beträgt 2 MPa. Es bietet sich an, bei Risswachstumsuntersuchungen oder bei gekerbten Proben den neuen Parametersatz bis 400 % zu nutzen, da an den Risspitzen sehr große Dehnungen erwartet werden. Bei der Durchführung von Simulationen ungekerbter Proben bis zu einer maximalen Dehnung von 170 % spielt die Wahl des Parametersatzes keine entscheidende Rolle.



a)



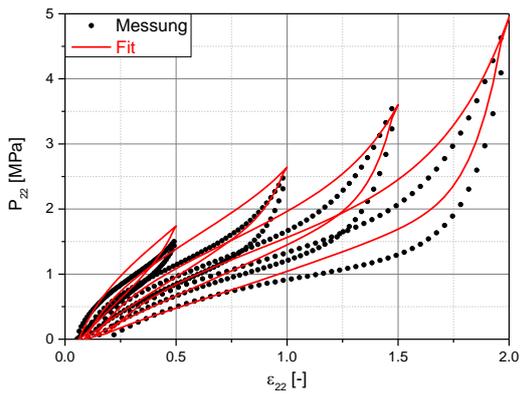
b)

Abbildung 5.15: Vergleich der Simulationskurven mit zwei unterschiedlichen Parametersätzen des EPDMs: a) Multihysterese, b) Stabile Zyklen

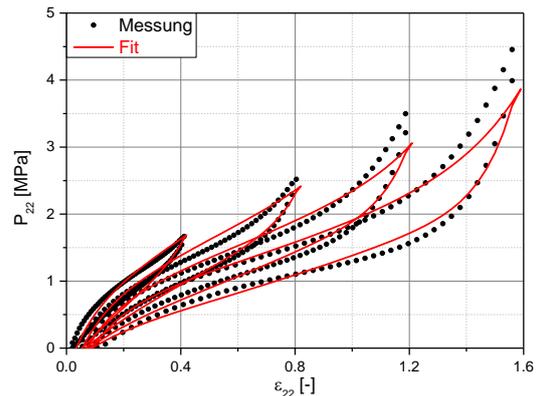
Es wird die gleiche Vorgehensweise wie beim EPDM angewendet. Die erste Variante der Anpassung erfolgt mit allen 3 gemessenen, homogenen Multihystereseversuchen und die zweite Variante nur mit dem uniaxialen Zug und der reinen Scherung. Abbildung 5.16 zeigt die Qualität der Anpassung des NRs. Bei den letzten zwei Amplituden des äquibiaxialen Zugs und der reinen Scherung verhält sich der Fit nachgiebiger als die Messung. Der Fit des uniaxialen Zugs ist für den gesamten Verlauf steifer als die Messung.

Tabelle 5.9: Anpassungsparameter des MORPH-Modells für NR

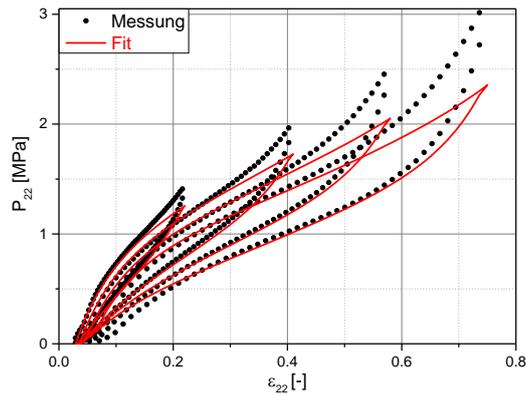
P_1 [MPa]	P_2 [MPa]	P_3 [-]	P_4 [-]	P_5 [MPa]	P_6 [-]	P_7 [-]	P_8 [MPa]
$-1,359 \cdot 10^{-05}$	0,68499	0,48046	6,8518	0,0105	5,5377	5,8418	0,01548



a)



b)



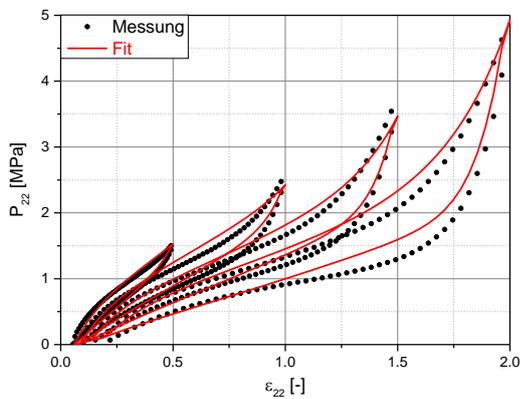
c)

Abbildung 5.16: Vergleich des Experiments mit den Fitkurven der drei homogenen Versuche des NRs: a) Uniaxialer Zug, b) Reine Scherung, c) Äquibiaxialer Zug

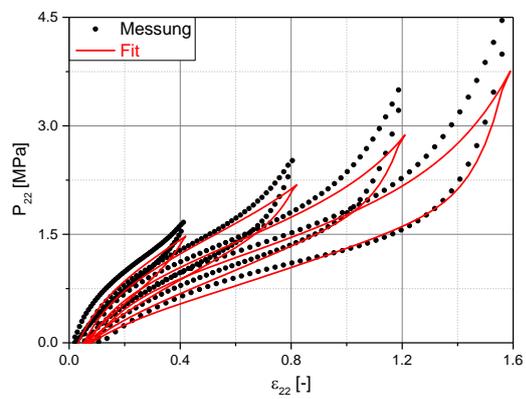
Die Durchführung der Variante zwei der Anpassung zeigt, dass kaum Veränderung bei der reinen Scherung zu sehen sind. Allerdings ist die Fitkurve des uniaxialen Zugs nachgiebiger und näher am Experiment.

Tabelle 5.10: Anpassungsparameter des MORPH-Modells für NR (ohne äquibiaxialen Zug)

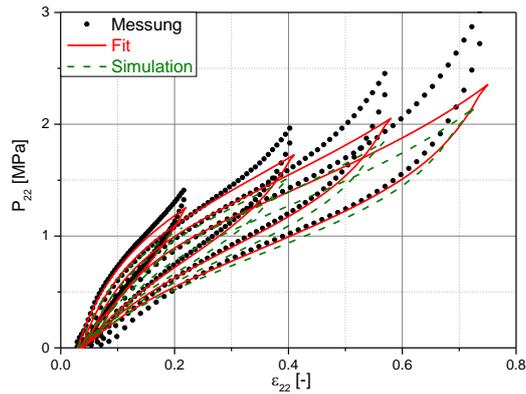
P_1 [MPa]	P_2 [MPa]	P_3 [-]	P_4 [-]	P_5 [MPa]	P_6 [-]	P_7 [-]	P_8 [MPa]
-0,0002268	0,59422	0,43149	6,8528	0,01099	5,5375	5,8409	0,1262



a)



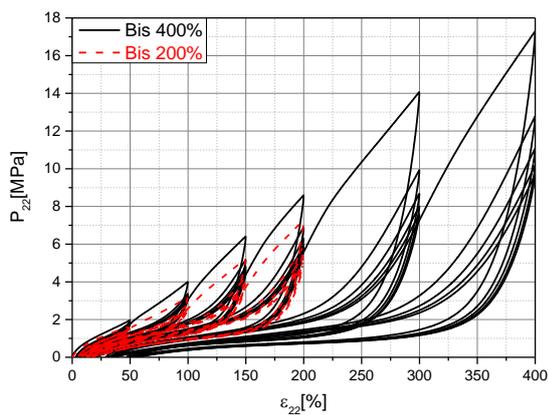
b)



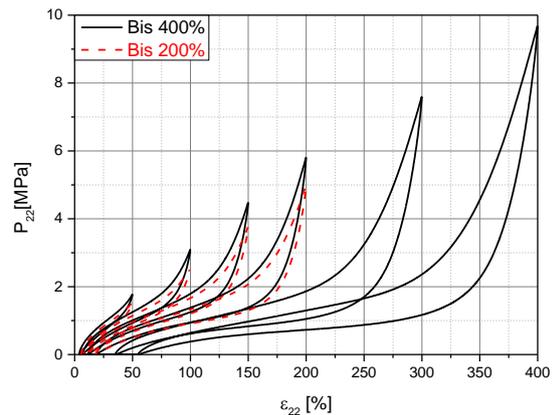
c)

Abbildung 5.17: Vergleich des Experiments mit den Fitkurven des uniaxialen Zugs und der reinen Scherung des NRs: a) Uniaxialer Zug, b) Reine Scherung, c) Äquibiaxialer Zug

Die Multihysteresen mit dem S2-Stab für das NR mit identischen Versuchsbedingungen wie beim EPDM werden durchgeführt. Abbildung 5.18 zeigt die neue und ältere Messung und deren stabile Zyklen. Es sind zwischen den Messungen starke Unterschiede zu sehen. Da zwischen den Messungen 8 Monate liegen, können diese Unterschiede durch Alterung verursacht worden sein. Das Material ist im Laufe der Zeit steifer geworden.



a)



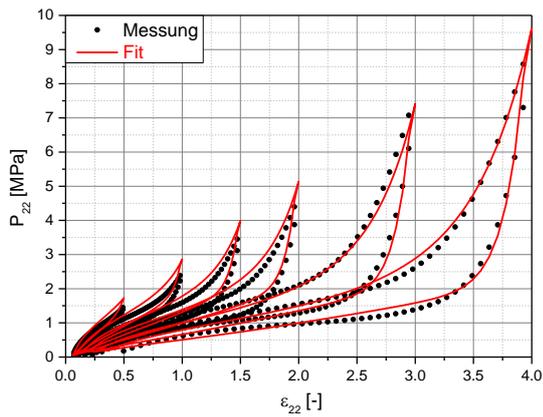
b)

Abbildung 5.18: Multihysterese und die dazugehörigen stabilen Zyklen des NRs: a) Multihysterese, b) Stabilen Zyklen

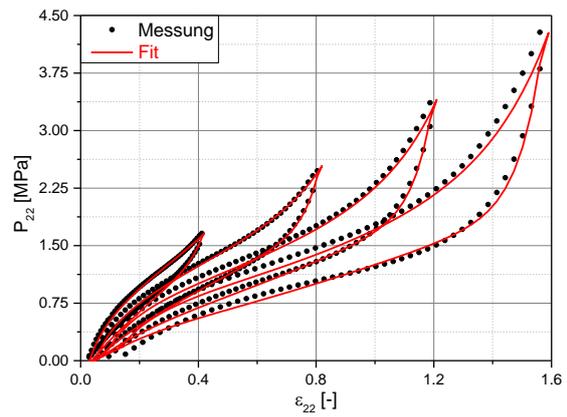
Die Anpassung der neuen Messung des NRs wird mit einer Gewichtung von 0,6 für den uniaxialen Zug und 0,4 für die reine Scherung durchgeführt. Die Ergebnisse der Anpassung sind in Abbildung 5.19 dargestellt. Die Kurven zeigen eine sehr gute Anpassung.

Tabelle 5.11: Anpassungsparameter des MORPH-Modells für das NR bis 400% Dehnung für den uniaxialen Zug (ohne den äquibiaxialen Zug)

P ₁ [MPa]	P ₂ [MPa]	P ₃ [-]	P ₄ [-]	P ₅ [MPa]	P ₆ [-]	P ₇ [-]	P ₈ [MPa]
0,059449	0,66088	0,72632	12,4841	0,004778	1,07149	5,70945	0,093489



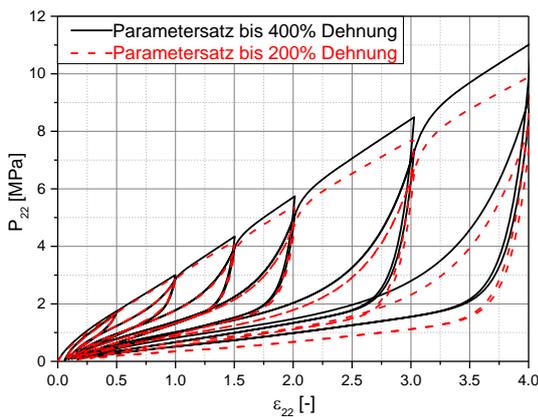
a)



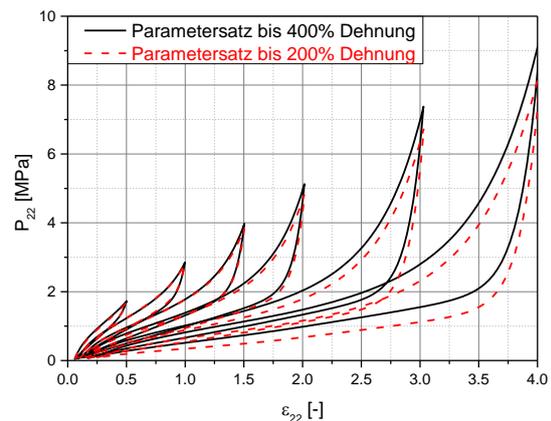
b)

Abbildung 5.19: Vergleich des Experiments und der Fitkurven des uniaxialen Zugs sowie der reinen Scherung des NRs: a) Uniaxialer Zug, b) Reine Scherung

Die Simulationen des uniaxialen Zugs mit dem neuen und alten Parametersatz zeigen bis 150 % Dehnung kaum Unterschiede. Ab 200 % Dehnung wird die Kurve mit dem neuen Parametersatz steifer (Abbildung 5.20). Die Unterschiede bei den stabilen Zyklen sind nicht so groß wie beim EPDM. Im weiteren Vorgehen werden Simulationen mit dem älteren Parametersatz bevorzugt.



a)



b)

Abbildung 5.20: Vergleich der Simulationskurven mit zwei unterschiedlichen Parametersätzen des NRs: a) Multihysterese, b) Stabile Zyklen

Für das Material HNBR-N326 wird die gleiche Vorgehensweise der Anpassung anhand des MORPH-Modells durchgeführt. In der Tabelle 5.12 sind die erzielten Parameter des MORPH-Modells mit den drei Versuchen gelistet.

Tabelle 5.12: Anpassungsparameter des MORPH-Modells für HNBR-N326

P_1 [MPa]	P_2 [MPa]	P_3 [-]	P_4 [-]	P_5 [MPa]	P_6 [-]	P_7 [-]	P_8 [MPa]
$-4,5303 \cdot 10^{-06}$	0,80126	0,57442	6,44166	0,009185	5,19217	6,5719	0,09806

Die Abbildung 5.21 zeigt einen Vergleich zwischen den Messkurven und den Kurven der Anpassung. Die ersten Amplituden der reinen Scherung und der uniaxiale Zug werden überschätzt. Die dritte und vierte Amplitude des äquibiaxialen Zugs werden unterschätzt.

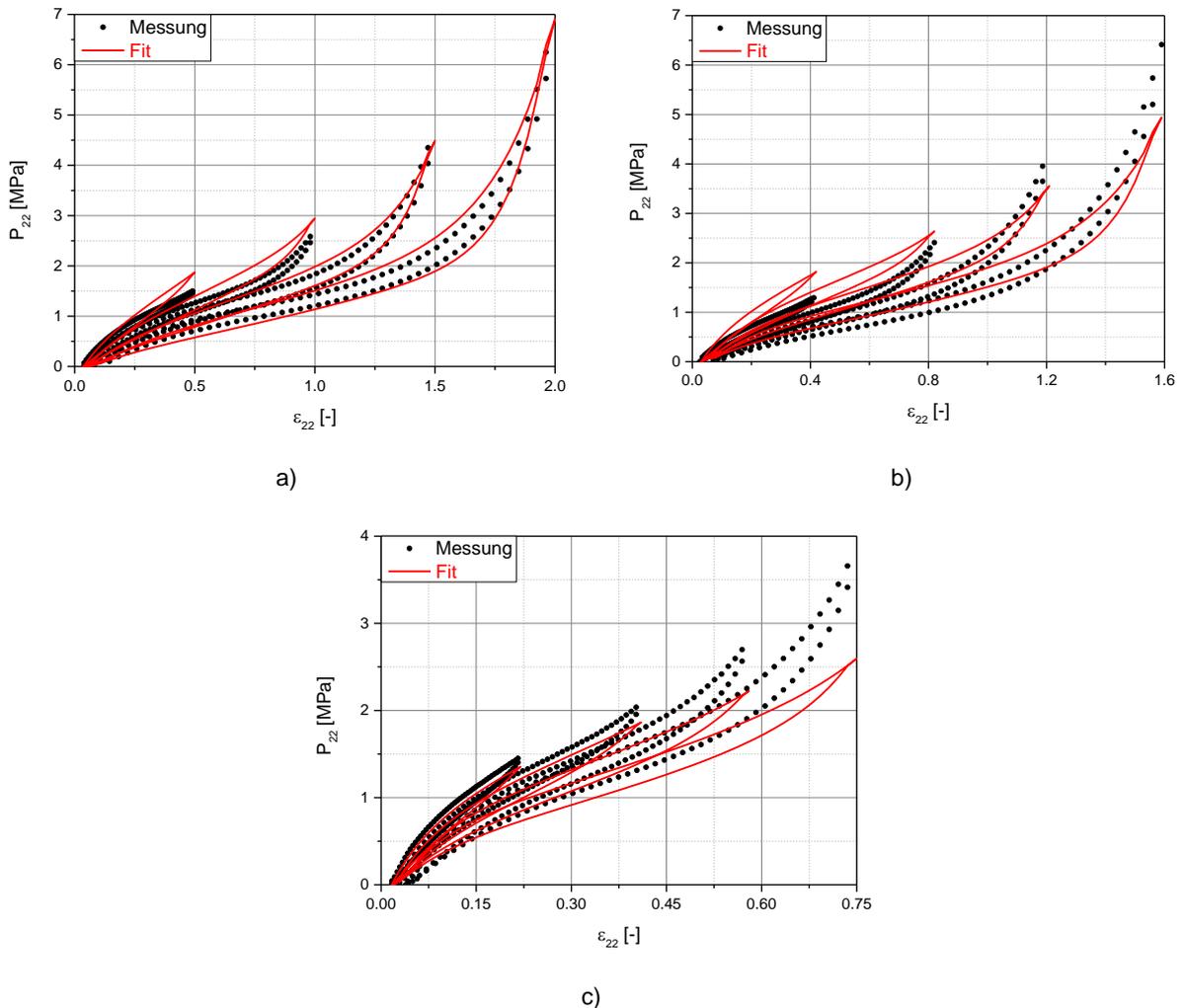


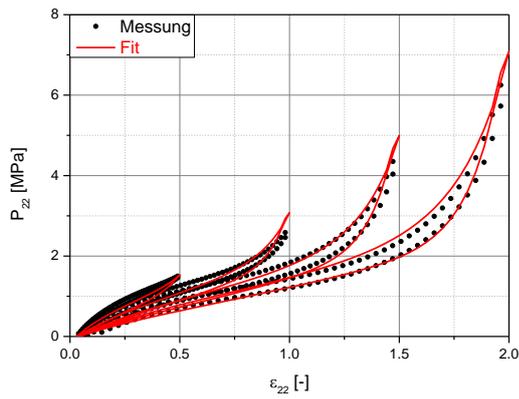
Abbildung 5.21: Vergleich des Experiments mit den Fitkurven der drei homogenen Versuche des HNBR-N326: a) Uniaxialer Zug, b) Reine Scherung, c) Äquibiaxialer Zug

Die Durchführung der simultanen Anpassung des uniaxialen Zugs und einer reinen Scherung liefert bessere Ergebnisse. In der Abbildung 5.22 sind die stabilen Zyklen der Messung und die Kurven aus der Anpassung zusammen dargestellt. Die erzielten Parameter sind in der Tabelle 5.13 gelistet.

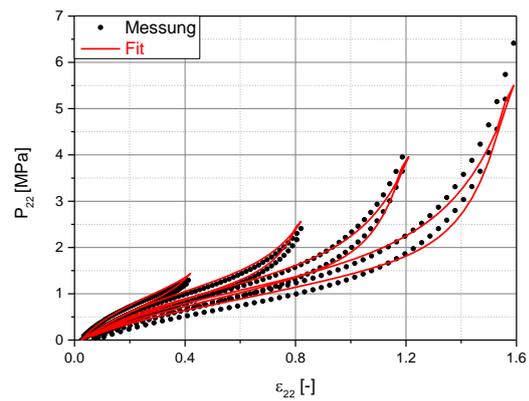
Tabelle 5.13: Anpassungsparameter des MORPH-Modells für HNBR-N326 (ohne äquibiaxialen Zug)

P_1 [MPa]	P_2 [MPa]	P_3 [-]	P_4 [-]	P_5 [MPa]	P_6 [-]	P_7 [-]	P_8 [MPa]
0,171902	0,4519	0,883899	9,56627	0,003427	0,98768	6,71856	0,051532

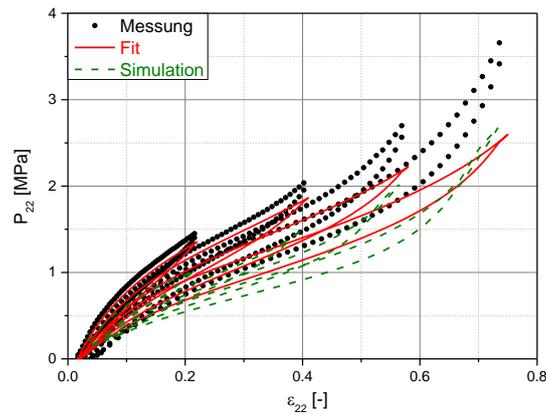
Die Betrachtung der Kurven in der Abbildung 38.c zeigt deutlich, dass die Simulationskurve mit den erzielten Parametern aus der Anpassung mit allen Versuchen ein weiches Verhalten hat.



a)



b)



c)

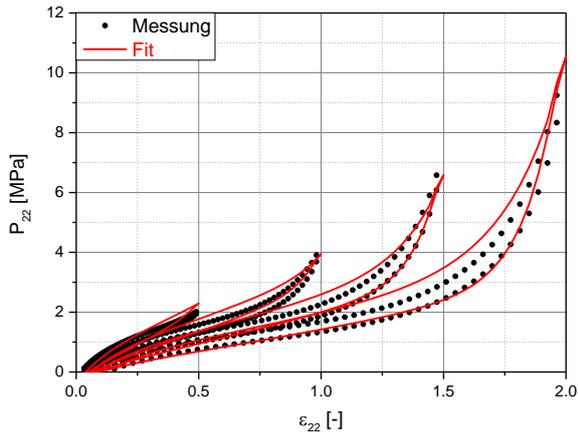
Abbildung 5.22: Vergleich des Experiments mit den Fitkurven des uniaxialen Zugs und der reinen Scherung des HNBRs N326: a) Uniaxialer Zug, b) Reine Scherung, c) Äquibiaxialer Zug

Für das Material HNBR-N347 wird die gleiche Vorgehensweise der Anpassung anhand MORPH-Modells durchgeführt. In der Tabelle 5.14 sind die erzielten Parameter des MORPH-Modells mit den drei homogenen Versuchen gelistet.

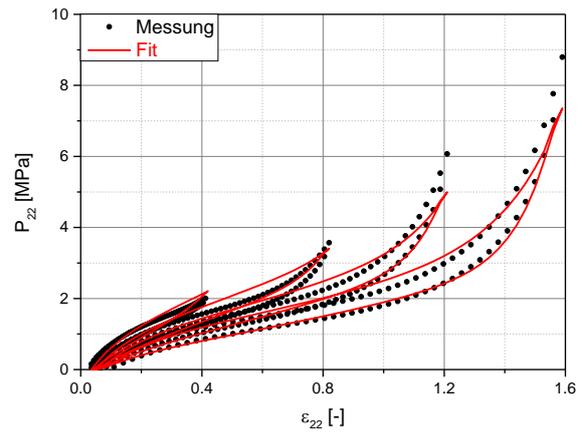
Tabelle 5.14: Anpassungsparameter des MORPH-Modells für HNBR-N347

P_1 [MPa]	P_2 [MPa]	P_3 [-]	P_4 [-]	P_5 [MPa]	P_6 [-]	P_7 [-]	P_8 [MPa]
$-7,48598 \cdot 10^{-06}$	0,92375	0,501217	6,0789	0,010797	4,4423	6,7662	0,15062

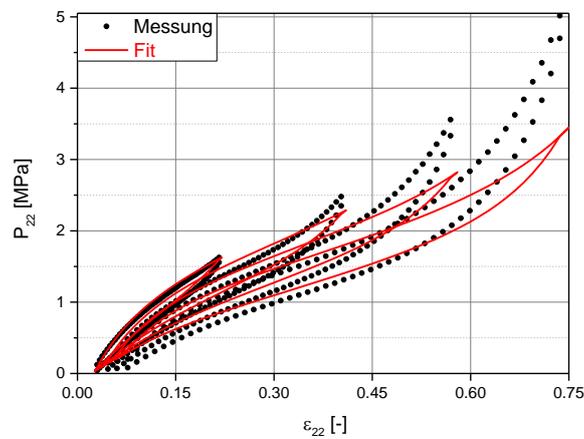
Die Abbildung 5.23 zeigt einen Vergleich zwischen den Messkurven und den Kurven der Anpassung. Die ersten Amplituden der reinen Scherung und des uniaxialen Zugs werden überschätzt. Die dritte und vierte Amplitude des äquibiaxialen Zugs wird stark unterschätzt.



a)



b)



c)

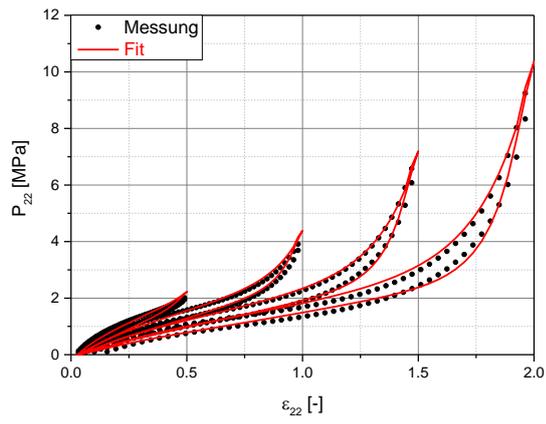
Abbildung 5.23: Vergleich des Experiments mit den Fitkurven der drei homogenen Versuche des HNBRs-N347: a) Uniaxialer Zug, b) Reine Scherung, c) Äquibiaxialer Zug

Die erzielten Parameter aus der simultanen Anpassung des uniaxialen Zuges und der reinen Scherung sind in der Tabelle 5.15 gelistet.

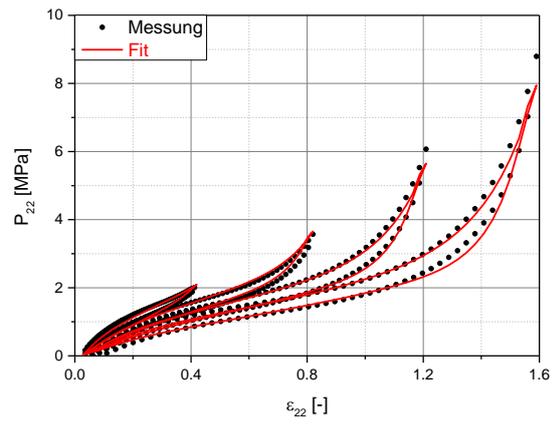
Tabelle 5.15: Anpassungsparameter des MORPH-Modells für HNBR-N347 (ohne den äquibiaxialen Zug)

P_1 [MPa]	P_2 [MPa]	P_3 [-]	P_4 [-]	P_5 [MPa]	P_6 [-]	P_7 [-]	P_8 [MPa]
-0,107826	0,80396	0,68827	8,91909	-0,002811	1,25859	7,43586	0,080

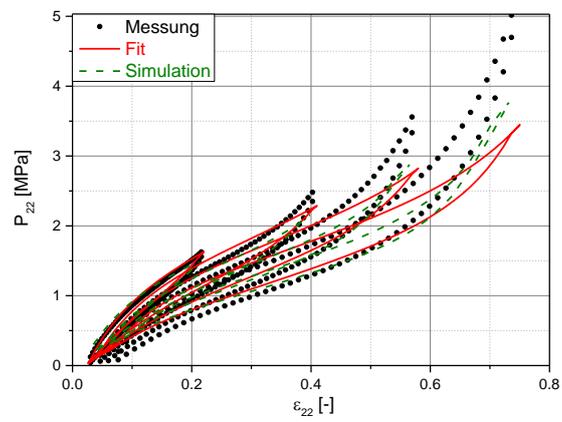
In der Abbildung 5.24 sind die stabilen Zyklen der Messung und die Kurven aus der Anpassung zusammen dargestellt. Die Fitkurven des uniaxialen Zuges und der reinen Scherung sind im Vergleich zu der vorherigen Anpassung optimaler (Abbildung 5.24.a und Abbildung 5.24.b). Die Betrachtung der Simulationskurve in der Abbildung 5.24.c zeigt deutlich, dass die Simulationskurve nicht gut zu den stabilen Zyklen passt.



a)



b)



c)

Abbildung 5.24: Vergleich des Experiments mit den Fitkurven des uniaxialen Zugs und der reinen Scherung des HNBRs-N347: a) Uniaxialer Zug, b) Reine Scherung, c) Äquibiaxialer Zug

6 Bruchmechanik

In diesem Kapitel werden die Grundlagen der Bruchmechanik zusammenfassend erläutert. Aus kontinuumsmechanischen Lösung der Rissspitzenfeld (Verschiebung, Spannung,...) werden Kriterien hergeleitet, die bei der Beschreibung des Risswachstums geeignet sind. Die Anwendbarkeit und die Aussagekraft dieser Kriterien werden anhand bruchmechanischer Messungen und Simulationen analysiert. Die Herleitung und die Bestimmung der Streckungsintensitätsfaktor für die analytische Energiefreisetzungsrate basierend auf dem Ogden-Modell ist ein innovativer Beitrag, der die Bestimmung des kritischen Energieflusses bei gefüllten und ungefüllten Mischungen erleichtert. Außerdem wird in diesem Kapitel die Bedeutung der Spannungserweichung nahe der Rissspitze durch die Auswertung einiger Bruchkriterien veranschaulicht und der kritische Energiefluss beim Risswachstum für den gefüllten EPDM ermittelt.

6.1 Das K-Konzept (Spannungsintensitätsfaktoren)

Erste Gedanken auf dem Gebiet der linearen Bruchmechanik kommen von Irwin und Griffith [10, 13]. Sie beschreiben Spannungsfelder an Rissspitzen mit Hilfe von Intensitätsfaktoren (K_I). Diese Größen zeigen einen Zusammenhang zwischen äußerer Belastung und der Geometrie des Risses auf. Durch Anwendung des linearen Elastizitätsgesetzes können Dehnungs- und Verschiebungsfelder nahe der Rissspitze bestimmt werden. Beispielweise wird der Intensitätsfaktor einer Zugstreifenprobe mit einem Außenriss der Länge a wie folgt angegeben [11, 12]:

$$K_I = f(\sigma, a)\sigma\sqrt{\pi a} \quad (6.1)$$

wobei σ die angebrachte Spannung an der Probe ist, $f(\sigma, a)$ ist eine Korrekturfunktion, die von der angebrachten Spannung und der Geometrie des Risses abhängig ist. Die Rissöffnungsarten werden in drei Moden unterschieden. Modus I (openig mode) beschreibt eine symmetrische Rissöffnung, wobei die relative Bewegung normal zum Rissufer ist. Modus II (sliding mode) erzeugt eine unsymmetrische Rissöffnung und die relative Bewegung erfolgt orthogonal zur Rissfront. Modus III (tearing mode) zeigt ebenfalls eine unsymmetrische Rissöffnung, wobei die relative Bewegung parallel zur Rissfront ist (Abbildung (6.1)).

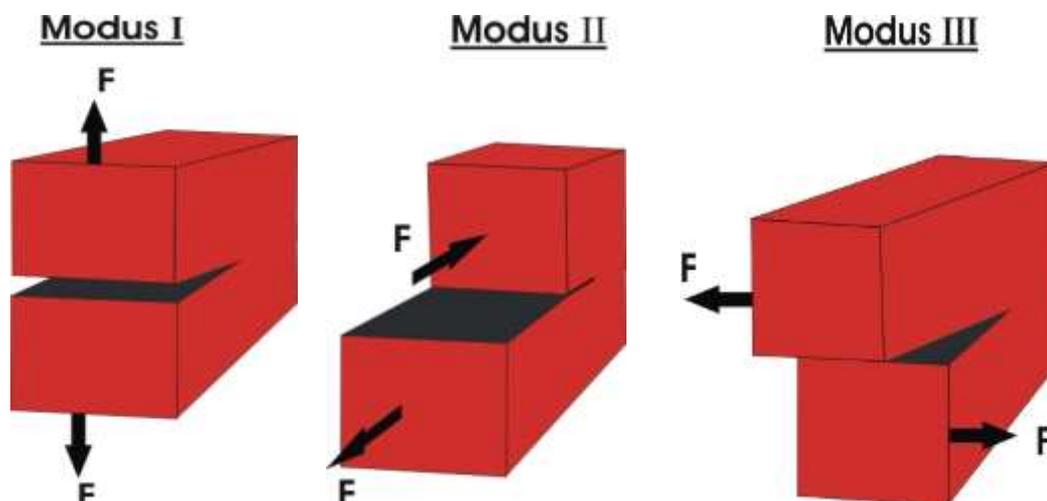


Abbildung 6.1: Darstellung der drei Moden aus der Bruchmechanik

Die beschriebenen Modi können beliebig miteinander kombiniert werden. Einen Mixed-Mode (Kombination aus den vorhandenen Modi) kann durch überlagerte Belastung oder durch die Schräge des Risses zur Belastung entstehen. Das lokale Rissspitzenfeld des Mixed-Mode lässt sich über die Summierung der lokalen Rissspitzenfelder der vorhandenen Moden bestimmen.

Der Spannungsintensitätsfaktor ist ein sehr verbreitetes Kriterium aus der linearen Bruchmechanik. Der Rissfortschritt wird angesetzt, falls der Spannungsintensitätsfaktor einen kritischen Wert, bekannt als Bruchzähigkeit, überschreitet. Die Risswachstumsbedingung ist wie folgt gegeben:

$$K_{I,II,III} \geq K_{Ic,IIc,IIIc} \quad (6.2)$$

$K_{Ic,IIc,IIIc}$ ist die Bruchzähigkeit des Materials. Die Spannungsintensitätsfaktoren lassen sich je nach Schwierigkeitsgrad über analytische, experimentelle oder numerische Methoden bestimmen. Die einfachen Belastungszustände und die Rissgeometrie können durch die Lösung des Rissspitzenfeldes ermittelt werden. Experimentelle oder numerische Untersuchungen können dazu beitragen komplexe Zustände zu erfassen um die passende Gleichung des Spannungsintensitätsfaktors zu bestimmen. Bei mehreren Forschungsarbeiten wurden die Formeln der Spannungsintensitätsfaktoren analytisch, experimentell oder numerisch hergeleitet [42, 43, 44, 45].

6.2 Energiefreisetzungsrate

Die Rissinitiierung bei technischen Elastomeren erfolgt entweder zwischen Füllstoff-Kautschuk, Kautschuk-Kautschuk oder Füllstoff-Füllstoff. Entstandene Risse können weiterwachsen und zur Abschwächung des Bauteils führen. Das unterstreicht die Notwendigkeit passender Kriterien, die die Charakteristik technischer Elastomere berücksichtigen können. Die inelastischen Effekte erschweren die genaue Bestimmung kritischer Größen beim Risswachstum. Die Betrachtung einer gekerbten Probe veranschaulicht die Problematik.

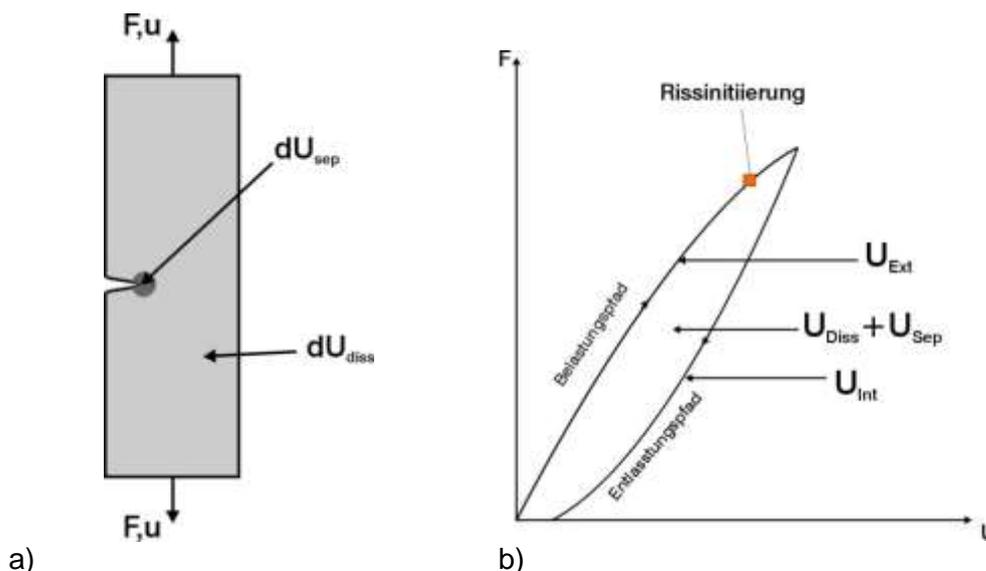


Abbildung 6.2: Energetische Betrachtung einer gekerbten Probe: a) Energiebilanz in zwei Bereichen, b) Kraft-Weg-Kurve

Die Energiebilanz kann in zwei Bereiche unterteilt werden (Abbildung 6.2.a): die Prozesszone nahe der Risspitze und der restliche Bauteilbereich. Bei einem infinitesimalen Risswachstum in einem Körper kann die Energiebilanz wie folgt angegeben werden [16]:

$$\frac{dU_{Ext}}{dA} - \frac{dU_{Int}}{dA} = \frac{dU_{Sep}}{dA} + \frac{dU_{Diss}}{dA} \quad (6.3)$$

U_{Ext} beschreibt das externe Potential und U_{Int} das intern umgesetzte Potential. U_{Sep} ist das benötigte Potential für die Erzeugung einer neuen Rissoberfläche. In der Werkstofftechnik wird diese Größe als materialspezifische Konstante angegeben. U_{Diss} ist das dissipierte Potential des gesamten Bauteils. Die linke Seite der Gleichung ergibt die Energiefreisetzungsrate (G) bei einem infinitesimalen Rissfortschritt nach Griffith. Die rechte Seite der Gleichung beinhaltet alle freiwerdenden Energien im Bauteil. Dieser Term wird als Reißenergie (T) nach Thomas und Rivlin bezeichnet. Die Reißenergie liefert Werte, die oberhalb der kritischen Werte zur Erzeugung einer neuen Rissoberfläche liegen, da die dissipierte Energie als zusätzlicher Summand in der Reißenergie enthalten ist. Hyperelastische Materialmodelle können die Dissipation bei Elastomeren nicht abbilden, weshalb die Gleichung (6.3) reduziert angegeben wird:

$$G = -\frac{dU_{Int}}{dA} = \frac{dU_{Sep}}{dA} \quad (6.4)$$

Gleichung (6.4) beschreibt das bekannteste bruchmechanische Kriterium für spröde Materialien nach Griffith. Die Hysterese fläche in der Abbildung 6.2.b enthält alle dissipierten Anteile, die als Wärme freigesetzt oder im Risswachstum verwendet wurden. Die Trennung dieser Anteile ist sehr schwer, da die Dissipation bei Elastomeren im gesamten Körper besteht.

6.3 Der Eshelby-Spannungstensor und das J-Integral

Das Eshelby Gedankenexperiment basiert auf der Verschiebung eines Defektes in einen Körper und die sich daraus ergebende Potentialveränderung des Körpers zu untersuchen [21]. Dieses Gedankenexperiment ist in der Abbildung 6.3 dargestellt. Der Teilkörper B_0 besitzt einen Defekt, der die Oberfläche Γ_0 mit dem Teilkörper B_0 teilt. In der Abbildung (6.3.b) sei ein identischer Teilkörper B und der identische Defekt mit einem Vektor $-\delta\vec{X}$ verschoben. Die neue geschlossene Oberfläche zwischen B und der verschobene Defekt hat die gleiche Gestalt wie Γ_0 und wird mit Γ bezeichnet.

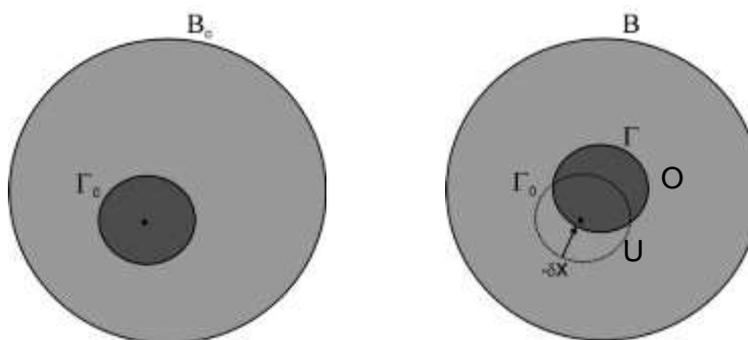


Abbildung 6.3: Veranschaulichung des Eshelby-Gedankenexperiments durch Verschiebung eines Defekts

Für die Bestimmung der Potentialveränderung durch Verschiebung des Defektes müssen die Kraftvektoren auf die Defekte analysiert werden. Die Abbildungen (6.4.a) und (6.4.b) zeigen die ausgeübten Kraftvektoren auf die Defekte im Ausgangszustand und im verschobenen Zustand.

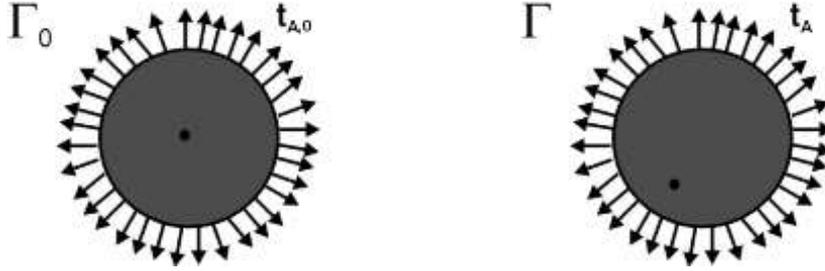


Abbildung 6.4: Kraftflußvektor an der Randoberfläche des Defektes vor und nach der Verschiebung

In der Abbildung (6.3.b) sind zwei wichtige Bereiche zwischen der gestrichelten und durchgezogenen Linie eingeschlossen. Diese Gebiete sind mit O für den oberen Bereich und mit U für den unteren Bereich bezeichnet. Das vorhandene Potential innerhalb der zwei Konturen Γ_0 und Γ kann durch Einbindung der zwei Gebiete O und U beschrieben werden.

$$\Pi_\Gamma = \Pi_{\Gamma_0} + \Pi_O - \Pi_U \quad (6.5)$$

$$\delta\Pi_1 = -\Pi_U + \Pi_O = \Pi_\Gamma - \Pi_{\Gamma_0} = \int_{\Gamma_0} \psi_0(-\delta\vec{X}) N d\Gamma_0 \quad (6.6)$$

Die benötigte Arbeit für die Verschiebung des Defektes mit der Kontur Γ auf die Referenzkontur Γ_0 kann durch einfache Translation mit der Vektor $\delta\vec{X}$ geschehen, da die Defekte die gleiche Form besitzen. Die Rücktransformation von dem aktuellen Zustand auf den Referenzzustand wird mithilfe des Deformationsgradienten erfolgen.

$$\mathbf{F} = \frac{\delta\vec{x}}{\delta\vec{X}} \quad (6.7)$$

Die benötigte Arbeit für die Verschiebung des Defektes in der Ausgangsform lässt sich wie folgt bestimmen:

$$\delta\Pi_2 = \int_{\Gamma_0} (-\delta\vec{x})(-\vec{t}_{A,0}) d\Gamma_0 = \int_{\Gamma_0} (-\delta\vec{X} F^T)(-\mathbf{P}N) d\Gamma_0 \quad (6.8)$$

Die gesamte Potentialänderung $\delta\Pi$ ergibt sich aus der Summe der zwei Anteile.

$$\delta\Pi = -\delta\vec{X} \int_{\Gamma_0} (\psi_0 \mathbf{I} - \mathbf{F}^T \mathbf{P}) N d\Gamma_0 = -\delta\vec{X} \int_{\Gamma_0} \boldsymbol{\Sigma} N d\Gamma_0 \quad (6.9)$$

Die treibende Kraft, welche die Verschiebung des Defektes verursacht, lässt sich über den negativen Gradienten des gesamten Potentials oder durch Auswertung des Eshelby-Spannungstensors entlang des Konturintegrals um den Defekt bestimmen.

Der Ausdruck zwischen den Rundklammern ist der sogenannte Energie-Impuls-Tensor, der als der Eshelby-Spannungstensor bekannt ist.

$$-\frac{d\Pi}{d\vec{X}} = \int_{\Gamma_0} \Sigma N d\Gamma_0 \quad (6.10)$$

Die letzte Gleichung beschreibt die Änderung des Potentials bei der Verschiebung des von der Kontur eingeschlossenen Bereichs um den Vektor $d\vec{X}$.

Das J-Integral wurde aus unabhängigen Forschungsarbeiten von Rice [6] und Cherepanov [7] als bruchmechanische Größe vorgestellt. Die Herleitung basiert auf der energetischen Betrachtung eines homogenen elastisch gekerbten Körpers, der ein Risswachstum aufweist. Das J-Integral korreliert mit der Veränderung des Potentials bezogen auf die Veränderung der Rissoberfläche. Das vektorielle J-Integral ist wie folgt definiert:

$$J_k = \oint_{\Gamma} (W_{EL} n_k - \sigma_{ij} n_j u_{i,k}) d\Gamma \quad (6.11)$$

W_{EL} ist die elastische gespeicherte Energiedichte, n_k ist der nach außen gerichtete Einheitsvektor, Γ ist die Auswertungskontur und $u_{i,k}$ ist der Gradient des Verschiebungsvektors u_i . Die erste Komponente des J-Integrals (J_1) entspricht einem geradlinigen Risswachstum. Die zweite Komponente (J_2) ergibt sich aus der horizontalen Verschiebung des Risses. Die dritte Komponente (J_3) ist für die Verschiebung des Risses in der dritten Dimension verantwortlich. Für die Realisierung von Rissknick in der FE-Methode wurde der sogenannte Risswachstumsrichtungsvektor \vec{q} definiert. Das J-Integral wird nun mit der neu eingeführten Größe beschrieben [8]:

$$J_k = \oint_{\Gamma} \vec{n} \left(W\mathbf{I} - \sigma \frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{x}} \right) \vec{q} d\Gamma \quad (6.12)$$

Die Abbildung 6.5 zeigt die Anordnung des Risswachstumsrichtungsvektors \vec{q} zu der Risspitze. Für ein geradliniges Risswachstum besitzt der Vektor \vec{q} folgende Werte (1, 0,0). Durch Variation der Komponenten des Vektors \vec{q} können beliebige Knickwinkel definiert werden.

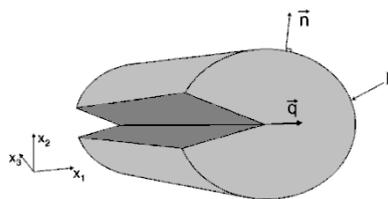


Abbildung 6.5: Risswachstumsvektor und der Einheitsnormalenvektor über den Auswertungspfad Γ

Das J-Integral liefert bei einem reinen elastischen Materialverhalten unter Annahme von einem infinitesimalen Risswachstum identische Werte wie die Energiefreisetzungsrate. Diese Erkenntnisse wurden aus Forschungsarbeiten von Rice [6] und Budiansky [9] gewonnen. Die J-Integralgleichungen (6.11) und (6.12) basieren auf infinitesimalen Deformationen. Da die untersuchten Materialien große Deformationen durch äußere Belastungen aufweisen, muss der Integrand auf dieses Verhalten erweitert werden.

$$J_k = \vec{q} \oint_{\Gamma} (W\mathbf{I} - \mathbf{F}^T \mathbf{P}) \vec{n} d\Gamma = \vec{q} \oint_{\Gamma} \Sigma^* \vec{n} d\Gamma \quad (6.13)$$

Der Ausdruck zwischen den Klammern ist der Eshelby-Spannungstensor aus der Gleichung (6.9). Durch Verwendung der Divergenz des Eshelby-Spannungstensors und das Gaußsche Satz wird das J-Integral gleich null, falls die Kontur keine Singularitäten oder Materialinhomogenität umschließt.

Die Auswertungskonturen werden entlang der Knoten definiert. Die Konturenreihenfolge ist von innen (Rissspitze) nach außen festgelegt. Eine Kontur beginnt bei einem Rissufer und endet am anderen Rissufer. Die Abbildung 6.6 zeigt die Auswertungskonturen des J-Integrals bei einem Außenriss der SENT-Probe.

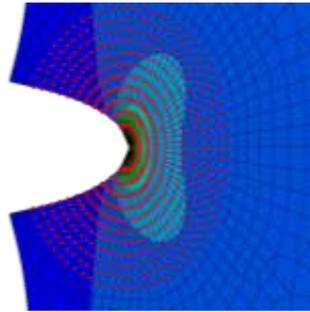


Abbildung 6.6: Auswertung des J-Integrals knotenweise entlang der Konturen

Das J-Integral bei gefüllten Elastomeren wird eine Wegabhängigkeit zeigen, da die inelastischen Effekte nahe der Rissspitze und im gesamten Bauteil vorhanden sind. Deshalb ist die Trennung der Effekte sehr wichtig. Als Demonstration werden zwei Konturen um die Rissspitze gebildet, die erste Γ_1 ist sehr nah zur Rissspitze und die zweite Γ_2 ist weit genug von der Rissspitze und der dissipativen Zone entfernt (Abbildung 6.7).

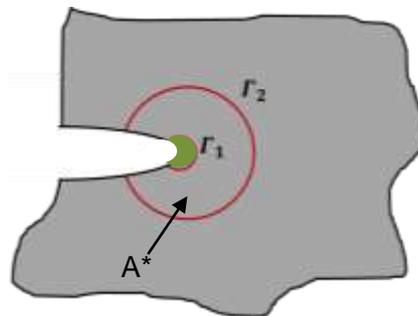


Abbildung 6.7: Anordnung der Auswertungskonturen Γ_1 und Γ_2 um die Rissspitze

Falls das Material rein elastisch und keine dissipativen Vorgänge zeigt, werden die Konturen die gleichen Werte des Energieflusses besitzen. Dadurch wird die Wegunabhängigkeit des J-Integrals bestätigt. Wenn das Material Inelastizität oder Dissipationsvorgänge aufweist, werden die J-Integralwerte an den zwei Konturen unterschiedlich sein. Das J-Integral muss durch das Gebietsintegral zwischen den zwei Konturen erweitert werden. Der Energiefluss J_{Γ_1} kann nicht nur über das Pfadintegral Γ_1 ermittelt werden, das Gebietsintegral muss auch in Betracht gezogen werden. Die folgende Gleichung beschreibt das erweiterte J-Integral für dissipative Materialien [12, 16]:

$$J_{\Gamma_1} = J_{\Gamma_2} - \int_{A^*} (W_{,1} - \sigma_{ij} u_{i,j1}) dA \quad (6.14)$$

$W_{,1}$ ist der Gradient der elastischen Energiedichte nach x_1 , $u_{i,j1}$ ist die Ableitung des Verschiebungsgradienten ($u_{i,j}$) nach x_1 und A^* ist das geschlossene Gebiet zwischen den zwei ausgewählten Konturen. Die Herleitung des Integranden des Gebietsintegrals kann für bestimmte inelastische Material-Modelle sehr komplex sein. Das Gebietsintegral kann durch die numerischen Berechnungen mit einem passendem Materialmodell ermittelt werden.

6.4 Virtual Crack Closure Technique (VCCT-Methode)

Diese Methode basiert auf der Bestimmung der verrichteten Arbeit bei der Rissöffnung mit einer infinitesimalen Rissoberfläche ΔA . Die verrichtete Arbeit ist wie folgt gegeben [11, 12]:

$$W_{krit} = \frac{1}{2} \int_0^{\Delta A} \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon} dA \quad (6.15)$$

Der Integrand zeigt einen linearen Zusammenhang zwischen Dehnung und Spannung, weshalb diese Methodik einige Beschränkungen hat. Sie ist nur für kleine Verzerrungen und für rein lineare Probleme anwendbar. Die daraus ermittelbare Energiefreisetzungsrate wird wie folgt angegeben [11, 12]:

$$G_{krit} = \frac{1}{2} \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta A} \int_0^{\Delta A} \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon} dA \quad (6.16)$$

Die numerische Umsetzung zur lokalen Bestimmung der kritischen Energiefreisetzungsrate G kann anhand zweier FE-Modelle durchgeführt werden, wobei das erste Modell die Risslänge a_0 besitzt und das zweite eine Erweiterung um die Elementlänge Δa hat. Diese Überlegung ist in Abbildung 6.8 grafisch veranschaulicht. Es wird eine zweite Methode durch Verwendung des gleichen FE-Modells und Erzeugung von sukzessiven neuen Rissoberflächen durchgeführt. Für nicht dissipative Materialien kann die Bestimmung der Energiefreisetzungsrate durch zwei Methoden erfolgen. Das muss zu ungefähr den gleichen Ergebnissen führen. Bei dissipativen Materialien wie Elastomeren werden gravierende Unterschiede der Energiefreisetzungsrate zwischen den zwei Methoden ersichtlich.

