

Entwurf und Regelung des Magnetlagers eines Rundtisches

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktoringenieur
(Dr.-Ing.)

von M.Sc. Denis Draganov

geb. am 20.12.1979 in Makeyewka, die Ukraine

genehmigt durch die Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Gutachter:

Prof. Dr. Ing. habil. Frank Palis

Prof. Dr. Ing. habil. Heinz-Ulrich Seidel

Promotionskolloquium am 7.06.2012

Kurzfassung

Das Thema der vorliegenden Arbeit ist aus einem Projekt namens „Magnetgelagerter Rundtisch“ entstanden, dessen Aufgabe es war, den Einsatz eines aktiven magnetischen Lagers für die Aufnahme und Positionierung von Werkstücken für eine spanabhebende Bearbeitung zu untersuchen. Die Steigerung der Qualität von der Materialbearbeitung sollte durch eine Erhöhung der Positioniergenauigkeit und durch eine gezielte Steuerung der Lagerparameter erreicht werden. Zu diesem Zweck eignen sich aktive Magnetlager, deren Position, Steifigkeit und Dämpfung mittels einer Regelung eingepreßt wird, und nicht nur ein Kennwert der Dimensionierung des Lagers ist.

Im Rahmen des Projektes ist bereits ein vollwertiger Prototyp entwickelt und gebaut worden, dessen Planung, Konstruktion und Regelung im Wesentlichen vom Inhalt dieser Arbeit beeinflusst worden sind.

Im Gegensatz zu Radiallagern, die meistens für schnell laufende Anwendungen verwendet werden, sind die Akzente dieser Arbeit auf eine Lagerung gesetzt, die für relativ niedrige Drehzahlen, dafür jedoch für eine hohe Tragfähigkeit und hohe Positioniergenauigkeit ausgelegt ist. Darin besteht auch die Eigenwertigkeit dieser Arbeit.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	III
Inhaltsverzeichnis	IV
Abbildungsverzeichnis	VII
Tabellenverzeichnis	XI
Symbolverzeichnis	XII
Vorwort	XVII
Einführung	1
Stand der Technik. Literaturrecherche	1
Aufgabenstellung	3
Rahmen der zu klärenden Problematik	4
1 Modellbildung. Anwendung an eine Zustandsregelung	7
1.1 Begriffserklärung	7
1.2 Modellbildung eines spannungsgesteuerten Magnetlagers	8
1.2.1 Mathematische Beschreibung eines Elektromagnetes	8
1.2.2 Berechnung der magnetischen Kraft	10
1.2.3 Nichtlineares Modell	12
1.2.4 Lineares Modell	14
1.3 Systemintegration Magnetlager	17
1.4 Praktische Realisierung eines spannungsgesteuerten Stellgliedes	17
1.5 Modellbildung eines stromgesteuerten Magnetlagers	19
1.6 Modellbildung eines feldgesteuerten Magnetlagers	20
1.7 Zustandsregelung eines Einzelmagnets	22
1.7.1 Luenberger Beobachter	23
1.7.2 Erweitertes Streckenmodell	24

1.8	Zustandsregelung eines bidirektional wirkenden Aktors	26
1.8.1	Einzelansteuerung der Magnete	27
1.8.2	Differenzschaltung der Magnete	31
1.8.3	Differenzansteuerung der Magnete	41
1.8.4	Orthogonale und symmetrische Magnetlagerkonfigurationen	44
1.9	Zusammenfassung	45
2	Regelung stromgesteuerter Magnetlager	47
2.1	Realisierung des Stromregelkreises	47
2.2	Kaskadenregelung	50
2.2.1	Geschwindigkeitsregelkreis	51
2.2.2	Lageregelkreis	52
2.3	LQG-Regelung	54
2.3.1	LQ-Regler	54
2.3.2	Kalman-Bucy-Filter	56
2.4	Gegenüberstellung der Regelstrategien anhand der dynamischen Steifigkeit . .	59
2.5	<i>Feedback Linearisation</i> des stromgesteuerten Magnetlagers	61
2.5.1	Theoretische Grundlagen der <i>Feedback Linearisation</i>	61
2.5.2	Feedback-linearisierte Regelung alleinstehendes Magnetes	62
2.5.3	Implementierung an einen bidirektional wirkenden Aktor	67
2.6	Gleitmodusregelung eines stromgesteuerten Magnetlagers	69
2.6.1	Theoretische Grundlagen der Gleitmodusregelung	69
2.6.2	Gleitmodusregelung nach Utkin	73
2.6.3	Schlussfolgerung	79
2.7	Einsatz eines Fluss-Sensors für indirekte Positionserfassung	80
2.7.1	Anordnung des Hall-Sensors	80
2.7.2	Experimentelle Untersuchung	82
2.7.3	Experimentelle Ergebnisse	83
2.7.4	Schlussfolgerung	83
2.8	Zusammenfassung	85
3	Mehrfreiheitsgrad-Magnetlager am Beispiel des „Rundtisch-Prototyp 3“	87
3.1	Theoretische Grundlagen der Regelung von Mehrfreiheitsgrad-Magnetlager . .	87
3.1.1	Orthogonale und symmetrische Magnetlagerkonfigurationen	87
3.1.2	Koordinaten- und Kraftkopplung	89
3.2	Experimentelle Untersuchungen von Magnetlagern	98
3.2.1	Schwingungsisolation mithilfe eines aktiven Magnetlagers	99

3.2.2 Schwingungsdämpfung mithilfe eines aktiven Magnetlagers	101
3.3 Zusammenfassung	104
4 Fazit und Ausblick	105
Literaturverzeichnis	106

Abbildungsverzeichnis

0.1	Anwendungen von Magnetlager	1
1.1	Elektromagnet	8
1.2	Berechnete Kraft als Funktion des Luftspaltes	12
1.3	Modell-linearisierung. Parameter K_i	14
1.4	Modell-linearisierung. Parameter K_s	15
1.5	Linearisierte Regelstrecke eines spannungsgesteuerten Elektromagnetes	16
1.6	Prinzipielle Schaltung des Stellgliedes	17
1.7	Realisierung einer Spannungssteuerung	18
1.8	Linearisierte Regelstrecke eines stromgesteuerten Elektromagnetes	19
1.9	Prinzipielle Schaltung des Stellgliedes	19
1.10	Stromregelkreis. Sprungantwort für Luftspalt $\delta = 1.8mm$ und $\delta = 0.4mm$	20
1.11	Regelstrecke eines feldgesteuerten Elektromagnetes	21
1.12	Magnetische Flussdichte. Sprungantwort des Stromregelkreises für den Luftspalt $\delta = 1.8mm$ und $\delta = 0.4mm$	22
1.13	Sprungantwort des linearen und „realen“ Systems. Zustandsrückführung. Polplatzierung $[-120, -120 + i120, -120 - i120]$	22
1.14	Generalisierte Struktur der Zustandsregelung mit Luenberger Beobachter	23
1.15	Sprungantwort. Experiment. Zustandsrückführung. Polplatzierung $[-120, -120 + i120, -120 - i120]$	24
1.16	Signalflussplan des erweiterten linearen Modells eines Elektromagnetes	24
1.17	Struktur der erweiterten Zustandsregelung eines Elektromagnetes	25
1.18	Sprungantwort des linearisierten und nichtlinearen Systems. Erweiterte Zustandsrückführung. Polplatzierung $[-125, -120, -120 + i120, -120 - i120]$	25
1.19	Sprungantwort. Experiment. Erweiterte Zustandsrückführung. Polplatzierung $[-125, -120, -120 + i120, -120 - i120]$	26
1.20	Einzelansteuerung der Magnete	27
1.21	Linearisierung der Kraft-Strom-Kennlinie	29
1.22	Linearisierung der Kraft-Luftspalt-Kennlinie	30

1.23 Sprungantwort bei diversen Vorspannungskräften. Experiment. Erweiterte Zustandsrückführung. Polplatzierung $P = [-125, -120, -120 + i120, -120 - i120]$	30
1.24 Differenzschaltung der Magnete	31
1.25 Nichtlineare Kraft-Strom-Kennlinienschar bei $i_v = 0$	35
1.26 Sprungantwort. Erweiterter Zustandsregler ohne Strombegrenzung	36
1.27 Nichtlineares Kraft-Strom-Luftspalt-Kennlinienfeld	36
1.28 Struktur der erweiterten Zustandsregelung mit unterlagertem Stromregelkreis	39
1.29 Struktur der Kaskadenregelung mit integriertem inversen Streckenmodell	40
1.30 Sprungantwort. Experiment. Kaskadenregelstruktur mit Summenzeitkonstante $T_\Sigma = 1 \text{ ms}$	41
1.31 Differenzansteuerung der Magnete	42
1.32 Sprungantwort. Experiment. Kaskadenregelstruktur mit Summenzeitkonstante $T_\Sigma = 2.5 \text{ ms}$. Differenzsteuerung der Magnete	43
1.33 Sprungantwort. Simulation vs. Experiment. Polplatzierung $P = [-125, -120, -120 + i120, -120 - i120]$	43
2.1 Definition der elektrischen Zeitkonstante	47
2.2 Stromregelkreis und Stromregler	48
2.3 Struktur des Stromregelkreises	48
2.4 Amplitudenfrequenzgang eines idealen, optimierten und realen Regelkreises, nach [Rie06]	50
2.5 Kaskadenregelstruktur mit integriertem inversen Streckenmodell	51
2.6 Struktur des Geschwindigkeitsregelkreises	51
2.7 Struktur des Lageregelkreises	52
2.8 Sprungantwort einer Kaskadenregelung. Inverses Modell ausgelegt für $\delta_0 = 0.3 \text{ mm}$, $\delta_0 = 0.5 \text{ mm}$, und $\delta_0 = 0.7 \text{ mm}$	53
2.9 Sprungantwort einer Kaskadenregelung. Simulation und Experiment.	54
2.10 Polplatzierung des LQ-Reglers	56
2.11 Sprungantwort eines LQ-Reglers. Inverses Modell ausgelegt für $\delta_0 = 0.3 \text{ mm}$, $\delta_0 = 0.5 \text{ mm}$, und $\delta_0 = 0.7 \text{ mm}$	58
2.12 Aufbau des Shakers	59
2.13 Störverhalten. Experiment. Differenzschaltung der Magnete. PID- Lageregelung mit und ohne Einsatz des inversen Modells	59
2.14 Störverhalten. Experiment. Polplatzierung auf $P = [-100, -100 + i100, -100 - i100]$ gegen Kaskadenregelstruktur mit Summenzeitkonstante $T_{\Sigma,i} = 1 \text{ ms}$	60

2.15 Spannungssteuerung. Polplatzierung auf $P = [-130, -120, -120 + i120, -120 - i120]$ gegen Stromsteuerung mit Polplatzierung auf $P = [-120, -120 + i120, -120 - i120]$	61
2.16 Struktur der Feedback Linearisierung	65
2.17 Steuerverhalten des P-Reglers mit Feedback Linearisation	66
2.18 Steuerverhalten des PID-Reglers mit Feedback Linearisation	67
2.19 Strukturvariables Regelungssystem	69
2.20 Systemtrajektorien bei $\Psi = \beta x, \beta > 0$ und bei $\Psi = -\alpha x, \alpha > 0$	70
2.21 Systemtrajektorien bei $\Psi = \beta x, \beta > 0$ und bei $\Psi = -\alpha x, \alpha > 0$	70
2.22 Struktur der Gleitmodusregelung mit integriertem inversen Streckenmodell	73
2.23 Quasistabile und instabile Doppelintegratorstruktur unter Einwirkung stationärer Kraft	75
2.24 Doppelintegratorstruktur unter Einwirkung stationärer Kraft im Schaltbetrieb	76
2.25 Kombinierte Regelung	76
2.26 Prinzip der Störgrößenaufschaltung	77
2.27 Gleitmodusregelung, Sprungantwort und Gleitgerade $s = c_1 x + v$ für Geradekoeffizienten: $c_1 = 20, c_1 = 50$ und $c_1 = 100$	78
2.28 Gleitmodusregelung, Störverhalten für Geradekoeffizienten: $c_1 = 20, c_1 = 50$ und $c_1 = 100$	78
2.29 Gleitmodusregelung, Störverhalten unter Einsatz einer nichtlinearen Reglernachführung	79
2.30 Elektrisches Ersatzschaltbild der Magnetfeldmessung	80
2.31 FEM-Modellierung des Magnetkreises	81
2.33 Lageregelung ohne direkte Luftspaltnessung	82
2.32 Aufbau zur experimentellen Untersuchung	82
2.34 Lageregelung ohne direkte Luftspaltnessung	83
2.35 Lageregelung ohne direkte Luftspaltnessung	84
2.36 Lageregelung ohne direkte Luftspaltnessung	84
3.1 Magnetanordnung des Rundtisches, „Prototyp-1“ und „Prototyp-3“	88
3.2 Draufsicht und Seitenansicht auf die vereinfachte Magnetanordnung des „Prototyps-3“	88
3.3 Aufstellung der Jacobi-Matrix	89
3.4 Signalfußplan der generaisierten Kraft	91
3.5 Reaktion der Tragfähigkeit auf Sollwert in XY- und XZ-Ebenen	92
3.6 Direkte Regelung der XY-Position mittels Jacobi-Pseudoinverse	93

3.7	Reaktion der Tragfähigkeit auf den Sollwert in XY- und XZ-Ebene	95
3.8	Regelung der XY-Position mit einer Vorspannung von $P = 20 N$	95
3.9	Blockschaltbild	96
3.10	Zuteilung der Kraft-Sollwerten an einzelne Magnete	96
3.11	Regelung der XY-Position mittels analytischer Lösung des NNLS-Problems . .	98
3.12	Aufbau des Versuchstandes	99
3.14	Struktur der erweiterten Zustandsregelung	100
3.13	Mechanische Anordnung	100
3.15	Schwingungsisolation. Experimentelle Ergebnisse	101
3.16	Regelung mit internem Störgrößenmodell. (<i>Repetitive control</i>)	101
3.17	Schwingungsdämpfung mithilfe eines Ringspeichers	102
3.19	Adaptives Störgrößenmodell	103
3.18	Adaptives Störgrößenmodell	103

Tabellenverzeichnis

0.1 Lagerarten und die zugehörigen Freiheitsgrade	XVIII
1.1 Induktivität	10
1.2 Kraft des Elektromagnetes	11
1.3 Nichtlineares und lineares Modell. Gegenüberstellung	16
4.1 Eckdaten des Lagers	105

Symbolverzeichnis

α, β	Rückkopplungsfaktor des strukturvariablen Regelungssystems
Δ	Tiefe der Aussparung
δ	Länge des Luftspaltes
δ_0	Luftspalt im Arbeitspunkt
δ_Σ	maximal möglicher Hub des Sekundärkörpers
δ_{Fe}	auf die relative Permeabilität des Eisens bezogener Weg des Flusses im Eisen
η	hinreichend kleine Konstante
$\mathcal{L}_f\phi$	Lie-Operator
μ_0	Permeabilität des Vakuums
$\mu_{r,Fe}$	relative Permeabilität des Eisens
ω_0	Kennkreisfrequenz eines Schwingungsgliedes
Φ	magnetischer Fluss
$\Phi(x), \Phi(z)$	Matrize der nichtlinearen Zustandstransformation
Ψ	unstätiger Eingangsvektor
$\rho(t)$	Prozess eines Messrauschens
τ	Verzögerungszeit des Stromregelkreises
Φ_i	Freiheitsgrad einer roatorischen Bewegung um die X, Y, oder Z-Achse
$\xi(t, x)$	Vektor der Stör- und Unsicherheitsgrößen
A	Systemmatrize

a Beschleunigung

A, A_{Fe} Querschnittsfläche des Magnetkerns

B Eingangsmatrize

B magnetische Flussdichte

C Ausgangsmatrize

C Vereinfachungsfaktor

C kapazität eines Kondensators

C, c Vektor/Koeffizient der Schaltgerade im Phasenraum

D Störgrößenmatrize

d Dämpfungsfaktor

E elektromotorische Kraft

e Regelabweichung (Regelfehler)

$f(t, x)$ nichtlineare Systemfunktion

F, F_{Mag}, F_{Act} Kraft eines Magnetes/Aktors

f_{Abt} Abtastfrequenz

F_{dist} Störkraft

f_i Kraft eines realen Aktors

$f_{P.S.grenz}$ Grenzfrequenz des Positionensors

F_v Vorspannungskraft

F_v Vormagnetisierungsstrom

g Erdbeschleunigung

$g(t, x, u)$ nichtlineare Eingangsfunktion

G_W Übertragungsfunktion eines Regelkreises

H magnetische Erregung (Feldstärke)
 $h(x)$ nichtlineare Ausgangsfunktion
 I integraler Faktor eines Reglers
 i elektrischer Strom
 i imaginäre Einheit
 i_0 Magnet-/ Aktorstrom im Arbeitspunkt
 J Gütefunktional
 J Jacobi-Matrize
 J^* rechte Pseudoinverse der Jacobi-Matrize
 K, K_D, K_P, K_I Zustandsrückführung
 K_i, K_v, K_s Parameter der linearisierten Strecke
 L Induktivität der Spule
 L Lagrangesche Funktion
 l, l_{Fe} Länge der Mittellinie des magnetischen Flusses
 L, h Zustandsrückführung eines Beobachters
 M, m gelagerte Masse
 N Windungszahl
 P Flächenpressung (mechanische Spannung)
 P Lösung der Riccati-Gleichung
 P Polstelle
 P Projektionsoperator
 P proportionaler Faktor eines Reglers
 Q verallgemeinerte Kraft

q	elektrische Ladung
q	generalisierte Koordinate
Q, R	Wichtungsmatrize des Zustandsvektors/des Stellsignals
Q, S	Wichtungsmatrize(Kovarianz) des System-/Messrauschens
R	elektrischer Widerstand der Spule
$r(t)$	Prozess eines Systemrauschens
$R_i, R_v, R_\delta, R_\Delta$	Zustandsrückführung
s	Gleichung der Schaltgerade im Phasenraum
s	Laplaceoperator
T	Drehmoment
T	kinetische Energie
t	Zeit
T_μ	kleine Zeitkonstante der Regelstrecke
T_v	große Zeitkonstante der Regelstrecke
T_Σ	Summenzeitkonstante
T_i	elektrische Zeitkonstante der Spule
T_R, T_0	Zeitkonstante eines PI-Reglers
U	potentielle Energie
u	elektrische Spannung
u_{eq}	äquivalentes Steuersignal
U_{ZK}, U_{link}	Zwischenkreisspannung
V	Volumen des vom Feld durchflossenen Materials
v	Geschwindigkeit

v_z Stellsignal des feedback-linearisierten Regelstrecke

W_{Mag} magnetische Energie

X, Y, Z Freiheitsgrad einer translatorischen Bewegung entlang der X, Y, oder Z-Achse

x_i Zustand des Regelsystems

z Operator der z-Transformation im diskreten Zustandsraum

z_i Zustand des Regelsystems im linearisierten Zustandsraum

VSCS strukturvariables Regelungssystem

DOF Anzahl der Freiheitsgrade

LMS Least-Mean-Squares Algorithmus

Vorwort

Ein Lager ist ein Maschinenelement, das zum Stützen und Führen von zwei, sich relativ zueinander bewegenden, Maschinenelementen eingesetzt wird. Die Aufgabe eines Lagers besteht somit darin, die Bewegungsfreiheit eines Körpers gegen einen anderen zu begrenzen, und die dafür notwendigen Kräfte auf die beiden Körper auszuüben.

Zu einem ähnlichen Zweck finden im Maschinenbau ebenso diverse Scharniere und Gelenke ihren Einsatz, die sich allerdings durch eine größere Anzahl an zugelassenen Freiheitsgraden $DOF > 1$ von der Lagerung abgrenzen. Oft sind die Gelenke als ein System mehrerer Stützkörper aufgebaut, sie können jedoch in einigen Fällen nur aus einem Paar von konjugierten Elementen bestehen, wie z. B. einem Kugelgelenk. Somit kann man auch die Gelenke zum Lager oder zu deren Formvariationen zählen.

Nach der Art der zugelassenen Bewegungen wird unterschieden zwischen der Linearführung für die translatorische Lagerung und der Drehlagerung für rotatorische Bewegung. Unter einer Lagerung wird meistens eine mechanische Anordnung von mehreren Lagern verstanden, die durch ihre Interaktion einem Körper bis zu 5 Freiheitsgraden konsequent unterbinden. Die einzelnen Lager, oder einzelne Stützelemente wirken auf einen gemeinsamen Körper gleichzeitig und werden dabei von einem Gehäuse zusammengehalten.

Bedingt durch die Konstruktion und Einsatzbestimmung kann ein einzelnes Lager auf die Restriktion von einem oder mehreren Freiheitsgraden $DOF \geq 1$ ausgelegt werden. Die Tabelle 0.1 gibt einen kurzen Überblick über einige gebräuchliche Lagertypen.

Ausgehend von der physikalischen Natur der Stützkraft, lassen sich Lager grob in mechanische, pneumatische, hydraulische und magnetische Lagerarten unterteilen. Eine weitere Klassifizierung deutet darauf, auf welche Weise die stützende Kraft aufgebaut wird, bzw. wie das Schmiermedium und die Stützkörper zusammenwirken. So wird unterschieden zwischen dem Wälz- und Gleitlager, dem aerostatischen und aerodynamischen, dem hydrostatischen und dem hydrodynamischen Lager. Im Bezug auf das Magnetlager lässt sich die Einteilung am besten in Form einer Baumstruktur darstellen:

- passive magnetische Lager, die keine Regelung und somit keine Positionsmessung erfordern:

Tabelle 0.1: Lagerarten und die zugehörigen Freiheitsgrade

Typ des Lagers	Restriktion	Kraftrichtung	kritische Belastung
Brückenlager	1/2	Z	-
Rillenkugellager	2	X, Y	F_z, T_x, T_y
Pendel- Kugel/Rollenlager	2	X, Y	F_z
Linear- Wälzlager	2, bedingt 3	X, Y, bedingt Φ_z	T_x, T_y , bedingt T_z
Kegelrollen- /Schrägkugellager	2 1/2	X, Y, $\frac{1}{2}Z$	T_x, T_y
Kreuzrollenlager	3	X, Y, Z	bedingt T_x, T_y
Linear- Gleitlager	4, bedingt 5	X, Y	bedingt Φ_z
Schwabenschwanzführung (Prismenführung)	5	X, Y, Φ_x, Φ_y, Φ_z	-

- auf Basis von Dauermagneten,
- auf Basis von Supraleitern,
- ein mit einem LC-Schwingkreis in Reihe geschalteter Elektromagnet,
- elektrodynamische magnetische Lager,
- aktive elektromagnetische Lager:
 - mit Elektromagneten,
 - mit Hybridmagneten.

Dank der Möglichkeit die elektrische Energie dynamisch steuern zu können, konnten sich die aktiven elektromagnetischen Lager bestens für solche Anwendungen durchsetzen, die eine schnelle online Änderung der Lagerungsparameter verlangen.

In vielen Prozessen wird in den Magnetlagern die Berührungsfreiheit genutzt. Der fehlende Materialabrieb und die Schmiermittelfreiheit prädestiniert die Magnetlager als die ultimative Lagerung für Technologien, welche höchste Ansprüche an die Sauberkeit der Arbeitsumgebung stellen. Wegen der niedrigen Laufverlustleistung werden sie auch für schnell laufende Anwendungen bevorzugt.

Die Auslegung und Konstruktion einer Anlage betreffend, ist für eine auftretende Kraft oft die Kompaktheit der Lagerung und ihre Zugängigkeit für die Montage und Wartung von entscheidender Bedeutung. Die Tragfähigkeit der Magnetlager, bezogen auf ihr Volumen oder auf die Fläche der aktiven Elemente, ist verhältnismäßig klein. Die maximale Kraftdichte von Magnetlagern ist prinzipiell durch die erreichbare magnetische Induktion beschränkt, die für die modernen Ferromagnetika ca. $B_{max} = 1.3 \cdots 1.7$ Tesla beträgt. Laut der Formel 1.25

kann die maximal mögliche Flächenpressung¹ als

$$P_{max} = \frac{B_{max}^2}{2\mu_0} = 0.9 \dots 1.2 \text{ MPa} \quad (0.1)$$

geschätzt werden. Demgemäß ist es offensichtlich, dass die Magnetlager in Bezug auf ihre Tragfähigkeit, von anderen Lagerarten weit übertroffen werden.

Die oben aufgelisteten Randbedingungen bestimmen somit das Einsatzgebiet der Magnetlager und zeigen gleichzeitig ihren Grenze auf. Für das laufende Projekt ist von diesen lediglich die aktive Beeinflussung der Lagerparameter relevant, die allerdings durch das größere Volumen und die höheren Anschaffungskosten der Anlage erkauft wird.

¹In Anlehnung an die mechanische Lagerung wird als Flächenpressung die Tragkraft des Magnetes bezogen auf gesamte aktive (kraftbildende) Fläche A_{Σ} bezeichnet. Da die aktive Fläche A_{Σ} doppelt so groß ist als die Querschnittsfläche des magnetischen Kreises $A = A_{Fe}$, steht zwischen den Kräften, die nach der Formel 1.25 und der Formel 0.1 berechnet werden, ein Proportionalitätsfaktor vom Wert $1/2$.

Einführung

Stand der Technik. Überblick der Veröffentlichungen zum Thema „Magnetlager“

Die Magnetlagerung ist zu einem festen Bestandteil der modernen Technik geworden und ist heutzutage aus vielen Bereichen, wie z. B. Industrie, Medizin und Wirtschaft, nicht mehr wegzudenken. Die Spanne von gegenwärtig verwendeten Magnetlagern reicht von kleinsten Anwendungen, z. B. eine magnetgelagerte Blutpumpe eines künstlichen Herzens, bis zur Magnetschwebbahn, in der die Magnetlagerung eine Tragkraft von mehreren Tonnen entwickelt, 0.1. Durch die immer weiter fortschreitende Entwicklung in Bereichen wie Werk-



Quelle:
www.ifat.ovgu.de/modellbildung/teac



Quelle:
216.71.46.171/.../2010/2010_A1/wiesenthaler.htm



Quelle IBAG Magnetlager-Motorspindel HF120MA80



Quelle: Transrapid International



Quelle:
www.mecos.ch/.../turbomolekular_pumpen.php

Bild 0.1: Anwendungen von Magnetlager

stoffkunde, Leistungselektronik und Steuerungstechnik, werden für das Magnetlager immer neuere Einsatzgebiete erschlossen.

Die Problematik der Magnetlagerung ist bereits von vielen Forschern und Ingenieuren behandelt worden. Erstere fordert sie, aufgrund ihres ausgeprägten nichtlinearen Streckenverhaltens und ihrer komplexen elektromagnetischen und mechanischen Zusammenhänge, zur Erschließung neuerer Regelalgorithmen heraus. Für Ingenieure dahingegen stellt sie ein verlockendes Versuchsobjekt dar, das einen lang ersehnten Traum von einer reibungslosen Bewegung verkörpert. Trotz zahlreichen Publikationen aus beiden Fachrichtungen besteht jedoch immer noch ein Bedarf, den aktuellen Entwicklungsstand zu analysieren und moderne Regelmethode an praktischen Applikationen auszuprobieren. Es liegt also nahe, die vorliegende Arbeit zum Thema „Magnetlagerung“ in zwei Gruppen zu unterteilen: die theoretischen und die praktischen Publikationen.

In der Publikation [Pal05] wird eine ausführliche Analyse der Parameteridentifikation einer Magnetaufhängung angeführt. Es wird unter anderem die Verteilungsdichte des Mess- und Systemrauschens für ein typisches kleines Lager analysiert mit der Schlussfolgerung, dass die beiden stochastischen Prozesse nur bedingt durch ein weißes Rauschen mit Normalverteilung abgeschätzt werden können. Trotz der vorliegenden Diskrepanz ist solche Annahme, mangels weiterer Information, nicht nur in der Praxis sondern auch in der Theorie sehr verbreitet, worauf auch der Autor [Föl94] bei der Auslegung eines Kalmanfilters hinweist.

Eine herausragende Arbeit, [LA00], die eine sensorlose Gleitmodusregelung eines spannungsgesteuerten bidirektionalen Aktors behandelt, ist vorzuheben. Die dargelegte Struktur vereint eine gegenüberliegende Magnetanordnung, die ähnlich einer Differenzschaltung angesteuert wird, und eine geschaltete Spannungsquelle, und wird in einem Gleitbetrieb geregelt. Die mechanische Anordnung ist in der Lage, eine bidirektionale Kraft zu erzeugen, und ist somit ihre Funktionalität betreffend für den praktischen Einsatz im Maschinenbau geeignet. Die Gleitmodusregelung ermittelt aus den gemessenen Werten des Stromes und der Stromanstiegsrate implizit die Lagerposition, und nutzt sie für die Aufstellung von geeigneten Schaltfunktionen. Dabei geht jedoch die besondere Eigenschaft der Gleitmodusregelung - Unempfindlichkeit gegenüber Parameterschwankungen und äußeren Störungen - verloren.

Viele Autoren, unter anderem [Tie97] und [Rus04], gehen das Problem der Massenidentifikation gründlich an. In einer Testphase wird das geregelte Lager durch ein Testsignal, meistens PRBS (engl. *pseudo random binary sequence*), angeregt. Aus den gemessenen Strömen und Auslenkungen wird die Massenmatrix mit hinreichender Genauigkeit rekonstruiert. Wegen seiner Robustheit bewährt sich das Verfahren auch in industriellen Umgebungen. Daher wird hier der Problematik der Parameterschätzung keine Aufmerksamkeit geschenkt.

Eine Vielfalt der Publikationen ist den sensorlosen aktiven Magnetlagern gewidmet. Zum

Zweck der besseren Übersicht ist es sinnvoll, solche Regelkonzepte in die folgenden Gruppen aufzuteilen: Magnetlager, deren

- Position aus elektrischen Größen, wie beispielsweise aus dem Strom und der Stromanstiegsrate, rekonstruiert wird. Dabei wird ein geschaltetes Leistungsstellglied vorausgesetzt, (engl. *self-sensing magnetic bearing*);
- Position anhand eines überlagerten hochfrequenten Mustersignals ermittelt wird;
- Position aus elektrischen und magnetischen Größen, z. B. aus dem Strom und der magnetischen Flussdichte, ermittelt wird. Dabei kann die Messung der magnetischen Größe auf unterschiedliche Weise erfolgen, z. B. anhand der Messung der Aufmagnetisierung des Eisens durch das Hauptfeld. Meistens ist ein zusätzlicher die Hardware betreffender Aufwand erforderlich.

Der Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist es somit, die Bestrebung ein Verbindungsglied zwischen theoretischen Untersuchungen, wie [AMZ04], [Pal05], [KHY15], und solchen praxisorientierten Anwendungen aus Bereichen, wie z. B. Maschinenbau und Fertigungstechnik, wie [Sch92], [Tra85], [Tie97], [Rus04], herzustellen.

Aufgabenstellung

Es sollen die folgenden Probleme geklärt werden:

- Die Zweckmäßigkeit einer Spannungssteuerung, die von [Sch92], [Tra85] und [Tie97] als der besser geeignete Regelansatz für eine anspruchsvolle magnetische Lagerung bezeichnet wird, zu überprüfen. Ihre technische Anwendbarkeit und ihre praktische Realisierbarkeit zu analysieren;
- Das Problem des statisch unbestimmten mechanischen Systems, das im Fall eines Rundtisches besonders stark hervortritt, zu lösen. Die Bestrebung die Tragfähigkeit der Lagerung zu erhöhen und die erforderliche Kraft möglichst gleichmäßig über den Sekundärkörper zu verteilen, führt unumgänglich zu einer Erhöhung der Zahl von Magneten, die vereinbart zu einem System gekoppelt sind. Im Allgemeinen kann eine beliebige Anzahl an Magneten an der Ausübung einer erforderlichen Kraft beteiligt sein. In Anlehnung an die technische Mechanik wird es damit als ein *statisch unbestimmtes mechanisches System* bezeichnet. Diese Tatsache beinhaltet einen wesentlichen Unterschied des magnetgelagerten Rundtisches im Vergleich zu den meisten Anwendungen des Magnetlagers, die aus wirtschaftlichen Gründen eine Reduzierung der System-

komponenten anstreben, und somit statisch bestimmte Systeme darstellen. Die Problematik der Auslegung und Regelung der statisch unbestimmten Systeme ist komplizierter als die der bestimmten Systeme, und fordert einen zusätzlichen Aufwand und eventuell eine neue Methodik;

- Die Anwendbarkeit einer Struktur der Gleitmodusregelung auf einen magnetgelagerten Rundtisch in Bezug auf ihre Robustheit und Parameter- und Störuneempfindlichkeit soll untersucht werden. Im Zusammenhang mit der rasanten Verbreitung der magnetischen Lagerung erleben auch die zahlreichen Applikationen der Regelungstheorie ihren Aufschwung. Eine Vielzahl an stetigen, adaptiven und strukturvariablen Regelkonzepten wird von Autoren dargeboten. Die Gleitmodusregelung ist ein Vertreter der strukturvariablen Regelsysteme und soll eine hervorragende Regelqualität, im Sinne der Robustheit und Parameter- und Störuneempfindlichkeit gewährleisten.

Rahmen der zu klärenden Problematik

Folgende Problematiken werden aus dem Rahmen dieser Arbeit ausgeschlossen:

- Die Sättigungserscheinung des Magnetkerns wird vernachlässigt und als nichtlineare Modellunsicherheit mit weiteren Nichtlinearitäten zusammengefasst;
- Die Lagerung in Bezug auf einen Werkzeug-Rundtisch wird betrachtet. Im Gegensatz zum Radiallager ist der Magnetkreis nicht verzweigt, somit besteht zwischen den einzelnen Elektromagneten keine magnetische Kopplung;
- Ein gelagerter Sekundärkörper eines Rundtisches stellt konstruktiv einen steifen Körper dar, dessen Eigenschwingungen sehr hoch ausfallen, und deren Regelung nicht relevant ist;
- Ein Zusammenstoß des Sekundärkörpers mit dem Fanglager ist für einen Rundtisch ein Ausnahmezustand, daher wird das mechanische Abprallen nicht modelliert;
- Die sogenannten *magnetische Aufhängungen*, die in vielen theoretischen Arbeiten, [AMZ04], [Pal05], als Regelobjekt behandelt werden, eignen sich nicht für die Lagerung der Werkzeugmaschinen. Die, aus mehreren Magneten bestehenden, Aktoren stellen im Allgemeinen viel komplexeren Anordnungen dar, und fordern somit eine entsprechend komplexere Regelung;

-
- Da es bereits eine Vielfalt an Publikationen gibt, die sich sowohl mit adaptiven, als auch mit Neuro-und Fuzzy-Regelalgorithmen befassen, z. B. [Lie96] und [Xia94], wird hier lediglich auf die grundlegenden robusten Regelstrukturen eingegangen, die im Wesentlichen eine Basis für adaptive und andere neuartige Konzepte bilden.

1 Modellbildung. Anwendung an eine Zustandsregelung

1.1 Begriffserklärung

Die Darlegung des Materials richtet sich nach der logischen und chronologischen Vorgehensweise der Planung und des Aufbaus eines vollwertigen Funktionsmusters, der die entsprechenden Anforderungen an eine industrietaugliche Anlage genügt. Solche, für theoretische Regelungstechnik etwas ungewöhnliche, Niederschrift verfolgt jedoch die Logik die technologischen Probleme in der Reihenfolge ihres Auftretens zu behandeln und durch geeignete Regelungsansätze zu beheben.

Die, in folgenden Abschnitten betrachteten Regelkonzepte, die auf den unterschiedlichen Eingangssignalen beruhen, werden als **spannungsgesteuerte**, **stromgesteuerte** und **feldgesteuerte** Strukturen der Lageregelung, was im Sinne der Regelungstheorie unkorrekt ist, bezeichnet. Denn es handelt sich immer wieder um dasselbe Objekt, dessen Regelstrecke lediglich in unterschiedliche Wege in schnelles elektrisches (ggfs. magnetisches) und langsames mechanisches Untersystem aufgeteilt werden kann, die separat behandelt werden. Die Zweckmäßigkeit und die Korrektheit solcher Betrachtung werden sowohl theoretisch nachgewiesen, als auch praktisch erprobt. Sie setzt ein Vorhandensein der entsprechenden Signalquellen voraus, was allerdings mit geeigneten geregelten Stellglieder mit guter Annäherung realisiert werden kann.

Es soll beachtet werden, dass auch im Falle einer Spannungssteuerung keine ideale Spannungsquelle realisiert werden kann, sondern das Verhalten des Stellgliedes erst, durch zum Teil aufwendige Maßnahmen, an die Eigenschaften der jeweiligen geregelten Quelle angepasst wird. In den letzten beiden Fällen handelt es sich formal um einen unterlagerten Regelkreis, der den aktuellen Strom (ggfs. das Magnetfeld) auf den gewünschten Sollwert durch die, mittels PWM gestellte Spannung, ausregelt. Dem überlagerten Lageregler wird der Strom (ggfs. das Magnetfeld) „verzögerungsfrei“ bereitgestellt, und somit ist der Begriff „**stromgesteuertes/ feldgesteuertes** Magnetlager“ aus der Sicht der Lageregelung gerechtfertigt. Solche etwas kontroverse Bezeichnung ist folglich äußerst informativ und gibt eine entspre-

chende Struktur eindeutig wieder.

1.2 Modellbildung eines spannungsgesteuerten Magnetlagers

1.2.1 Mathematische Beschreibung eines Elektromagnetes

Das Modell eines spannungsgesteuerten Magnetlagers stellt die meist verallgemeinerte Beschreibung der Regelstrecke dar und ist dadurch eine notwendige Voraussetzung für den Entwurf einer Regelung. Die im Modell vorkommenden Zusammenhänge liefern die wichtigsten Eckdaten zur Auslegung des elektromagnetischen Aktors 1.1 und der Dimensionierung des Stellgliedes und weisen auf die Auswahl der besser geeigneten Regelungsstrategie hin. Zur Herleitung des Lagermodells soll die Magnetgeometrie näher betrachtet werden.