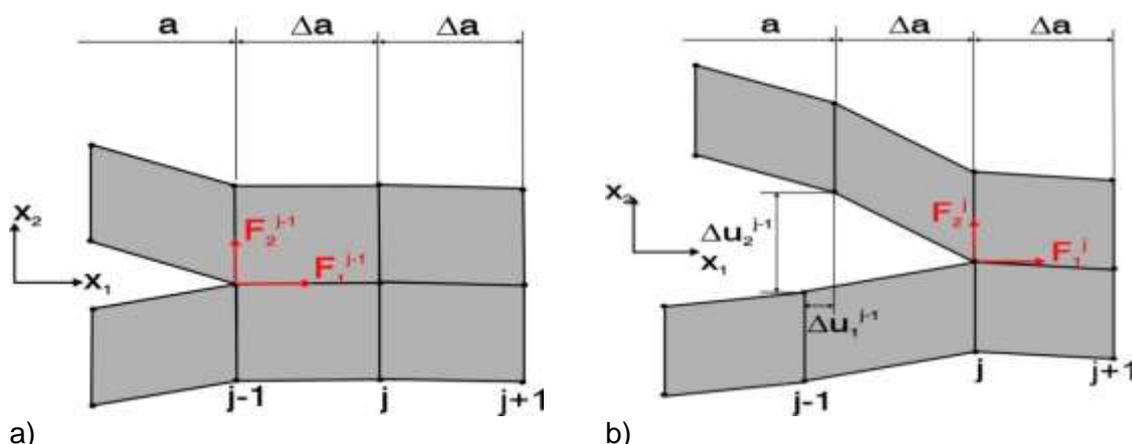


Abbildung 6.8: Virtual crack extension Methode: a) vor dem Risswachstum, b) nach dem Risswachstum

Die Umsetzung kann für zwei- oder dreidimensionale FE-Modelle erfolgen. Die Vernetzung erfolgt mit 4-Knoten-Elementen. Die Risspitze wandert vom ersten Zustand zum zweiten Zustand mit der Schrittweite Δa . Um die Energiefreisetzungsrate für den Modus I und II zu

bestimmen, werden die Knotenkräfte an der Rissspitze für Zustand 1 und an der Rissöffnung der vorherigen Rissspitze in Zustand zwei benötigt. Da in den meisten Berechnungen rein axiale Belastungen auftreten, wird der Fokus auf Modus I liegen. Die Werte für die Energiefreisetzungsraten der verschiedenen Moden ergeben sich durch [12]:

$$\begin{aligned}
 G_I &= \frac{1}{2\Delta a} [F_2^{j-1}(a)\Delta u_2^{j-1}(a)] \\
 G_{II} &= \frac{1}{2\Delta a} [F_1^{j-1}(a)\Delta u_1^{j-1}(a)] \\
 G_{III} &= \frac{1}{2\Delta a} [F_3^{j-1}(a)\Delta u_3^{j-1}(a)]
 \end{aligned} \tag{6.17}$$

Herrschen residuelle Kräfte auf den Rissufern wie Kohäsionskräfte, Reibungskräfte der Rissufer oder Druck zwischen den Rissufern wegen der Restverformung, müssen die Energiefreisetzungsraten mit den residuellen Kräften (F_i^*) erweitert werden [12].

$$\begin{aligned}
 G_I &= \frac{1}{2\Delta a} [(F_2^{j-1}(a) - F_2^{*j-1}(a))\Delta u_2^{j-1}(a)] \\
 G_{II} &= \frac{1}{2\Delta a} [(F_1^{j-1}(a) - F_1^{*j-1}(a))\Delta u_1^{j-1}(a)] \\
 G_{III} &= \frac{1}{2\Delta a} [(F_3^{j-1}(a) - F_3^{*j-1}(a))\Delta u_3^{j-1}(a)]
 \end{aligned} \tag{6.18}$$

Die Vorgehensweise lässt sich auf den 3D-Fall übertragen. Die Risserweiterung erfolgt über die Rissoberfläche ($\Delta A = \Delta a * t_E$). Diese wird wie im 2D-Fall über die benachbarten Netzknoten gekennzeichnet [12].

$$\begin{aligned}
 G_I &= \frac{1}{2t_E\Delta a} [F_2^{j-1}(a)\Delta u_2^{j-1}(a)] \\
 G_{II} &= \frac{1}{2t_E\Delta a} [F_1^{j-1}(a)\Delta u_1^{j-1}(a)] \\
 G_{III} &= \frac{1}{2t_E\Delta a} [F_3^{j-1}(a)\Delta u_3^{j-1}(a)]
 \end{aligned} \tag{6.19}$$

Wenn der Riss unter einer kombinierten Belastung steht, können die Energiefreisetzungsraten der drei Modi miteinander addiert werden [12].

$$G_{gesamt} = G_I + G_{II} + G_{III} = \frac{1}{2t_E\Delta a} \sum_{i=1}^3 [F_i^{j-1}(a) \Delta u_i^{j-1}(a)] \tag{6.20}$$

6.5 Reißenergie nach Thomas und Rivlin

Durch die Übertragung der energetischen Betrachtung nach Griffith aus der linearen Bruchmechanik auf elastomere Materialien entwickelt sich das sogenannte Reißenergie-Kriterium (T). Es wird erstmalig von Thomas und Rivlin vorgeschlagen. Die Reißenergie ist heute das am meisten genutzte Kriterium im Bereich der Elastomere. Dieses Kriterium setzt bestimmte Randbedingungen voraus. Es wird angenommen, dass das Risswachstum geradlinig und infinitesimal ist. Außerdem kann das Kriterium nur auf bestimmte

Belastungszustände angewendet werden. Die allgemeine Definition der Reißenergie ist wie folgt angegeben [14, 16, 17]:

$$T = -\frac{d\Pi}{dA} = -\frac{1}{t} \frac{d\Pi}{da} \quad (6.21)$$

Die Reißenergie wurde für eine bestimmte Geometrie und homogene Belastungszustände analytisch hergeleitet. Die Abbildung 6.9 zeigt die drei untersuchten Proben.

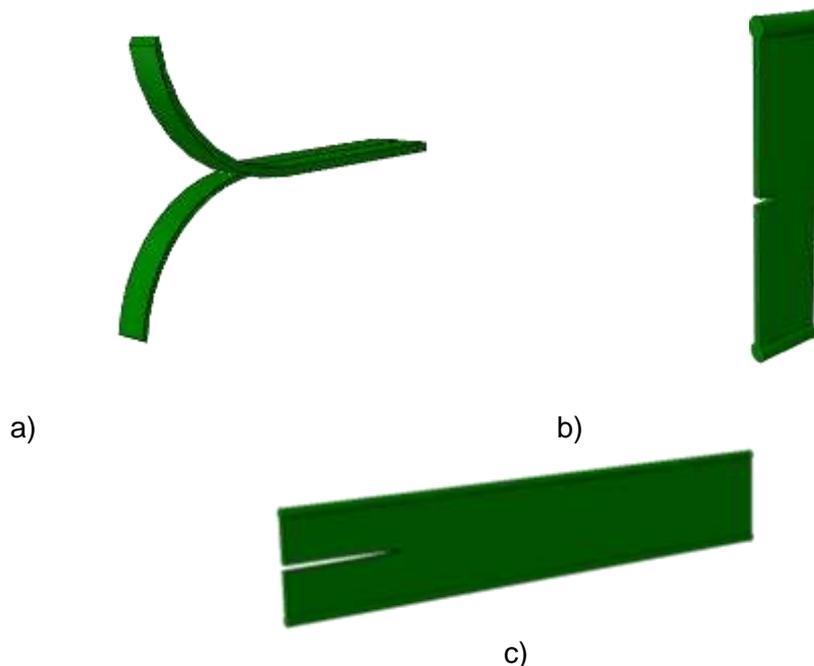


Abbildung 6.9: Verwendeten Prüfkörper bei der Ermittlung der Reißenergie: a) Schenkelprobe, b) Zugstreifenprobe und c) reine Scherprobe

Die Schenkelprobe (trouser-sample) besteht aus zwei Beinen, die in die Halterungen der Maschine eingespannt werden. Die Probe hat einen mittigen Riss, der standardmäßig 35 bis 45 mm lang ist (Abbildung 6.9.a). Der Reißenergieausdruck für diese Geometrie ist wie folgt gegeben [17]:

$$T_{TS} = \frac{2\lambda F}{t} - 2W_{el}b \quad (6.22)$$

λ ist die Streckung im Bein, F ist die gemessene Kraft an den Beinen, t ist die Probendicke, W_{el} ist die gespeicherte elastische Energiedichte im Bein und b ist die Breite des Beines. Die Energiedichte lässt sich aus Division des mechanischen Potentials durch das Volumen berechnen, wobei das Potential aus der Kraft-Weg-Kurve ermittelt wird. Die Zugstreifenprobe (Single-edge-notched-tension, SENT) ist an einer Seite gekerbt. Die Belastungsrichtung ist orthogonal zu den Rissflanken (Abbildung 6.9.b). Der Reißenergieausdruck für diese Geometrie ist wie folgt gegeben [17]:

$$T_{SENT} = \frac{2\pi}{\sqrt{\lambda}} W_{el}a \quad (6.23)$$

λ ist die Streckung der Probe in Belastungsrichtung, W_{el} ist die gespeicherte elastische Energiedichte in der gesamten Probe und a ist die aktuelle Risslänge. Die reine Scherprobe

(pure shear) ist an einer Seite gekerbt. Die Belastungsrichtung ist orthogonal zu den Rissflanken (Abbildung 6.9.c). Die Breite bei diesem Deformationszustand ist vielfach größer als die Höhe der Probe. Der Reißenergieausdruck für diese Geometrie ist wie folgt gegeben [17]:

$$T_{PS} = h W_{el} \quad (6.24)$$

h ist die Höhe der Probe im undeforzierten Zustand. Der Vorteil dieser Gleichung ist, dass die Risslänge oder Rissgeometrie keinen Einfluss auf die Reißenergie hat. Diese Annahme ist nur bei homogenen nichtdissipativen Materialien und bei sehr kleinen Risslängen sinnvoll.

6.6 Bestimmung des kritischen Energieflusses der gefüllten Elastomere

Die Bestimmung der kritischen Energieflusswerte während der Rissausbreitung ist von großer Bedeutung. Diese kritischen Werte können durch experimentelle bruchmechanische Untersuchungen mithilfe bestimmter Geometrien bestimmt werden. Diese wichtige Information kann auf Bauteile übertragen werden, die unter zyklischer Last stehen. Ein anfänglicher Riss kann sich nur weiter ausbreiten, wenn der kritische Energiefluss an der Rissspitze die spezifische Oberflächenenergie übersteigt. Während der Messungen wird das Risswachstum mit einer Hochgeschwindigkeitskamera aufgenommen. In diesem Kapitel werden drei verschiedene Bruchkriterien verwendet: J-Integral, Energiefreisetzungsrate und Reißenergie. Mit experimentellen Untersuchungen werden die Reißenergie und die Rissausbreitungslänge bestimmt und durch numerische Simulation werden das J-Integral und die Energiefreisetzungsrate ausgewertet. Die Simulationsergebnisse basieren auf dem MORPH-Modell und einem einfachen hyperelastischen Materialmodell, dem Ogden-Modell zweiter Ordnung.

6.6.1 Experimentelle Untersuchungen des Risswachstums

Für die Untersuchungen wurde die gefüllte EPDM-Mischung (Kapitel 3.1.1) verwendet. Um das Risswachstum entsprechend zu simulieren, müssen die gemessenen Spannungs-Dehnungs-Kurven aus den homogenen Experimenten (Abbildung 4.5) charakterisiert werden. Die Fitparameter der stabilen Zyklen mittels des Ogden- und MORPH-Modells sind in den Tabellen 5.2 (1. Amplitude) und 5.7 gelistet.

Die bruchmechanischen Messungen wurden anhand SENT-Proben und PS-Proben durchgeführt (siehe Abbildung 6.9.b und 6.9.c). Das Messsystem besteht aus der Zwick-Roell Werkstoffprüfmaschine Typ 1445 und einer Motion Pro Y4 Hochgeschwindigkeitskamera. Die Messungen wurden bei Raumtemperaturbedingungen (23 °C) durchgeführt. Die Rissausbreitungslängen wurden mit der Hochgeschwindigkeitskamera mit einer Frequenz von 30 Bildern pro Sekunde erfasst. Vor der Prüfung wurde ein gleichmäßiges quadratisches Muster auf die Oberfläche der Proben aufgebracht. Dieses Verfahren vereinfacht die Erfassung der Länge der Rissausbreitung und des Knickwinkels, wenn sich während des Tests ein Rissknick bildet. Eine Rasierklinge wurde verwendet, um einen anfänglichen Riss in den Proben zu erzeugen. Die Experimente wurden mit einer Geschwindigkeit von 2 mm/min für die PS-Proben und 15 mm/min für die SENT-Proben durchgeführt. Abbildung 6.10 zeigt die auf SENT- und PS-Proben gezeichneten Muster und den entstandenen Rissknick in der SENT-Probe.

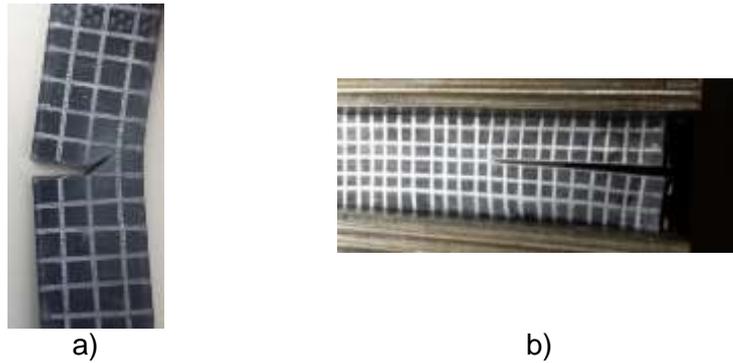


Abbildung 6.10: Risswachstumsrichtungen bei zwei exemplarischen Proben: a) SENT, b) PS

Die Messungen werden mit zwei PS- und zwei SENT-Proben durchgeführt. Geometrische Details und anfängliche Risslängen der vier getesteten Proben sind in Tabelle 6.1 aufgelistet. Die Enden der SENT-Proben wurden an die Halterungen geklemmt, sodass nur eine effektive Länge von 50 mm belastet wurde.

Im Test zeigen die PS-Proben geradliniges Risswachstum, während die SENT-Probe (SENT-1) anfänglich eine gerade Rissausbreitung und dann eine Knickbildung mit einem Winkel von etwa 45° aufweist (Abbildung 6.10.a). Die andere SENT-Probe (SENT-2) hat nur eine geradlinige Rissausbreitung. Eine mögliche Ursache für den Rissknick kann durch die Annahme von Ansammlungen von Agglomeraten nahe der Risspitze erklärt werden, die die Geradlinigkeit des Risswachstums behindern. Der Riss versucht durch die günstigere energetische Lage zu wachsen, dass geschieht nur um die harten Agglomerate herum. Da diese Agglomerate steifer als das Polymer sind, breitet sich der Riss um diese Barriere herum aus und nimmt den energetisch minimierten Weg ein.

Tabelle 6.1: Geometrische Angaben der getesteten Proben

	Höhe [mm]	Breite [mm]	Dicke [mm]	Anfangsrisslänge [mm]
PS-1	28	196	1,85	41
PS-2	28	196	1,85	50
SENT-1	80	20	2,57	8
SENT-2	80	20	2,55	8

Die SENT-1 und PS-1 Proben werden zyklisch mit nur einer konstanten Amplitude gestreckt. Bei SENT-2 und den PS-2 Proben wird die Amplitude allmählich erhöht, wobei bei SENT-2 jede Amplitude einmal und bei PS-2 jede Amplitude 3-mal wiederholt wird. Abbildung 6.11 zeigt die Kraft-Weg-Kurven der vier getesteten Proben.

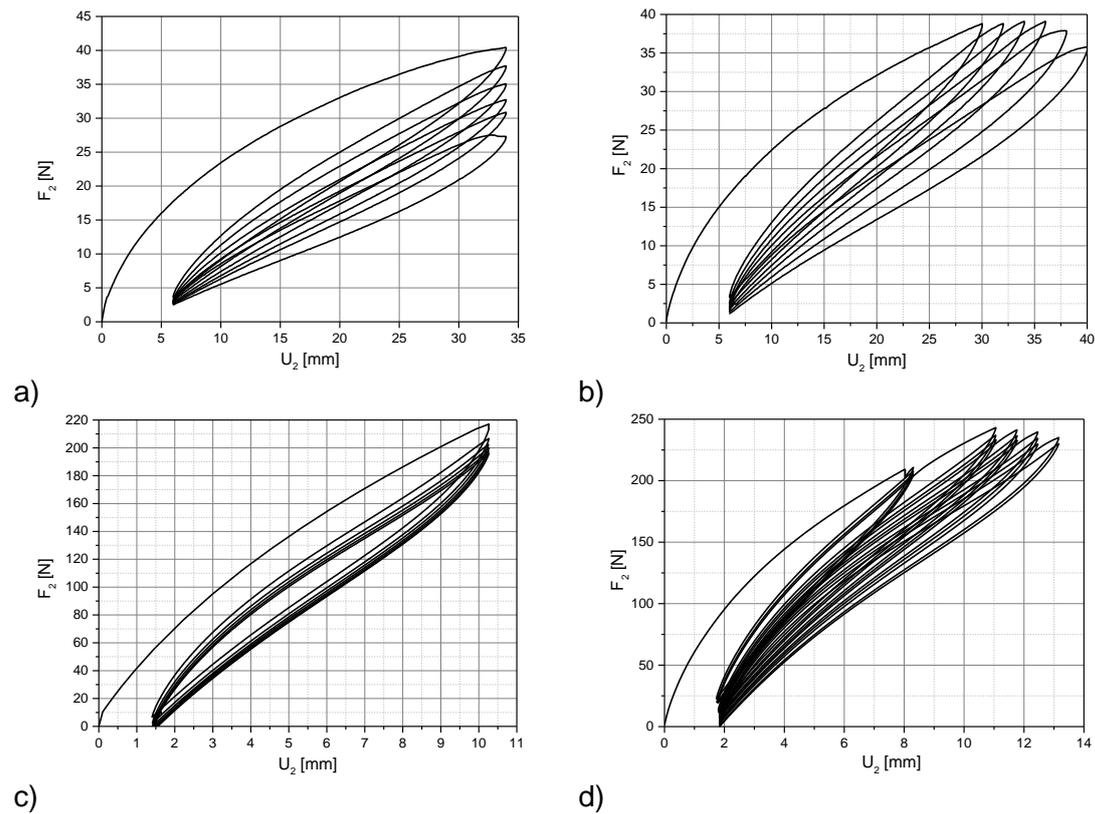


Abbildung 6.11: Kraft-Weg-Kurven der gemessenen Proben: a) SENT-1, b) SENT-2, c) PS-1, d) PS-2

Aus der Abbildung 6.11.a wird deutlich, dass bei einer zyklischen verschiebungsgesteuerten Last die Reaktionskraft mit zunehmender Zykluszahl abnimmt. Diese Abnahme beruht auf der Erweichung des Materials, bekannt als Mullins-Effekt und auf der Verringerung des Querschnitts der gesamten Probe aufgrund der Rissausbreitung. In der Abbildung 6.11.b ist die Kraft-Weg-Kurve der SENT-2 mit zunehmender Amplitude dargestellt. Obwohl die Probe bei der zweiten Amplitude stärker gedehnt wird, bleiben die Reaktionskräfte in den nachfolgenden Amplituden nahezu konstant. Die Reaktionskräfte nehmen erst nach dem vierten Zyklus ab. Die gleichen Beobachtungen können in reinen Scherproben ab der zweiten Amplitude gemacht werden (Abbildung 6.11.d). Bei beiden SENT-2 und PS-2-Messungen mit zunehmender Amplitude nehmen die Reaktionskräfte am unteren Wendepunkt mit zunehmender Amplitude ab. Aber dieses Phänomen ist bei SENT-1 und PS-1 Experimenten weniger ausgeprägt. Die Rissverlängerungen werden nach jedem Risswachstum am unbelasteten Wendepunkt ausgewertet und die gemessenen Rissausbreitungslängen sind in den Tabellen 6.2 und 6.3 angegeben. Die Risserweiterungen der SENT-2-Probe wurden in der schrägen Lage ermittelt.

Tabelle 6.2: Rissausbreitungslängen in SENT-1, SENT-2 und PS-1

	SENT-1		SENT-2		PS-1	
	U_2 [mm]	Δa [mm]	U_2 [mm]	Δa [mm]	U_2 [mm]	Δa [mm]
1. Amplitude	33,97	1,97	30,03	0,95	10,27	0,74
2. Amplitude		1,02	32,03	0,74		0,76
3. Amplitude		0,98	34,04	0,75		0,75
4. Amplitude		0,98	36,04	0,73		0,74
5. Amplitude		1,01	38,04	0,74		0,74
6. Amplitude		1,03	40,03	0,75		0,76

Tabelle 6.3: Rissausbreitungslängen in PS-2

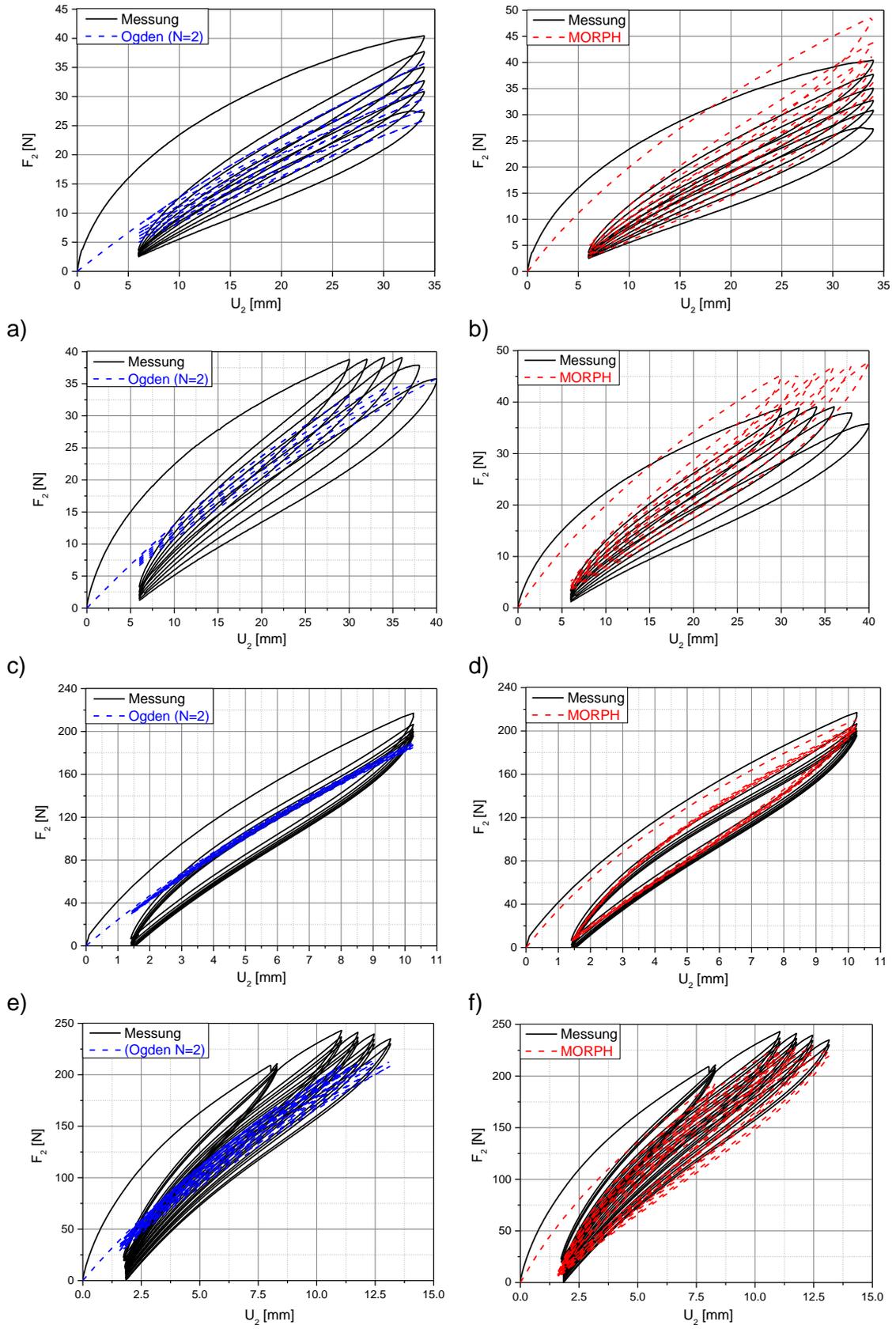
		PS-2	
		U_2 [mm]	Δa [mm]
1. Amplitude	1. Wiederholung	8,31	0,23
	2. Wiederholung		0,52
	3. Wiederholung		0,74
2. Amplitude	1. Wiederholung	11,06	1,95
	2. Wiederholung		0,90
	3. Wiederholung		0,93
3. Amplitude	1. Wiederholung	11,76	2,01
	2. Wiederholung		0,98
	3. Wiederholung		1,05
4. Amplitude	1. Wiederholung	12,46	2,97
	2. Wiederholung		2,05
	3. Wiederholung		2,10
5. Amplitude	1. Wiederholung	13,15	2,95
	2. Wiederholung		3,02

6.6.2 Ergebnisse und Diskussion

6.6.2.1 Simulation des Risswachstums

Numerische Simulationen aller getesteten Proben wurden mittels der FEM-Software Abaqus [5] durchgeführt, wobei die Randbedingungen mit denen der Experimente übereinstimmen. Für die Simulationen des geraden Risswachstums in der Probe wird nur ein symmetrisches Viertelmodell simuliert, um den Rechenaufwand zu minimieren. Stattdessen wird bei den Simulationen, die einen Rissknick haben ein symmetrisches Halbmodell benötigt. Alle Simulationen wurden quasi-statisch durchgeführt. In den FE-Modellen für die SENT-Probe und für die PS-Probe wurden Elementen mit einer linearen und hybriden Formulierung benutzt. Die Vernetzung nahe der Rissspitze ist sehr fein ausgewählt. Bei den numerischen Berechnungen der geradlinigen Risserweiterungen wurde das Risswachstum durch sukzessives Auflösen der Randbedingungen an der Symmetrieachse realisiert. Bei dem schrägen Risswachstum musste pro Risslänge eine Simulation durchgeführt werden, da die Einstellung der Risslänge bei zyklischer Belastung nicht möglich ist. Die Abbildung 6.12 zeigt die Kraft-Weg-Kurven der gemessenen und die numerisch ausgewerteten Simulationen des MORPH- und Ogden-Modells.

Die Fähigkeit des hyperelastischen Ogden-Materialmodells zur Beschreibung des Materialverhaltens ist sehr begrenzt. Im Gegensatz dazu zeigt das MORPH-Modell sehr gute Simulationsergebnisse zur genauen Wiedergabe des Hysteresebereichs sowie der Reaktionskräfte am unteren Wendepunkt der Messung.



g) h)
 Abbildung 6.12: Vergleich der gemessenen Kraft-Weg-Kurven mit den erzielten Kraft-Weg-Kurven aus den Simulationen für beide Materialmodelle: a) SENT-1 (Ogden), b) SENT-1 (MORPH), c) SENT-2 (Ogden), d) SENT-2 (MORPH), e) PS-1 (Ogden), f) PS-1 (MORPH), g) PS-2 (Ogden), h) PS-2 (MORPH)

6.6.2.2 Auswertung der Reißenergie

Die SENT-2-Probe zeigt einen Rissknick (Abbildung 6.10.a). Für diesen Fall kann die Reißenergie und die Energiefreisetzungsrates nicht ermittelt werden. Dies liegt daran, dass die beiden Bruchmechanik-Kriterien auf eine infinitesimale und geradlinige Rissausbildung beschränkt sind. Für die SENT-2-Probe kann also nur das J-Integral ausgewertet werden. Für die anderen Proben wird die Reißenergie nach den Gleichungen (6.23) und (6.24) ausgewertet. Die erforderlichen Variablen in den Gleichungen werden aus den Kraft-Weg-Kurven bei der Rissausbildung abgeleitet. Die Abbildung 6.13 zeigt die ausgewertete Reißenergie mit den beiden Modellen (MORPH und Ogden) im Vergleich zur gemessenen Reißenergie.

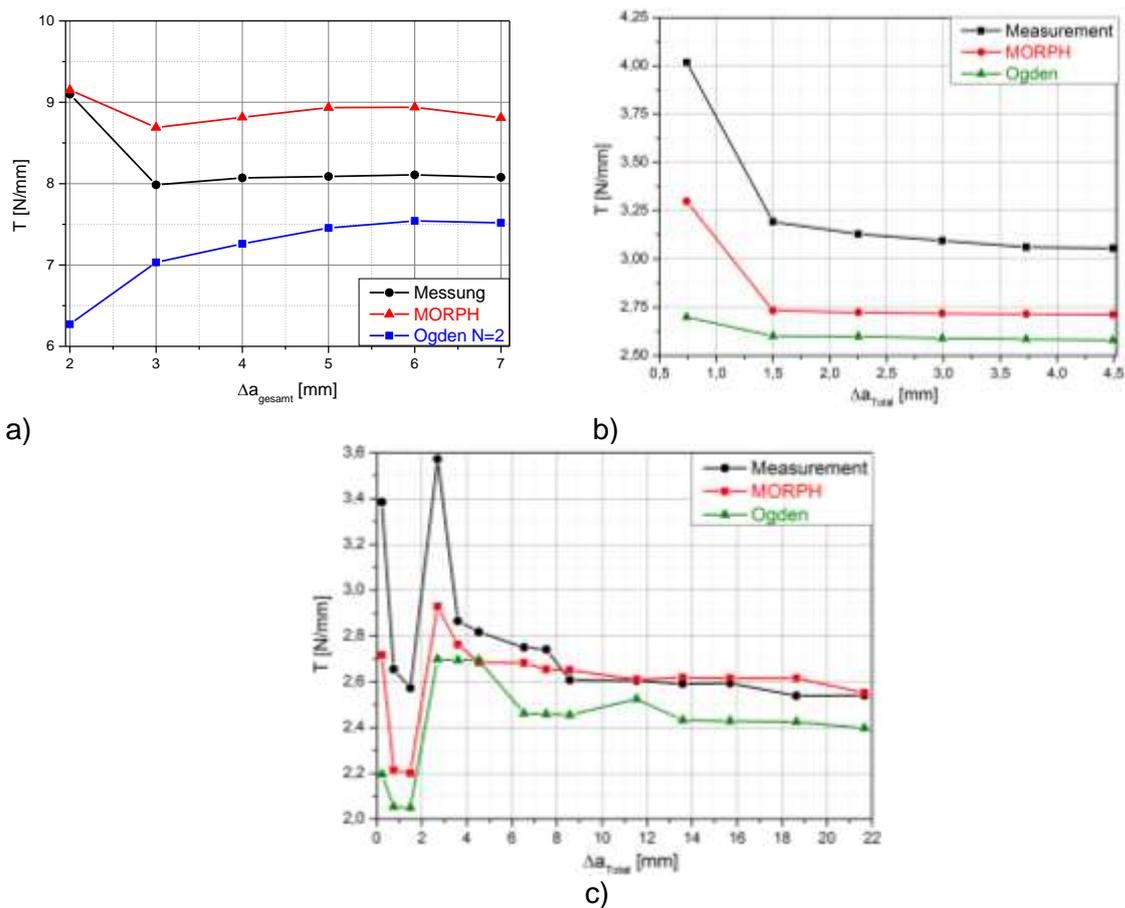


Abbildung 6.13: Auswertung der Reißenergie aus den Messergebnissen und aus Simulationen des MORPH- und Ogden-Modells: a) SENT-1, b) PS-1, c) PS-2

Für die Messungen mit nur einer konstanten Amplitude (SENT-1 und PS-1) konvergiert die Reißenergie aus dem zweiten Zyklus zu einem stabilen Wert. Der gemessene Reißenergiewert bei dem ersten Zyklus ist höher als in den anderen Zyklen, da der erste Zyklus einen höheren energetischen Zustand aufweist als die anderen Zyklen (siehe Abbildung 6.11). Die Reißenergie des ersten Zyklus kann nur mit MORPH approximiert werden (siehe Abbildung 6.12), da das Ogden-Modell die jungfräuliche Kurve nicht reproduzieren kann (siehe Abbildung 6.12). Für den zweiten Zyklus liegt die relative Abweichung der berechneten Reißenergie mittels des MORPH- und Ogden-Modells unter 10% zu der gemessenen Reißenergie. Aus der Messung mit abnehmender Amplitude (PS-2) wird eine Konvergenz der Reißenergie ausgehend von der zweiten Amplitude beobachtet. Die gemessenen Reißenergiewerte für die erste Amplitude zeigen eine ausgeprägte

abnehmende Tendenz zwischen dem ersten und dem dritten Zyklus mit einer Konvergenz auf einen Wert von etwa 2,6 N/mm. Mit MORPH wird dieses Verhalten sehr gut approximiert.

6.6.2.3 Auswertung des J-Integrals

Das J-Integral wird lokal um den Riss ausgewertet. Die Abbildung 6.14 zeigt die Auswertung des J-Integrals mit den zwei Materialmodellen.

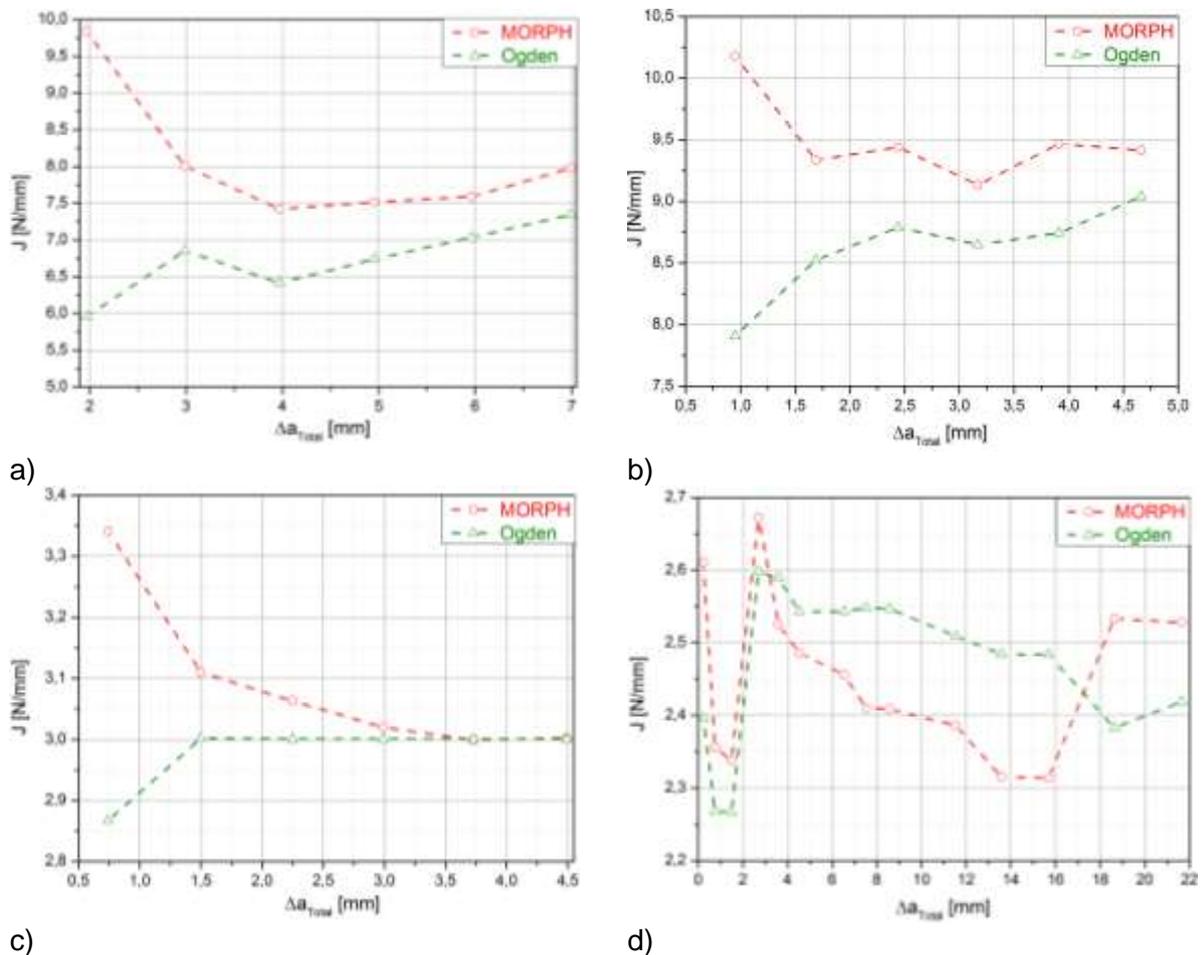
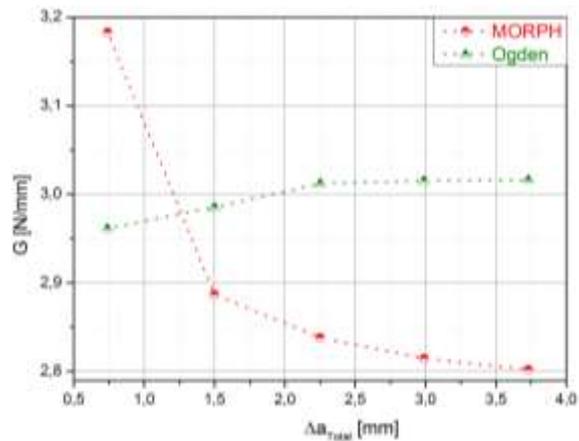
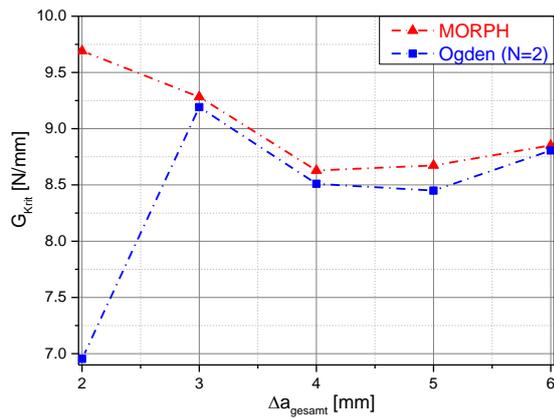


Abbildung 6.14: J-Integralauswertung mittels MORPH- und Ogden-Modell: a) SENT-1, b) SENT-2, c) PS-1, d) PS-2

Für die Proben SENT-1, SENT-2 und PS-1 wird mit zunehmender Risslänge ein abnehmender J-Integralwert festgestellt und nach einigen Zyklen kann eine Konvergenzneigung beobachtet werden. Das J-Integral für die PS-2 Probe zeigt keine deutliche Tendenz, das J-Integral variiert um den Wert 2,4 N/mm für das Ogden- und MORPH-Modell.

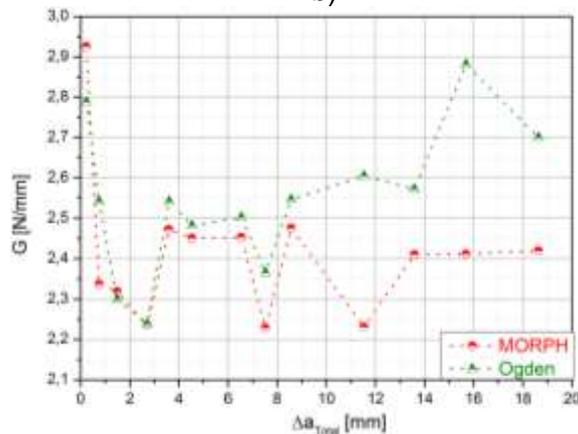
6.6.2.4 Auswertung der Energiefreisetzungsrate

Die Energiefreisetzungsrate wird mittels der VCCT-Methode gemäß Gleichung (6.17) berechnet. Die Abbildung 6.15 zeigt die Energiefreisetzungsrate, die numerisch mit beiden Materialmodellen Ogden und MORPH ausgewertet wird.



a)

b)



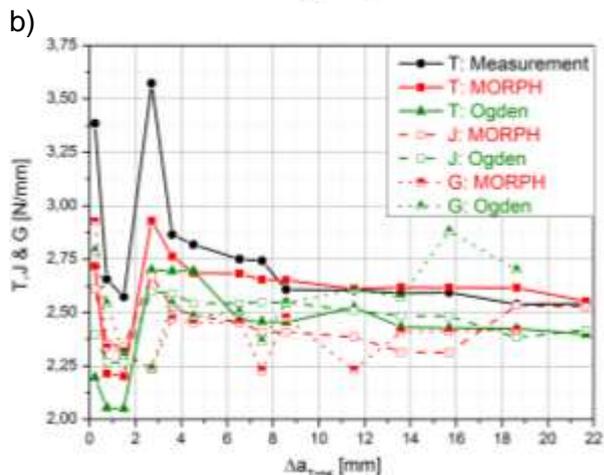
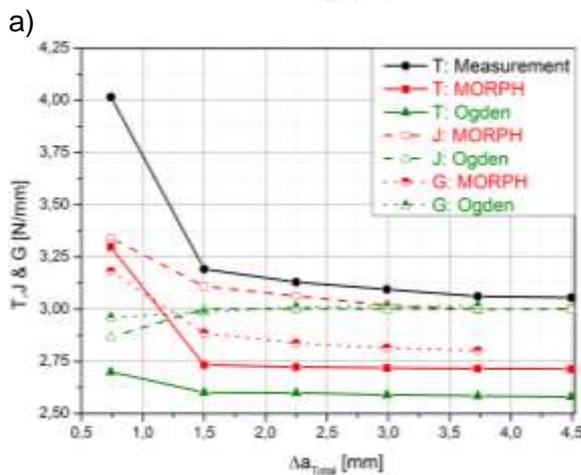
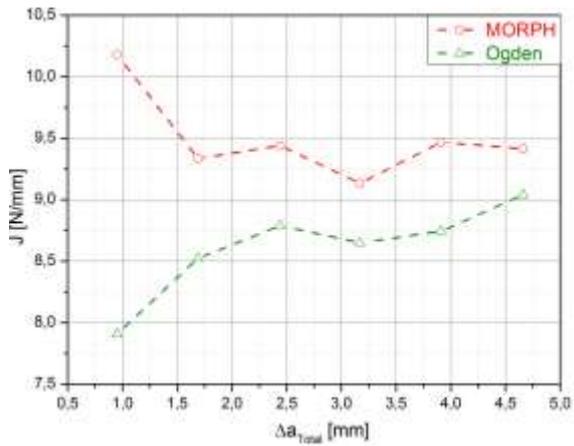
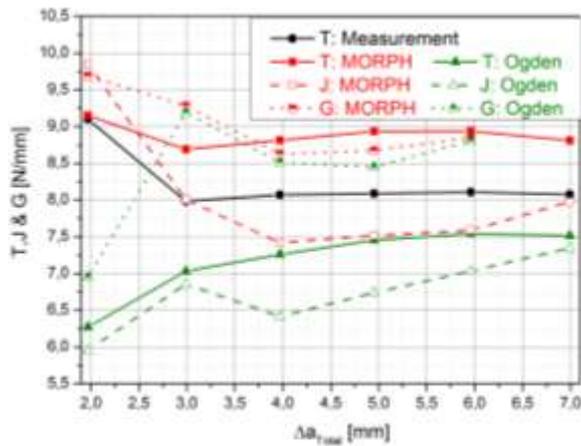
c)

Abbildung 6.15: Die Energiefreisetzungsrates der verwendeten Proben mittels des Ogden- und MORPH-Modells: a) SENT-1, b) PS-1, c) PS-2

Aus der Auswertung der Energiefreisetzungsrates für die SENT-1 und PS-1 Proben ergibt sich eine abfallende Tendenz für das MORPH-Modell. Für die PS-2 Probe variieren die ausgewerteten Energiefreisetzungsrateswerte mit MORPH um den Wert von 2,4 N/mm. Im Gegensatz zum MORPH-Modell steigt mit dem Ogden-Modell die Energiefreisetzungsrates ab einer gesamten Rissenerweiterung von 8 mm an. Die ausgeprägte Abnahme der Energiefreisetzungsrates wird auf die starke Spannungserweichung des inelastischen Materialmodells MORPH zurückgeführt.

6.6.2.5 Vergleich der Bruchmechanik-Kriterien

Wie bereits erwähnt wurde, basieren die Konzepte der Energiefreisetzungsrates und der Reißenergie auf der Annahme einer geraden und infinitesimalen Rissausbreitung und von daher ist nur das J-Integral bei der SENT-2 Probe (Rissknick) auswertbar. Abbildung 6.16 zeigt den Vergleich der ausgewerteten Reißenergie, des J-Integrals und der Energiefreisetzungsrates der verwendeten Proben.



a) b) c) d)
Abbildung 6.16: Vergleich der Reißenergie, des J-Integrals und der Energiefreisetzungsrates:
a) SENT-1, b) SENT-2, c) PS-1, d) PS-2

Die ausgewerteten Ergebnisse der Reißenergie, des J-Integrals und der Energiefreisetzungsrates mit dem MORPH- und Ogden-Modell approximieren sehr gut mit den experimentell ausgewerteten Ergebnissen der Reißenergie. Die relative Abweichung von numerisch ausgewerteten Kriterien und die experimentell ermittelte Reißenergie im Konvergenzbereich beträgt weniger als 10%. Aus der Messung ergibt sich eine Abnahme der Reißenergie mit zunehmender Risslänge und lässt sich durch den Spannungserweichungseffekt der Elastomere erklären. In numerischen Berechnungen wird dieses Verhalten nur vom MORPH-Modell reproduziert, während das Ogden-Modell nicht in der Lage ist, erhöhte Werte der Reißenergie während des ersten Zyklus wiederzugeben.

6.7 Einfluss der Spannungserweichung auf die Reißenergie und das J-Integral

Bei Simulationen mit homogenem Material gibt das J-Integral als Auswertung des Eshelby-Spannungstensors entlang eines Pfad-Integrals um den Riss keine Abhängigkeit vom gewählten Integrationspfad. Im Gegensatz dazu zeigen dissipative Materialien eine starke Pfadabhängigkeit des J-Integrals. In der Nähe der Risspitze hängt der J-Integralwert stark vom gewählten Weg um die Risspitze ab. Dieses Phänomen tritt aufgrund der Intensität der inelastischen Effekte in der Nähe der Risspitze auf.

Für die zyklisch verschiebungsgesteuerte Belastung zeigen die Elastomere ein typisches Spannungserweichungsverhalten, d.h. die Kraft-Weg-Kurve jedes Zyklus ist niedriger als der vorhergehende Zyklus und höher als der folgende Zyklus. Dies geschieht aufgrund der

kontinuierlichen Schädigung, wobei die Bindung zwischen Polymerketten und den Füllstoffpartikeln teilweise beschädigt wird. Bei äußeren Amplituden ist der Spannungserweichungseffekt nur in der Nähe der Risspitze signifikant, da die Hysterese dort im Vergleich zum Rest der Probe groß ist. Die Auswertung des J-Integrals und der Reißenergie für eine SENT-Probe unter zyklischer verschiebungsgesteuerter Belastung zeigt deutlich, dass der resultierende Energiefluss an der Risspitze von der jungfräulichen Kurve bis zur letzten Wiederholung abnimmt.

6.7.1 Die Spannungserweichung und der Verfestigungsparameter nach HRR

Die Eigenschaften der Elastomere können nur eingeschränkt mit einfachen hyperelastischen Modellen reproduziert werden. Daher muss ein fortgeschrittenes inelastisches Materialmodell wie das MORPH-Modell verwendet werden. Dieses Materialmodell gibt einen Überblick über die inelastischen Effekte in der Nähe der Risspitze und die starke Bedeutung der Spannungserweichung durch die Auswertung der Bruchmechanik-Kriterien. Die Auswertung des J-Integrals als Bruchkriterium durch eine zyklische Belastung zeigt die Intensität des Energieflusses an der Risspitze, die mit zunehmenden Wiederholungen abnimmt. Für die Visualisierung der Spannungserweichung für eine gekerbte Probe wurde ein Python-Skript in Abaqus implementiert. Dieses Skript erzeugt eine neue Felddausgabe, die durch Subtrahieren der Cauchy-Stress-Tensoren von zwei aufeinanderfolgenden Zyklen an jedem Integrationspunkt der Finite-Elemente-Vernetzung berechnet wird.

$$\sigma^{stress\ softening} = \sigma_{cycle(i)} - \sigma_{cycle(i+1)} \quad (6.25)$$

Aus dem berechneten Spannungserweichungstensor wird der maximale Haupteigenwert als Schädigungsmaß betrachtet. Aus der Spannungserweichung kann die Intensität der Dissipation oder des inelastischen Verhaltens deutlich gezeigt werden. Für den globalen Ansatz wird die Reißenergie als Bruchkriterium verwendet. Die Auswertung der Reißenergie erfolgt auf der Grundlage der Reaktion der gesamten Zugstreifenprobe. Aus diesem Kriterium wird auch eine abnehmende Tendenz der kritischen Reißenergiewerte erwartet.

Während der Messung wurde die Belastung unterhalb des kritischen Energieflusswertes angesetzt, so dass der Riss nicht weiter wachsen kann. Auf diese Weise kann die Spannungserweichung und das J-Integral in der Nähe der Risspitze vernünftig analysiert werden. Andernfalls, wenn sich der Riss weiter ausbreitet, wird sich das Verformungsfeld ändern und führt somit zu einer Einbeziehung anderer unbekannter Effekte, die in dieser Arbeit nicht berücksichtigt werden.

Für das nichtlineare Materialverhalten existiert keine vernünftige Beschreibung des Verformungsfeldes nahe der Risspitze. Daher kann ein Potenzgesetz von Ramberg-Osgood aus der elastisch plastischen Verformungstheorie als eine gute Annäherung für die Elastomere betrachtet werden. Dieses Gesetz zeigt eine Beziehung zwischen Spannung und Dehnung des nichtlinearen Verhaltens durch ein Potenzgesetz [12]:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha^* \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{n^*} \quad (6.26)$$

wobei α^* ein Materialparameter, n^* der sogenannte Verfestigungsparameter, σ_0 die Fließspannung und ε_0 die entsprechende Dehnung von σ_0 ist. Für das linear elastische Verhalten nimmt n^* den Wert eins an und konvergiert für ideal plastisches Verhalten gegen unendlich. Durch die Verwendung dieses Gesetzes in der plastischen Verformungstheorie

wird das Verformungsfeld von Hutchinson, Rice und Rosengreen abgeleitet. In der Literatur ist es als HRR-Feld bekannt. Für die Bestimmung der asymptotischen Lösung des HRR-Deformationsfeldes wird angenommen, dass die nicht lineare Verformung nahe der Rissspitze viel größer ist als die lineare Verformung. Die Singularität der Dehnung durch HRR ist wie folgt definiert [51, 52 und 53]:

$$\varepsilon_{ij} \sim r^{-\frac{n^*}{n^*+1}} \quad \Rightarrow \quad \log \varepsilon_{ij} \sim -\frac{n^*}{n^*+1} \log r \quad (6.27)$$

r ist die radiale Koordinate. Zur Bestimmung des Parameters n^* wird die Dehnung entlang eines Pfades von der Rissspitze bis zur gegenüberliegenden Außenkante ausgewertet. Die Abbildung 6.17 veranschaulicht die Spannungs-Dehnungs-Entwicklung des elastisch-plastischen Materialverhaltens mit dem Ramberg-Osgood-Potenzgesetz.

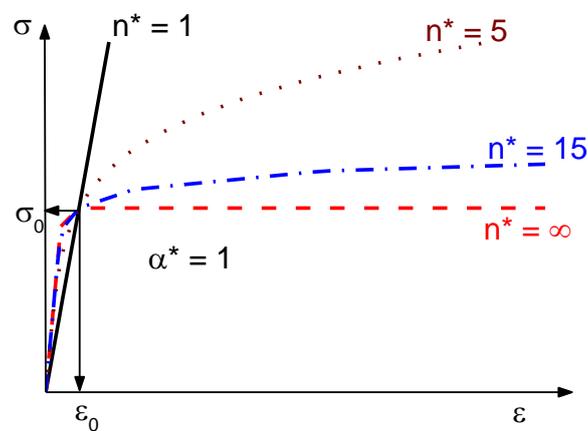


Abbildung 6.17: Veranschaulichung des Ramberg-Osgood-Potenzgesetzes für elastisch-plastisches Materialverhalten

6.7.2 Material und experimentelle Untersuchungen

Die untersuchte Elastomer-Mischung wurde auf Basis des gefüllten EPDMs hergestellt (Kapitel 3.1.1). Die verwendeten Materialparameter des MORPH-Modells stammen aus den erzielten Fitparametern in der Tabelle 5.7. Die Qualität der Fitkurven kann in der Abbildung 5.12 beobachtet werden.

Die bruchmechanischen Untersuchungen werden mit einer SENT-Probe durchgeführt. Die Probe hat eine Dicke von 1,54 mm, eine Breite von 15 mm und eine Höhe von 65 mm, wobei 50 mm von der gesamten Höhe effektiv gedehnt werden. Diese Probe hat eine Anfangsrisslänge von 5 mm und wurde quasistatisch mit einer Traversengeschwindigkeit von 20 mm/min gestreckt. Für die experimentelle Bestimmung der Dehnungswerte nahe der Rissspitze unter Verwendung des optischen Aramis-Systems muss die Probe ein feines unregelmäßiges Sprühmuster aufweisen. Das Aramis-System analysiert und bewertet die aufgenommenen Bilder von einer Hochgeschwindigkeitskamera.

6.7.3 Numerische Simulationen

Für die SENT-Simulation wurde ein dreidimensionales Modell verwendet. Um den Berechnungsaufwand zu reduzieren, wurde ein Viertelmodell mit zwei Symmetrieebenen, die sich auf der Rissebene und senkrecht dazu befinden, entworfen. Die Risslänge betrug 5 mm. Eine Skizze des Modells ist in Abbildung 6.18 dargestellt. Die Probe wurde uniaxial zyklisch

mit einer globalen Dehnung von 12,2% belastet. Die Ebene, die den Riss enthält, ist als symmetrische Ebene definiert. Die Randbedingungen werden bis zur Risspitze angewandt, so dass die Rissflanke frei bleibt (siehe Abbildung 6.18.b). Da wir ein Viertelmodell für die Simulation haben, ist auch die Ebene in der x_3 -Richtung symmetrisch.

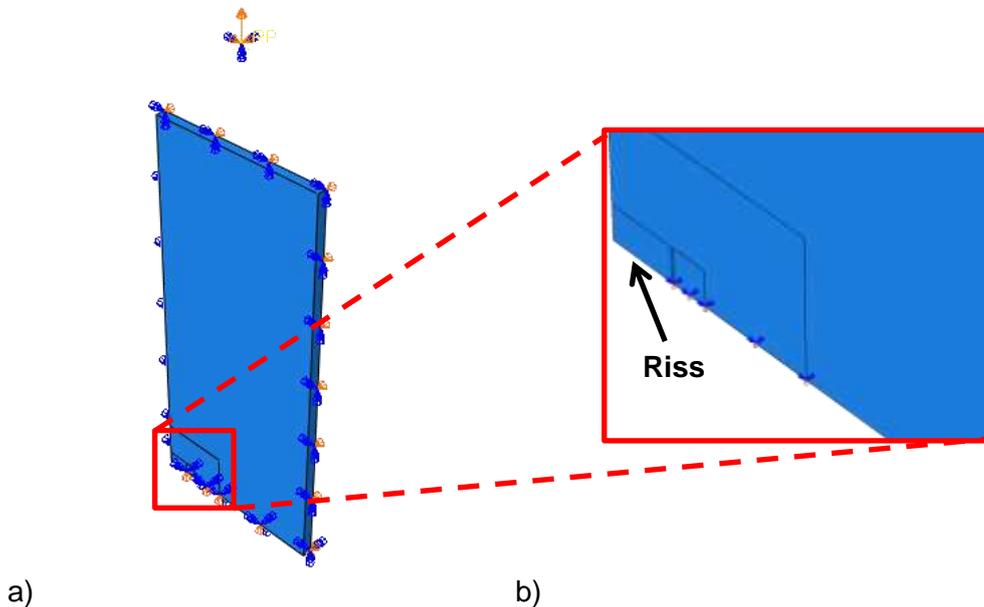


Abbildung 6.18: Randbedingungen: a) Viertel-Modell, b) Detail nahe der Risspitze

Die gesperrten Randbedingungen sind in Abbildung 6.18 mit orangenen und die freien Randbedingungen mit blauen Symbolen gekennzeichnet. Es wurden zwei verschiedene FE-Vernetzungsgrößen verwendet, die auf dem Abstand der Region der Risspitze basieren (siehe Abbildung 6.19). In der Nähe der Risspitzenzone wurden lineare hybridformulierte FE-Elemente mit einer Elementlänge von $20 \mu m$ verwendet.

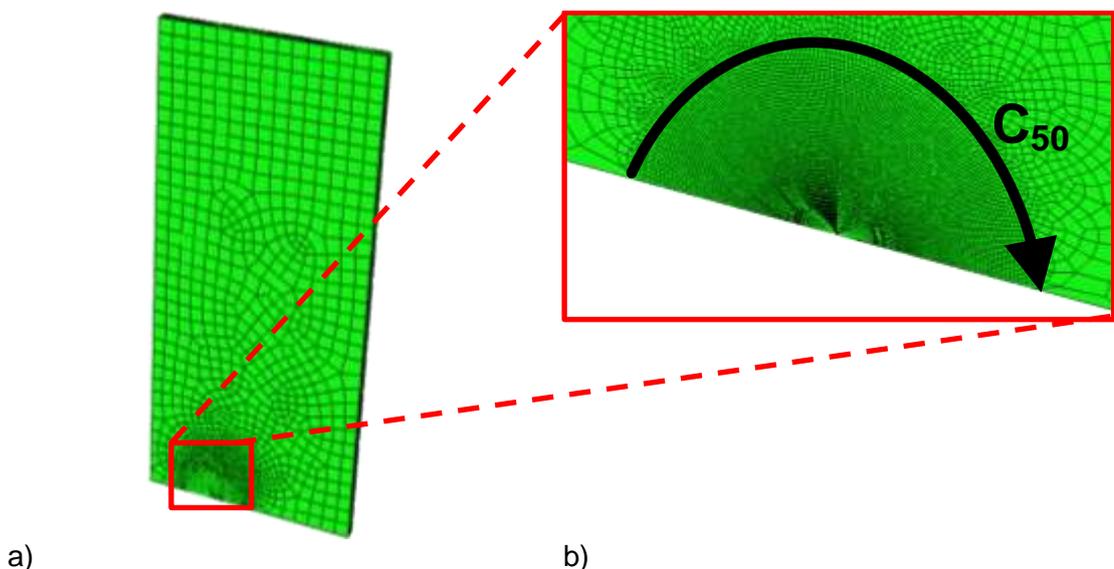


Abbildung 6.19: FE-Vernetzung des Viertel-Modells: a) Gesamt-Modell, b) Großansicht nahe der Risspitze inklusive Kontur 50

Die Auswertung des J-Integrals erfolgte entlang 50 Konturen um die Risspitze. Die FE-Vernetzungsdiskretisierung bildet Kreise um die Risspitze (siehe Abbildung 6.20).

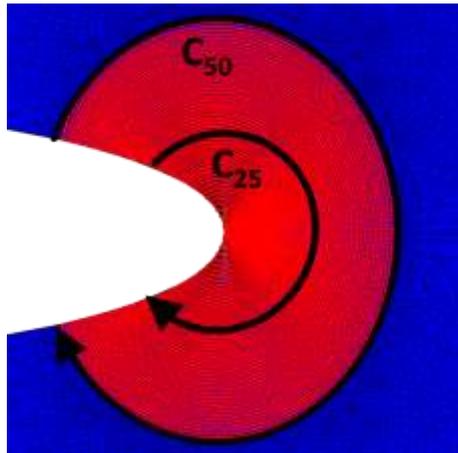


Abbildung 6.20: Positionierung der Konturen um die Risspitze, Beispiel Kontur 25 und Kontur 50

6.7.4 Ergebnisse und Diskussionen

6.7.4.1 Auswertung der Reißenergie

Die Abbildung 6.21 zeigt einen Vergleich zwischen der Reaktion der gekerbten und ungekerbten Probe in der Simulation und der Messung.

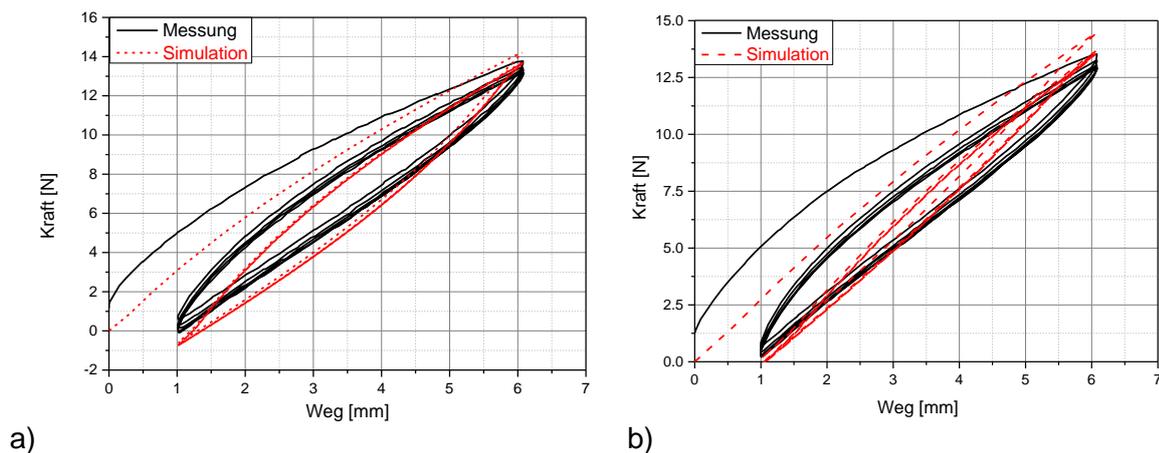


Abbildung 6.21: Vergleich der simulierten und der gemessenen Kraft-Weg-Kurve für : a) gekerbte Probe, b) ungekerbte Probe

Die simulierte Kraft-Weg-Kurve zeigt eine gute Annäherung an die gemessene Kurve. Die Abweichung zwischen den jungfräulichen Kurven ist durch die Vorbelastungsbedingungen erklärbar. Bei der Messung ist es notwendig eine Vorkraft zu geben, so dass die Probe gerade gedehnt wird. Im Gegensatz dazu kann die Simulation ohne Vorkraft durchgeführt werden.

Die Reißenergie für die gekerbte Probe wird nach Gleichung (6.23) ausgewertet. Die erforderlichen Größen in Gleichung (6.23) ergeben sich aus der gemessenen Kraft-Weg-Kurve. Die Streckung der gesamten Probe wird aus dem Traversenweg und der effektiven Klemmlänge der Probe berechnet. Die Gesamtenergiedichte ergibt sich aus dem mechanischen Potential, das sich auf das Volumen der Probe bezieht, wobei das mechanische Potential aus dem Flächenintegral unterhalb der Kraft-Weg-Kurve berechnet

wird. Abbildung 6.22 zeigt die berechnete Reißenergie aus der Simulation und die Messung als Funktion der Zykluszahl.

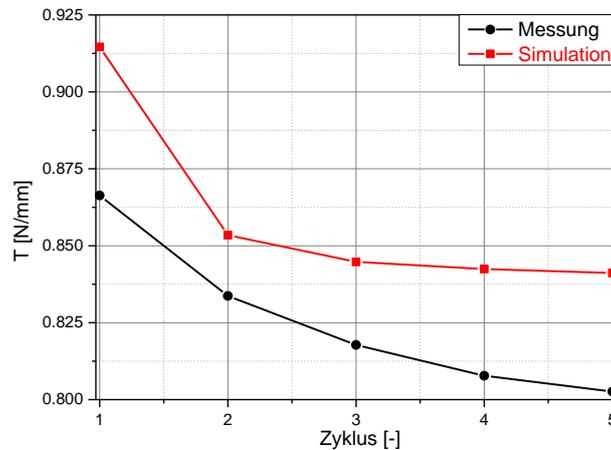


Abbildung 6.22: Auswertung der Reißenergie gemäß der Gleichung (6.23)

Die ersten Zyklen sowohl der Messung als auch der Simulation zeigen die höchsten Reißenergiewerte. Das höchste energetische Niveau wird nur im ersten Zyklus erwartet. Ab den folgenden Zyklen nehmen die beiden Kurven exponentiell ab, wodurch die Veränderung der gemessenen Reißenergie bis zum fünften Zyklus beobachtet werden kann und die Veränderung der simulierten Reißenergie über den dritten Zyklus hinaus geringfügig ist. Das entsteht durch die geringen Veränderungen in der Kraft-Weg-Kurve ab dem dritten Zyklus des MORPH-Modells (siehe Abbildung 6.21.b). Der durchschnittliche relative Fehler zwischen der gemessenen und der simulierten Reißenergie beträgt etwa 4%.

6.7.4.2 Ermittlung der Verfestigungsparameter

Der sogenannte Verfestigungsparameter n^* wurde zunächst in der elastisch-plastischen Bruchmechanik eingeführt. Er liegt zwischen den extremen Fällen des linearen elastischen Verhaltens und dem ideal plastischen Verhalten vor. Dieses Verhalten hat einige Ähnlichkeiten mit dem nichtlinearen Materialverhalten von Elastomeren. Aus diesem Grund wird der Verfestigungsparameter als Erweichungsparameter betrachtet.

Das ARAMIS-System bestimmt den Verformungstensor und damit den Dehnungstensor aus der Relativbewegung der benachbarten Sprühpunkte zueinander (siehe Abbildung 6.23.a). Diese Vorgehensweise hat zwei Einschränkungen: Die erste ist das bekannte Randproblem. In diesem Fall können die Dehnungswerte an den Risskanten oder an der Risspitze nicht gut angenähert werden. Die zweite Einschränkung ist die geringere Auflösung des optischen Systems. Die höchste Auflösungsgrenze beträgt 0,1 mm. Abbildung 6.23 zeigt die verwendete gemusterte Probe und die experimentell und numerisch bestimmte Dehnung in der Belastungsrichtung (ε_{22}) für den ausgewählten Abschnitt.

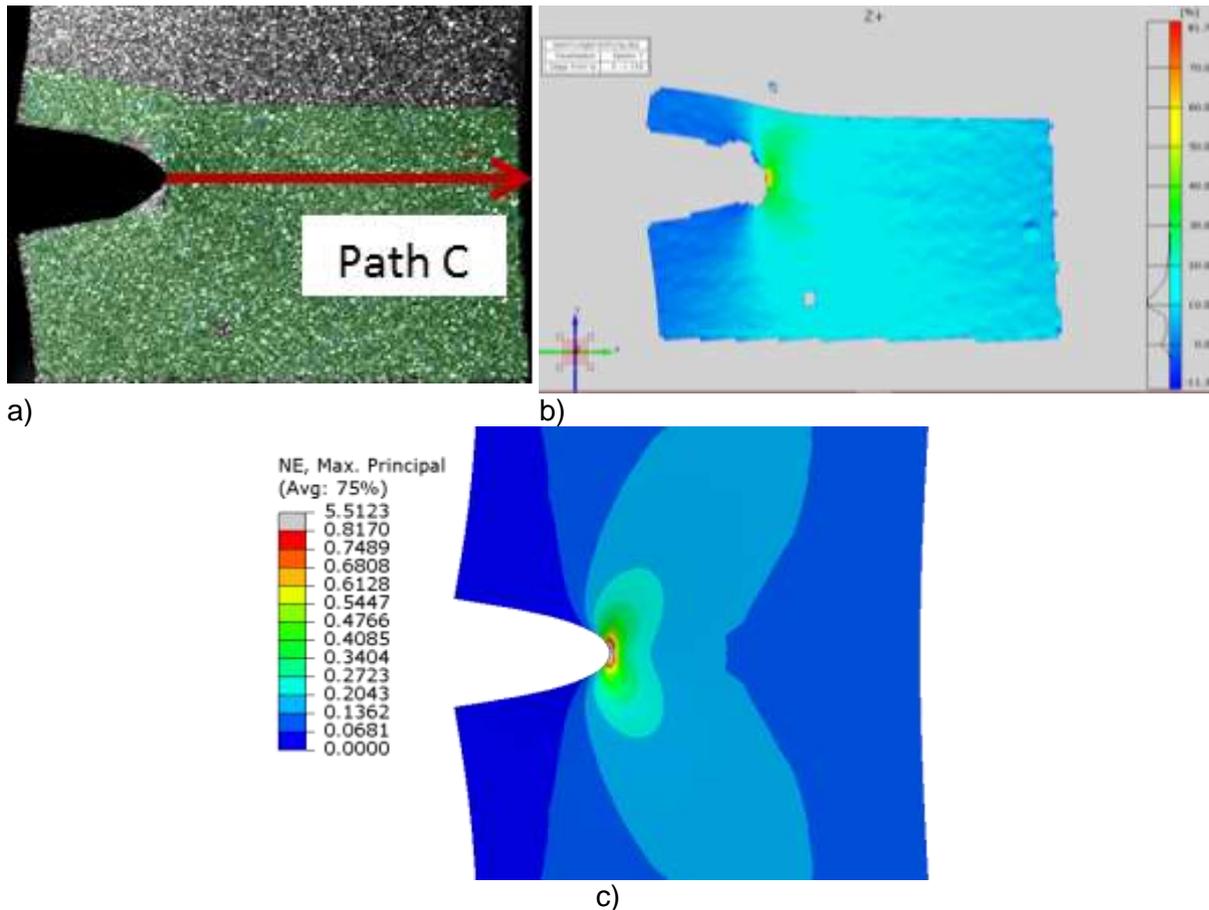


Abbildung 6.23: Vorgehensweise der Dehnungsbestimmung mit dem ARAMIS-System: a) das verwendete Muster für die experimentelle Untersuchung, b) die ausgewertete Dehnung in Belastungsrichtung (ϵ_{22}) für den ausgewählten Bereich, c) die numerisch ausgewertete maximale Hauptnominalspannung in der Nähe der Risspitze

Obwohl die Dehnungen nur an den Sprühpunkten bestimmt wurden, zeigt das Dehnungsfeld eine kontinuierliche Verteilung (siehe Abbildung 6.23.b). Dies erfolgt durch die Interpolation der Dehnung zwischen den Sprühstellen. Die durch ARAMIS ausgewertete Dehnung und die numerisch ausgewertete Dehnung zeigen starke Ähnlichkeiten in der Farbverteilung.

Die Dehnung wird entlang des Weges C ausgewertet (siehe Abbildung 6.23.a). Aus den erreichten Dehnungswerten kann nach Gleichung (6.27) der Erweichungsparameter n^* ausgewertet werden. Der Pfad C gibt signifikante Informationen über die Singularität des Dehnungsfeldes. Abbildung 6.24 zeigt die numerisch und experimentell ausgewerteten Dehnungswerte als Funktion der Längen des Pfades C.

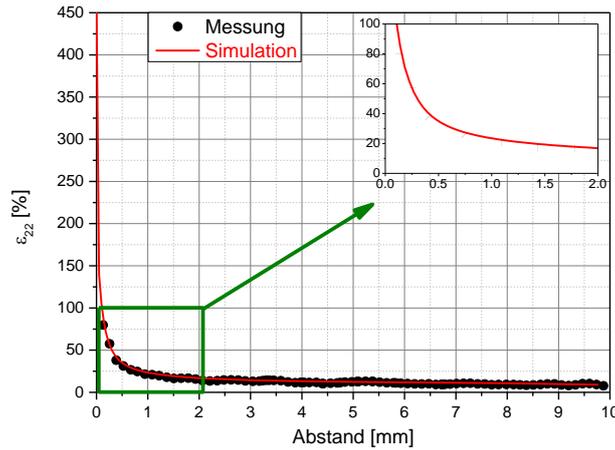


Abbildung 6.24: Vergleich zwischen der experimentell und numerisch ausgewerteten Dehnung (ϵ_{22}) entlang des Weges C

Der Dehnungsexponent wird nach Gleichung (6.27) ausgewertet. Der Dehnungsexponent und der Erweichungsparameter für die Dehnungskurven in Abbildung 6.24 sind in Tabelle 6.4 aufgelistet.

Tabelle 6.4: Bestimmung des Dehnungsexponenten und des Erweichungsparameters für die ausgewertete Dehnung in Abbildung 6.24

	Dehnungsexponent $-\frac{n^*}{n^*+1}$	Erweichungsparameter n^*
Messung	-0.455	0.803
Simulation	-0.544	1.193

Der Erweichungsparameter n^* , der gemessenen Dehnung, ist kleiner als eins. Dies entsteht aufgrund der fehlenden Dehnungswerte nahe der Riss Spitze, während der Erweichungsparameter n^* für die simulierte Dehnung größer als eins ist. Wie bereits erwähnt, muss der Erweichungsparameter n^* zwischen eins und unendlich liegen. Diese Bedingung kann nur durch die simuliert ermittelte Dehnung erfüllt werden, da das Messsystem seine Auflösungsgrenzen erreicht hat. Der Dehnungsexponent in der linearen Bruchmechanik liegt bei etwa -0,5. Die Arbeit von K. Schneider [54] hat gezeigt, dass die Dehnungsexponenten für gefüllten Naturkautschuk und gefüllten Styrol-Butadien-Kautschuk von der angewandten Belastung abhängt. Die ermittelten Dehnungsexponenten lagen zwischen -0,8 und -0,5.

6.7.4.3 Ermittlung des J-Integrals und der Spannungserweichung

Die Abbildung 6.25 veranschaulicht die Auswertung des J-Integrals als Funktion der Konturzahl für die fünf Amplitudenwiederholungen.

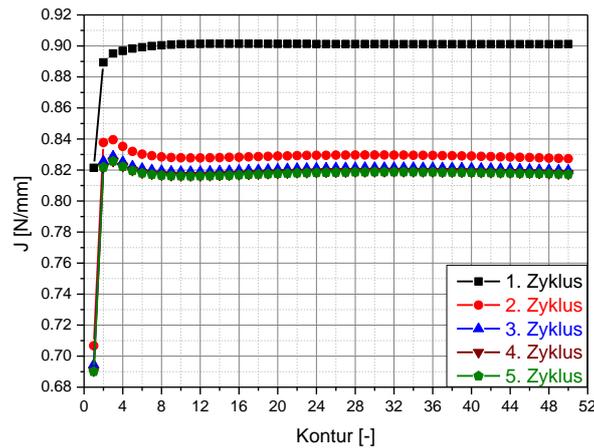


Abbildung 6.25: Auswertung des J-Integrals am maximalen Belastungspunkt für die fünf Zyklen

Abbildung 6.25 zeigt deutlich eine Pfadabhängigkeit des J-Integrals. Alle Kurven haben nach der 20. Kontur einen stabilen Wert, der einem Abstand von 0,4 mm von der Risspitze entspricht. Das J-Integral der jungfräulichen Kurve nimmt mit steigender Konturzahl zu, bis der stabile Wert erreicht ist. Ab dem zweiten Zyklus zeigen alle Kurven ein ähnliches Verhalten mit einer Zunahme des J-Integrals bis zur vierten Kontur und dann einer exponentiellen Abnahme, bis ein stabiler Wert erreicht ist. Eine solche starke Pfadabhängigkeit des J-Integrals wurde auch bei der Untersuchung von Behnke et al. [26] festgestellt.

Abbildung 6.26 zeigt die Abnahme von J-Integralwerten an der ersten und der fünfzigsten Kontur als Funktion der Amplitudenwiederholungen.

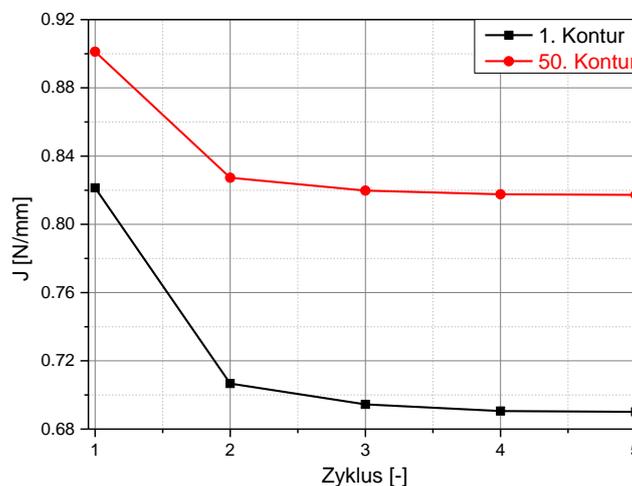
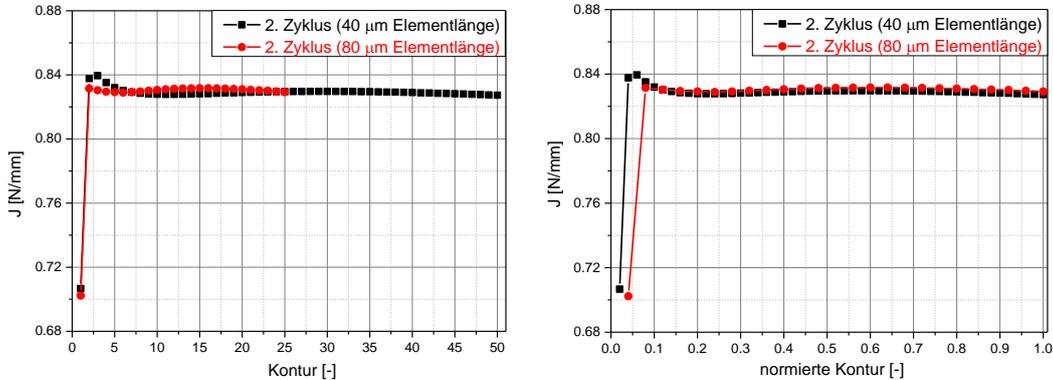


Abbildung 6.26: Darstellung des J-Integrals an der ersten und fünfzigsten Kontur als Funktion der Amplitudenwiederholung

Die Abbildung 6.26 zeigt den Spannungserweichungseffekt, der sich durch die Abnahme des J-Integrals mit zunehmender Zykluszahl widerspiegelt. Im Falle der ersten Kontur ist dieses Phänomen zwischen der ersten und der zweiten Amplitudenwiederholung signifikant, wobei der J-Integralwert des zweiten Zyklus 16,2% niedriger als der des ersten Zyklus ist und der Wert des dritten Zyklus etwa 1,75% niedriger als der Wert des zweiten Zyklus ist. Zwischen dem vierten und dem fünften Zyklus ist nur eine leichte Abnahme des J-Integrals zu beobachten.

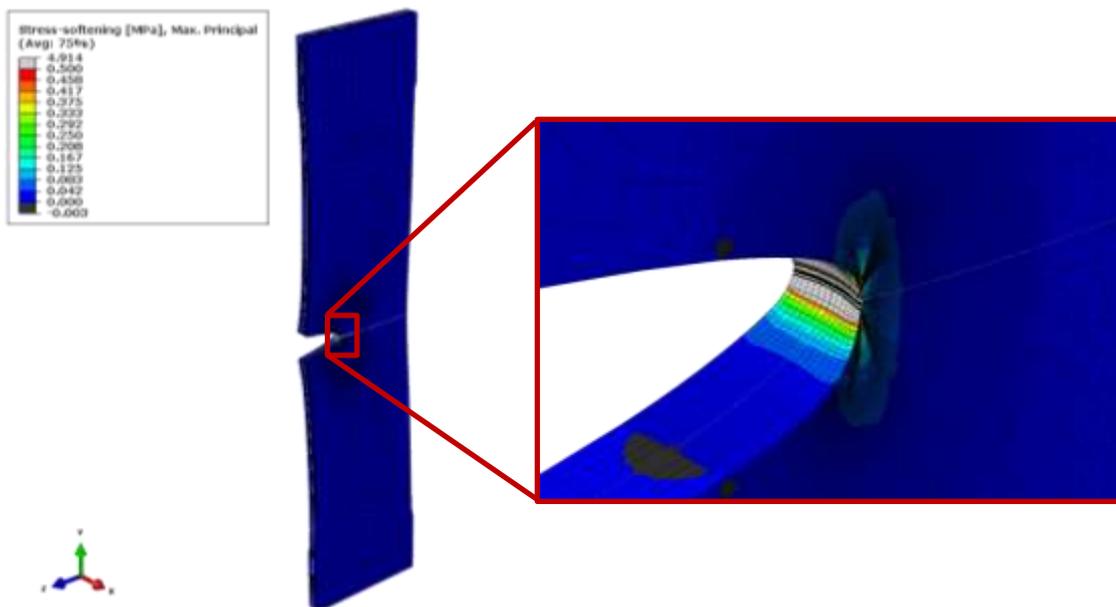
Für die Überprüfung der Entwicklung des J-Integrals und der Lage des Spitzenwertes wurde die Größe der FE-Elemente in der feinen Vernetzungsregion verdoppelt. Das heißt, die FE-Elementgröße beträgt 80 μm und die Anzahl der J-Integralauswertungskonturen wird auf 25 statt 50 Konturen halbiert. Die Abbildung 6.27 veranschaulicht die J-Integralwerte des zweiten Zyklus als Funktion der Kontur für die beiden unterschiedlichen FE-Elementgrößen.



a) b)
Abbildung 6.27: J-Integral für den zweiten Zyklus der zwei verwendeten Elementlängen als Funktion der Konturzahl: a) nicht normiert, b) normiert

Die beiden Kurven zeigen eine ähnliche Entwicklung mit einem sehr kleinen Versatz als Höchstwert. Der Abstand dieses Höchstwertes zur Rissspitze beträgt 80 μm für die FE-Elementlänge von 40 μm und 80 μm für die FE-Elementlänge von 80 μm . Die beiden Kurven liefern den gleichen J-Integralwert weit von der Rissspitze und ähnliche Werte mit sehr leichter Abweichung in der Nähe der Rissspitze. Dies liegt an der Abhängigkeit des Spannungs- und Dehnungsfeldes von der FE-Elementgröße nahe der Rissspitze.

Um die Intensität des Schadens zu veranschaulichen, wurde ein Python-Skript implementiert, um den Spannungserweichungstensor zwischen dem ersten und dem zweiten Zyklus zu bewerten. Die Abbildung 6.28 zeigt den maximalen Eigenwert des Spannungserweichungstensors für die SENT-Probe.



a) b)
Abbildung 6.28: der maximale Eigenwert des Spannungserweichungstensors der Zugstreifenprobe errechnet aus dem ersten und zweiten Zyklus: a) gesamte Probe, b) vergrößerte Ansicht der Rissregion

Die Abbildung 6.28 veranschaulicht deutlich den signifikanten Unterschied der Spannungserweichung zwischen der Rissspitze, ihrem umgebenden Bereich und dem Rest der Probe. An der Rissspitze beträgt der maximale Eigenwert des Spannungserweichungstensors etwa 4,9 MPa, was im Vergleich zur Umgebung und dem Rest der Probe wegen der starken Singularität der Spannung und Dehnung sehr hoch ist. Der Bereich der Pfadabhängigkeit des J-Integrals in Abbildung 6.27 entspricht dem Bereich, in dem die Spannungserweichung signifikant ist (Abbildung 6.28.b).

6.7.4.4 Vergleich der Reißenergie und dem J-Integral

Die beiden verwendeten Bruchmechanik-Kriterien basieren auf unterschiedlichen Bewertungsmethoden. Abbildung 6.29 zeigt einen Vergleich zwischen der experimentell und numerisch ausgewerteten Reißenergie und dem numerisch ausgewerteten J-Integral.

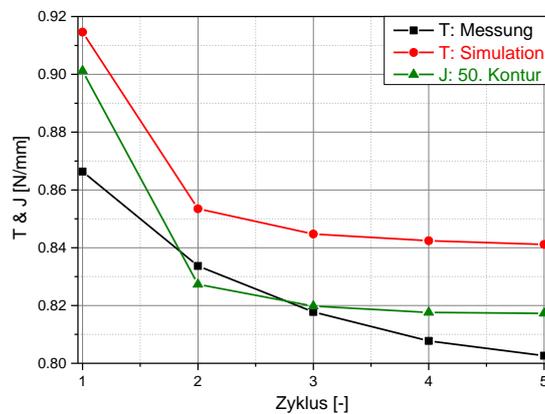


Abbildung 6.29: Vergleich zwischen der Reißenergie und dem J-Integral

Der durchschnittliche relative Fehler zwischen der gemessenen und der simulierten Reißenergie beträgt etwa 4%. Die simulierte Reißenergiekurve ist vergleichsweise höher als die experimentellen Ergebnisse. Denn die simulierte Kraft-Weg-Kurve ist steifer als die experimentelle Kraft-Weg-Kurve. Zusätzlich zeigt die ermittelte J-Integral-Kurve eine exponentiell abnehmende Tendenz und liegt zwischen der gemessenen und der simulierten Reißenergie.

7 Nichtlineare Bruchmechanik

Die meisten verwendeten bruchmechanischen Kriterien basieren auf der linearen Bruchmechanik und auf bestimmten Annahmen. In diesem Kapitel wird die analytische Herleitung der Energiefreisetzungsrate mithilfe des nichtlinearen hyperelastischen Materialmodells Ogden durchgeführt.

Der Streckintensitätsfaktor für gefüllte und ungefüllte Mischungen wird eingeführt. Dieser Streckintensitätsfaktor ermöglicht die Vorhersage der analytisch ausgewerteten Energiefreisetzungsrate für eine gekerbte Probe unter uniaxialer Zugbelastung. Die mechanischen Herleitungen der Kontinuumsmechanik basieren auf einem nichtlinearen hyperelastischen Materialverhalten, bei dem die Energiefreisetzungsrate durch ein geschlossenes Pfadintegral nahe der Risspitze ausgewertet wird. Hier beinhaltet der Integrand die asymptotische Lösung der Dehnung, der Spannung und der Energiedichte basierend auf dem Ogden-Modell. Der entscheidende Vorteil dieser Methode besteht darin, die kritischen Reißenergiewerte beim Risswachstum unter Verwendung des analytischen Energiefreisetzungsratenterms besser vorhersagen zu können. Bei dieser Untersuchung wird der Mullins-Effekt nicht berücksichtigt, da die gekerbten Proben ohne Vorkonditionierung getestet werden.

Wenn der kritische Wert des Energieflusses nicht überschritten wird, können die Risse nicht wachsen. Zur Ermittlung der daraus resultierenden kritischen Werte werden drei Bruchmechanik-Kriterien angewendet: die Reißenergie T , das J-Integral J und die Energiefreisetzungsrate G .

Die Gleichung (6.4) beschreibt das namhafte Griffith'sche Kriterium für spröde Materialien aus der linearen Bruchmechanik. Es wird angenommen, dass global und lokal verwendete Bruchkriterien den gleichen Energiefluss beim Risswachstum liefern:

$$T = G = J = -\frac{dU}{dA} = -\frac{dU}{t da} \quad (7.1)$$

wobei t die Dicke der Probe und a die Risslänge ist.

7.1 Energiefreisetzungsrate des Modus III

Die Energiefreisetzungsrate G ist als risstreibende Kraft, die in das Risswachstum hineinfließt, anzusehen. Die Herleitung der Energiefreisetzungsrate basiert auf dem Griffith'schen Bruchkriterium für spröde Materialien [10]. Bei diesem Kriterium wird angenommen, dass der betrachtete Körper isotrop und elastisch ist.

7.1.1 Analytische Herleitung der Energiefreisetzungsrate

Die Bewegungsgleichung (Φ) eines Materialpunktes kann aus der Referenzkonfiguration bei der Startzeit $t=0$ und der Momentankonfiguration bei $t > 0$ ermittelt werden. Die Referenzkonfiguration und die Momentankonfiguration eines Materialpunktes sind in der Abbildung 4 dargestellt. Die Bewegungsgleichung ist wie folgt definiert:

$$\Phi(\chi) = X_i + u_i(\chi) \quad (7.2)$$

wobei X_i die kartesischen Koordinaten des Materialpunktes in der Referenzkonfiguration sind, $X_i + u_i(\chi)$ sind die kartesischen Koordinaten des Materialpunktes im deformierten

Zustand und $u_i(\chi)$ ist die gegebene Verschiebung, die die Bewegung des Materialpunktes beschreibt.

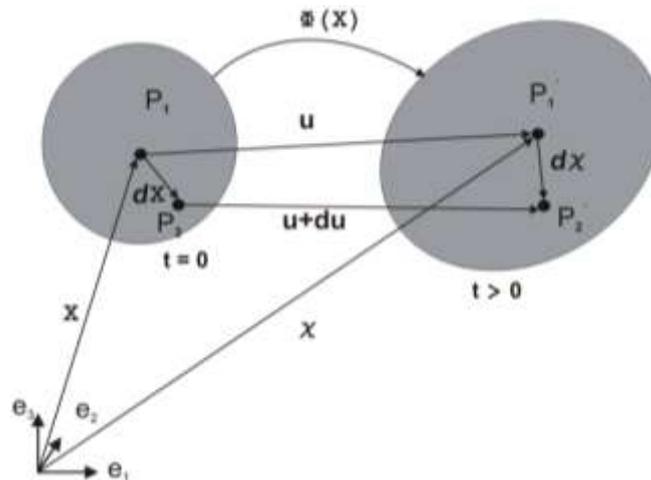


Abbildung 7.1: Deformationszustand eines Körpers: Links ist die Referenzkonfiguration und rechts ist die Momentankonfiguration

Der Deformationsgradient F_{ij} kann aus der Bewegungsgleichung erzielt werden:

$$F_{ij} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial \chi_j} = \Phi_{i,j} = \delta_{ij} + u_{i,j} \quad (7.3)$$

Der rechte Cauchy-Greentensor C_{kl} ist definiert wie folgt:

$$C_{kl} = F_{ik}F_{il} \quad (7.4)$$

Für den symmetrischen Tensor C_{kl} können drei Invarianten ermittelt werden. Die erste Invariante I_1 beschreibt die Veränderung in der Länge zwischen der Refrenzkonfiguration und der Momentankonfiguration. Die Veränderung in der Oberfläche zwischen der Referenzkonfiguration und der Momentankonfiguration lässt sich über die zweite Invariante I_2 beschreiben. Die dritte Invariante I_3 liefert Aussagen über die Veränderung im Volumen zwischen der Refrenzkonfiguration und der Momentankonfiguration. I_3 soll für inkompressible Materialien bei eins liegen. Die Invarianten des rechten Cauchy-Green-Tensors sind wie folgt definiert:

$$I_1 = \text{tr}(\mathbf{C}), \quad I_2 = \text{tr}(\mathbf{C}^{-1}), \quad I_3 = \det(\mathbf{C}) \quad (7.5)$$

wobei tr die Spur des Tensors und \det die Determinante des Tensors ist. Für den nicht-Ebene Schub-Modus (Modus III) ist die Bewegung nur in der X_3 -Achse erlaubt. Die Gleichung (7.2) kann für diesen speziellen Fall wie folgt gegeben werden:

$$\Phi(\chi) = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 + u(X_1, X_2) \end{pmatrix}, \quad X_\alpha \in \mathcal{B} \setminus S_0 \quad (7.6)$$

wobei \mathcal{B} der gesamte untersuchte Bereich ist und S_0 die Rissflanken sind. Die Abbildung 7.2 veranschaulicht den nicht-ebenen Scherungszustand eines rissbehafteten Körpers.

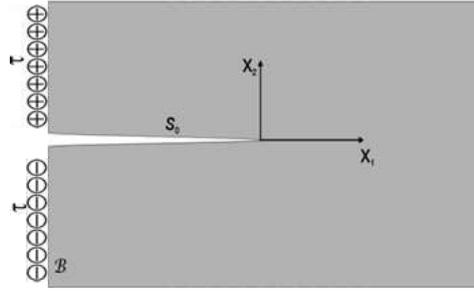


Abbildung 7.2: Nicht-ebenen Scherzustand

Der Piola-Kirchhoff-Spannungstensor ist wie folgt definiert:

$$\mathbf{P} = 2 \left[\frac{\partial W}{\partial I_1} \mathbf{F} + \left(\frac{\partial W}{\partial I_2} + \frac{\partial W}{\partial I_3} \right) \mathbf{F}^{-T} - \frac{\partial W}{\partial I_3} \mathbf{F}^{-T} \mathbf{C}^{-1} \right] \quad (7.7)$$

wobei W die elastische Energiedichte ist. Für den rissbehafteten Körper müssen zwei Randbedingungen erfüllt werden: Innerhalb des Körpers muss das Spannungsgleichgewicht und an den unbelasteten Rissflanken die Neumannbedingung erfüllt werden.

$$P_{ij,j} = 0 \text{ im } \mathcal{B}, \quad P_{ij}n_j = 0 \text{ auf } S_0 \quad (7.8)$$

Für die Bewegungsgleichung (7.6) werden der Deformationsgradient, der rechte Cauchy-Green-Tensor und die erste Invariante wie folgt gegeben:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ u_{,1} & u_{,2} & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 + u_{,1}^2 & u_{,1}u_{,2} & u_{,1} \\ u_{,1}u_{,2} & 1 + u_{,2}^2 & u_{,2} \\ u_{,1} & u_{,2} & 1 \end{bmatrix}, \quad (7.9)$$

$$I_1 = 3 + u_{,1}^2 + u_{,2}^2. \quad \text{wobei } u_{,i} = \frac{\partial u}{\partial X_i} \quad (7.10)$$

Für die analytischen und numerischen Untersuchungen wird das hyperelastische Materialmodell Ogden (N=2) ausgewählt. Dieses Modell hat vier Parameter und kann somit das starke nicht-lineare Materialverhalten besser abbilden. Die Energiedichtefunktion des Materialmodells ist wie folgt definiert:

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{i=1}^2 \frac{2\mu_i}{\alpha_i^2} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \quad (7.11)$$

Bei der Reduzierung der Deformation auf ein ebenes Problem sind die erste und die zweite Invariante des rechten Cauchy-Green-Tensors gleich und somit kann die Energiedichtefunktion aus der Gleichung (7.11) in Abhängigkeit von I_1 umformuliert werden:

$$W(I_1) = \sum_{i=1}^2 \frac{2\mu_i}{\alpha_i^2} \left[\left(\frac{1}{2} (I_1 - 1 - \sqrt{(1 - I_1) - 4}) \right)^{\frac{\alpha_i}{2}} + \left(\frac{1}{2} (I_1 - 1 + \sqrt{(1 - I_1) - 4}) \right)^{\frac{\alpha_i}{2}} - 2 \right] \quad (7.12)$$

Durch die Annahme der Inkompressibilität kann die Spannungsgleichung (7.7) vereinfacht werden:

$$\mathbf{P} = 2 \left[\frac{\partial W}{\partial I_1} \mathbf{F} \right] \quad (7.13)$$

Die Bestimmung des Spannungstensors \mathbf{P} kann durch die Kettenregel oder durch Ersetzen der Hauptstreckungen in der Energiedichtefunktion des Ogden-Modells durch die erste Invariante erfolgen. Die Scherspannungen P_{3i} (für $i = 1,2$) können auf Basis der Verschiebungsfunktion (Gleichung (7.9)) ermittelt werden.

$$P_{3i} = P_{i3} = 2 \left[\frac{\mu}{\alpha 2^{\frac{\alpha}{2}}} \left(\frac{(I_1 - 1 + \sqrt{(I_1 + 1)(I_1 - 3)})^{\frac{\alpha}{2}} - (I_1 - 1 - \sqrt{(I_1 + 1)(I_1 - 3)})^{\frac{\alpha}{2}}}{(I_1 + 1)(I_1 - 3)} \right) \right] u_{,i} \quad (7.14)$$

Durch Einsetzen des Spannungsausdrucks (7.14) in die Spannungsgleichgewichtsbedingung (7.8) ergibt sich die Differentialgleichung:

$$\left[2 \left[\frac{\mu}{\alpha 2^{\frac{\alpha}{2}}} \left(\frac{(I_1 - 1 + \sqrt{(I_1 + 1)(I_1 - 3)})^{\frac{\alpha}{2}} - (I_1 - 1 - \sqrt{(I_1 + 1)(I_1 - 3)})^{\frac{\alpha}{2}}}{(I_1 + 1)(I_1 - 3)} \right) \right] u_{,i} \right]_{,i} = 0 \quad (7.15)$$

Die Verschiebungsfunktion im polaren Koordinatensystem ist wie folgt definiert:

$$u = r^m v(\theta) \quad r \rightarrow 0, -\pi \leq \theta \leq \pi \quad (7.16)$$

wobei θ die Winkelkoordinate und r die Polarkoordinate ist. Der Eigenwert m ist unbekannt und muss positiv sein. Der kleinste Eigenwert muss sich im Bereich $0 - 1$ ($0 \leq m \leq 1$) befinden. Die Verteilungsfunktion $v(\theta)$ und ihre erste und zweite Ableitung müssen in θ stetig sein. Die Ableitung der Verschiebungsfunktion nach den kartesischen Koordinaten kann über die polaren Koordinaten ermittelt werden [55]:

$$u_{,1} = u_{,r} \cos(\theta) - \frac{1}{r} u_{,\theta} \sin(\theta) \sim r^{m-1} (m v \cos(\theta) - v' \sin(\theta)) \quad (7.17)$$

$$u_{,2} = u_{,r} \sin(\theta) + \frac{1}{r} u_{,\theta} \cos(\theta) \sim r^{m-1} (m v \sin(\theta) + v' \cos(\theta)) \quad (7.18)$$

Die Ableitung der Verschiebung enthält die differentielle Ableitung der Verteilungsfunktion $v(\theta)$ in Bezug auf θ .

$$|\nabla u|^2 = u_{,1}^2 + u_{,2}^2 \sim r^{2(m-1)} (m^2 v^2 + v'^2) \quad (7.19)$$

Aus der Gleichgewichtsbedingung (7.15) wird nur der dominierende Term ($I_1^{\frac{\alpha}{2}-1}$) in Betracht gezogen. Der restliche Term kann vernachlässigt werden. Wird die Gleichung mit dem Term $\frac{\alpha}{2\mu}$ multipliziert, dann kann sie vereinfacht werden:

$$\left[\left(r^{2(m-1)} \left(\frac{\alpha}{2} - 1 \right) q \left(\frac{\alpha}{2} - 1 \right) \right) u_{,i} \right]_{,i} = 0 \quad (7.20)$$

Wobei q wie folgt definiert ist:

$$q = m^2 v^2 + v'^2 \quad (7.21)$$

Die Ableitung der Verschiebungsfunktion in dem kartesischen Koordinatensystem kann in das polare Koordinatensystem transformiert werden:

$$(fu,i)_i = \frac{1}{r}(rfu,r)_{,r} + \frac{1}{r^2}(fu,\theta)_{,\theta} \quad (7.22)$$

Durch Verwendung der Ableitung in der polaren Darstellung wird folgende Differentialgleichung erzielt:

$$\left(q^{\frac{\alpha}{2}-1}v'\right)' + m[(m-1)(\alpha-1)-1]q^{\frac{\alpha}{2}-1}v = 0 \quad (7.23)$$

Die Randbedingungen der Verschiebung an den Rissufern sind wie folgt definiert:

$$v'(\pm\pi) = 0 \quad (7.24)$$

Das Eigenwertproblem ist nicht linear. Der Eigenwert $m = 1 - 1/\alpha$ ist der erste positive Eigenwert und vom Materialparameter des Ogden Modells α abhängig. Die gesuchte Verschiebungsfunktion ist wie folgt gegeben [55]:

$$u(r, \theta) = B_{III} r^{(1-\frac{1}{\alpha})} \sin\left[\frac{\theta}{2}\right] \sqrt{1 - \frac{2(1-\frac{2}{\alpha})^2 \cos^2[\frac{\theta}{2}]}{1 + \sqrt{1 - (1-\frac{2}{\alpha})^2 \sin^2[\theta]}}} \left(\sqrt{1 - (1-\frac{2}{\alpha})^2 \sin^2[\theta]} + (1-\frac{2}{\alpha}) \cos[\theta] \right)^{\frac{(1-\frac{2}{\alpha})}{2}} \quad (7.25)$$

wobei der Parameter B_{III} eine neue eingeführte Größe ist, die Ähnlichkeit mit dem Spannungsintensitätsfaktor K in der linearen Bruchmechanik hat. Der Parameter B_{III} wird später im Detail analysiert und ermittelt. Die Verschiebungsfunktion ist stetig und punktsymmetrisch in $-\pi \leq \theta \leq \pi$. Außerdem wird angenommen, dass B_{III} positiv ist. Der betrachtete Körper mit einem Anfangsriss S_0 ist im Gleichgewicht, wenn ein Verschiebungsfeld $u(x)$ existiert, das zu einem lokalen Minimum bei der Energiefunktion führt. Bei einem geradlinigen Risswachstum der Länge a wird die Energiefunktion wie folgt definiert [55]:

$$\Psi[u(a)] = \int_{B \setminus S_0} W(I_1(u)) dx + \int_{S_\epsilon} \gamma_\infty ds - \int_{\partial_\tau} \tau u ds \quad (7.26)$$

Die Energiefunktion hat ein lokales Minimum bei $a = 0$ und die erste Ableitung der Energiefunktion $\Psi[u(a)]$ nach a darf nicht negativ sein.

$$\lim_{a \rightarrow 0} \frac{d}{da} \Psi[u(a)] \geq 0 \quad (7.27)$$

Das Verschiebungsfeld muss die Gleichgewichtsbedingung im Bereich B/S_0 und am Rand ∂B und die Neumannbedingung an den unbelasteten Rissufern S_0 erfüllen. Die Risswachstumsbedingung ist wie folgt gegeben:

$$G - \gamma_\infty \leq 0 \quad (7.28)$$

Diese Bedingung muss erfüllt werden, wobei die Energiefreisetzungsrate G die kritische Oberflächenergie γ_∞ nicht überschreiten darf. Die Energiefreisetzungsrate G lässt sich über ein Pfadintegral ermitteln:

$$G = \lim_{|\Gamma| \rightarrow 0} \int_{\Gamma} (-u_{,1} P_{3\alpha} n_\alpha + W(I_1) n_1) d\Gamma \quad (7.29)$$

Für die Ermittlung der Energiefreisetzungsrate muss das Dehnungsfeld, das Spannungsfeld und die Energiedichte aus der erzielten Verschiebungsfunktion (Gleichung (7.25)) hergeleitet werden. Der asymptotische Verschiebungsgradient und die Schubspannungen werden wie folgt berechnet:

$$u_{,i} \sim r^{-\frac{1}{\alpha}} B f(\theta, \alpha) \quad (7.30)$$

$$P_{3i} \sim r^{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)} B^{\alpha-1} g(\theta, \alpha) \quad (7.31)$$

wobei $f(\theta, \alpha)$ und $g(\theta, \alpha)$ Funktionen sind, die vom Winkel θ und dem Materialparameter α abhängig sind. Die asymptotische Energiedichte nahe der Risspitze ist wie folgt definiert:

$$W(I_1) \sim r^{-1} \left(\frac{2\mu}{\alpha^2}\right) B^\alpha z(\theta, \alpha) \quad r \rightarrow 0 \quad (7.32)$$

wobei $z(\theta, \alpha)$ eine Funktion ist, die vom Winkel θ und dem Materialparameter α abhängig ist. Die Energiedichte nahe der Risspitze ist proportional zu r^{-1} . Dieser Zusammenhang wurde im Rahmen der linearen Bruchmechanik bei J. Rice [6] festgestellt. Diese vorhandene Proportionalität der Energiedichte ist wichtig, damit keine Singularität der asymptotischen Lösung des Verschiebungsfeldes entsteht und damit die Energiedichte nicht unphysikalisch wird. Durch Einsetzen aller benötigten asymptotischen Lösungen in die Gleichung (35) und Berechnung des Pfadintegrals nahe der Risspitze ($r \rightarrow 0$) ergibt sich folgender Ausdruck [22, 24]:

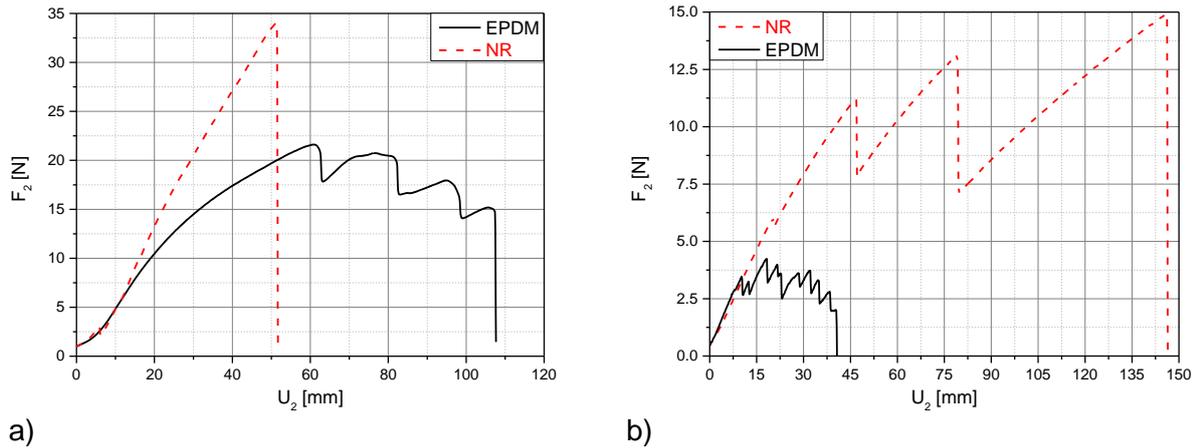
$$G = \mu \pi 2^{\frac{\alpha}{2}-1} (\alpha - 1)^{\alpha-1} \alpha^{1-\frac{3\alpha}{2}} B_{III}^\alpha \quad (7.33)$$

Aus der Gleichung (7.33) wird ersichtlich, dass die Steifigkeit des Materials (μ und α) und der unbekannte Parameter B_{III} eine wichtige Rolle bei der Höhe der Energiefreisetzungsrate spielen. Bei der Energiefreisetzungsrate der linearen Bruchmechanik gibt es ein paar Ähnlichkeiten: Die Energiefreisetzungsrate in der linearen Bruchmechanik ist vom Elastizitätsmodul, der Querkontraktionszahl und dem Spannungsintensitätsfaktor abhängig [11]. Der Spannungsintensitätsfaktor ist von der angebrachten Kraft auf der Probe und der Rissgeometrie abhängig [11, 12].

7.1.2 Materialcharakterisierung und experimentelle Ergebnisse

Für die Materialcharakterisierung wurde ein S2-Stab ausgestanzt. Der S2-Stab wird bei Raumtemperatur mit einer Traversengeschwindigkeit von 200 mm/min an der uniaxialen Zugmaschine Zwick/Roell bis zum Bruch gezogen. Für die experimentellen Reißenergieuntersuchungen werden Proben mit einer Länge von 100 mm und einer Breite von 15 mm verwendet. Die Proben werden mit drei unterschiedlichen Anfangsrissen (35, 40 und 45 mm) versehen. Diese Risse werden mittig an einer Seite angebracht. Die gefüllten Proben haben eine Vorkraft von 1 N und die ungefüllten Proben von 0,5 N.

Die Abbildung 7.3 zeigt Beispiele der gemessenen Kraft-Weg-Kurven der gefüllten und ungefüllten Mischungen.



a) b)
Abbildung 7.3: Kraft-Weg-Kurven für die Schenkelprobe: a) gefüllte Mischung, b) ungefüllte Mischung

Das Risswachstum bei der Schenkelprobenmessung kann durch den schlagartigen Abfall der gemessenen Kraft identifiziert werden. Die Abbildung 7.3 zeigt deutlich, dass es für das gefüllte NR ein totales Versagen gibt. Bei dem gefüllten EPDM gibt es insgesamt vier Risserweiterungen bis zum totalen Versagen. Bei dem ungefüllten NR versagt die Probe beim dritten Risswachstum. Für das dargestellte Beispiel des ungefüllten EPDMs versagt dies beim neunten Risswachstum. Bei den gefüllten und ungefüllten Mischungen zeigt das NR immer höhere Risswiderstände verglichen mit dem EPDM. Die höheren Risswiderstände und die niedrige Anzahl des Risswachstums des gefüllten und ungefüllten NRs können durch die dehnungsinduzierte Kristallisation begründet werden.