Das Bild 1.1 gibt einen Überblick über die Gestalt und die Dimension von verwendeten Elektromagneten. Die Magnete sind aus normierten Blechschnitten „E-60“ zusammenge-

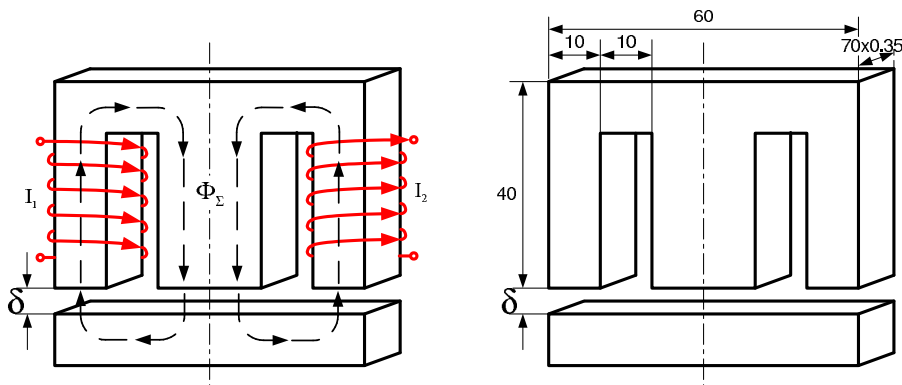


Bild 1.1: Elektromagnet

setzt und besitzen folgende Kern- und Wickelparameter:

- $A = 70 \cdot 20 \cdot 0.35 = 490 [mm^2]$ - Querschnittsfläche des Magnetkerns;
- $l_{Fe} = 0.12 [m]$ - Länge der Kernmittellinie;
- $\mu_{r,Fe} \approx 800 \dots 2000 []$ - relative Permeabilität des Eisens;
- $N = 2 \cdot 75(250) []$ - Windungszahl für Einfreiheitsgrad- (Mehrfreiheitsgradmagnetlager).

Aus dem Durchflutungsgesetz 1.1

$$\sum_{j=1}^n i_j = \oint H dl \quad (1.1)$$

unter der Annahme, dass die magnetische Feldstärke entlang der Kernmittellinie konzentriert ist, folgt:

$$iN = H_{Fe}l_{Fe} + 2H_{Luft}\delta. \quad (1.2)$$

Die magnetische Feldstärke H ist durch die materialbedingte Konstante μ mit der magnetischen Flussdichte B verbunden. Innerhalb jedes i -en elementaren Abschnittes des Magnetkreises gilt:

$$B_i = \mu_i H_i. \quad (1.3)$$

Vorausgesetzt, dass der Elektromagnet eine geringe Streuung aufweist, (das heißt: Magnetfeld im Luftspalt ist homogen und ist gleich dem Magnetfeld im Kern $B_{Fe} = B_0 = B$) ist:

$$B = \frac{\mu_0 N}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta} i \quad (1.4)$$

und somit ergibt sich für den Magnetfluss:

$$\Phi = \frac{\mu_0 AN}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta} i. \quad (1.5)$$

Eine Kopplung zwischen dem elektrischen Strom und dem Magnetfluss des Elektromagnetes bildet die Induktivität der Spule L , die vom Luftspalt abhängige Funktion ist:

$$L(t) = \frac{N\Phi(t)}{i(t)} = \frac{\mu_0 AN^2}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta(t)}. \quad (1.6)$$

Zur Verifikation der physikalischen Zusammenhänge wurde die Spuleninduktivität mit verschiedenen Aufweitungen des Luftspaltes gemessen. Die Messergebnisse vom oberen und unteren Magnet sind der Tabelle 1.1 zu entnehmen.

Aus der Tabelle sind folgende Rückschlüsse zu ziehen:

- anhand der Messreihe kann der geschätzte Magnetparameter $\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}}$ ermittelt werden;
- relativ gute Übereinstimmung der gemessenen und berechneten Werte der Induktivität;
- mit steigender Induktivität größer werdender Fehler kann durch einen zunehmenden

Tabelle 1.1: Induktivität

$\delta, [mm]$	$L_{Calc}^{Up}, [mH]$	$L_{Meas}^{Up}, [mH]$	$L_{Meas}^{Down}, [mH]$
max	-	7.18	7.32
1.01	11.16	9.34	9.58
0.52	18.45	15.22	14.65
0.3	26.09	20.4	20.7
0.0	-	60.4	52.2

Streulfluss und einen nicht gleichmäßigen (keilförmigen) Luftspalt erklärt werden.

Eine genaue Betrachtung der Magnetgeometrie besagt jedoch, dass die maximale Verjüngung des Luftspaltes nur $\frac{\delta_{max}}{70 \times 0.35 [mm]} = 0.16 [mm]$ beträgt, und kann folglich einen wesentlichen Einfluss auf die Induktivität lediglich im Bereich eines kleinen Luftspalts haben.

1.2.2 Berechnung der magnetischen Kraft

Die, in einem magnetischen System entstehenden Kräfte, können generell durch mehrere Methoden berechnet werden, wie z. B.:

- analog zu der in der Elektrostatik vorkommenden Coulombschen Kraft (Interaktion von fiktiven elementaren magnetischen Ladungen);
- durch die Methode der virtuellen Verschiebungen (die Lagrange-Methode);
- als Oberflächenintegral von Maxwellschen Längszug und Querdruck (*Maxwell stress tensor*).

Wird eine korrekte Anwendung vorausgesetzt, führen alle Methoden zum gleichen Ergebnis. Situationsbedingt können sich jedoch einige Ansätze vom Rechenaufwand erheblich unterscheiden. Wie es [Mar80] zeigt, das, aus Elektrostatik abgeleitete Verfahren, eignet sich bestens für eisenlose Anordnungen, die ausschließlich aus Dauermagneten bestehen. Die Anwesenheit von weichmagnetischen Ferromagnetika rechtfertigt das Verfahren nicht mehr. Im Zusammenhang mit numerischen Lösungsmethoden bietet sich das *Maxwell stress tensor*-Verfahren, da die erforderlichen Feldparameter im ganzen Berechnungsraum bereits bekannt sind. Die allgemeingültige Lagrange-Methode 1.36 ist eine formalisierte Lösung des Variationsproblems der Suche nach dem Minimum der gesamten potenziellen Energie des Systems. Mit dem Verfahren lassen sich komplexe elektromechanische Systeme analysieren, wie der Abschnitt 1.8.2 demonstriert. Mit der Lagrange-Methode ist die Methode der virtuellen Verschiebungen eng verwandt. Sie beruht ebenso auf der Betrachtung der Energie des

Systems. Für eine einfache magnetische Anordnung aus Elektro- oder Hybridmagneten liefert die Methode der virtuellen Verschiebungen zufriedenstellende Ergebnisse und wird hier zu Ermittlung der Kraft des einfachen Elektromagnetes eingesetzt. Die gesamte magnetische Energie des Magnetkreises ist im Luftspalt und im Eisenkern gespeichert:

$$\begin{aligned}
 W_{Mag} &= \frac{1}{2} \int_V B_i H_i \cdot dV = \frac{1}{2} \int_{V_{Fe}} B_{Fe} H_{Fe} \cdot dV_{Fe} + \frac{1}{2} \int_{V_\delta} B_\delta H_\delta \cdot dV_\delta = \\
 &= \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 i^2 A_{Fe} l_{Fe}}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta\right)^2 \mu_{r,Fe}} + \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 i^2 A_{Fe} 2\delta}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta\right)^2}.
 \end{aligned} \tag{1.7}$$

Laut der Methode der virtuellen Verschiebungen wird die Kraft in einem statischen System als Ableitung der Systemenergie nach der Verschiebung wie folgt ermittelt:

$$\begin{aligned}
 F_{Mag} &= -\frac{dW_{Mag}}{d\delta} = \frac{2\mu_0 A_{Fe} N^2 i^2 \delta_{Fe}}{(\delta_{Fe} + 2\delta)^3} + \frac{4\mu_0 A_{Fe} N^2 i^2 \delta}{(\delta_{Fe} + 2\delta)^3} - \frac{\mu_0 A_{Fe} N^2 i^2}{(\delta_{Fe} + 2\delta)^2} = \\
 &= \frac{\mu_0 A_{Fe} N^2 i^2}{(\delta_{Fe} + 2\delta)^2}.
 \end{aligned} \tag{1.8}$$

Unter der Abkürzung $\delta_{Fe} = l_{Fe}/\mu_{r,Fe}$ wird der, auf die relative Permeabilität des Eisens bezogene Weg des Flusses im Eisen (äquivalenter Luftspalt) verstanden.

Die experimentelle Ermittlung der Magnetparameter wurde durch eine Messung am geregelten Lager erweitert. Dabei wurde die Abhängigkeit des Magnetstromes vom Luftspalt unter konstanter Last erfasst und in die Tabelle 1.2 zusammengefasst. Die tatsächliche

Tabelle 1.2: Kraft des Elektromagnetes

$\delta, [mm]$	$I, [A]$	$F_{COMSOL}^{2D}, [N]$ $B = f(H)$	$F_{COMSOL}^{2D}, [N]$ $\mu_{r,Fe} = const$	$F_{ANSYS}^{3D}, [N]$
0.3	0.32	3.29	3.48	3.79
0.5	0.49	3.19	3.31	3.72
0.7	0.66	3.07	3.16	3.58
0.9	0.82	2.97	3.04	3.50
1.1	0.97	2.86	2.92	3.38
1.3	1.12	2.76	2.81	3.28
1.5	1.27	2.73	2.78	3.25
1.7	1.425	2.71	2.75	3.27
1.9	1.575	2.68	2.71	3.23
2.1	1.74	2.7	2.73	3.29
2.3	1.9	2.70	2.73	3.3
2.5	2.1	2.8	2.84	3.47

Magnetkraft bleibt während der Messreihe 1.2 konstant und gleich der Gewichtskraft. Anhand der gewonnenen Ergebnisse wird laut der Formel:

$$F_{Mag} = \frac{\mu_0 AN^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta\right)^2} i^2 \quad (1.9)$$

die Kraft des Magnetes berechnet und im Diagramm 1.2 veranschaulicht. Parallel dazu wurden die Tabellendaten dem ANSYS-Softwarepaket zugeführt und die Kraft eines gleichen Elektromagnetes durch FEM-Analyse errechnet.

Wie aus dem Bild ersichtlich ist, beträgt die Kraftabweichung etwa 10%. Die Ursache dafür ist auf das nichtlineare Verhalten der Eisenpermeabilität und den keilförmigen Luftspalt zurückzuführen.

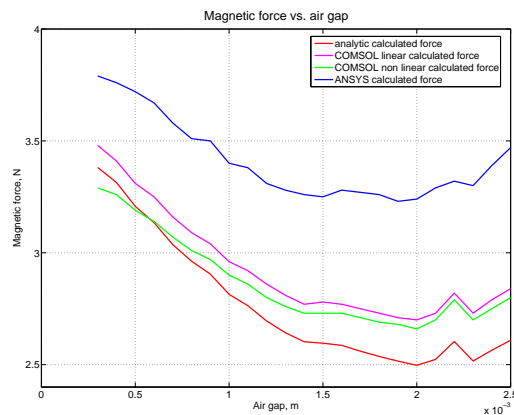


Bild 1.2: Berechnete Kraft als Funktion des Luftspaltes

1.2.3 Nichtlineares Modell

Ein Elektromagnet als elektromagnetischer Aktor lässt sich in zwei physikalische Untersysteme aufteilen:

- elektrisches Teilsystem:

$$u = iR + N \frac{d\Phi(t)}{dt} \Rightarrow U = iR + \frac{\mu_0 AN^2}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta} \frac{di}{dt} - \frac{2\mu_0 AN^2 i}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta\right)^2} \frac{d\delta}{dt}; \quad (1.10)$$

- mechanisches Teilsystem:

$$F_{Mag} = mg - m \frac{d^2\delta}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2\delta}{dt^2} = g - \frac{\mu_0 AN^2}{m \left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta \right)^2} i^2, \quad (1.11)$$

die, zusammen mit der Bewegungsgleichung des gelagerten Körpers, als ein nichtlineares Modells mathematisch aufgefasst werden:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} x_1 = x_2 \\ \frac{d}{dt} x_2 = g - \frac{\mu_0 AN^2}{m} \frac{x_3^2}{(l_{Fe}/\mu_{r,Fe} + 2x_1)^2} \\ \frac{d}{dt} x_3 = \frac{2}{l_{Fe}/\mu_{r,Fe} + 2x_1} x_2 - R \frac{l_{Fe}/\mu_{r,Fe} + 2x_1}{\mu_0 AN^2} x_3 + \frac{l_{Fe}/\mu_{r,Fe} + 2x_1}{\mu_0 AN^2} u. \end{cases} \quad (1.12)$$

In einer kürzeren Schreibform:

$$\frac{d}{dt} x = f(t, x) + g(t, x, u), \quad (1.13)$$

mit einem Zustandsvektor:

$$x = \begin{cases} x_1 = \delta \\ x_2 = \frac{d\delta}{dt} = v \\ x_3 = i, \end{cases} \quad (1.14)$$

einer nichtlinearer Systemmatrix:

$$f(t, x) = \begin{cases} x_1 \\ -\frac{\mu_0 AN^2}{m} \frac{x_3^2}{(l_{Fe}/\mu_{r,Fe} + 2x_1)^2} \\ \frac{2}{l_{Fe}/\mu_{r,Fe} + 2x_1} x_2 - R \frac{l_{Fe}/\mu_{r,Fe} + 2x_1}{\mu_0 AN^2} x_3, \end{cases} \quad (1.15)$$

und nichtlinearer Eingangsmatrix:

$$g(t, x) = \begin{cases} 0 \\ g \\ \frac{l_{Fe}/\mu_{r,Fe} + 2x_1}{\mu_0 AN^2} u. \end{cases} \quad (1.16)$$

Da in realen Magnetlagern durch die eingebauten Fanglager ein Mindestluftspalt in Höhe von einigen Zehnteln Millimeter stets gesichert wird, kann unter Umständen eine Vereinfachung

chung ohne Verlust an der Genauigkeit getroffen werden:

$$\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} \ll 2\delta_{min},$$

und daher:

$$\frac{1}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta\right)^2} \approx \frac{1}{(2\delta)^2}.$$

1.2.4 Lineares Modell

Um den Entwurf einer linearen Regelung zu ermöglichen, muss die nichtlineare Kraftgleichung 1.11 linearisiert werden. Dies erfolgt durch die Zerlegung in eine Taylor-Reihe für einen bestimmten Arbeitspunkt (i_0, δ_0) :

$$F_{Mag} = \frac{\mu_0 AN^2 i_0^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0\right)^2} + \frac{2\mu_0 AN^2 i_0}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0\right)^2} (i - i_0) - \frac{4\mu_0 AN^2 i_0^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0\right)^3} (\delta - \delta_0). \quad (1.17)$$

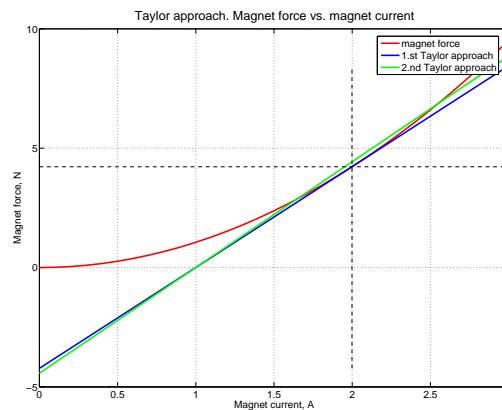


Bild 1.3: Modell-linearisierung. Parameter K_i

Die Bilder 1.3 und 1.4 veranschaulichen grafisch den Ansatz der linearen Annäherung im Arbeitspunkt. Die für die Regelung relevanten Modellparameter bestimmen die Steilheit der Tangenten zu den $F_{Mag} = f(i)$ und $F_{Mag} = f(\delta)$ - Kennlinien im Arbeitspunkt. Die grünen Tangenten entsprechen der Taylor-Entwicklung einer vereinfachten Strecke ohne Rücksicht auf den magnetischen Widerstand des Eisens. Die ersten Reihenglieder der Formel 1.17 liefern folgendes lineares Streckenmodell:

$$K_i = \frac{2\mu_0 AN^2 i_0}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0\right)^2}, \quad (1.18)$$

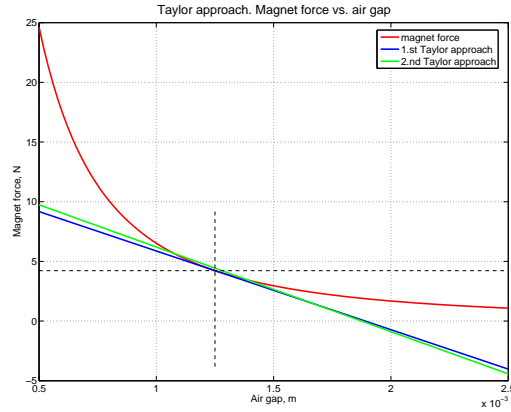


Bild 1.4: Modell-linearisierung. Parameter K_s

$$K_s = \frac{4\mu_0 AN^2 i_0^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0\right)^3}. \quad (1.19)$$

Es ist sinnvoll den Betriebspunkt so zu wählen, dass der erste Term der Formel 1.17 eine stationäre Kraft, z. B. die Gewichtskraft, kompensiert: $F_0 = \frac{\mu_0 AN^2 i_0^2}{(l_{Fe}/\mu_{r,Fe} + 2\delta_0)^2} = mg$. Bei einem vorgegebenen Luftspalt δ_0 lässt sich der Grundstrom i_0 wie folgt ermitteln:

$$i_0 = \sqrt{\frac{F_0}{\mu_0 AN^2} \left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0\right)^2} = \sqrt{\frac{mg}{\mu_0 AN^2} \left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0\right)^2}. \quad (1.20)$$

Das Streckenmodell wird durch das elektrische Teilsystem vervollständigt. Die Formel 1.10 liefert den linearen Faktor K_v , der die Eingangsspannung beeinflusst:

$$K_v = \frac{2\mu_0 AN^2 i_0}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0\right)^2} = K_i. \quad (1.21)$$

Die Spannungsgleichung 1.10 nimmt dann die bekannte Form an:

$$u = iR + L(\delta) \frac{di}{dt} - K_v \frac{d\delta}{dt}. \quad (1.22)$$

Da die Induktivität der Magnetspule eine nichtlineare Funktion des Luftspaltes ist, kann sie mit einer ausreichenden Genauigkeit durch einen konstanten Wert der Induktivität im Arbeitspunkt angenähert werden:

$$L(\delta) = \frac{\mu_0 AN^2}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta} \approx L(\delta_0) = L_0 = \frac{\mu_0 AN^2}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0}. \quad (1.23)$$

Das neue Modell 1.5 des Objektes ist linear in Bezug auf den Strom und den Luftspalt und kann für den Entwurf einer linearen Regelung eingesetzt werden. Die Tabelle 1.3 zeigt eine

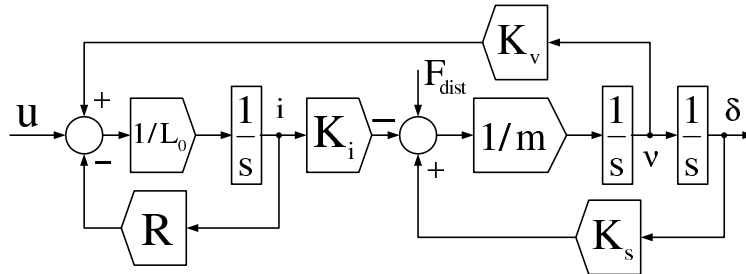


Bild 1.5: Linearisierte Regelstrecke eines spannungsgesteuerten Elektromagnetes

Gegenüberstellung von einem nichtlinearen und einem linearen Modell eines Elektromagnetes.

Tabelle 1.3: Nichtlineares und lineares Modell. Gegenüberstellung

Nichtlineares Modell	Lineares Modell
$\frac{dx}{dt} = \begin{cases} x_2 \\ g - \frac{\mu_0 AN^2}{m} \frac{x_3^2}{(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2x_1)^2} \\ \frac{2}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2x_1} x_2 - R \frac{l_{Fe}}{\mu_0 AN^2} x_3 + \frac{l_{Fe}}{\mu_0 AN^2} u \end{cases}$	$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{K_s}{m} & 0 & -\frac{K_s}{L_0} \\ 0 & -\frac{K_v}{L_0} & -\frac{R}{L_0} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_0} \end{bmatrix} u$

Es sei zu beachten, das trotz des Bestrebens ein möglichst vollständiges lineares Modell aufzustellen, der lageabhängige Term $\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0 / \mu_0 AN^2$ nicht vollständig berücksichtigt werden kann und nur für eine bestimmte Lage durch $\frac{1}{L_0}$ vereinfacht angenommen wird. Somit bietet das Modell des spannungsgesteuerten Magnetes keine bessere Streckenbeschreibung als das eines stromgesteuerten Magnetes.

Beruhend auf dem linearen Modell werden zuerst die klassischen Regelverfahren erprobt. Die behandelten Regleralgorithmen werden mit zunehmendem Schwierigkeitsgrad wie folgt dargestellt:

- Zustandsregelung durch Polplatzierung;
- erweiterte Zustandsregelung;
- Lageregelung mit Kaskadenstruktur.

Die Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit des Streckenmodells können leicht nachgewiesen werden und werden später beim Reglerentwurf stillschweigend angenommen.

1.3 Systemintegration Magnetlager

Im folgenden Abschnitt sollen bestehende Möglichkeiten untersucht werden, um eine Magnetlagerung als mechatronisches System zu konfigurieren. Die generalisierte Struktur des aktiven Magnetlagers ist allgemein bekannt - sie soll die folgenden Komponenten beinhalten:

- Elektromagnet / Hybridmagnet;
- leistungselektronisches Stellglied;
- Lagegeber;
- Regeleinheit.

Es bieten sich diverse Regelstrukturen an, in denen die einzelnen Regelaufgaben den unterschiedlichen Systemkomponenten zugeteilt werden können. So kann z. B. ein Stromregler in die Regeleinheit überlagert oder in das Stellglied integriert werden; die Lageerfassung kann sowohl direkt anhand des Lagegebers oder durch Messung der magnetischen Flussdichte erfolgen... Solche Strukturen sollen hinsichtlich ihrer Umsetzbarkeit analysiert und praktisch erprobt werden.

1.4 Praktische Realisierung eines spannungsgesteuerten Stellgliedes

Angeichts der Tatsache, dass in einem magnetischen Aktor das magnetische Feld aufgebaut und stets aufrechterhalten wird, „verbraucht“ er verhältnismäßig viel Blindleistung, die entsprechend hohen Blindstrom erfordert. Darüber hinaus soll das magnetische Feld bei Bedarf möglichst dynamisch auf- und abgebaut werden, was kurzzeitig hohe Stromwerte mit sich bringt. Beide Rahmenbedingungen lassen sich nur durch geschaltete Stellglieder (eng. *switch mode power supply*) effizient erfüllen. Die einfachste denkbare Schaltungstopologie, die solchen Anforderungen ge-

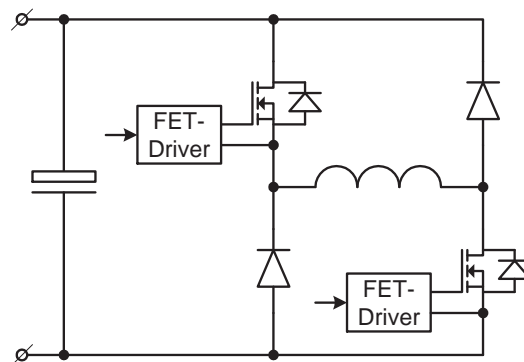


Bild 1.6: Prinzipielle Schaltung des Stellgliedes

nügt, ist ein Vierquadranten-Stromsteller, dessen prinzipielle Schaltung - eine halbgesteuerte B-4 Brücke - im Bild 1.6 dargestellt ist.

Die Schaltung realisiert nur eine Stromrichtung, die allerdings für den reinen Elektromagnet genügt, und ist imstande dazu, beide Spannungspolaritäten an die Last anzulegen. Dies geschieht entweder durch die beiden MOSFETS, wenn sie leitend sind, oder durch die Rücklaufdioden, wenn die MOSFETS sperrend sind, und der induktiver Laststrom die beiden Rücklaufdioden öffnet. Ist nur einer von beiden MOSFETS angesteuert, so schließt sich der Strom über den MOSFET sowie eine Rücklaufdiode kurz, und die lastseitige Spannung wird gleich Null. Somit ist mit vorgestellter Schaltungstopologie ein Zwei- oder Dreipunktbetrieb realisierbar.

Bereits die ersten praktischen Versuche das Stellglied anzusteuern zeigen eine prinzipielle Schwierigkeit die Ausgangsspannung auf einem, im Verhältnis zur Zwischenkreisspannung, kleinen Niveau sicherzustellen. Eine Ursache dafür liegt im Wesentlichen an dem Spannungsabfall über die aktiven Widerstände der Spule, Zuleitung, Leistungsschalter und Rücklaufdioden des Stellgliedes. Eine entsprechende lineare Korrektur des Spannungs-Sollwertes, welche im Bild 1.7 dargestellt ist, führt zu einem nur teilweise zufriedenstellendem Ergebnis. Denn besitzt ein Kupferwiderstand eine temperaturvariable Charakteristik; die Schwankung der Versorgungsspannung des Zwischenkreises ist vom aktuellen Betriebsstrom anderer Aktoren abhängig, die gegebenenfalls von selbem Zwischenkreis-Kondensator versorgt werden; der Spannungsabfall über die Halbleiterbrücke hängt vom aktuellen Strompfad ab - so haben die MOSFETS einen nahezu konstanten *Drain-Source* Widerstand $R_{DS,on}$, während die Rücklaufdioden eine feste Übergangsspannung haben.

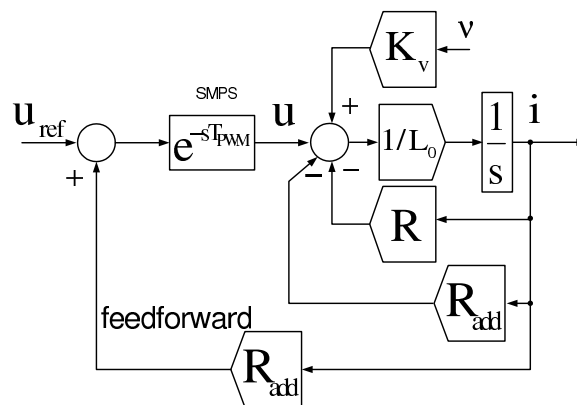


Bild 1.7: Realisierung einer Spannungssteuerung

Ein weiteres Problem ist die Umsetzung eines Spannungssollwerts in einen entsprechend schmalen Impuls der Ausgangsspannung, bei der Ansteuerung vom leistungselektronischen Stellglied. Die Übertragungsverzögerung vom MOSFET-Treiber und die Anwesenheit von

parasitären Reaktanzen in Steuerleitungen verursachen eine unvermeidbare Verzerrung von beiden Flanken des Steuerimpulses. Zusammen mit einem, immer vorhandenen Signalrauschen führt es zu einem fehlerbehafteten Tastverhältnis der Ausgangsspannung. Die Ausgangsspannung weicht somit von ihrem Sollwert ab, was bei kleinen Tastverhältnissen besonders gravierende Abweichungen hervorruft.

1.5 Modellbildung eines stromgesteuerten Magnetlagers

Das oben angeführte lineare Modell eines Elektromagnetes 1.5 kann weiter vereinfacht werden, indem der Magnet von einer geregelten Stromquelle versorgt wird, wie es das Bild 1.8 zeigt.

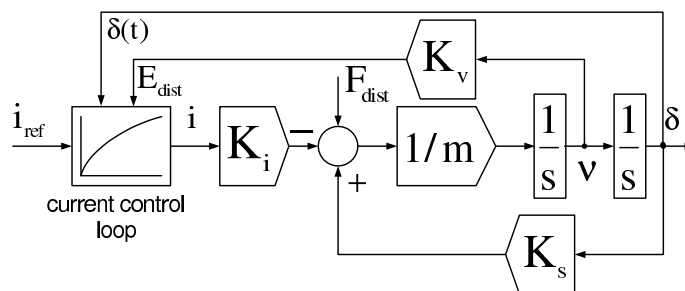


Bild 1.8: Linearisierte Regelstrecke eines stromgesteuerten Elektromagnetes

Dadurch wird nicht nur eine strukturelle Vereinfachung, sondern eine viel wesentliche Unempfindlichkeit gegen Unsicherheiten der elektrischen Regelstrecke erzielt. Die, für die EMK stehende Rückkopplung wird zu einer Störgröße, die direkt auf den Eingang der elektrischen Regelstrecke einwirkt und durch das Eingangssignal u innerhalb von höchstens zwei Taktungen des Stellgliedes eliminiert wird. Die luftspaltabhängige Induktivität und der temperaturabhängige Widerstand verlieren den direkten Einfluss auf die Lageregelung. Sie stellen lediglich die parametrischen Unsicherheiten des unterlagerten Stromregelkreises dar 2.2, die somit deutlich effizienter

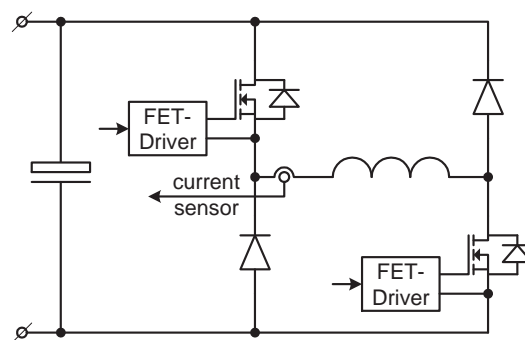


Bild 1.9: Prinzipielle Schaltung des Stellgliedes

ausgeregelt werden können. Die Übertragungsfunktion der elektrischen Regelstrecke ist ein

PT1-Glied mit einer luftspaltvariablen Zeitkonstante:

$$\frac{i}{u} = \frac{1/R}{\frac{\mu_0 AN^2}{R(\delta_{Fe} + 2\delta)}s + 1} \quad (1.24)$$

Hinsichtlich der Dynamik werden an die Leistungselektronik die gleichen Anforderungen wie im Fall der spannungsgesteuerten Regelstruktur gestellt. Deshalb ist auch hier die gleiche Schaltungstopologie angebracht, 1.9, die lediglich durch einen Stromgeber im Lastkreis erweitert ist.

Einen tieferen Einblick in die Thematik des stromgesteuerten Magnetlagers, einschließlich Aufbau und Optimierung des Stromregelkreises, verschafft der Abschnitt 2.1.

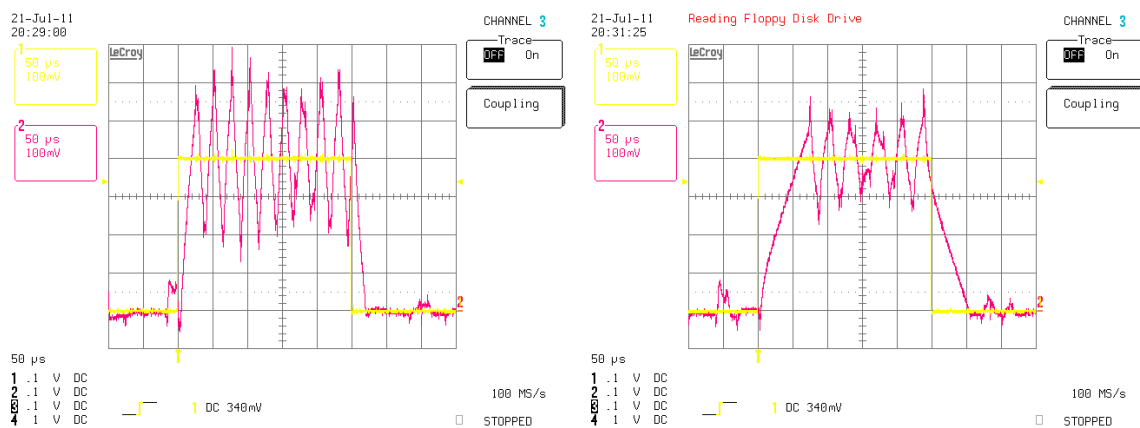


Bild 1.10: Stromregelkreis. Sprungantwort für Luftspalt $\delta = 1.8mm$ und $\delta = 0.4mm$

1.6 Modellbildung eines feldgesteuerten Magnetlagers

Eine weitere denkbare Regelungsart eines Magnetlagers kann basierend auf einem unterlagerten Magnetfeld-Regelkreis aufgebaut werden. Das Feld wird analog zu dem unterlagerten Stromregelkreis eines stromgesteuerten Magnetlagers, Abschnitt 1.5, in einem geschlossenen Regelkreis gestellt. Das notwendige Messsystem besteht dabei aus einem Feldsensor, dessen Anordnung im Abschnitt 2.7 erläutert wird.

In Anlehnung an die Formeln 1.4 und 1.9 kann die Magnetkraft als Funktion der Dichte des magnetischen Feldes ausgedrückt werden:

$$F_{Mag} = \frac{B^2}{\mu_0} A. \quad (1.25)$$

Im Unterschied zu den oberen Modellen der spannungs- und stromgesteuerten Lager, ist die entstandene Beziehung 1.25 nicht vom Luftspalt behaftet. Die Regelstrecke stellt das Bild 1.11 dar.

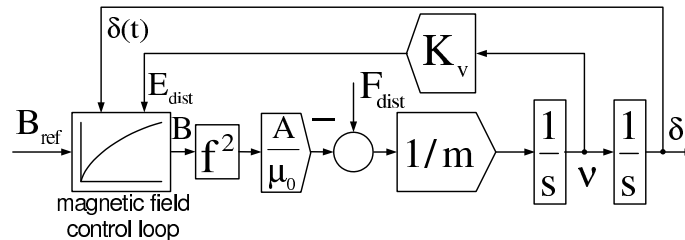


Bild 1.11: Regelstrecke eines feldgesteuerten Elektromagnetes

Als Regelstrecke des magnetischen Regelkreises steht nun ein PT1-Glied mit dem luftspaltabhängigen Verstärkungsfaktor und der Zeitkonstante:

$$\frac{B}{u} = \frac{\frac{\mu_0 N}{R(\delta_{Fe} + 2\delta)}}{\frac{\mu_0 AN^2}{R(\delta_{Fe} + 2\delta)} s + 1}. \quad (1.26)$$

Die betrachtete Ansteuerungsart ist aus zwei Gründen von Vorteil:

- mit dem abwesenden Luftspalt in Formel 1.25 schwindet auch die damit verbundene Nichtlinearität; die Aktorkraft wird lediglich zur Funktion einer einzigen Variable;
- weil in der Regelstrecke 1.26 der Verstärkungsfaktor und die Zeitkonstante in gleichen Maßen vom Luftspalt abhängen, ist die Dynamik des geschlossenen Regelkreises invariant, im Gegensatz zum Stromregelkreis, dessen Zeitkonstante eine Funktion des Luftspaltes ist.

Eine experimentelle Aufnahme, 1.12, bestätigt die theoretische Vermutung. Man kann visuell die gleiche Anstiegsrate des Feldes für unterschiedliche Luftspalten feststellen.

Die Frage einer praktischen Zweckmäßigkeit und Realisierbarkeit bleibt jedoch offen, und soll anhand eines experimentellen Versuches erklärt werden. So ist z. B. eine höhere Empfindlichkeit zum Rauschen, als im Falle eines Stromregelkreises, wegen einer größeren räumlichen Ausdehnung der Regelschleife zu erwarten, die zum Teil durch den Einsatz eines, mit der PWM des Stellgliedes synchron laufenden A/D-Wandlers gelöst werden kann. Ein weiteres Hindernis, das ebenfalls auftritt, ist eine räumliche Platzierung des Sensors und damit verbundene bedingte Linearität der Feldmessung. Der Abschnitt 2.7 wirft einen tieferen Blick auf die Problematik.

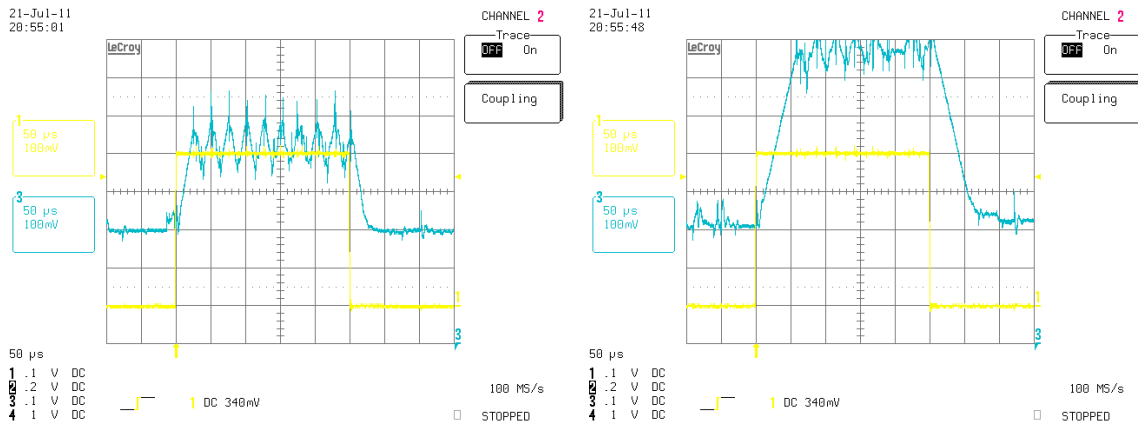


Bild 1.12: Magnetische Flussdichte. Sprungantwort des Stromregelkreises für den Luftspalt $\delta = 1.8\text{mm}$ und $\delta = 0.4\text{mm}$

1.7 Zustandsregelung eines Einzelmagnets

Das Bild 1.13 präsentiert eine Sprungantwort des nichtlinearen Systems und das Verhalten eines linearen Referenzsystems, 1.5, das dem Entwurf des Reglers zugrunde liegt. Die beiden Systeme bekommen den gleichen Sollwert und werden durch die gleiche Zustandsrückführung geregelt. Die Einstellung der Regler erfolgt nach dem Verfahren der Polplatzierung, sodass die Pollage durch den Vektor $[-120, -120 + i120, -120 - i120]$ vorgegeben ist. Die Simulation setzt eine direkte Messung aller Zustände voraus. Dem Bild 1.13 ist zu entnehmen,

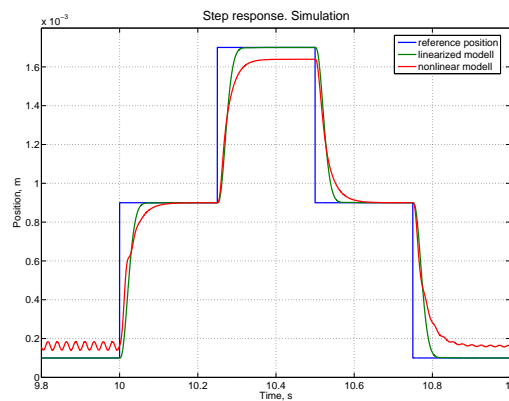


Bild 1.13: Sprungantwort des linearen und „realen“ Systems. Zustandsrückführung. Polplatzierung $[-120, -120 + i120, -120 - i120]$

dass die oben beschriebene Vereinfachung nur in der Umgebung des Arbeitspunktes ($\delta_0 = 0.9\text{[mm]}$, $F_0 = mg \approx 5\text{[N]}$) eine gute Annäherung aufweist. Außerhalb des Arbeitspunktes nimmt der Modellierungsfehler immer mehr zu, so wirkt sich die zunehmende Ungenau-

igkeit auf die Stabilität und Positionsgenauigkeit ungünstig aus. Die Systempole bei einem fest vorgegebenen Regler verschieben sich mit dem kleiner werdenden Luftspalt nach rechts, sodass auch ein lineares System beim $\delta = 0.11 [mm]$ ihre Stabilität verliert. Die Systempole weichen dabei von Polstelle $[-120, -120+ i120, -120- i120]$ zu Polstelle $[3.98, -15.1+i182, -15.1- i182]$ ab.

1.7.1 Luenberger Beobachter

Die experimentelle Untersuchung der Regelung setzt die aktuelle Kenntnis aller Zustände voraus. Die Geschwindigkeit des gelagerten Körpers ist jedoch nicht direkt messbar und soll anhand der anderen Zustände rekonstruiert werden. Eine zeitliche Differenzierung der gemessenen Position liefert ein stark verrauschtes und somit ohne weitere Filterung unbrauchbares Geschwindigkeitssignal. Unter dem Einsatz eines Beschleunigungssensors und der anschließenden Signalintegrierung können die höchste Dynamik und das kleinste Rauschen erzielt werden, was allerdings einen erheblichen gerätetechnischen Aufwand mit sich bringt. Ein alternatives Verfahren, das ein Kompromiss der beiden oberen Ansätze eingeht, ist der Einsatz eines Beobachters 1.14 zur Rekonstruktion der Geschwindigkeit anhand der messbaren Position und des bekannten Streckenmodells.

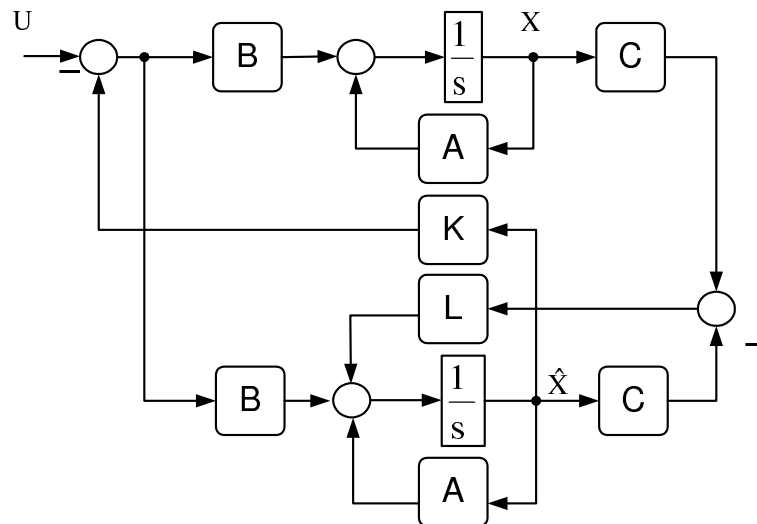


Bild 1.14: Generalisierte Struktur der Zustandsregelung mit Luenberger Beobachter

Der Beobachterzustandsregler L gibt die Dynamik der Zustandsnachführung \hat{X} vor, so dass der Zustandsfehler $e = X - \hat{X}$ stets gegen Null strebt. Der rekonstruierte Zustandsvektor \hat{X} wird dem Zustandsregler K zur Verfügung gestellt, der ein Stellsignal für die Regelstrecke bildet.

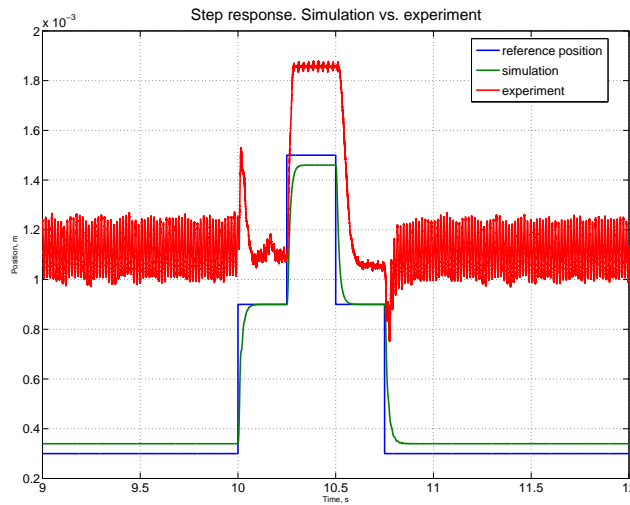


Bild 1.15: Sprungantwort. Experiment. Zustandsrückführung. Polplatzierung $[-120, -120 + i120, -120 - i120]$

1.7.2 Erweitertes Streckenmodell

Die, bei der Simulation vorkommende Positionsabweichung, tritt bei dem Experiment deutlich verstärkt auf, 1.15. Der stationäre Regelungsfehler, der außerhalb des Arbeitspunktes entsteht, kann durch eine Störgrößenaufschaltung, wie in Schema 2.26, oder durch Erweiterung der Strecke auf einen zusätzlichen Zustand, wie [Tie97], eliminiert werden. Das erweiterte Modell der Strecke 1.16 verfügt über einen zusätzlichen Zustand, der als Integral des Positionsfehlers gebildet wird. Wird ein solcher Zustand in die Regelung miteinbezogen, bewirkt er analog zum I-Anteil eines PI- oder PID-Reglers, dass der stationäre Fehler vollständig ausgeglichen wird, und somit die Position von einer stationären Störkraft unabhängig bleibt. Neue Zustandsbeschreibung der Strecke:

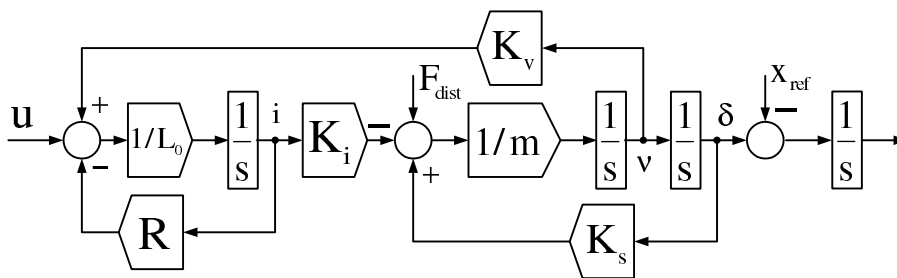


Bild 1.16: Signalflussplan des erweiterten linearen Modells eines Elektromagnetes

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{K_s}{m} & 0 & -\frac{K_s}{m} \\ 0 & 0 & -\frac{K_v}{L_0} & -\frac{R}{L_0} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_0} \end{bmatrix} u \quad (1.27)$$

Analog zum einfachen Zustandsregler wurden alle Zustände als direkt messbare angenommen. Um einen direkten Vergleich von zwei Regelungskonzepten zu ermöglichen, werden

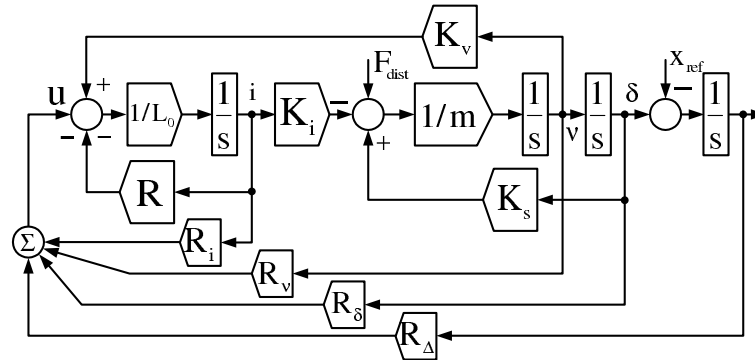


Bild 1.17: Struktur der erweiterten Zustandsregelung eines Elektromagnetes

die Systempole gleicherweise platziert. Die erweiterte Zustandsregelung weist gegenüber der einfachen Regelung eine etwas verlangsamte Dynamik aus, 1.18. Das Stabilitätspro-

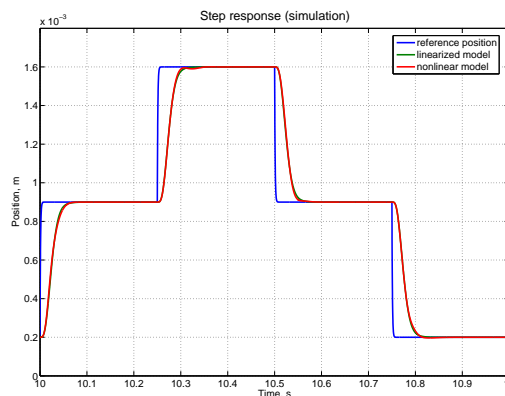


Bild 1.18: Sprungantwort des linearisierten und nichtlinearen Systems. Erweiterte Zustandsrückführung. Polplatzierung $[-125, -120, -120 + i120, -120 - i120]$

blem trifft auch das erweiterte System beim Verlassen des optimalen Arbeitspunktes zu, 1.19. Trotz einer größeren Unempfindlichkeit zu den Parameterschwankungen, weist auch das erweiterte lineare Modell bei einem Luftspalt von $\delta = 0.06 [mm]$ einigen positiven Polstellen $P = [5.78 + i42.9, 5.78 - i42.9, -17.1 + i273, -17.1 - i273]$ auf und verliert somit die Stabilität.

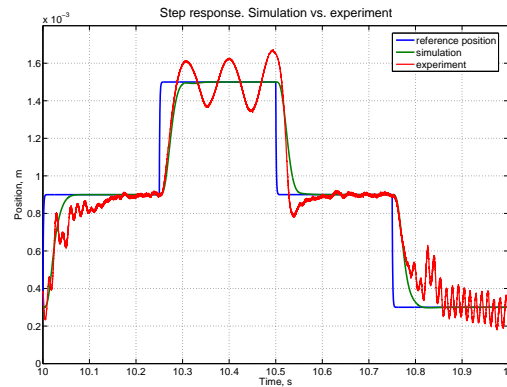


Bild 1.19: Sprungantwort. Experiment. Erweiterte Zustandsrückführung. Polplatzierung $[-125, -120, -120 + i120, -120 - i120]$

1.8 Zustandsregelung eines bidirektional wirkenden Aktors

Die bislang erreichbare Dynamik der Positionierung des Lagers ist prinzipiell durch die Erdbeschleunigung begrenzt, $|a_{Max}| \leq g$. Um eine höhere Dynamik als die Erdbeschleunigung g zu erzielen, ist es erforderlich, eine bidirektionale Kraft auf den zu lagernden Körper aufzubringen. Die folgende Sektion behandelt die Problematik der Ansteuerung und Beschaltung von einzelnen Elektromagneten, die zu einem elektromagnetischen Aktor aufgefasst werden. Da die Wirkung der Reluktanzkraft eines Magnetes, unabhängig von der Stromrichtung, stets anziehend ist, werden die Magnete paarweise gegenüberliegend zu einem Aktor aufgefasst, um eine bidirektionale Kraft realisieren zu können. Die regelungstechnische Implementierung solches Aktors kann auf verschiedene Wege erfolgen:

- orthogonale Magnetanordnung:
 - Einzelansteuerung der Magneten;
 - Differenzschaltung der Magneten;
 - differentiale Ansteuerung der Magneten;
- symmetrische Magnetanordnung:
 - Einzelansteuerung der Magneten.

Folglich werden die Möglichkeiten zum Aufbau und zur Ansteuerung eines solchen Aktors detailliert untersucht. Es wird die gleiche Konstruktion für den oberen und unteren Magnet

vorausgesetzt, wie es auch aus fertigungstechnischen und preislichen Gründen meistens der Fall ist.

1.8.1 Einzelansteuerung der Magnete

Die auf dem Bild 1.20 präsentierte Anordnung verdeutlicht die Ansteuerung eines, aus zwei Magneten bestehenden, Aktors. Die Einzelmagnete sind miteinander weder elektrisch noch magnetisch gekoppelt, und werden von separaten Strom- oder Spannungsstellern mit Energie versorgt. Die im Bild 1.20 dargestellte Struktur bezieht sich auf einen stromgesteuerten Aktor mit unterlagerten Stromregelkreisen, die die entsprechenden Stromsollwerte erhalten und diese in die unabhängigen Ströme umwandeln. Die Kraftkopplung der Magnete erfolgt

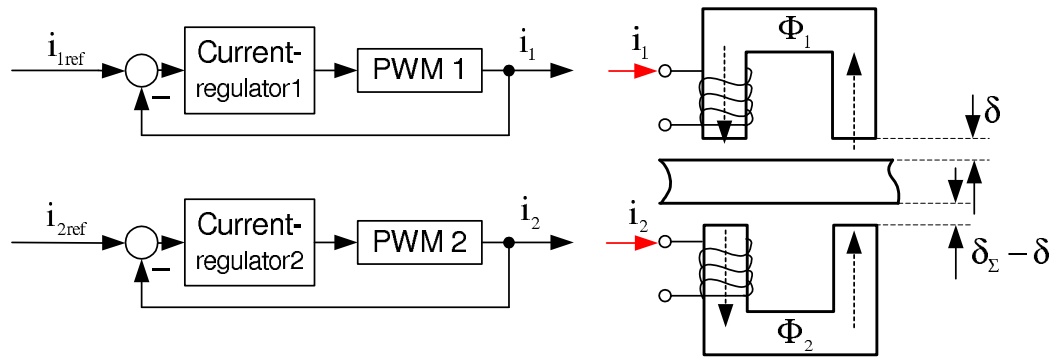


Bild 1.20: Einzelansteuerung der Magnete

über ein gemeinsames Sekundärteil, die Magnet-Lüftspalten sind somit mittels der Position des zu lagernden Teils verbunden: $s_1 = \delta, s_2 = \delta_\Sigma - \delta$, womit δ_Σ der maximalmögliche Luftspalt ist, unter der Annahme, dass das Magnetlager über kein Fanglager verfügt. Die Spannungsgleichung beider Magneten ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= i_1 R + \frac{\mu_0 A N^2}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta} \frac{di_1}{dt} - \frac{2\mu_0 A N^2 i_1}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta\right)^2} \frac{d\delta}{dt} \\
 u_2 &= i_2 R + \frac{\mu_0 A N^2}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta)} \frac{di_2}{dt} + \frac{2\mu_0 A N^2 i_2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta)\right)^2} \frac{d\delta}{dt}.
 \end{aligned} \tag{1.28}$$

Die Kraftgleichung des gesamten Aktors lautet:

$$F_{Act} = (\mu_0 A N^2) \left(\frac{i_1^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta\right)^2} - \frac{i_2^2}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta)} \right). \tag{1.29}$$

Da die beiden Ströme in Formel 1.29 einzeln in der zweiten Potenz vorkommen, hängt die resultierende Kraft nur vom Betrag der Ströme ab, somit genügen die Zweiquadrantenstromsteller zur Versorgung der Magnete. Die Elektromagnete selbst sind von der einfachsten Ausführung: Sie beinhalten weder permanentmagnetische Kerneinlagen, noch eine zweite vormagnetisierende Wicklung, was den Konstruktion- und Fertigungsaufwand erheblich reduziert. Im Gegensatz zu den, mit Hybridmagneten ausgestatteten, Aktoren, ist die betrachtete Anordnung in der Lage eine Vorspannung des Sekundärteils im weiteren Bereich - von Null bis zur Magnetsättigung zu realisieren. Zu den Nachteilen zählen die erhöhte Anzahl der Stromsteller (ein Stromsteller pro Magnet) und ein stark nichtlineares Verhalten des Aktors. Hinsichtlich des Regelentwurfs stellt diese Anordnung eine relativ einfache Strecke dar, die analog zum oben betrachteten Einzelmagnet geregelt werden kann.

Die Regelung der Position übernimmt der obere Magnet. Die Kraft des unteren Magnetes bewirkt die mechanische Vorspannung F_v des Sekundärteils:

$$F_v = F_2 = \frac{\mu_0 AN^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta)\right)^2} i_2^2. \quad (1.30)$$

Wird eine konstante Vorspannung über den gesamten Bereich der möglichen Position angestrebt, lässt sich der Vorspannungsstrom folgendermaßen berechnen:

$$i_2 = \sqrt{\frac{F_v \left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta)\right)^2}{\mu_0 AN^2}}. \quad (1.31)$$

Die Linearisierung der Kraftgleichung im Punkt (i_0, δ_0) liefert die für den Regelentwurf geeignete Modellbeschreibung:

$$F_{Act} |_{i_0, \delta_0} = \frac{\mu_0 AN^2 i_0^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0\right)^2} - F_{v,0} + \frac{2\mu_0 AN^2 i_0}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0\right)^2} (i - i_0) - \frac{4\mu_0 AN^2 i_0^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0\right)^3} (\delta - \delta_0). \quad (1.32)$$

Der Regelstrom im Arbeitspunkt ergibt:

$$i_{1,0} = \sqrt{(F_0 + F_v) \frac{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0\right)^2}{\mu_0 AN^2}}, \quad (1.33)$$

wobei $F_{v,0}$ - Vorspannungskraft im Arbeitspunkt, und F_0 - stationäre Kraft, z. B. Gewichtskraft des Sekundärteils ist. Die Bewegungsgleichung des mechanischen Teilsystems kann ausge-

drückt werden als:

$$F_{Act} |_{i_0, \delta_0} = F_0 + K_i(i - i_0) - K_s(\delta - \delta_0) = mg - m \frac{d\delta}{dt}, \quad (1.34)$$

mit folgenden Linearisierungsfaktoren:

$$K_i = \frac{2\mu_0 AN^2 i_0}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0\right)^2}, \quad (1.35)$$

$$K_s = \frac{4\mu_0 AN^2 i_0^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0\right)^3}.$$

Die Bilder 1.21 und 1.22 veranschaulichen den Einsatz der Linearisierung in der Umgebung des Arbeitspunktes.

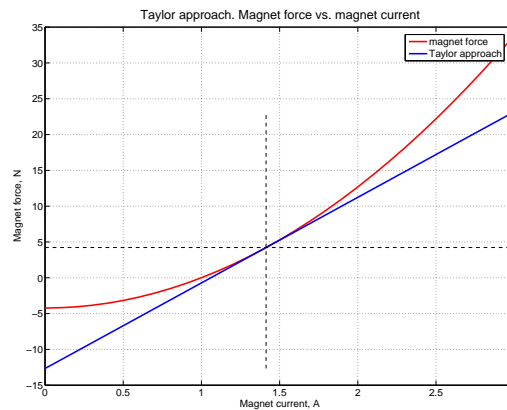


Bild 1.21: Linearisierung der Kraft-Strom-Kennlinie

Die Regelstrecke ist der im Bild 1.16 identisch. Das Bild 1.23 stellt die Ergebnisse des Experiments und der Simulation gegenüber. Kurz aufgefasst können die Vorteile solches Aktors wie folgt aufgelistet werden:

- einfache Auslegung, Konstruktion und Fertigung der Magnete;
- Zweiquadranten Stellglied genügt;
- Die Realisierung der Vorspannungskraft ist im weiteren Bereich möglich - von Null bis zur Magnetsättigung;
- einfacherer Entwurf der Regelung.

Zu den Nachteilen gehören:

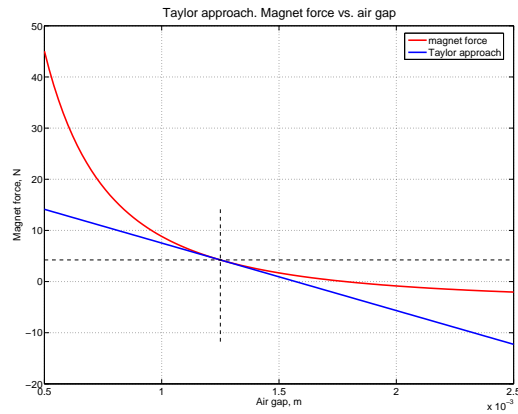


Bild 1.22: Linearisierung der Kraft-Luftspalt-Kennlinie

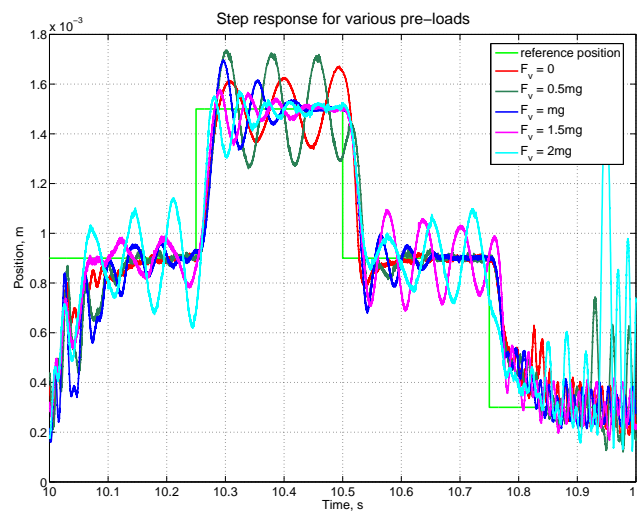


Bild 1.23: Sprungantwort bei diversen Vorspannungskräften. Experiment. Erweiterte Zustandsrückführung. Polplatzierung $P = [-125, -120, -120 + i120, -120 - i120]$

- Erhöhte Anzahl der Stellglieder - ein Stellglied pro Magnet ist notwendig, allerdings bei deutlich einfacherer Konstruktion und Steuerung als die der Vierquadranten-Stromsteller;
- Ausgeprägtes nichtlineares Verhalten des Aktors, bedingt durch Nichtlinearitäten der einzelnen Magneten, das jedoch mittels Vorspannungskraft zum Teil kompensiert werden kann.

1.8.2 Differenzschaltung der Magnete

Das folgende Verfahren ermöglicht eine weitere Linearisierung der Kraft-Strom-Charakteristik des Aktors. Eine konstruktive Voraussetzung zu dem Prinzip ist das Vorhandensein einer zusätzlichen Wicklung der Magnete oder einer im Magnetkern eingebetteten permanentmagnetischen Einlage, zwecks Aufbau und Aufrechterhaltung eines magnetischen Grundflusses. Im Unterschied zum oberen Ansteuerungsprinzip besteht im Fall des differenzgeschalteten Aktors eine elektrische Verschaltung von Einzelmagneten. Darüber hinaus wirken die beiden Magnete auf ein gemeinsames Sekundärteil zusammen. Da diese Anordnung ein

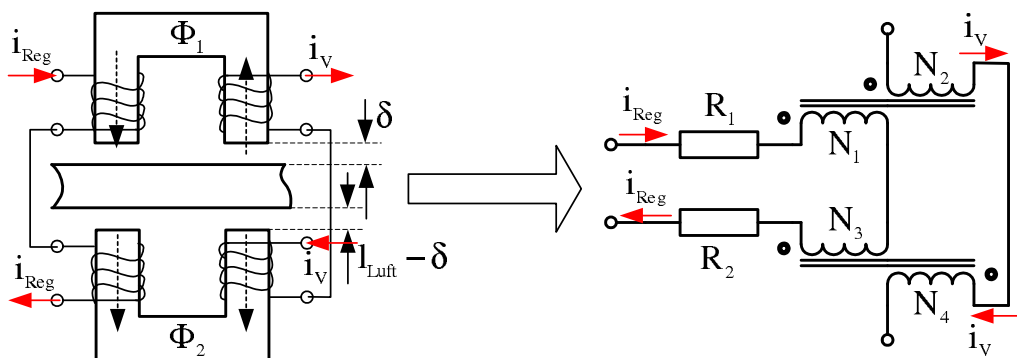


Bild 1.24: Differenzschaltung der Magnete

komplexes elektromechanisches System darstellt, soll zur Herleitung der Systemgleichungen der Lagrangeformalismus herangezogen werden- die sogenannte Lagrangesche Methode zweiter Art:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = Q. \quad (1.36)$$

Womit

- L - Lagrangesche Funktion;
- q - generalisierte Koordinate;
- Q - verallgemeinerte Kraft.

Die Lagrangesche Funktion wird als Energiedifferenz folgendermaßen berechnet:

$$L = T - U, \quad (1.37)$$

mit

- T - kinetische Energie;
- U - potentielle Energie.

Unter generalisierter kinetischer Energie wird eine Bewegungsenergie jeder Art verstanden, wie z. B. die Energie des bewegenden Körpers oder der beweglichen Teilchen. Dazu gehört auch die magnetische Energie, die durch den Stromfluss der Magnetspule hervorgerufen wird. Im Allgemeinen ist die magnetische Energie ein Volumenintegral:

$$W_{Mag} = \frac{1}{2} \int_V BH \cdot dV. \quad (1.38)$$

Für den betrachteten magnetischen Kreis, bestehend aus Eisen- und Luftabschnitten, unter der Voraussetzung, dass der Fluss im Luftspalt homogen ist, $B_{Fe} = B_{Luft} = B$, gilt:

$$\begin{aligned} W_{Mag,1} &= \frac{1}{2} \frac{B_1^2 A_{Fe}}{\mu_0} \left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta \right), \\ W_{Mag,2} &= \frac{1}{2} \frac{B_2^2 A_{Fe}}{\mu_0} \left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta) \right). \end{aligned} \quad (1.39)$$

Aus dem allgemeingültigen Durchflutungssatz $\oint_{\partial S} H \cdot dl = \int_S J \cdot dS$ folgt die Gleichung der magnetischen Flussdichte:

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\mu_0 AN(i_v + i)}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta}, \\ B_2 &= \frac{\mu_0 AN(i_v - i)}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta)}. \end{aligned} \quad (1.40)$$

Werden diese daraufhin in die Gleichung 1.39 eingesetzt, ergibt sich:

$$\begin{aligned} W_{Mag,1} &= \frac{1}{2} \frac{\mu_0 AN^2 (i_v + i)^2}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta}, \\ W_{Mag,2} &= \frac{1}{2} \frac{\mu_0 AN^2 (i_v - i)^2}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta)}. \end{aligned} \quad (1.41)$$

lässt sich die Lagrangesche Funktion wie folgt zusammenstellen:

$$L = \frac{\mu_0 AN^2}{2} \left(\frac{(i_v + i)^2}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta} + \frac{(i_v - i)^2}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta)} \right) + \frac{1}{2} m \dot{\delta}^2 - mg(\delta_\Sigma - \delta). \quad (1.42)$$

Elektrisches Teilsystem

Als eine generalisierte Koordinate kann die elektrische Ladung q angenommen werden. Für das elektrische Teilsystem gilt dann:

$$\begin{aligned} q_1 &= q; \\ \dot{q}_1 &= i; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) &= \frac{\mu_0 AN^2}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{2(i_v + i)}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta} - \frac{2(i_v - i)}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta)} \right) \\ &= \mu_0 AN^2 \left(\frac{1}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta} + \frac{1}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta)} \right) \frac{di}{dt} - \\ &\quad - 2\mu_0 AN^2 \left(\frac{i_v + i}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta\right)^2} + \frac{i_v - i}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta)\right)^2} \right) \frac{d\delta}{dt}. \end{aligned} \quad (1.43)$$

Die Gleichung beschreibt einen Maschensatz des elektrischen Steuerkreises:

$$u = i(R_1 + R_2) + L_\Sigma(i, \delta) \frac{d}{dt} i - K_v(i, \delta) \frac{d}{dt} \delta, \quad (1.44)$$

womit:

$$L_\Sigma = \mu_0 AN^2 \left(\frac{1}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta} + \frac{1}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta)} \right), \quad (1.45)$$

und:

$$K_v = 2\mu_0 AN^2 \left(\frac{i_v + i}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta\right)^2} + \frac{i_v - i}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta)\right)^2} \right). \quad (1.46)$$

Aus den angeführten Gleichungen resultiert eine bemerkenswerte Folge: wird der Arbeitspunkt genau in der Mitte des Luftspaltes festgelegt $\delta_0 = \frac{1}{2}\delta_\Sigma$, wird die Gesamtinduktivität der Spulen minimal sein:

$$L_{\Sigma, MIN} = L_\Sigma |_{\delta_0 = 1/2\delta_\Sigma} = \mu_0 AN^2 \left(\frac{2}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + \delta_\Sigma} \right). \quad (1.47)$$

Der höchstmögliche Wert der Induktivität wird dagegen bei einem von beiden mechanischen Anschlagpunkten (Null-Luftspalt) erreicht:

$$L_{\Sigma,MAX} = L_{\Sigma} |_{\delta_0=0} = \mu_0 AN^2 \left(\frac{1}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}}} + \frac{1}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_{\Sigma}} \right). \quad (1.48)$$

Somit ist das Verhältnis der beiden Induktivitätswerte:

$$\frac{L_{\Sigma,MAX}}{L_{\Sigma,MIN}} = 1 + \left(\frac{(\delta_{\Sigma})^2}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} \left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_{\Sigma} \right)} \right). \quad (1.49)$$

Unter der Voraussetzung dass $l_{Fe}/\mu_{r,Fe} \ll \delta_{\Sigma}$ ist, kann der Ausdruck 1.49 vereinfacht werden zu:

$$\frac{L_{\Sigma,MAX}}{L_{\Sigma,MIN}} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\delta_{\Sigma}}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}}} \right). \quad (1.50)$$

Im Fall eines Einzelmagnetes ist die Induktivitätsänderung deutlich höher:

$$\frac{L_{\Sigma,MAX}}{L_{\Sigma,MIN}} = 1 + 2 \left(\frac{\delta_{\Sigma}}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}}} \right). \quad (1.51)$$

Aus der Gegenüberstellung der beiden Ausdrücke 1.50 und 1.51 ist ersichtlich, dass die Differenzschaltung der Magnete einen weiteren Vorteil bietet: Unter der verschiedenen Luftspalten weist die Spuleninduktivität kleinere Veränderungen aus, und kann somit genauer durch einen konstanten Wert approximiert werden. Da $\delta_{\Sigma} \gg \frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}}$ ist, gilt für die maximale Veränderung der Induktivität die folgende Beziehung:

$$\underbrace{\frac{L_{\Sigma,MAX}}{L_{\Sigma,MIN}}}_{\text{Einzelsteuerung}} \approx 4 \cdot \underbrace{\frac{L_{\Sigma,MAX}}{L_{\Sigma,MIN}}}_{\text{Differenzschaltung}}. \quad (1.52)$$

Mechanisches Teilsystem

Die generalisierte Koordinate eines mechanischen Teilsystems ist die Position des gelagerten Körpers δ . Die Lösung der Lagrangeleichung nach Koordinate δ liefert:

$$\begin{aligned} q_2 &= \delta; \\ \dot{q}_2 &= v; \\ \frac{\partial L}{\partial q} &= \frac{\mu_0 AN^2}{2} \left(\frac{-2(i_v + i)}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta\right)^2} + \frac{2(i_v - i)}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta)\right)^2} \right) + mg. \end{aligned} \quad (1.53)$$

Die Dynamik des Aktors wird somit durch die nachfolgende Gleichung beschrieben:

$$m \left(g - \frac{d^2 \delta}{dt^2} \right) = \mu_0 AN^2 \left(\frac{(i_v + i)^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta\right)^2} - \frac{(i_v - i)^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta)\right)^2} \right) = F_{Act}. \quad (1.54)$$

Die Kennlinienschar 1.25 gibt die Kraft-Strom-Abhängigkeit solches Aktors bei verschiedenen Positionen des Sekundärteils wieder. Zwecks besserer Anschaulichkeit wird dabei $i_v = 0$ angenommen. Aus der Analyse der Kurvenschar wird ein, für die Wahl der Regelstruktur aus-

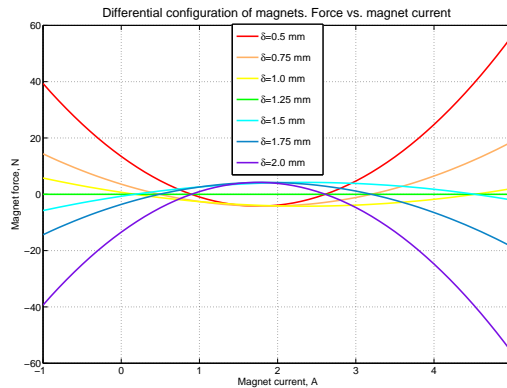


Bild 1.25: Nichtlineare Kraft-Strom-Kennlinienschar bei $i_v = 0$

schlaggebendes Fazit gezogen. Der Scheitelpunkt der Parabeln wird durch den Vormagnetisierungsstrom festgelegt. Die Parabelwölbung ist vom Luftspalt abhängig, sodass beim Überschreiten der mittleren Position $\delta = \frac{1}{2}\delta_\Sigma$ die Konvexität der Parabel zur Konkavität wechselt. Das bedeutet, dass die Krafrichtung des Aktors nicht nur vom Regelstrom, sondern auch vom Luftspalt vordefiniert wird. Somit ist keine Eindeutigkeit zwischen dem Aktorstrom und der Aktorkraft (zwischen dem Stellsignal und der Regelgröße) sichergestellt. Dies äußert sich

in einem instabilen dynamischen Verhalten des Systems, wie es das Bild 1.26 veranschaulicht. Die Lösung des Problems bietet die Begrenzung des Regelstromes auf dem Niveau

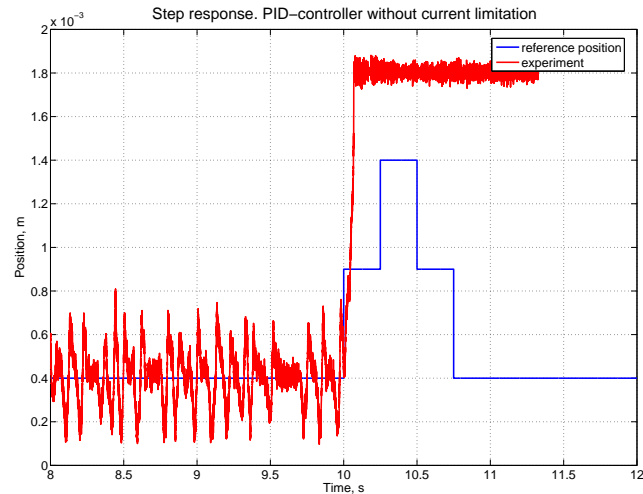


Bild 1.26: Sprungantwort. Erweiterter Zustandsregler ohne Strombegrenzung

des Vormagnetisierungsstromes $i \leq i_v$, sodass nur der linke Parabelzweig der $F_{Act} = f(i)$ -Charakteristik bis zum Scheitelpunkt ausgenutzt wird. Die Begrenzung des Stromes ist jedoch nur in den Regelstrukturen realisierbar, die über einen expliziten Stromsollwert verfügen, z. B. Lageregelung mit unterlagertem Stromregelkreis.

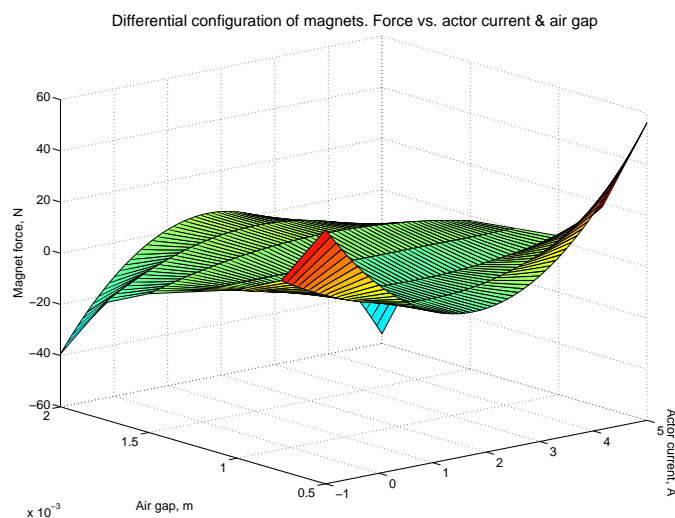


Bild 1.27: Nichtlineares Kraft-Strom-Luftspalt-Kennlinienfeld

Analog zum Einzelmagnet wird, zur Herleitung einer linearen Regelung, die Strecke im

Arbeitspunkt linearisiert. Der Arbeitspunkt wird durch die Parameter (F_0, i_0, δ_0) festgelegt.

$$\begin{aligned}
F_{Act} |_{i_0, \delta_0} = & \mu_0 AN^2 \left(\frac{(i_v + i_0)^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0\right)^2} - \frac{(i_v - i_0)^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta_0)\right)^2} \right) + \\
& + 2\mu_0 AN^2 \left(\frac{i_v + i_0}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0\right)^2} + \frac{i_v - i_0}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta_0)\right)^2} \right) (i - i_0) - \\
& - 4\mu_0 AN^2 \left(\frac{(i_v + i_0)^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0\right)^3} + \frac{(i_v - i_0)^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta_0)\right)^3} \right) (\delta - \delta_0).
\end{aligned} \tag{1.55}$$

Der Vormagnetisierungsstrom i_v wird anhand der Überlegung über die maximale Tragkraft des Lagers ausgelegt. Im Fall eines Hybridmagnets wird der Strom i_v zur Modellierung der Koerzitivfeldstärke eingeführt, und kann somit aus den Eigenschaften des Permanentmagnet-Materials abgeleitet werden.

Zur Festlegung des Arbeitspunktes soll die Formel 1.54 detaillierter analysiert werden. Die Lösung der Gleichung 1.54 nach dem Regelstrom i liefert einen Ausdruck der Form:

$$i_{1,2} = \frac{1}{X - Y} \left(i_v(X + Y) \mp \sqrt{XY \left(4i_v^2 + \frac{F}{\mu_0 AN^2} (Y - X) \right)} \right),$$

wobei

$$\begin{aligned}
X &= \left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta \right)^2, \\
Y &= \left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta) \right)^2.
\end{aligned} \tag{1.56}$$

Offensichtlich hat der Regelstrom i im Allgemeinen einen komplexen Wert. Der imaginäre Anteil des Stromes deutet allerdings darauf hin, dass die geforderte Aktorkraft unter den angeführten Bedingungen nicht realisiert werden kann. Um einen solchen Fall auszuschließen, soll der Strom einen rein reellen Wert annehmen, das heißt, die Diskriminante der Gleichung 1.56 soll stets nicht negativ $D \geq 0$ sein. Daraus folgt die Bedingung für die Wahl des Vormagnetisierungsstromes i_v :

$$i_v^2 \geq \frac{F}{\mu_0 AN^2} \left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + \delta_\Sigma \right) (2\delta - \delta_\Sigma). \tag{1.57}$$

Der Luftspalt δ liegt im Allgemeinen im Intervall:

$$0 \leq \delta \leq \delta_\Sigma \tag{1.58}$$

Die markanten Punkte des Abschnittes 1.58 sind:

$$\begin{aligned}\delta = 0 &\rightarrow i_v^2 \geq -\frac{F}{\mu_0 AN^2} \left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + \delta_\Sigma \right) \delta_\Sigma, \\ \delta = \frac{1}{2} \delta_\Sigma &\rightarrow i_v^2 \geq 0, \\ \delta = \delta_\Sigma &\rightarrow i_v^2 \geq \frac{F}{\mu_0 AN^2} \left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + \delta_\Sigma \right) \delta_\Sigma.\end{aligned}\tag{1.59}$$

Für die positive Krafrichtung wird eine nach unten wirkende Kraft angenommen, z. B. die Schwerkraft. In Anbetracht dessen, dass die rechte Seite der Ungleichung 1.59 stets positiv ist, das heißt $F/\mu_0 AN^2 (\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + \delta_\Sigma) \delta_\Sigma > 0$, werden die ersten zwei Ungleichungen aus 1.59 für jeden reellen Wert von i_v erfüllt. Die dritte Ungleichung bezieht sich auf einen, für das Lager ungünstigsten, Fall, z. B. für das Abheben der Maximallast aus dem unteren Anschlagpunkt des Lagers. Ist das Magnetlager mit einem Fanglager ausgestattet, so wird dann die Ungleichung 1.58 zu einer scharfen Ungleichung, und die Randpunkte $\delta = 0$ und $\delta = \delta_\Sigma$ sollen dementsprechend korrigiert werden.