Die Proben wurden aus vier Mischungen basierend auf EPDM und NR hergestellt. Von jedem Polymertyp wurde eine mit Ruß gefüllte und ungefüllte Variante hergestellt. In der Abbildung 7.4 ist die Erste-Piola-Kirchhoff Spannung P_{22} als eine Funktion der Streckung der Probe λ dargestellt. Die Anpassung wurde bis zum Versagenspunkt der S2-Probe durchgeführt, dadurch können die hohen Werte der Spannung und der Dehnung an der Riss Spitze approximiert werden. Die erzielten Fit-Parameter sind in der Tabelle 7.1 gelistet.

Tabelle 7.1: Erzielte Fit-Parameter für das Ogden Modell

	μ_1 [MPa]	α_1 [-]	μ_2 [MPa]	α_2 [-]
NR-gefüllt	1,255237	3,032694	0,503911	$3,62 \cdot 10^{-05}$
EPDM-gefüllt	0,615959	2,719015	$1,9 \cdot 10^{-05}$	7,922556
NR-ungefüllt	0,5246	1,8832	$9,635 \cdot 10^{-05}$	7,8502
EPDM-ungefüllt	0,3905	2,299	0,0154	4,6252

Das Ogden Modell zeigt eine sehr gute Anpassung zu den gemessenen Zugfestigkeitskurven für die untersuchten Materialien im kleinen sowie im großen Deformationsbereich. Die erzielten Fitkurven des Ogden-Modells sind in der Abbildung 7.4 dargestellt.

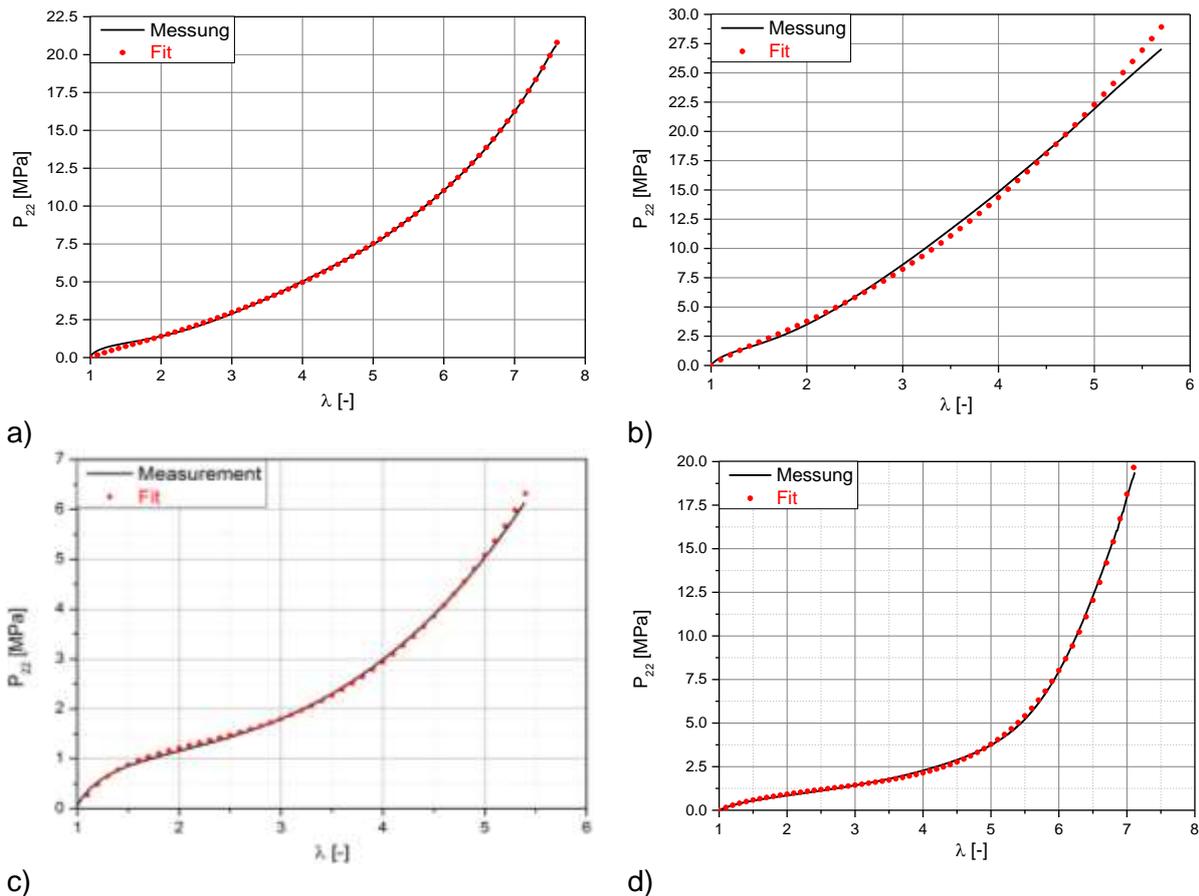


Abbildung 7.4: Vergleich zwischen den Zugfestigkeitskurven und den Fitkurven anhand des Ogden-Modelles (N=2): a) EPDM-gefüllt; b) NR-gefüllt; c) EPDM-ungefüllt; d) NR-ungefüllt

Gemäß Gleichung (6.22) sind geometrische Daten der Probe (Dicke, Breite und Anfangsriszlänge) und experimentelle Ergebnisse aus der Messung (Streckung, Reaktionskraft der Probe und Energiedichte) notwendig, um die Reißenergie ermitteln zu können. Die Tabellen 7.2 und 7.3 liefern einen Zusammenhang der benötigten Größen für die Berechnung der Reißenergie.

Tabelle 7.2: Zusammenfassung der verwendete Parameter bei der Berechnung der Reißenergie für gefüllte Mischungen

	a_0 [mm]	t [mm]	λ [-]	F [N]	W_{tot} [MPa]	T [N/mm]
EPDM-1	35	2,59	2,230	21,665	0,840	24,702
EPDM-2	40	2,64	2,110	22,408	0,776	24,176
EPDM-3	40	2,55	2,302	22,605	0,951	26,560
EPDM-4	45	2,52	2,041	19,702	0,734	20,912
NR-1	35	2,78	2,372	64,400	2,019	79,614
NR-2	40	2,78	1,982	49,070	1,138	52,905
NR-3	40	2,80	1,5295	28,110	0,326	25,819
NR-4	45	2,11	2,319	52,454	2,189	82,668

Tabelle 7.3: Zusammenfassung der verwendeten Parameter bei der Berechnung der Reißenergie für ungefüllte Mischungen

	a_0 [mm]	t [mm]	λ [-]	F [N]	W_{tot} [MPa]	T [N/mm]
EPDM-1	35	1,96	1,300	4,778	0,118	4,570
EPDM-2	35	2,15	1,204	4,006	0,053	3,690
EPDM-3	40	2,10	1,205	4,129	0,061	3,822
EPDM-4	40	2,09	1,346	4,541	0,069	4,809
EPDM-5	45	2,12	1,197	4,261	0,053	4,023
EPDM-6	45	1,98	1,403	4,330	0,058	5,2558
NR-1	35	2,09	1,481	7,110	0,269	6,045
NR-2	35	2,04	1,523	7,920	0,330	6,873
NR-3	40	2,02	1,735	9,530	0,476	9,229
NR-4	40	2,03	1,837	10,350	0,567	10,229
NR-5	45	2,07	2,146	11,430	0,742	12,573
NR-6	45	2,63	1,484	6,760	0,105	6,051

Die Reißenergie der zwei untersuchten ungefüllten Mischungen zeigt, dass der NR einen höheren Risswiderstand im Vergleich zu EPDM hat. Die Reißenergiewerte des NRs sind fast doppelt so hoch wie die Werte des EPDMs. Die Streuung der Mischungen bei den gleichen oder unterschiedlichen Risslängen ist niedrig verglichen mit den gefüllten Mischungen.

Die Reißenergiewerte in der Tabelle zeigen, dass bei der gleichen Risslänge starke Abweichungen auftreten können und das NR einen deutlich höheren Risswiderstand besitzt. Dieser höhere Risswiderstand bei NR kann nur von der Dehnungskristallisation an der Risspitze kommen.

7.1.3 Auswertung des J-Integrals

Die numerischen Berechnungen werden mithilfe des FE-Programms Abaqus durchgeführt. Die Abbildung 7.5 veranschaulicht das FE-Modell, das aus zwei Halterungen und einer angerissenen Probe im undeformierten Zustand besteht. Während der Belastung werden die Halterungen in der entgegengesetzten Y-Richtung gleichmäßig gezogen, somit kann der nicht-ebene Schermodus realisiert werden. Die geometrischen Veränderungen bezüglich der Risslänge und der Dicke wurden in den numerischen Berechnungen berücksichtigt.

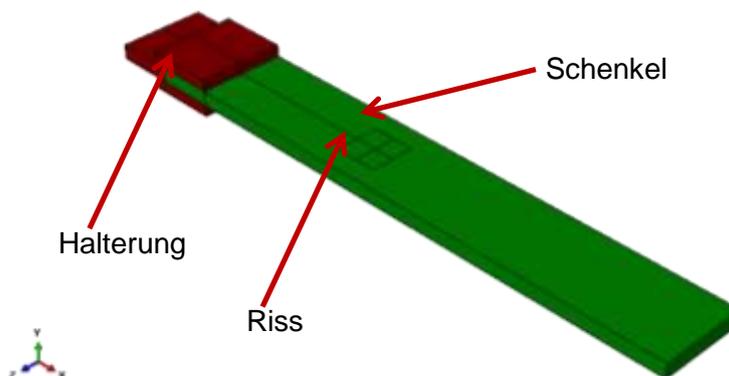


Abbildung 7.5: Schenkelprobe und Halterungen im undeformierten Zustand für die FE-Analyse

Um die Singularitäten des Spannungs- und Dehnungsfeldes nahe der Rissspitze vernünftig zu approximieren, wurde dort eine sehr feine FE-Vernetzung eingestellt. Weit vom Riss ist die FE-Vernetzung gröber. Es wurden FE-Elemente mit linearer Ansatzfunktion und hybrider Formulierung eingesetzt. Das J-Integral wird entlang der Konturen, die die Rissspitze umkreisen, ausgewertet. Die Auswertungskonturen starten von einer Rissflanke und enden bei der anderen Rissflanke. Bei der Simulation der gefüllten Proben wurde eine Anzahl von 30 Konturen verwendet und bei den ungefüllten Proben wurden zwanzig Konturen, die bei der Auswertung des J-Integrals eingesetzt wurden, benutzt. Bei der Auswertung des J-Integrals wird nur die erste Spitze der Kraft-Weg-Kurve (erstes Risswachstum) verwendet. Bei der Simulation der nachfolgenden Spitzen fehlen wichtige Information wie die Risserweiterung und die Ablenkungswinkel, falls es zu einem Rissknick kommt. Die Abbildung 7.6 zeigt exemplarisch die maximale nominelle Hauptdehnung einer deformierten Schenkelprobe im voll gezogenen Zustand bei ungefüllter EPDM-Mischung.

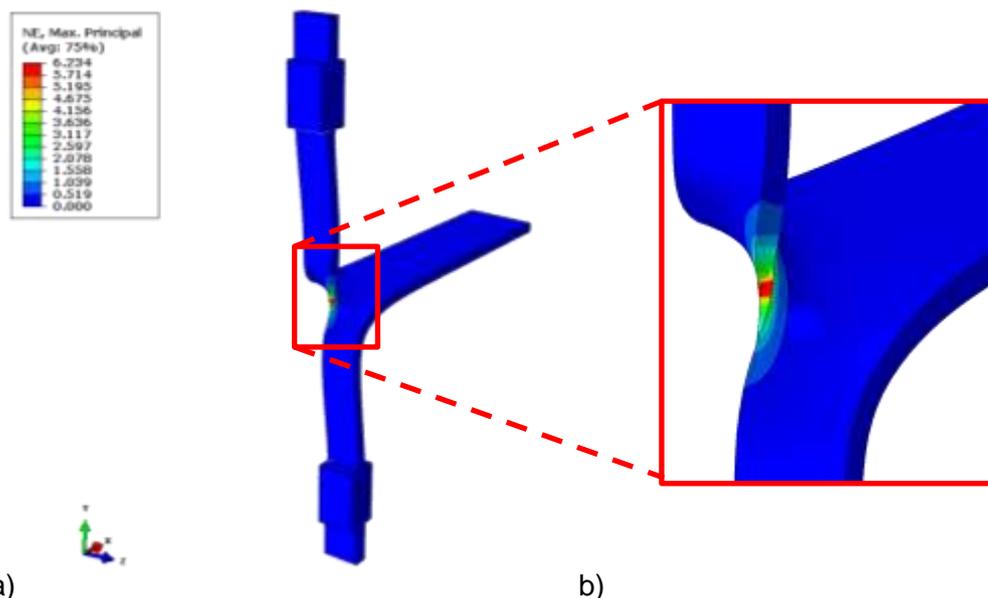


Abbildung 7.6: Darstellung der maximalen nominellen Hauptdehnung einer deformierten Schenkelprobe, a) Gesamtdarstellung, b) vergrößerte Ansicht des Rissgebiets

Die maximalen nominellen Hauptdehnungen weisen sehr kleine Werte weit vom Riss auf, die schlagartig nahe der Rissspitze ansteigen. Im Falle des ungefüllten Beispiels sind die Dehnungswerte an der Rissspitze (rot) zehnfach höher im Vergleich zu den niedrigeren Dehnungswerten weit vom Riss (blau).

Die Abbildung 7.7 zeigt die Anordnung der Konturen um die Rissspitze in der undeformierten Darstellung. Die roten Punkte in der Abbildung 7.7 sind auf den Konturen der FE-Vernetzung positioniert und bilden die Auswertungskonturen.

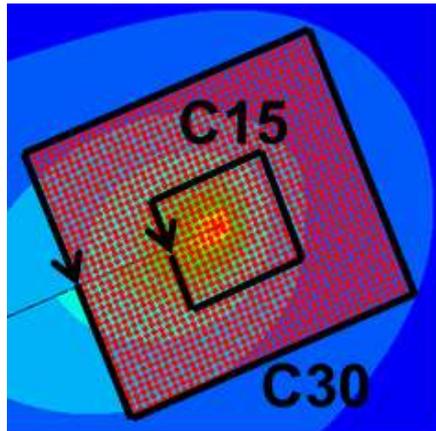
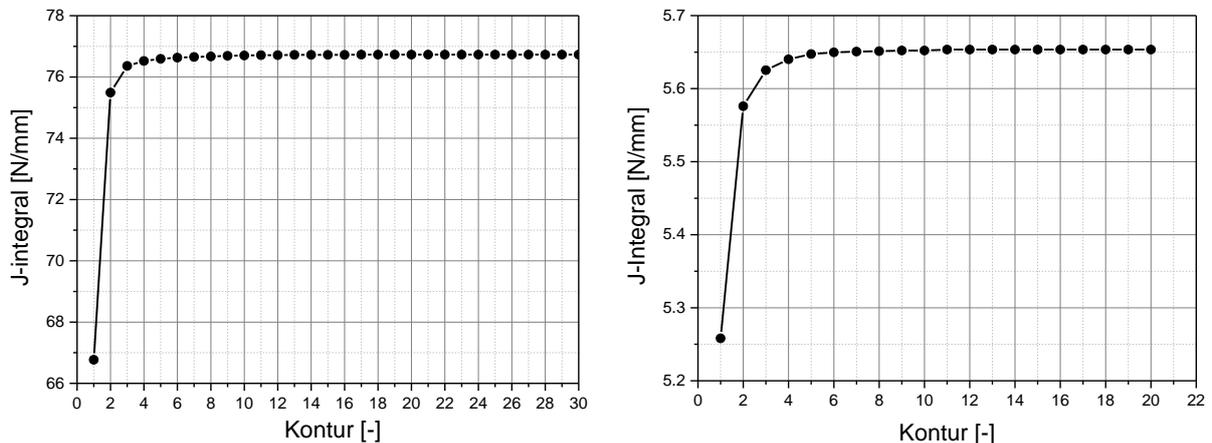


Abbildung 7.7: Anordnung der Auswertungskonturen um die Rissspitze, Beispiel der Kontur 15 und Kontur 30

Die Abbildung 7.8 zeigt deutlich, dass das J-Integral in einem stabilen Wert ab der fünften Kontur für die gefüllten und ungefüllten Mischungen konvergiert.



a) b) Abbildung 7.8: J-Integralverlauf in Abhängigkeit der Konturenanzahl: a) NR-gefüllt (Probe NR-1), b) EPDM-ungefüllt (Probe EPDM-1)

7.1.4 Auswertung der Energiefreisetzungsrate

Für die Ermittlung der analytischen Energiefreisetzungsrate (Gleichung(7.33)) muss der Parameter B_{III} bekannt sein. Dieser Parameter kann nur durch ein Anpassungsverfahren ermittelt werden. Es ist notwendig, mehrere Rissgeometrien, Materialien und Laststufen nur mit einem passenden Parameter richtig zu treffen. Für die gefüllten und ungefüllten Mischungen wurden folgende Parameter erzielt:

$$B_{III} = 1,7 t^{\frac{1}{\alpha}} \lambda \quad (7.34)$$

Die Ermittlung des Parameters B_{III} ist eine innovative Entwicklung in der nicht linearen Bruchmechanik. Der Parameter B_{III} wird als Streckungsintensitätsfaktor bezeichnet, da er von der Streckung der Schenkel abhängt.

Die Tabellen 7.4 und 7.5 liefern einen Vergleich zwischen der analytischen Energiefreisetzungsrate, der experimentellen Reißenergie und dem numerischen J-Integral.

Tabelle 7.4: Vergleich der verwendeten bruchmechanischen Kriterien für gefüllte Mischungen

	a_0 [mm]	T [N/mm]	J [N/mm]	Relativer Fehler $\left \frac{J - T}{T} \right $ [%]	G [N/mm]	Relativer Fehler $\left \frac{G - T}{T} \right $ [%]
EPDM-1	35	24,702	24,39	1,263	28,103	13,771
EPDM-2	40	24,176	17,50	27,614	24,647	1,950
EPDM-3	40	26,560	23,64	10,994	30,193	13,677
EPDM-4	45	20,912	13,49	35,491	21,514	2,876
NR-1	35	79,614	76,73	3,622	88,745	11,469
NR-2	40	52,905	35,46	32,974	51,458	2,736
NR-3	40	25,819	9,56	62,973	23,617	8,528
NR-4	45	82,668	56,01	32,247	62,885	23,931

Tabelle 7.5: Vergleich der verwendeten bruchmechanischen Kriterien für ungefüllte Mischungen

	a_0 [mm]	T [N/mm]	J [N/mm]	Relativer Fehler $\left \frac{J - T}{T} \right $ [%]	G [N/mm]	Relativer Fehler $\left \frac{G - T}{T} \right $ [%]
EPDM-1	35	4,570	5,665	23,973	4,351	4,783
EPDM-2	35	3,690	3,055	17,200	4,061	10,083
EPDM-3	40	3,822	4,526	18,400	3,975	3,985
EPDM-4	40	4,809	5,027	4,528	4,991	3,770
EPDM-5	45	4,023	4,483	11,429	3,957	1,638
EPDM-6	45	5,2558	4,754	9,586	5,156	1,939
NR-1	35	6,045	8,391	38,800	5,965	1,323
NR-2	35	6,873	9,222	34,176	6,223	9,459
NR-3	40	9,229	10,520	13,983	8,424	8,724
NR-4	40	10,229	11,980	17,117	9,716	5,015
NR-5	45	12,573	12,470	0,825	14,389	14,440
NR-6	45	6,051	8,935	47,660	7,534	25,506

Die Tabellen 7.4 und 7.5 zeigen, dass die analytische Energiefreisetzungsrate G sehr genaue Vorhersagen zu der Reißenergie T liefert. Die Abbildung 7.9 veranschaulicht den Vergleich der Ergebnisse aus der Reißenergie, dem J-Integral und der Energiefreisetzungsrate für die verwendeten Materialien bei drei unterschiedlichen Risslängen.

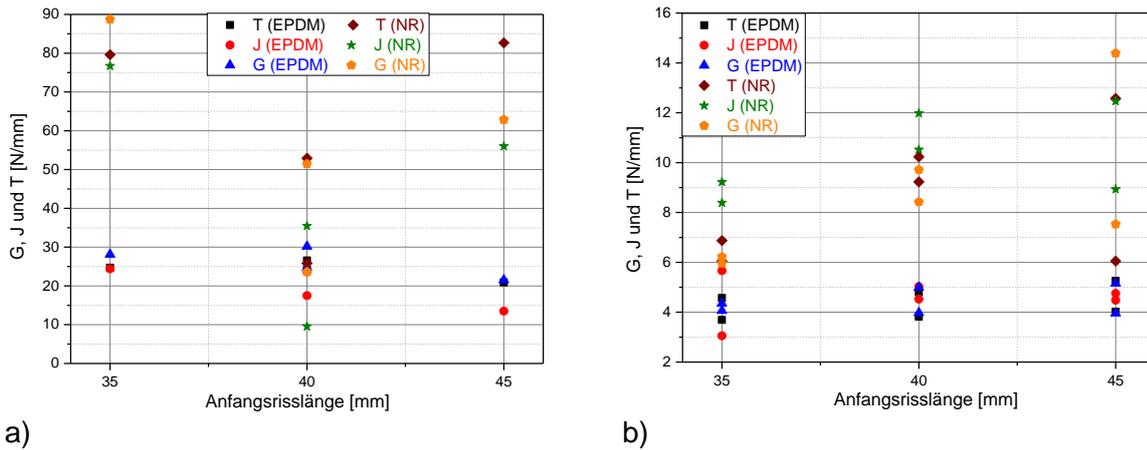


Abbildung 7.9: Vergleich der Ergebnisse aus der Reißenergie (T), der Energiefreisetzungsrate (G) und dem J-Integral

Die analytisch ermittelte Energiefreisetzungsrate und das numerische J-Integral für verschiedene Risslängen liefern gute Approximationen zu der experimentell ermittelten Reißenergie, wobei sich die analytische Energiefreisetzungsrate näher an der experimentellen Reißenergie befindet als das J-Integral.

7.2 Energiefreisetzungsrate des Modus I

Ziel dieses Kapitels ist es, die Reißenergie für den Öffnungsmodus der Bruchmechanik (Modus I) der gefüllten und ungefüllten Mischungen vorherzusagen. Die Energiefreisetzungsrate wird aus den mechanischen Kontinuumsgrößen nahe der Risspitze ermittelt. Die Auswertung des Pfadintegrals um die Risspitze ergibt einen Ausdruck, der den unbekannt Parameter B_I enthält. Die entscheidende Aufgabe ist es, diesen Parameter für zwei gefüllte und zwei ungefüllte Mischungen zu identifizieren.

Für die experimentelle Untersuchung der Reißenergie wurde die SENT-Probe verwendet. Der Verformungszustand dieser Probe entspricht dem Öffnungsmodus der Bruchmechanik (Modus I). Die kritische Reißenergie wurde zu Beginn des Risswachstums durch Anwendung der Gleichung von Thomas und Rivlin ausgewertet.

Die Variationsformulierung der totalen Energie in einem rissbehafteten hyperelastischen Körper mit Betrachtung der großen Deformationen wurde von Stumpf und Le durchgeführt [56]. Sie formulierten mithilfe der Variationsformulierung die Gleichgewichts- und Randbedingungen nahe der Risspitze. Der endgültige Ausdruck lieferte den resultierenden Energiefluss an der Risspitze. Stumpf und Le haben eine neue Formulierung vorgeschlagen, die auf einem rissbehafteten elastoplastischen Körper basiert [57]. Sie führten die Theorie großer Deformationen in Ihrer Betrachtung ein.

Le und Stumpf haben die asymptotische Lösung des Verschiebungs-, Spannungs- und Dehnungsfeldes für einen rissbehafteten Körper unter uniaxialer Belastung mit der Annahme eines ebenen Deformationsproblems nahe der Risspitze bestimmt [58]. Die Herleitungen basieren auf hyperelastischem Materialverhalten mit starken nichtlinearen Deformationen. Die Berechnungen wurden für den symmetrischen Rissöffnungsmodus (Modus I) hergeleitet, wobei die Bewegung der Rissflanke orthogonal zu der Rissfront geschieht (Abbildung 7.10). Bei der Ermittlung des Verschiebungsfeldes wurde das Ogden-Modell zweiter Ordnung verwendet. Die ausführliche Beschreibung der analytischen Lösung für die Dehnung, Spannung und Verschiebung ist in [58] zu finden. Der erste positive Eigenwert der

Differenzialgleichung ist $1 - 1/\alpha$ und die gesuchte Verschiebungsfunktion wird wie folgt definiert [58]:

$$u(r, \theta) = B r^{(1-\frac{1}{\alpha})} \sin \left[\frac{\theta}{2} \right] \sqrt{1 - \frac{2 \left(1 - \frac{2}{\alpha}\right)^2 \cos^2 \left[\frac{\theta}{2} \right]}{1 + \sqrt{1 - \left(1 - \frac{2}{\alpha}\right)^2 \sin^2 [\theta]}}} \left(\sqrt{1 - \left(1 - \frac{2}{\alpha}\right)^2 \sin^2 [\theta]} + \left(1 - \frac{2}{\alpha}\right) \cos [\theta] \right)^{\frac{(1-\frac{2}{\alpha})}{2}} \quad (7.35)$$

Die Energiefreisetzungsrate lässt sich über ein Pfadintegral sehr nah bei der Risspitze wie bei der Gleichung (6.13) ermitteln. Für ein geradliniges Risswachstum wird G_I wie folgt definiert [58]:

$$G_I = \mu \frac{\pi}{2} \left(\frac{2}{\alpha^3} \right)^{\frac{\alpha}{2}-1} (\alpha - 1)^{\alpha-1} B_I^\alpha \quad (7.36)$$

wobei μ und α den dominierenden Anteil der Materialparameter des Ogden-Modells liefern und B_I ein neuer definierter Parameter ist. Der Ausdruck für die Energiefreisetzungsrate in der Gleichung (7.36) G_I zeigt eine Abhängigkeit von der Steifigkeit des Materials (μ, α) und den noch unbekanntem Parameter B_I . Ähnliche Beobachtungen wurden im Rahmen der linearen Bruchmechanik erzielt, wobei hier die Energiefreisetzungsrate vom Elastizitätsmodul, von der Querkontraktionszahl des Materials und dem Spannungsintensitätsfaktor abhängig ist [11].

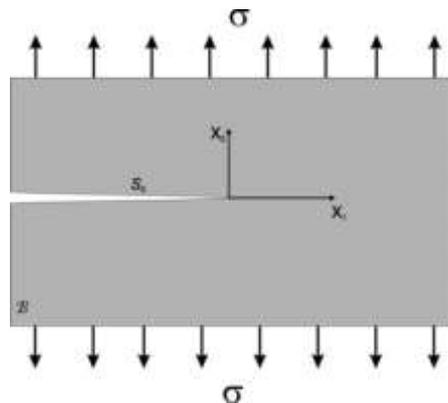


Abbildung 7.10: Rissöffnungsmodus der Bruchmechanik (Modus I)

7.2.1 Materialcharakterisierung und experimentelle Ergebnisse

Zwei mit Ruß gefüllte Mischungen und zwei ungefüllte Mischungen wurden für diese Untersuchungen hergestellt. In diese Mischungen wurde Ethylen-Propylen-Dien-Kautschuk (EPDM) und Naturkautschuk (NR) verwendet. Basierend auf den Rezepturen in Kapitel 3.1.

Für die numerischen und analytischen Berechnungen der Energiefreisetzungsrate sind die Materialparameter des Ogden-Modells erforderlich. Zu diesem Zweck wurden Zugfestigkeitsmessungen mittels S2-Stab bei Raumtemperatur mit einer Traversengeschwindigkeit von 200 mm/min bis zum totalen Versagen durchgeführt. Die Zugfestigkeitsmessungen bei den reinen Scher- oder äquibiaxialen Zugmessungen konnten wegen der Einschränkung der Kraftmessdose nicht verwirklicht werden. Da die Reißmessungen ohne Vorbelastung geschahen und die lokalen Dehnungen und Spannungen nahe der Risspitze sehr hoch sind, wurden die Anpassungen der vier

Mischungen an den Zugfestigkeitsmessungen anstatt der Multihysteresen durchgeführt. Außerdem können durch diesen Vorgang mögliche Fehler durch die Extrapolation mit Hilfe des Materialgesetzes bei höheren Dehnungen verhindert werden. Abbildung 7.11 veranschaulicht einen Vergleich zwischen den gemessenen Zugfestigkeiten und den Anpassungskurven anhand des Ogden-Modells.

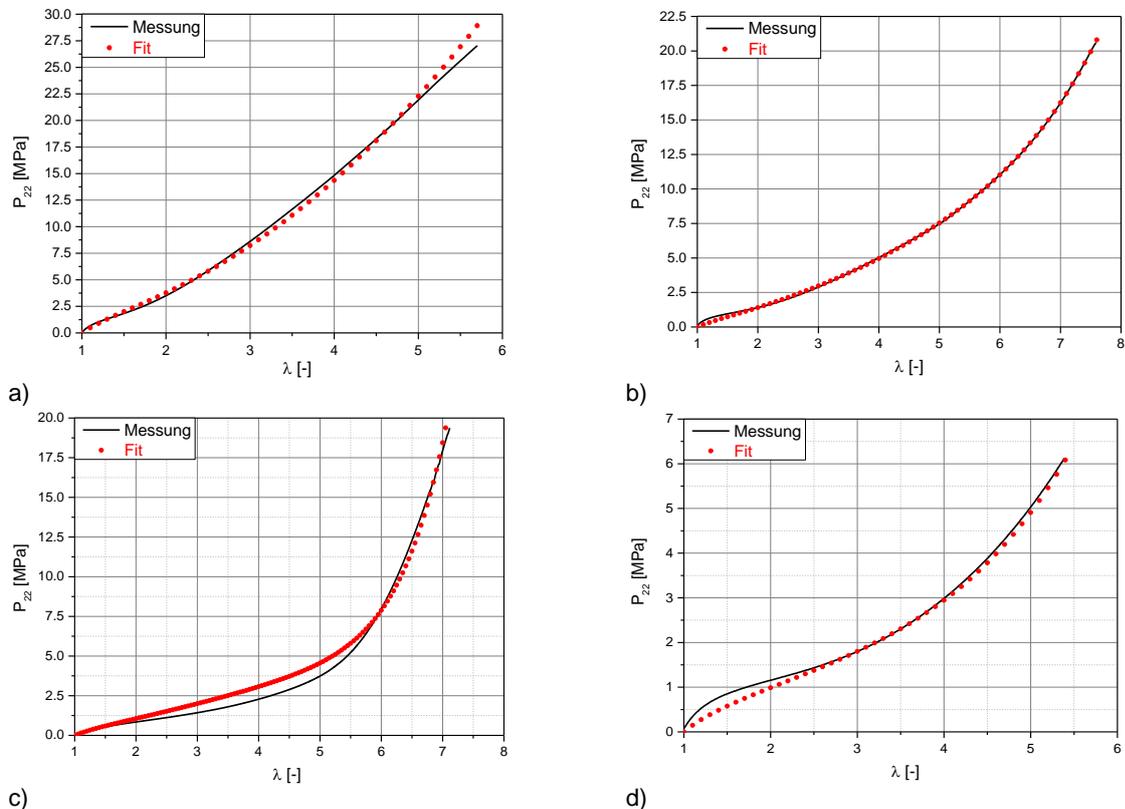


Abbildung 7.11: Vergleich der Zugfestigkeitsmesskurven (Symbol) und der Fitkurven des Ogden-Modells (Linie): a) NR-gefüllt; b) EPDM-gefüllt; c) NR-ungefüllt; d) EPDM-ungefüllt

Die Anpassungskurven des Ogden-Modells zeigen eine sehr gute Approximation zu den gemessenen Zugfestigkeitskurven. Obwohl die Probe unter reiner Zugbelastung steht, herrschen lokal an der Risspitze andere Deformationen wie Scherung oder Druck. Die Festigkeit in reiner Scherung oder im äquibiaxialen Zug bis zum totalen Versagen sind zur mit der Verfügung stehenden Maschine nicht messbar. Die erzielten Anpassungsparameter aus der uniaxialen Zugfestigkeitsmessung zeigen ein stabiles Verhalten für den reinen Scherungs- und äquibiaxialen Zugzustand. Die Anpassungsparameter für die gefüllten und ungefüllten Mischungen sind in der Tabelle 7.6 gelistet.

Tabelle 7.6: Erzielte Anpassungsparameters des Ogden-Modells für die untersuchten gefüllte und ungefüllte Mischungen

Material	Ogden-Parameter			
	μ_1 [MPa]	α_1 [-]	μ_2 [MPa]	α_2 [-]
NR-gefüllt	1,255237	3,0327	0,503911	$3,62 \cdot 10^{-05}$
EPDM-gefüllt	0,615959	2,7190	$1,9 \cdot 10^{-05}$	7,922556
NR-ungefüllt	0,5241	2,4022	$2,1567 \cdot 10^{-05}$	11,0328
EPDM-ungefüllt	0,5432	2,1010	$7,9137 \cdot 10^{-04}$	6,5464

Die Zugstreifenproben haben an einer Seite einen Riss, wobei dieser Riss mittig in der Länge positioniert ist (Abbildung 6.9.b). Die untersuchten Proben haben unterschiedliche Anfangsriszlängen, so dass der Rissgeometrieinfluss untersucht werden kann. Die Proben haben eine Breite von 20 mm und eine Höhe von 110 mm, wobei bei der Höhe nur eine effektive Länge von 75 mm belastet wird. Die Messungen wurden bei Raumtemperatur (22°C) unter Einsatz einer Zugfestigkeitsprüfmaschine (Zwick/Roell Maschine) durchgeführt. Die Proben werden uniaxial mit einer Traversengeschwindigkeit von 100 mm/min gezogen. Die Vorkraft beträgt 0,5 N bei ungefüllten Mischungen und 1 N bei gefüllten Mischungen. Diese ausgewählten Vorkräfte sorgen dafür, dass die gespannten Proben leicht gestreckt werden.

Die Reißenergie für den Modus I wird gemäß Gleichung (6.23) ausgewertet. Diese Gleichung zeigt, dass die Reißenergie von der Rissgeometrie und den kontinuumsmechanischen Größen wie die Energiedichte und die Streckung der gerissenen Probe abhängig ist. Die Reißenergie wird von dem Zeitpunkt an, in dem der Riss anfängt zu wachsen, ausgewertet. Somit kann die kritische Reißenergie ermittelt werden.

Im Falle des gefüllten und ungefüllten EPDM geschieht das Risswachstum von der Anfangsriszlänge bis zu dem totalen Ausfall relativ schnell verglichen mit dem gefüllten und ungefüllten NR. Dieses Phänomen kann durch die Dehnungskristallisation an der Rissspitze, die das Weiterwachsen abbremst, erklärt werden. Die Risserweiterungsebene der gefüllten und ungefüllten Mischungen zeigt unterschiedliche Oberflächentopographie. In der Abbildung 7.12 sind Aufnahmen des Rasterelektronenmikroskops der gefüllten und ungefüllten NR-Mischungen zu sehen.

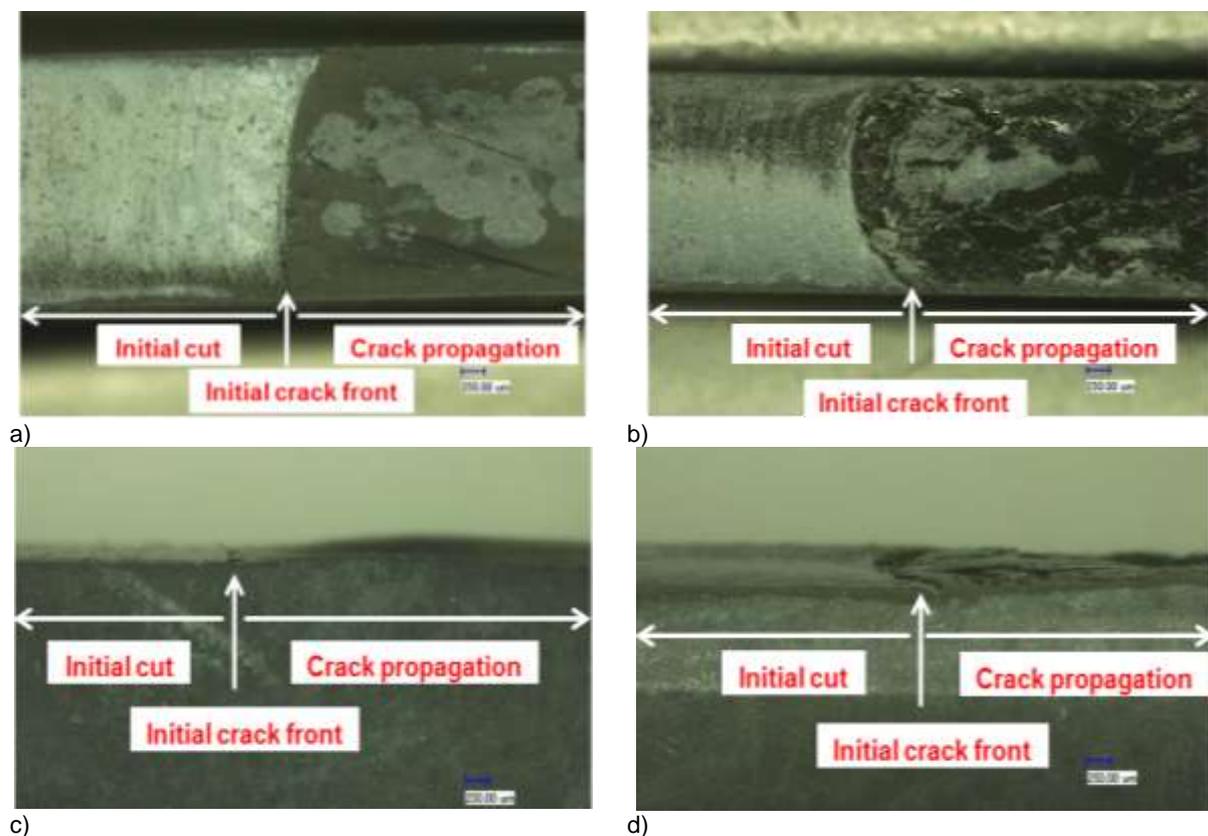


Abbildung 7.12: Aufnahmen des Rasterelektronenmikroskops (Scanning electron microscope (SEM)) von Rissoberflächen bei den NR-Mischungen: a) Draufansicht (NR-gefüllt); b) Draufansicht (NR-ungefüllt); c) Seitenansicht (NR-gefüllt); d) Seitenansicht (NR-ungefüllt)

Die Bilder auf der linken Seite wurden bei gefülltem NR aufgenommen. Diese Bilder zeigen einen glatten Übergang zwischen Anfangsriszlängeregion und Risswachstumsregion. Die Aufnahmen auf der rechten Seite zeigen einen abrupten Übergang zwischen der Anfangsriszlängeregion und Risswachstumsregion für den ungefüllten NR. In diesem Fall zeigt die Risswachstumsebene unregelmäßige Niveaus. Die Form der Rissfront ist typisch für Elastomere, da starke seitliche Einschnürungen an der Rissfront herrschen. Die Tabelle 7.8 und 7.9 geben einen Überblick der verwendeten Größen bei der errechneten Reißenergie.

Tabelle 7.8: Ermittelte Reißenergie aus den Messungen der mit Ruß gefüllten Mischungen

Probe	Totale Energiedichte [N/mm ²]	Streckung [-]	Anfangsriszlänge [mm]	Reißenergie [N/mm]
NR-1	0,938	1,680	7,00	31,826
NR-2	0,711	1,579	7,50	26,661
NR-3	0,680	1,579	8,00	27,198
NR-4	0,637	1,548	8,00	25,715
NR-5	0,615	1,620	8,50	25,798
NR-6	0,430	1,432	9,00	20,303
NR-7	0,360	1,396	10,00	19,121
NR-8	0,261	1,304	11,00	15,807
NR-9	0,183	1,260	13,00	13,283
NR-10	0,149	1,226	15,00	12,660
EPDM-1	0,468	1,720	6,00	13,445
EPDM-2	0,398	1,628	6,50	12,733
EPDM-3	0,385	1,620	6,75	12,825
EPDM-4	0,430	1,706	7,00	14,478
EPDM-5	0,379	1,643	7,00	12,988
EPDM-6	0,335	1,586	7,50	12,553
EPDM-7	0,289	1,538	8,00	11,730
EPDM-8	0,182	1,462	10,00	9,452
EPDM-9	0,149	1,415	11,00	8,683
EPDM-10	0,131	1,416	13,00	8,992

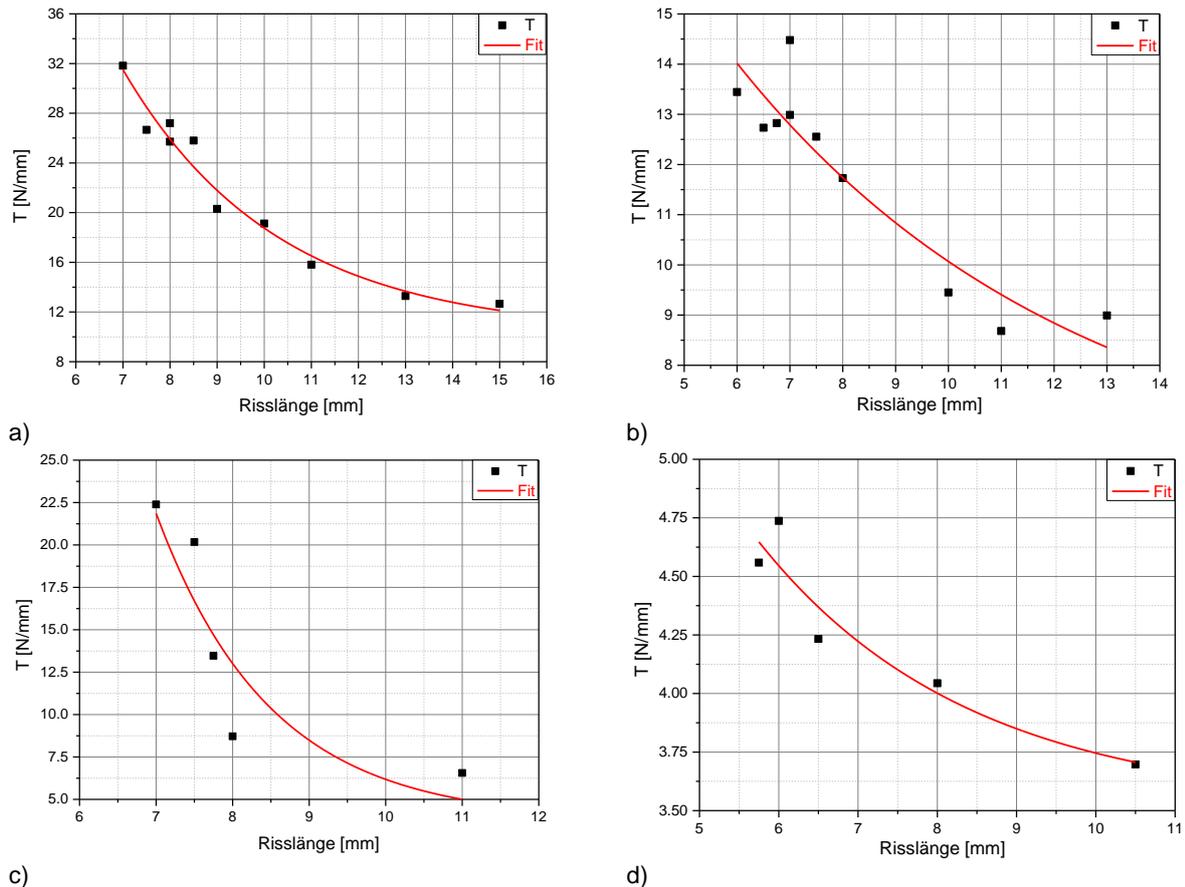
Tabelle 7.9: Ermittelte Reißenergie aus den Messungen der ungefüllten Mischungen

Probe	Totale Energiedichte [N/mm ²]	Streckung [-]	Anfangsriszlänge [mm]	Reißenergie [N/mm]
NR-1	0,802	2,480	7,00	22,390
NR-2	0,656	2,348	7,50	20,176
NR-3	0,386	1,948	7,75	13,464
NR-4	0,224	1,667	8,00	8,717
NR-5	0,116	1,492	11,00	6,555
EPDM-1	0,151	1,426	5,75	4,559
EPDM-2	0,149	1,400	6,00	4,737
EPDM-3	0,122	1,375	6,50	4,233
EPDM-4	0,092	1,301	8,00	4,044
EPDM-5	0,063	1,260	10,50	3,697

Die ermittelte Reißenergie kann über eine abfallende exponentielle Tendenz in Abhängigkeit der Anfangsriszlänge beschrieben werden:

$$T = T_{\infty}(1 + \gamma e^{(-\beta a)}) \quad (7.37)$$

T_{∞} ist die Reißenergie aus dem Konvergenzbereich, γ und β sind Fitparameter, die den Verlauf der Reißenergie stark beeinflussen. Die Abbildung 7.13 veranschaulicht einen Vergleich zwischen der gemessenen Reißenergie und den Anpassungskurven gemäß Gleichung (7.37) für die Mischungen.



c) d) Abbildung 7.13: Vergleich der gemessenen Reißenergie und die Fitkurve gemäß Gleichung (7.37) für: a) NR-gefüllt; b) EPDM-gefüllt; c) NR-ungefüllt; d) EPDM-ungefüllt

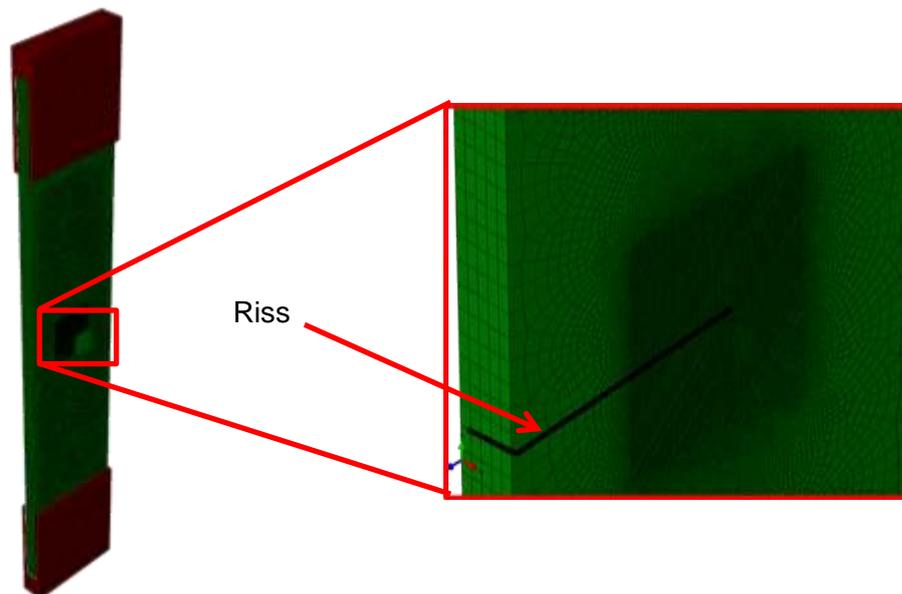
Bei den kleinen Anfangsriszlängen zeigen alle vier Mischungen sehr hohe Reißenergiewerte. Im Gegensatz zu kleineren Anfangsriszlängen haben die Proben mit größeren Anfangsriszlängen kleinere Reißenergiewerte. T nimmt mit steigender Anfangsriszlänge ab und konvergiert zu T_{∞} bei größeren Anfangsriszlängen. Dies bedeutet, dass die Proben mit größeren Anfangsriszlängen einen kleineren Energiefluss für das Risswachstum brauchen. Die Tabellen 7.8 und 7.9 belegen, dass die Zunahme der Anfangsriszlänge zur Abnahme der Streckung und der Energiedichte führt und somit zur Abnahme der Reißenergie. Die erzielten Anpassungsparameter der verwendeten Mischungen sind in der Tabelle 7.10 gelistet. Der Exponent β bestimmt die Stärke der Abnahme der Reißenergie und zeigt bei dem gleichen verwendeten Polymertypen Werte von der gleichen Größenordnung.

Tabelle 7.10: Ermittelte Anpassungsparameter gemäß Gleichung (7.37)

	T_{∞} [N/mm]	γ [-]	β [mm ⁻¹]
NR-gefüllt	10,298	17,590	0,306
EPDM-gefüllt	5,461	3,965	0,155
NR-ungefüllt	3,773	530,635	0,378
EPDM-ungefüllt	3,519	2,811	0,101

7.2.2 Auswertung des J-integrals

Bei der numerischen Auswertung des J-Integrals wurde ein Viertel-Modell in Abaqus simuliert. Bei der FE-Analyse wurde der Elementtyp C3D8H ausgewählt. Dieser Elementtyp basiert auf einer linearen Ansatzfunktion mit hybrider Formulierung. Das FE-Modell wurde bis zur kritischen Verschiebung, die in den experimentellen Untersuchungen ermittelt wurden, gezogen. Der Riss wurde in der unteren Symmetrieachse eingebaut. Die Abbildung 7.14 zeigt die Vernetzung des FE-Modells, wobei das Modell in zwei Regionen aufgeteilt wurde: weit von der Risssspitze ist die Vernetzung grob und die Elementkantenlänge beträgt maximal 1 mm. Nah der Risssspitze ist die Vernetzung fein und die Elementkantenlänge beträgt maximal 0,05 mm. Die feine Vernetzung nahe der Risssspitze ist sehr wichtig, da durch diese Vorgehensweise die Singularitäten der Spannung und der Dehnung gut approximiert werden kann.



a) b)
Abbildung 7.14: Vernetzung des FE-Modells der Zugstreifenprobe: a) gesamte Probe b) Vergrößerung der Umgebung der Risssspitze

Das J-Integral wird entlang der vierzigsten Kontur um die Risssspitze gemäß der Gleichung (6.13) ausgewertet. Die Auswertungskonturen sind auf die Knoten der FE-Vernetzung positioniert. Diese Konturen beginnen von einer Rissflanke und enden an der anderen Rissflanke (Abbildung 7.15).

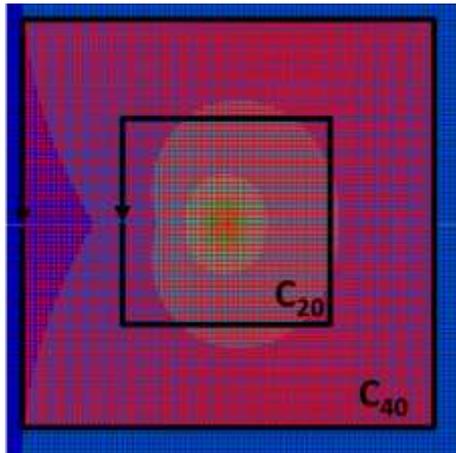


Abbildung 7.15: Definition des Verlaufs der Auswertungskonturen um die Risspitze, Beispiel Kontur 20 und Kontur 40

Die Abbildung 7.16 zeigt den J-Integralverlauf in Abhängigkeit der Konturenanzahl. Die Kontur an der Risspitze besitzt den Wert 1. Die Konturenanzahl steigt mit steigendem Abstand von der Risspitze.

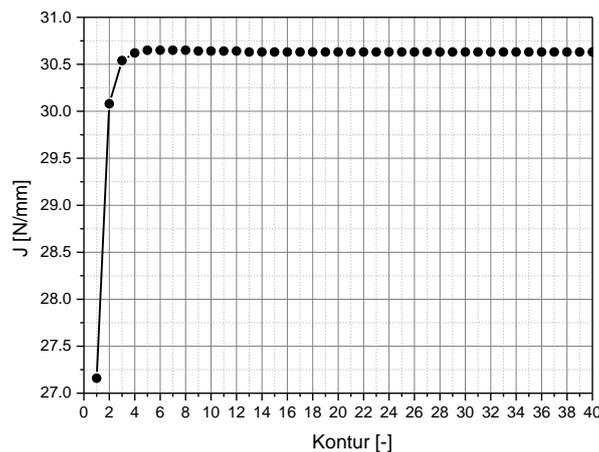


Abbildung 7.16: J-Integralverlauf in Abhängigkeit der Auswertungskonturen (Beispiel für Probe NR-1 gefüllt)

Die Abbildung 7.16 zeigt einen üblichen J-Integralverlauf für nicht-dissipative Materialien. Das J-Integral steigt mit steigender Konturenanzahl bis zur vierten Kontur. Ab der vierten Kontur ist keine Veränderung des J-Integrals zu sehen. Das J-Integral konvergiert zum stabilen Wert, da ein hyperelastisches Materialmodell nicht in der Lage ist, die Dissipation zu berücksichtigen.

Die simulierte Zugstreifenprobe wird bis zur kritischen Verschiebung aus den Messungen (aus Tabelle 7.8 und 7.9) gezogen. Die Abbildung 7.17 zeigt die Darstellung der maximalen nominellen Hauptdehnung für die gefüllte NR-1 Probe in der vollständig ausgestreckten Lage. Die Dehnung an der Risspitze zeigt starke Singularität, wobei der Dehnungswert von 65% weit vom Riss (blauer Bereich) bis zu 784% an der Risspitze (roter Bereich) steigt.