Die Linearisierung der Strecke erfolgt laut der Formel 1.55. Dabei ist es sinnvoll, den ersten Term der 1.55 durch die Auswahl des Arbeitsstromes i_0 gleich der stationären Kraft F_0 zu setzen:

$$F_0 = \mu_0 AN^2 \left(\frac{(i_v + i_0)^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0\right)^2} - \frac{(i_v - i_0)^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta_0)\right)^2} \right).\tag{1.60}$$

Die Lösung der Gleichung ist mit Formel 1.56 identisch. Die Linearisierungsfaktoren der Strecke werden bei $i_0 = i_v$ wie folgt berechnet:

$$\begin{aligned}K_i(i_0, \delta_0) &= 2\mu_0 AN^2 \left(\frac{i_v + i_0}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0\right)^2} + \frac{i_v - i_0}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta_0)\right)^2} \right), \\ K_s(i_0, \delta_0) &= 4\mu_0 AN^2 \left(\frac{(i_v + i_0)^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0\right)^3} + \frac{(i_v - i_0)^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta_0)\right)^3} \right), \\ K_v(i_0, \delta_0) &= K_i(i_0, \delta_0).\end{aligned}\tag{1.61}$$

Die Induktivität im Arbeitspunkt beträgt somit:

$$L_{\Sigma,0} = \mu_0 AN^2 \left(\frac{1}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta_0} + \frac{1}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta_0)} \right).\tag{1.62}$$

Die notwendige Strombegrenzung lässt sich anhand des unterlagerten Stromregelkreises

und kann grundsätzlich nach jedem Prinzip aufgebaut werden. Wie die zahlreichen experimentellen Ergebnisse bestätigen, ist in anderen Aspekten die Regelung mit dem integrierten inversen Modell der konventionellen Lageregelung gleichwertig. Das Bild 1.29 zeigt eine Kaskadenstruktur der Regelung. Die Kaskadenstruktur zeichnet sich besonders durch ihren transparenten Aufbau, ihre einfache Reglereinstellung und durch die Zugänglichkeit der einzelnen Zustände aus. Vorsteuerung und Störgrößenaufschaltung können daher einfacher realisiert werden.

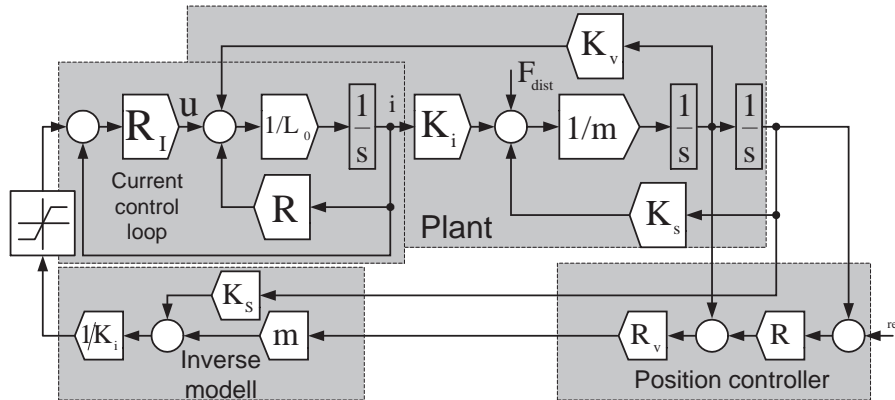


Bild 1.29: Struktur der Kaskadenregelung mit integriertem inversen Streckenmodell

Das Bild 1.30 veranschaulicht die Sprungantwort des Systems, das nach der Struktur im Bild 1.29 aufgebaut ist. Die Dynamik der überlagerten Regelkreise richtet sich nach der Summenzeitkonstante des unterlagerten Stromregelkreises von 1 ms . Die Summenzeitkonstante $T_{\Sigma} = 1\text{ ms}$ ist durch die Abtastfrequenz der digitalen Lageregelung, die $f_{Abt} = 10\text{ kHz}$ beträgt, vorgegeben. Sie beinhaltet die o.g. Zeitkonstante des SRK und die Verzögerung des Stromsensors; darüber hinaus stellt sie einen Kompromiss zwischen der Dynamik der Lageregelung und dem akzeptablen Rauschen des Lagesensors dar. Der unterlagerte Stromregelkreis wird dabei auf eine Zeitkonstante von nur 0.2 ms eingestellt. Der Strom- und der Geschwindigkeitsregelkreis sind mit PI-Reglern ausgestattet, die für ein besseres Steuerverhalten nach dem Betragsoptimum ausgelegt sind. Vom Lageregelkreis wird dagegen das bestmögliche Störverhalten gefordert, daher kommt hier nur ein PI-Regler infrage, der nach dem symmetrischen Optimum eingestellt ist. Eine ausführliche Beschreibung des Stromregelkreises und der Optimierung der Kaskadenstruktur ist in den Abschnitten 2.1 und 2.2 erläutert.

Zur experimentellen Verifikation der Theorie wird die Regelung anhand eines digital Signalprozessors implementiert. Dabei werden alle Sensoren mit der gleichen Tastfrequenz des Regelsystems abgetastet. Die für den Geschwindigkeits- und Lageregelkreis genügende Abtastfrequenz von 10 kHz stellt sich für den Stromregelkreis als ungenügend heraus. Dies spiegelt sich in der mangelhaften Dynamik des Stromregelkreises wider, was die Qualität

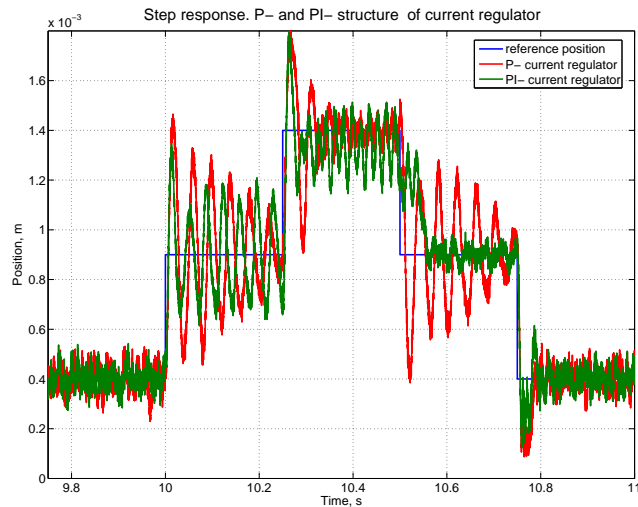


Bild 1.30: Sprungantwort. Experiment. Kaskadenregelstruktur mit Summenzeitkonstante $T_{\Sigma} = 1 \text{ ms}$

der gesamten Lageregelung beeinträchtigt. Das Rattern des Stromwertes, auch im stationären Betrieb, regt die mechanische Struktur zur Schwingung an, was seinerseits zur starken Geräuschbildung führt. Eine Lösung des Problems bietet der hardwaremäßige Aufbau der Stromregelung und deren Integration in den leistungselektronischen Stellglied. In diesem Fall erfolgt die Abtastung und Auswertung des aktuellen Stromes mit der Schaltfrequenz des Stellgliedes, die weit über 100 kHz hinausragen kann.

1.8.3 Differenzansteuerung der Magnete

Das nächste Ansteuerungsprinzip bildet eine Kombination der bereits behandelten Verfahren, indem es die Vorteile der beiden oben beschriebenen Strategien vereint. Die Einzelmagneten sind paarweise aufgefasst und wirken in entgegengesetzten Richtungen auf das gemeinsame Sekundärteil. Die Kopplung der Magnete erfolgt mittels gemeinsamen Steuersignals, sodass eine nichtlineare Kraftzunahme eines Magnetes durch eine nichtlineare und gleich große Kraftzunahme des anderen Magnetes kompensiert wird. Das Bild 1.31 zeigt die Ansteuerung der Magnete und die grafische Interpretation der Linearisierung der Kraft-Stromabhängigkeit für eine mittlere Position des Sekundärkörpers. Der vormagnetisierende Grundstrom i_v gibt die maximal mögliche Aktorkraft, den Abstand zwischen den Scheitelpunkten der beiden Parabeln und somit die Steigung der Kraft-Stromkennlinie des Aktors vor. Die dargestellte Konstellation der beiden Kräfte ist nur in der mittleren Position des Sekundärteils gültig. Analog zu den differenzgeschalteten Magneten berechnet sich die Aktor-

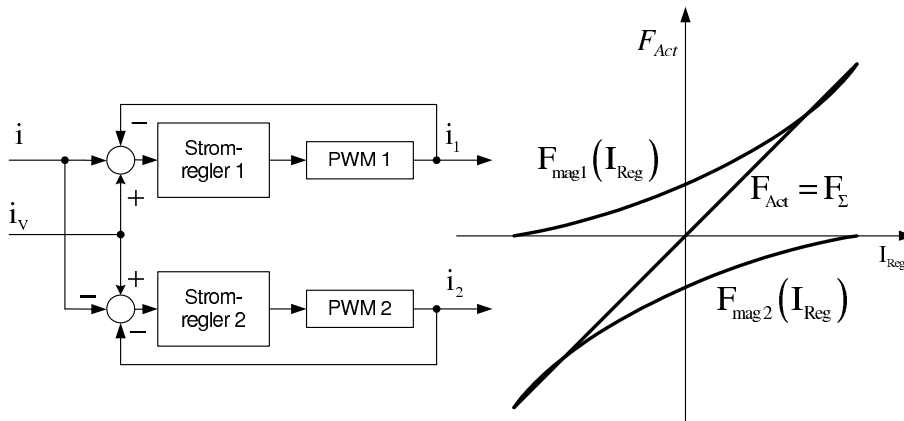


Bild 1.31: Differenzansteuerung der Magnete

kraft zu:

$$F_{Act} = \mu_0 AN^2 \left(\frac{(i_v + i)^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta\right)^2} - \frac{(i_v - i)^2}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2(\delta_\Sigma - \delta)\right)^2} \right), \quad (1.64)$$

$$F_{Act} = \mu_0 AN^2 \frac{4i_v i}{\left(\frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} + 2\delta\right)^2}, \quad \text{bei } \delta = \frac{1}{2}\delta_\Sigma, \quad (1.65)$$

mit:

- i_v - vormagnetisierender Strom;
- i - regelnder Strom;
- δ_Σ - Spielraum des Sekundärteils innerhalb des magnetischen Aktors.

Da im Fall der differenzgesteuerten Magnete die vormagnetisierende Wicklung entfällt, wird der Wickelraum komplett von der Regelwicklung ausgenutzt. Dies hat zu Folge eine doppelte Windungszahl der Spule und somit eine doppelt so hohe elektrische Zeitkonstante wie im Fall des differenzgeschalteten Aktors: $L \sim N^2$, $R \sim N$, $T_i = \frac{L}{R} \sim N$. Gegenüber dem differenzgeschalteten Aktor ist ein differenzgesteuerter Aktor deutlich einfacher aufgebaut und kann von zwei Zweiquadrantenstromstellern versorgt werden. Die Elektromagnete, die zum Aktor aufgefasst werden, weisen eine größere Induktivitätsänderung auf: eine etwa 8.9-fache Änderung für die differenzgesteuerte Anordnung, gegen die 2.8-fache Änderung für die differenzgeschaltete Anordnung des Aktors wurde an der untersuchten Magnetkonstruktion gemessen. Der Einsatz des stromgeregelten Stromstellers mit einem ausreichend großen Spannungsvorrat minimiert jedoch die Folge der Induktivitätsänderung und macht sie für die überlagerte Lageregelung nicht relevant. Bilder 1.32 und 1.33 bestätigen die

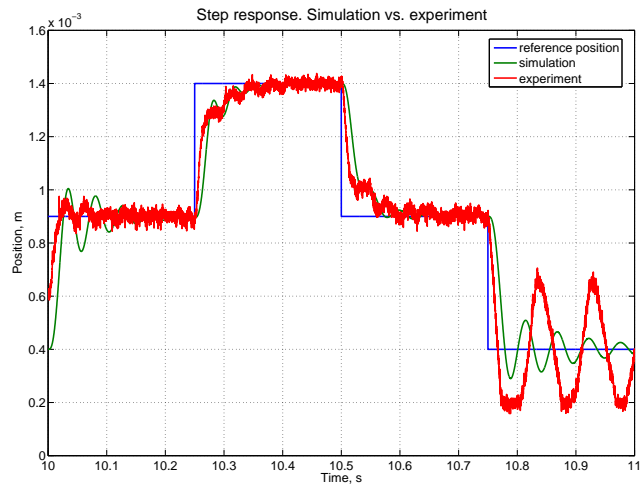


Bild 1.32: Sprungantwort. Experiment. Kaskadenregelstruktur mit Summenzeitkonstante $T_{\Sigma} = 2.5 \text{ ms}$. Differenzsteuerung der Magnete

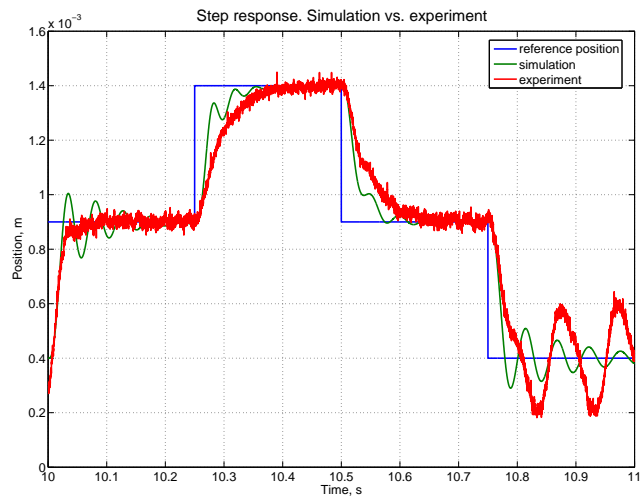


Bild 1.33: Sprungantwort. Simulation vs. Experiment. Polplatzierung $P = [-125, -120, -120 + i120, -120 - i120]$

gute Übereinstimmung zwischen der Simulation und den experimentellen Ergebnissen. Das hier angeführte Diagramm 1.32 wurde für eine Kaskadenregelstruktur aufgenommen, deren Entwurf und Optimierung im Abschnitt 2.2 detailliert beschrieben wird. Die Vorteile eines stromgesteuerten differenzgeschalteten Aktors lassen sich wie folgt erfassen:

- Linearisierung der Kraft-Stromkennlinie in der Mitte des Luftspaltes;
- Gesamtinduktivität der Regelpule ändert sich mit der Änderung der Position verhältnismäßig wenig;
- ein Stellglied pro Aktor nötig.

Zu den Nachteilen zählen:

- aufwendige Herstellung (im Fall von Hybridmagneten auch die Handhabung) des Aktors;
- Lageregelung ist nur unter Strombegrenzung realisierbar, daher nur für stromgesteuerte Regelstrukturen geeignet;
- Sekundärkörper unterliegt stets einer Vorspannung, die von der aktuellen Position abhängig ist;
- da ein Vierquadranten-Stromsteller benötigt wird, ist ein aufwändigerer Aufbau und eine kompliziertere Steuerung des Stellgliedes im Vergleich zum Zweiquadrantenstromsteller erforderlich.

1.8.4 Orthogonale und symmetrische Magnetlagerkonfigurationen

Zum Aufbau eines Mehrfreiheitsgrad-Magnetlagers werden mehrere Aktoren in ein mechanisches System integriert. Sie wirken gemeinsam auf einen Sekundärkörper, der seinerseits eine Nutzlast trägt. Die Orientierung der Aktoren zueinander und zu den räumlichen Koordinatenachsen entscheidet über die Anzahl der notwendigen Aktoren und über den Aufwand der Modellierung des mechanischen Untersystems.

Hinsichtlich der Regelung ist eine orthogonale Anordnung von Vorteil. Dabei werden differenzgeschaltete oder differenzgesteuerte Aktoren paarweise rechtwinklig zueinander platziert, und stehen explizit für die Lageregelung eines jeweiligen räumlichen Freiheitsgrades. Es besteht keine gegenseitige Kraftkopplung zwischen den einzelnen Aktoren, sodass sich die Modellierung und Regelung des gesamten Lagers äußerst einfach in unabhängige Kanäle einteilen lässt.

Es soll auf zahlreiche, in der Praxis vorkommende Magnetlagerkonfigurationen hingewiesen werden, die nicht auf der gegenüberliegenden Anordnung der Magnete beruhen. Wegen einer schrägen gegenseitigen Orientierung der Magneten, lassen sie sich im Allgemeinen nicht zu den bidirektional wirkenden Aktoren auffassen. Die physikalischen Magnete werden somit einzeln als Aktoren, die den Kraft-Zwangsbedingungen $0 \leq f_i \leq f_{max}$ unterliegen, angesehen, und einzeln angesteuert. Die Behandlung der Zwangsbedingungen stellt die größte Komplexität bei der Regelung solcher Systeme dar und wird ausführlich im Kapitel 3 betrachtet.

1.9 Zusammenfassung

Im Abschnitt 1.8.2 wurde die Notwendigkeit eines unterlagerten Stromregelkreises theoretisch und experimentell belegt. Wie bereits praktisch nachgewiesen wurde, ist eine stromgesteuerte Lageregelung des Magnetlagers einer spannungsgesteuerten Lageregelung aus mehreren Gründen überlegen:

- Der Aktorstrom wird durch die Begrenzung des Strom-Sollwertes konsequent begrenzt, was sich auf die Sicherheit der Systemkomponenten und die Zuverlässigkeit des Betriebes positiv auswirkt;
- Im Fall eines bidirektional wirkenden Aktors lässt sich, durch die Strombegrenzung, die Zweideutigkeit zwischen der Aktorkraft und dem Aktorstrom vermeiden;
- Temperaturbedingte Schwankungen des Wicklungswiderstandes, sowie von der Stromrichtung und von der Stromstärke abhängiger Widerstand des Stellgliedes lassen sich als unbedeutende Parameterunsicherheiten ausregeln, deren Einfluss auf den Aktorstrom unterdrückt wird;
- Die lageabhängige Induktivität der Magnetspule lässt sich ebenso als parametrische Unsicherheit zusammenfassen. Die optimale Einstellung des Stromreglers gilt daraufhin lediglich für einen bestimmten Betriebspunkt $L(\delta_0) = L_0 = \frac{\mu_0 AN^2}{\mu_{r,Fe} + 2\delta_0}$. Diese Tatsache kann allerdings nicht als Nachteil der stromgesteuerten Struktur angesehen werden, da die gleiche Vereinfachung auch die spannungsgesteuerte Regelstruktur betrifft;
- Die bei der Bewegung des Sekundärkörpers induzierte elektromotorische Kraft wird als eine Störgröße betrachtet und effizient ausgeregelt.

Unter dem Gesichtspunkt der praktischen Realisierung des Stellgliedes ist für einen stromgesteuerten Betrieb ein hochdynamischer Stromgeber, gegebenenfalls mitsamt der Hilfsspannungs-Versorgung, pro Aktor extra erforderlich. Im Falle der Werkzeugmaschine, die hohe Ansprüche an Genauigkeit stellt, sollte das allerdings kein Hindernis werden. Denn die Strommessung trägt in vielen Hinsichten - als Systemüberwachung für Zuverlässigkeit, und als Zustandserfassung für adaptive Regelung - zur Steigerung der Fertigungsqualität bei. Somit wurde eine, von Autoren [Sch92] und [Tra85] behauptete Aussage widerlegt, indem gezeigt wurde, dass sich die Vorzüge einer Regelung von spannungsgesteuerten Magnetlagern aus mehreren Gründen nicht rentieren.

2 Regelung stromgesteuerter Magnetlager

Das folgende Kapitel befasst sich mit dem Entwurf, der Optimierung und der experimentellen Erprobung verschiedener Regelstrukturen, die auf einem unterlagerten Stromregelkreis bauen. Somit wird anfangs das elektrische Untersystem eines Lagers ins Visier genommen und ein geeigneter Stromregler ausgelegt.

2.1 Realisierung des Stromregelkreises

Eine offene Strom-Spannungsübertragungsfunktion besitzt ein PT-1 Verhalten 2.1 mit einer luftspaltabhängigen Zeitkonstante $T_i = L/R$. Um eine hohe Stromänderungsrate zu ermöglichen und somit eine hohe Dynamik des Stromregelkreises sicherzustellen, soll die Zwischenkreisspannung möglichst hoch gewählt werden. Der Dauerstrom $I|_{t=\infty} = \frac{U_{ZK}}{R}$ wird somit unzulässig groß, und der Arbeitsstrom des Magnets wird durch die Pulsweitenmodulation der Zwischenkreisspannung an seinen Sollwert gestellt. Das erforderliche Tastverhältnis wird in einem PI-Stromregler ermittelt, der auf der Basis eines schnellen Operationsverstärkers analog aufgebaut ist. Um die, auf Rückkopplung des Regelkreises, wirkenden elektromagnetischen Störeinflüsse zu vermindern, soll die Regelschleife räumlich kompakt aufgebaut werden. Aus diesem Grund wurde der Stromregelkreis direkt in das leistungselektronische Stellglied integriert.

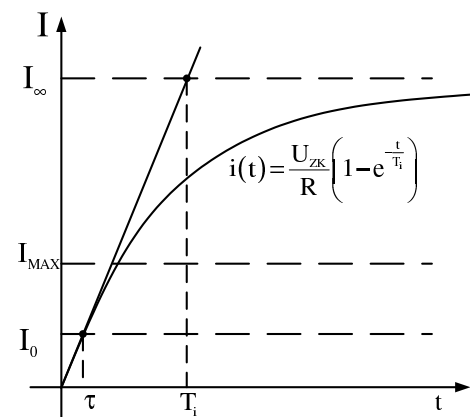


Bild 2.1: Definition der elektrischen Zeitkonstante

Die Übertragungsfunktion des Stromreglers aus dem Bild 2.2 kann durch die Auswahl der

$f_{PWM} = 66 \text{ kHz}$ mit einer guten Annäherung durch ein PT1-Glied mit halbiertes Zeitkonstante $T_{PWM}/2 = 7.5 \mu\text{s}$ ersetzt werden. Die Zeitkonstante des Stromgebers HY-5P, Marke "LEM", wird dem Datenblatt entnommen und ergibt für eine Bandbreite von $f_{CS} = 50 \text{ kHz}$ die Zeitkonstante von $T_{CS} = 20 \mu\text{s}$.

Die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises errechnet sich demnach zu:

$$\frac{T_R s + 1}{T_0 s} \cdot \frac{1}{T_{\Sigma,i} s + 1} \cdot \frac{1/R}{T_i s + 1}. \quad (2.2)$$

Nun werden die Polstellen der Strecke durch die Nullstellen des Reglers aufgehoben, $T_R = T_i$. Die einzige Polstelle des Reglers kompensiert den Verstärkungsfaktor $1/R$ der Strecke und gibt die Dynamik des geschlossenen Regelkreises vor. Nach der Vorschrift der Methode der Doppelverhältnisse wird die Polstelle wie folgt berechnet: $T_0 = \frac{2T_{\Sigma,i}}{R}$, sodass der geschlossene Regelkreis zu einem Schwingungsglied 2-er Ordnung mit Kennkreisfrequenz von $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2}T_{\Sigma,i}}$ wird, mit der Dämpfung von $d = \frac{\sqrt{2}}{2}$ und der folgenden Übertragungsfunktion:

$$\frac{i}{i_{ref}} = \frac{1}{2T_{\Sigma,i}^2 s^2 + 2T_{\Sigma,i} s + 1}. \quad (2.3)$$

Die obere Gleichung 2.3 gilt jedoch nur für eine bestimmte Lage, z. B. δ_0 , und somit lediglich für eine bestimmte elektrische Zeitkonstante $T_{i,0} = \frac{L_0}{R}$, solange das Steuersignal $u = \frac{T_R s + 1}{T_0 s} (i_{soll} - i_{ist})$ unterhalb der Zwischenkreisspannung $|u| \leq U_{ZK}$ liegt. In der Praxis bedeutet dies, dass die Dynamik des Stromregelkreises bei kleinen Regelabweichungen $i_{soll} - i_{ist} < U_{ZK} \frac{T_0}{T_R}$ durch den Stromregler, und bei großen Regelabweichungen $i_{soll} - i_{ist} \geq U_{ZK} \frac{T_0}{T_R}$ durch die Spannungsreserve geprägt wird.

Wird der Stromregler auf die elektrische Zeitkonstante des Magnetes in der Nennlage $\delta_0 \Rightarrow L_0$ eingestellt:

$$T_R = T_i = \frac{L_0}{R}, \quad |u| \leq U_{ZK}, \quad (2.4)$$

dann ergibt sich für den geschlossenen Stromregelkreis die Übertragungsfunktion:

$$\begin{cases} i = \frac{i_{ref}}{2T_{\Sigma,i}^2 s^2 + 2T_{\Sigma,i} s + 1}, & |u| \leq U_{ZK}; \\ i = \frac{U_{ZK}/R}{T_i s + 1}, & |u| > U_{ZK}. \end{cases} \quad (2.5)$$

Für den gegebenen Aufbau beträgt die „kritische“ Regelabweichung nun ca 0.15 A . Eine Stromänderung in dieser Höhe ist lediglich ausreichend, um die Lagerung in Ruheposition zu halten. Wird jedoch eine Positionsänderung oder eine Reaktion auf eine äußere Störkraft verlangt, dann soll die, um ein vielfaches ($\frac{T_i}{2T_{\Sigma,i}} \approx 1000$) verlangsamte Dynamik des Regelkrei-

ses, in Kauf genommen werden, und bei der überlagerten Regelung berücksichtigt werden. Als Problemlösung wäre eine adaptive Struktur der überlagerten Regelung denkbar, die die aktuelle Regelabweichung auswertet und sich an die veränderliche Dynamik des Stromregelkreises anpasst.

Ein praxisorientierter Ausweg besteht darin, dass die Stromänderung entlang der PT1-Kurve nur bis zu einem verhältnismäßig kleinen Strom $I_{Dist} = f(F_{Dist})$ von Interesse ist, der lediglich einen Bruchteil des Dauerstromes $I_{Dist} \ll I_\infty = \frac{U_{ZK}}{R}$ beträgt. Angesichts der Tatsache, dass die Störkraft F_{Dist} einen stochastischen Charakter hat, kann der entsprechende Strom I_{Dist} nur geschätzt werden. Demzufolge ergibt sich für einen Nennstrom $I_{Dist} = I_0$ eine Verzögerungszeit von $T_{\Sigma,i} < \tau \ll T_i$, 2.1, die in einer überlagerten Regelung als ein frei wählbarer Optimierungsparameter auftritt. Da die maximale Stromänderung auf $\Delta I_{Dist} \leq I_{Max}$ eingeschränkt ist, kann die Verzögerungszeit für einen *worst case* als $\tau_{Max} = \frac{L_{Max} I_{Max}}{U_{ZK}}$ angenommen werden.

2.2 Kaskadenregelung

Eine, sich in der Antriebstechnik etablierte Regelmethode, eignet sich hervorragend als Alternative zu den, in Praxis meist verbreiteten PID- oder Zustandsreglern. Die Kaskadenregelung zeichnet sich durch eine verschachtelte Struktur aus, wobei jedem äußeren Regelkreis ein innerer Regelkreis untergeordnet wird. Der innere Regelkreis stellt für den äußeren Regelkreis eine Regelstrecke dar, und kann separat von dem überlagerten Kreis eingestellt werden. Bild 2.5 stellt die prinzipielle Struktur der Regelung dar, die bereits die Vorteile der normierten Strecke ausnutzt. Die Auslegung und Optimierung von Kaskadenstrukturen ist allgemein bekannt und stellt keine Schwierigkeit dar. Die Regleroptimierung erfolgt im Frequenzbereich mit dem Ziel, ein Amplitudenfrequenzgang eines geschlossenen zu optimierenden Regelkreises an einen idealisierten Frequenzgang, 2.4, für ein möglichst breites Frequenzband anzupassen. Aus einer Optimierung des Führungsverhaltens tritt das sogenannte *Betragsoptimum* hervor. Eine Verbesserung des Störverhaltens liefern dagegen die Einstellregeln des sogenannten *symmetrischen Optimums*.

Der Stromregler ist als ein PI-Regler ausgeführt und wurde im Abschnitt 2.1 bereits betrachtet.

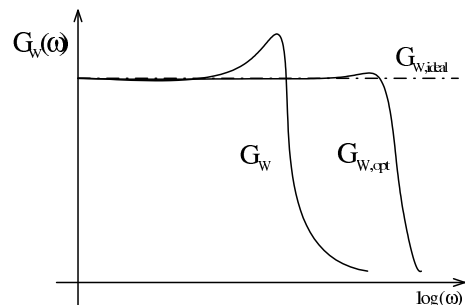


Bild 2.4: Amplitudenfrequenzgang eines idealen, optimierten und realen Regelkreises, nach [Rie06]

zu einer neuen Summenzeitkonstante $T_{\Sigma,v}$ zusammengefasst:

$$T_{\Sigma,v} = 2T_{\Sigma,i} + \frac{1}{2} \frac{L_1}{L_2}. \quad (2.6)$$

Die große Zeitkonstante steht für das mechanische Untersystem und ist für die normierte Regelstrecke gleich $T_{S,v} = 1$ s, sowie der Verstärkungsfaktor $V_v = 1$.

Damit nun der geschlossene Geschwindigkeitsregelkreis zu einem Schwingungsglied mit einer optimalen Dämpfung und einer kleinstmöglichen Zeitkonstante wird,2.7, muss der P-Regler einen Wert von $P = \frac{1}{2T_{\Sigma,v}}$ annehmen.

$$\frac{v}{v_{ref}} = \frac{1}{T_{\Sigma,v}^2 s^2 + 2T_{\Sigma,v} s + 1} \quad (2.7)$$

2.2.2 Lageregelkreis

Vom Lageregelkreis, Bild 2.7, wird eine asymptotische Genauigkeit und eine schnelle Reaktion auf auftretende Störungen verlangt. Beide Anforderungen werden mittels eines PI-Reglers erfüllt. Durch die Normierung der Regelstrecke sind der Verstärkungsfaktor und die große

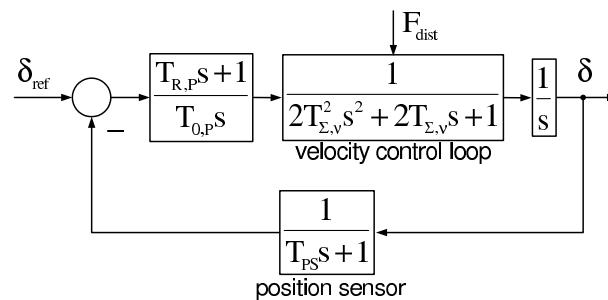


Bild 2.7: Struktur des Lageregelkreises

Zeitkonstante entsprechend gleich: $V_P = 1$ und $T_{S,P} = 1$ s. Die Reglereinstellung erfolgt nach der Vorschrift eines symmetrischen Optimums, das heißt, dass die Störübertragungsfunktion der Strecke im Frequenzbereich analysiert wird. Bezogen auf den Reglerausgang berechnet sie sich zu:

$$\frac{\delta}{v_{dist}} = \frac{T_{0,P} s}{T_{0,P} T_{\Sigma,P} s^3 + T_{0,P} s^2 + T_{R,P} s + 1}, \quad (2.8)$$

wobei die Übertragungsfunktion des Geschwindigkeitsregelkreises eine Ordnungsreduktion erfährt, und durch ein PT1-Glied mit der neuen Summenzeitkonstante $T_{\Sigma,P} = 2T_{\Sigma,v} + T_{P,S}$ ersetzt wird. Damit die Regelabweichung infolge der Störung schnellstmöglich ausgeregelt wird, soll die Stör-Übertragungsfunktion 2.8 gegen ein D-Glied, bzw. der Nenner der Über-

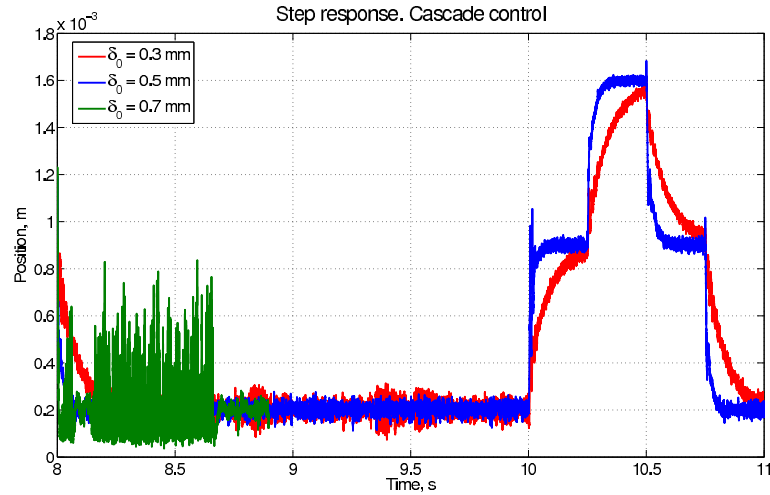


Bild 2.8: Sprungantwort einer Kaskadenregelung. Inverses Modell ausgelegt für $\delta_0 = 0.3 \text{ mm}$, $\delta_0 = 0.5 \text{ mm}$, und $\delta_0 = 0.7 \text{ mm}$.

tragungsfunktion 2.8 soll gegen 1 streben. Somit wird nun die gleiche Methode der Doppelverhältnisse, die vorher zur Optimierung der gesamten Übertragungsfunktion eingesetzt wurde, auf den Nenner angewendet. Für den gegebenen Fall der normierten Strecke berechnen sich die Reglerparameter zu $T_{0,P} = 8 \frac{T_{\Sigma,P}^2}{T_{S,P}} V_P$ und $T_{R,P} = 4T_{\Sigma,P}$. Die daraus resultierende Übertragungsfunktion nach der Störgrößeneinwirkung und nach dem Lage-Sollwert ist entsprechend 2.9, und 2.10:

$$\frac{\delta}{v_{dist}} = \frac{T_{0,P}s}{T_{0,P}T_{\Sigma,P}s^3 + T_{0,P}s^2 + T_{R,P}s + 1} = \frac{8T_{\Sigma,P}^2s}{8T_{\Sigma,P}^3s^3 + 8T_{\Sigma,P}^2s^2 + 4T_{\Sigma,P}s + 1}; \quad (2.9)$$

$$\frac{\delta}{\delta_{ref}} = \frac{4T_{\Sigma,P}s + 1}{8T_{\Sigma,P}^3s^3 + 8T_{\Sigma,P}^2s^2 + 4T_{\Sigma,P}s + 1}. \quad (2.10)$$

Das Besondere an der Methode ist die Tatsache, dass die Auslegung der gesamten Regelung mittels eines einzigen Parameters erfolgt: anhand der Vorgabe der Summenzeitkonstante des Stromregelkreises $T_{\Sigma,i}$ wird implizit die Dynamik der anderen überlagerten Regelkreise festgelegt. Dabei wird angesichts der Formel 2.5 ein Kompromiss zwischen der Dynamik des Stromregelkreises und den gegebenenfalls auftretenden Störkräften eingegangen. Eine Diskrepanz des inversen Modells außerhalb des Arbeitspunktes soll ebenfalls beachtet werden. Wird das Lagermodell für die mittlere Position entworfen, so schwindet die Regelstabilität mit kleiner werdendem Luftspalt. Durch Auswahl eines anderen Arbeitspunktes $\delta_{0,neu} < \frac{1}{2}\delta_{\Sigma}$, kann das Problem behoben werden, allerdings auf Kosten der Regeldynamik.

Die quantitative Auffassung der Übertragungsfunktion kann für die Auslegung anderer

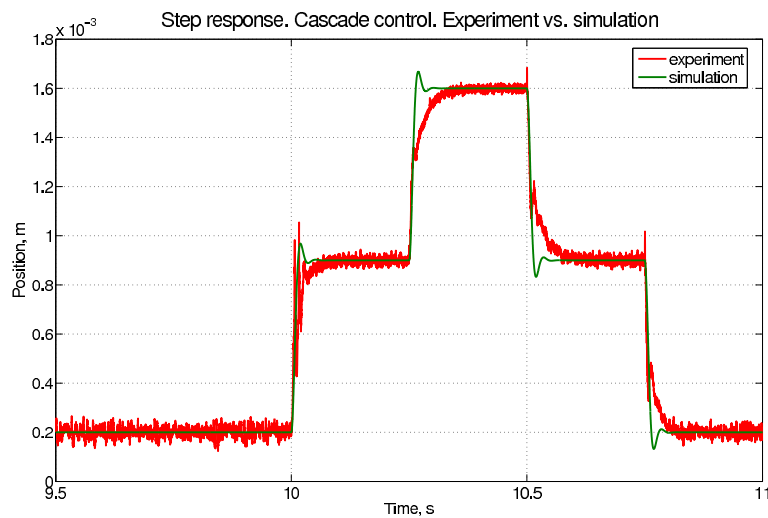


Bild 2.9: Sprungantwort einer Kaskadenregelung. Simulation und Experiment.

Regelstrukturen von Nutzen sein. Für die Summenzeitkonstante des Stromregelkreises von $T_{\Sigma,i} = 0.1 \text{ ms}$ und den Eigenwerten des Geschwindigkeitsbeobachters von $P = [-1.17 \pm j1.17]$ ist sie gleich:

$$\frac{\delta}{\delta_{ref}} = \frac{9 \cdot 10^{-3} s + 1}{9.17 \cdot 10^{-8} s^3 + 4 \cdot 10^{-5} s^2 + 9 \cdot 10^{-3} s + 1} \quad (2.11)$$

Das Bild 2.9 stellt die Sprungantwort der Regelstruktur, die für $T_{\Sigma,i} = 0.1 \text{ ms}$ und $\delta_0 = 0.5 \text{ mm}$ ausgelegt ist, und die Sprungantwort der Übertragungsfunktion 2.11 gegenüber.