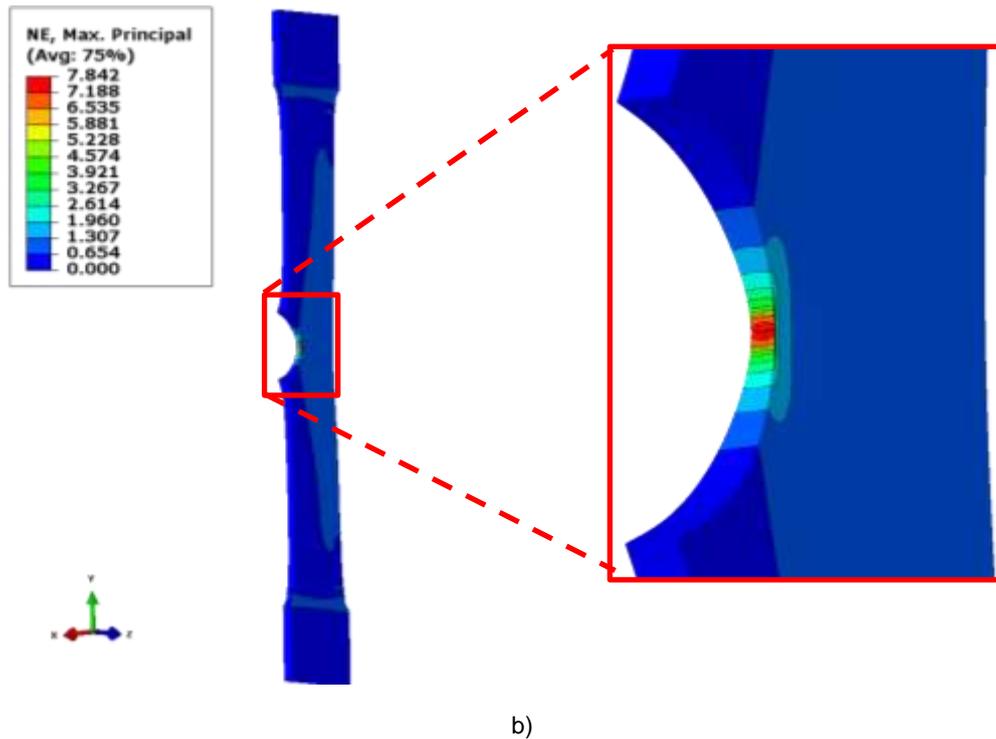


Abbildung 7.17: Darstellung der maximal principal nominellen Dehnung einer gestreckten Zugstreifenprobe (NR-1 mit Ruß gefüllt): a) Vollansicht b) Vergrößerte Ansicht der Rissumgebung

7.2.3 Auswertung der analytischen Energiefreisetzungsrate

Die analytische Energiefreisetzungsrate (Gleichung (7.36)) kann erst dann ermittelt werden, wenn der Parameter B_I bekannt ist. Aus Untersuchungen für den nicht-ebenen Schermodus (Modus III) für gefüllte [22] und ungefüllte Elastomere [24] wurde herausgefunden, dass der Parameter B_{III} von der Streckung der gesamten Probe abhängig ist. Dieser neue eingeführte Parameter wurde als Streckungsintensitätsfaktor definiert, da bei dem Modus I auch eine Abhängigkeit von der Streckung existiert:

$$B_I = 1,05 \lambda t \frac{1}{a} \quad (7.38)$$

wobei λ die Streckung der gesamten Probe ist. Durch Definition der Parameter B_I in der Gleichung (7.38) kann die analytische Energiefreisetzungsrate ermittelt werden. In den Tabellen 7.11 und 7.12 ist ein Vergleich zwischen der experimentellen Reißenergie, dem numerischen J-Integral und der analytischen Energiefreisetzungsrate für gefüllte und ungefüllte Mischungen gelistet.

Tabelle 7.11: Vergleich der Ergebnisse von T, J und G für die untersuchten mit Ruß gefüllten Mischungen

Probe	T [N/mm]	J [N/mm]	Relativer Fehler $\left \frac{J - T}{T} \right $ [%]	G [N/mm]	Relativer Fehler $\left \frac{G - T}{T} \right $ [%]
NR-1	31,826	30,630	3,758	33,152	4,166
NR-2	26,661	25,450	4,542	28,550	7,087
NR-3	27,198	27,040	0,581	28,228	3,787
NR-4	25,715	24,810	3,519	25,192	2,033
NR-5	25,798	31,890	23,614	30,715	19,058
NR-6	20,303	19,070	6,073	21,129	4,067
NR-7	19,121	18,300	4,294	18,756	1,912
NR-8	15,807	13,020	17,631	15,694	0,714
NR-9	13,283	11,500	13,423	13,894	4,602
NR-10	12,660	10,050	20,616	13,104	3,511
EPDM-1	13,445	11,370	15,430	13,741	2,205
EPDM-2	12,733	9,402	26,160	11,689	8,202
EPDM-3	12,825	9,553	25,510	11,535	10,060
EPDM-4	14,478	12,160	16,010	13,328	7,946
EPDM-5	12,988	10,490	19,233	12,082	6,980
EPDM-6	12,553	9,640	23,204	11,181	10,930
EPDM-7	11,730	8,949	23,710	10,058	14,260
EPDM-8	9,452	8,591	9,110	8,684	8,122
EPDM-9	8,683	7,861	9,472	7,917	8,827
EPDM-10	8,992	9,120	1,422	8,118	9,724

Tabelle 7.12: Vergleich der Ergebnisse von T, J and G für die untersuchten ungefüllten Mischungen

Probe	T [N/mm]	J [N/mm]	Relativer Fehler $\left \frac{J - T}{T} \right $ [%]	G [N/mm]	Relativer Fehler $\left \frac{G - T}{T} \right $ [%]
NR-1	22,390	33,320	48,816	23,443	4,705
NR-2	20,176	28,560	41,554	20,460	1,409
NR-3	13,464	18,800	40,632	12,978	3,608
NR-4	8,717	10,650	22,175	9,022	3,496
NR-5	6,555	8,474	29,275	6,883	5,004
EPDM-1	4,559	4,008	12,086	5,270	15,588
EPDM-2	4,737	3,788	20,034	5,070	7,031
EPDM-3	4,233	3,695	12,710	4,879	15,273
EPDM-4	4,044	3,186	21,238	4,348	7,519
EPDM-5	3,697	3,192	13,660	4,063	9,922

Die zwei Tabellen zeigen deutlich, dass die Vorhersage der Energiefreisetzungsrate anhand der Gleichungen (7.36) und (7.38) verglichen mit der experimentellen Reißenergie genaue Ergebnisse liefert. Das numerisch ausgewertete J-Integral liefert gute Ergebnisse, wobei die Abweichung zwischen J-Integral und der Reißenergie größer ist als die Abweichungen zwischen der Energiefreisetzungsrate und der Reißenergie. Die Abbildung 7.18 zeigt einen

Vergleich der drei verwendeten Bruchkriterien T , G und J für die gefüllten und ungefüllten Materialien.

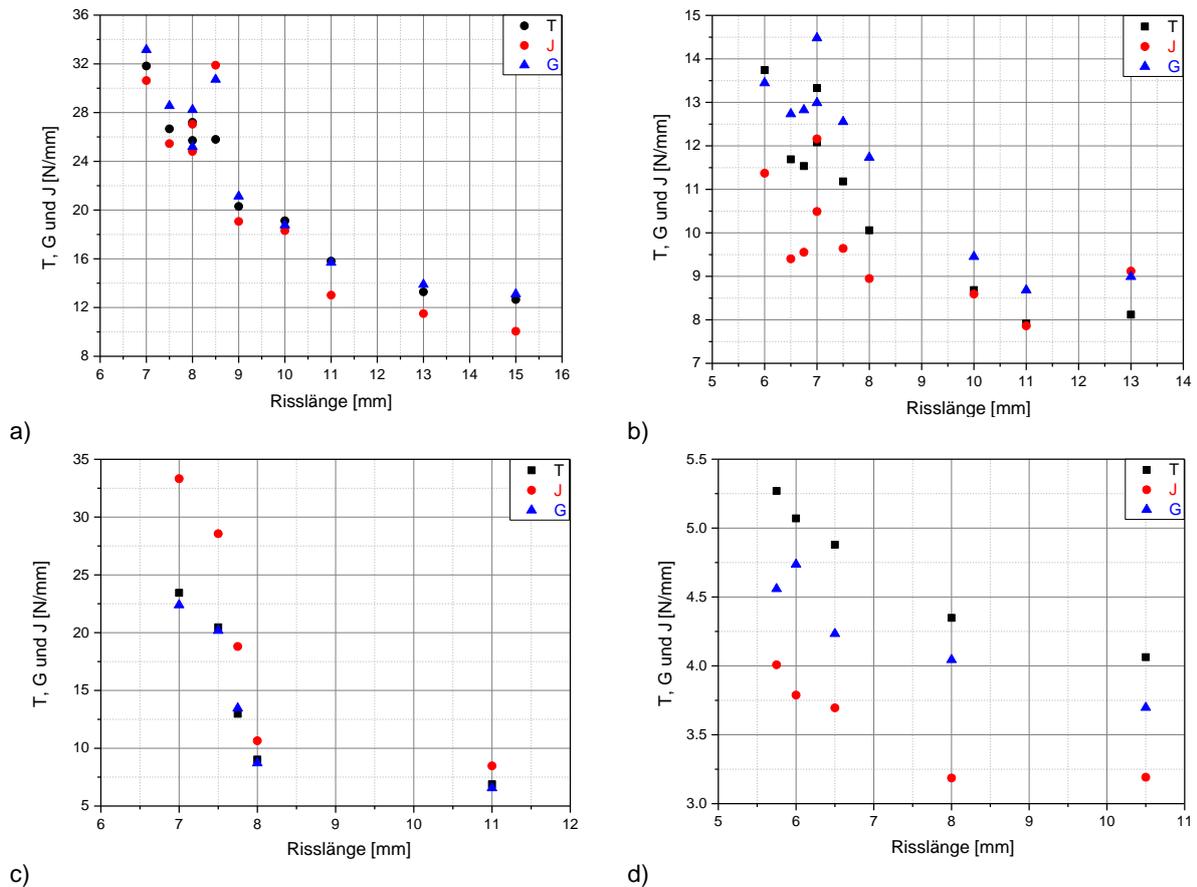


Abbildung 7.18: Vergleich zwischen T , J und G für: a) NR mit Ruß gefüllt; b) EPDM mit Ruß gefüllt; c) NR ungefüllt; d) EPDM ungefüllt

Abbildung 7.18 zeigt deutlich, dass G eine sehr gute Annäherung zu T für die untersuchten Mischungen liefert. Der Mittelwert der relativen Fehler zwischen G und T ist kleiner als 11%. Werden die Ergebnisse von J mit T verglichen, dann wird nur im Falle des gefüllten NR ein gemittelter relativer Fehler von weniger als 10% erreicht. Bei den anderen drei Mischungen sind die Abweichungen höher als 15%.

8 Vorhersage der Lebensdauer

In diesem Kapitel wird anhand der Partikelhäufigkeit in den Prüfkörpern, den Risswachstumseigenschaften und mit dem passenden Risskriterium die Lebensdauer vorhergesagt. Eine Vorhersage der Lebensdauer spart Kosten und Zeit und kann bei der Entwicklungsphase von einem Produkt sehr hilfreich sein. Anhand der erzielten Ergebnisse können Kurzläufer abgeschätzt werden und somit die passenden Maßnahmen wie Geometrieänderung oder Belastungsanpassung getroffen werden. Diese Vorhersage wird anhand zweier Materialbeispiele EPDM und NR unter unterschiedlichen Amplituden demonstriert. Die Lebensdauervorhersage wird durch zwei Betrachtungsmethoden erfolgen: Dem Probabilitäts-Akkumulationsprinzip, das auf der lokalen Auswertung der Reißenergie basiert und der Monte-Carlo-Simulation, die auf der Korrelation zwischen dem Wert des J-Integrals und der totalen Energiedichte des gesamten Bauteils basiert. Der Wert des J-Integrals wird aus dem stabilen Wert der J-Integralkurve als eine Funktion der Konturenzahl entnommen.

Für die Umsetzung der Lebensdauervorhersage wurde für die jeweilige Methode ein Python-Skript für Abaqus implementiert. Alle Skripte basieren auf der lokalen Auswertung der Lebensdauer, wobei die Auswertung elementweise geschieht. Aus der prognostizierten Lebensdauer wird ein Ausfallbereich ermittelt, der die gesamte Ausfallbreite abdeckt. In diesem Kapitel wird deutlich gezeigt, dass die Vorhersage mit hyperelastischen Materialmodellen nur unter bestimmten Bedingungen gute Ergebnisse liefert, wobei hingegen die Lebensdauervorhersage anhand des inelastischen Materialmodells MORPH präziser und zuverlässiger ist. Die Zählung der Partikel in den getesteten Materialien, die Risswachstumscharakterisierung und die gemessene Lebensdauer wurde von Marvin Ludwig zur Verfügung gestellt [29].

Beide Methoden basieren auf der Grundidee, dass Fehlstellen nicht an das Polymer gebunden sind. Diese Annahme ermöglicht es uns, diese Fehlstellen als Risse zu berücksichtigen.

8.1 Risswachstumscharakterisierung

Bei Bauteilen unter zyklischer Belastung können vorhandene Mikrorisse weiterwachsen, obwohl die treibenden Kräfte am Riss niedriger als die kritische Reißenergie sind. Solches Risswachstum ist in der Bruchmechanik als Ermüdungsrisswachstum bekannt. Das Risswachstum kann erst einsetzen, wenn die Länge der Mikrorisse kritisch ist. Aus den experimentellen Ermüdungsuntersuchungen kann die Risswachstumsgeschwindigkeit (dc/dN), die sich aus dem detektierten Rissfortschritt und den dazugehörigen gefahrenen Zyklen ergibt, ermittelt werden. Paris und Erdogan haben ein Gesetz für Metalle definiert, das einen Zusammenhang zwischen der Risswachstumsgeschwindigkeit und der Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors (ΔK) liefert [33]. Dieser Grundgedanke wurde von Thomas und Rivlin für die Elastomere übernommen [14, 59], in dem sie die Beziehung durch Ersetzen des Spannungsintensitätsfaktors durch die Reißenergie modifiziert haben.

$$\frac{dc}{dN} = BT^\beta \quad (8.1)$$

hierbei sind B und β empirische Parameter, die materialspezifisch sind. Die Abbildung 8.1 zeigt einen typischen Verlauf der Risswachstumsgeschwindigkeit als eine Funktion der Reißenergie, in dem die Größen doppelt logarithmisch dargestellt sind.

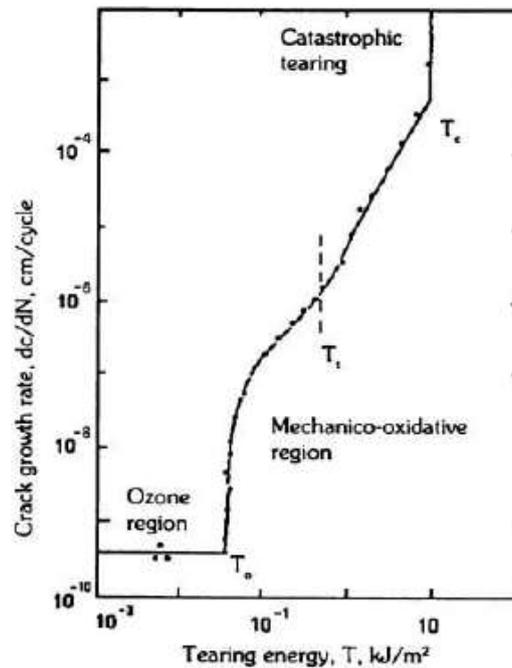


Abbildung 8.1: Risswachstumsgeschwindigkeit als Funktion der Reißenergie (Messung von ungefüllten NR bei 1.67 Hz) [60]

Der Kurvenverlauf kann in drei Hauptbereiche unterteilt werden. In dem ersten Bereich befindet sich kein Risswachstum, da sich die Reißenergie unterhalb des Schwellenwerts T_0 befindet. Dieser Bereich ist in der Abbildung 8.1 durch den horizontalen Kurvenverlauf charakterisiert. In dem zweiten Bereich herrscht ein linearer Zusammenhang zwischen der Risswachstumsgeschwindigkeit und der Reißenergie. Dieser Bereich wird als kontrollierter Risswachstumsbereich definiert. Das Paris-Erdogan-Gesetz kann das kontrollierte Risswachstum gut approximieren. In dem dritten Bereich herrscht ein unkontrolliertes Risswachstum. Wenige Zyklen verursachen größere Rissfortschritte und somit den totalen Ausfall der Prüfkörper.

Für die Ermittlung der Paris-Erdogan-Parameter aus Gleichung (8.1) werden am Rand angerissene Zugstreifenproben, die sogenannten Single-Edge-notched-tension-proben (SENT), unter unterschiedlicher Dehnungsamplitude am Tear-Fatigue-Analyser getestet. Der Prüfkörper ist in der Abbildung 6.9.b dargestellt. Es herrscht die Deformation des Rissöffnungsmodus (Modus I) der Bruchmechanik, da die Risslänge, die Breite und die Dicke der Probe klein im Vergleich zur Höhe sind und die relative Bewegung orthogonal auf die Rissflanken ist. Der Prüfkörper wird dynamisch zyklisch mit einer Halb-Puls-Belastung und einer Standardfrequenz von 10 Hz bei Raumtemperatur getestet. Bei der Belastungsphase wird die Probe durch eine Wegsteuerung mit einer gegebenen Dehnamplitude belastet und bei der Entlastungsphase wird die Probe durch Kraftsteuerung mit einer vorgegebenen Kraft entlastet. Bei den Standardmessungen wird die Entlastungsphase auf 2 N entlastet. Diese Vorgehensweise ist sehr wichtig, da die Probe bei der gegebenen Kraft leicht gestreckt bleibt, dadurch werden die Rissflanken keinen Druck

aufeinander ausüben können und die Konturen des Risses vom optischen System noch erkannt. Aus dieser experimentellen Untersuchung wird die Entwicklung des Risses in Abhängigkeit der Zyklusanzahl festgestellt. Die momentane Risskonturlänge wird über eine integrierte Kamera in der Haltezeit zwischen den Pulsen aufgenommen. Die Software errechnet aus der Halbierung der aktuell gemessenen Risskonturlänge die aktuelle Risslänge. Die Abbildung 8.2 zeigt einen typischen Verlauf der Risslänge in Abhängigkeit von der Zyklusanzahl für eine NR-Probe unter 15% Dehnamplitude mit einer Anfangsrisslänge von 0,8 mm.

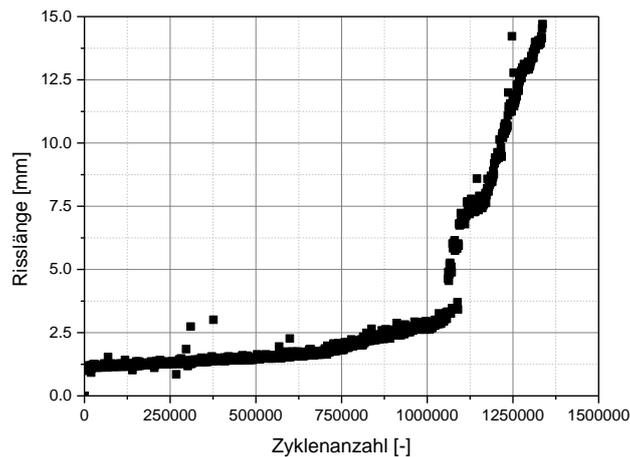


Abbildung 8.2: Risslänge in Abhängigkeit der Zyklusanzahl für das NR bei 15 % Dehnungsamplitude unter Raumtemperatur

In der Abbildung 8.2 sind zwei Bereiche deutlich zu erkennen. Der erste Bereich wird durch seinen leichten Anstieg gekennzeichnet. In diesem Bereich herrscht das kontrollierte Risswachstum. Aus dem kann die Risswachstumsgeschwindigkeit für die untersuchte Dehnamplitude hergeleitet werden. Der zweite Bereich ist markant durch seinen steilen Anstieg. In dem Bereich gibt es unkontrolliertes Risswachstum. Durch ein paar Zyklen können größere Risserweiterungen erzeugt werden. Es wird bei einigen Materialien wie NR oder HNBR festgestellt, dass der Riss nicht immer geradlinig wächst. Nach ein paar Millimetern geradlinigen Risswachstums werden Rissknicke oder Rissverzweigungen beobachtet. Es wird stark darauf geachtet, dass nur das geradlinige Risswachstum bei der Auswertung einbezogen wird, da die Theorie der Reißenergie nur auf infinitesimales geradliniges Risswachstum begrenzt ist. Die Software liefert auch die totale und elastische Energiedichte der Probe durch numerische Integration der Kraft-Weg-Kurve. Somit kann für jede Probe die Reißenergie nach Gleichung (6.23) berechnet werden. Die Ermittlung der β - und B -Parameter erfordert die Risswachstumsgeschwindigkeit und die Reißenergie von mindestens drei Dehnungsamplituden. In der Abbildung 8.3 ist die Risswachstumsgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Reißenergie der zwei untersuchten Materialien zu sehen. Wobei jeder Punkt den Mittelwert von mindestens drei Messungen wiedergibt.

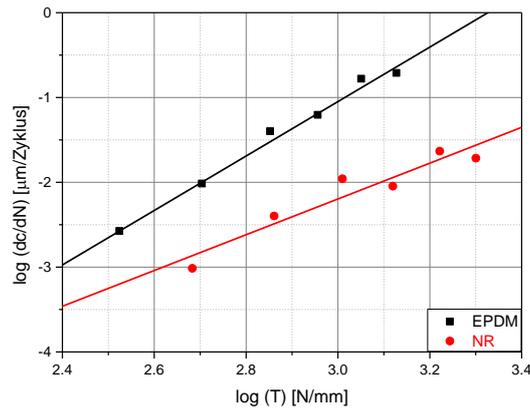


Abbildung 8.3: Risswachstumsgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Reißenergie der zwei untersuchten Materialien

Aus der linearen Regression der aufgetragenen Punkte in der Abbildung 8.3 können die Paris-Erdogan-Parameter ermittelt werden. Diese Parameter werden später bei der numerischen Umsetzung der Vorhersage eingegeben. In der Tabelle 8.1 sind die Paris-Erdogan-Parameter gelistet.

Tabelle 8.3: Paris-Erdogan Parameter der untersuchten Materialien

	Parameter β	Parameter B
EPDM	3,1561	$2,19786 \cdot 10^{-11}$
NR	2,1103	$2,97166 \cdot 10^{-09}$

8.2 Lebensdauerermessung

Die Lebensdaueruntersuchungen wurden an der biaxialen servohydraulischen Prüfmaschine MTS 322.21 durchgeführt. Da die Messungen in dem uniaxialen Zustand gemessen wurden, werden nur die Eigenschaften der ersten Achse erwähnt. Die Prüffrequenz kann zwischen 0,1 und 100 Hz eingestellt werden. Die Kraftmessdose kann Kräfte bis zu ± 25 kN aufnehmen. Der Kolben kann einen Weg von ± 100 mm erreichen. Die Prüfungen an der MTS können quasistatisch sowie dynamisch unter Kraft- oder Wegregelung durchgeführt werden. Die untersuchten Prüfkörper wurden dynamisch bei einer Pulsbelastung mit Kraftregelung getestet. Die Messfrequenz liegt bei 1 Hz, da bei höheren Frequenzen die Temperaturzunahme größer wird, somit wird die Lebensdauer von den thermischen Effekten beeinflusst. Bei der ausgewählten Frequenz ist der Temperatureaufbau niedrig und beeinflusst nur leicht die Lebensdauer.

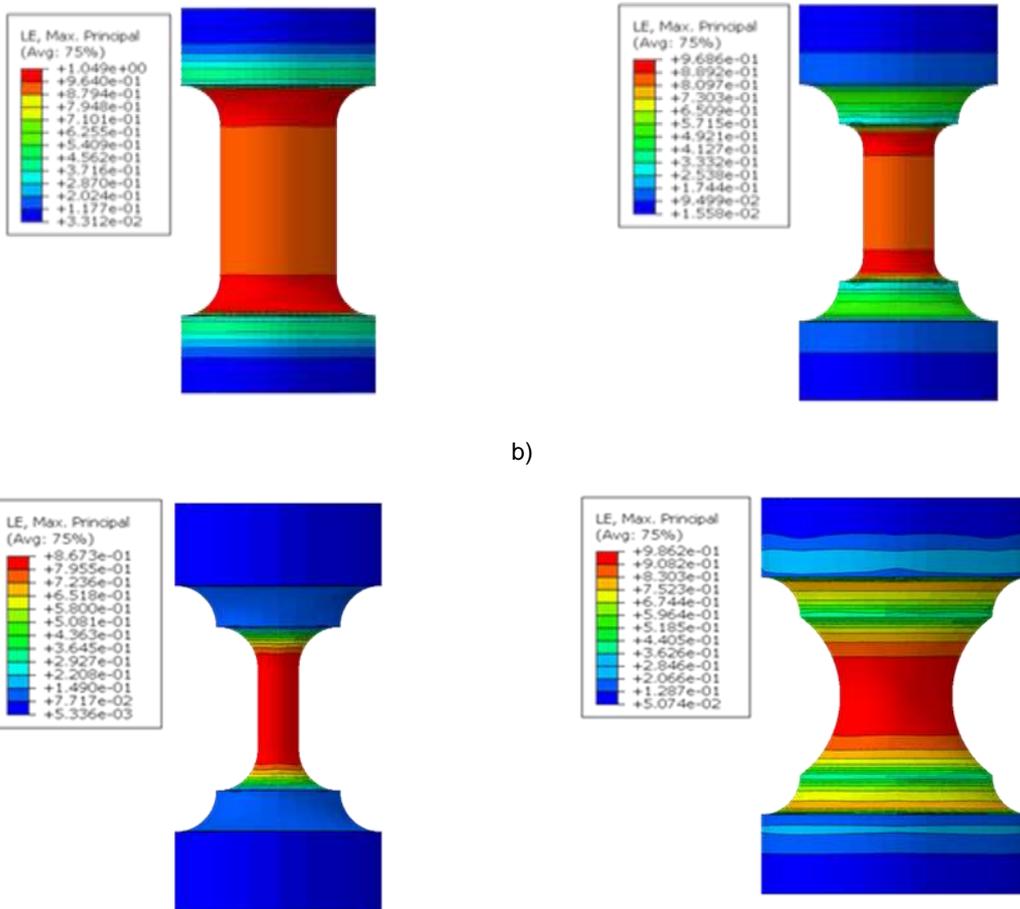
Die verwendeten Prüfkörper aus den Lebensdaueruntersuchungen sind in Abbildung 8.4 dargestellt. Bei den ersten drei Prüfkörpern handelt es sich um rotationssymmetrische Hanteln, wobei das Volumen der Probekörper von R5 zu R5R5 sukzessiv abnimmt. Die drei Prüfkörper haben im mittleren Bereich eine freie Prüflänge, wo homogene Deformationen auftreten und einen äußeren Querschnittsübergang, wo es zu höheren Spannungsintensitäten kommt. Bei der letzten Probe handelt es sich um einen rotationssymmetrischen Puffer, der im mittleren Bereich eine stark inhomogene Beanspruchungsverteilung aufweist.



a) b) c) d)

Abbildung 8.4: Verwendete Prüfkörper bei den Lebensdaueruntersuchungen: a) Hantel R5, b) Hantel R5R3, c) Hantel R5R5, d) Puffer

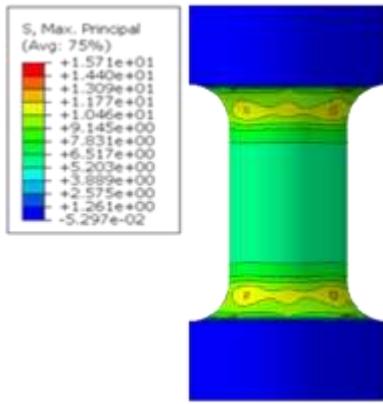
Die verschiedenen getesteten Prüfkörper werden mit der FE-Software Abaqus simuliert. Alle Prüfkörper wurden bis zur gleichen Nennspannung belastet, damit ein Vergleich der Spannungs- und Dehnungsfelder möglich ist. Die Abbildung 8.5 zeigt die maximale logarithmische Hauptdehnung in den verwendeten Prüfkörpern.



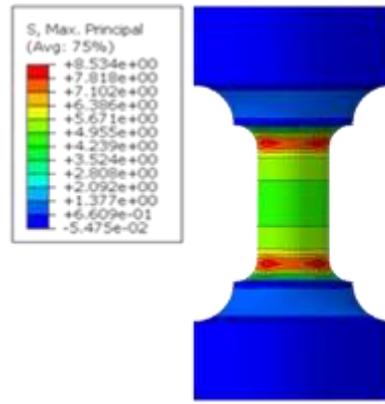
a) b) c) d)

Abbildung 8.5: Maximale logarithmische Hauptdehnung der 4 getesteten Prüfkörper: a) Hantel R5, b) Hantel R5R3, c) Hantel R5R5, d) Puffer

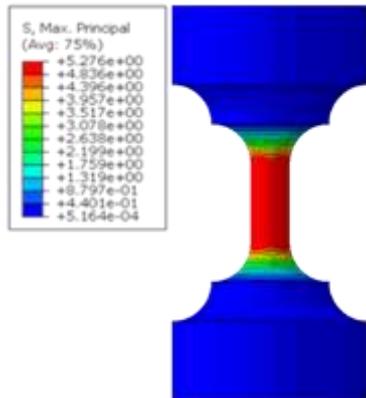
Bei der Betrachtung der drei Hanteln wird deutlich, dass sich der hochbeanspruchte Bereich bei einer stärkeren Verjüngung der Probe hin zur Mitte der Probe verschiebt. Bei dem Puffer liegt der hochbeanspruchte Bereich in der Mitte der Probe wegen der geometrischen Gegebenheiten. Die Abbildung 8.6 zeigt die maximale Cauchy-Hauptspannung in den verwendeten Prüfkörpern.



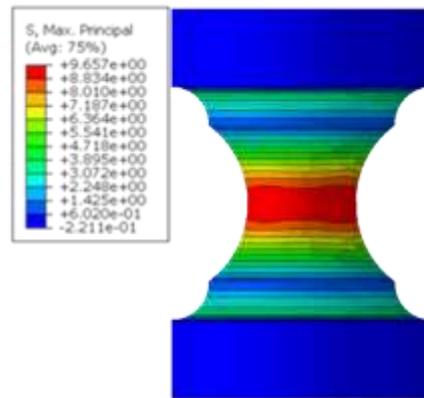
a)



b)



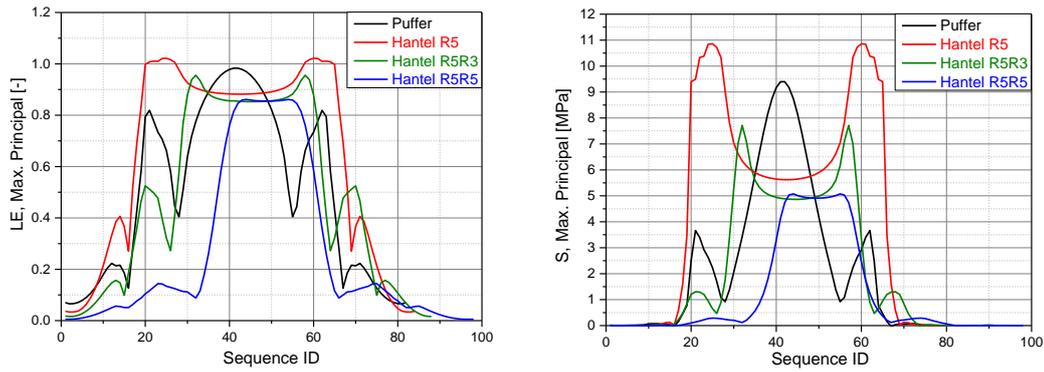
c)



d)

Abbildung 8.6: Maximale Cauchy-Hauptspannung der 4 getesteten Prüfkörper: a) Hantel R5, b) Hantel R5R3, c) Hantel R5R5, d) Puffer

Bei der maximalen Cauchy-Spannung wurden ähnliche Beobachtungen wie bei der Dehnungsverteilung in der Abbildung 8.5 gemacht. Die Spannungsüberhöhung am Geometrieübergang bei der Hantel R5 kann durch den zweiten Radius abgeschwächt werden. Bei der Hantel R5R5 entsteht eine homogene Spannungsverteilung in der Mitte des Prüfkörpers (Abbildung 8.6.c). Die maximale logarithmische Hauptdehnung sowie die maximale Cauchy-Spannung werden entlang der Ränder der Prüfkörper ausgewertet. Die Ergebnisse sind in Abbildung 8.7 dargestellt.



a)

b)

Abbildung 8.7: Auswertung der max. logarithmischen Hauptdehnung sowie Cauchy-Spannung entlang des Rands der Prüfkörper: Max.Principal-logarithmische Dehnung, b) Max.Principal-Cauchy Spannung

Bei Betrachtung der Hantel R5 sind 2 Maxima an den Querschnittsübergängen zu sehen. Diese Maxima wandern bei der Hantel R5R3 von der ersten Verjüngung zur zweiten. Bei Vergrößerung des zweiten Radius auf 5 mm (Hantel R5R5) liegt der hochbeanspruchte Bereich homogen in der Mitte der Probe verteilt. Die Dehnungs- und Spannungsverteilung beim Puffer sind glockenförmig und zeigen 2 lokale Maxima an der Einspannung, die niedriger liegen als das absolute Maximum in der Mitte. Die Abschwächung der Spannungsspitzen und Dehnungsspitzen in dem Übergangsbereich der Hantel durch Einbauen eines zweiten Übergangsradius ist sehr wichtig, da durch solche Maßnahmen der Einfluss der Singularitäten sondiert werden kann. Bei den Hanteln wurden die gescannten Bereiche entsprechend der freien Probenlänge gewählt. Für die Puffer wurde nur der mittlere Bereich gescannt. Durch Betrachtung der Deformationszustände in Abbildung 8.7 muss der gescannte Bereich bis hin zur Verjüngung der Probe erweitert werden, da auch in diesem äußeren Bereich nicht zu vernachlässigende Beanspruchungen auftreten.

Die unterschiedlichen Prüfkörper wurden bei verschiedenen Laststufen getestet. Für das EPDM wurden insgesamt 6 Laststufen der Standard-Hantel R5 untersucht. Die nominelle Spannung der Hantel R5R3 bei einer Laststufe von 65 ± 65 N entspricht ungefähr der nominellen Spannung der Hantel R5 mit einer Belastung von 175 ± 175 N. Die nominelle Spannung der Hantel R5R5 bei einer Belastung von 20 ± 20 N entspricht ungefähr der nominellen Spannung der Hantel R5 mit der Laststufe 175 ± 175 N. Durch die identische nominelle Spannung kann der Volumeneffekt in der Vorhersage bei den Hanteltypen festgestellt werden. Der Querschnitt der Puffer in der Mitte entspricht dem Querschnitt der Standard-Hantel R5. In den Tabellen 8.2 bis 8.9 ist die gemittelte gemessene Lebensdauer der verwendeten Prüfkörper zu sehen [3].

Tabelle 8.2: Anzahl der Messungen und deren Zyklenzahlmittelwert bei der Hantel R5 für das EPDM

Amplitude [N]	100±100	112,5±112,5	125±125	150±150	175±175	200±200
Statistik	5	4	4	13	4	4
Mittelwert	525705	100515	18629	6050	1360	814

Tabelle 8.3: Anzahl der Messungen und deren Zyklusanzahlmittelwert bei der Hantel R5R3 für das EPDM

Amplitude [N]	50±50	55±55	65±65
Statistik	3	5	5
Mittelwert	3816	4894	2146

Tabelle 8.4: Anzahl der Messungen und deren Zyklusanzahlmittelwert bei der Hantel R5R5 für das EPDM

Amplitude [N]	15±15	17±17	20±20
Statistik	5	3	5
Mittelwert	97971	41526	8602

Tabelle 8.5: Anzahl der Messungen und deren Zyklusanzahlmittelwert beim Puffer für das EPDM

Amplitude [N]	125±125	150±150	200±200
Statistik	5	16	6
Mittelwert	32719	4161	547

Tabelle 8.6: Anzahl der Messungen und deren Zyklusanzahlmittelwert bei der Hantel R5 für das NR

Amplitude [N]	150±150	200±200	250±250	300±300
Statistik	5	8	5	4
Mittelwert	80225	27901	9957	3953

Tabelle 8.7: Anzahl der Messungen und deren Zyklusanzahlmittelwert bei der Hantel R5R3 für das NR

Amplitude [N]	65±65	90±90	115±115
Statistik	3	2	5
Mittelwert	57443	19992	4903

Tabelle 8.8: Anzahl der Messungen und deren Zyklusanzahlmittelwert bei der Hantel R5R5 für das NR

Amplitude [N]	22±22	27,5±27,5	35±35
Statistik	4	1	5
Mittelwert	133187	83382	9271

Tabelle 8.9: Anzahl der Messungen und deren Zyklusanzahlmittelwert beim Puffer für das NR

Amplitude [N]	200±200	250±250	300±300
Statistik	4	2	9
Mittelwert	70390	31381	9150

8.3 Anpassung der Partikelverteilung in den untersuchten Materialien

Um die Häufigkeit und Größe der Partikel zu bestimmen, werden die Proben durch Computertomographie analysiert. Durch Rekonstruktion der aufgenommenen Bilder in 3D können die Partikel bzw. Agglomerate in Voxel (Volumeneinheit) gezählt werden. Abbildung 8.8 zeigt den Ausschnitt einer μ CT-Aufnahme.

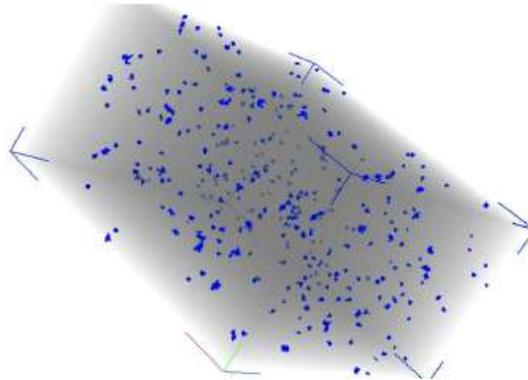


Abbildung 8.8: Ausschnitt eines gescannten Bereichs aus einer untersuchten Probe [S. Robin/DIK]

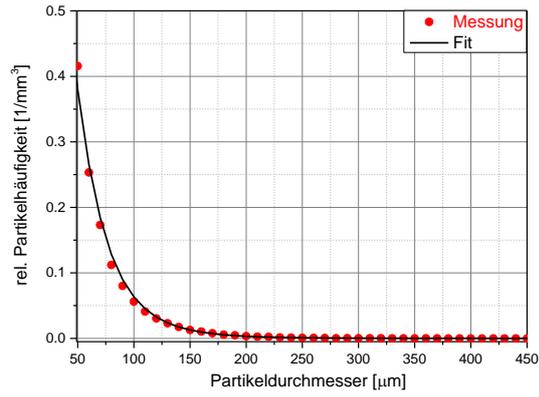
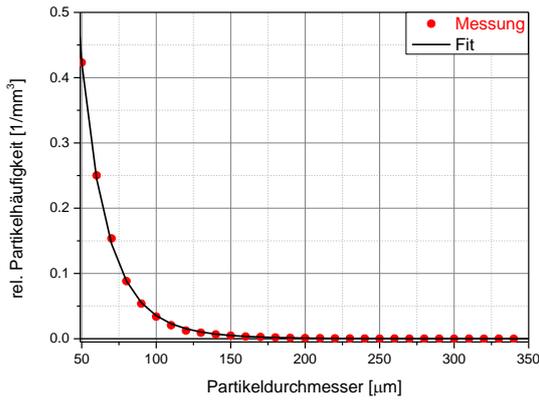
Wie in Abbildung 8.8 zu sehen ist, sind die Partikel bzw. Agglomerate blau dargestellt. Bei der Zählung mit Hilfe von dem Bildverarbeitungsprogramm Image J werden alle Agglomerate über die Grenzen des grau dargestellten Bereichs ermittelt. Jeder Volumeneinheit wird eine Auftrittshäufigkeit zugeordnet. Bei der Umrechnung auf das detektierte Volumen werden die diskreten Bereiche als stetig überführt. Ein Agglomerat wird hierbei als kugelförmiges Partikel angesehen.

8.3.1 Lognormal-Verteilung

Für das Probabilitäts-Akkumulationsprinzip wurde die logarithmische Normalverteilung als Anpassungsfunktion der Partikelverteilung verwendet [32].

$$F_L(c, A, \mu, \sigma_N) = \frac{A}{\sigma_N c \sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{\left(\ln\left(\frac{c}{\mu}\right) \right)^2}{2\sigma_N^2} \right)} \quad (8.2)$$

Die Abbildung 8.9 zeigt die Qualität der Anpassung zu der gemessenen relativen Partikelhäufigkeit für das EPDM und NR.



a)

b)

Abbildung 8.9: Anpassung der relativen Partikelhäufigkeit in Abhängigkeit des Partikeldurchmessers: a) EPDM, b) NR

Die Fitkurven zeigen eine sehr gute Anpassung zu der gemessenen relativen Partikelhäufigkeit für beide Materialien. In der Tabelle 8.10 sind die erzielten Fitparameter gelistet [29].

Tabelle 8.10: Parameter der Partikelverteilung anhand der logarithmischen Normalverteilung

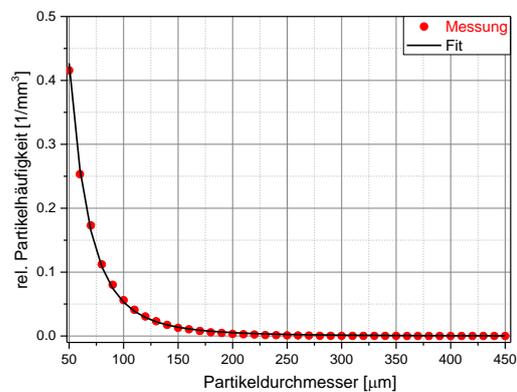
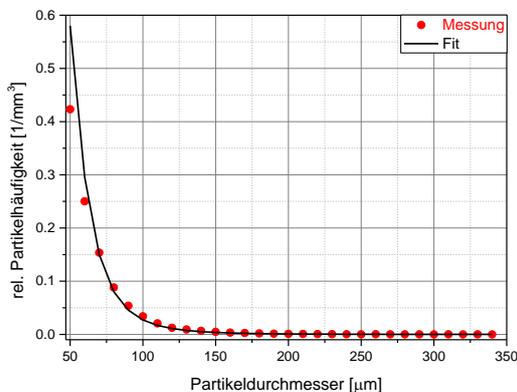
	Parameter A	Parameter μ	Parameter σ_N
EPDM	0,070	0,023	0,659
NR	0,034	0,037	0,640

8.3.2 Weibull-Verteilung

Für die Monte-Carlo-Simulation wurde die Weibull-Verteilung für die Anpassung der Partikel ausgewählt [31, 32], da sich die Risslänge aus dieser funktionellen Abhängigkeit leicht ermitteln lässt.

$$F_W = 1 - e^{-\left(\frac{c}{a}\right)^b} \quad (8.3)$$

Die Abbildung 8.10 veranschaulicht einen Vergleich zwischen der gemessenen relativen Partikelhäufigkeit und der Fitkurve der Weibull-Anpassung für das EPDM und NR.



a)

b)

Abbildung 8.10: Anpassung der relativen Partikelhäufigkeit in Abhängigkeit des Partikeldurchmessers: a) EPDM, b) NR

Die Fitkurve für NR zeigt eine sehr gute Anpassung zu der gemessenen relativen Partikelhäufigkeit. Die Fitkurve für EPDM zeigt eine leichte Abweichung zu der gemessenen relativen Partikelhäufigkeit bei kleinerem Partikeldurchmesser. In der Tabelle 8.11 sind die erzielten Fitparameter gelistet.

Tabelle 8.11: Parameter der Partikelverteilung anhand der Weibullfunktion

	Weibullparameter a	Weibullparameter b
NR	41,99027	-3,35563
EPDM	48,59719	-4,97723

8.4 Akkumulationsprinzip

Die ersten Untersuchungen zum Akkumulationsprinzip an homogenen und inhomogenen Deformationszuständen wurden in [29] durchgeführt. Bei den drei Hanteltypen wurde eine Annahme der homogenen Deformation getroffen. Der untersuchte Bereich wurde auf den zylindrischen Bereich der Hantel begrenzt. Der gesamte Bereich wurde als eine einheitliche Zelle betrachtet. Bei dem Puffer wurde der stark eingeschnürte Bereich in drei bzw. vier Unterbereiche zerlegt, da dort eine starke Inhomogenität der Deformation herrscht. Bei den folgenden Untersuchungen werden bei homogenen und inhomogenen Prüfkörpern die Vorgehensweise der Zerlegung übernommen. Diese Zerlegung wird über die Vernetzung des Bauteils in geeignete Elemente geschehen. Die Ausfallwahrscheinlichkeitsfunktion in jedem Element ist wie folgt definiert:

$$\bar{W}_i(c) = 1 - \left(\frac{V_{Mischung} - V_{Element_i}}{V_{Mischung}} \right)^{F(c)} \quad (8.4)$$

Diese Funktion ist von der Risslänge c abhängig. Um diese Variable durch die Zyklenanzahl N ersetzen zu können, muss die Risslänge im integrierten Paris-Erdogan Gesetz in Abhängigkeit der anderen Größen gegeben werden [29]:

$$c(N) = \left(\frac{N}{(\beta - 1)B(2kW_{tot})^\beta} + \frac{1}{c_{Bruch}^{\beta-1}} \right)^{\frac{1}{1-\beta}} \quad (8.5)$$

Verknüpfung der Gleichung (8.4) und (8.5) führt zur Ausfallwahrscheinlichkeitsfunktion in Abhängigkeit der Zyklenanzahl:

$$\bar{W}_i(N) = 1 - \left(\frac{V_{Mischung} - V_{Element_i}}{V_{Mischung}} \right)^{F(c(N))} \quad (8.6)$$

Das komplementäre Ereignis in jedem Element lässt sich wie folgt errechnen:

$$W_i(N) = 1 - \bar{W}_i(N) \quad (8.7)$$

Die Gesamtüberlebenswahrscheinlichkeit wird über das Produkt der Überlebenswahrscheinlichkeit aller Elemente berechnet:

$$W_{Gesamt} = \prod_j W_i(N) \quad (8.8)$$

Somit kann die Gesamtausfallwahrscheinlichkeit als Gegenereignis ermittelt werden:

$$\bar{W}_{Gesamt}(N) = 1 - W_{Gesamt} \quad (8.9)$$

Die Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte wird numerisch über die Variation der zwei Größen (\bar{W}_{Gesamt}, N) ermittelt:

$$\bar{W}'_{Gesamt}(N) = (\bar{W}_{Gesamt}(N))' \quad (8.10)$$

Die Ausfallwahrscheinlichkeitsfunktion von zwei Elementen aus dem hochbelasteten Bereich und einem niedrig belasteten Bereich besitzen unterschiedliche Ausfallintervalle. Um die Ausfallwahrscheinlichkeitsfunktion später miteinander zu akkumulieren, werden die Überlebenswahrscheinlichkeitsfunktionen durch folgende Funktion angepasst:

$$f(N, k, N_c) = \frac{1}{1 + e^{-k(N-N_c)}} \quad (8.11)$$

Die Abbildung 8.11 zeigt der Anpassung der Überlebenswahrscheinlichkeitsfunktion eines Elements aus der Puffer-Simulation.

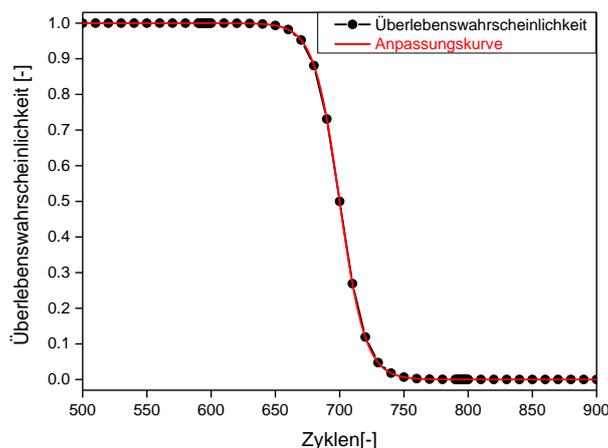


Abbildung 8.11: Anpassung der Wahrscheinlichkeitsfunktion in Abhängigkeit der Zyklanzahl

Für die Berechnung der gesamten Ausfallwahrscheinlichkeitsfunktion des Bauteils müssen die Überlebenswahrscheinlichkeitsfunktionen aller Elemente miteinander multipliziert werden. Dieser Vorgang kann leider nicht leicht durchgeführt werden, da die Überlebenswahrscheinlichkeitsfunktionen unterschiedliche Ausfallintervalle besitzen. Die Multiplikation erfordert, dass die Punkte gleiche Abszissenwerte haben. Diese Problematik lässt sich über die Extrapolation der Fitfunktionen über den gleichen Zyklenintervall ermitteln. In dem Anwendungsbereich wurde ein Zyklenintervall zwischen 10^1 und 10^{10} ausgewählt. Die Abbildung 8.12 zeigt ein Beispiel der Extrapolation von zwei Elementen (Element A und B) mit unterschiedlichen Ausfallbereichen.

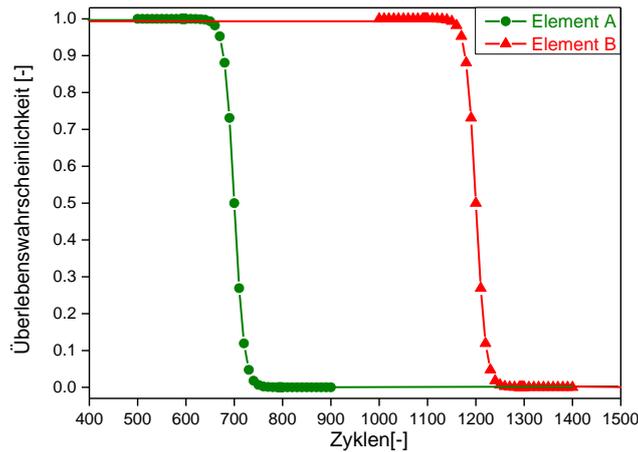


Abbildung 8.12: Extrapolation der Wahrscheinlichkeitsfunktionen innerhalb des definierten Zyklenintervalls

8.4.1 Einfluss der Vernetzungsdichte

Die Lebensdauervorhersage wird auf die Stabilität der FE-Vernetzungsdichte untersucht. Für diese Studie wurden Puffermodelle mit stark unterschiedlicher Elementlänge gefertigt. Es wird durch Verfeinerung und Vergrößerung des Referenznetzes (Netz A) untersucht, ob dieser Faktor eine Rolle bei der Lebensdauervorhersage spielt. Es ist bekannt, dass die Ausgabegrößen wie die Dehnung oder die elastische Energiedichte im nicht konvergierten Zustand netzabhängig sind. Diese Größen fließen in der Vorhersagegleichung als Parameter ein. Aus dieser Studie können wichtige Informationen über die optimale und vernünftige Netzauflösung erzielt werden. Diese Studie wurde für das NR bei der Amplitude 250 ± 250 N durchgeführt. Die Abbildung 8.13 veranschaulicht die verschiedenen Netzauflösungen.

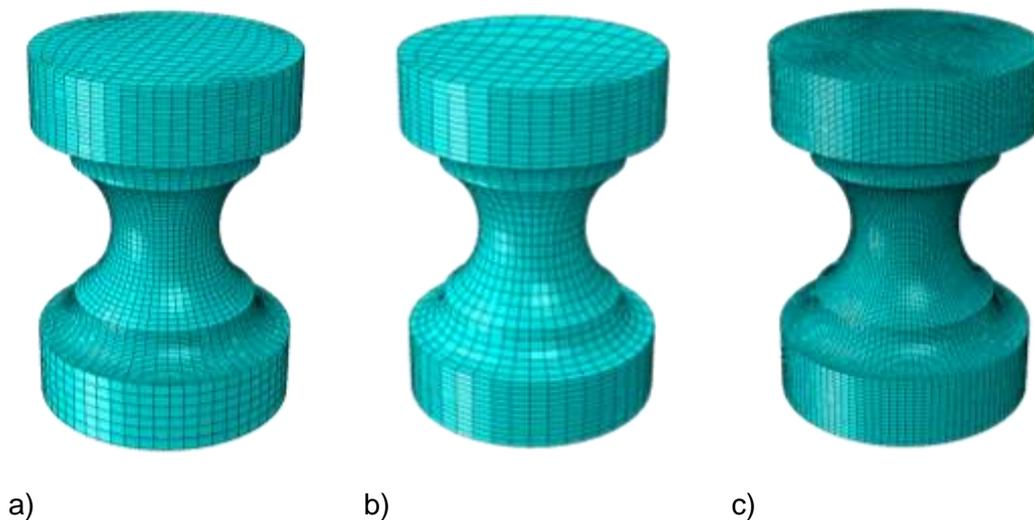


Abbildung 8.13: Variation der FE-Netzauflösung der Puffer: a) Referenznetz A, b) gröberes Netz B und c) feineres Netz C

Die Anzahl der Elemente der drei FE-Netze sind in der Tabelle 8.12 gelistet.

Tabelle 8.12: Anzahl der Elemente in den verwendeten FE-Netze

	Referenznetz A	Referenznetz B	Referenznetz C
Anzahl der Elemente	32096	14888	215125

Die Abbildung 8.14 zeigt einen Vergleich zwischen den gemessenen Puffern und der Lebensdauervorhersage der drei Netzauflösungen.

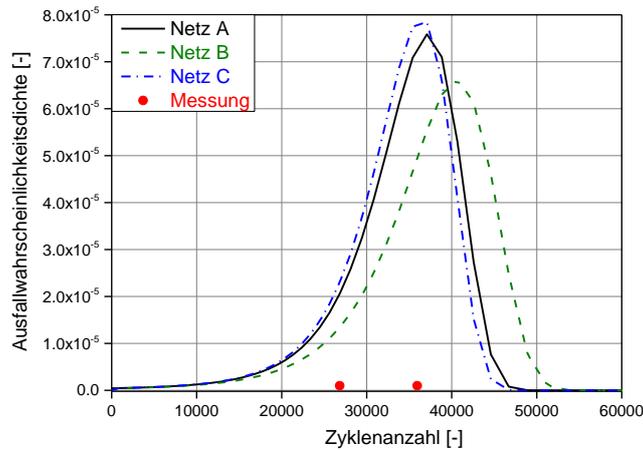


Abbildung 8.14: Vergleich der Lebensdauervorhersage der drei FE-Netze und der gemessenen Lebensdauer

Ein Vergleich der Vorhersage der drei verwendeten Netze zeigt deutlich, dass die Verfeinerung des Referenznetzes (Netz A) zu sehr leichten Unterschieden zwischen den Vorhersagekurven führt. Eine Vergrößerung des Referenznetzes führt zu einem Versatz der Vorhersagekurve mit einem Faktor von 1,08 in der Zyklenanzahl, der zu einer höheren Lebensdauer führt. Die Abweichung der Vorhersage des Netzes B zu den anderen Netzen kann durch die Veränderung der lokalen Dehnungs- und der elastischen Energiedichtewerte begründet werden. In den weiteren Berechnungen wird das Netz A verwendet.

8.4.2 Einfluss der Diskretisierung

Die Vorhersage wurde ebenfalls auf die Diskretisierungsstabilität untersucht. In diesem Fall wurde die Anzahl der verwendeten Diskretisierungspunkte variiert. Diese Variation betrifft die Inkremente in der Partikelgrößen- und der Zyklenskala. Die Partikelgrößenskala ist linear und beginnt bei $50 \mu m$ und endet bei $1000 \mu m$. Die Zyklenskala ist logarithmisch und hat eine untere Grenze von 1 und eine obere Grenze von 10 (entspricht 10^{10}). Die oberen und unteren Grenzen der Skalen sind fixiert und nur die Anzahl der verwendeten Punkte wird verändert. Diese Studie wurde für das NR bei der Amplitude $250 \pm 250 N$ durchgeführt. In der Tabelle 8.13 sind die drei durchgeführten Diskretisierungen gelistet.

Tabelle 8.13: Die drei verwendeten Diskretisierungstypen bei der Lebensdauervorhersage

	Diskretisierung A	Diskretisierung B	Diskretisierung C
Diskretisierung	500	250	1000

Die Vorhersage mittels Python-Skript wird am gleichen FE-Modell durchgeführt. Die Diskretisierungsvariation erfolgt im Python-Skript. Die Abbildung 8.15 veranschaulicht die erzielte Vorhersage für die drei Diskretisierungstypen und die gemessene Lebensdauer.

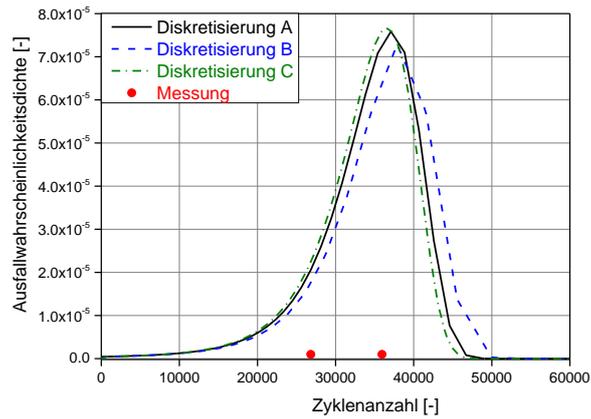


Abbildung 8.15: Vergleich der Vorhersage der drei Diskretisierungstypen und die gemessene Lebensdauer

Die Erhöhung oder Erniedrigung der Referenzdiskretisierung (Diskretisierung A) verursacht sehr leichte Unterschiede zwischen den Vorhersagenkurven. Der Vorteil der Diskretisierung C ist, dass die Vorhersagekurve einen stetigen und sauberen Verlauf im Vergleich zur Diskretisierung A oder B hat. Für die weiteren Berechnungen wurde die Diskretisierung A ausgewählt.

8.4.3 Einfluss der kritischen Risslänge

Mit dem Skript wird ebenfalls der Einfluss der kritischen Risslänge untersucht. Hier ist der Anwender bei seiner Auswahl des Versagenspunktes frei. Es kann ein totaler Ausfall oder ein Teilausfall angenommen werden. Deshalb wurden in dieser Studie Risslängen definiert, die der ungefähren Größe der größten auftretenden Partikel (0,3 mm) oder dem Durchmesser der Prüfkörper entsprechen (15 mm). Es wurden auch zwischen diesen Extrema zwei andere Risslängen für ein Teilversagen definiert. Diese Studie wurde für das NR bei der Amplitude 250 ± 250 N durchgeführt. In der Tabelle 8.14 sind die angenommenen kritischen Risslängen aufgelistet.

Tabelle 8.14: Die ausgewählten kritischen Risslängen in der Lebensdauervorhersage

	Risslänge A [mm]	Risslänge B [mm]	Risslänge C [mm]	Risslänge D [mm]
Wert	0,3	1	5	15

In der Abbildung 8.16 sind die Vorhersagekurven der vier vorgegebenen Risslängen und die gemessenen Puffer dargestellt.

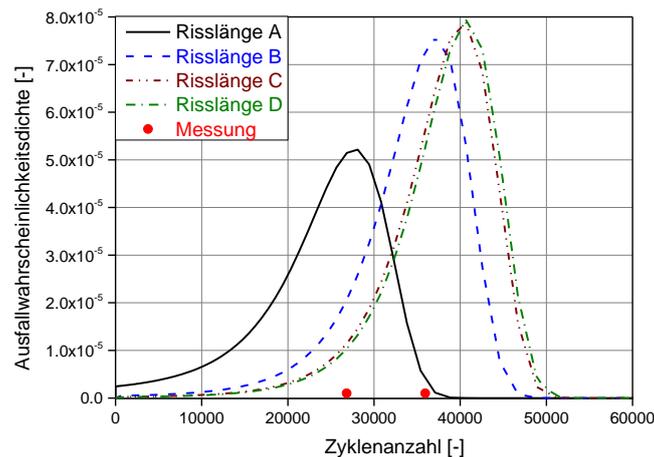


Abbildung 8.16: Vergleich der Vorhersage der vier definierten kritischen Risslängen und die gemessene Lebensdauer

Die Verwendung von sehr kleinen kritischen Risslängen in der Größenordnung vom größten Partikel (ca. 0,3 mm) führt zur Verschiebung des Ausfallbereichs zu einer kürzeren Lebensdauer. Die Erhöhung der kritischen Risslänge auf 1 mm hat dazu geführt, dass der Ausfallbereich zu höherer Lebensdauer verschoben wurde. Die Erhöhung der kritischen Risslänge von 5 auf 15 mm zeigt kaum Unterschiede zwischen den Vorhersagekurven. Der Erwartungswert der zwei Extrema hat einen Versatz von 1,47 in der Lebensdauerachse.

8.4.4 Einbindung der Symmetrieeigenschaften in die Lebensdauervorhersage

Die Zielsetzung der Einbindung der Symmetrie in das Python-Skript ist, die Rechenzeit bei sehr fein vernetzten symmetrisch komplexen FE-Modellen stark zu minimieren. Für die Untersuchungen wurden das Voll-Modell, Halb-Modell, Viertel-Modell, Voll-Rotation-Modell und Halb-Rotation-Modell für das EPDM bei der Amplitude 150 ± 150 N simuliert. Bei den Simulationen wurde der zweite Parametersatz aus der Anpassung mit dem hyperelastischen Materialmodell Ogden ($N = 2$) verwendet. Die Abbildung 8.17 zeigt die elastische Energiedichte als Ausgabe des vollbelasteten Zustands in der undeformierten Darstellung für symmetrische und rotationsymmetrische Modelle.

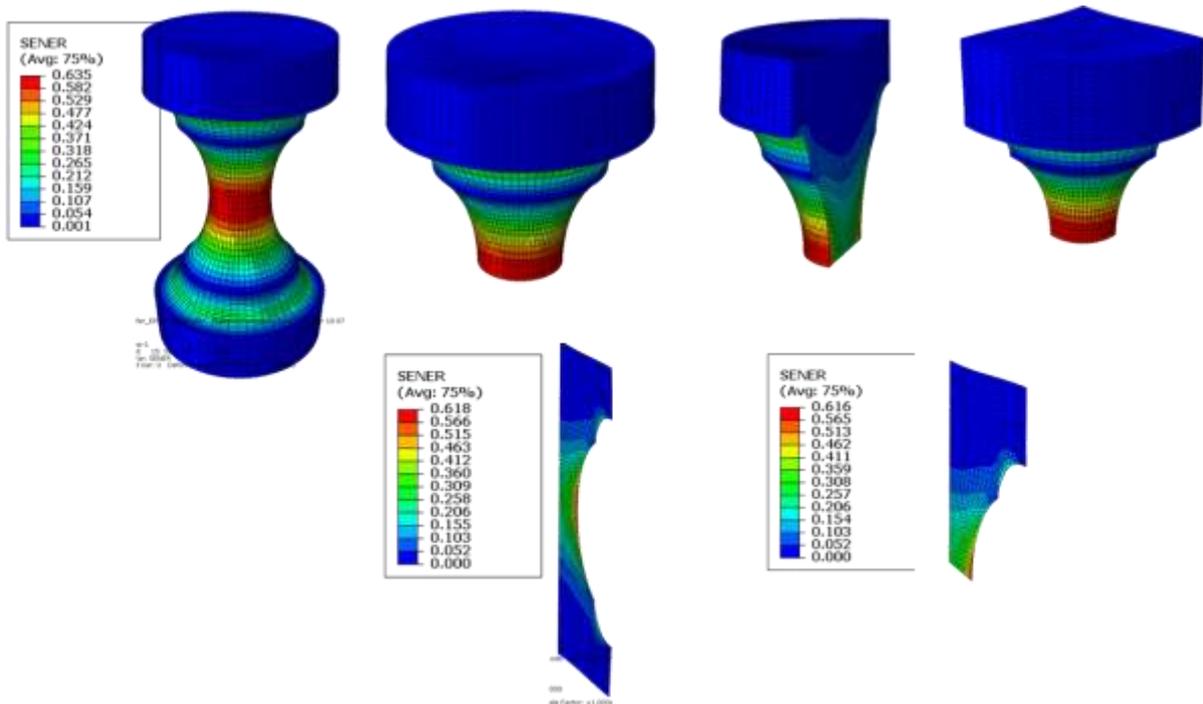


Abbildung 8.17: elastische Energiedichte als Ausgabe des vollbelasteten Zustands in der undeformierten Darstellung für die verwendeten Simulationsmodelle

Abbildung 8.18 zeigt deutlich, dass es leichte Unterschiede in der elastischen Energiedichte zwischen den Symmetrie-Modellen und den rotationssymmetrischen Modellen gibt. Solche Unterschiede wurden bei der Dehnungsausgabe ebenfalls betrachtet. Bei den Symmetrie-Modellen wird das tatsächliche Element-Volumen (EVOL) im ODB-File angezeigt, wobei bei den rotationssymmetrischen Modellen das Vollrotationsvolumen (summiert über den Umfang) ausgegeben wird. Abbildung 8.18 veranschaulicht die Lebensdauervorhersage für die verwendeten Symmetrie-Modelle sowie rotationssymmetrischen Modelle.

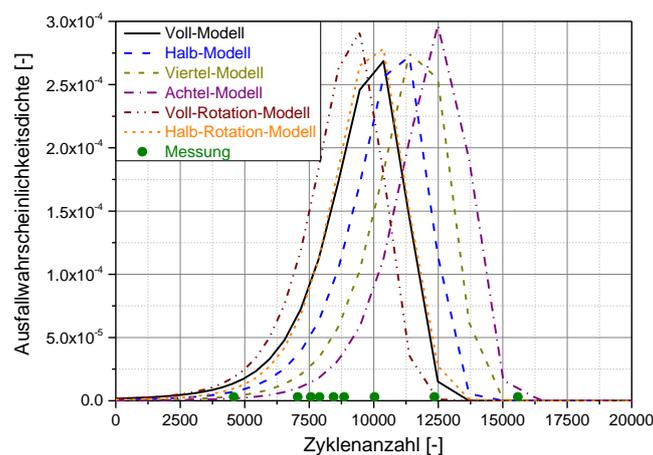


Abbildung 8.18: Lebensdauervorhersage bei den verwendeten Symmetrie Modelle

Die Anwendung des Python-Skriptes auf die Symmetrie-Modelle und die rotationssymmetrischen Modelle zeigt den Volumeneffekt auf der Lebensdauer. Die Erhöhung des Symmetriegrades bei diesen Modellen führt zu einer entsprechenden Erhöhung der Lebensdauer. Die rotationssymmetrischen Modelle zeigen leichte Abweichungen bei der Vorhersage im Vergleich mit den Symmetrie-Modellen, da es

Unterschiede bei der Dehnung und der elastischen Energiedichte zwischen den zwei Symmetriegruppen gibt.

Um das Volumen bei der Symmetrie zu berücksichtigen, wurde der Volumensymmetriefaktor in das Python-Skript eingeführt. In der Überlebenswahrscheinlichkeit wird der Volumensymmetriefaktor mit dem Volumen multipliziert. Dieser Volumensymmetriefaktor nimmt den Wert 1 für ein Voll-Modell oder Voll-Rotation-Modell, 2 für ein Halb-Modell und Halb-Rotation-Modell, 4 für ein Viertel-Modell und 8 für ein Achtel-Modell an. In der Abbildung 8.19 werden die Lebensdauervorhersagen der Symmetrie-Modelle und rotationssymmetrischen Modelle mithilfe des erweiterten Python-Skriptes dargestellt.

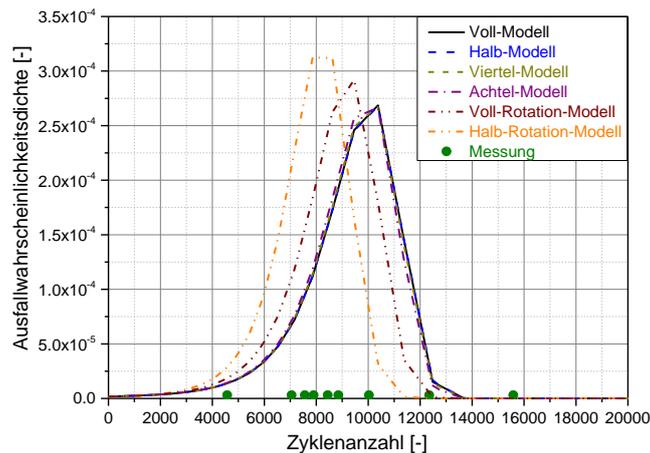


Abbildung 8.19: Lebensdauervorhersage durch die verwendeten Symmetrie Modelle mittels des erweiterten Python-Skriptes (Volumensymmetriefaktor)

Die Durchführung des erweiterten Python-Skriptes zeigt eine sehr gute Überlappung der Vorhersagekurven der Symmetriemodelle und des Voll-Modells. Der Volumensymmetriefaktor modifiziert das Volumen in den Symmetriemodellen, sodass identische Vorhersagen geliefert werden können. Die Rechenzeit wird von zwei Minuten beim Voll-Modell erheblich durch die Symmetrieeigenschaften auf nur zwei Sekunden bei Halb-Rotation-Modell verkürzt. Ähnliche Ergebnisse wurden für das NR bei der Amplitude 300 ± 300 N erzielt.

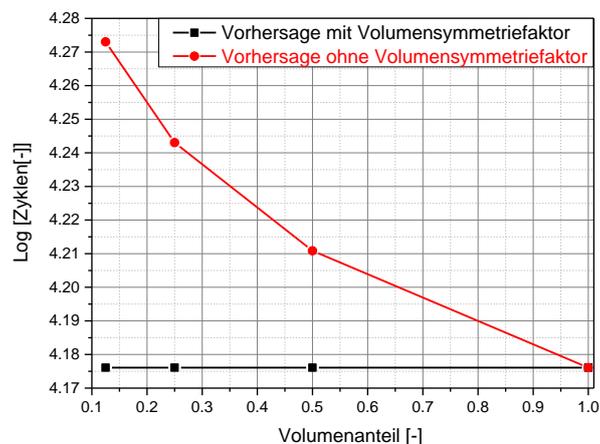


Abbildung 8.20: Erwartungswerte der Vorhersage aus Symmetriemodellen mit und ohne Einbindung des Volumensymmetriefaktors

Das Verringern des Volumenanteils durch die Symmetrie führt zur Erhöhung der Lebensdauer ohne Betrachtung der Symmetrie. Die Verwendung des

Volumensymmetriefaktors führt dazu, dass alle Symmetriemodelle den gleichen Erwartungswert haben. Der Erwartungswert der Vorhersage lässt sich über eine exponentiell abfallende Funktion in Abhängigkeit des Volumenanteils beschreiben:

$$N = N_0 + k e^{-\left(\frac{V}{b}\right)} \quad (8.12)$$

wobei N_0 die Zyklenanzahl bei einem Voll-Modell ist, k und b sind Fitparameter und V ist der Volumenanteil, der sich aus der Symmetrie ergibt. In der Abbildung 8.21 ist der Erwartungswert der Vorhersage bei Symmetrie-Modellen ohne Einbinden des Volumensymmetriefaktors und der dazugehörigen Fitkurve gemäß der Gleichung (8.12) dargestellt.

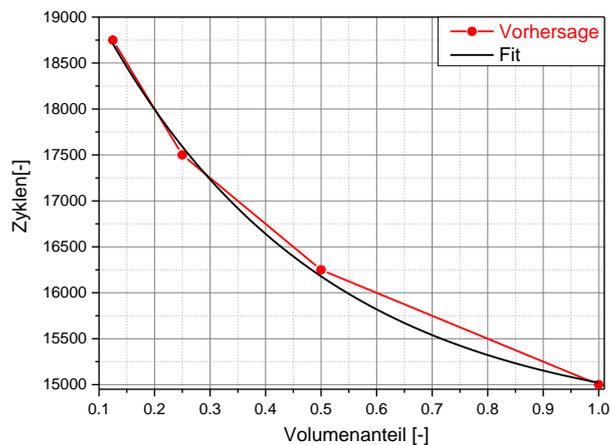


Abbildung 8.21: Anpassung der Erwartungswerte der Vorhersage aus den Symmetriemodellen ohne Einbindung des Volumensymmetriefaktors

In der Tabelle 8.15 sind die Fitparameter aus der Anpassung in der Abbildung 8.21 aufgelistet.

Tabelle 8.15: Fitparameter für die Anpassung in der Abbildung 8.22 für das EPDM bei 150 ± 150 N

Parameter	N_0 [-]	k [-]	b [-]
Wert	14559,04	5677,73	0,39863

8.4.5 Einfluss des Materialgesetzes auf die Vorhersage

Um den Einfluss der Auswahl des Materialgesetzes für die Vorhersage zu zeigen, wurde das hyperelastische Materialmodell Ogden ($N = 2$) und das inelastische Materialmodell MORPH verwendet. Im ersten Schritt wird nur das Ogden Modell auf seine Aussagekraft und Stabilität überprüft. Im zweiten Schritt wird das MORPH-Modell auf seine Aussagekraft überprüft. Da bei der Materialcharakterisierung vier Amplituden gemessen wurden, stehen bei dem Ogden-Modell insgesamt vier Parametersätze zur Verfügung (Tabelle 5.2). Es werden mit einem identischen Simulationsmodell vier Berechnungen mit den vier Parametersätzen von EPDM für die Puffer bei 150 ± 150 N durchgeführt. Mit Hilfe dieser Simulationen kann die Lebensdauervorhersage ermittelt und mit den gemessenen Prüfkörpern verglichen werden. Die Abbildung 8.22 zeigt für den Puffer die Kraft-Weg-Kurven der vier Simulationen und eine Messung bei ca. 1.000 Zyklen.

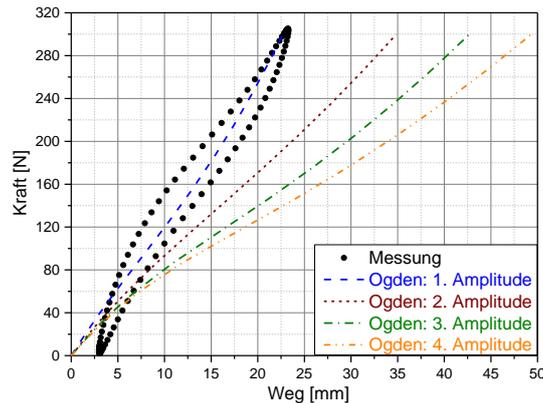


Abbildung 8.22: Vergleich der Kraft-Weg-Kurven der Puffer aus der Simulation mit unterschiedlichen Parametersätzen und einem gemessenen Puffer bei ca. 1000 Zyklen für das EPDM bei 150 ± 150 N

Der Vergleich der Kraft-Weg-Kurven aus den Simulationen und der Messung zeigt deutlich, dass Ogden mit dem ersten Parametersatz eine gute Approximation zu der gemessenen Kraft-Weg-Kurve des Puffers für EPDM 150 ± 150 N liefert. Die anderen Ogden-Simulationen liefern deutlich weichere Antworten. Die Vorhersage für das Material bei den vier unterschiedlichen Amplituden ist in der Abbildung 8.23 dargestellt.

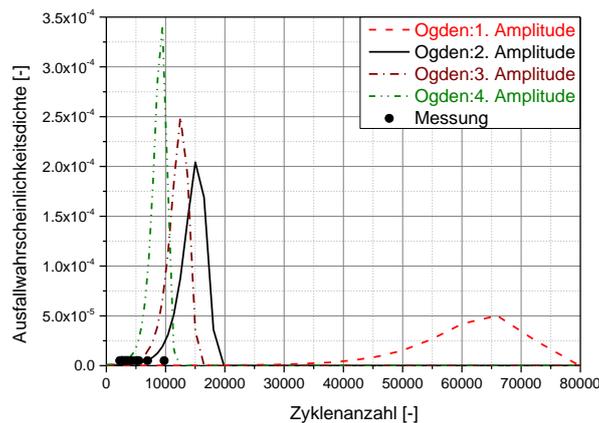


Abbildung 8.23: Lebensdauervorhersage der Puffer aus EPDM bei 150 ± 150 N für die verwendete Parametersätze

Der Vergleich der Lebensdauervorhersagen des Ogden-Modells mit den unterschiedlichen Parametersätzen zeigt deutlich, dass eine Erhöhung des Erweichungsgrades zu früheren Ausfällen führt. Obwohl das Ergebnis des Ogden-Modells mit dem ersten Parametersatz sehr gut zur gemessenen Kraft-Weg-Kurve passt, überschätzt die Vorhersage die gemessene Lebensdauer mit einem Faktor von 13. Die Vorhersage mit dem vierten Parametersatz zeigt die beste Approximation zu der gemessenen Lebensdauer, aber das Materialverhalten ist ca. zweimal weicher als das tatsächliche Material. Durch diese Vorgehensweise erhöhen sich die lokalen Werte der Dehnung und der elastischen Energiedichte und somit verschiebt sich die Vorhersage zu einer kürzeren Lebensdauer. Es ist bekannt, dass das Elastomer sich inhomogen deformiert. Die Verwendung des hyperelastischen Materialmodells Ogden führt dazu, dass allen Elementen bzw. allen Integrationspunkten im FE-Netz die gleiche Steifigkeit zugewiesen wird. Es könnte zu einer starken Überschätzung oder Unterschätzung der lokalen Deformationswerte führen, je

nachdem welcher Parametersatz zum Einsatz kommt. Aus diesen Anhaltspunkten wird die Berechnung mit einem passenden Materialgesetz wie MORPH notwendig, um die Inhomogenität besser nachvollziehen zu können.

Es wird das identische FE-Modell übernommen und simuliert mit dem einzigen Unterschied, dass das MORPH als Materialgesetz eingesetzt wird. Der Puffer wird durch zwei Zyklen belastet, da in der Auswertung nur der stabile Zyklus (2. Zyklus) verwendet wird. Die Materialparameter des MORPH-Modells sind in den Tabellen 5.2 und 5.3 gelistet. Die Abbildung 8.24 veranschaulicht den Vergleich zwischen der Kraft-Weg-Kurve aus numerischer Berechnung mit MORPH und einem gemessenen Puffer bei ca.1000 Zyklen

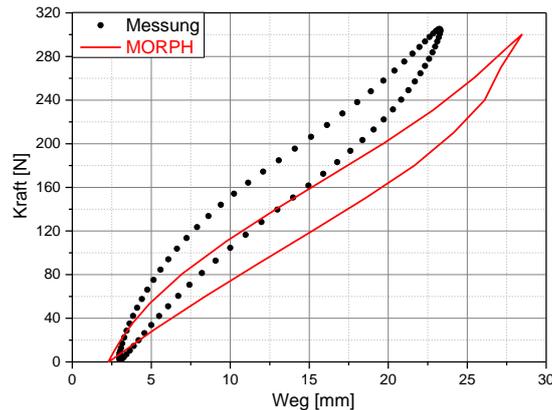


Abbildung 8.24: Vergleich der Kraft-Weg-Kurven der Puffer aus der Simulation mit MORPH und einem gemessenen Puffer bei ca.1000 Zyklen für das EPDM bei 150 ± 150 N

Die Kraft-Weg-Kurve des stabilen Zyklus durch MORPH trifft gut die gemessene bleibende Dehnung und zeigt eine ähnliche Hystereseffläche wie aus der Messung. Der gefahrene Weg der Messung wird von MORPH leicht überschätzt. Mit dem Ergebnis des Materialgesetzes kann eine Vorhersage gemacht werden. Die Abbildung 8.25 zeigt den Vergleich zwischen der Lebensdauervorhersage und den gemessenen Puffern.

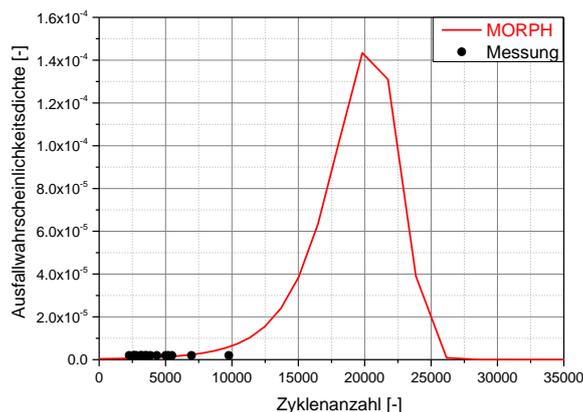


Abbildung 8.25: Vergleich der Lebensdauervorhersage und den gemessenen Puffern das EPDM bei 150 ± 150 N

Vorhersagen mittels MORPH zeigen gute Ergebnisse. Die gemessene Lebensdauer wird überschätzt. Die Abbildung 8.26 zeigt einen Vergleich zwischen den Vorhersagen mittels MORPH und Ogden aus der erste Amplitude und den gemessenen Puffern.

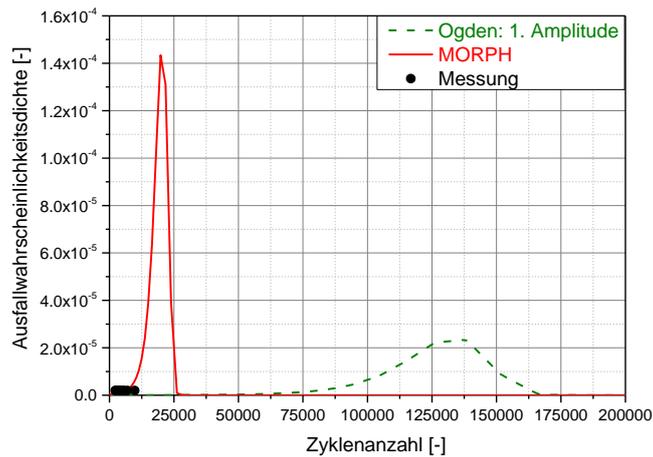


Abbildung 8.26: Vergleich der Lebensdauervorhersage aus MORPH und Ogden mittels ersten Parametersatzes mit der gemessenen Lebensdauer anhand der Puffer für das EPDM bei 150 ± 150 N

Die Abbildung zeigt deutlich, dass MORPH plausible und bessere Vorhersagen liefert im Vergleich zum einfachen hyperelastischen Materialmodell. Ähnliche Ergebnisse wurden für das NR-Material erzielt.

Anhand der gesamten durchgeführten Studien wird bei der kumulativen Lebensdauervorhersage auf das hyperelastische Materialmodell verzichtet, da MORPH eine realitätsnahe Antwort für das Elastomer liefert. In den nachfolgenden Kapiteln werden alle untersuchten Prüfkörper, alle Amplituden und Materialien auf die Aussagekraft bei der Lebensdauervorhersage untersucht.

8.4.6 Lebensdauervorhersage aller Prüfkörpertypen

Bei der Simulation der Lebensdauerprüfkörper wurde das MORPH-Modell verwendet. Die Proben wurden kraftgesteuert wie im Experiment belastet. Die Belastung wurde in zwei Zyklen wiederholt. Die Auswertung der Lebensdauervorhersage wird auf der Antwort des Materials im zweiten Zyklus basieren, da dort der erweichte Zustand erzielt wird. Die Zählung der Partikel wurde bei Hantel R5 mit größerer Statistik durchgeführt [29]. Die Partikelverteilung für die anderen Prüfkörper wird auf das untersuchte Volumen skaliert. Die relative Häufigkeit der größeren Partikel wird mit der Reduzierung des Prüfvolumens verringert.

8.4.6.1 Puffer

Der Puffer ist wegen der sukzessiven Verkleinerung des Durchmessers ein sehr spezieller Prüfkörper (Abbildung 8.4.d). Die kritischen Spannungs- und Dehnungswerte zeigen sich an der dünnsten Stelle der Probe. Die ausgewertete Spannung und Dehnung am Rand der Prüfkörper zeigen eine glockenförmige Verteilung mit lokalen Maxima an den Einspannzonen (Abbildung 8.7). Im Gegensatz zu dem homogenen Prüfbereich bei den Hanteln herrschen in der Mitte der Probe inhomogene Spannungs- und Dehnungsverteilungen.

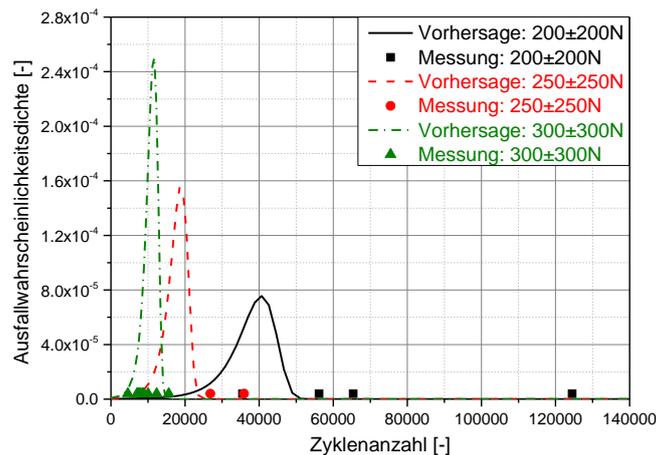


Abbildung 8.27: Vergleich der Vorhersagen und der gemessenen Lebensdauer des NR für den Puffer

Die Vorhersage der Amplitude 300 ± 300 N zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit der gemessenen Lebensdauer. Die mittlere Amplitude zeigt eine leichte Unterschätzung der Lebensdauer. Der Versatz die Mittelwerte der Vorhersage und die Messungen in der Lebensdauerachse entspricht einem Faktor von 1,5. Die Vorhersage für die Amplitude 150 ± 150 N kann nur einen Messpunkt gut treffen. Zwei Messpunkte liegen nah zu der oberen Schranke der Vorhersage. Die gemessene Lebensdauer eines Prüfkörpers liegt mit einem Faktor von 3,13 in der Lebensdauer zu dem Mittelwert der Vorhersage. Es handelt sich bei diesem Messpunkt um einen Ausreißer (Langläufer). Die Abbildung 8.28 veranschaulicht die Qualität der Vorhersage zu der gemessenen Lebensdauer bei den drei Amplituden für EPDM.

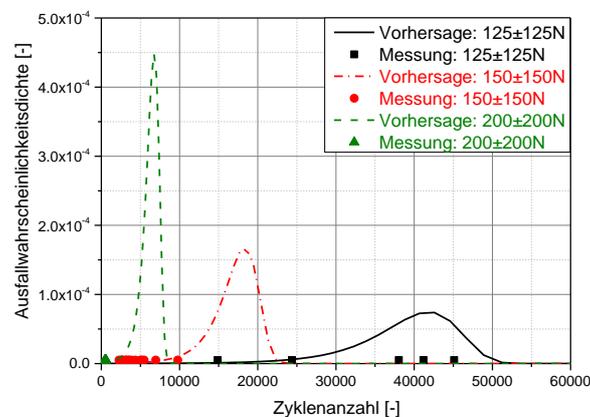


Abbildung 8.28: Vergleich der Vorhersagen und der gemessenen Lebensdauer des EPDM für den Puffer

8.4.6.2 Hantel R5

Die Hantel R5 ist der Standard-Prüfkörper bei der Lebensdauer im DIK. Der Prüfkörper hat einen Durchmesser von 15mm, somit ergibt sich ein Prüfvolumen von 5300 mm^3 . An dem Geometrieübergangsbereich der Hantel konnten sehr starke Spannungsüberhöhungen beobachtet werden (Abbildung 8.7.a). Diese Spannungsspitzen können Versagen hervorrufen, ohne dass dort die kritische Partikelgröße positioniert ist. Solche Effekte wurden in der Monte-Carlo-Simulation betrachtet. Die Bezeichnung des gemessenen Prüfbereichs mit einem homogen belasteten Prüfbereich ist wegen der starken Spannungsüberhöhung nicht zulässig. In der Abbildung 8.29 sind die Vorhersagen und die gemessene Hantel bei den gegebenen Lastamplituden für NR dargestellt.

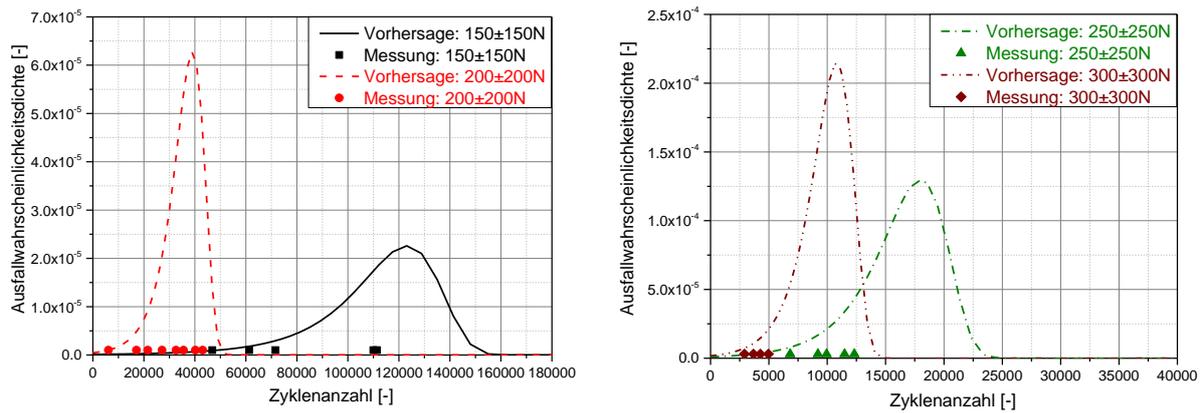


Abbildung 8.29: Vergleich der Vorhersagen und der gemessenen Lebensdauer des NR für die Hantel R5

Für die Amplituden größer als 150 ± 150 N können die Messpunkte der Vorhersagen sehr gut getroffen werden. Bei der Amplitude 150 ± 150 N worden 4 der 5 Messpunkte gut getroffen. Es handelt sich beim Ausreißer wahrscheinlich um einen Kurzläufer. In der Abbildung 8.30 werden die Vorhersagen und die gemessenen Hanteln bei den gegebenen Lastamplituden für EPDM miteinander verglichen.

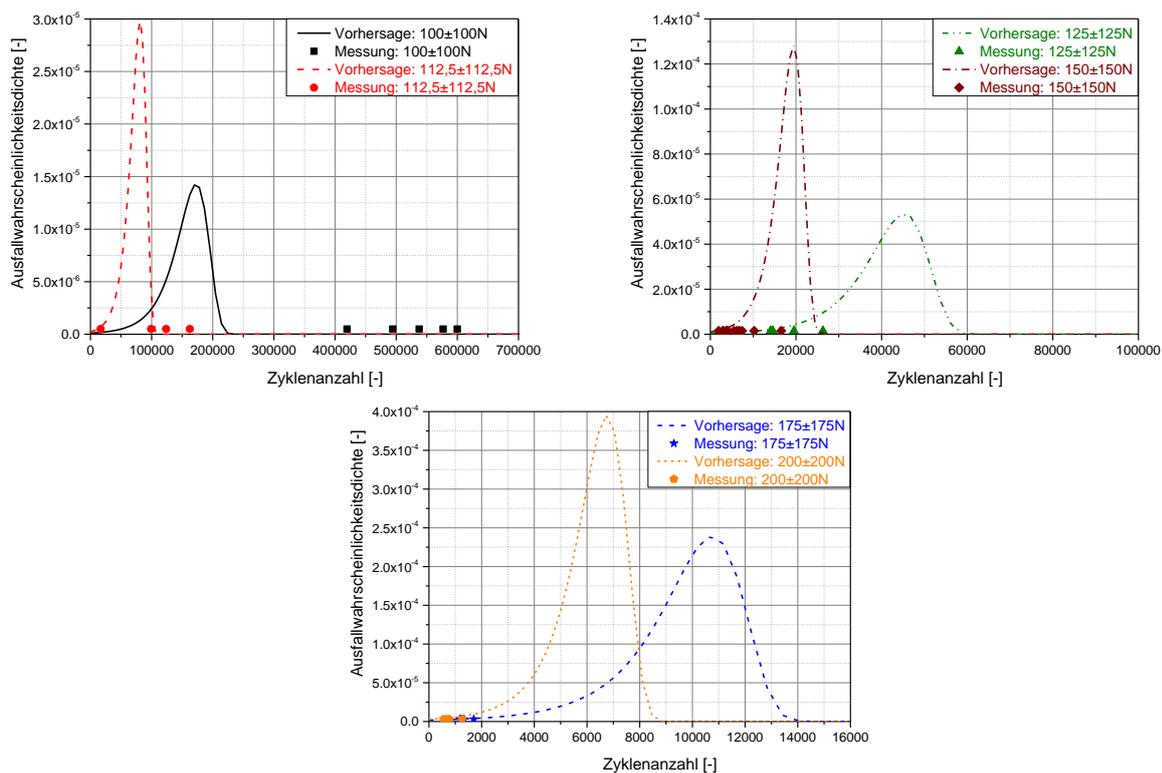


Abbildung 8.30: Vergleich der Vorhersagen und der gemessenen Lebensdauer des EPDM für die Hantel R5

Für die Amplituden größer als 125 ± 125 N können die Messpunkte der Vorhersagen sehr gut getroffen werden. Bei der Amplitude $112,5\pm 112,5$ N gibt es leichte Unterschiede zwischen den Vorhersagen und der gemessenen Lebensdauer. Einer der drei Messpunkte konnte gut getroffen werden. Die restlichen Messpunkte liegen außerhalb der Streubreite der Vorhersage. Der Unterschied zwischen dem Mittelwert der Vorhersage und dem Mittelwert der Messpunkte liegt bei einem Faktor in der Lebensdauerachse bei ca. 1,5. Bei der

Amplitude $100\pm 100\text{N}$ gibt es starke Unterschiede zwischen den Messpunkten und der Vorhersagekurve. Der Unterschied zwischen dem Mittelwert der Vorhersage und dem Mittelwert der Messpunkte liegt bei einem Faktor in der Lebensdauerachse bei ca. 3,2. Dieses Phänomen kann durch die Dauerfestigkeit des EPDMs bei niedrigeren Belastungsstufen begründet werden. In diesem Fall gibt es einen Knick in der Wöhler-Kurve, der nicht vom Paris-Erdogan-Ansatz abgebildet werden kann.

8.4.6.3 Hantel R5R3

Dieser Hanteltyp weist eine Abschwächung der Spannungsüberhöhung durch das Einbringen eines zweiten Radius auf (Abbildung 8.7.b). Der Durchmesser in dem homogen geprüften Bereich beträgt 9 mm und somit hat diese Hantel ein Prüfvolumen von 900 mm^3 . Die Abbildung 8.31 zeigt einen Vergleich zwischen den Vorhersagen und der gemessenen Hantel bei den gegebenen Lastamplituden für NR.

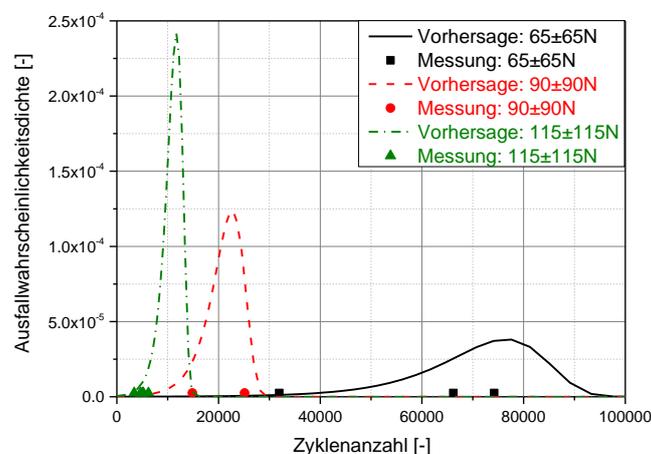


Abbildung 8.31: Vergleich der Vorhersagen und der gemessenen Lebensdauer des NR für die Hantel R5R3

Die Vorhersage der drei Amplituden zeigt sehr gute Übereinstimmung mit der gemessenen Lebensdauer. Bei der niedrigsten Amplitude $65\pm 65\text{ N}$ liegt ein Messpunkt außerhalb der Streubreite der Vorhersage, aber die anderen zwei Messpunkte konnten sehr gut getroffen werden. Die Abbildung 8.32 veranschaulicht einen Vergleich zwischen den Vorhersagen und der gemessenen Lebensdauer bei den gegebenen Lastamplituden für EPDM.

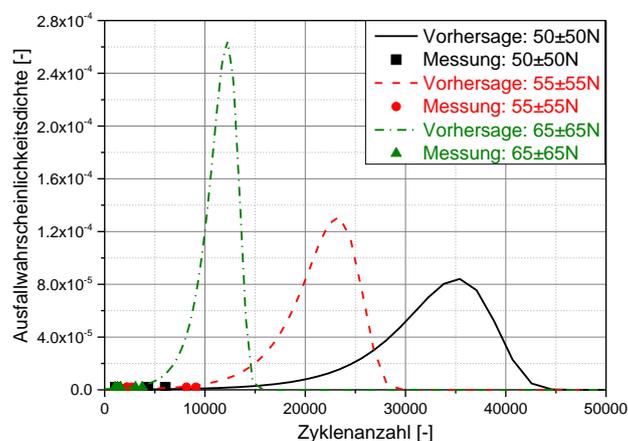


Abbildung 8.32: Vergleich der Vorhersagen und der gemessenen Lebensdauer des EPDM für die Hantel R5R3

Die Vorhersage der Amplitude 65 ± 65 N kann die gemessene Lebensdauer gut treffen. Bei der Amplitude 50 ± 50 N liegt der Mittelwert der Lebensdauer mit einem Faktor von 9,2 in der Lebensdauerachse im Vergleich zu dem Erwartungswert der Vorhersage. Für die mittlere Amplitude haben die Mittelwerte der Vorhersage und die gemessene Lebensdauer einen Versatz in der Lebensdauerachse mit einem Faktor von 4,7. Der mäßige Erfolg der Vorhersagen kann durch die Besonderheit der Messergebnisse für diesen Hanteltypen begründet werden. Die Reihenfolge der Lebensdauer zeigt eine starke Anomalie in Bezug auf die leichte Belastung zur kürzeren Lebensdauer im Vergleich zu der mittleren Belastung. Bei der mittleren und größten Amplitude gibt es auch einzeln auftretende Anomalien bei der Reihenfolge.

8.4.6.4 Hantel R5R5

Dieser Typ der Hantel weist einen guten homogen belasteten Prüfbereich auf (Abbildung 8.7.c). Die Spannungsüberhöhungen an dem Übergangsbereich der Geometrie bei der Hantel R5 oder bei der Hantel R5R3 konnten anhand des zweiten eingebauten Radius vollständig abgeschwächt werden. Im homogenen Prüfbereich hat diese Hantel einen Durchmesser von 5 mm, somit wird die Häufigkeit der größere Partikel sehr niedrig sein im Vergleich zur der Hantel R5. Die Abbildung 8.33 zeigt eine Zusammenstellung der Vorhersagen und der gemessenen Hantel bei den gegebenen Lastamplituden für EPDM.

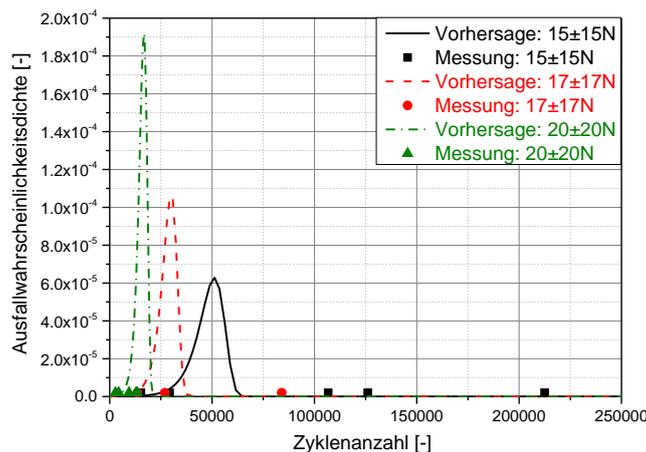


Abbildung 8.33: Vergleich der Vorhersagen und der gemessenen Lebensdauer des EPDM für die Hantel R5R5

Die Vorhersage für die Amplitude 20 ± 20 N zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit der gemessenen Lebensdauer. Bei der mittleren Amplitude kann die Vorhersage zwei der drei Messpunkte sehr gut treffen. Der dritte Messpunkt liegt mit einem Faktor von 3 in der Lebensdauerachse im Vergleich zu dem Erwartungswert der Vorhersage. Für die niedrigste Amplitude 15 ± 15 N liegt die Streubreite der Messpunkte bei 197.500 Zyklen. Die Vorhersage kann nur einen Teil der Streubreite abdecken. Die drei Langläufer werden von der Vorhersage stark unterschätzt. Die Abbildung 8.34 zeigt eine Zusammenstellung der Vorhersagen und der gemessenen Hantel bei den gegebenen Lastamplituden für das NR Material.

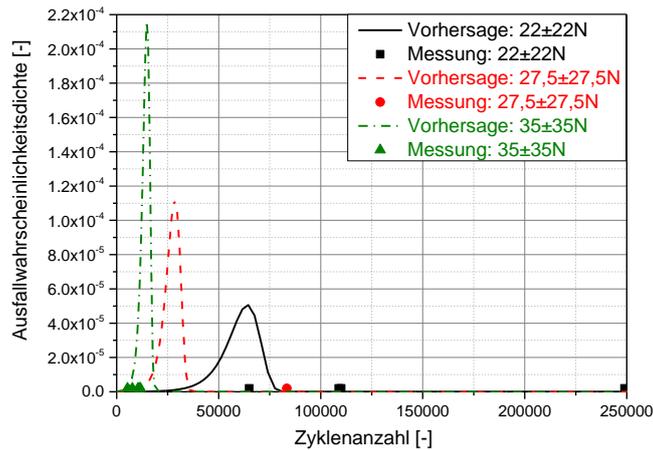


Abbildung 8.34: Vergleich der Vorhersagen und der gemessenen Lebensdauer des NR für die Hantel R5R5

Die Vorhersage für die Amplitude $35\pm 35\text{N}$ zeigt eine sehr gute Übereinstimmung zu der gemessenen Lebensdauer. Die vier Messpunkte liegen innerhalb der Streubreite der Probe. Für die Amplitude $27,5\pm 27,5\text{N}$ wird die gemessene Lebensdauer unterschätzt. Der Erwartungswert der Vorhersage unterschätzt die Lebensdauer mit einem Faktor 3 in der Lebensdauerachse. Diese Amplitude hat keine Aussagekraft, da in diesem Fall nur eine Messung zu Verfügung steht. Es könnte auch sein, dass es sich bei dieser Messung um einen Ausreißer handelt. Bei der Vorhersage der Amplitude $22\pm 22\text{N}$ kann nur der Kurzläufer gut getroffen werden. Die Vorhersage unterschätzt stark die anderen zwei Messungen, da die Streubreite der Messpunkte 183.300 Zyklen entspricht.

8.4.7 Volumeneffekt der Lebensdauer

Bei dem Ansatz der Akkumulation hängt die Ausfallwahrscheinlichkeit vom Volumen der Prüfkörper ab. Durch Reduzierung des Volumens wird auch die Häufigkeit der größeren Partikel sinken. Somit kann der Schädigungsmechanismus abgebremst werden. Es wird erwartet, dass bei der gleichen nominellen Spannung (P_{22}) durch Volumenreduktion der Hanteln eine höhere Lebensdauer erzielt wird.

Für das EPDM kann bei einem nominellen Spannungswert von 1,73 MPa ein Vergleich zwischen allen drei Hanteltypen erfolgen. Die Abbildung 8.35 zeigt die erzielten Ergebnisse aus den Simulationen der drei Hanteltypen.

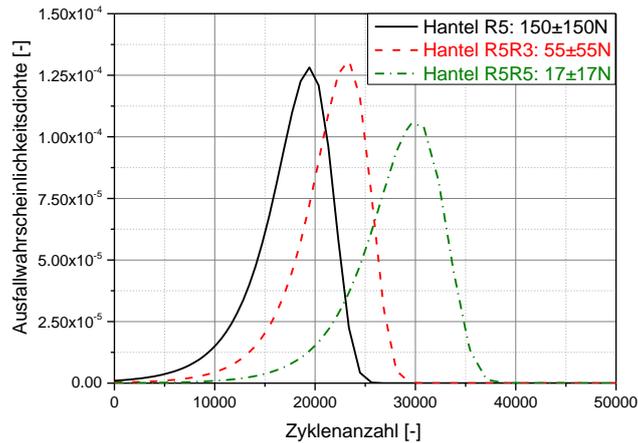


Abbildung 8.35: Volumenreduzierungseffekt bei den drei Hanteltypen bei der gleichen angebrachten nominellen Spannung für das EPDM

Beim Übergang von der Standard-Hantel zur Hantel R5R3 erhöht sich die Lebensdauer um den Faktor 1,3. Bei der Volumenreduzierung von Hantel R5 zu Hantel R5R5 erhöht sich die Lebensdauer um einen Faktor von 2. Für das NR bei einem nominellen Spannungswert von 2,83 MPa kann ein Vergleich zwischen allen drei Hanteltypen erfolgen. Die Abbildung 8.36 zeigt die erzielten Ergebnisse aus den Simulationen der drei Hanteltypen.

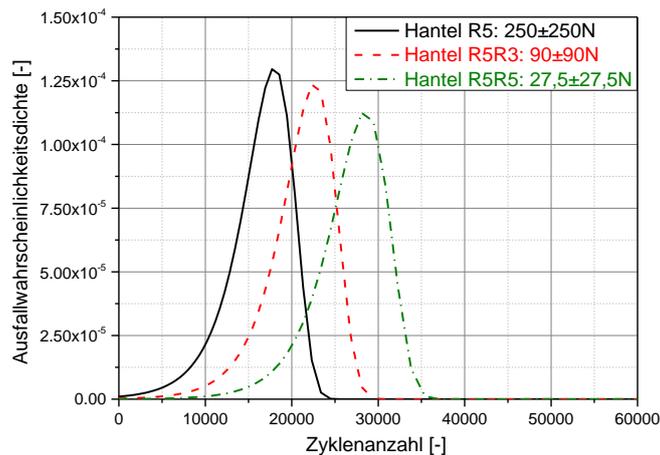


Abbildung 8.36: Volumenreduzierungseffekt der drei Hanteltypen bei der gleichen angebrachten nominellen Spannung für das NR

Beim Übergang von der Standard-Hantel zur Hantel R5R3 erhöht sich die Lebensdauer um den Faktor 1,3. Bei der Volumenreduzierung von Hantel R5 zu Hantel R5R5 erhöht sich die Lebensdauer um einen Faktor von 2.

8.5 Monte-Carlo-Simulation

Um eine Vorhersage treffen zu können, muss zuvor die Simulation durchgeführt werden. Bei der numerischen Berechnung mit dem hyperelastischen Materialmodell genügt es, einen Zyklus zu simulieren, wobei bei der Berechnung mittels des MORPH-Modells zwei Zyklen notwendig sind, um den zweiten stabilen Zyklus auszuwerten. Das entstehende ODB-File kann anschließend mit Hilfe eines Python-Skriptes erweitert werden. In dem Skript müssen die Weibull-Parameter aus der Anpassung der Partikelverteilung und somit die errechneten Partikel bezogen auf das untersuchte Volumen angegeben werden. Außerdem müssen die

Paris-Erdogan Parameter aus den Risswachstumsuntersuchungen in den Eingaben definiert werden. Die Partikel werden den Elementen zufällig zugewiesen. Jedes Element kann nur ein Partikel enthalten. Dementsprechend sollte die Anzahl der Elemente im untersuchten Bereich der Anzahl der vorhandenen Partikel entsprechen oder sie überschreiten. Die vorhandenen Partikel werden als Anfangsrisse in der Gleichung zur Bestimmung der Zyklenanzahl verwendet. Durch die zufällige Positionierung der kritischen Partikel in unterschiedliche Deformationsniveaus innerhalb des untersuchten Bauteils wird sich bei jeder durchgeführten Python-Skriptauswertung eine neue Lebensdauer ergeben. Das J-Integral wird durch eine bestimmte Korrelation mit der Energiedichte ermittelt und im Paris-Erdogan-Gesetz eingesetzt. Diese Korrelation erfolgt über die Auswertung des J-Integrals bei einer bestimmten Kontur einer SENT-Probe mit einer Risslänge von 1 mm und der Energiedichte der gesamten Probe. Damit können die Zyklen bis zum totalen Versagen oder bis zu einer bestimmten Risslänge ermittelt werden. Die Abbildung 8.37 veranschaulicht die Vorgehensweise der Monte-Carlo-Simulation.