2.3 LQG-Regelung

2.3.1 LQ-Regler

Die Reglereinstellung, die im oben betrachteten Fall durch eine manuelle Polzuweisung erfolgte, bietet viele Freiheitsgrade für die Vorgabe einer gewünschten Regelqualität. Aus der Regelungstheorie sind zwar folgende Zusammenhänge zwischen den Polstellen und dem Regelverhalten bekannt, sowie:

- für einen stabilen geschlossenen Regelkreis sollen alle Polstellen einen negativen reellen Anteil aufweisen,
- Entfernung der Pole von imaginärer Achse verkürzt die Anregelzeit,
- Entfernung der Pole von reeller Achse reduziert den Dämpfungsfaktor,

die Frage nach einer Optimalität dieses Regelkreises bleibt jedoch offen. Die mathematische Disziplin *Variationsrechnung* ist der Thematik einer quantitativen Optimierung istgewidmet, deren Grundgedanke im Allgemeinen auf der Formulierung eines geeigneten Kriteriums (Gütefunktional) ruht, mit der anschließenden Suche nach seinem Extremwert. Im Falle einer optimalen Regelung wird als solches Gütefunktional oft eine *quadratische Regelfläche* J beschlossen, die als Fläche der Regelabweichung grafisch folgendermaßen interpretiert werden kann:

$$J = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (2.12)$$

Wird als gewünschter Endzustand der geregelten Strecke ein Zustandsvektor $x_{ref} = 0$ angenommen, dann ist die Regelabweichung gleich $e = x_{ref} - x = -x$. Da die vorhandene Leistung aller Stellsignale u nicht unendlich groß sein kann, ist es sinnvoll, auch die Stelleistung zum Gütefunktional 2.12 mit einzubeziehen:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)) dt \quad (2.13)$$

wobei der Faktor $1/2$ lediglich zur Vereinfachung der späteren Berechnung hinzugefügt wird. Die Matrizen Q und R sind diagonale und positiv definite Wichtungsmatrizen, deren Wert einen entsprechenden Einfluss des einzelnen Zustandes und des Stellsignals auf das Gütefunktional J vorgibt. Die Suche nach dem Minimum des Funktionals $J \rightarrow \min$, unter der Beachtung der *Ljapunowgleichung* 2.15, führt zur *Riccati-Gleichung*:

$$PBR^{-1}B^T P - PA - A^T P - Q = 0. \quad (2.14)$$

Die positiv definite Matrix P ist dabei die Lösung der Gleichung:

$$(A - BK)^T P + P(A - BK) = -(Q + K^T RK). \quad (2.15)$$

Der so ermittelte LQ- Zustandsregler K (engl. *linear quadratic regulator*) gewährleistet den schnellsten Übergangsvorgang im Sinne der kleinsten quadratischen Regelfläche, ausgehend von der vorhandenen Steuerleistung. Ein entsprechender MATLAB- Befehl erübrigt die Ableitung der einzelnen Rechenschritte und führt die komplette Berechnung aus. Dem Programm sollen lediglich die System- und Eingangsmatrizen und die Wichtungsmatrizen vorgegeben werden. Für eine SISO-Strecke reduziert sich die Matrix R zu einem Skalar $R = 1$. Die Matrix Q ist eine Diagonalmatrix der Dimension $n \times n$ mit Wichtung der einzelnen Zuständen. Im Fall der Lageregelung ist meistens nur der Positionszustand ausschlaggebend,

die Positionsabweichung wird daher mit einem Wert $Q_{1,1} \gg 1$ beaufschlagt. Das Verhalten der restlichen Zustände wird nicht strikt reglementiert, daher werden sie meist mit dem Faktor 1 gewichtet. Somit reduziert sich die Aufgabe des Reglerentwurfes auf die Auswahl des Elementes $Q_{1,1}$, sodass der Regler K einerseits den dynamischen Anforderungen an den Übergangsvorgang genügt, und andererseits das Stellglied nicht überfordert.

Eine kurze Analyse der so entstandenen Zustandsrückführung zeigt, dass die Pole der geregelten Strecke 1.63 genau auf einem Kreis liegen 2.10, dessen Radius vom Verhältnis $Q_{1,1}$ zu R abhängt. Die komplex konjugierten Pole sind dabei um 120° versetzt, was auf einen Dämpfungsfaktor von $d = \sqrt{2}/2$ hindeutet und für ein System der 3-er Ordnung eine Überschwingweite von 8.13% gewährleistet.

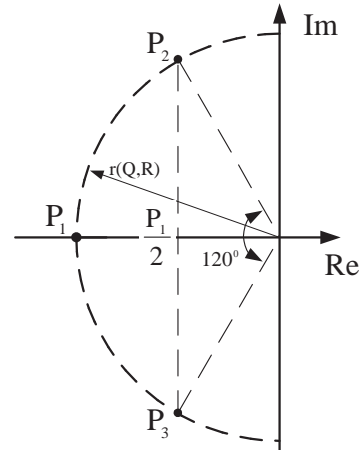


Bild 2.10: Polplatzierung des LQ-Reglers

2.3.2 Kalman-Bucy-Filter

Eine ähnliche Überlegung kann der Auslegung des Zustandsbeobachters aus dem Bild 1.14, bzw. der Optimierung dessen Zustandsrückführung L zu Grunde gelegt werden. Bei der Optimierung handelt es sich lediglich um eine Minimierung des quadratischen Schätzfehlers des Beobachters, da unter der Anwesenheit der System- $r(t)$ und Messrauschen $\rho(t)$ eine exakte Rekonstruktion der Zustände nicht infrage kommt.

Die Systembeschreibung im Zustandsraum lautet:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + r(t), \\ y &= Cx + \rho(t); \end{aligned} \tag{2.16}$$

$r(t)$ und $\rho(t)$ stehen für mittelwertfreie weiße stochastische Rauschprozesse, die der Normalverteilung unterliegen, und zueinander unkorreliert sind. Erfüllen die beiden Rauschprozesse die oberen Bedingungen nicht, so können sie durch eine geeignete Wahl der Zustände, und/oder durch eine Erweiterung der Strecke auf ein geeignetes Formfilter an die Anforderungen, laut [Föl94], angepasst werden.

Eine optimale Zustandsrückführung L soll den Gütefunktional

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Su(t)) dt \tag{2.17}$$

minimieren, was wiederum zu einer Riccatigleichung der Form

$$PC^T S^{-1}CP - AP - PA^T P - Q = 0 \quad (2.18)$$

führt.

Die beiden Matrizen Q und S sind die Kovarianzen der Zufallsprozesse $r(t)$ und $\rho(t)$, die durch Autokorrelation ausgedrückt werden können:

$$\begin{aligned} cov\{r(t_1), r(t_2)\} &= E\{r(t_1) \cdot r^T(t_2)\} = Q\delta(t_1 - t_2), \\ cov\{\rho(t_1), \rho(t_2)\} &= E\{\rho(t_1) \cdot \rho^T(t_2)\} = S\delta(t_1 - t_2). \end{aligned} \quad (2.19)$$

Die größte Schwierigkeit besteht im Allgemeinen in der Ermittlung der Werte Q und S für die in der Praxis vorkommenden Signale. Em meisten verbreitet ist der Ansatz die Matrizen experimentell festzulegen. Für den konkreten Fall eines normierten Beobachters der 2-er Ordnung erscheint die Aufgabe leicht: da bei der Matrize Q nur das erste Element besetzt wird, die Matrize S ein Skalar ist, und nur das Verhältnis zwischen $Q_{1,1}$ und S , und nicht ihre Absolutwerte, entscheidend ist. Bei der praktischen Herleitung des Kalmanfilters stellte sich heraus, dass die so vorgegebenen Kovarianzen ein kreisförmiges Polmuster, ähnlich dem Bild 2.10, liefern. Aufgrund der Vereinfachungen und Annahmen, die bei der Optimierung vorausgesetzt wurden, zeigt das Kalmanfilter gegenüber dem Beobachter keine nennenswerten Vorteile.

Einen wesentlicheren Einfluss auf den Rauschpegel hat eine korrekte Ausführung der, von HF-Strömen durchflossenen, Leiter. Es ist daher auf eine EMV-gerechte Verlegung von Leistungskabeln und auf die Abschirmung von Sensorleitungen zu achten. Die Leistungshalbleiter und die leistungsübertragenden Leiterbahnen sollen konsequent räumlich von den Steuerschaltkreisen und den Signalbahnen getrennt werden.

Die experimentell aufgenommenen Führungsverhalten werden im Bild 2.11 präsentiert. Um einen korrekten Vergleich mit der Kaskadenregelung zu ermöglichen, wurde die Zustandsrückführung auf eine gleiche Dynamik ausgelegt. Die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises kann aus der Zustandsrückführung als:

$$G_w = C(sI - (A - BK))^{-1} + D \quad (2.20)$$

abgeleitet werden. Für die Pole, die auf einem Kreissegment, 2.10, mit dem Radius $r = 222$ liegen, ergibt sich die Übertragungsfunktion, deren charakteristisches Polynom qualitativ

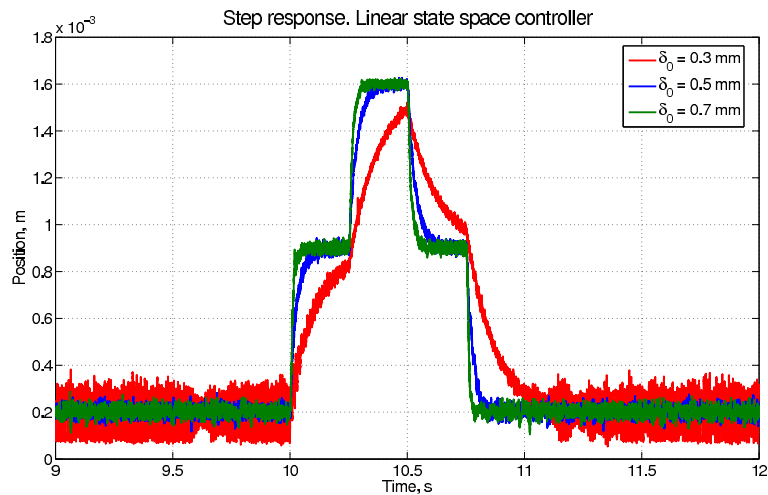


Bild 2.11: Sprungantwort eines LQ-Reglers. Inverses Modell ausgelegt für $\delta_0 = 0.3 \text{ mm}$, $\delta_0 = 0.5 \text{ mm}$, und $\delta_0 = 0.7 \text{ mm}$.

und quantitativ dem charakteristischen Polynom der Kaskadenregelung entspricht:

$$\frac{\delta}{\delta_{ref}} = \frac{9.14 \cdot 10^{-8} s}{9.14 \cdot 10^{-8} s^3 + 4.06 \cdot 10^{-5} s^2 + 9 \cdot 10^{-3} s + 1} \quad (2.21)$$

Die Übertragungsfunktionen der Kaskadenregelung und des LQ-Reglers unterscheiden sich lediglich durch ihren Zeller, der im Fall des LQ-Reglers ein reines Differenzialglied darstellt.

2.4 Gegenüberstellung der Regelstrategien anhand der dynamischen Steifigkeit

Neben der Positionierung eines Werkstückes besteht die technische Anforderung an einen Bearbeitungstisch im Wesentlichen darin, ein zu tragendes Werkstück trotz der angreifenden Kräfte möglichst steif zu lagern. Daher steht für einen magnetgelagerten Rundtisch in erster Linie die sogenannte dynamische Steifigkeit der Lagerung, die als Störverhalten des Magnetlagersystems an die technologischen Anforderungen angepasst werden muss. Das Bild 2.13 beinhaltet eine Gegenüberstellung zweier stromgesteuerter Systeme mit einer Differenzsteuerung der Magnete mit und ohne Einsatz des inversen Modells. In beiden Fällen ist die Zustandslagerung anhand der Polplatzierung auf $P = [-100, -100 + i100, -100 - i100]$ eingestellt. Da es sich um die gleichen Regelungen handelt, die sich lediglich durch ihre Umsetzung unterscheiden, stimmen beide Verläufe überein.

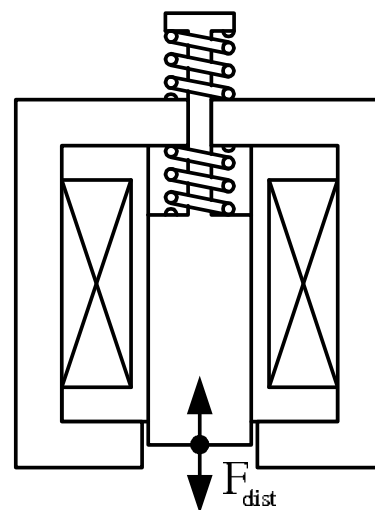


Bild 2.12: Aufbau des Shakers

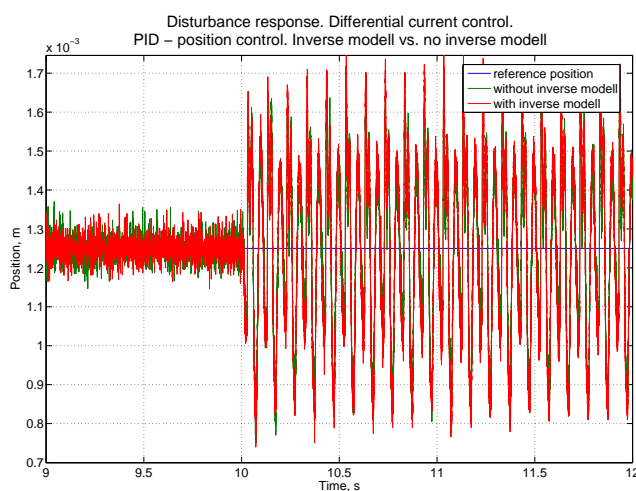


Bild 2.13: Störverhalten. Experiment. Differenzschaltung der Magnete. PID- Lageregelung mit und ohne Einsatz des inversen Modells

Ein Vergleich der Zustands- und Kaskadenregelung wird im Bild 2.14 veranschaulicht. Die Zustandsregelstruktur weist eine unbedeutend höhere Steifigkeit aus. Diese Tatsache kann durch die bessere Anpassungsmöglichkeit der Regelung an die Strecke erklärt werden: durch

die Polplatzierung können die einzelnen Eigenschaften, wie beispielsweise Steifigkeit und Dämpfung, unmittelbar beeinflusst werden. Die Regelstruktur geht gezielt einige Vereinfachungen an: würden alle zutreffenden Verzögerungen der Messglieder berücksichtigt, so würde die Systemordnung auf das Doppelte steigen.

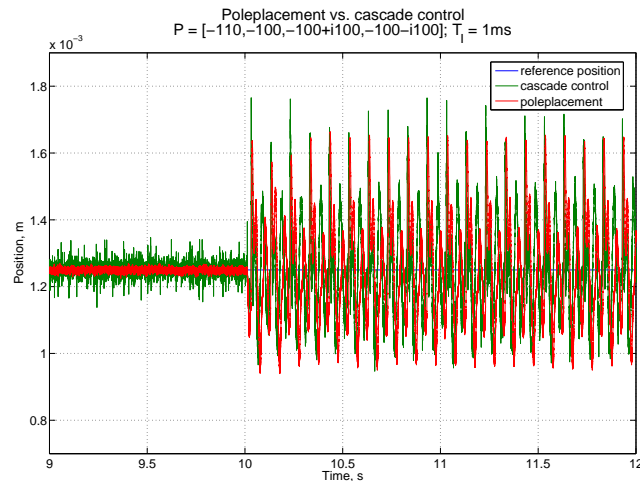


Bild 2.14: Störverhalten. Experiment. Polplatzierung auf $P = [-100, -100 + i100, -100 - i100]$ gegen Kaskadenregelstruktur mit Summenzeitkonstante $T_{\Sigma,i} = 1 \text{ ms}$

Die Kaskadenregelstruktur ist dagegen einfacher aufgebaut. Die Reglerauslegung erfolgt nach festen Kriterien durch die Vorgabe des einzigen Parameters, der Summenzeitkonstante des Stromregelkreises, und ist somit robuster und zuverlässiger als andere Regelstrukturen. Diese Eigenschaft ist besonders bei der Inbetriebnahme eines Magnetlagers von großer Bedeutung. Im Gegensatz zur Zustandsregelung, werden die Verzögerungsglieder der Strom-, Geschwindigkeits-, und Lagemessung nicht einfach ignoriert, sondern als kleine Summenzeitkonstanten bei der Optimierung der jeweiligen Regelkreise aufgefasst. Dabei wird die zu regelnde Strecke immer wieder auf ein PT2- oder Schwingungsglied zurückgeführt, so dass sich die Reglerauslegung besonders einfach und transparent gestaltet.

Eine spannungsgesteuerte Regelstruktur kann nur bei der Einzelansteuerung des oberen Magnetes mit dem stromgesteuerten Regelsystem mithalten, 2.15. Der untere Magnet bewirkt lediglich eine konstante luftspaltunabhängige Vorspannung des Sekundärteils.

Aufgrund der mangelnden Herstellungsmittel, und der daraus folgenden niedrigen Herstellungstoleranzen des Aufbaus der Versuchsanlage, insbesondere des Shakers, ist mit einer niedrigen Wiederholungsgenauigkeit zu rechnen. Die Konstruktion des Shakers hat zudem einen ausgeprägt ungleichmäßigen Amplitudenfrequenzgang. Daher ist es häufig schwierig ein Urteil über die Qualität eines jeweiligen Regelungskonzeptes über die relevante Band-

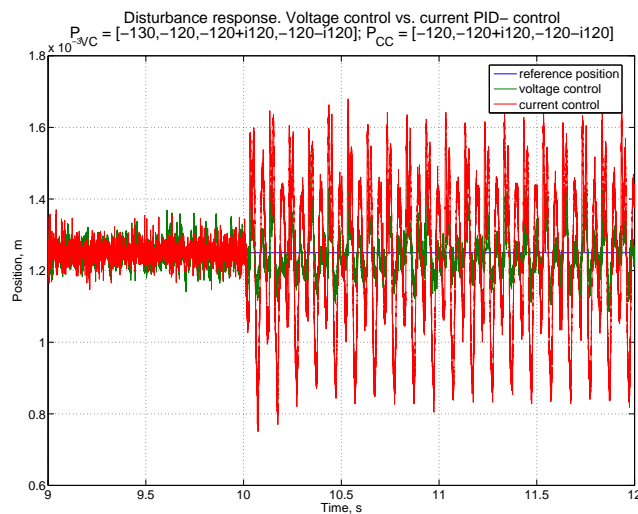


Bild 2.15: Spannungssteuerung. Polplatzierung auf $P = [-130, -120, -120 + i120, -120 - i120]$ gegen Stromsteuerung mit Polplatzierung auf $P = [-120, -120 + i120, -120 - i120]$

breite eindeutig zu treffen. Weitere Untersuchungen auf den ordnungsgemäß gebauten Anlagen sind erforderlich. Was jedoch sicher festgestellt werden kann, ist die Tatsache, dass die optimierten Regler, unabhängig von ihrer Struktur und der ihr zu Grunde liegenden Theorie, auffallend ähnliche Eigenschaften aufweisen. Dies deutet darauf, dass eine weitere prinzipielle Steigerung der dynamischen Steifigkeit nur anhand von anderen Systemkomponenten, wie Beschleunigungssensoren, oder Aktoren anderer Art, wie z. B. Piezoaktoren, die die realisierbare Bandbreite bedeutsam erweitern, möglich ist.

2.5 *Feedback Linearisation* des stromgesteuerten Magnetlagers

2.5.1 Theoretische Grundlagen der *Feedback Linearisation*

Trotz der in den vorherigen Abschnitten gesammelten Erkenntnisse, wird hier versucht, unter Einbeziehung der nichtlinearen Regelalgorithmen, die Regelqualität des Magnetlagers weiter zu steigern.

Die bisher betrachteten Regler gehören zur Klasse der linearen Regler, das heißt, deren Entwurf basiert auf einem linearen Modell der Strecke. Der Einsatz des nichtlinearen inversen Modells zur Kompensation der dem Regelobjekt zugehörigen Nichtlinearitäten, ist regelungstechnisch unkorrekt, da er ein unendlich schnelles Übertragungsverhalten des

Stromregelkreises voraussetzt, was nicht der Realität entspricht. Die, so getroffene Vereinfachung, genügt zwar den meisten Anforderungen das Werkstück in einem Betriebspunkt möglichst starr zu positionieren. Wird jedoch vom Lager eine dynamische Auslenkung vom stationären Arbeitspunkt verlangt, ist eine nichtlineare Regelstruktur wünschenswert. Ein bewährtes Verfahren zur Regelung nichtlinearer Strecken ist eine Linearisierung der Rückführung (engl. *feedback linearisation*), deren Vorgehen sich in die folgenden Schritte unterteilen lässt:

- nichtlineare Koordinatentransformation
- lineare Regelung der virtuellen Koordinaten
- Rücktransformation zu Berechnung der Stellgröße

Es soll an dieser Stelle auf die zahlreichen Publikationen hingewiesen werden, z. B. [Pal05],[AMZ04], die die theoretischen Grundlagen des Prinzips ausführlich behandeln. Hier wird sofort auf die praktische Umsetzung der Regelungstheorie (zuerst für einen Einzelmagnet, und anschließend für ein differenzgeschaltetes bzw. differenzgesteuertes Magnetlager) eingegangen. Das Regelungsproblem soll mitsamt der Realisierung und dem praktischen Nutzen in Bezug auf eine Werkzeugmaschine analysiert werden, anschließend soll über die Zweckmäßigkeit dieses Ansatzes entschieden werden.

2.5.2 Feedback-linearisierte Regelung alleinstehendes Magnetes

Laut der Gleichung 1.12 unter Einbeziehung der Formel 2.5 kann das nichtlineare Modell eines Einzelmagnetes im Zustandsraum wie folgt beschrieben werden:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ g - C \frac{x_3^2}{(\delta_{Fe} + 2x_1)^2} \\ -\frac{x_3}{T_0 R} + \frac{i_{ref}}{T_0 R} \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Die nichtlineare Strecke hat demnach die Form:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x) + g(t, x)u \\ y = h(x), \end{cases} \quad (2.23)$$

und kann in die Regelungsnormform

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_n \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (2.24)$$

transformiert werden. Dies erfolgt durch eine nichtlineare Zustandsraumtransformation:

$$z = \Phi(x), \quad (2.25)$$

wobei die Funktion $\Phi(x)$ invertierbar und zugleich stetig differenzierbar sein soll. Sie wird als eine Reihe der sukzessiven Zeitableitungen der Ausgangsgröße y gebildet, solange sie nicht zur Funktion des Eingangssignals u wird.

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} y \\ \frac{d}{dx}y \\ \frac{d^2}{dx^2}y \\ \frac{d^3}{dx^3}y \\ \vdots \\ \frac{d^{r-1}}{dx^{r-1}}y \end{bmatrix}. \quad (2.26)$$

In Anbetracht der Gleichung 2.22, wird die erste Ableitung folgendermaßen geschrieben:

$$\dot{y} = \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial x} f(x) + \frac{\partial h}{\partial x} g(x)u. \quad (2.27)$$

Der Ausdruck $\frac{\partial h}{\partial x} f(x)$ stellt die Ableitung der Funktion h entlang des Vektorfeldes $f(x)$ dar, und ist in der Mathematik als Lie-Ableitung $\frac{\partial h}{\partial x} f(x) = \mathcal{L}_f h(x)$ bekannt. Das Symbol des Lie-Operators $\mathcal{L}_f \phi$ wird wie folgt definiert:

$$\mathcal{L}_f \phi \equiv \langle d\phi, f \rangle = \left[\frac{\partial \phi}{\partial x_1} \quad \frac{\partial \phi}{\partial x_2} \quad \cdots \quad \frac{\partial \phi}{\partial x_n} \right] \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \vdots \\ f_n(x) \end{bmatrix}. \quad (2.28)$$

Das Gleiche gilt auch für den zweiten Summand: $\frac{\partial h}{\partial x} g(x) = \mathcal{L}_g h(x)$. Falls der zweite Summand gleich Null ist $\frac{\partial h}{\partial x} g(x) = \mathcal{L}_g h(x) = 0$, wird die zweite Ableitung von y genommen:

$$\ddot{y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial h}{\partial x} f(x) \right) f(x) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial h}{\partial x} f(x) \right) g(x) u. \quad (2.29)$$

Unter Einbeziehung der Lie-Ableitung kann die Formel 2.29 wie folgt geschrieben werden:

$$\ddot{y} = \mathcal{L}_f \mathcal{L}_f h(x) + \mathcal{L}_g \mathcal{L}_f h(x) u. \quad (2.30)$$

Im Allgemeinen für eine n -te Ableitung gilt demnach:

$$y^{(n)} = \mathcal{L}_f^n h(x) + \mathcal{L}_g \mathcal{L}_f^{n-1} h(x) u. \quad (2.31)$$

Die Ableitung wird so lange genommen bis letztendlich der Term $\mathcal{L}_g \mathcal{L}_f^{r-1} \neq 0$ erscheint. Die Zahl r wird dabei als *relativer Grad* des Systems bezeichnet.

Angewendet auf das System 2.23 ergeben sich:

- für die nullte Ableitung:

$$z_1 = y^{(0)} = x_1, \quad (2.32)$$

- für die erste Ableitung:

$$z_2 = \dot{y} = x_2, \quad (2.33)$$

- für die zweite Ableitung:

$$\begin{aligned} z_3 = \ddot{y} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ g - C \frac{x_3^2}{(\delta_{Fe} + 2x_1)^2} \\ -\frac{x_3}{T_0 R} + \frac{i_{ref}}{T_0 R} \end{bmatrix} \\ &= g - C \frac{x_3^2}{(\delta_{Fe} + 2x_1)^2}, \end{aligned} \quad (2.34)$$

- für die dritte Ableitung:

$$\begin{aligned}
y^{(3)} &= \begin{bmatrix} 4C \frac{x_3^2}{(\delta_{Fe} + 2x_1)^3} & 0 & -2C \frac{x_3}{(\delta_{Fe} + 2x_1)^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ g - C \frac{x_3^2}{(\delta_{Fe} + 2x_1)^2} \\ -\frac{x_3}{T_0 R} + \frac{i_{ref}}{T_0 R} \end{bmatrix} = \\
&= 4C \left(\frac{x_3^2}{(\delta_{Fe} + 2x_1)^3} \right) x_2 - 2C \left(\frac{x_3}{(\delta_{Fe} + 2x_1)^2} \right) \left(-\frac{x_3}{T_0 R} + \frac{i_{ref}}{T_0 R} \right).
\end{aligned} \tag{2.35}$$

Die Gleichungen der Umkehrtransformation Φ^{-1} lassen sich direkt aus den Gleichungen 2.32-2.34 entnehmen:

$$\begin{aligned}
x_1 &= z_1 \\
x_2 &= z_2 \\
x_3 &= \sqrt{\frac{1}{C} (g - z_3) (\delta_{Fe} + 2x_1)^2}.
\end{aligned} \tag{2.36}$$

Die Struktur der Lageregelung einschließlich der Feedback Linearisierung kann dem Bild 2.16 entnommen werden. Das nichtlineare Übertragungsglied, das die Transformation des

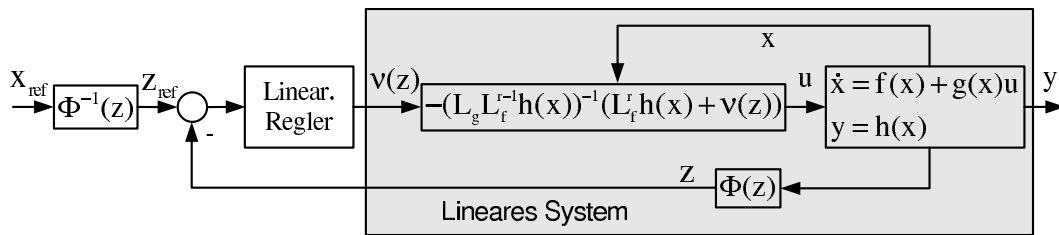


Bild 2.16: Struktur der Feedback Linearisierung

Stellsignals umgesetzt, wird in der Struktur formal durch den Ausdruck

$$-\left(\mathcal{L}_g \mathcal{L}_f^{r-1} h(x) \right)^{-1} \left(\mathcal{L}_f^r h(x) + v(z) \right)$$

dargestellt. Der Stromsollwert berechnet sich für den konkreten Fall zu:

$$i_{ref} = -T_0 R \frac{(\delta_{Fe} + 2x_1)^2}{2C x_3} v(z) + T_0 R \frac{2x_2 x_3}{\delta_{Fe} + 2x_1} + x_3 \tag{2.37}$$

Beim ersten Anblick der Formel 2.37 tritt eine für die praktische Realisierung bedeutsame Einschränkung hervor: strebt der Magnetstrom oder der Luftspalt gegen Null - so strebt entsprechend der erste oder der zweite Term der Gleichung 2.37 gegen die Unendlichkeit. Unter Berücksichtigung des unvermeidlich präsenten Messrauschens führt diese Tatsache zu starken Schwankungen des Stellsignals bis hin zum Verlust der Regelstabilität. Dieser fordert eine sorgfältige Filterung der beiden Messsignale und reduziert zwangsläufig die Dynamik der Lageregelung.

Hinsichtlich des Lagereglers stellt die zu regelnde Strecke, welche im Bild 2.16 grau schraffiert ist, eine lineare Strecke dar. Die Regelung der virtuellen Zustände kann nach jedem beliebigen Algorithmus erfolgen, z. B. nach der Zustandsregelung.

Um nach der Regelungsqualität beurteilen zu können, wurden die experimentellen Ergebnisse des nichtlinearen Reglers der Kaskadenstruktur gegenübergestellt. Das System mit dem betragsoptimierten Geschwindigkeitsregelkreis und nach dem symmetrischen Optimum eingestellten Lageregelkreis [Rie06] liefert folgende Übertragungsfunktion:

$$G_W = \frac{\delta}{\delta_{ref}} = \frac{1 + 8T_{\Sigma,i}s}{1 + 8T_{\Sigma,i}s + 32T_{\Sigma,i}^2s^2 + 64T_{\Sigma,i}^3s^3}, \quad (2.38)$$

und weist für die Summenzeitkonstante $T_{\Sigma,i} = 1.2ms$ die Polstellen auf:

$$P = \begin{pmatrix} -208.33 \\ -104.17 + 180.42i \\ -104.17 - 180.42i \end{pmatrix}. \quad (2.39)$$

Um einen korrekten Vergleich der Regelqualitäten zu ermöglichen, werden die Pole des neu entworfenen Zustandsreglers an dieselbe Stelle platziert. Aus dem Bild 2.17 ist ersichtlich,

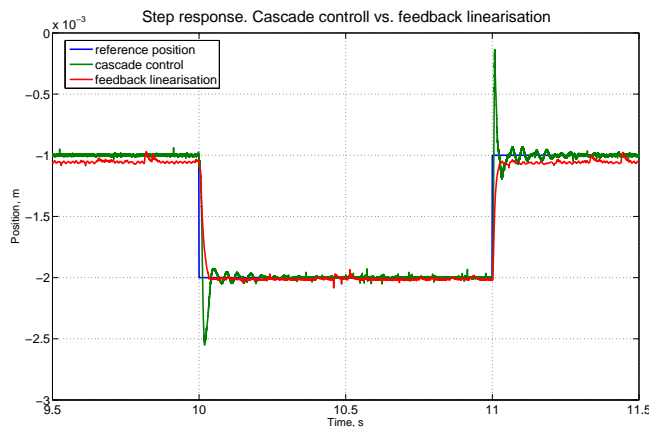


Bild 2.17: Steuerverhalten des P-Reglers mit Feedback Linearisation

dass ein proportionaler Lageregler eine bleibende Regeldifferenz aufweist und um einen zusätzlichen Zustand erweitert werden soll. Die erweiterte Regelung gewährleistet die stationäre Genauigkeit 2.18 und wird vorzugsweise behandelt. Da die Dynamik einer erweiterten Regelstrecke sich verlangsamt, entspricht eine von der Anregelzeit äquivalente Einstellung der Kaskadenstruktur einer Zeitkonstante von $T_{\Sigma,i} = 5ms$. Die Übertragungsfunktion 2.38

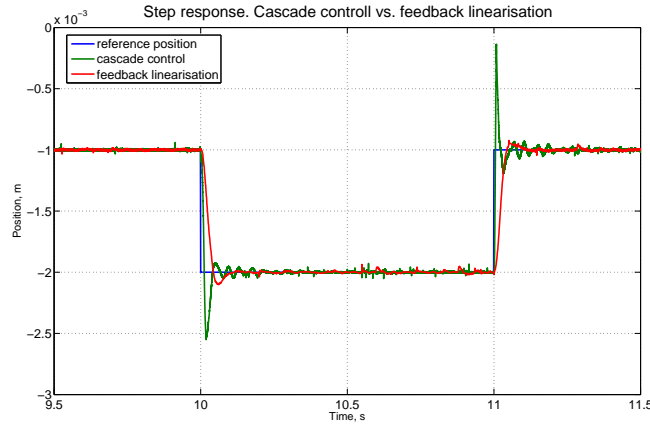


Bild 2.18: Steuerverhalten des PID-Reglers mit Feedback Linearisation

weist dafür die folgenden Polstellen auf:

$$P = \begin{pmatrix} -50 \\ -25 + 43.3i \\ -25 - 43.3i \end{pmatrix}, \quad (2.40)$$

die der Auslegung des erweiterten Zustandsreglers dienen.

2.5.3 Implementierung an einen bidirektional wirkenden Aktor

Im Fall eines bidirektional wirkenden Aktors hat die Systembeschreibung die Form:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ g - C \left(\frac{(i_v + x_3)^2}{(\delta_{Fe} + 2x_1)^2} - \frac{(i_v - x_3)^2}{(\delta_{Fe} + 2(\delta_\Sigma - x_1))^2} \right) \\ -\frac{x_3}{T_0 R} + \frac{i_{ref}}{T_0 R} \end{bmatrix}. \quad (2.41)$$

Die nullte und die erste Ableitung sind mit den Formeln 2.32 und 2.33 identisch. Die zweite Ableitung

$$\begin{aligned} z_3 = \ddot{y} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ g - C \left(\frac{(i_v + x_3)^2}{(\delta_{Fe} + 2x_1)^2} - \frac{(i_v - x_3)^2}{(\delta_{Fe} + 2(\delta_\Sigma - x_1))^2} \right) \\ -\frac{x_3}{T_0 R} + \frac{i_{ref}}{T_0 R} \end{bmatrix} \\ &= g - C \left(\frac{(i_v + x_3)^2}{(\delta_{Fe} + 2x_1)^2} - \frac{(i_v - x_3)^2}{(\delta_{Fe} + 2(\delta_\Sigma - x_1))^2} \right) \end{aligned} \quad (2.42)$$

liefert allerdings eine Gleichung nach der Variable $y^{(3)}$, die für die Umkehrtransformation $x_3 = f(z)$ eine quadratische Gleichung darstellt:

$$\begin{aligned}
 y^{(3)} &= \left[4C \left(\frac{(i_v + x_3)^2}{(\delta_{Fe} + 2x_1)^3} + \frac{(i_v - x_3)^2}{(\delta_{Fe} + 2(\delta_\Sigma - x_1))^3} \right) \quad 0 \quad -2C \left(\frac{i_v + x_3}{(\delta_{Fe} + 2x_1)^2} + \frac{i_v - x_3}{(\delta_{Fe} + 2(\delta_\Sigma - x_1))^2} \right) \right] \times \\
 &\times \left[\begin{array}{c} x_2 \\ g - C \left(\frac{(i_v + x_3)^2}{(\delta_{Fe} + 2x_1)^2} - \frac{(i_v - x_3)^2}{(\delta_{Fe} + 2(\delta_\Sigma - x_1))^2} \right) \\ -\frac{x_3}{T_0 R} + \frac{i_{ref}}{T_0 R} \end{array} \right] = \tag{2.43} \\
 &= 4C \left(\frac{(i_v + x_3)^2}{(\delta_{Fe} + 2x_1)^3} + \frac{(i_v - x_3)^2}{(\delta_{Fe} + 2(\delta_\Sigma - x_1))^3} \right) x_2 - \\
 &- 2C \left(\frac{i_v + x_3}{(\delta_{Fe} + 2x_1)^2} + \frac{i_v - x_3}{(\delta_{Fe} + 2(\delta_\Sigma - x_1))^2} \right) \left(-\frac{x_3}{T_0 R} + \frac{i_{ref}}{T_0 R} \right).
 \end{aligned}$$

Die ersten zwei Gleichungen der Umkehrtransformation Φ^{-1} lassen sich direkt aus den Gleichungen 2.32 und 2.33 entnehmen:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= z_1 \\
 x_2 &= z_2.
 \end{aligned} \tag{2.44}$$

Die dritte Gleichung ist die Lösung der quadratischen Gleichung 2.43 nach dem Zustand x_3 . Aufgrund der Komplexität und Mehrdeutigkeit der Lösung von Gleichung 2.43, rechtfertigt sich eine praktische Implementierung dieses Ansatzes für einen bidirektional wirkenden Aktor nicht.