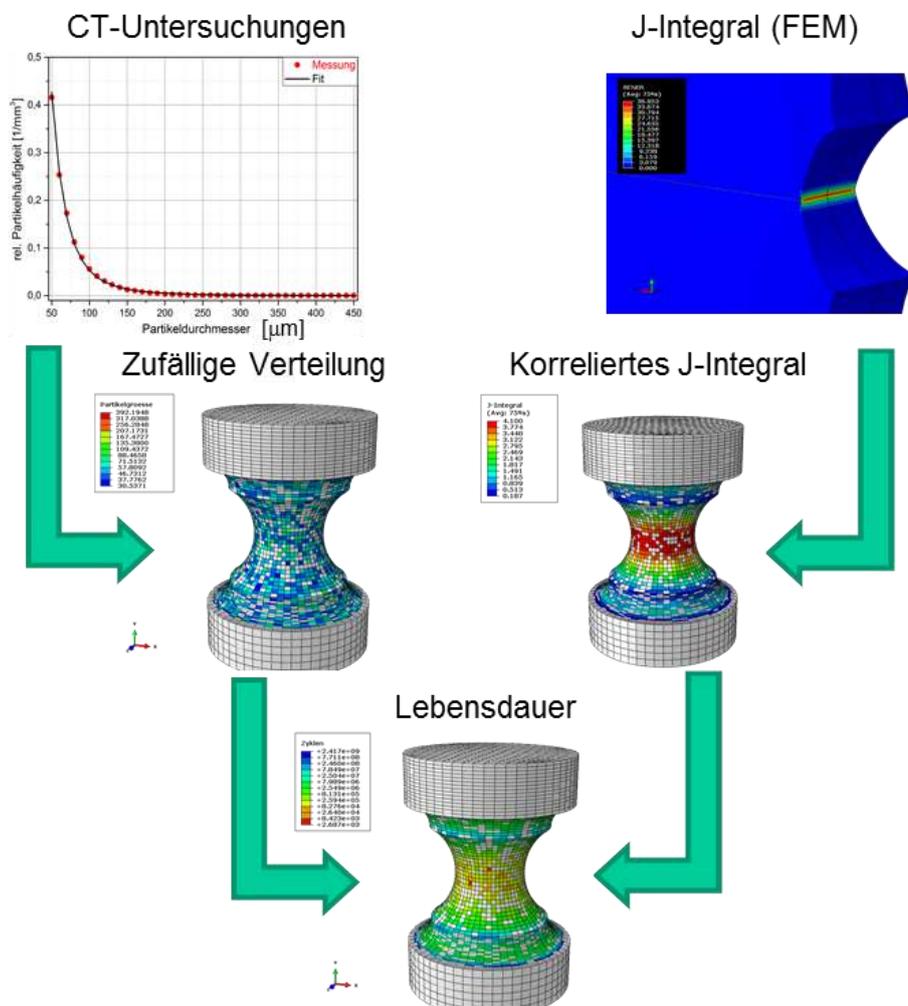


Abbildung 8.37: Vorgehensweise bei der Lebensdauervorhersage nach dem Monte-Carlo-Simulationsprinzip

Im erweiterten ODB-File werden drei neue skalare Felder erzeugt: Die Partikelgröße, das korrelierende J-Integral und die erzielte Zyklenanzahl. Die Abbildung 8.38 zeigt ein Beispiel für die Felder des erweiterten ODB-Files anhand der Puffer.

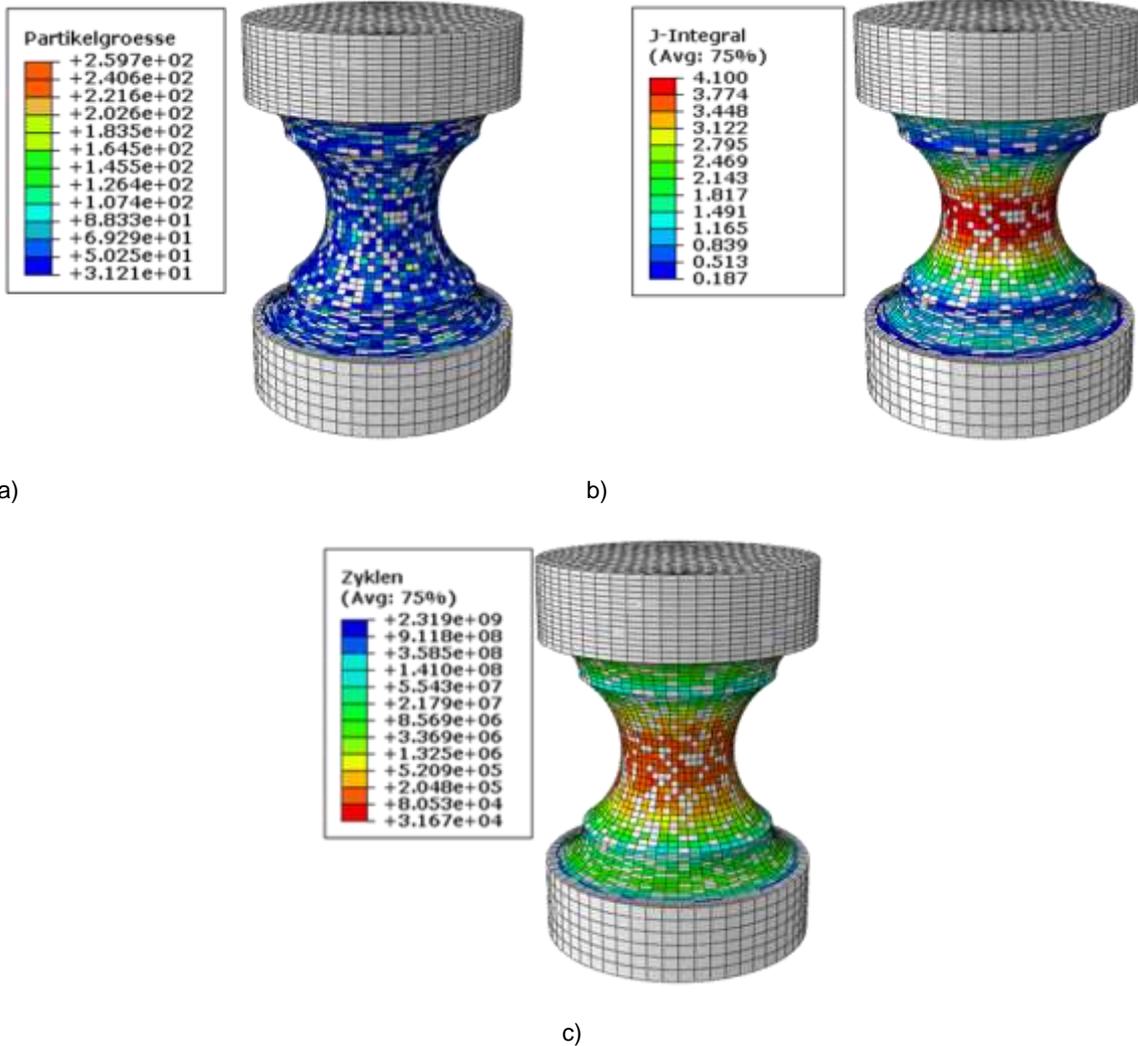


Abbildung 8.38: Erweitertes ODB-File zur Lebensdauervorhersage mittels Python-Skript für die Puffer: a) Partikelverteilung, b) korreliertes J-integral, c) erzielte Lebensdauer

Für dieses Beispiel beträgt die maximal erreichte Partikelgröße $260 \mu\text{m}$. Ein erneuter Aufruf des Python-Skriptes würde eine neue, leicht andere Verteilung ergeben. Die kleineren Partikel von 0 bis $0,069 \mu\text{m}$ treten sehr häufig auf (dunkelblau). Bei μCT -Untersuchungen wird der Puffer nur nahe des engsten Querschnitts des Bauteils analysiert. Aber in der Simulation wird ein Betrachtungsbereich bis zum Querschnittsübergang (Abbildung 8.38) berücksichtigt. Die grauen Bereiche (Befestigungsbereiche der Puffer) werden bei der Lebensdauervorhersage nicht betrachtet, da größere Partikel aufgrund zu geringer Energiewerte dort keine Rissinitiierung bewirken. In dem untersuchten Bereich kann es auch Elemente mit grauer Farbe geben. Das bedeutet, dass in diesem Element keine Partikel vorhanden sind. In Abbildung 8.38.b wird das korrelierende J-Integral abgebildet. Die hochbeanspruchten Bereiche befinden sich in dem Bereich mit dem kleinsten Querschnitt. Die Werte des J-Integrals in diesem Bereich sind höher als die Werte im restlichen Bauteil. Für die grauen Elemente in dem untersuchten Bereich wird kein J-Integral angezeigt. In Abbildung 8.38.c sind die erzielten Zyklen aus der numerischen Vorhersage dargestellt. Die Farbskala ist logarithmisch aufgetragen. Elemente, die größere Zyklen, also eine höhere Lebensdauer haben, befinden sich im Inneren der Probe. Die Elemente, die eine kurze Lebensdauer aufweisen, befinden sich am kleinsten Querschnitt. Die Betrachtung dieses

Beispiels veranschaulicht, dass das J-Integral bzw. die Energie einen starken Einfluss auf die Vorhersage hat.

8.5.1 Vorgehensweise und Umsetzung der Monte-Carlo-Simulation

Um das Verhalten des J-Integrals mit steigender Risslänge zu ermitteln, werden Risswachstums-Simulationen an Zugstreifenproben mit dem MORPH- und Ogden-Modell durchgeführt. Es wurde eine Risserweiterung um 25 μm pro Zyklus erzeugt. Die J-Integralwerte werden aus der 30. Kontur entnommen. Abbildung 8.39 zeigt die J-Integralwerte der Materialmodelle in Abhängigkeit von der gesamten Risserweiterungslänge.

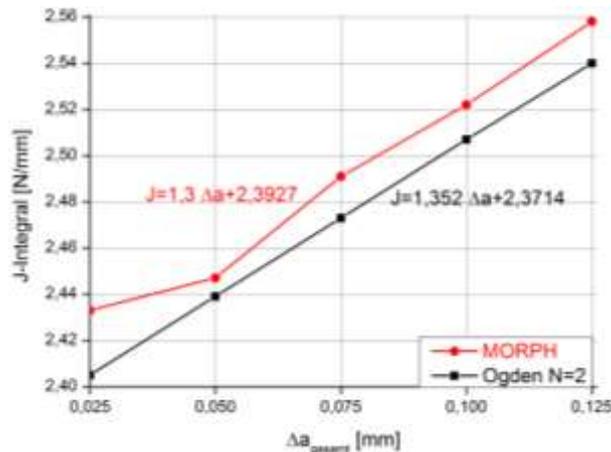


Abbildung 8.39: Abhängigkeit des J-Integrals (30.Kontur) von der steigenden Risslänge für eine Zugstreifenprobe

Es wird bei der Nutzung beider Materialmodelle ein linearer Zusammenhang zwischen J-Integral und Risswachstumslänge ermittelt. Dieser Zusammenhang wird später bei der Durchführung der Integration des Paris-Erdogan-Gesetzes verwendet. Der J-Integralwert korreliert zu den totalen Energiewerten der Prüfkörper. Es können auch andere Zusammenhänge durch Dehnung oder Spannung hergeleitet werden. Um den Zusammenhang zwischen der totalen Energie und des J-Integrals ermitteln zu können, wurden Zugstreifenproben aus NR und EPDM mit Anfangsrisslängen von 0,5 mm und 1 mm bis 100 Prozent Dehnung mittels MORPH simuliert. Die Abbildung 8.40 zeigt die Abhängigkeit des J-Integrals für beide Materialien als eine Funktion der totalen Energiedichte der Probe.

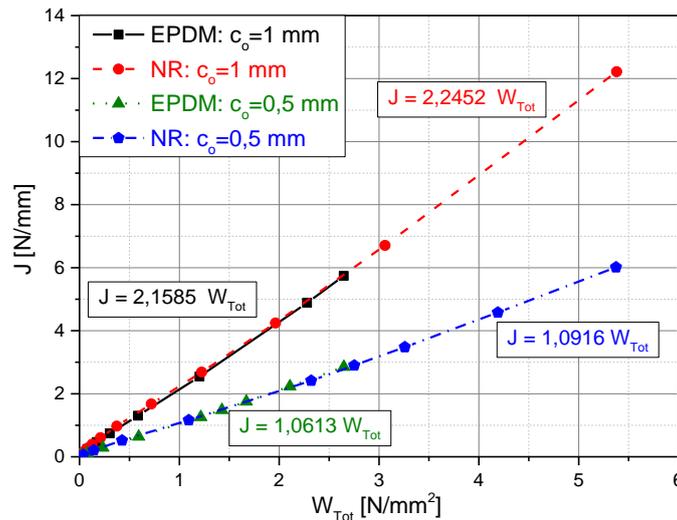


Abbildung 8.40: Zusammenhang zwischen dem J-Integral und der totalen Energie der Zugstreifenproben für NR und EPDM

Es existiert ein rein linearer Zusammenhang zwischen dem J-Integral und der totalen Energiedichte des Prüfkörpers für beide Materialien. Diese Abhängigkeit lässt sich über folgende Formulierung beschreiben:

$$J = \eta c_0 W_{tot} \quad (8.13)$$

Wobei η eine materialspezifische Konstante ist. Der Wert von η für gefüllte Mischungen liegt ungefähr bei zwei. Er beträgt 2,2452 für NR und 2,1585 für EPDM. Anhand der Risswachstumsuntersuchungen wurde gezeigt, dass die J-Integralwerte bei den letzten Konturen eine linear steigende Tendenz zu den Risslängen haben. Dieser Zusammenhang wird in der Lebensdauervorhersage verwendet. Die Risswachstumsgeschwindigkeit lässt sich durch die empirische Gleichung nach Paris und Erdogan beschreiben.

$$\frac{dc}{dN} = B(J)^\beta \quad (8.14)$$

In dem Akkumulationsprinzip wurde in der Gleichung (8.1) die Reißenergie verwendet. Da allerdings eine Korrelation zwischen der Reißenergie und dem J-Integral als bruchmechanische Kenngröße vorhanden ist, wird die Reißenergie durch das J-Integral ersetzt. Die Integration des Paris-Erdogan-Gesetzes und die Verwendung des Zusammenhangs zwischen dem J-Integral und der Risslänge liefert den Zusammenhang zur Berechnung der Zyklenanzahl:

$$N = \frac{1}{B(1-\beta)} \left(\frac{c_0}{J} \right)^\beta (c^{1-\beta} - c_0^{1-\beta}) \quad (8.15)$$

Wobei c die Länge bis zum Totalversagen oder eine bestimmte Länge des Versagens beschreibt. Die Anfangsrisslänge c_0 wird hierbei durch die Durchmesser der Partikel ersetzt. Die Gleichung (8.15) kann durch Einsetzen des J-Integrals aus der Gleichung (8.13) umformuliert werden:

$$N = \frac{1}{B(1-\beta)} \left(\frac{1}{\eta W_{tot}} \right)^\beta (c^{1-\beta} - c_0^{1-\beta}) \quad (8.16)$$

In den Tabellen 8.16 und 8.17 ist die Anzahl der Partikel, die im untersuchten Bereich bei jedem Prüfkörper zu verteilen sind, gelistet.

Tabelle 8.16: Anzahl der Partikel in dem untersuchten Bereich bei den untersuchten Prüfkörpern für das EPDM

	Geprüftes Volumen [mm ³]	Anzahl der Partikeln [-]
Hantel R5	4000	6567
Hantel R5R3	900	1478
Hantel R5R5	200	328
Puffer	8900	14612

Tabelle 8.17: Anzahl der Partikel in dem untersuchten Bereich bei den untersuchten Prüfkörpern für das NR

	Geprüftes Volumen [mm ³]	Anzahl der Partikeln [-]
Hantel R5	4000	7514
Hantel R5R3	900	1691
Hantel R5R5	200	376
Puffer	8900	16719

Um eine Ausfallbreite zu bekommen, wurden 100 Monte-Carlo Simulationen durchgeführt. Die erzielte Lebensdauer wird in Klassen unterteilt und durch ein Histogramm mit konstanter Breite (in diesem Beispiel 1999 Zyklen) für den Puffer des NR bei einer Last von 300±300 N dargestellt.

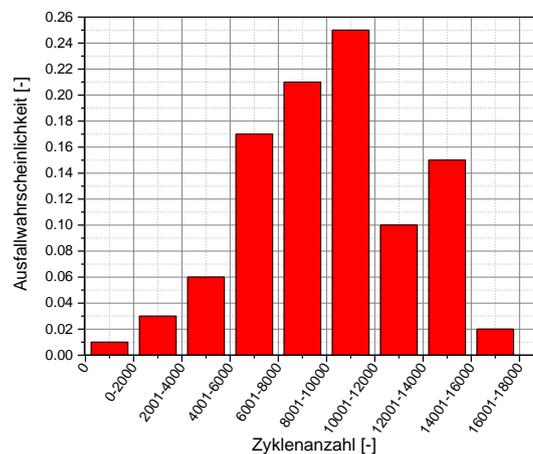


Abbildung 8.41: Relative Ausfallwahrscheinlichkeit der Puffer in Abhängigkeit der gegebenen Klassen für das NR bei 300±300 N

Die gegebene Ausfallwahrscheinlichkeit in der Abbildung 8.41 ist eine relative Größe, wobei die Anzahl der Ausfälle bei jeder Klasse über die gesamten durchgeführten Monte-Carlo-Simulationen einbezogen wird. Als Beispiel für die Klasse 10001 bis 12000 sind 25 Prozent der Ausfälle zu erwarten. Um die Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte vernünftig zu ermitteln, muss das Histogramm in der Abbildung 8.42 zweimal durch eine Log-Normalverteilung angepasst werden. Bei der ersten Anpassung wird die Fläche unterhalb der Rechtecke approximiert. Durch die Division der Ausfallwahrscheinlichkeit über den Flächenwert wird die

normierte Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte ermittelt. Bei der zweiten Anpassung wird versucht die Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte bei der gegebenen Last zu ermitteln. In diesen Vorgang wird die normierte Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte in Abhängigkeit der Zyklenklassen durch eine Log-Normalverteilung angepasst. Die Abbildung 8.42 zeigt die Anpassung der normierten Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte unter Einsatz der Log-Normalverteilung (Gleichung (8.2)).

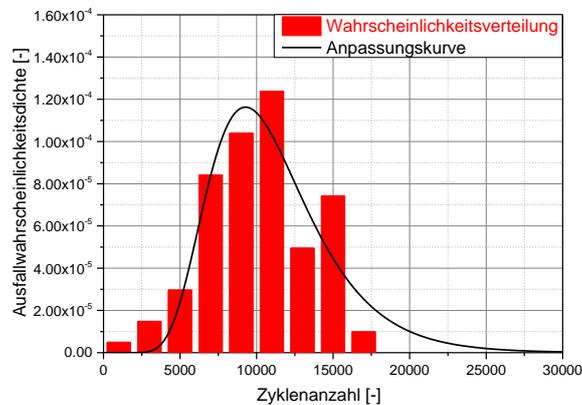


Abbildung 8.42: Anpassung der normierten Ausfallwahrscheinlichkeit der Puffer für das NR bei 300 ± 300 N durch Verwendung der Log-Normalverteilung nach Gleichung (8.12)

Die Anpassung der normierten Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte durch die Normalverteilung zeigt gute Ergebnisse. Die Anpassung der Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte durch eine nichtsymmetrische Verteilungsfunktion wird eine bessere Qualität liefern, aber die Verwendung der Normalverteilung erleichtert die Bestimmung der Vertrauensintervalle für den Anwender. Die Abbildung 8.43 veranschaulicht einen Vergleich zwischen der Lebensdauervorhersagekurve der Monte-Carlo-Simulation und der gemessenen Lebensdauer bei der untersuchten Amplitude.

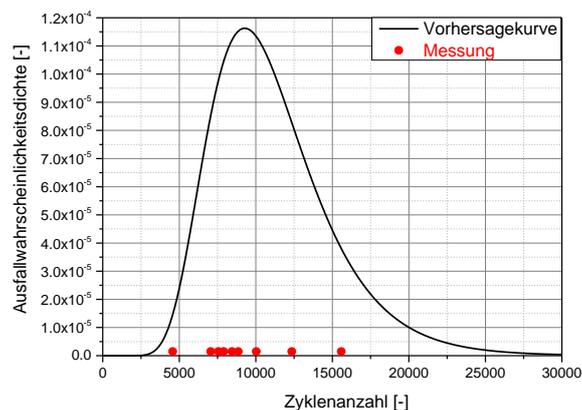


Abbildung 8.43: Vergleich der Vorhersagen und der gemessenen Lebensdauer des NR für den Puffer bei 300 ± 300 N

Der Vergleich zwischen der Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte der Monte-Carlo-Simulation und den Messungen zeigt eine gute Trendwiedergabe mit einem leichten Unterschied zwischen den Mittelwerten der Vorhersage und den Messungen. In diesem Beispiel ist die Messstatistik niedrig, so dass keine endgültige Aussage über die Qualität der Vorhersage getroffen werden kann. Die zwei vorhandenen Messwerte liegen rechts vom Mittelwert der Vorhersage und sind innerhalb der Streubreite der Vorhersage.

8.5.2 Auswertung der Lebensdauervorhersage anhand der untersuchten Prüfkörper

8.5.2.1 Puffer

In der Abbildung 8.44 sind die Vorhersagen des Monte-Carlo-Prinzips und die gemessene Hantel bei den gegebenen Lastamplituden für NR dargestellt.

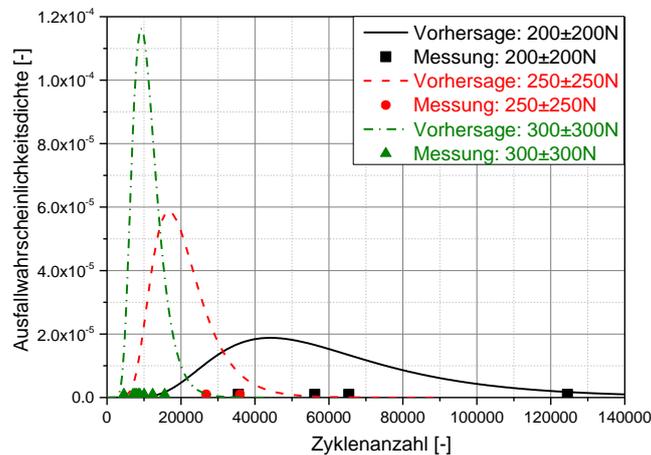


Abbildung 8.44: Vergleich der Vorhersagen und der gemessenen Lebensdauer des NR für den Puffer

Die Vorhersagekurven der Amplituden 300 ± 300 N und 250 ± 250 N können eine sehr gute Übereinstimmung mit der gemessenen Lebensdauer liefern. Bei der Vorhersage der Amplitude 200 ± 200 N können drei der vier Messpunkte gut getroffen werden. Der vierte Messpunkt liegt nah der oberen Schranke der Vorhersage. Dieser Messpunkt liegt mit einem Faktor von 2,5 in der Lebensdauer zu dem Mittelwert der Vorhersage und mit einem Faktor von 1,25 in der Lebensdauerachse zu der oberen Schranke der ermittelten Vorhersage. Die Messstreuung bei der Amplitude 200 ± 200 N ist groß verglichen mit den anderen gemessenen Amplituden. Es könnte sich bei dem Ausreißer der Amplitude 200 ± 200 N um einen Prüfkörper handeln, der kaum kritische Fehlstellen besaß oder dass die Rissinitiation wegen einer guten Anbindung zwischen Rußpartikeln und Polymer zu spät gestartet ist. Die Abbildung 8.45 veranschaulicht die Qualität der Vorhersage zu der gemessenen Lebensdauer bei den drei Amplituden für EPDM.

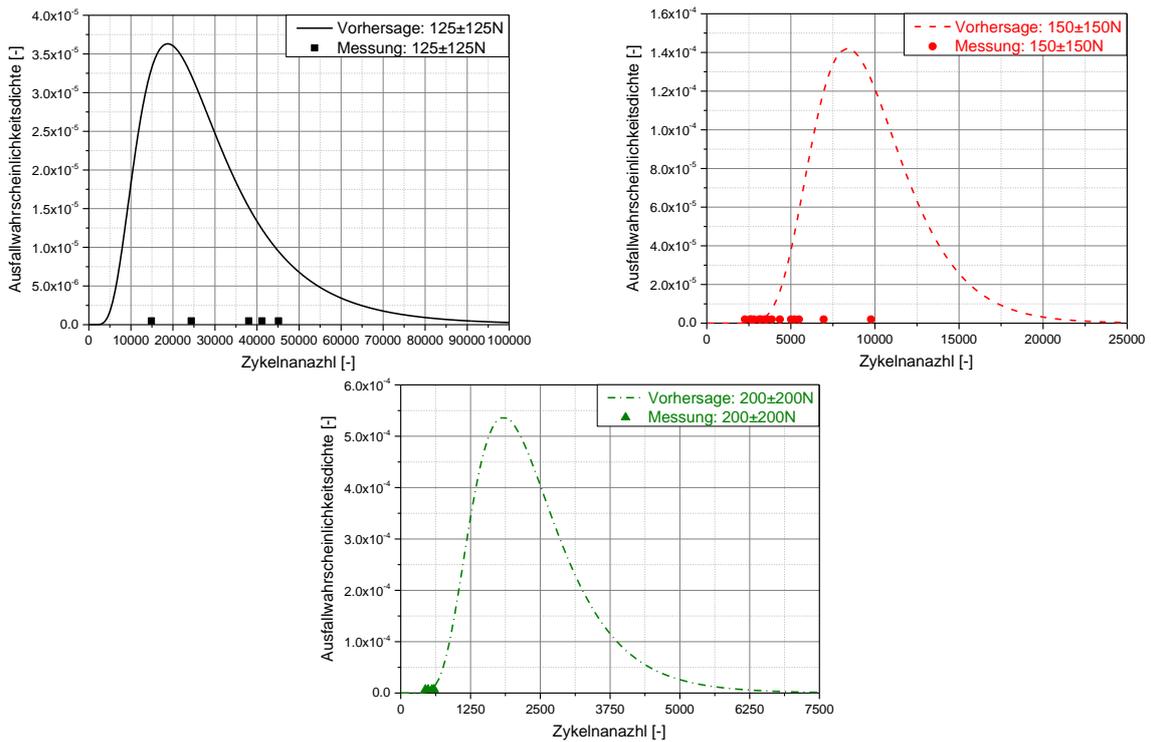


Abbildung 8.45: Vergleich der Vorhersagen und der gemessenen Lebensdauer des EPDM für den Puffer

8.5.2.2 Hantel R5

In der Abbildung 8.46 sind die Vorhersagen aus der durchgeführten Monte-Carlo-Simulation und der gemessenen Hantel bei den gegebenen Lastamplituden für NR dargestellt.

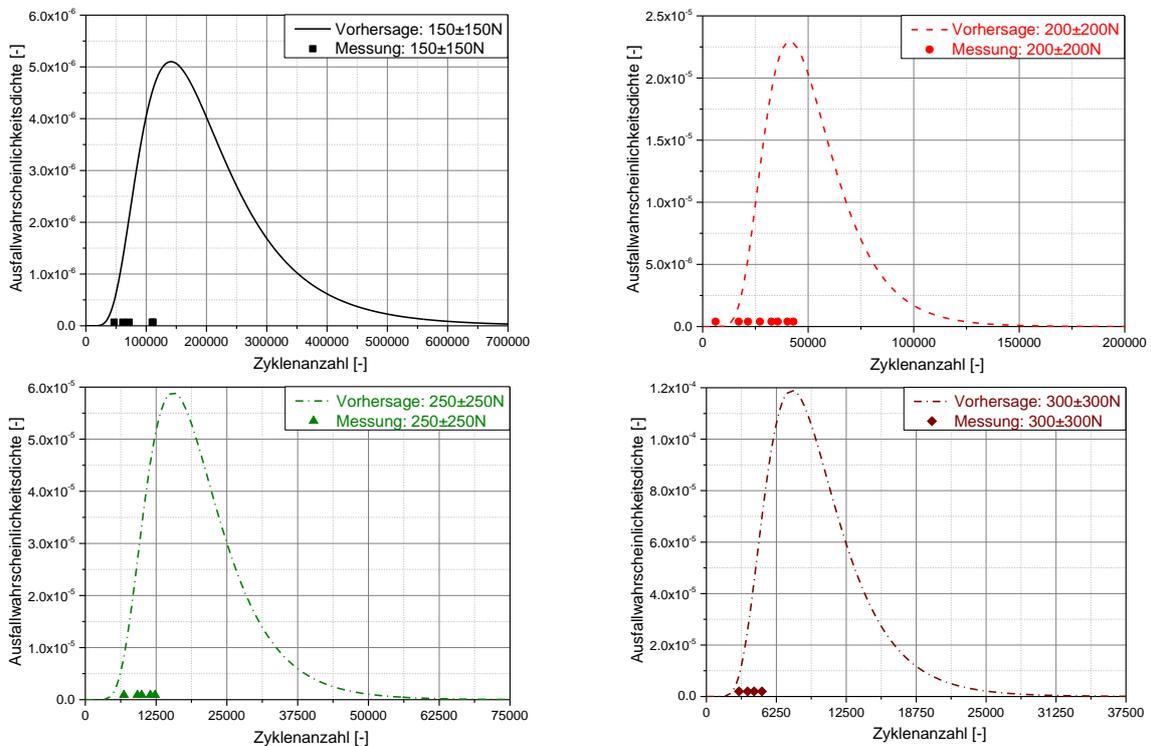


Abbildung 8.46: Vergleich der Vorhersagen und der gemessenen Lebensdauer des NR für die Hantel R5

Die Messpunkte aller Amplituden können von den Vorhersagen sehr gut getroffen werden. Die Amplitude 150 ± 150 N zeigt ein sehr breites Ausfallintervall, das von 0 bis 300.000 Zyklen abgegrenzt ist. In der Abbildung 8.47 sind die Vorhersagen und die gemessenen Hanteln bei den gegebenen Lastamplituden für EPDM zusammen dargestellt.

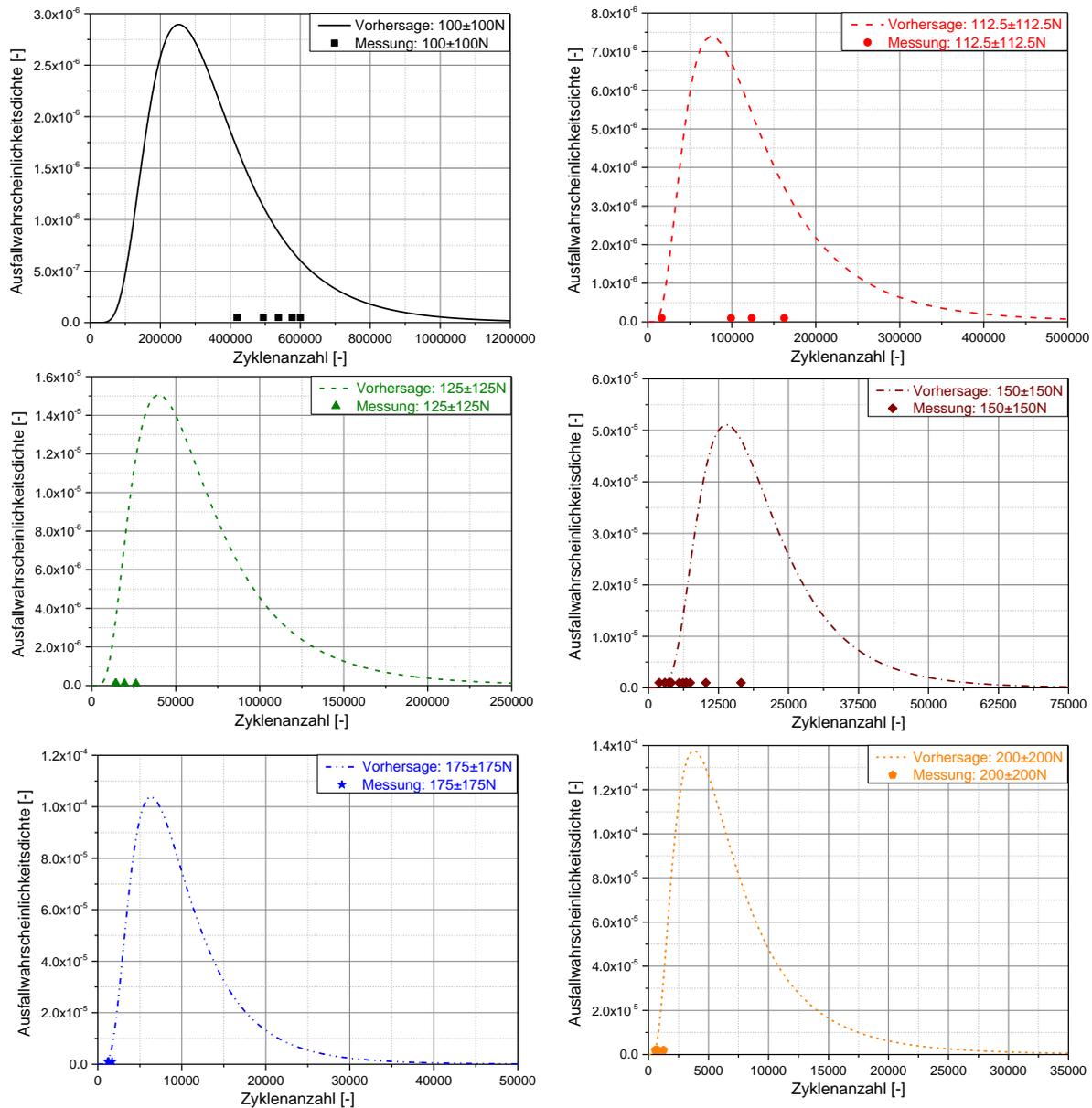


Abbildung 8.47: Vergleich der Vorhersagen und der gemessenen Lebensdauer des EPDM für die Hantel R5

Alle Vorhersagen haben die gemessene Lebensdauer sehr gut getroffen. Die Amplitude 100 ± 100 N verfügt über eine ausgeprägte Ausfallbreite, die ca. 600.000 Zyklen beträgt. Bei dieser Amplitude liegen alle Messpunkte auf der rechten Seite des Mittelwerts der Vorhersagekurve. Trotz des enormen Unterschieds zwischen der längsten gemessenen Lebensdauer (ca. 600.000 Zyklen) und der kürzesten gemessenen Lebensdauer (ca. 420.000 Zyklen) kann die Streubreite der Vorhersage (ca. 650.000 Zyklen) alle Messpunkte abdecken. Bei den Amplituden höher als 100 ± 100 N liegt die gemessene Lebensdauer innerhalb der Streubreite der erzielten Ausfallwahrscheinlichkeitskurven.

8.5.2.3 Hantel R5R3

Die Abbildung 8.48 zeigt einen Vergleich zwischen den Vorhersagen und der gemessenen Hanteln bei den gegebenen Lastamplituden für NR.

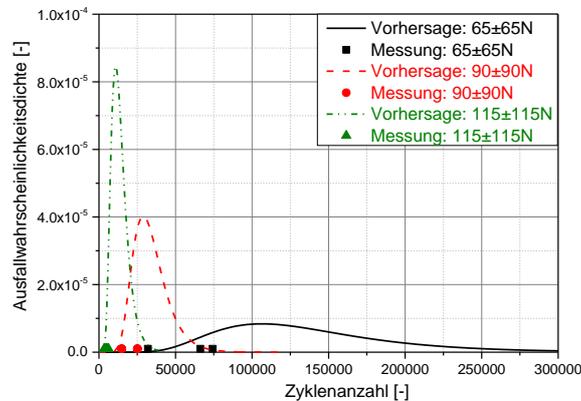


Abbildung 8.48: Vergleich der Vorhersagen und der gemessenen Lebensdauer des NR für die Hantel R5R3

Die Vorhersage der drei Amplituden zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit der gemessenen Lebensdauer. Die Abbildung 8.49 veranschaulicht einen Vergleich zwischen den Vorhersagen und der gemessenen Lebensdauer bei den gegebenen Lastamplituden für EPDM.

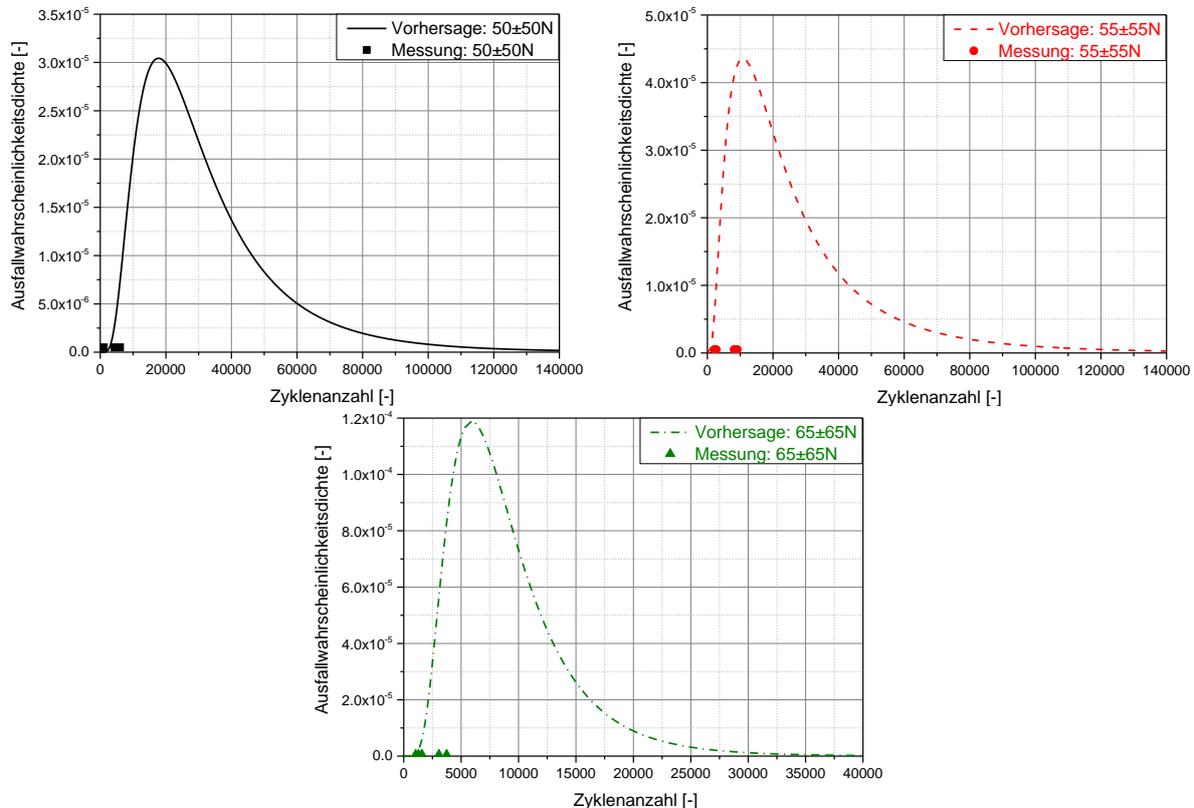


Abbildung 8.49: Vergleich der Vorhersagen und der gemessenen Lebensdauer des EPDM für die Hantel R5R3

Die Vorhersagekurven der drei Amplituden liefern sehr gute Übereinstimmungen zu der gemessenen Lebensdauer. Die Ausfallbreite der Amplitude 50 ± 50 N ist dreimal größer als

bei der Amplitude 65 ± 65 N. Dieses Phänomen wird auch in den experimentellen Untersuchungen betrachtet. Die gemessene Lebensdauer der Amplituden 50 ± 50 N und 55 ± 55 N zeigen starke Irregularität in der Reihung. Die Amplitude 55 ± 55 N liefert eine deutlich höhere Lebensdauer als die Amplitude 50 ± 50 N. Diese Anomalie in der Lebensdauer kann nur durch kleine unbewusste Veränderungen in den Fertigungsprozessen wie dem Vulkanisieren oder im Mischungsprozess oder in der Verwendung von Polymeren aus anderen Chargen entstehen.

8.5.2.4 Hantel R5R5

Die Abbildung 8.50 zeigt eine Zusammenstellung der Vorhersagen und der gemessenen Hantel bei den gegebenen Lastamplituden für EPDM.

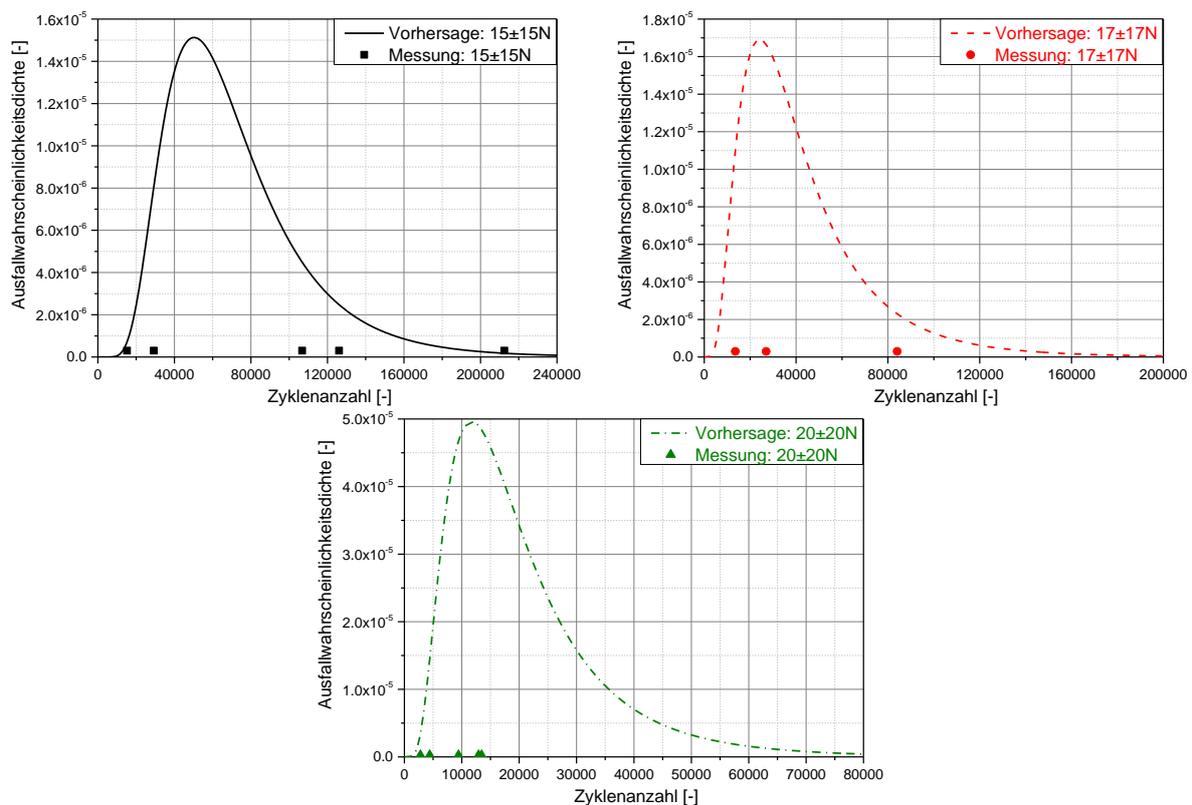


Abbildung 8.50: Vergleich der Vorhersagen und der gemessenen Lebensdauer des EPDM für die Hantel R5R5

Die Vorhersage für die Amplitude 20 ± 20 N zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit der gemessenen Lebensdauer. Bei der mittleren Amplitude liegen alle drei Messpunkte innerhalb der Streubreite der Vorhersage. Für die niedrigste Amplitude 15 ± 15 N liegt die Streubreite der Messpunkte bei 197.500 Zyklen. Die Vorhersage kann nur einen Teil der Streubreite abdecken. Zwei Kurzläufer und zwei der drei Langläufer werden von der Vorhersage sehr gut getroffen. Bei dem dritten Langläufer handelt es sich wahrscheinlich um einen Ausreißer, der kaum kritische Partikel besaß. Die Abbildung 8.51 zeigt eine Zusammenstellung der Vorhersagen und der gemessenen Hantel bei den gegebenen Lastamplituden für das NR Material.

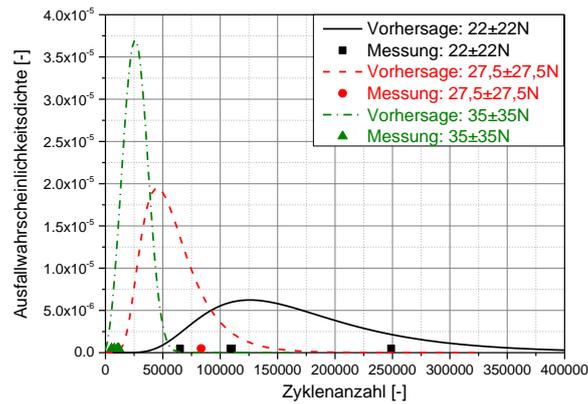


Abbildung 8.51: Vergleich der Vorhersagen und der gemessenen Lebensdauer des NR für die Hantel R5R5

Bei der Vorhersage der Amplitude 22 ± 22 N kann die gemessene Lebensdauer sehr gut getroffen werden, obwohl sich ein Faktor von 4 in der Zyklanzahlachse zwischen der Lebensdauer der Kurzläufer und der Lebensdauer der Langläufer ergibt. Für die Amplitude $27,5\pm 27,5$ N wird die gemessene Lebensdauer gut getroffen. Bei dieser Amplitude kann die Vorhersage nicht exakt bestätigt werden, da nur eine Messung zu Verfügung steht. Es könnte es sich bei diesem Messpunkt um einen Ausreißer handeln. Die Vorhersage für die Amplitude 35 ± 35 N zeigt eine sehr gute Übereinstimmung zu der gemessenen Lebensdauer. Die vier Messpunkte liegen innerhalb der Streubreite der Amplitude.

8.5.3 Volumeneffekt der Lebensdauer

Bei dem Ansatz der Monte-Carlo-Simulation hängt die Ausfallwahrscheinlichkeit vom Volumen der Prüfkörper und der Anzahl der Partikel in dem untersuchten Bereich ab. Die Auftretenswahrscheinlichkeit größerer Partikel wird durch Reduzierung des Volumens geringer. Somit tritt die Rissinitiierung später auf und das Risswachstum ist langsamer. Es wird wie beim Akkumulationsprinzip erwartet, dass bei der gleichen nominellen Spannung (P_{22}) durch Volumenreduktion der Hanteln eine höhere Lebensdauer erzielt wird.

Beim EPDM wird wie beim Akkumulationsprinzip bei einer nominellen Spannung von 1,73 MPa ein Vergleich zwischen allen drei Hanteltypen erfolgen. Die Abbildung 8.52 zeigt die erzielten Ergebnisse aus den Monte-Carlo-Simulationen der drei Hanteltypen.

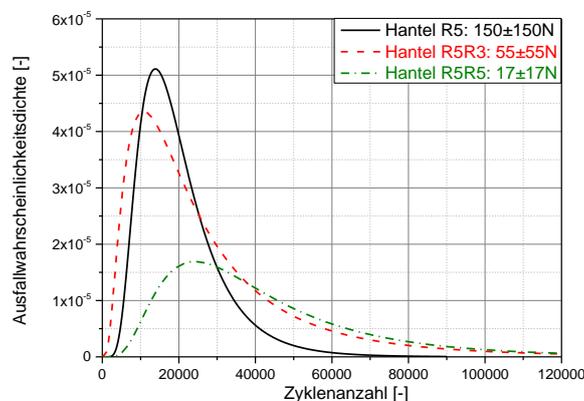


Abbildung 8.52: Volumenreduzierungseffekt bei den drei Hanteltypen bei der gleichen angebrachten nominellen Spannung für das EPDM

Die Volumenreduzierung von der Hantel R5 zur Hantel R5R3 verursacht kaum eine Erhöhung der Lebensdauervorhersagekurve. Es kann sich bei dieser Anomalie nur um die nicht perfekte Anpassung der Ausfallwahrscheinlichkeiten bei der Hantel R5 und R5R3 handeln. Bei der Volumenreduzierung von Hantel R5 zu Hantel R5R5 erhöht sich der Erwartungswert der Lebensdauerkurve um einen Faktor von 1,7. Wie im Akkumulationsprinzip wird für das NR bei einem nominellen Spannungswert von 2,83 MPa ein Vergleich zwischen allen drei Hanteltypen durchgeführt. Die Abbildung 8.53 zeigt die erzielten Ergebnisse aus den Simulationen der drei Hanteltypen bei der gleichen nominellen Spannung.

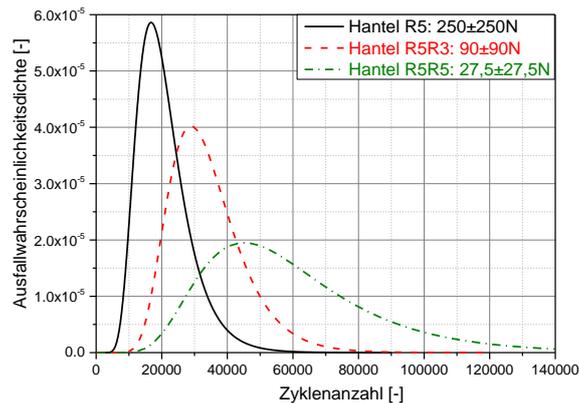


Abbildung 8.53: Volumenreduzierungseffekt bei den drei Hanteltypen bei der gleichen angebrachten nominellen Spannung für das NR

Beim Übergang von der Standard-Hantel zur Hantel R5R3 erhöht sich der Mittelwert der Vorhersage um den Faktor 1,7. Bei der Volumenreduzierung von Hantel R5R3 zu Hantel R5R5 erhöht sich der Mittelwert der Lebensdauervorhersagekurve um einen Faktor von 1,6. Somit ergibt sich eine Überhöhung des Mittelwerts der Lebensdauervorhersagekurve um einen Faktor von 2,72 bei der Volumenreduzierung von Hantel R5 zur Hantel R5R5.

8.6 Vergleich der Lebensdauervorhersage des Akkumulationsprinzips und der Monte-Carlo-Simulation

In diesem Kapitel wird eine Gegenüberstellung zwischen den Vorhersagen des Akkumulationsprinzips (AK) und den Vorhersagen der Monte-Carlo-Simulation (MC) durchgeführt.

8.6.1 Puffer

In der Abbildung 8.54 sind die Vorhersagen der Monte-Carlo-Simulation, des Akkumulationsprinzips und die Daten der gemessenen Hantel bei den gegebenen Lastamplituden für NR dargestellt.

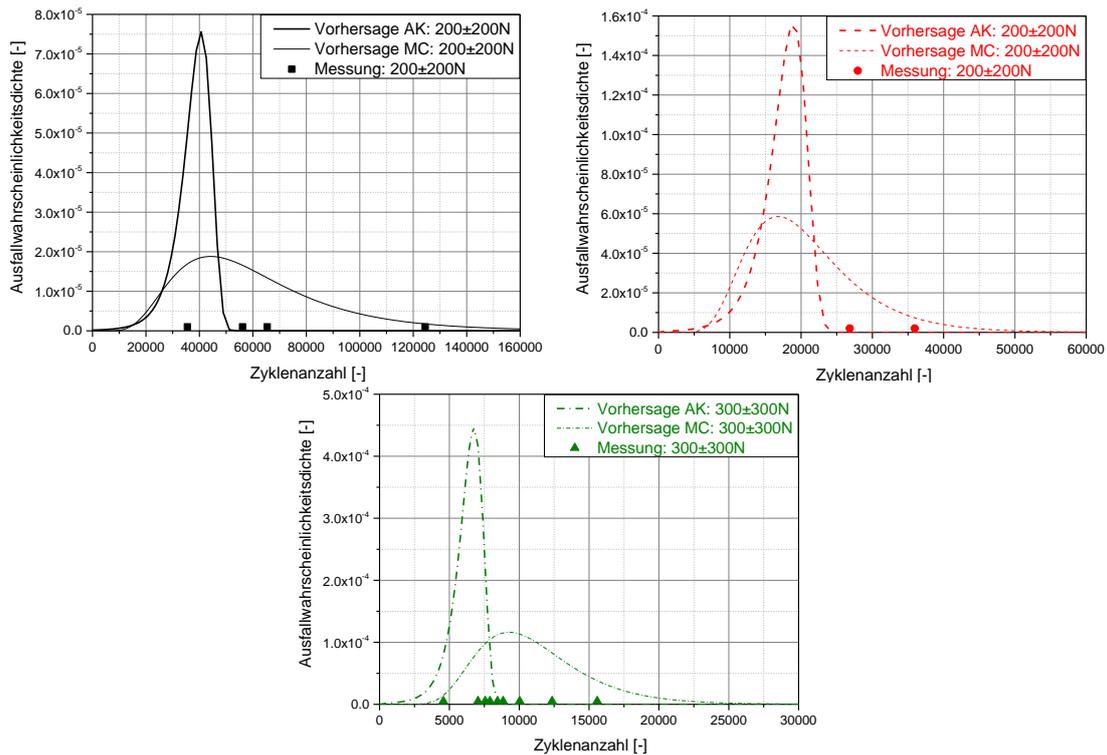


Abbildung 8.54: Vergleich der Qualität der Vorhersagen aus Akkumulationsprinzip und Monte-Carlo-Simulation und der gemessenen Lebensdauer des NR für den Puffer

Die Vorhersagekurven der Monte-Carlo-Simulation besitzen eine niedrigere Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte und somit haben sie ein breiteres Ausfallintervall verglichen mit den Vorhersagen des Akkumulationsprinzips. Bei der Amplitude 300 ± 300 N liefern beide Methoden eine sehr gute Übereinstimmung mit der gemessenen Lebensdauer. Alle Messpunkte liegen innerhalb der Streubreite beider Vorhersagekurven. Für die Last 250 ± 250 N kann die gemessene Lebensdauer nur von der Vorhersagekurve der Monte-Carlo-Simulation gut getroffen werden. Die Vorhersage des Akkumulationsprinzips unterschätzt die Lebensdauer der zwei gemessenen Prüfkörper. Die Mittelwerte der Vorhersage und die Messungen in der Lebensdauerachse weisen einen Versatz mit einem Faktor von 1,5 auf. Bei der Vorhersage der Amplitude 200 ± 200 N kann nur ein Messpunkt von beiden Methoden gut getroffen werden. Es handelt sich bei diesem Punkt um die kürzeste gemessene Lebensdauer aus vier Messungen. Die Vorhersage der Monte-Carlo-Simulation hat ein sehr breites Ausfallintervall und kann somit drei der vier Messpunkte gut erfassen. Die obere Schranke der Akkumulationsprinzipvorhersage liegt bei ca. 50.000 Zyklen, wohingegen sich bei der Monte-Carlo-Simulationsvorhersage ein Wert von 100.000 Zyklen ergibt. Die höchste gemessene Lebensdauer liegt bei ca. 125.000 Zyklen. Dieser Messpunkt liegt mit einem Faktor von 2,5 in der Lebensdauer zu dem Mittelwert der Monte-Carlo-Simulationsvorhersage und mit einem Faktor von 3,13 in der Lebensdauerachse zu dem Mittelwert der Akkumulationsprinzipvorhersage. Die Abbildung 8.55 veranschaulicht einen Vergleich zwischen den Vorhersagen beider Methoden und der gemessenen Lebensdauer bei den drei Amplituden für EPDM.