2.6 Gleitmodusregelung eines stromgesteuerten Magnetlagers

2.6.1 Theoretische Grundlagen der Gleitmodusregelung

Ein strukturvariables Regelungssystem (engl. *variable structure control system - VSCS*) ist ein nichtlineares Regelungssystem, das aus einer Gesamtheit von stetigen Untersystemen - Strukturen besteht. Der Umschaltvorgang (das Umschlagen) zwischen den verschiedenen Strukturen erfolgt während des Betriebes und nach einer bestimmten Regel. Die Steuervorrichtung enthält Schaltelemente, die die Verbindungen zwischen den Funktionselementen des Systems unterbrechen und wiederherstellen und somit

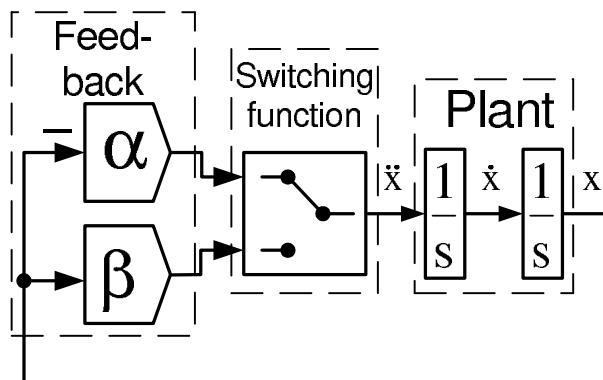


Bild 2.19: Strukturvariables Regelungssystem

von einer Struktur auf die andere wechseln können. Die Möglichkeiten dieser Regelung werden durch die Nutzung von Einzelstrukturen und deren Verhalten bedeutend erweitert, darüber hinaus dem gesamten Regelungssystem können solche Verhalten zugewiesen werden, die keinem separaten Untersystem eigentümlich sind. Die Besonderheiten eines strukturvariablen Regelungssystems werden anhand der einfachen zu regelnden Strecke 2.19 erläutert, deren Verhalten durch die folgende Differentialgleichung beschrieben wird:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = u, \quad (2.45)$$

womit x - Regelgröße (Istwert), u - Stellgröße, t - Zeit. Es sei im Regelsystem 2.45 entweder eine positive Rückkopplung $u = \beta x$; $\beta > 0$, oder eine negative Rückkopplung $u = \alpha x$; $\alpha < 0$ möglich. α und β seien die Rückkopplungsfaktoren, das hieße, dass das Regelsystem die Struktur „ α “ oder „ β “ annehmen könne. Um das Verhalten des Regelsystems zu veranschaulichen, werden die Phasenporträts (Systemtrajektorien) beider Strukturen im Zustandsraum dargestellt. Es handelt sich im Fall der „ α “ und der „ β “- Struktur um ein grenzstabiles und ein unstabiles Systemverhalten. Das Ziel der Regelung besteht jedoch darin, ein solches Stellsignal u zu erzeugen, welches eine asymptotische Stabilität des Systems sicherstellt. Aus der Phasenporträtanalyse folgt, dass weder eine positive, noch negative Rückkopplung in der Lage ist, die gestellte Aufgabe zu lösen. Die Theorie der strukturvariablen Regelung schlägt

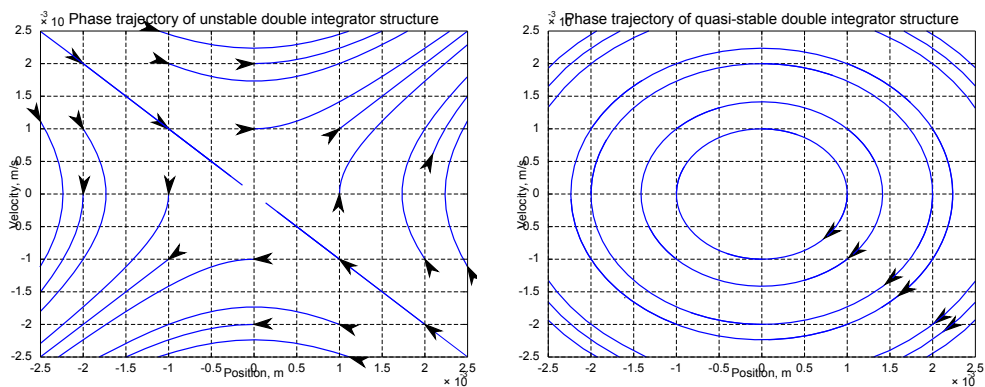


Bild 2.20: Systemtrajektorien bei $\Psi = \beta x$, $\beta > 0$ und bei $\Psi = -\alpha x$, $\alpha > 0$

dagegen das notwendige Schaltgesetz vor:

$$u = \begin{cases} \Psi = -\alpha x, & sx > 0 \\ \Psi = \beta x, & sx < 0, \end{cases} \quad (2.46)$$

wobei:

$$s = cx + \frac{dx}{dt}, \quad c = \text{const}, \quad 0 < c < \sqrt{\beta} \quad (2.47)$$

s die Schaltgerade (im Allgemeinen sogenannte Schalthyperebene) ist.

Das dem Stellgesetz 2.46 entsprechende Systemphasenporträt wird im Bild 2.21 verdeutlicht. Aus der Analyse des neuen Phasenporträts ist ersichtlich, dass die Phasenabbildung

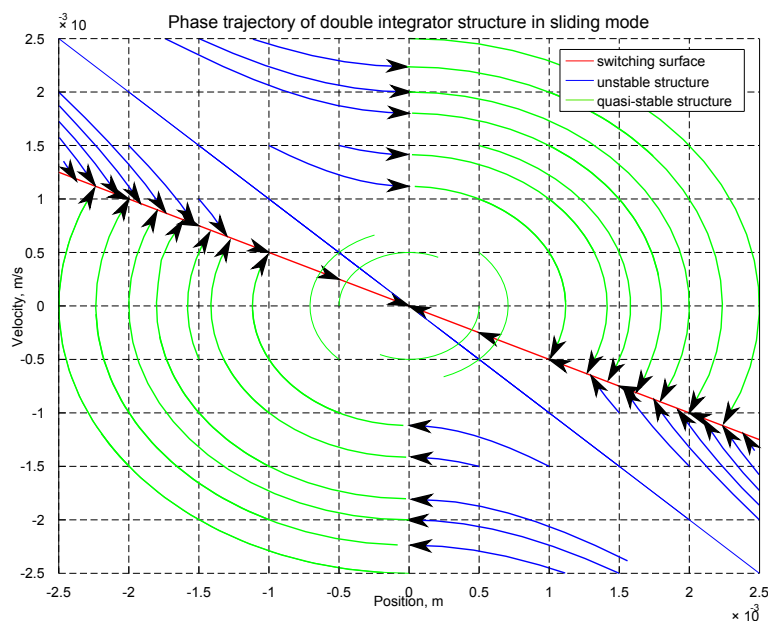


Bild 2.21: Systemtrajektorien bei $\Psi = \beta x$, $\beta > 0$ und bei $\Psi = -\alpha x$, $\alpha > 0$.

des Systems in der Lage ist, aus einer beliebigen Anfangsposition auf die Schaltgerade $s = 0$ zu treffen, die den Abbildungspunkt zum Koordinatenursprung führt. Da in der Umgebung der Schaltgerade die Phasentrajektorien der Struktur „ α “ und „ β “ stets einander entgegen gerichtet sind, bleibt die Phasenabbildung immer auf der Schaltgerade. Dabei gehört die Phasentrajektorie $s = 0$ weder zur Struktur „ α “ noch zur Struktur „ β “. Eine Umschaltung zwischen den beiden Strukturen findet, laut dem Gesetz 2.46, mit einer theoretisch unendlichen Frequenz statt. Es handelt sich dabei um einen Gleitmodusbetrieb, dessen Systemgleichung $s = 0$ ist:

$$s = cx + \frac{dx}{dt} = 0, \quad c = \text{const}, \quad c > 0. \quad (2.48)$$

Die Lösung der Differenzialgleichung 2.48 im Zeitraum ergibt die folgende Gleichung:

$$x = x_0 e^{-ct}, \quad x_0 = x|_{t=0}. \quad (2.49)$$

Aus dem Ausdruck 2.49 lassen sich zwei Fazite ziehen:

- der Einsatz des strukturvariablen Reglers reduziert die Systemordnung,
- beim neuem System handelt es sich um ein PT-1 Glied mit der Zeitkonstante $T = \frac{1}{c}$

Da die beiden Zustände der Gleichung 2.48 mit zunehmender Zeit gegen Null streben, ist die Regelungsaufgabe gelöst. Ein hervorragendes Merkmal des Gleitmodusbetriebs besteht in der Tatsache, dass das Verhalten des neuen Systems sowohl von den Parametern der Regelstrecke als auch von den Rückkopplungsfaktoren völlig unabhängig ist. Das Systemverhalten ist einzeln durch den Faktor c vorgegeben. Das oben behandelte Beispiel zeigt: durch die Kombination der Strukturen, die einzeln eine unakzeptable Regelungsqualität aufweisen, lassen sich solche strukturvariablen Regelungssysteme aufstellen, die im Gleitmodusbetrieb eine Reihe von Vorteilen besitzen, z. B. eine asymptotische Stabilität und eine Parametereunempfindlichkeit. Die strukturvariablen Regelungssysteme können somit in einem, gegenüber den konventionellen Regelungssystemen, breiteren Anwendungsgebiet eingesetzt werden - dort wo die besonders hohen Anforderungen an die Regelung unter Anwesenheit der Parameterschwankungen und Störungen gestellt werden.

Prinzipiell bedingt ist eine Besonderheit der Gleitmodusregelung: unter einigen Umständen ist die Regelstrecke vollständig unempfindlich gegen äußere Störeinträge [Utk74]. Der theoretische Hintergrund dieses Effektes soll etwas näher beleuchtet werden. Es sei eine lineare ungestörte Strecke, die geregelt wird:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t). \quad (2.50)$$

Die Strecke wird ab dem Zeitpunkt t_s von einem Regler in ein ideales Gleiten versetzt:

$$\begin{cases} s(t) = Cx(t) = 0 \\ \dot{s}(t) = C\dot{x}(t) = 0 \end{cases} \quad t \geq t_s. \quad (2.51)$$

Eine Umstellung der zweiten Gleichung nach \dot{x} aus der Formel 2.50 liefert folgendes Ergebnis:

$$C\dot{x}(t) = CAx(t) + CBu(t) = 0. \quad (2.52)$$

Da die Matrix B einen vollen Rang besitzt (die Strecke 2.50 ist a priori regelbar), kann auch der Term CB durch die richtige Wahl des Parameters C nicht-singulär gehalten werden. Aus dem Ausdruck 2.52 tritt dann ein Stellsignal auf, das eine ideale Gleitbewegung des Systems sicherstellt, und als **äquivalentes Steuersignal** (engl. *equivalent control*) bezeichnet wird:

$$u_{eq}(t) = -(CB)^{-1}CAx(t). \quad (2.53)$$

Unter Einbeziehung des äquivalenten Steuersignals liefert die Gleichung 2.50 die Systemgleichung:

$$\dot{x}(t) = (I - B(CB)^{-1}C)Ax(t). \quad (2.54)$$

Der Term $(I - B(CB)^{-1}C) = P_s$ wird als **Projektionsoperator** genannt und besitzt eine bemerkenswerte Eigenschaft, dass

$$CP_s = P_sB = 0. \quad (2.55)$$

Im Fall einer realen Regelstrecke, die mit Unsicherheiten und Störungen $f(t, x, u) = D\xi(t, x)$ behaftet ist:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + D\xi(t, x), \quad (2.56)$$

wird die äquivalente Steuerung analog zu Formel 2.53 wie folgt aufgelistet:

$$u_{eq}(t) = -(CB)^{-1}(CAx(t) + CD\xi(t, x)), \quad t \geq t_s. \quad (2.57)$$

Daraus resultiert die anschließende Systemgleichung für die Gleitbewegung:

$$\dot{x}(t) = P_sAx(t) + P_sD\xi(t, x), \quad t \geq t_s. \quad (2.58)$$

Kann die Störgrößenmatrize D als Produkt der Eingangsmatrize B und eines linearen Operators R aufgefasst werden:

$$D = BR, \quad (2.59)$$

ist somit die Bedingung erfüllt, dass die Störgrößeneinwirkung zum Streckeneingang zurücktransformiert werden kann - die sogenannte engl. *matching condition*. Laut Eigenschaft 2.55 ergibt sich daraus:

$$P_s D = P_s (BR) = (P_s B) R = 0. \quad (2.60)$$

Die Systemgleichung hat die Form 2.57 und ist gegen äußere Störungen vollständig unempfindlich. Aus der Formel 2.59 geht die Voraussetzung zum Aufbau eines störunempfindlichen Regelsystems hervor: Im Fall einer SISO-Strecke sollen die Vektoren B und D durch einen linearen Faktor R miteinander verkoppelt sein. In Bezug auf das Magnetlager, kann diese Anforderung erfüllt werden, indem die Regelung als eine stromgesteuerte Struktur 2.22 aufgebaut wird. In diesem Fall steht der Störgrößenvektor D zum Eingangsvektor B als ein Proportionalitätsfaktor $R = 1/K_i$.

2.6.2 Gleitmodusregelung nach Utkin

Das im Beispiel angeführte Regelungssystem 2.19 kann direkt an die Klasse der stromgesteuerten Magnetlagern 1.5 angewendet werden. Wie bereits die im Kapitel 1.7 (Abschnitt „Differenzschaltung der Magnete“) behandelte Struktur, beruht das Regelungsprinzip auch hier auf der Voraussetzung eines genügend schnellen Stromregelkreises, der die Kompensation des nichtlinearen Streckenverhaltens mittels Vorschaltung des inversen Modells ermöglicht. Aus der Sicht des Lagereglers stellt somit die restliche Struktur ein Doppelintegrationsglied dar.

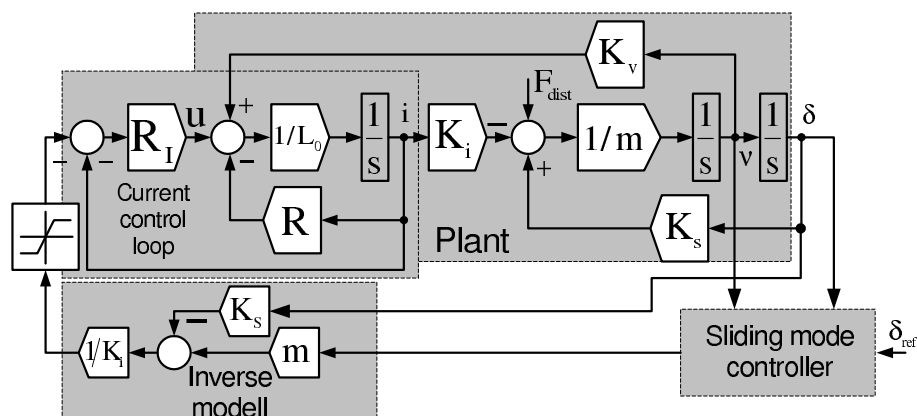


Bild 2.22: Struktur der Gleitmodusregelung mit integriertem inversen Streckenmodell

Im Allgemeinen soll der Regelentwurf den drei wesentlichen Bedingungen genügen:

- Bestehensbedingung der Gleithyperebene
- Stabilitätsbedingung der Gleitbewegung

- Treffbedingung des Abbildungspunktes auf die Gleithyperebene

Die **Bestehensbedingung** der Gleithyperebene besagt, ob im Phasenraum \mathbb{R}^n eine Hyperebene existiert, in deren Umgebung die Systemtrajektorien stets einander gegengerichtet sind - das heißt, dass die Schaltgerade (ggfs. Hyperebene) stets anziehend auf den Systemphasenpunkt wirkt, unabhängig von der aktuellen Position des Phasenpunktes.

$$\lim_{s \rightarrow +0} \dot{s} < 0 \quad \text{und} \quad \lim_{s \rightarrow -0} \dot{s} > 0. \quad (2.61)$$

Die Gleichung 2.61 wird häufig in der für die Handhabung bequemer Form geschrieben:

$$\lim_{s \rightarrow +0} s \dot{s} < 0, \quad (2.62)$$

die in der Literatur als Erreichbarkeits-Bedingung (*reachability condition* [Utk74]) bekannt ist. Die Bedingung 2.62 an sich garantiert jedoch keine ideale Gleitbewegung, sondern eine asymptotische Annäherung des Phasenpunktes an die Hyperebene. Diese Aussage bestätigt ebenfalls das eingeführte Beispiel des Doppelintegrator-Systems, das mit einem strukturvariablen Regler ausgestattet ist: Der Zustandsvektor erreicht seinen Referenzwert erst nach Ablauf der unendlichen Zeit. Eine stärkere Bedingung (η - *reachability condition* [2]) stellt die ideale Gleitbewegung sicher:

$$\lim_{s \rightarrow +0} s \dot{s} < -\eta(s), \quad \eta(s) > 0, \quad (2.63)$$

wobei η - eine kleine positive Konstante ist.

Die Beschreibung des vereinfachten Systems im Zustandsraum lautet:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad c^T = [c_1, c_2]; \quad (2.64)$$

$c^T = [c_1, c_2]$ -ist der Komponentenvektor der Schaltgerade $s = c^T x$. Die Anzahl der Zustände x_1, x_2, \dots, x_n die zur Formierung des Steuersignals u beitragen, kann grundsätzlich variieren:

$$u = - \sum_{i=1}^k \Psi_i x_i - \eta, \quad k \leq n - 1. \quad (2.65)$$

Für das System der 2-er Ordnung kommt jedoch nur das Ausgangssignal $x_1 = \delta$ infrage:

$$u = -\Psi x_1 - \eta,$$

$$\Psi = \begin{cases} \alpha, & x_1 s > 0, \\ \beta, & x_1 s < 0, \end{cases} \quad s = c_1 x_1 + c_2 x_2. \quad (2.66)$$

Die Bedingung 2.63 nimmt für das lineare System folgende Gestalt an:

$$\left. \begin{aligned} (c^T b) \alpha_i &\geq c^T a^i - c_i (c^T a^n), \\ (c^T b) \beta_i &\leq c^T a^i - c_i (c^T a^n), \end{aligned} \right\} \quad i = 1, \dots, k, \quad (2.67)$$

$$\frac{c^T a^i}{c^i} = c^T a^n, \quad i = k+1, \dots, n-1,$$

wobei a^i der i -ter Spalt der Matrix A ist. An das System 2.45 angewendet berechnen sich die Koeffizienten zu:

$$\begin{cases} \alpha_1 \geq -c_1^2, \\ \beta_1 \leq -c_1^2. \end{cases} \quad (2.68)$$

Der oben betrachtete Fall bezieht sich auf eine freie Bewegung des Systems, eine ohne Einwirkung jeglicher Störungen. Eine stationäre Störkraft bewirkt indessen eine Auslenkung der Phasentrajektorien, 2.23, im Vergleich zu den Trajektorien einer freien Bewegung (blaues Diagramm), so dass die **Stabilitätsbedingung** der Gleitbewegung nicht auf der gesamten Schaltgerade erfüllt ist, sondern in Umgebung des Ursprungs verletzt wird. Der Phasenab-

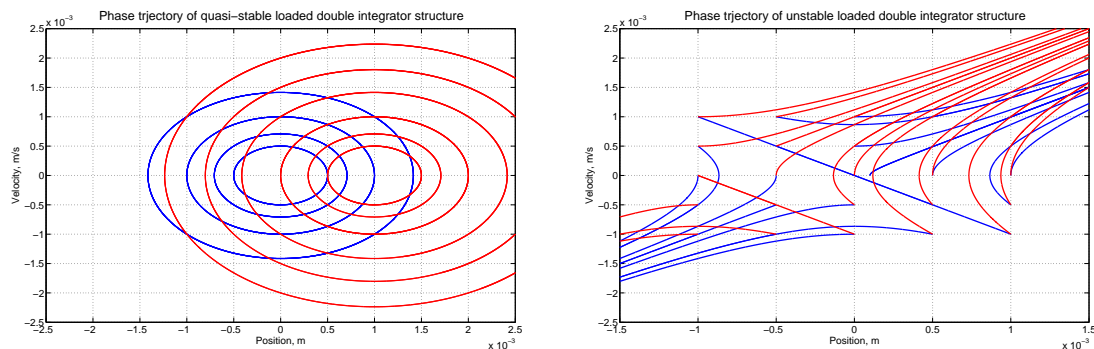


Bild 2.23: Quasistabile und instabile Doppelintegratorstruktur unter Einwirkung stationärer Kraft

bildungspunkt verlässt dabei die festgelegte Schaltgerade und damit den Gleitmodusbetrieb und geht in die α - Struktur über, 2.24, sodass System in eine ungedämpfte Schwingung versetzt wird. Bemerkenswert dabei ist, dass die Amplitude der Schwingung direkt von dem Koeffizient der Schaltgerade c abhängt, d. h. je dynamischer die Regelung des freien Systems eingestellt ist, desto höher ist die Schwingungsamplitude.

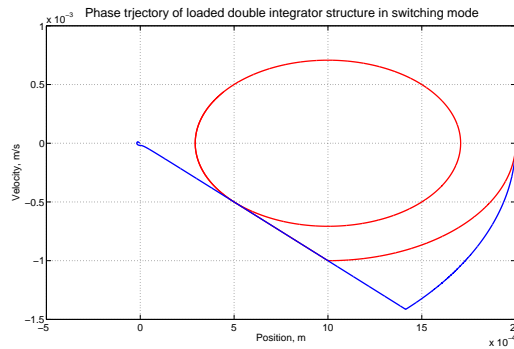


Bild 2.24: Doppelintegratorstruktur unter Einwirkung stationärer Kraft im Schaltbetrieb

Die Theorie der Gleitmodusregelung bietet verschiedene Ansätze zum Beheben des genannten Problems:

- Einführung bzw. Erhöhung des Relais-Anteils η der diskontinuierlichen Steuerfunktion Ψ laut der Formel 2.66;
- kombinierte Regelung - Aufbau einer zusätzlichen Regelschleife, die sich um das Stellglied schließt, sodass ein zusätzlicher Gleitmodusregler parallel zum vorhandenen Stromregler betrieben wird, zwecks Kompensierung der Auswirkung der Störkraft;

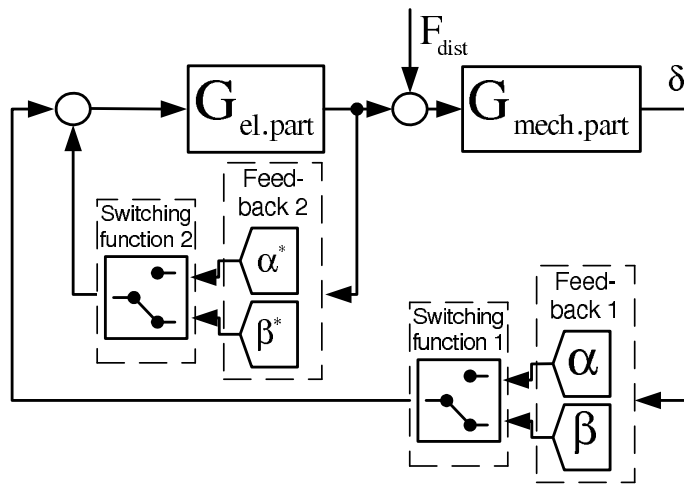


Bild 2.25: Kombinierte Regelung

Die ersten beiden Verfahren setzen allerdings ein Kenntnis über die höchstmögliche auftretende Störkraft $|F_{dist}|$ voraus, außerdem erhöhen sie das Flattern des Steuersignals, welches sich in den akustischen Geräuschen wiederfindet.

- Synthese der Gleitbewegung, die von den anderen Unterstrukturen ausgeht, für die die Stabilitätsbedingung auch im Fall einer Störkraft gegeben ist, z. B. anhand der instabilen Unterstrukturen. Dies legt allerdings zusätzliche Einschränkungen an die Auswahl der Schaltgerade. Das größte Problem stellt jedoch die verletzte **Treffbedingung** des Phasenabbildungspunktes dar. D. h. das System soll anfangs durch andere Mittel in die Nähe der Schaltgerade befördert werden.

- Stabilität der Gleitbewegung kann mittels der konventionellen Maßnahmen aus der klassischen Regelungstheorie - Störgrößenaufschaltung, gewährleistet werden.

Zustandsbeobachter. Störgrößenkompensation

Zur Implementierung der Gleitmodusregelung ist es notwendig, über alle Zustände zu verfügen. Der Bedarf an aktueller Zustandsinformation geht aus der Gleichung der Schalthyperebene hervor. Analog zur klassischen Zustandsregelung können die nicht messbaren Zustände anhand eines Beobachters rekonstruiert und dem Gleitmodusregler bereitgestellt werden. Eine weitere Besonderheit, die sich aus dem Einsatz des Beobachters entwickelt, ist die Möglichkeit der Rekonstruktion und der anschließenden Kompensation der Störeinwirkung. Die Idee der Störgrößenkompensation kann aus dem Bild 2.26 entnommen werden. Die Störgrößenvorsteuerung verbessert sowohl das dynamische als auch das statische Ver-

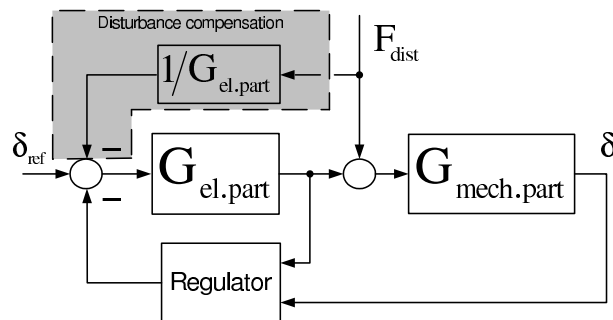


Bild 2.26: Prinzip der Störgrößenaufschaltung

halten der Gleitmodusregelung. Im Fall einer Gleitmodusregelung, die für eine Strecke 2-er Ordnung ausgelegt ist, bewirkt die Störgrößenkompensation, analog zum I-Anteil eines PI-Reglers, eine vollständige Eliminierung des statischen Regelungsfehlers, der sonst durch die Parameterschwankung entstehen würde. Da die Störgröße direkt ins Stellsignal vorgeschaltet wird und nicht mit in die Regelschleife eingewickelt wird, kann die Dynamik der Störgrößenkompensation separat von der Reglerdynamik betrachtet werden.

Das Bild 2.27 veranschaulicht eine gute Übereinstimmung des Steuerverhaltens des Regelsystems (rotes Diagramm) für die unterschiedlichen Neigungen der Schaltgerade c_1 , mit der entsprechenden Sprungantwort eines PT-1 Gliedes, welches die Zeitkonstante $T = 1/c_1$ besitzt (blaues Diagramm). Die rechts befindlichen Diagramme rechts zeigen das Treffen des Phasenpunktes auf die Schaltgerade und das anschließende Gleiten zum Ursprung. Statt eines idealen Gleitens findet hier eine schwingungsartige Bewegung des Phasenpunktes um die Schaltgerade statt, die durch die Nichtidealitäten des Schaltgliedes bedingt ist. Als solche tritt an erster Stelle die vernachlässigte Verzögerung des Stromregelkreises auf. Sowohl

2 Regelung stromgesteuerter Magnetlager

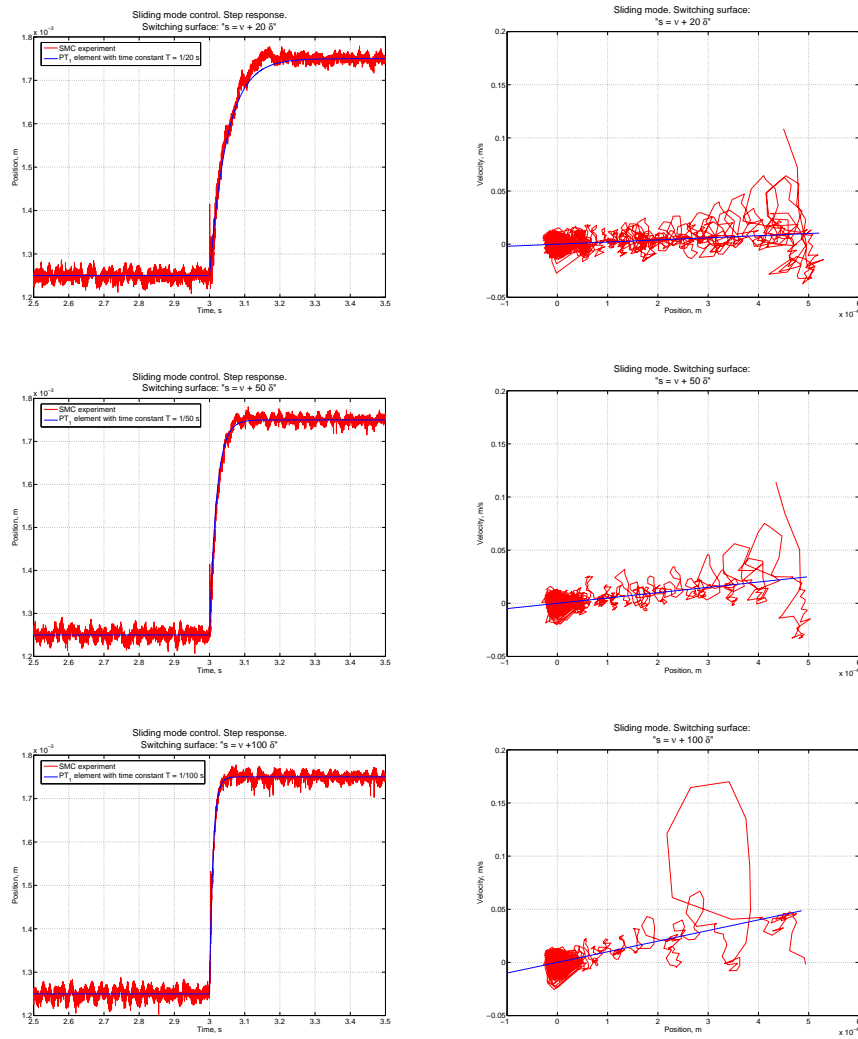


Bild 2.27: Gleitmodusregelung, Sprungantwort und Gleitgerade $s = c_1 x + v$ für Geradekoeffizienten: $c_1 = 20$, $c_1 = 50$ und $c_1 = 100$

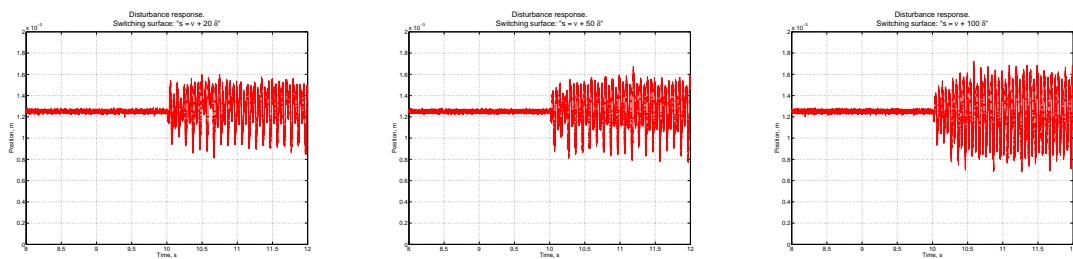


Bild 2.28: Gleitmodusregelung, Störverhalten für Geradekoeffizienten: $c_1 = 20$, $c_1 = 50$ und $c_1 = 100$

die Rekonstruktion der Geschwindigkeit im Zustandsbeobachter als auch die Sensorverzögerung der Lageerfassung tragen zu den Nichtidealitäten des Gleitmodus bei.

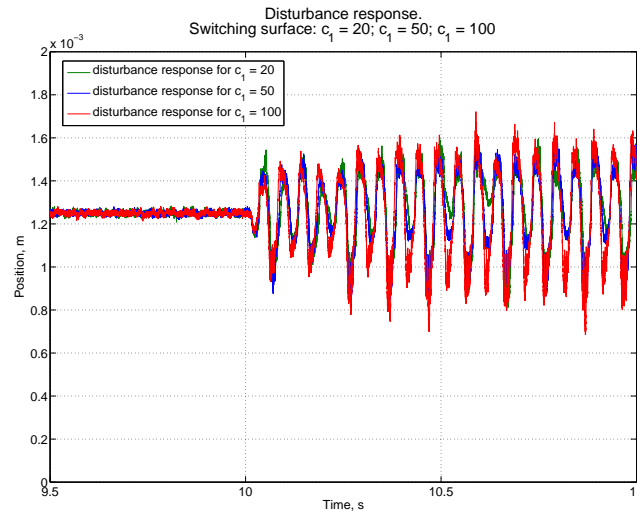


Bild 2.29: Gleitmodusregelung, Störverhalten unter Einsatz einer nichtlinearen Reglernachführung

Das, für die dynamische Steifigkeit relevante Störverhalten, wurde anhand der Shakereinwirkung untersucht, Bild 2.28. Die, mit zunehmender „Härte“ des Reglers ansteigende, Amplitude der Lageabweichung ist die Folge der Modellungenauigkeit, welche sich durch sinkende Robustheit äußert. Die Anpassung des Reglers an die Nichtlinearität der Strecke (analog zu „gain shedding“) führt dazu, dass eine Erhöhung der Reglerdynamik nur geringfügig den Stabilitätsvorrat des geregelten Systems beeinflusst. Das Störverhalten des Lagers ist somit ausschließlich von der Dynamik des Störgrößenbeobachters abhängig, was aus dem Bild 2.29 entnehmbar ist.

2.6.3 Schlussfolgerung

Eine strukturvariable Regelung gehört zur Klasse nichtlinearer Regelsysteme und bietet im Allgemeinen eine höhere Regelqualität im Vergleich zu den linearen Strukturen. Dabei zeichnet sie sich durch ihre hohe Robustheit gegenüber der Feedback Linearisierung aus. Hier wurde viel Wert auf die Transparenz der Auslegung der Regelung und ihre hohe Relation auf physikalische Gegebenheiten, wie die einzelnen Zustände der Regelstrecke in der Natur auftreten, gelegt. Aus diesem Grund wurde sich für die von Utkin erläuterte Regelsynthese entschieden. Andere Verfahren, wie [AMZ04] oder [ES98], die auf einer mathematischen Formalisierung beruhen, wurden abgelehnt.

2.7 Einsatz eines Fluss-Messgebers für indirekte Positionserfassung eines zu lagernden Körpers

Der Versuch, auf die direkte Messung des Luftspaltes zu verzichten besitzt zwei schwerwiegende Gründe: als erstes sei der hohe Preis der Luftspaltsensoren zu nennen und der Platzbedarf, wobei die Sensoren und Aktoren räumlich versetzt eingebaut werden müssen. Da der Kraftansatz und die Positionsmessung an unterschiedlichen Punkten des Sekundärkörpers erfolgen, kann das in den Fällen eines elastischen Sekundärkörpers unkontrollierte Schwingungen hervorrufen. Daher ist es naheliegend die Funktionen eines Aktors und eines Abstandensors in einem Elektromagnet zu vereinigen. Dies kann in zwei prinzipiell unterschiedlichen Wege geschehen: dem Einbau einer Messvorrichtung unmittelbar in den Magneten oder der Rekonstruktion des Abstandes aus den elektrischen Daten des Magnetes. Da es eine Vielzahl an Untersuchungen gibt, die der sensorlosen Luftspalterfassung gewidmet sind, z. B. [Skr04] oder [Fri97], wurde in dieser Arbeit versucht eine Positionsermittlung anhand einer Magnetfeldmessung mit Hall-Sensors zu implementieren.

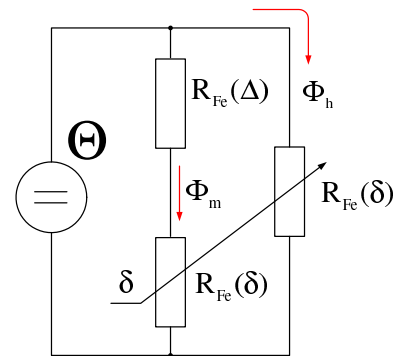


Bild 2.30: Elektrisches Ersatzschaltbild der Magnetfeldmessung

2.7.1 Anordnung des Hall-Sensors

Die Idee, einen Flusssensor mit einem Elektromagnet zusammenzufügen, stößt auf ein Problem ihrer gegenseitigen Platzierung. Wird der Sensor direkt an die Polfläche des Magnetes angebracht, so verringert er mechanisch den Stellweg des Sekundärkörpers. Eine Vergrößerung des Luftspaltes auf die Stärke des Sensors führt zum Abbau der Magnetkraft bzw. fördert einen höheren Strom und somit eine höhere Belastung des Stellgliedes. Ein Ausweg daraus wäre es z. B. den Sensor in eine Aussparung in der Polfläche einzubetten. So lässt sich außerdem, durch die richtige Tiefe der Aussparung, der Messbereich an die zu erwartende Feldstärke anpassen. Ein vorhandener Hall-Sensor Marke „Honeywell“ besitzt einen Messbereich von $\pm 0.084 T$, misst 1.6 mm Gehäusestärke und wird in eine Vertiefung mit den Abmessungen $5 \times 3.5 \times 2 mm$ eingeklebt. Somit ist er vor mechanischen Beanspruchungen geschützt und kann das Magnetfeld über den kompletten Stellbereich erfassen. Allerdings ist das gemessene Feld nicht linear, sondern steht in folgender Beziehung zum Hauptfeld des Magnetes:

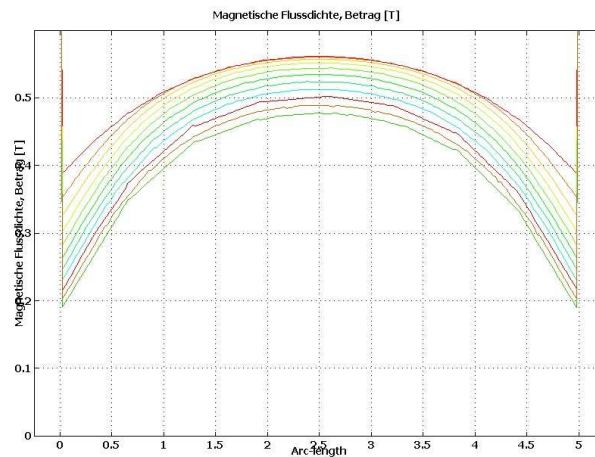


Bild 2.31: FEM-Modellierung des Magnetkreises

$$B_h = \frac{\mu_0 Ni B_m}{\mu_0 Ni - \Delta B_m}, \quad (2.69)$$

wobei Δ die Tiefe der Aussparung ist, B_h die Magnetflussdichte des Hauptflusses und B_m die Magnetflussdichte kennzeichnet, die durch den Sensor erfasst wird. Die Lösung der Formel 1.4 nach dem Luftspalt, angewendet auf das Hautfeld B_h , liefert die gesuchte Position:

$$\delta(t) = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_0 Ni(t)}{B_h(t)} - \frac{l_{Fe}}{\mu_{r,Fe}} \right) \approx \frac{1}{2} \frac{\mu_0 Ni(t)}{B_h(t)}. \quad (2.70)$$

Das Bild 2.30 veranschaulicht ein elektrisches Ersatzschaltbild, das die Verteilung des Magnetfeldes in der bestehenden Versuchsanordnung grob abschätzt. Eine verlässliche Aussage über die Feldverteilung lässt sich erst anhand der FEM- basierten Problemmodellierung treffen. Das Bild 2.31 zeigt ein Ergebnis solcher Modellierung. Die Kurvenschar stellt die Magnetfelddichte entlang der, für den Sensor vorgesehenen Aussparung, dar, unter einer konstanten Durchflutung des Magnetes und für einen sich schrittweise ändernden Abstand zwischen Joch und Magnetkern. Der Luftspalt läuft dabei die Werte von 0 bis 2.5 mm in 0.25 mm-Schritten durch. In der Mitte der Aussparung, an der Stelle des feldempfindlichen Kristalls, kann bis hin zum ganz kleinen Luftspalt, ein nahezu linearer Zusammenhang des gemessenen- und des Hauptfeldes beobachtet werden.

Der benannte nichtlineare Effekt bei $\delta \rightarrow 0$ kann durch einen Kurzschluss des Magnetflusses erklärt werden, wobei die Flusslinien der Sensorstelle ausweichen, sodass die Aussparung zunehmend weniger durchflossen wird. Diese Nichtlinearität kann im Allgemeinen zu einer mehrdeutigen Rekonstruktion des Luftspaltwertes führen, und somit die korrekte Lageregelung erschweren. Der Fall der kleinen Luftspalten wird jedoch in der Praxis meistens

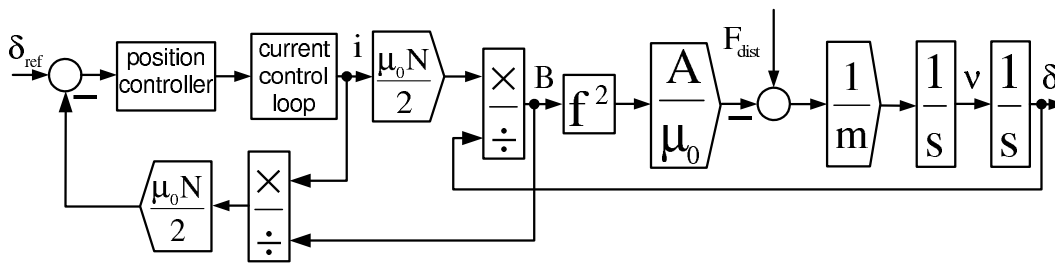


Bild 2.33: Lageregelung ohne direkte Luftspaltmessung

von Fanglagern mechanisch ausgeschlossen und stellt folglich kein Hindernis dar.

2.7.2 Experimentelle Untersuchung

Die Erprobung des oben beschriebenen Ansatzes erfolgt auf einem eindimensionalen Lager, dessen Aufbau im Bild 2.32 präsentiert wird.

1. Hebelarm
2. Elektromagnet
3. Abstandsensor (Wirbelstrom-Sensor)
4. Shaker
5. Magnetflusssensor (Hall-Sensor)

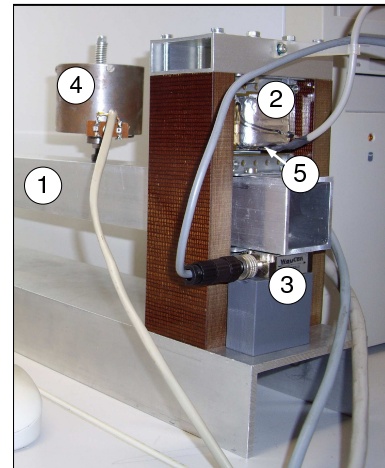


Bild 2.32: Aufbau zur experimentellen Untersuchung

Als Regelung wurde eine Kaskadenstruktur mit einem Geschwindigkeitsbeobachter und einem inversen Modell eingesetzt. Dabei ist der Stromregelkreis „hardwaremäßig“ nach dem Abschnitt 2.1 realisiert, und stellt für das inverse Modell eine genügend schnelle Übertragungsfunktion dar. Die Struktur der Lageregelung ohne einer direkten Luftspaltmessung ist auf dem Bild 2.33 ersichtlich.

Der Geschwindigkeitsregelkreis wurde nach dem Betragsoptimum eingestellt, mit der Summenzeitkonstante $T_{\Sigma} = 2.5 \text{ ms}$. Die Einstellung des Lageregelkreises erfolgt nach dem Symmetrischen Optimum, um die notwendige dynamische Steifigkeit zu gewährleisten. Außer der beiden Regelkreise beinhaltet die Lageregelung den Geschwindigkeitsbeobachter und das inverse Streckenmodell. Sowohl die Lageregelung als auch die Berechnung der Position aus den gemessenen Strom- und Flussgrößen ist anhand eines DSP von „dSPASE“ realisiert.

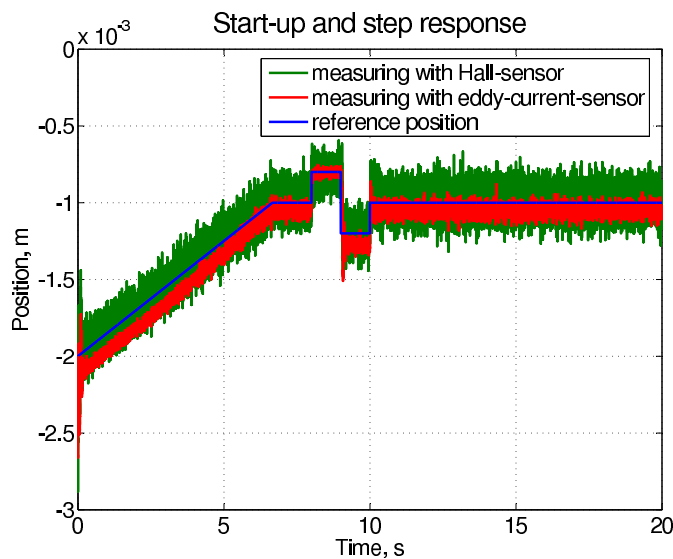


Bild 2.34: Lageregelung ohne direkte Luftspaltmessung

2.7.3 Experimentelle Ergebnisse

Die sensorlosen Magnetlager, wie es z. B. [Skr04] und [Fri97] zeigten, zeichnen sich gegenüber den, mit Abstandsensor ausgestatteten, Systemen durch die mangelhafte Steifigkeit und die verlangsamte Dynamik aus. Der umständliche Anlauf gehört ebenso zu den größten Problemen solcher Systeme. Deshalb wurden bei der Untersuchung einige Akzente auf die Regeldynamik und die Steifigkeit gesetzt. Besonderes Interesse galt vor allem der Inbetriebnahme der Anlage ohne die direkte Luftspaltmessung.

Wie es zu erwarten war, ist das rekonstruierte Positionssignal sehr störanfällig und braucht eine Filterung, die die gesamte Dynamik der Lageregelung herabsetzt.

Ein, von der Formel 2.69 beschriebener nichtlinearer Zusammenhang veredutlicht die Abweichung der gemessenen Position auf Bild 2.36. Das Bild zeigt die Position des Betriebes mit dem Einsatz des „Referenzsensor“ (von 0 bis 10 sec) und vergleicht sie mit dem rekonstruierten Signal aus den Messdaten des Hall-Sensors (von 10 bis 20 sec).

2.7.4 Schlussfolgerung

Die Ermittlung der aktuellen Position aus den Werten des Stroms und des Feldes hat sich als praxistauglich erwiesen und kann bestimmt in einer Reihe der Anwendungen ihre preisliche Vorteile und ihre räumliche Kompaktheit ausspielen. Für eine Werkzeugmaschine, die hohe Ansprüche an die Positioniergenauigkeit stellt, sind allerdings weitere ingenieurtechnische Untersuchungen, zwecks der Erhöhung der Betriebszuverlässigkeit und der Unterdrückung

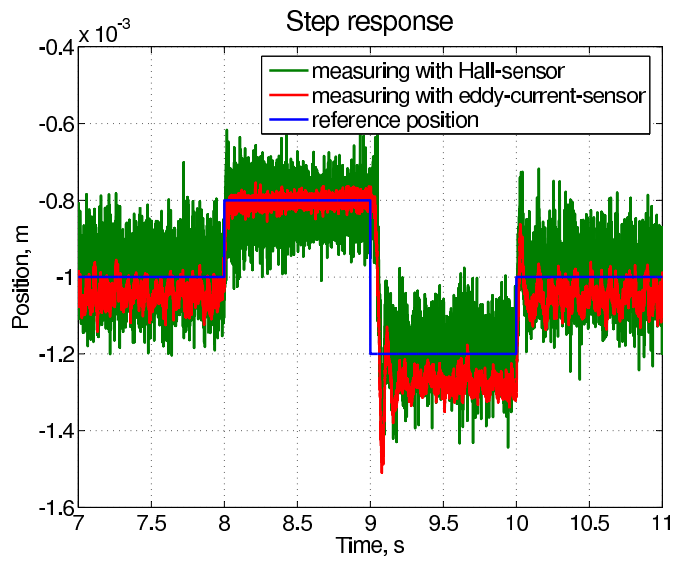


Bild 2.35: Lageregelung ohne direkte Luftspaltmessung

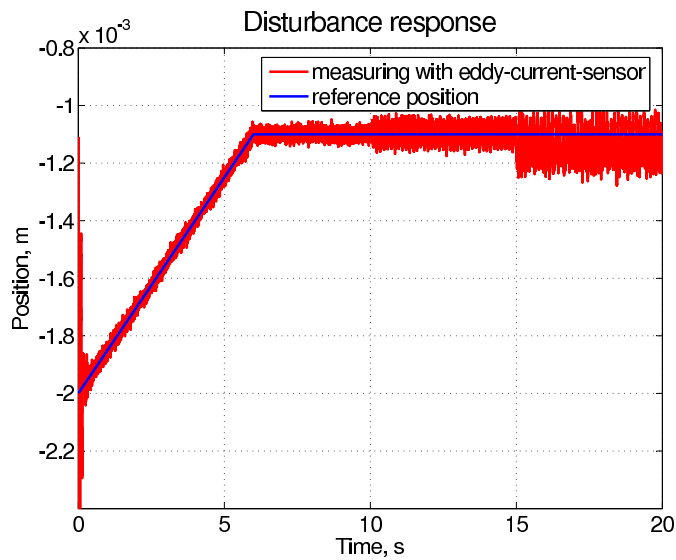


Bild 2.36: Lageregelung ohne direkte Luftspaltmessung

des Rauschens, erforderlich.

Da die Notwendigkeit eines preisintensiven Abstandssensors entfällt, kann der Einsatz eines Flusssensors zu erheblichen Senkungen der Herstellungskosten eines Magnetlagers führen. Außerdem ist ein solcher Sensor deutlich kompakter und lässt sich besser in kleinste Lager integrieren. Dank diesen Voraussetzungen könnte, bis dato ehe spezifisches Einsatzgebiet von Magnetlagertechnik, breiter expandieren. Im Fall von flexiblen magnetgelagerten Körpern bietet die räumliche Vereinigung von Aktor und Sensor zusätzlich eine Lösung zur effizienteren Unterdrückung der Schwingungen.

Der, durch Echtzeitberechnung des Luftspaltes verursachte, Rechenaufwand wächst unbedeutend und kann mit Rücksicht auf die immer günstiger werdende Steuerelektronik außer Acht gelassen werden. Eine erhöhte Empfindlichkeit dieses Messsystems fordert jedoch Zusatzmaßnahmen gegenüber des Messrauschens, so wie eine sorgfältige Platzierung von Sensoren, eine EMV-gerechte Kabelverlegung usw. Ein denkbar gutes Ergebnis soll z. B. durch das nah an der Messstelle digitalisierte Messsignal nahezielt werden.

2.8 Zusammenfassung

Im oberen Abschnitt wurden verschiedene Regelungsalgorithmen aufgezeigt, die sich durch folgende Merkmale unterscheiden:

- Optimierungsverfahren für die Polplatzierung und die LQG-Regelung;
- Struktur der Rückkopplung für die Zustands- und die Kaskadenregelung;
- Behandlung der Regelstrecke für die linearisierte Regelstrecke und die Feedback Linearisation;
- Struktur des Reglers für die stetige Struktur der konventionellen Regelung und die variablen Strukturen der Gleitmodusregelung.

Trotz unterschiedlicher Ansätze zum Aufbau der Regelstrukturen, wird ein ähnliches Verhalten der Zustands-, Kaskaden- und Gleitmodusregelung festgestellt. Diese Tatsache gibt Aufschluss darüber, dass die Regelqualität für die gegebene Anordnung ihre Grenze erreicht hat, die sich lediglich durch das Aufrüsten der entscheidenden Systemkomponenten und nicht über eine weitere Verbesserung der nichtadaptiven Regelungsverfahren erweitern lassen.

Hinsichtlich der dynamischen Steifigkeit ist das Führungsverhalten auch für den Fall einer auftretenden Störung aussagekräftig, da seine Optimierung im Allgemeinen auch zur

Verbesserung des Störverhaltens führt. In der Tat haben die Übertragungsfunktionen nach Stör- und Führungsgröße ein- und dieselbe charakteristische Gleichung, sodass beide Verhalten durch sie geprägt werden. Eine experimentelle Aufnahme des Amplitudenfrequenzganges des Störsignals für die jeweilige Regelstruktur ist wünschenswert, hat jedoch mangels eines breitbandigen Shakers nicht stattgefunden.

3 Mehrfreiheitsgrad-Magnetlager am Beispiel des „Rundtisch-Prototyp 3“

3.1 Theoretische Grundlagen der Regelung von Mehrfreiheitsgrad-Magnetlager

Die oben betrachteten Magnetlager haben sich mit der Positionierung des gelagerten Körpers in nur einem Freiheitsgrad befasst. Nun sollen die elektromagnetischen Aktoren zu größeren Systemen vereint werden, die in der Lage sind, dem Körper bis zu 5 Freiheitsgrade zu unterbinden. Eine bewährte Methode für solche Zusammenstellung der einzelnen Aktoren ist die Darstellung des Mehrfreiheitsgrad-Magnetlagers in Form eines generalisierten Aktors, der über 5 Regelkanäle verfügt und eine verallgemeinerte Kraft entlang der zu begrenzenden Koordinaten ausübt. Es sollen Versuche erwähnt werden, z. B. bei [Tie97], die einzelne Lagerkanäle separat zu regeln. Die haben sich allerdings nicht durchgesetzt, da sie die Kreuzkopplungen zwischen den Freiheitsgraden außer Acht lassen und bei der Lagerung der Körpern komplexer Formen zu großen Fehler führen.

Die räumliche Anordnung der Aktoren geht aus den Anforderungen auf das Lager, z. B. aus dem erwarteten Lastdiagramm, hervor, und hat einen wesentlichen Einfluss auf die Kraft- und Koordinatentransformation zwischen den physikalischen Elektromagneten und dem generalisierten Aktor.

3.1.1 Orthogonale und symmetrische Magnetlagerkonfigurationen

Oft werden die Magnete schräg zueinander, achsen- oder spiegelsymmetrisch angeordnet. Dabei wird die Aufgabe der Freiheitsgrad-Restriktion des gelagerten Körpers von den einzelnen Magneten entkoppelt, sodass nur eine resultierende Wirkung der Magneten eine erforderliche Kraft, z. B. eine Stützkraft, die der Gewichtskraft entgegen wirkt, realisiert. In Anlehnung an die konventionellen Wälzlager, die eine kombinierte axial-radiale Belastung aufnehmen können, hat die Magnetlagerung die Terminologie der *orthogonalen* und *symme-*

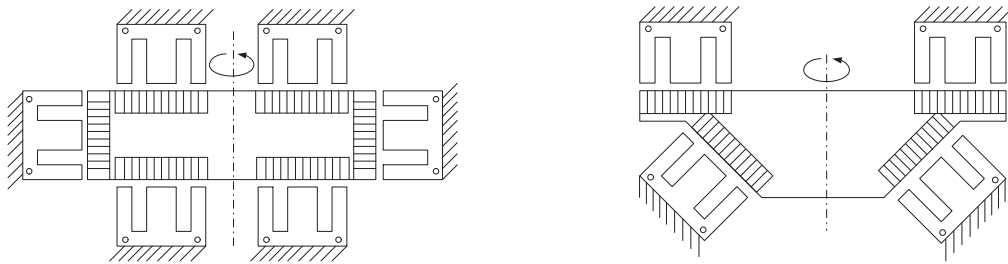


Bild 3.1: Magnetanordnung des Rundtisches, „Prototyp-1“ und „Prototyp-3“

trischen Magnetanordnung übernommen, [Rus04]. Darüber hinaus wird zwischen der „X“- und der „O“-artigen Vorspannung der einzelnen Wälzkörper der Lagerung unterschieden. Trotz einer etwas günstigeren Reaktion auf die Kippmomente kommt bei dem Rundtisch die „O“-artige Vorspannung der Stützelemente aus Platzgründen nicht infrage. Das Bild 3.1 veranschaulicht die beiden Lagerkonzepte am Beispiel des magnetgelagerten Rundtisches und dessen Prototypen. Wie es bereits aus dem Bild hervorgeht, kann die symmetrische Magnetanordnung mit einer kleineren Anzahl an Magneten auskommen: Eine vollständige Lagerung eines drehenden Rundtisches kann bereits mit nur 6 Magneten, anstatt mindestens 10 Magneten, bei einem orthogonalen Konzept, realisiert werden. Die geometrische Konstellation der symmetrischen Magnetanordnung verdeutlicht das Bild 3.2.

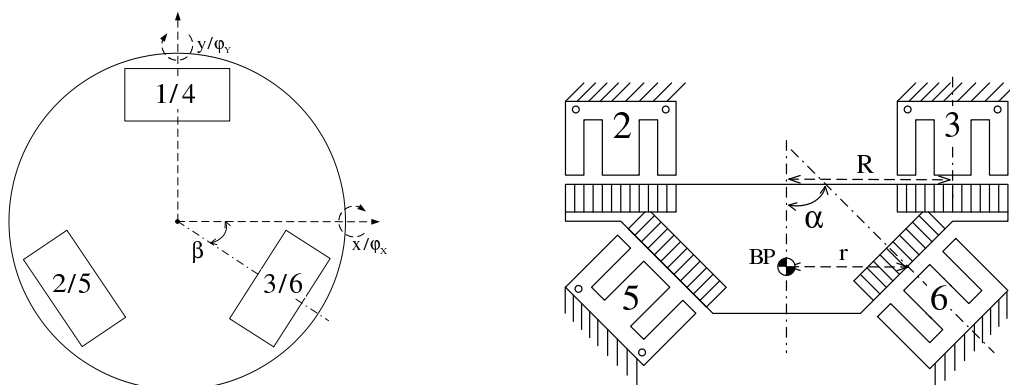


Bild 3.2: Draufsicht und Seitenansicht auf die vereinfachte Magnetanordnung des „Prototyps-3“

Die folgende experimentelle Untersuchung wurde auf einem vereinfachten Versuchstand durchgeführt, 3.12, der die beiden Typen der Magnetanordnungen vereint: die senkrechte Verschiebung sowie des Kippen um die waagerechten Achsen erfolgt durch eine orthogonale Magnetanordnung und die Positionierung in der waagerechten Ebene über eine symmetrische Magnetanordnung.

3.1.2 Koordinaten- und Kraftkopplung

Jacobi-Matrix

Eine Reduzierung der Systemkomponenten im Fall der symmetrischen Magnetanordnung wird durch eine kompliziertere Regelung erkaufte. Als nutzbarer Ansatz zum Entwurf der Regelung, kann eine Darstellung des gesamten Lagers in Form eines generalisierten Aktors dienen. Der generalisierte Aktor übt im kartesischen Koordinatensystem eine verallgemeinerte Kraft $F_{BP} = [F_x, F_y, F_z, T_x, T_y]^T$ auf einen ausgewählten Bezugspunkt aus, der einfachheitshalber auf der Symmetrieachse des gelagerten Körpers festgelegt wird. Wird als solcher Punkt der Schwerpunkt eines stationären gelagerten Körpers gewählt, so vereinfacht sich auch bedeutsam die spätere Massenmatrize des Körpers. Für ein Lager mit der zeitvariablen Massenmatrize, wie es z. B. für einen Werkzeug-Rundtisch der Fall ist, ist es sinnvoll die Matrize der Koordinatentransformation zu vereinfachen, indem man den Bezugspunkt auf eine der Wirkungsebenen - der oberen oder der unteren Magneten platziert.

Eine Matrize der partiellen Ableitungen 1-er Ordnung J stellt einen Zusammenhang zwischen der verallgemeinerten Verschiebung des Bezugspunktes einerseits und den Luftspalten unter den realen Aktoren andererseits fest:

$$\begin{bmatrix} \delta_1 & \cdots & \delta_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & \varphi_x & \varphi_y \end{bmatrix} \times J. \quad (3.1)$$

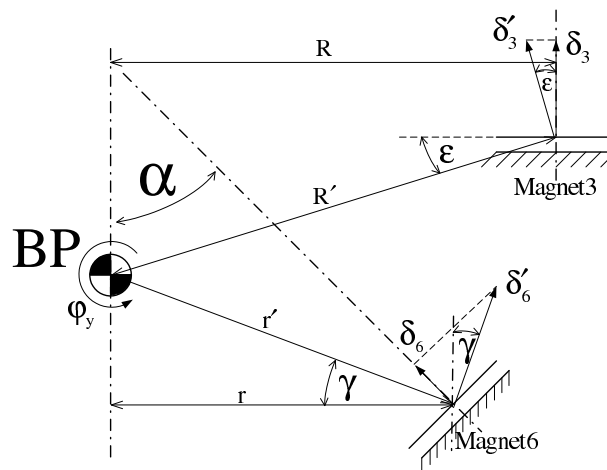


Bild 3.3: Aufstellung der Jacobi-Matrix

Die Matrize J der Form $J = \frac{\partial(f_1, \dots, f_m)}{\partial(x_1, \dots, x_m)}$ wird nach dem Mathematiker Carl Gustav Jacob Jacobi auch *Jacobi-Matrix* genannt. Sie lässt sich aus der Betrachtung der Geometrie

des Lagers am Bild 3.3 durch folgende Vorgehensweise ableiten: Jeder generalisierten Koordinate wird eine elementare Verschiebung zugeteilt, die eine ebenso elementare Positionsänderung der mit dem Magnet agierenden Fläche des Sekundärkörpers hervorruft. Die sich ergebende Positionsänderung wird anschließend auf die, zu der aktiven Fläche orthogonale, Wirkungsrichtung des Magnets projiziert. Bei der Aufstellung der Jacobi-Matrize sollen die Vorzeichen der Elementarverschiebungen beachtet werden: Für die positive Richtung der Verschiebung wird die Verkleinerung des Luftspaltes angenommen, die einer positiven Arbeit des Magnetes entspricht. Außerdem wird die Vereinfachung getroffen, dass die gesamte Kraft eines Magneten in der Mitte der Polfläche konzentriert ist. Für den oberen Magneten in der Frontalebene gilt:

$$\partial\delta_3 = \partial\delta'_3 \cos(\epsilon) = \dot{R}\partial\varphi_y \cos(\epsilon) = \frac{R\partial\varphi_y \cos(\epsilon)}{\cos(\epsilon)} = R\partial\varphi_y. \quad (3.2)$$

Für den unteren, gegenüber der Symmetrieachse um den Winkel α schräg angeordneten Magneten, hat der Luftspalt in der Frontalebene folgende Beziehung:

$$\partial\delta_6 = \partial\delta'_6 \cos(\alpha + \gamma) = \dot{r}\partial\varphi_y \cos(\alpha + \gamma) = r\partial\varphi_y \frac{\cos(\alpha + \gamma)}{\cos(\gamma)}. \quad (3.3)$$

Unter Rücksicht auf eine, um $\sin(\beta)$ zu Symmetrieachse versetzte Lage der Frontalebene, lässt sich die komplette Jacobi-Matrize aufstellen:

$$J = \frac{\partial\delta_i}{\partial q_j} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin(\alpha)\cos(\beta) & \sin(\alpha)\cos(\beta) \\ 0 & 0 & 0 & \sin(\alpha) & -\sin(\alpha)\sin(\beta) & -\sin(\alpha)\sin(\beta) \\ 1 & 1 & 1 & -\cos(\alpha) & -\cos(\alpha) & -\cos(\alpha) \\ -R & R\sin(\beta) & R\sin(\beta) & \frac{r\cos(\alpha+\gamma)}{\cos(\gamma)} & -\frac{r\cos(\alpha+\gamma)\sin(\beta)}{\cos(\gamma)} & -\frac{r\cos(\alpha+\gamma)\sin(\beta)}{\cos(\gamma)} \\ 0 & -R\cos(\beta) & R\cos(\beta) & 0 & \frac{r\cos(\alpha+\gamma)\cos(\beta)}{\cos(\gamma)} & -\frac{r\cos(\alpha+\gamma)\sin(\beta)}{\cos(\gamma)} \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

Eine Rücktransformation ist:

$$\partial\delta = \partial q \times J \quad \rightarrow \quad \partial q = \partial\delta \times J^{*-1}, \quad (3.5)$$

wobei $J^{*-1} = J^T (JJ^T)^{-1}$ eine sogenannte *rechte Pseudoinverse* der Matrize J ist.

Aus dem Energieerhaltungssatz lässt sich die Gleichung zur Kraft-Transformation zwischen dem generalisierten Aktor F und den physikalischen Magneten f ableiten. Eine, vom generalisierten Aktor geleistete elementare Arbeit $\partial q \times F$, soll der Arbeit $\partial\delta \times f$ gleich sein,

die die realen Magnete bewerkstelligen. Mit Anlehnung an Gleichung 3.1 gilt:

$$\partial \delta \times f = \partial q \times F \quad \rightarrow \quad \partial q \times J \times f = \partial q \times F. \quad (3.6)$$

Da die Gleichung 3.3 für jeden beliebigen Wert von ∂q erfüllt werden soll, darf der Vektor ∂q von der linken und der rechten Seite der Gleichung gekürzt werden. So erhält man:

$$F = J \times f \quad \rightarrow \quad f = J^{*-1} \times F. \quad (3.7)$$

Auf die gleiche Weise wird eine Koordinatentransformation J_{SB} der, ins Magnetlager eingebauten Luftspaltsensoren, zum Bezugspunkt ermittelt.

Auswirkung der Kraftrestriktionen auf die Kraftkopplung

Die abgeleiteten Gleichungen 3.5 und 3.7 spielen eine wichtige Rolle bei der Modellierung und der Regelung der Mehrfreiheitsgrad-Lagersysteme. Die Beschreibung des generalisierten Aktors mittels der Gleichungen 3.5 und 3.7 setzt allerdings solche physikalischen Aktoren voraus, die von sämtlicher Restriktion (Zwangsbedingungen oder engl. *constrains*) frei sind, das heißt, die Aktoren sollen imstande sein, sowohl eine bidirektionale als auch eine vom Betrag unbeschränkte Kraft zu erzeugen. Die, aus den gegenüberliegenden Magneten bestehenden orthogonalen Magnetanordnungen erfüllen die erste Bedingung und können innerhalb eines bestimmten Kraftbereiches durch 3.7 direkt modelliert werden. Die Grenzen dieses Bereiches entspringen der Anforderung, den Grenzwert der Kraft für sämtlichen i -en realen Aktor (Magnet) nicht zu überschreiten:

$$f_i \leq f_{max}. \quad (3.8)$$

Im Fall der symmetrischen Magnetanordnungen treffen im Allgemeinen die beiden Kraftrestriktionen zu, sodass eine direkte Implementierung der Gleichungen 3.5 und 3.7 zu einem nichtlinearen Übertragungsverhalten 3.4 zwischen dem Soll- und Istwert der generalisierten Kraft führt. Das Diagramm 3.5 veranschaulicht die Übertragungsfunktion des generalisier-

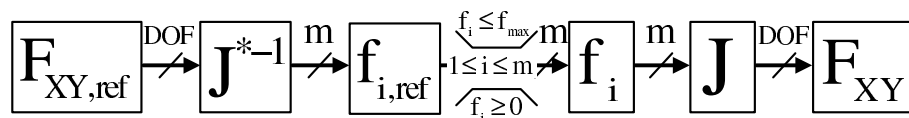


Bild 3.4: Signalflußplan der generalisierten Kraft

ten Aktors in der XY- und XZ-Ebene bei der Vorgabe eines Einheits-Sollwertes an den ent-

sprechenden resultierenden XY- oder XZ-Kraftvektoren. Die dargestellte Tragkraft des La-

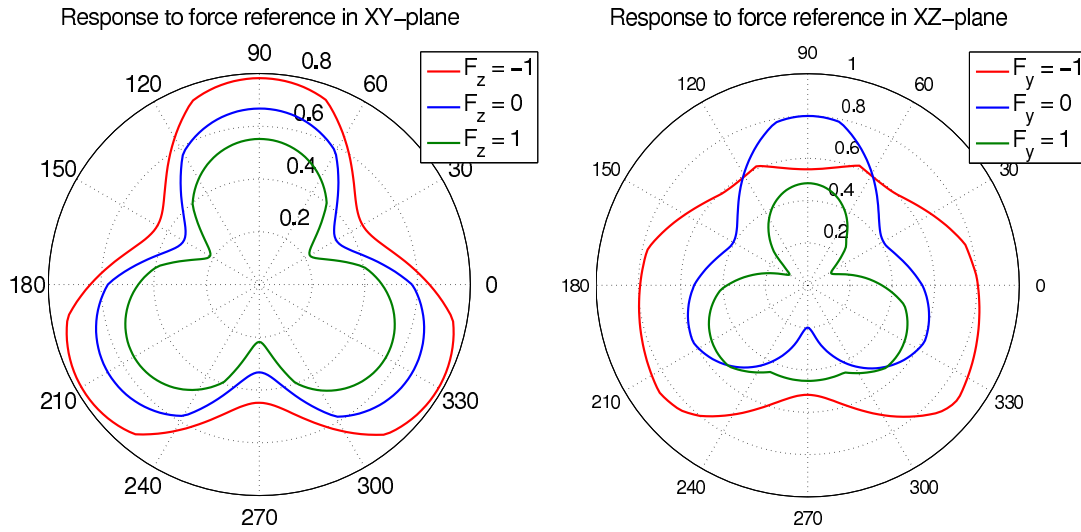


Bild 3.5: Reaktion der Tragfähigkeit auf Sollwert in XY- und XZ-Ebenen

gers steht in Abhängigkeit von der Phasenlage des resultierenden Vektors, die Kurvenschar entspricht den unterschiedlichen Kraft-Sollwerten an orthogonalen Freiheitsgrad. Es ist offensichtlich, dass die resultierende Kraft zum Sollwert $F_{XY,soll} = 1$ in einem nichtlinearen Verhältnis steht, und innerhalb eines Radius von $f_{max} \cdot \cos(\alpha)$ für die XY-Ebene nur durch eine nichtlineare Kraftregelung realisiert werden kann. Die Grenze des realisierbaren Kraftbereiches ergibt sich aus den Bedingungen für die höchst- und kleinstmögliche Kraft jedes i -en Magneten:

$$f_i \leq f_{max}, \quad (3.9)$$

und

$$f_i \geq 0. \quad (3.10)$$

Aufgrund eines Einheits-Sollwertes $\hat{F}_{XY} = 1$ und einer Kraftbegrenzung von $f_{max} = 1$ ist die im Diagramm dargestellte Größe dimensionslos.

Die Aktualität des obigen Problems kann anhand der Magnetlagerung in der Horizontalebene XY des Versuchstandes 3.13 illustriert werden, 3.6. Die mechanische Anordnung des ebenen Systems besteht aus drei um 120° versetzten Aktoren, die analog zu den Aktoren f_4 , f_5 und f_6 auf dem Bild 3.2 platziert sind, und lediglich in der planaren Ebene XY wirken. Das Jacobian dieses Systems lautet:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & -\cos(\frac{\pi}{6}) & \cos(\frac{\pi}{6}) \\ 1 & -\sin(\frac{\pi}{6}) & -\sin(\frac{\pi}{6}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad (3.11)$$

und der Grad der statischen Unbestimmtheit ist gleich 1.

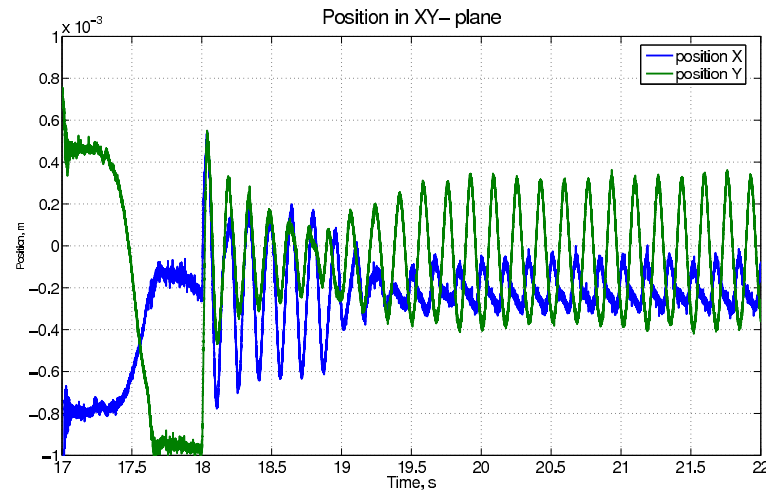


Bild 3.6: Direkte Regelung der XY-Position mittels Jacobi-Pseudoinverse

Es ist ersichtlich, dass die Nichtbeachtung der Restriktionen eine Unstabilität der Lageregelung zur Folge hat.

Symmetrisches Magnetlager als System paralleler Aktoren

Um eine lineare Kraftkopplung der realen Magnete und des generalisierten Aktors zu erzielen, sind die Kraftrestriktionen 3.9 und 3.9 ins Modell einzubinden. Außerdem soll eine physikalische Deutung dem Problem der statischen Unbestimmtheit bei $m \geq D.O.F$ vorgelegt werden, wobei m - die Anzahl der Magnete ist. Hinsichtlich der Anzahl der Magnete ist ein Rundtisch-Magnetlager im Allgemeinen ein redundantes System, sodass die Rückwärts-Transformation der Kräfte 3.7 ein System von 5 Gleichungen, mit einer beliebigen Anzahl der Variablen ist. Die Unterbestimmtheit der Kraftgleichung 3.7 weist auf eine Mehrdeutigkeit der Lösung der umgekehrten Krafttransformation hin, und braucht weitere Informationen, um den Rang der Matrize J^{*-1} zu vervollständigen, und somit das Gleichungssystem eindeutig zu lösen. Solche Informationen können zum Teil den Kraftrestriktionen entnommen werden, deswegen sind die beiden Aufgaben gemeinsam zu behandeln.

Das Problem einer mehrdeutigen Lösung eines Kraft-Gleichungssystems ist in Disziplinen wie „Baustatik“ und „theoretische Mechanik“ als *statische Unbestimmtheit* bekannt. Es kommt dann vor, wenn die Anzahl der stützenden Elemente, und der von ihnen ausgeübten Reaktionen, die Anzahl der Freiheitsgrade eines gelagerten Körpers übersteigt. Da sich der Körper stets in der Ruhelage befindet, befinden sich die Reaktionen in einem Gleichgewicht mit den inneren Kräften des Körpers, die seine Verformungen hervorrufen. Im Fall eines magnetgelagerten Rundtisches handelt es sich um einen starren Sekundärkörper, sodass

seine Verformungen vernachlässigbar klein, und somit nicht von Bedeutung sind. Ein weiterer Unterschied zur Baustatik besteht darin, dass der Sekundärkörper eine komplexe Form und einen zusammengesetzten Aufbau besitzt, sodass eine Ermittlung der Verformungen nur durch eine FEM-Modellierung extern der Regelschleife denkbar wäre. Die Berechnung der Reaktionen dagegen stellt als mechanisches Untersystem der Regelstrecke ein großes Interesse dar.

Zusammen mit den obigen Restriktionen kann die Aufgabe zu einem, aus der Mathematik bekannten *Nonnegative Least Squares* Problem, [LH95], zurückgeführt werden:

$$\|F - J \times f\| \rightarrow \min, \quad f_i \geq 0, \quad \forall i \in \mathbb{N}^*. \quad (3.12)$$

Im Allgemeinen besitzt das Problem keine geschlossene analytische Lösung, sodass nur eine numerische iterative Optimierung im Sinne der kleinsten Fehlerquadraten infrage kommt. Dies macht jedoch einen Einsatz der direkten *NNLS*- Methode für einen online Regelalgorithmus ungeeignet.

Vorspannung des Sekundärkörpers

Eine der möglichen Lösungen des Problems der Unterbestimmtheit der Kraftgleichung 3.7, ist eine Vorgabe einer Vorspannung des Sekundärkörpers, mittels eines Zusatzparameters P , der zum generalisierten Kraftvektor zugefügt wird. Der Sollwertvektor wird somit zu dem

$${}^*F_{\text{ref}} = \begin{bmatrix} F_{\text{ref}} \\ P \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

erweitert. Die erweiterte Jacobi-Matrize *J wird dementsprechend quadratisch und invertierbar, und das Gleichungssystem $f = {}^*J^{-1} \times {}^*F_{\text{ref}}$ wird eindeutig definiert.

Die Vorspannung P ist so zu wählen, dass jeder negative Kraft-Sollwert für sämtliche Magnete sicher auszuschließen ist, das heißt, sodass die Bedingung 3.10 für alle im Betrieb auftretenden Zustände stets erfüllt bleibt. Aufgrund der stochastischen Natur der Störungen ist es allerdings meistens unmöglich eine geeignete Vorspannung zu finden, die einerseits die Bedingung 3.10 sicherstellt, und andererseits die Magnete nicht unnötig beansprucht. Abgesehen von der Dauerbelastung der Magnete, verringert sich durch die Vorspannung zwangsläufig ihr Kraftstellbereich und somit die Tragfähigkeit der Lagerung. Der Vorteil dieser Methode liegt darin, dass die Kraftkopplung durch eine analytisch geschlossene Berechnung, mittels erweiterter Jacobi-Matrize *J bzw. ihrer inversen, in einem Rechenschritt erfolgt. Einen Vergleich mit der direkten Kraft-Transformation verdeutlicht das Diagramm 3.7.

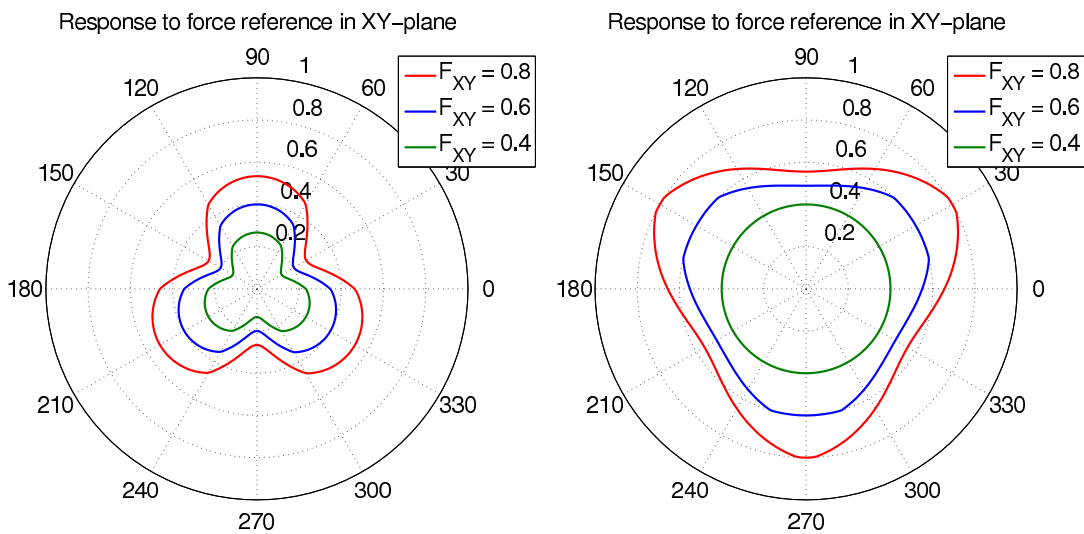


Bild 3.7: Reaktion der Tragfähigkeit auf den Sollwert in XY- und XZ-Ebene

Die Wirksamkeit des beschriebenen Ansatzes wird auch im Experiment 3.8 bestätigt.