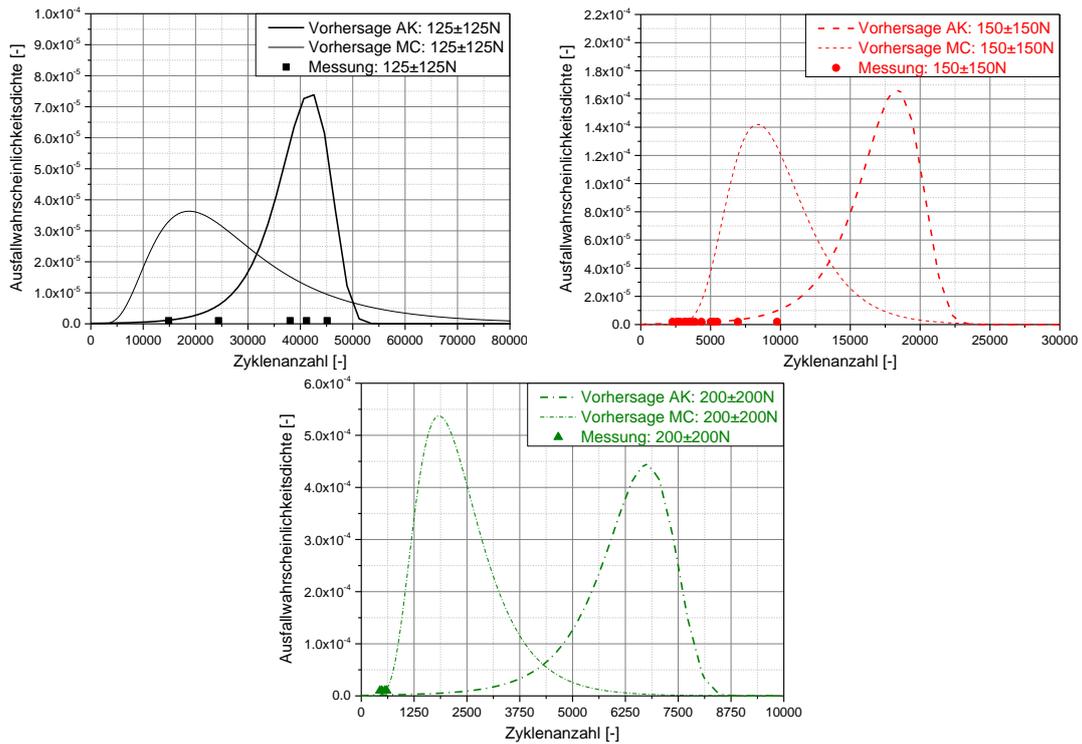


Abbildung 8.55: Vergleich der Qualität der Vorhersagen aus Akkumulationsprinzip und Monte-Carlo-Simulation und der gemessenen Lebensdauer des EPDM für den Puffer

8.6.2 Hantel R5

In der Abbildung 8.56 sind die Vorhersagen aus der durchgeführten Monte-Carlo-Simulation und dem Akkumulationsprinzip sowie die Werte der gemessenen Hantel bei den gegebenen Lastamplituden für NR dargestellt.

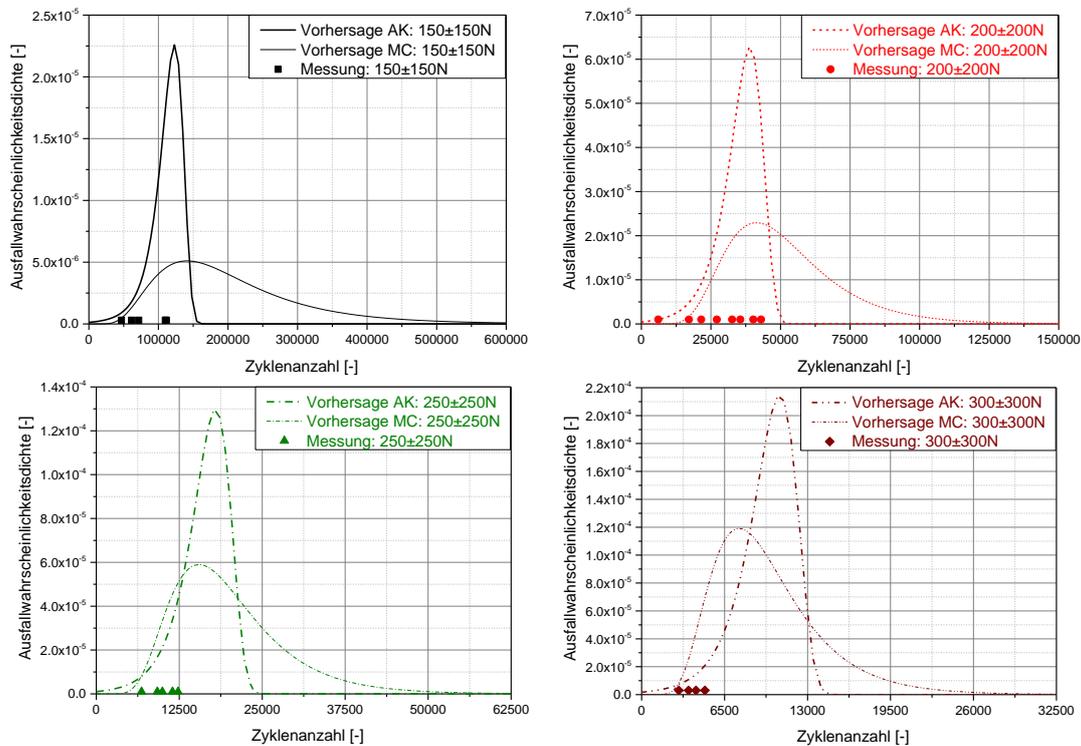


Abbildung 8.56: Vergleich der Qualität der Vorhersagen aus Akkumulationsprinzip und Monte-Carlo-Simulation und der gemessenen Lebensdauer des NR für die Hantel R5

Die Messpunkte aller Amplituden können von den Vorhersagen beider Methoden sehr gut getroffen werden. Bei allen Amplituden zeigt die Monte-Carlo-Simulationsvorhersagekurve einen breiteren Ausfallbereich als das Akkumulationsprinzip. In der Abbildung 8.57 sind die Vorhersagen beider Methoden und der gemessenen Hantel bei den gegebenen Lastamplituden für EPDM zusammen dargestellt.

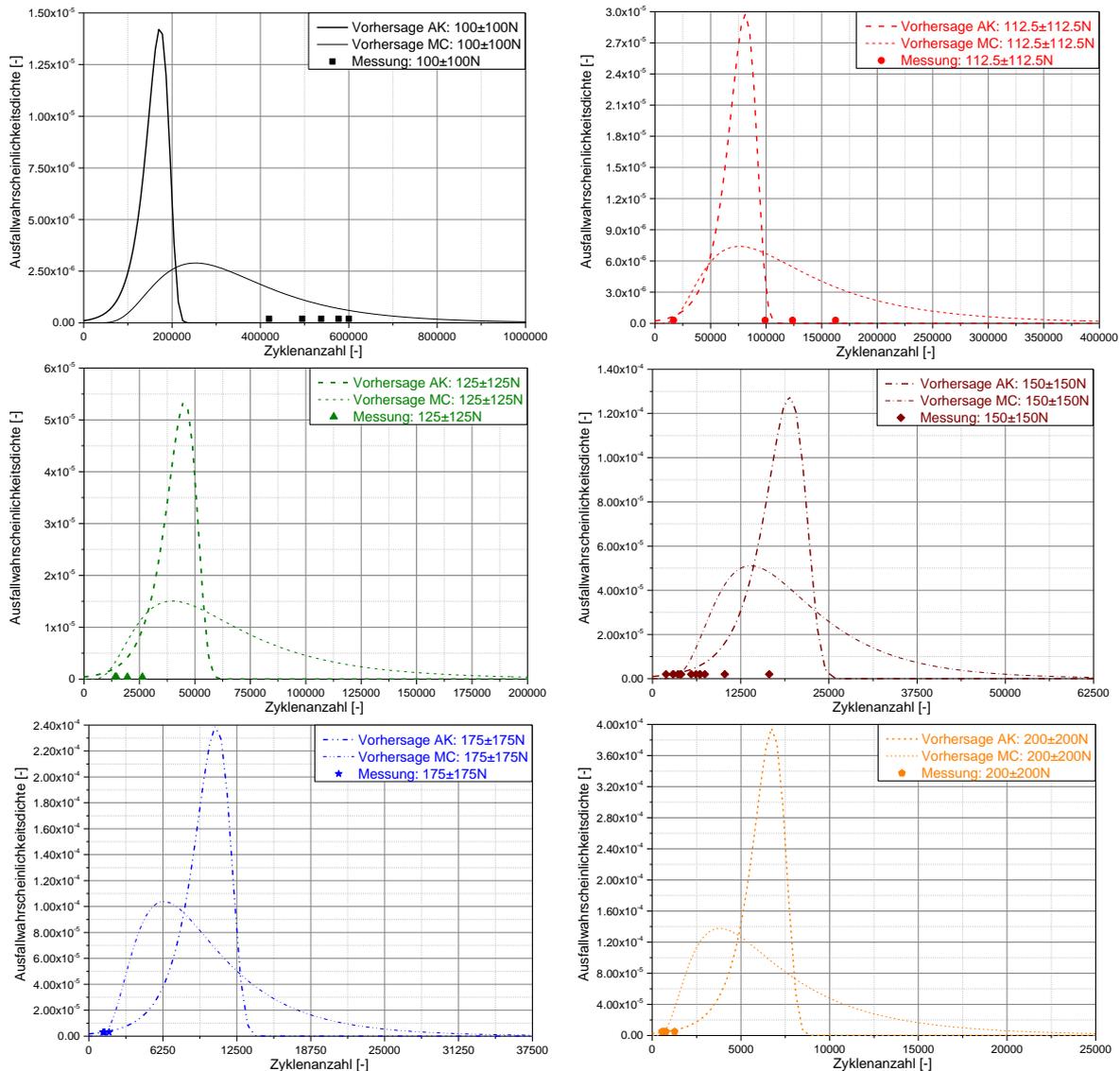


Abbildung 8.57: Vergleich der Qualität der Vorhersagen aus Akkumulationsprinzip und Monte-Carlo-Simulation sowie der gemessenen Lebensdauer des NR für die Hantel R5

Alle Vorhersagen der Monte-Carlo-Simulation haben die gemessene Lebensdauer aller Lasten sehr gut getroffen. Die Last 100 ± 100 N verfügt über eine ausgeprägten Ausfallbreite, die ca. 600.000 Zyklen beträgt. Bei dieser Amplitude kann kein Messpunkt von der Akkumulationsprinzipvorhersage erfasst werden. Der Mittelwert der Vorhersage und der Mittelwert der Messpunkte liegt bei einem Faktor von 3,2 in der Lebensdauerachse.

Bei der Amplitude $112,5 \pm 112,5$ N kann die Akkumulationsprinzipvorhersage nur eine der vier Messpunkte erfassen. Die restlichen Messpunkte liegen außerhalb der Streubreite der Vorhersage. Der Unterschied zwischen dem Mittelwert der Vorhersage und dem Mittelwert der Messpunkte liegt bei einem Faktor in der Lebensdauerachse bei ca. 1,5. Für die

Amplituden größer als $125 \pm 125\text{N}$ können die Messpunkte der Vorhersagen sehr gut getroffen werden.

8.6.3 Hantel R5R3

Die Abbildung 8.58 zeigt einen Vergleich zwischen den Vorhersagen beider verwendeter Methoden und der gemessenen Hantel bei der gegebenen Lastamplituden für NR.

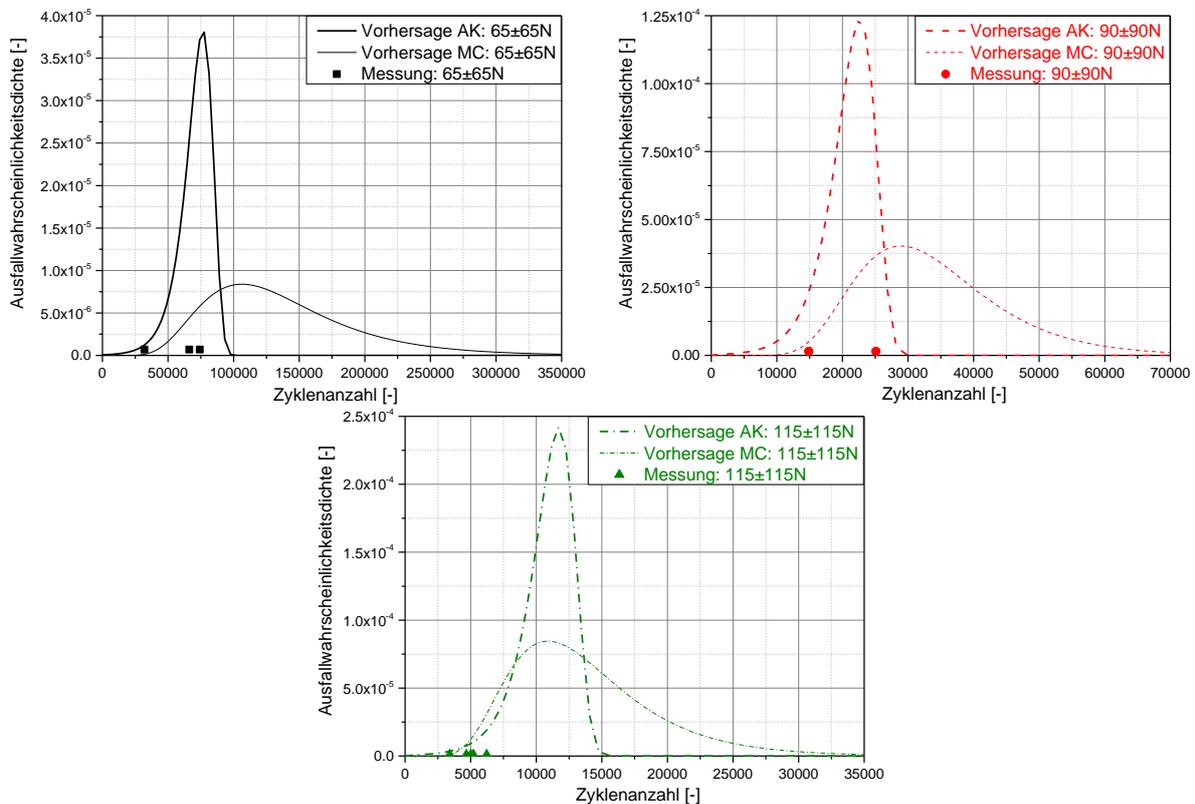


Abbildung 8.58: Vergleich der Qualität der Vorhersagen aus Akkumulationsprinzip und Monte-Carlo-Simulation und der gemessenen Lebensdauer des NR für die Hantel R5R3

Obwohl die Vorhersagekurven der drei Amplituden für beide Methoden unterschiedlich aussehen, liefern sie eine sehr gute Übereinstimmung mit der gemessenen Lebensdauer. Die Abbildung 8.59 veranschaulicht die Qualität der Vorhersagen beider Methoden und der gemessenen Lebensdauer bei den gegebenen Lastamplituden für EPDM.

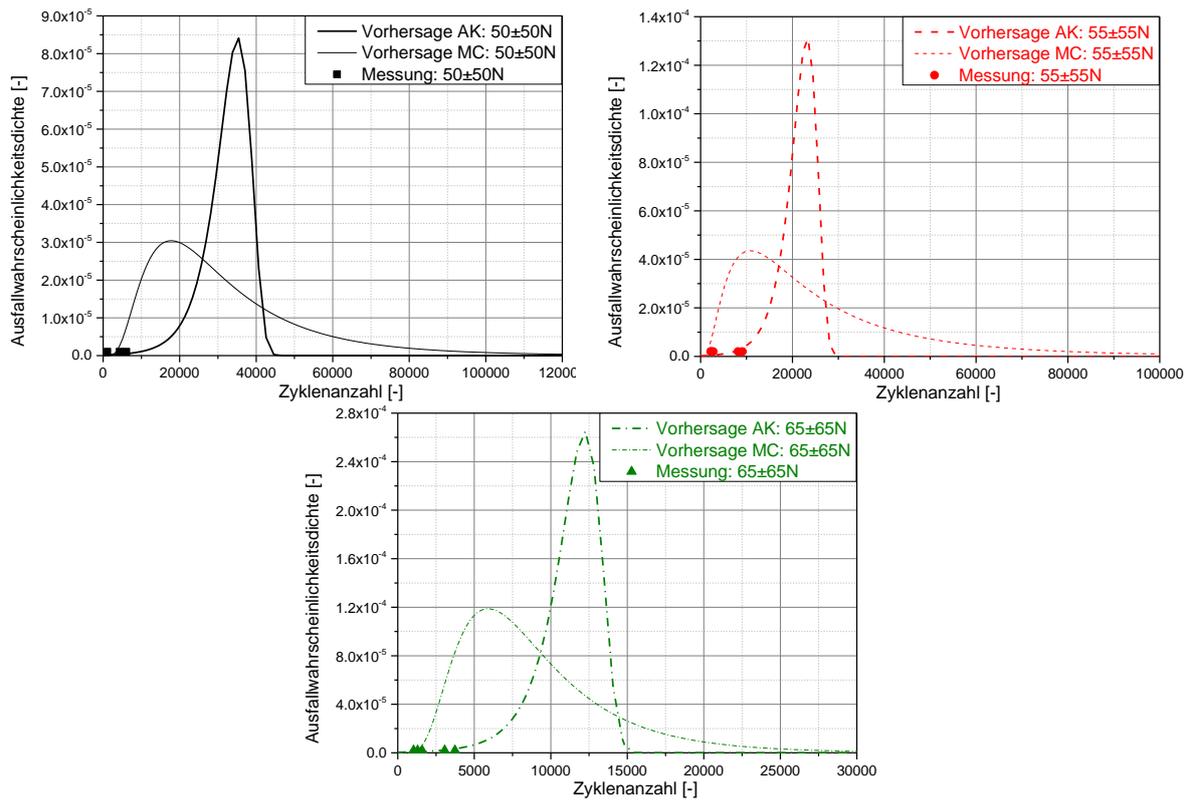


Abbildung 8.59: Vergleich der Qualität der Vorhersagen aus Akkumulationsprinzip und Monte-Carlo-Simulation und der gemessenen Lebensdauer des EPDM für die Hantel R5R3

Die Monte-Carlo-Vorhersagekurven der drei Amplituden liefern eine sehr gute Übereinstimmung zu der gemessenen Lebensdauer. Die gemessene Lebensdauer der Amplituden 50±50 N werden von der Vorhersage des Akkumulationsprinzips stark unterschätzt. Der Mittelwert der gemessenen Lebensdauer liegt mit einem Faktor von 4,66 in der Lebensdauerachse zu dem Mittelwert der Akkumulationsprinzipvorhersage. Bei der Last 55±55 N können die Messpunkte mit der niedrigsten Lebensdauer nicht erfasst werden. Die zwei am längsten gemessenen Messpunkte liegen nahe der unteren Schranke der Vorhersage. Die Akkumulationsprinzipvorhersage der Amplitude 65±65 N kann nur zwei Messpunkte mit der höchsten Lebensdauer erfassen, wobei diese zwei Punkte auch nahe der unteren Schranke der Vorhersagekurve liegen.

8.6.4 Hantel R5R5

Die Abbildung 8.60 zeigt eine Zusammenstellung der Vorhersagen beider Methoden und der gemessenen Hantel bei den gegebenen Lastamplituden für EPDM.

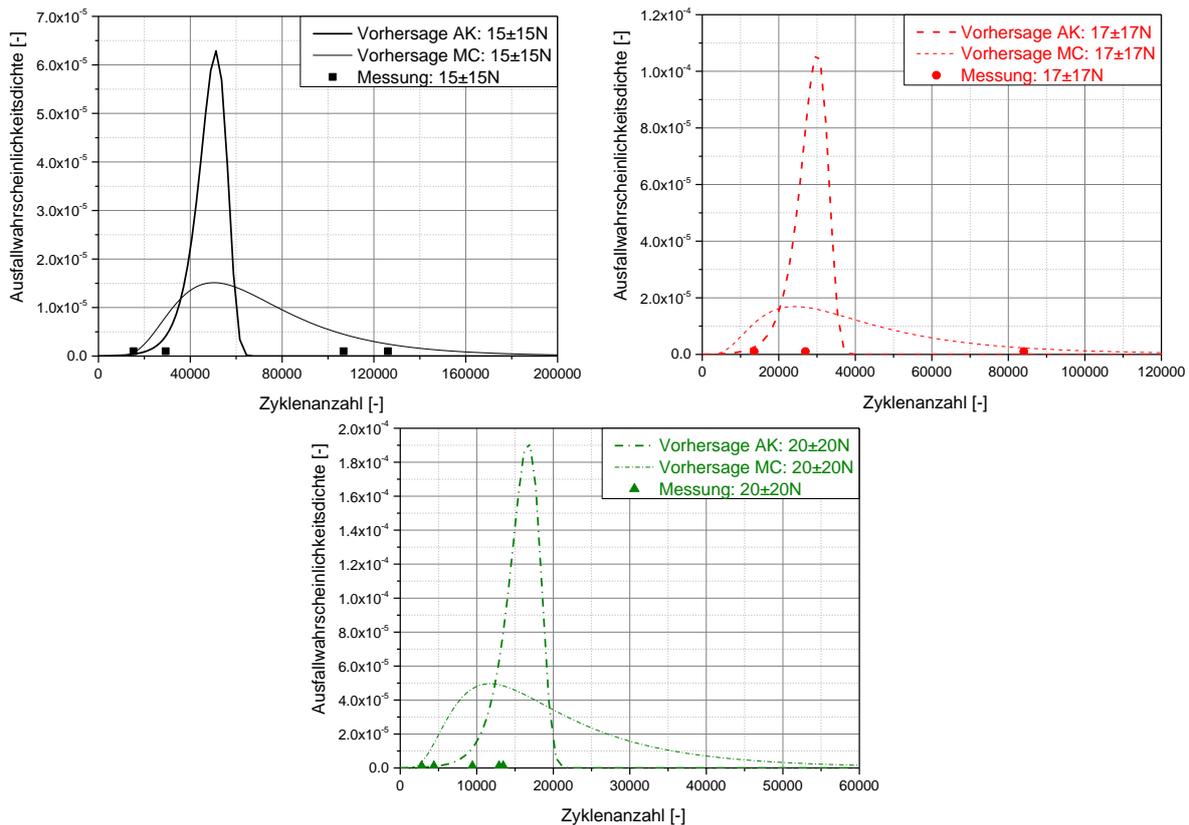


Abbildung 8.60: Vergleich der Qualität der Vorhersagen aus Akkumulationsprinzip und Monte-Carlo-Simulation sowie der gemessenen Lebensdauer des EPDM für die Hantel R5R5

Die Vorhersage der Monte-Carlo-Simulation für die Amplitude 20 ± 20 N zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit der gemessenen Lebensdauer. Die Vorhersagekurve des Akkumulationsprinzips bei der gleichen Amplitude zeigt eine schmale Ausfallbreite, was dazu führt, dass zwei Messpunkte nicht von der Vorhersagekurve erfasst werden können. Bei der mittleren Last liegen alle der drei Messpunkte innerhalb der Streubreite der Vorhersage der Monte-Carlo-Simulation. Die Vorhersagekurve des Akkumulationsprinzips kann nur die zwei Messpunkte mit niedriger Lebensdauer erfassen. Der Messpunkt mit der höchsten gemessenen Lebensdauer bei dieser Amplitude liegt mit einem Faktor von 2,83 in der Lebensdauerachse zu dem Mittelwert der Akkumulationsprinzipvorhersage. Für die niedrigste Amplitude 15 ± 15 N liegt die Streubreite der Messpunkte bei 197.500 Zyklen. Beide Vorhersagen können nur einen Teil der Streubreite abdecken. Zwei Kurzläufer und zwei der drei Langläufer werden von der Vorhersage der Monte-Carlo-Simulation sehr gut getroffen. Die Vorhersage des Akkumulationsprinzips kann nur den Kurzläufer mit der längeren Lebensdauer erfassen. Die Abbildung 8.61 zeigt eine Zusammenstellung der Vorhersagen beider verwendeten Methoden und der gemessenen Hantel bei den gegebenen Lastamplituden für das NR Material.

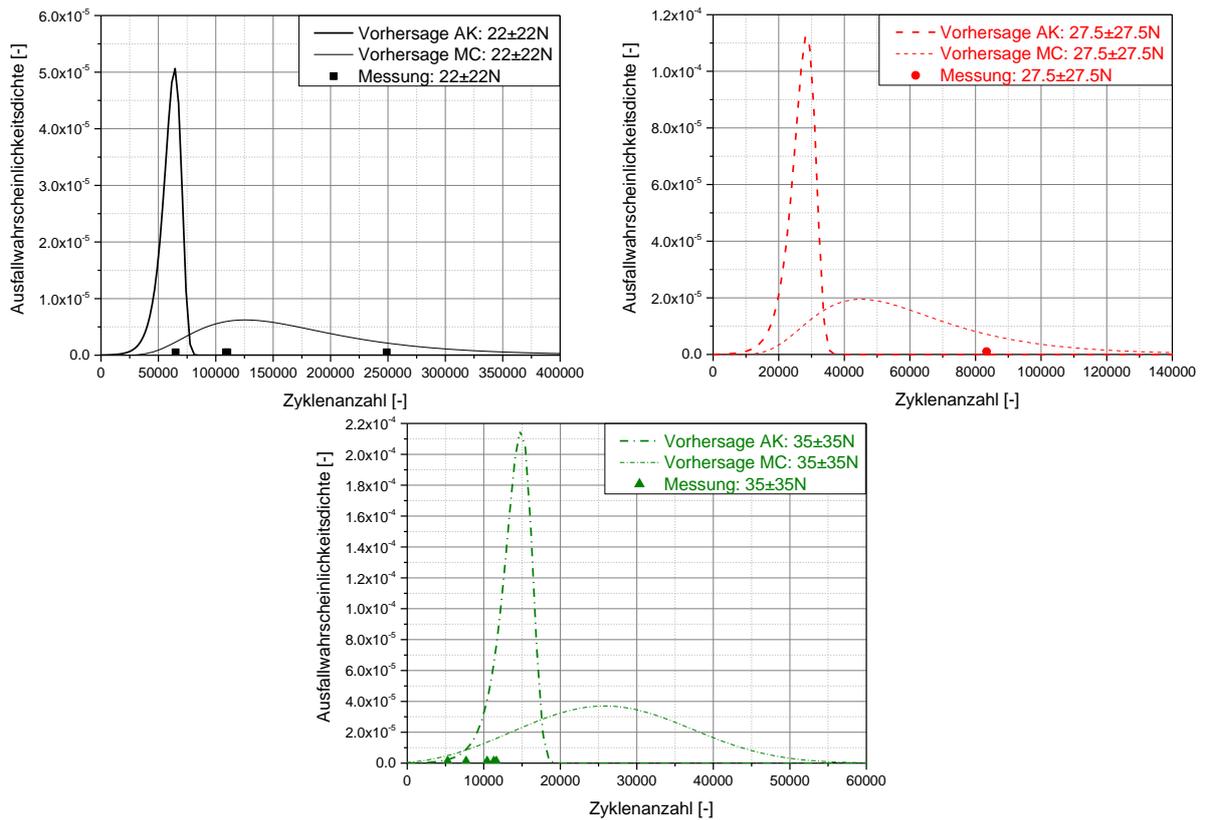


Abbildung 8.61: Vergleich der Qualität der Vorhersagen aus Akkumulationsprinzip und Monte-Carlo-Simulation sowie der gemessenen Lebensdauer des NR für die Hantel R5R5

Bei der Vorhersage der Amplitude 22 ± 22 N kann die gemessene Lebensdauer nur von der Monte-Carlo-Simulationsvorhersage sehr gut getroffen werden, obwohl es einen Faktor von 4 in der Zyklusanzahlachse zwischen der Lebensdauer der Kurzläufer und der Lebensdauer der Langläufer gibt. Der Messpunkt mit der am höchsten gemessenen Lebensdauer wird mit einem Faktor von 3,85 in der Lebensdauerachse von dem Mittelwert der Vorhersagekurve des Akkumulationsprinzips unterschätzt. Die Akkumulationsprinzipvorhersage kann nur den Messpunkt, der die kürzeste Lebensdauer hat, gut treffen. Dieser Messpunkt liegt mit einem Faktor von 3,2 in der Lebensdauerachse zu dem Mittelwert der Akkumulationsprinzipvorhersage. Bei der Amplitude $27,5\pm 27,5$ N kann die gemessene Lebensdauer nur von der Vorhersagekurve der Monte-Carlo-Simulation gut getroffen werden. Die Vorhersagekurve des Akkumulationsprinzips unterschätzt stark die gemessene Lebensdauer. Dieser Messpunkt liegt mit einem Faktor von 3,2 in der Lebensdauerachse zu dem Mittelwert der Akkumulationsprinzipvorhersage. Die Vorhersagekurven beider Methoden bei der Amplitude 35 ± 35 N zeigt eine sehr gute Übereinstimmung zu der gemessenen Lebensdauer. Die vier Messpunkte liegen innerhalb der Streubreite beider Kurven.

9 Zusammenfassung und Ausblick

Das inelastische Materialmodell MORPH kann eine gute Näherung der gemessenen Materialreaktion zeigen, wobei die Hauptmerkmale der gefüllten Elastomere reproduziert werden können. Eine gute Materialbeschreibung ist eine entscheidende Voraussetzung für eine zuverlässige bruchmechanische Untersuchung. Die Reißenergie, bestimmt aus globale Reaktion der gekerbten Probe von Messung oder Simulation, zeigt eine deutliche exponentielle Abnahme als Funktion der Wiederholung. Dieses Phänomen tritt aufgrund des Spannungserweichungseffekts während der zyklischen Belastung bei der gleichen Dehnungsamplitude auf. Die gemessenen Dehnungswerte mit dem ARAMIS-System zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit den Simulationswerten bis zu einem Abstand von 0,1 mm von der Risspitze. Für einen Abstand kleiner als 0,1 mm konnten die Dehnungswerte aufgrund der Randprobleme und der Begrenzung des optischen Systems nicht ermittelt werden. Die Ermittlung des Erweichungsparameters auf Basis des HRR-Feldes zeigt nur bei den numerisch ausgewerteten Dehnungswerten einen plausiblen Wert. Der Erweichungsparameter sollte innerhalb der Grenzen von eins und unendlich liegen. Aber der identifizierte Erweichungsparameter aus der gemessenen Dehnung ist niedriger als der untere Grenzwert. Dies könnte auf die fehlenden Dehnungswerte in der Nähe der Risspitze zurückzuführen sein. Die Auswertung des J-Integrals entlang der Konturen mit dem inelastischen Materialmodell MORPH zeigt die Pfadabhängigkeit. Dieses Phänomen wird durch die Inhomogenität und die inelastischen Effekte des Materialmodells bestimmt. Die inelastischen Effekte werden durch den Spannungserweichungseffekt und die bleibende Verformung dargestellt. Die Auswertung des J-Integrals bei der gleichen Dehnungsamplitude jedes Zyklus zeigt deutlich, dass der resultierende Energiefluss mit zunehmenden Wiederholungen abnimmt. Die Verringerung des Energieflusses zeigt an, dass im Falle einer zyklischen Belastung der Riss im ersten Zyklus mehr Widerstand hat, als der im fünften Zyklus. Dieser Effekt muss in vielen Anwendungen wie der Lebenszeitvorhersage oder der Rissausbreitungsmechanismen berücksichtigt werden. Die Auswertung der Spannungserweichung zwischen dem ersten und dem zweiten Zyklus unter Verwendung des Python-Skripts zeigt deutlich, dass die höchste Erweichung in der Nähe der Risspitze vorhanden ist. Die meisten inelastischen Effekte treten in der Region um die Risspitze auf. Das J-Integral zeigt eine starke Pfadabhängigkeit in dieser Region, in der die Spannungserweichung ausgeprägt ist. Sowohl die analytische als auch die experimentelle Auswertung des Flächenintegrals nach sind schwierig und können nur numerisch mit geeigneten Materialmodellen in der Simulation ermittelt werden. Das Flächenintegral kann durch Subtrahieren des an der Grenze der Prozesszone ausgewerteten J-Integralwerts und an der größeren umschließenden Kontur bestimmt werden. Bei diesem Verfahren besteht die Hauptschwierigkeit darin, die Prozesszone zu definieren. Schließlich kann die Auswertung der J-Integralwerte mittels des MORPH-Modells, das in der Lage ist, das Materialverhalten mit Spannungserweichung zu reflektieren, als eine nützliche Maßnahme für Untersuchungen und das Verständnis von Rissausbreitungsmechanismen und darüber hinaus als vielversprechende Möglichkeit für die Schätzung der Lebensdauer für dynamisch belastete Bauteile angesehen werden.

Um den kritischen Energiefluss und die Bruchzähigkeit gefüllter Elastomere zu bestimmen, wurden experimentelle Untersuchungen anhand von Zugstreifenproben und reinen Scherungsproben durchgeführt, die den Modus I der Bruchmechanik wiedergeben. Die zyklische Rissausbreitung wurde optisch unter Verwendung des auf der Oberfläche der Proben gezeichneten Musters bestimmt. Die Analyse der Aufnahmen der Risspitze und

ihrer Umgebung mit einer Hochgeschwindigkeitskamera bietet sehr nützliche Informationen über den Beginn der Rissausbreitung und den kontinuierlichen Ausbreitungsprozess während der Belastungsphase. Aus diesen Informationen können die kritischen Werte der Verschiebung aus Kraft-Weg-Kurven bestimmt werden. Die grundlegende Beobachtung anhand der Messungen zeigt, dass der Riss dann beginnt, wenn er um den gleichen kritischen Verschiebungswert wächst. Diese Erkenntnis wurde bei den Messungen mit konstanter Amplitude und mit zunehmender Amplitude beobachtet. Die kritischen Reißenergiewerte korrelieren zur kritischen Streckung der Probe. Zur Bestimmung des Energieflusses wurden drei verschiedene Bruchkriterien verwendet: Die Reißenergie, das J-Integral und die Energiefreisetzungsrates. Die numerischen Berechnungen erfolgten mit dem einfachen hyperelastischen Ogden-Modell zweiter Ordnung und dem inelastischen Materialmodell MORPH. Der Kernunterschied zwischen den beiden Materialmodellen ist der, dass MORPH im Gegensatz zu Ogden die bleibenden Verformungen und die Hysterese reproduzieren kann. Die Wahl eines Spannungserweichungs-Modells wie MORPH bei den Simulationen ist entscheidend, da die gemessenen Kraft-Weg-Kurven genau wiedergegeben werden. Die experimentell ermittelten Reißenergiewerte zeigen ein abnehmendes Verhalten und konvergieren das nach einem bestimmten Zyklus zu einem stabilen Wert. Der hohe Wert der Reißenergie im ersten Zyklus wird als typische jungfräuliche Antwort eines verstärkten Elastomers aufgrund der starken Füllstoffpolymer-Bindungen angesehen. Mit MORPH zeigen die Werte aller verwendeten Bruchkriterien eine ähnliche Approximation zur experimentell ermittelten Reißenergie. Diese Tendenz kann durch den Spannungserweichungseffekt verursacht werden, da MORPH den Mullins-Effekt berücksichtigen kann. Ein Vergleich von experimentell ausgewerteten Reißenergien und kritischen Werten der Reißenergie, des J-Integrals und der Energiefreisetzungsrates mithilfe des Ogden-Modells zeigt deutlich, dass dieses Modell gute Approximationen der experimentell gemessenen Reißenergien nur im Konvergenzbereich liefert. Eine Approximation des kritischen Energieflusses während des ersten Zyklus mittels des Ogden-Modells ist aufgrund der Grenzen des Materialmodells nicht möglich. Bei weiteren Zyklen liegt die Abweichung der numerisch ausgewerteten Reißenergie, der Energiefreisetzungsrates und des J-Integrals in Bezug auf der experimentell basierten Reißenergie in der Größenordnung von 10% mit dem Ogden- sowie mit dem MORPH- Modell. Der kritische Energiefluss während des Risswachstums kann durch experimentelle und numerische Untersuchungen bestimmt werden. Die exponentiell abnehmende Tendenz der verwendeten Bruchkriterien als Funktion der Risswachstumslänge unter Verwendung eines geeigneten Materialmodells zeigt an, dass die Erweichung das Risswachstum beeinflusst. Solche Beobachtungen müssen streng berücksichtigt werden. Zukünftige Arbeiten sollen die dargestellten Ergebnisse für die Umsetzung des Energiefreisetzungsrates-Schädigungsgesetzes nach der erweiterten Finite Elemente Methode (XFEM) berücksichtigen. Der Vorteil dieser Methode liegt darin, dass der Riss nicht nur entlang der Kanten der Netz-Elemente, sondern auch durch die Elemente wachsen kann. Daher können sowohl Rissknick und Rissverzweigungen untersucht werden. Die Simulation der Rissausbreitung unter Verwendung des Ogden- und MORPH-Modells könnte wiederum durchgeführt werden, um den Einfluss des Spannungserweichungseffekts auf die Risswachstumsmechanismen einzuschätzen.

Ziel der nichtlinearen Bruchmechanik war es, die Reißenergie für den Öffnungsmodus der Bruchmechanik (Modus I) und Anti-Ebenen-Schermodus (Modus III) für die gefüllten und ungefüllten Mischungen vorherzusagen. Es wurde die Energiefreisetzungsrates aus den mechanischen Kontinuumsgrößen nahe der Risspitze ermittelt. Die Auswertung des

Pfadintegrals um die Riss Spitze ergibt einen Ausdruck, der den unbekannt Parameter B_I beziehungsweise B_{III} enthält. Die entscheidende Aufgabe war es, diesen Parameter für gefüllte und ungefüllte Mischungen zu identifizieren. Es wurde festgestellt, dass B_I und B_{III} direkt von der Streckung der Probe abhängt. Für die experimentelle Untersuchung der Reißenergie wurden SENT-Probe und Schenkelpoben verwendet. Der Verformungszustand bei der SENT-Probe entspricht dem Öffnungsmodus der Bruchmechanik und der Verformungszustand bei der Schenkelprobe entspricht dem Anti-Ebenen-Schermodus der Bruchmechanik Die kritische Reißenergie wurde zu Beginn des Risswachstums durch Anwendung der Gleichung von Thomas und Rivlin ausgewertet. Die numerische Auswertung des J-Integrals erfolgte mit Abaqus. Die Proben wurden bis zu den kritischen Verschiebungswerten gestreckt, die aus den Reißenergie-Messungen entnommen wurden. Das J-Integral wird mit mehreren Konturen um die Riss Spitze ausgewertet. Eine realitätsnahe Beschreibung der Spannung, der Dehnung und der Energie in der Nähe der Riss Spitze erfordert eine sehr feine Vernetzung nahe der Riss Spitze. Der Vergleich zwischen allen drei verwendeten Bruchkriterien für die gefüllten und ungefüllten Mischungen zeigt, dass die Vorhersage unter Verwendung der Energiefreisetzungsgleichung der experimentell ausgewerteten Reißenergie entspricht. Darüber hinaus gibt das numerisch bestimmte J-Integral eine gute Annäherung an die Reißenergie. Der entscheidende Vorteil der analytisch ausgewerteten Energiefreisetzungsrates liegt in der Annäherung des kritischen Energieflusses ohne Durchführung von Messungen. Die einzigen Informationen, die von der Energiefreisetzungsgleichung benötigt werden, sind die passenden Parameter der Zugmessung mit dem Ogden-Modell.

Die Vorhersage der Lebensdauer anhand der Monte-Carlo-Simulation und des Akkumulationsprinzips wurden erfolgreich in Abaqus implementiert. Die Kernidee besteht aus der Verknüpfung zwischen der Bruchmechanik und der Statistik der Fehlstellen im Material. Aus Untersuchungen am Tear Analyser konnten die Rissgeschwindigkeiten und somit die empirische Parameter des Paris-Erdogan-Gesetzes ermittelt werden. In den CT-Aufnahmen der Hantelprüfkörper werden die Rußpartikel gezählt und in Klassen unterteilt. Diese gezählten Partikel werden durch Weibull- und Lognormalverteilung angepasst, wobei der Durchmesser des Partikels als initiale Risslänge angesehen wird. Die Vorhersage des Akkumulationsprinzips basiert auf der Ermittlung der elementweisen Überlebenswahrscheinlichkeit, wobei diese Überlebenswahrscheinlichkeiten über alle Elemente akkumuliert werden. Aus der akkumulierten Wahrscheinlichkeit kann die Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte errechnet werden. Die Monte-Carlo-Simulation basiert auf eine zufällige Streuung der Partikeln in Bauteil. Dieser Vorgang führt dazu, dass bei jedem Durchgang eine andere Lebensdauer erzielt wurde. Bei ausreichend vielen Simulation kann sich der Ausfallbereich stabilisieren. Die Unterteilung der erzielten Lebensdauer in Klassen und die Anpassung dieses Ergebnisses durch eine Normalverteilung führt zur Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeitsdichte des Bauteils. Die gemessenen Prüfkörper für diverse Amplituden und Materialien liegen innerhalb der Streubreite der Vorhersagekurven beider Methoden. Für die Mehrheit der Amplituden gibt es eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den Vorhersagekurven und den Messpunkten. Bei einigen Amplituden liegen die Messpunkte allerdings weit entfernt vom Mittelpunkt der Vorhersagekurven, aber dennoch innerhalb der Streubreite. Der Volumeneffekt der Lebensdauer kann durch beide Methoden wiedergegeben werden.

Die vorhandene Streuung zwischen den Vorhersagekurven und den Messpunkten kann mehrere Ursachen haben. Zum einen wurde in den Berechnungsmethoden der

Temperatureffekt auf das Risswachstum und auf die Lebensdauer nicht berücksichtigt. Dieser Effekt wird innerhalb einer Erweiterung zu dieser Arbeit untersucht. Eine weitere Ursache für die verbleibende Ungenauigkeit der Vorhersage ist die für das Risswachstumsverhalten getroffene Annahme, ungebundene Partikel als Riss anzusehen.

Literatur

- [1] Bin Samsuri A.: Theory and mechanisms of filler reinforcement in natural rubber, *Natural rubber materials, Vol. 2 Composites and Nanocomposites* (2014), 73-111
- [2] Mullins L., Tobin N.R.: Stress softening in rubber vulcanizates. Part II: Stress softening effects in pure cum and filler loaded rubbers, *Journal of Applied Polymer Science* 9 (1965), 3011-3021
- [3] Mullins L., Tobin N.R.: Stress softening in rubber vulcanizates. Part I: Use of a strain amplification factor to describe the elastic behaviour of filler-reinforced vulcanized rubber, *Journal of Applied Polymer Science* 9 (1965), 2293-3009
- [4] Besdo D., Ihlemann J.: A phenomenological constitutive model for rubberlike materials and its numerical applications, *International Journal of Plasticity* 19 (2003), 1019-1036
- [5] Ihlemann J.: *Kontinuumsmechanische Nachbildung hochbelasteter technischer Gummiwerkstoffe*. Duesseldorf: VDI, 2003
- [6] Rice J.: A path-independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks, *Journal of Applied Mechanics* 35 (1968), 379-386
- [7] Cherepanov G.P.: The propagation of cracks in a continuous medium, *Journal of Applied Mathematics*, 31(3) (1967), 503-512
- [8] Parks D.M.: The virtual crack extension method for nonlinear material behavior, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 12 (1977), 353–364
- [9] Budiansky B., Rice J.: Conservation laws and energy-release rates, *Journal of Applied Mechanics* (1973), 201-203
- [10] Griffith A.A.: The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A*, Vol. 221 (1921), 163-198
- [11] Groß D., Seelig T.: *Bruchmechanik mit Einführung in die Mikromechanik*, Springer (2011)
- [12] Kuna M.: *Numerische Beanspruchungsanalyse von Rissen*, Vieweg+Teubner, 1.Auflage (2008)
- [13] Irwin G.R.: Fracture dynamics, *Trans. Am. Soc. Met.* 40A (1948), 147-166
- [14] Rivlin R., Thomas A. G.: Rupture of rubber I. Characteristic energy for tearing. *Journal of Polymer Science* 10 (1953), 291-318
- [15] Gdoutos E.E., Schubel P. M., Daniel I. M.: Determination of critical tearing energy of tire rubber, *Strain*, Vol. 40 (3) (2010), 119-125
- [16] Horst T., Heinrich G.: Linking Mesoscopic and Macroscopic Aspects of Crack Propagation in Elastomers, *Fracture Mechanics and Statistical Mechanics of Reinforced Elastomeric Blends*, Vol. 70 (2013), 129-165
- [17] Grellmann W., Reincke K.: Technical Material Diagnostics-Fracture Mechanics of Filled Elastomer Blend, *Fracture Mechanics and Statistical Mechanics of Reinforced Elastomeric Blends*, Vol. 70 (2013), 227-268
- [18] Eshelby J.D.: The force on an elastic singularity, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical sciences*, Vol. 244 (1951), 87-112
- [19] Eshelby J.D.: The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems, *Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical sciences*, Vol. 241 (1957), 376-396

- [20] Eshelby J. D.: Energy relations and the energy-momentum tensor in continuum mechanics. In: Kanninen M.F., Adler W.F., Rosenfeld A.R., Jaffee R.I. *Inelastic Behaviour of Solids*. McGraw-Hill, New York (1970), 77-114
- [21] Eshelby J. D.: The elastic energy-momentum tensor, *Journal of Elasticity* 51 (1975), 321-335
- [22] El Yaagoubi M., Juhre D., Meier J., Alshuth T., Giese U.: Prediction of Tearing Energy in Mode III for Filled Elastomers, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 88 (2017), 31-38
- [23] El Yaagoubi M., Juhre D., Meier J., Alshuth T., Giese U.: Prediction of energy release rate in crack opening mode (Mode I) for filled and unfilled elastomers using the Ogden model, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 182 (2017), 74-85
- [24] El Yaagoubi M., Juhre D., Meier J., Le K. C., Alshuth T., Giese U.: Prediction of energy release rate in anti-plane shear state (Mode III) for unfilled elastomers, *Kautschuk Gummi Kunststoffe* 11 (2017), 43-48
- [25] Carka D., Landis C.M.: On the path-dependence of the J-integral near a stationary crack in an elastic plastic material, *Journal of Applied Mechanics* Vol. 78 (1) (2010), 110061-110066
- [26] Behnke R., Dal H., Geißler G., Näser B., Netzker C., Kaliske M.: Macroscopical modeling and numerical simulation for the characterization of crack and durability properties of particle-reinforced elastomers, *Fracture Mechanics and Statistical Mechanics of Reinforced Elastomeric Blends*, Vol. 70 (2013), 167-226
- [27] ABAQUS/Standard User`s and Theory Manuals 5.8, Hibbit, Karlsson & Soreson Inc. USA (1998)
- [28] Ogden R.W.: Large Deformation Isotropic Elasticity - On the Correlation of Theory and Experiment for Incompressible Rubberlike Solids, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 326 (1972), 565-584
- [29] Ludwig, M.: Entwicklung eines Lebensdauer-Vorhersagekonzeptes für Elastomerwerkstoffe unter Berücksichtigung der Fehlstellenstatistik (Dissertation), 2017
- [30] Ludwig, M., Alshuth T., El Yaagoubi M., Juhre D.: Lifetime prediction of elastomers based on statistical occurrence of material defects, *Constitutive Models for Rubber IX* (2015), 445-448
- [31] Wilker H.: Weibull-Statistik in der Praxis: Leitfaden zur Zuverlässigkeitsermittlung technischer Komponenten, *Books on Demand* (2013)
- [32] Papula L.: *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 3*, Vieweg & Sohn Verlag, Braunschweig/ Wiesbaden, 4. Auflage (2001)
- [33] Paris P., Erdogan F.: A critical analysis of crack propagation laws, *Journal of Basic Engineering* 85, 528-534, 1963
- [34] Hencky H.: Über die Form des Elastizitätsgesetzes bei ideal elastischen Stoffen, *Zeitschrift für technische Physik* 9 (1928), 215–220
- [35] Yeoh O.H.: Characterization of elastic properties of carbon-black-filled rubber vulcanizates. *Rubber Chemistry and Technology* 63, 792-805, 1990
- [36] Yeoh O.H.: Some forms of strain energy function for rubber, *Rubber Chemistry and Technology*, Vol. 66 (1993), 754-771
- [37] Rivlin R.S.: Some applications of elasticity theory to rubber engineering, *Collected Papers of R.S. Rivlin* Vol. 1 and 2, Springer (1997)

- [38] Ogden R. W.: Large Deformation Isotropic Elasticity: On the Correlation of Theory and Experiment for Incompressible Rubberlike Solids, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, Vol. 326, No. 1567 (1972), 565-584
- [39] Ogden R. W.: Large Deformation Isotropic Elasticity: On the Correlation of Theory and Experiment for Compressible Rubberlike Solids, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, Vol. 328 (1972), 567-583
- [40] Schindler H. J.: Relation between fracture toughness and charpy fracture energy: An analytical approach, Pendulum Impact Testing: A Century of Progress, ASTM STP 1380, T. Siewert and M. P. Manahan, Sr., Eds., American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA, 1999, 337-353
- [41] Blumenauer W. S., Hellen T. K.: Technische Bruchmechanik, 3. Auflage, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig (1993)
- [42] Murakami Y.: Stress intensity factors handbook, Vol. 1-5. Pergamon Press, Oxford (1987)
- [43] Rooke D. P., Cartwright D. J.: Compendium of stress intensity factors, Stationary Office (1976)
- [44] Tada H., Paris P., Irwin G.: The stress analysis of cracks handbook, Paris Production Inc., St.Louis (1985)
- [45] Theilig H., Nickel J.: Spannungsintensitätsfaktoren, Fachbuchverlag, Leipzig (1987)
- [46] Singh R., Carter B. J., Wawrzynek P. A., Ingraffea A. R.: Universal crack closure integral for SIF estimation, Engineering Fracture Mechanics 60 (2) (1998), 133-146
- [47] Kachanov L. M.: Time of the Rupture Process under Creep Conditions. Izv. Akad. Nauk. SSR, Otd. Tech. Nauk. Vol. 8 (1958) 26-31
- [48] Bazant Z.P., Planas J.: Fracture and size effects in concrete and other quasibrittle materials, CRC Press, Boca Raton (1997)
- [49] Lemaitre J.: A course on damage mechanics, Springer, Berlin (1992)
- [50] Juhre D., Ihlemann J., Alshuth T., Klauke R.: Some remarks on influence of inelasticity on fatigue life of filled elastomers, Plastics, Rubber and Composites, 40 (2011), 180-184
- [51] Hutchinson, J. W.: Plastic-stress and strain fields at a crack tip, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 16 (1968), 337-347
- [52] Hutchinson, J. W.: Singular behavior at the end of a tensile crack tip in a hardening material, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 16 (1968), 13-31
- [53] Rice, J. R., Rosengren G.F.: Plain strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material, Journal of Mechanics and Physics of Solids, 16 (1968), 1-12
- [54] Schneider K., Schulze A., Heinrich G., Lombardi R., Calabrò R., Kipscholl C., Horst T.: Charakterisierung und Versagensverhalten von Elastomeren bei dynamischer biaxialer Belastung, Kautschuk Gummi Kunststoffe, 4 (2014), 48-52
- [55] Le K.C.: Introduction to Micromechanics, Nova Science Publishers (2010)
- [56] H. Stumpf, K.C. Le, Variational principles of nonlinear fracture mechanics, Acta Mechanica, Vol. 83 (1990), 25-37
- [57] H. Stumpf, K. C. Le, Variational Formulation of the Crack Problem for an Elastoplastic Body at Finite Strain, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, Vol. 72 (1992), 387-396

- [58] K.C. Le, H. Stumpf, The singular elastostatic field due to a crack in rubberlike materials, *Journal of Elasticity*, Vol. 32 (1993), 183-222
- [59] Gent A.N., Lindley P.B., Thomas A.G.: Cut growth and fatigue of rubbers. I. The relationship between cut growth and fatigue, *Journal of Applied Polymer Science*, Vol. 8 (1964), 455-466
- [60] Selden R.: Fracture Mechanics Analysis of Fatigue of Rubber – A Review. *Progress in Rubber and Plastics Technology*, 11 (1995), 56-83
- [61] Statista, Umsatz der deutschen Kautschukindustrie in den Jahren von 2005 bis 2016 (in Millionen Euro), unter: <https://de.statista.com/statistik/daten/studie/182203/umfrage/umsatz-der-deutschen-kautschukindustrie-seit-2005/>, (2018)