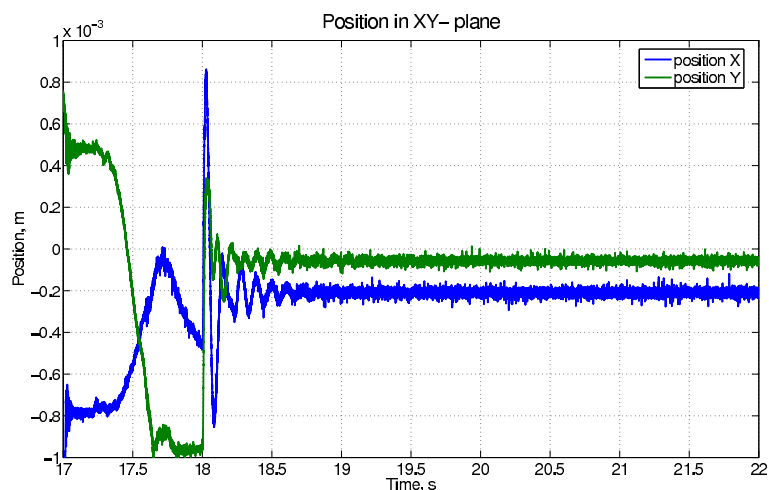


Bild 3.8: Regelung der XY-Position mit einer Vorspannung von $P = 20\text{ N}$

Zuteilung der Kraft-Sollwerte an einzelne Magnete

Eine negative Sollwertvorgabe der Magnetkraft, die infolge der genannten Kraftrestriktionen zum Fehler der resultierenden Kraft führt, kann in einem Rechenzyklus zum Teil unterdrückt werden. Dafür wird der Vektor f_{ref} im ersten Schritt auf die negativen Elemente analysiert. Wird ein solcher Sollwert $f_m < 0$ erkannt, wird sein separater Beitrag zu der Gesamtkraft ermittelt, und an die anderen Magneten als Zusatz-Sollwert verteilt. Der prinzipielle Vor-

gang, der als ein Ausschnitt aus dem, vom [LH95] präsentierten NNLS-Algorithmus angesehen werden kann, stellt das Blockschaltbild 3.9 dar.

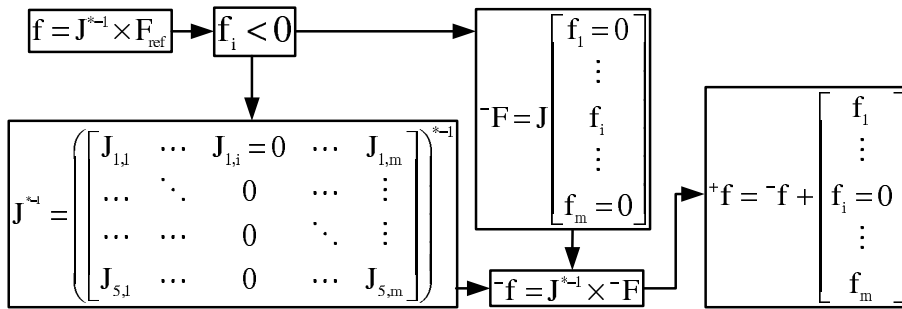


Bild 3.9: Blockschaltbild

Der Ablauf kann innerhalb eines Zyklus, oder mit steigender Qualität in mehreren Zyklen, erfolgen und somit an die vorhandene Rechenleistung angepasst werden. Gegenüber dem Ansatz zur Vorspannung ist jedoch die iterative Vorgehensweise der Methode als nachteilig anzusehen. Außerdem liefert sie keine vollständige Eliminierung der, bei Umkehrfunktion 3.7 auftretenden, Nichtlinearitäten, sondern stellt einen Kompromiss zwischen dem Rechenaufwand und dem akzeptablen Ergebnis der Transformation $f = J^{*-1} \times F$ dar.

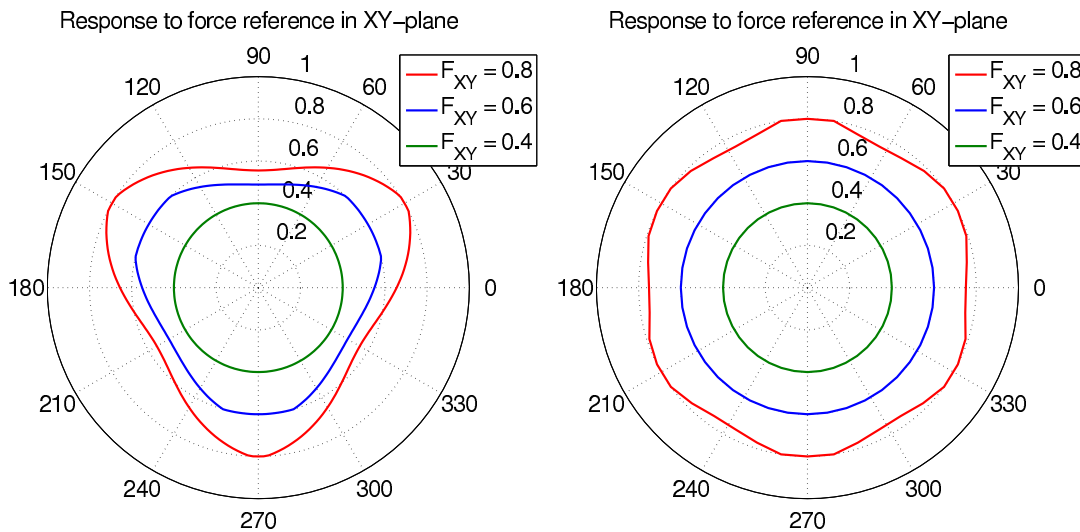


Bild 3.10: Zuteilung der Kraft-Sollwerten an einzelne Magnete

Analytische Lösung des Problems der Überbestimmtheit

Für ein reales mechanisches System kann es allerdings vermutet werden, dass eine geschlossene analytische Lösung des obigen Problems dennoch möglich ist, das heißt, es existiert

immer ein Satz der Aktorkräfte $f_i \geq 0, i \in \mathbb{N}$, der eine gewünschte resultierende Kraft F_Σ bewirkt. Diese Aussage ist intuitiv und benötigt einen mathematischen Beweis, ihre Richtigkeit kann bereits anhand des einfachen Aktorsystems der Horizontalebene XY des Versuchstandes 3.13 mit der Jacobi-Matrize 3.11 belegt werden. Da der Grad der statischen Unbestimmtheit gleich 1 ist, können alle Aktorkräfte, mit Ausnahme einer einzigen Kraft, die als ein freier Parameter fungiert, durch diese ausgedrückt werden.

$$\begin{aligned}
 f_1(f_3), f_2(f_3) &\rightarrow \begin{cases} f_1 = -\frac{3}{2}f_3 - \frac{2}{\sqrt{3}}F_x + F_y \geq 0, \\ f_2 = -f_3 - \frac{2}{\sqrt{3}}F_x \geq 0; \end{cases} \\
 f_2(f_1), f_3(f_1) &\rightarrow \begin{cases} f_2 = f_1 - \frac{1}{\sqrt{3}}F_x - F_y \geq 0, \\ f_3 = f_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}F_x - F_y \geq 0; \end{cases} \\
 f_1(f_2), f_3(f_2) &\rightarrow \begin{cases} f_1 = -\frac{3}{2}f_2 + \frac{1}{\sqrt{3}}F_x + F_y \geq 0, \\ f_3 = -f_2 + \frac{2}{\sqrt{3}}F_x \geq 0. \end{cases}
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

Die Ungleichungssysteme können im Intervall $-\infty < F_x, F_y < \infty$ nur als eine unstetige Funktion des Vektors $f = [f_1, f_2, f_3]^T$ nach den Variablen F_x, F_y im Sinne der kleinsten Quadrate $\|f\| \rightarrow \min$ gelöst werden, indem der Parameter f_i des jeweiligen Systems auf Null gesetzt wird:

$$\begin{cases} \begin{cases} f_1 = -\frac{2}{\sqrt{3}}F_x + F_y, \\ f_2 = -\frac{2}{\sqrt{3}}F_x, \\ f_3 = 0; \end{cases} & \text{wenn } F_x \leq 0, F_y \geq \frac{F_x}{\sqrt{3}} \\ \begin{cases} f_1 = 0, \\ f_2 = -\frac{1}{\sqrt{3}}F_x - F_y, \\ f_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}F_x - F_y; \end{cases} & \text{wenn } \begin{matrix} F_x \leq 0, F_y \leq \frac{F_x}{\sqrt{3}} \\ \text{oder} \\ F_x \geq 0, F_y \leq -\frac{F_x}{\sqrt{3}} \end{matrix} \\ \begin{cases} f_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}F_x + F_y, \\ f_2 = 0, \\ f_3 = \frac{2}{\sqrt{3}}F_x. \end{cases} & \text{wenn } F_x \geq 0, F_y \geq -\frac{F_x}{\sqrt{3}} \end{cases} \tag{3.15}$$

Die Punkte $[F_x = 0, F_y = \pm F_x/\sqrt{3}]$ der Formel 3.15 stellen eine *hebbare Unstetigkeit* dar, somit erfährt die Stellgröße f keine Sprünge im ganzen Intervall der Eingangsgröße $F \in \mathbb{R}$. Wesentlich an der Vorgehensweise ist, dass die Kräfte-Transformation $F \rightarrow f$ innerhalb eines einzigen Rechenschritts erfolgt.

Der angeführte Ansatz ist in der Lage den, bei der Transformation sonst auftretenden Fehler $F - J \times f$ vollständig zu eliminieren. Es entfällt dabei eine dauernde Vorbelastung der Magnete und ihrer Stellglieder, die Kraftreserve bleibt für die Ausregelung der größeren Störkräf-

te vorbehalten, und die Qualität der Lageregelung bleibt dennoch hoch, 3.11. Das Verfahren kann auch für die Regelung komplexerer Magnetanordnungen eingesetzt werden, allerdings ist für einen zunehmenden Grad der Unbestimmtheit mit einem exponentiell steigenden Aufwand der Ableitung der Funktion 3.15 zu rechnen.

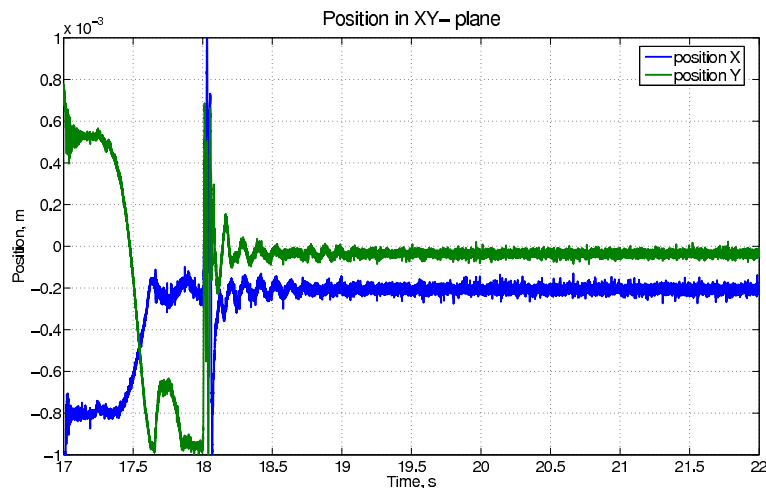


Bild 3.11: Regelung der XY-Position mittels analytischer Lösung des *NNLS*-Problems

3.2 Experimentelle Untersuchungen von Magnetlagern für universelle Anwendungen

Magnetische Lager lassen sich für eine Vielfalt von technischen Lösungen einsetzen, bei denen eine aktive Beeinflussung der Lagereigenschaften wünschenswert oder gefordert wird. Dazu zählt u. a. die Realisierung eines definierten Dämpfungsverhaltens oder die Isolation eines bestimmten Bauteils gegen mechanische Schwingungen. Üblicherweise werden hierfür passive oder semiaktive Lagerelemente eingesetzt. Bei dem, aus der Fahrzeugtechnik bekannten, Skyhook-Prinzip [HS06], [PVSD⁺06] wird beispielsweise gefordert, dass der Fahrgastraum gegen die Unebenheiten der Fahrbahn und die daraus resultierenden Stöße isoliert wird. Der umgekehrte Fall tritt bei der Lagerung der Kolbenmaschinen auf. Sie erzeugen periodische Kräfte, die das Fundament und die Umwelt belasten. Über eine elastische Lagerung ist hier der Untergrund gegen diese dynamischen Krafteinwirkungen zu isolieren. Vibrationen von Maschinen und Bauteilen erzeugen die Umwelt belastende Geräusche, gegen die die Umgebung durch aktive Schallschutzwände abgeschirmt werden kann. Wie Untersuchungen an aktiv gelagerten Glasplatten belegen [SKKM05], können adaptive magnetische Lagerungen mit einem definierten Dämpfungsverhalten im gewünschten Frequenzbereich

die Effektivität bestehender passiver Schallschutzanordnungen verbessern.

In der vorliegenden Arbeit soll untersucht werden, wie über eine magnetische Lagerung dynamische Belastungen, wie sie beispielsweise von Kolbenmaschinen erzeugt werden, isoliert werden können und damit nicht in das Fundament eingeleitet werden. In diesem Fall besteht ein Konflikt in zwei zum Teil einander widersprechenden Anforderungen: - das hohe Gewicht des Motors erfordert große Stützkräfte und - um den schwingenden Motor vom Fundament zu entkoppeln, muss die Motorlagerung möglichst weich sein. Im Folgenden werden Möglichkeiten zur Realisierung der definierten Filtereigenschaften von Magnetlagern und die Konzepte mit Kraftregelung (repetitive control, harmonic control) näher untersucht. Im Vordergrund stehen hierbei experimentelle Untersuchungen, die an einem Laborversuchsstand durchgeführt wurden.

3.2.1 Schwingungsisolation mithilfe eines aktiven Magnetlagers

Aufbau des Versuchsstandes

Die Abbildung 3.12 zeigt die wesentlichen Teile der Versuchsanlage:

- 1- Beschleunigungssensor
- 2- Shaker mit Gewicht
- 3- Abstandssensor
- 4- Elektromagnet
- 5- Rahmen
- 6- schwebende Metallscheibe.

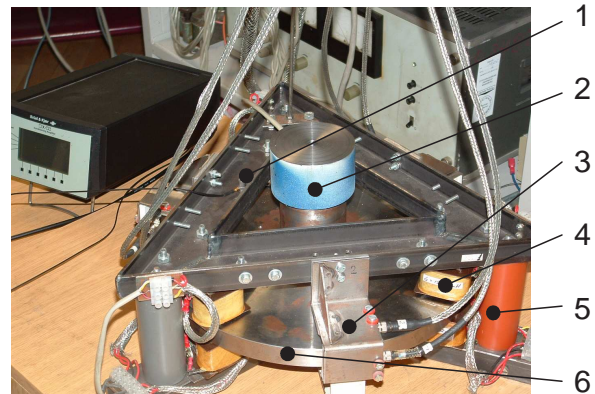


Bild 3.12: Aufbau des Versuchstandes

Das am Rahmen befestigte Magnetsystem besteht aus drei Paar Trag- und Haltemagneten und drei Zentriermagneten, die von eigenen Stromstellern gespeist werden. Am Rahmen platzierte Lagesensoren erfassen die Position der darunter liegenden Stahlscheibe. Auf der zu lagernden Scheibe befindet sich ein Shaker, der der Einleitung periodischer Störkräfte in z-Richtung dient. Die Signalauswertung und Positionsregelung erfolgt in einem DSP. Zur Untersuchung der Schwingungsisolation wurde am Rahmen ein Beschleunigungssensor befestigt, mit dem die verbleibenden Fundamentalschwingungen gemessen werden. Bild 3.13 verdeutlicht den prinzipiellen Versuchsaufbau.

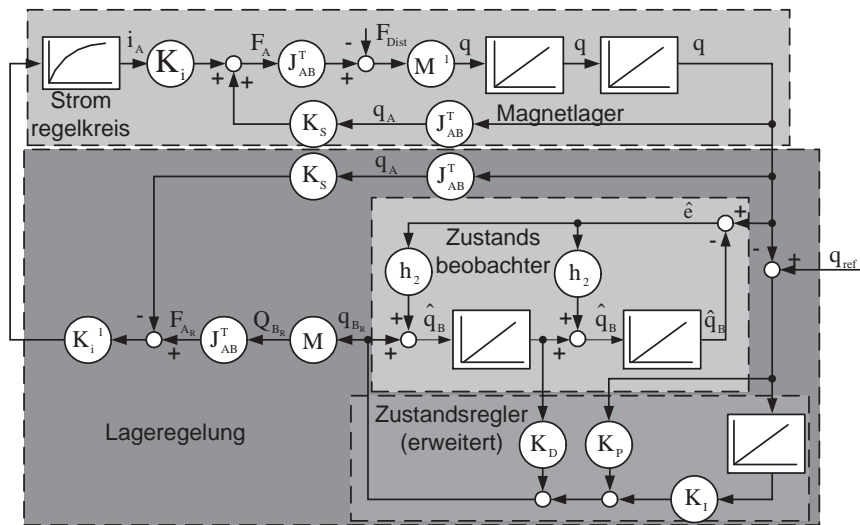


Bild 3.14: Struktur der erweiterten Zustandsregelung

Anpassung der Lageregelung an die zu isolierende Kraft

Charakteristisch für eine Vielzahl von Einsätze des elektromagnetischen Lagers ist seine verhältnismäßig kleine dynamische Steifigkeit. Diese für herkömmliche Lager meist als Nachteil angesehene Eigenschaft erweist sich im Fall der Schwingungsisolation als Vorteil. Eine entsprechende Zustandsregelung mit dem Beobachter 3.14 verleiht dem System ein PT-3- Verhalten und ein Übertragungsverhalten entsprechend der Übertragungsfunktionen 3.16 und 3.17.

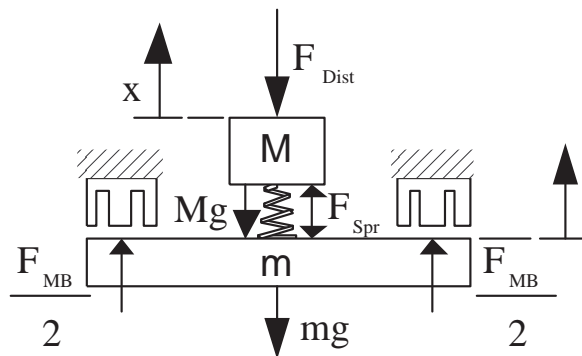


Bild 3.13: Mechanische Anordnung

$$\frac{q}{q_{ref}} = \frac{K_I}{s^3 + K_D s^2 + K_P s + K_I} \quad (3.16)$$

$$\frac{q}{F_{dist}} = \frac{1}{m} \frac{s}{s^3 + K_D s^2 + K_P s + K_I} \quad (3.17)$$

Bei einer zu niedrigen Vibrationsfrequenz sinkt die Führungsqualität des Regelsystems erheblich und die Empfindlichkeit der Regelung gegenüber der Modellunsicherheiten nimmt zu. Die Qualität des Filters ist aufgrund der mangelnden Flankensteilheit gering und kann

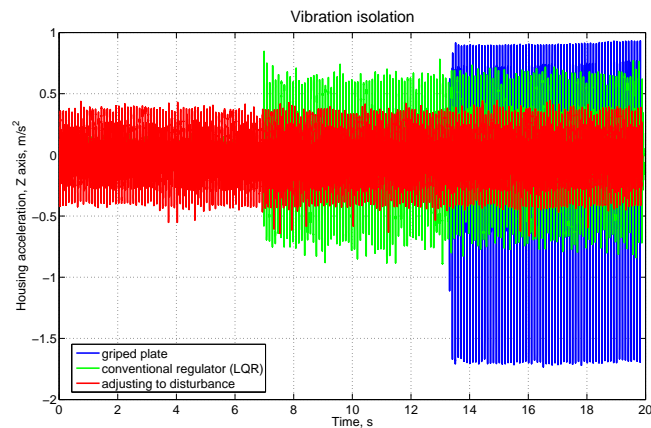


Bild 3.15: Schwingungsisolation. Experimentelle Ergebnisse

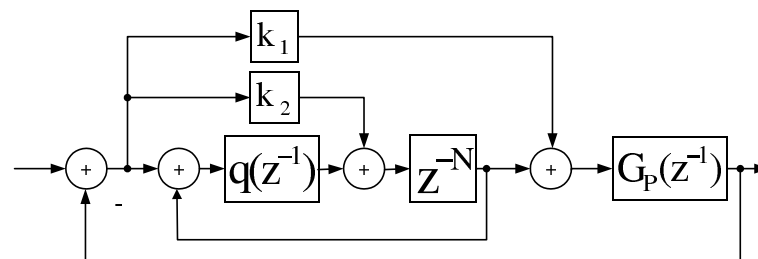


Bild 3.16: Regelung mit internem Störgrößenmodell. (*Repetitive control*)

nur auf Kosten einer erhöhten Systemordnung verbessert werden. Die genannten Gründe beschränken das mögliche Einsatzgebiet derartiger Lösungen. Experimentelle Ergebnisse für die Isolation einer periodischen Kraft mit einer Frequenz von $f=10$ Hz sind in Abbildung 3.15 dargestellt.

3.2.2 Schwingungsdämpfung mithilfe eines aktiven Magnetlagers

Aktive Lageregelung nach dem *Repetitive control* Prinzip

Die hohe Qualität der magnetischen Lagerungen (Dämpfung oder Isolation) setzt, im Unterschied zu den sogenannten semiaktiven Lagern, die Notwendigkeit voraus, auf die von außen kommenden Kräfte gezielt zu agieren [HS06]. Dabei werden hohe dynamische Anforderungen an die Regelung gestellt. Nach [SKKM05] werden ausreichende Kompensationswirkungen bei Gegenschwingungen mit einer Genauigkeit von ± 0.5 dB in der Amplitude und ± 5 Grad in der Phase erzielt. Diese Anforderungen können beispielsweise bei einer periodisch auftretenden Störung nach einem Regelprinzip auf der Basis eines Ringspeichers (*repetitive control*) erfüllt werden.

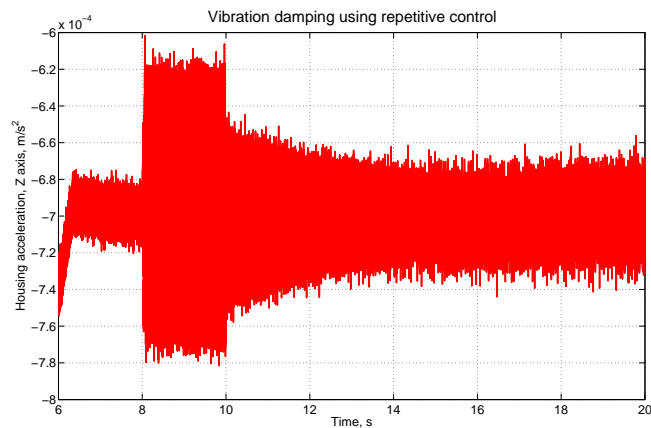


Bild 3.17: Schwingungsdämpfung mithilfe eines Ringspeichers

- $q(z^{-1})$ - Tiefpassfilter
- z^{-N} - Verzögerungselement
- $G_p(z^{-1})$ - geregeltes Objekt

Der *repetitive control*-Ansatz beruht auf einem internen Störgrößenmodell, das durch einen Ringspeicher abgebildet wird. Ein Tiefpassfilter $q(z^{-1})$ beeinträchtigt zwar die Konvergenz der Regelabweichung, sorgt jedoch für die Stabilität des Systems [Con97]. Gerade für ein Magnetlager, das einen geringen Stabilitätsvorrat besitzt, muss die Grenzfrequenz des Filters relativ tief gelegt werden, was die Effizienz des Ansatzes verringert. Zu den Vorteilen dieses Ansatzes zählt der einfache Aufbau der Regelung, die Fähigkeit, beliebige Kraftprofile aufzunehmen, und der Wegfall zusätzlicher Sensoren. Als Nachteil erweist sich, dass die Periodendauer des Störsignals bekannt sein muss. Die Abbildung 3.17 verdeutlicht die Auswirkung der Störgrößenkompensation auf das Störverhalten des Magnetlagers.

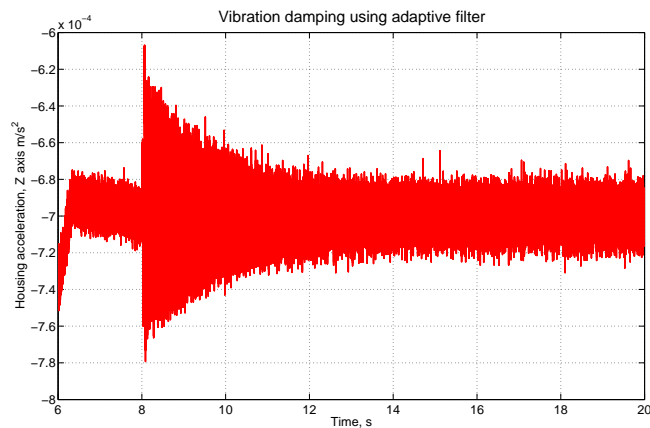


Bild 3.19: Adaptives Störgrößenmodell

Adaptive Schwingungsdämpfung

Eine bessere Nachbildung der Störgröße lässt sich mit einem adaptiven Filter erreichen. Dabei wird ein Filter nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate trainiert und an das Objekt und die aktuelle Störkraft angepasst [SP04]. Bild 3.18 zeigt den prinzipiellen Ansatz zur Bestimmung der Störgröße. Für komplizierte Kraftverläufe, die aus mehreren Harmonischen bestehen, wird das Filter entsprechend erweitert. Im Unterschied zum *Repetitive Control* entfällt hier die Notwendigkeit, einen Kompromiss zwischen der Stabilität der Regelung und der Qualität der Störgrößenvorsteuerung einzugehen. Hierbei ist $P(z^{-1})$ der Primärpfad, der das Übertragungsverhalten von der Störquelle zum Aktor berücksichtigt. $R(z^{-1})$ stellt das Übertragungsverhalten vom Aktor zur Messstelle und $S'(z^{-1})$ vom Ausgang des adaptiven Filter $W(z^{-1})$ zum Aktor dar. Die experimentellen Ergebnisse in Abbildung 3.19 zeigen den Einsatz eines adaptiven Filters zur Vorsteuerung eines komplexen Kraftverlaufes mit einer bekannten Frequenz der Grundschiwingung.

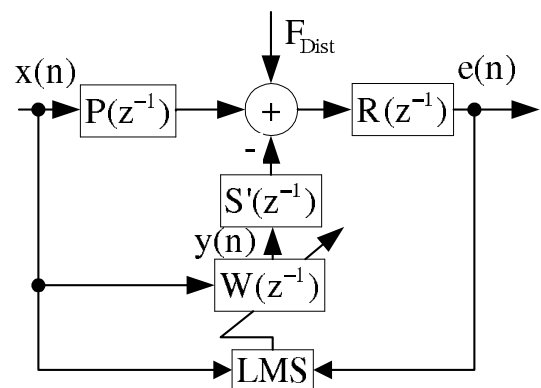


Bild 3.18: Adaptives Störgrößenmodell

3.3 Zusammenfassung

Die hier dargestellte Arbeit hat eine prinzipielle Möglichkeit gezeigt, ein Magnetlager für eine Vielfalt von Anwendungen gezielt auszulegen. Als Rahmenbedingungen für solche Auslegung sollen die Anforderungen an die Lagerung und die Eckdaten des Prozesses bekannt gegeben werden: vor Allem die statische Tragfähigkeit des Lagers, die dynamische Beanspruchung durch Prozesskräfte und die dabei zulässige Positionsabweichung sind ausschlaggebend.

Durch geeignete Regelstrukturen lassen sich die dynamischen und stationären Eigenschaften der Magnetlager in weiten Grenzen variieren und an den jeweiligen Einsatzfall anpassen. Durch Vorsteuerung der am Magnetlager angreifenden Störgrößen lassen sie sich erfolgreich zur Dämpfung oder Isolation von mechanischen Schwingungen einsetzen. Die Störgrößen können oft mit adaptiven Filtern, die nach dem Beobachterprinzip funktionieren, ohne zusätzlichen Messaufwand ermittelt werden. Durch ihre Lernfähigkeit besitzen adaptive Filter eine hohe Effizienz und ermöglichen die Lösung vielfältiger Lagerprobleme.

4 Fazit und Ausblick

Die vorliegende Arbeit stellt die prinzipiellen Meilensteine der Auslegung von mechanischen, leistungselektronischen und regelungstechnischen Komponenten eines Magnetlagers dar. Dabei wurde versucht, die synergetische Wechselwirkung aller Untersysteme zu befördern und dadurch die Qualität der Lagerung möglichst nah an ihre Grenze zu treiben. Solche Grenzen wurden in Zusammenhang mit den wichtigsten Auslegungsparametern gebracht.

Im Fokus der Arbeit stand ein Lager, welches das Zentralelement eines Rundtisches ist. Aus seinem Einsatzgebiet folgen unmittelbar die erforderlichen Eckdaten:

- Gewicht und Form des Werkstücks legen den Vektor der stationären Tragkraft fest;
- zulässige Toleranzen und Form-Abweichungen bestimmen die Dynamik der Lageregelung;
- Oberflächen-Rauheit und Beschaffenheit entscheiden über die dynamische Steifigkeit gegenüber den impulsförmigen Störkräften.

Tabelle 4.1: Eckdaten des Lagers

Frequenzbereich	Parameter des Lagers / Anforderung an Lager	physikalische Grenze
niederfrequentes Verhalten	Gewicht und Form des Werkstücks	$F_{max} = \frac{B_{sat}^2}{\mu_0} A_{Fe}$
mittelfrequentes Verhalten	zulässige Toleranzen und Form-Abweichungen	$f_{PS.grenz}, T_{abt}$
hochfrequentes Verhalten	Rauheit und Beschaffenheit der Oberfläche	$\frac{dF}{dt} = \frac{2i(U-iR)}{\delta_{Fe}+2\delta}$

Die an das Lager gestellten Beanspruchungen lassen sich handlich im Frequenzbereich als entsprechend nieder-, mittel-, und hochfrequente Störungen betrachten, 4.1, und im Sinne der Filtertheorie behandeln. Offensichtlich ist es aus mehreren Gründen nicht zweckmäßig, den Frequenzgang des Lagers in ganzem Frequenzbereich an einen idealen Wert anzustreben. Es soll die Tatsache beachtet werden, dass man durch die Regelung hauptsächlich niederfrequente Vorgänge der Lagerung beeinflussen kann, wobei das hochfrequente Verhalten

im Wesentlichen von konstruktiven Parametern vorgegeben wird. Daher ist eine Vorgehensweise der Lagerauslegung sinnvoll, bei deren anfangs die hochfrequente- und zuletzt die niederfrequente Problematik gelöst werden. Ausgehend von den Hochfrequenzstörungen und den Anforderungen auf die Oberflächen-Rauheit und die Beschaffenheit wird zuerst die gelagerte Masse festgelegt: die Erhöhung der mechanischen Trägheit bewirkt eine Polverschiebung der Störübertragungsfunktion 3.17, d.h. die Lagerung wird steifer im Bereich von höheren Frequenzen. Um den mittelfrequenten Anforderungen standzuhalten, sind die Punkte:

- dynamische und störsichere Positionsmessung;
- hohe Abtastfrequenz der Lageregelung;
- genügend großer Spannungsvorrat des Stellgliedes;

zu beachten. Durch die Regeleinstellung lässt sich lediglich das niederfrequente Systemverhalten effektiv einprägen - stationäre Genauigkeit und vor Allem Systemstabilität.

Die aus dem Antriebsstrang des Tisches vorhandenen Daten, wie die vom Antrieb erzeugten Kräfte, der Drehwinkel und die Drehzahl, sind zwingend der Lageregelung zu Verfügung zu stellen. Weitere bekannte Prozessinformationen können für die zusätzliche Erhöhung der Positioniergenauigkeit sorgen - durch eine entsprechende Störgrößenaufschaltung lässt sich die Auswirkung der vorhersehbaren Störungen nahezu komplett eliminieren. In Bezug auf z. B. eine Fräsbearbeitung ist die Kenntnis über die Spindeldrehzahl, über die Form des eingesetzten Fräasers, über die Zustellung und die Materialfestigkeit des Werkstücks von Vorteil.

Eine Erprobung in industrieller Umgebung steht noch aus. Die vom Maschinenbau bekannt gegebenen Forderungen und Prozessdaten sollen präzisiert werden: Unterliegt z. B. das gelagerte Werkstück lange Zeit einer Schrubb-Bearbeitung, so ist die Lageregelung im Bezug auf die sich ändernde Masse nachzuführen, d.h. eine adaptive Regelung gewinnt immer mehr an Bedeutung.

Eine Digitalisierung der Messung und der Informationsverarbeitung wird die Störsicherheit wesentlich verbessern. Eine Überführung der analogen Regelalgorithmen zu einer digitalen Regelung soll demnach vorgenommen werden.

Literaturverzeichnis

- [AMZ04] AL-MUTHAIRI, N. F ; ZRIBI, M.: Sliding mode control of magnetic levitation system. In: *Mathematical Problems in Engineering* vol. 2004, no. 2 (2004), Nr. 2000 Mathematics Subject Classification: 93B12, S. 93–107. <http://dx.doi.org/10.1155/S1024123X04310033>. – DOI 10.1155/S1024123X04310033. – Copyright 2004 Hindawi Publishing Corporation
- [Con97] CONG, Shuang: An innovative repetitive control system. In: *IEEE International Conference* vol.1 (28-31 Oct. 1997), S. 640 – 644. <http://dx.doi.org/10.1109/ICIPS.1997.672863>. – DOI 10.1109/ICIPS.1997.672863
- [ES98] EDWARDS, Christopher ; SPURGEON, Sarah K.: *Sliding mode control: theory and applications*. CRC Press; 1 edition, 1998
- [Föl94] FÖLLINGER, Otto ; MANFRED KLITTICH, Unter M. u. (Hrsg.): *Regelungstechnik: Einführung in die Methoden und ihre Anwendung*. Hüthig Buch Verlag Heidelberg, 1994
- [Fri97] FRIEDRICH, Thomas: Sensorlose magnetische Lagerung für ein Förderfahrzeug. In: *Berichte aus der Elektrotechnik*. Shaker Verlag, Aachen 1997
- [HS06] HOHENBICHLER, Norbert ; SIX, Klaus: Potenziale aktiver und semiaktiver Skyhook-Regelgesetze in der Sekundärfederstufe von Schienenfahrzeugen (Potentials of Active and Semiactive Skyhook Control Laws applied to the Secondary Suspensions of Railway Vehicles). In: *Automatisierungstechnik* 54 (2006), Nr. 3, S. 130–138
- [KHY15] KENZO, Nonami ; HIROCHIKA, Ueyama ; YUTAKA, Segawa: H^∞ Control of Milling AMB Spindle. In: *JSME international journal. Ser. C, Dynamics, control, robotics, design and manufacturing* 39 (1996-09-15), Nr. 3, 502-508. <http://ci.nii.ac.jp/naid/110004089563/en/>. – ISSN 13408062

- [LA00] LI, Lichuan ; ALLAIRE, Paul E.: Sensorless sliding mode control of magnetic bearing actuators using implicit switching surfaces. In: *Seventh International Symposium on Magnetic Bearing*, August 23-25, 2000
- [LH95] LAWSON, Charles L. ; HANSON, Richard J.: *Solving least squares problems*. SIAM: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1995
- [Lie96] LIEBERT, Wolf: *Entwurf von schnellen Fuzzy-Reglern am Beispiel eines aktiven Magnetlagers*, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Diss., 1996
- [Mar80] MARINESCU, Marlene: *Analytische Berechnungen und Modellvorstellungen für Systeme mit Dauermagneten und Eisen*, Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Diss., 1980
- [Pal05] PALIS, Stephan: *Feedbacklinearisierung eines aktiven Lagers*, Otto-von-Guericke Universität Magdeburg, Diplomarbeit, 2005
- [PVSD⁺06] POUSSOT-VASSAL, C. ; SENAME, O. ; DUGARD, L. ; RAMIREZ-MENDOZA, R. ; FLORES, L.: Optimal skyhook control for semi-active suspensions. In: *Laboratoire d'Automatique de Grenoble - (2006)*, S. 608–613
- [Rie06] RIEFENSTAHL, U.: *Elektrische Antriebssysteme*. B.G. Teubner Verlag, 2006
- [Rus04] RUSKOWSKI, Martin: *Aufbau und Regelung aktiver Magnetführungen*, Universität Hannover, Diss., 2004
- [Sch92] SCHWEITZER, G. ; H.BLEULER, A.Traxler und (Hrsg.): *Magnetlager: Grundlagen, Eigenschaften und Anwendungen berührungsfreier, elektromagnetischer Lager*. Springer-Verlag, 1992
- [Sch01] SCHRÖDER, Dierk: *Elektrische Antriebe-Regelung von Antriebssystemen*. Springer, 2001
- [SKKM05] SVARICEK, F ; KARKOSCH, H.-J. ; KOWALCZYK, K. ; MARIENFELD, P.: Aktive Schwingungskompensation zur Innengeräuschminderung in Fahrzeugen. In: *31. Deutsche Jahrestagung für Akustik DAGA - (2005)*, S. 19–20
- [Skr04] SKRICKA, Norbert: *Entwicklung eines sensorlosen aktiven Magnetlagers*, Technische Universität Darmstadt, Diss., 2004

- [SP04] SOKOLOV, S. ; PALIS, E: control approach for vibration isolation of narrow-band and impulsive disturbances. In: *ISMA International Conference on Noise and Vibration Engineering, Leuven, 2004*
- [Tie97] TIESTE, Karl-Dieter: Mehrgrößenregelung und Parameteridentifikation einer Linear-Magnetführung. In: *Fortschr.-Ber. VDI Reihe 8 Nr.656 (1997)*, S. 140 Seiten, 87 Bilder, 8Tabellen
- [Tra85] TRAXLER, Alfons: *Eigenschaften und Auslegung von berührungsfreien elektromagnetischen Lagern*, ETH Zürich, Schweiz, Diss., 1985
- [Utk74] UTKIN, V. I. ; V. N. KONDAKOVA, Redaktor A. A. Mogilevskij T. (Hrsg.): *Skolzhashie rezhimy i ih primeneniya v sistemah s peremennij strukturoj [rus]*. Izdatelstvo "Nauka" Glavnaja redakcia fiziko-matematicheskoy literatury Moskva, 1974
- [Xia94] XIAO, Weirong: *Beitrag zur Entwicklung von Magnetlager- und Fuzzy-Systemen*, Universität-Gesamthochschule Kassel, Diss., 1994