NOUVELLES PENSÉES SUR LE SYSTÊME DE M. DESCARTES,

Et la maniere d'en déduire les Orbites & les Aphélies des Planètes.

PIECE QUI A REMPORTE' LE PRIX PROPOSE' par l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1730.

Par M. JEAN BERNOULLI *Professeur des Mathématiques à Bâle, & membre des Académies Royales des Sciences de France, d'Angleterre & de Prusse.*

A PARIS, RUE S. JACQUES.

Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXX.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

AVERTISSEMENT.

L'ACADEMIE a trouvé cinq Piéces parmi celles qui lui ont été envoyées, qui méritoient de concourir, & principalement la Piece N°. 13. dont la Devise est :

Me vero primum dulces ante omnia Musæ
Accipiant, Cœlique vias & sydera monstrent.

Les autres sont la Piece N°. 3. dont la Devise est : *Sicut tenebræ ejus, ita & lumen ejus.* La Piece N°. 26. dont la Devise est : *Multa contigit scire, sed non intelligere.* La Piece N°. 20. dont la Devise est : *Cœli enarrant gloriam Dei, & opera manuum ejus annunciat firmamentum.* Et la Piece N°. 27. dont la Devise est : *Ex minimis maxima.*

NOTA. *Page* 16. *après la ligne* 22. au lieu de,
$\frac{vv}{x}$) nous donnera $xdx + \frac{vv}{x} = vvdx$ pour la force centrifuge
lisez
$\frac{vv}{x}$) nous donnera $xdx \times \frac{vv}{x} = vvdx$ pour la force centrifuge

NOUVELLES PENSÉES
SUR LE SYSTÊME
DE M. DESCARTES,
Et la maniere d'en déduire les Orbites & les Aphélies des Planètes.

Virtus recludens immeritis mori
Cœlum, negata tentat iter via.
Horat. Od. 2. Lib. 3. Carm.

§. I.

L'Illustre Académie des Sciences ayant proposé pour l'année 1730. cette question: *Quelle est la cause de la figure elliptique des Orbites des Planètes, & pourquoy le grand axe de ces Ellipses change de position, ou ce qui revient au même, Pourquoy leur Aphélie, ou* *leur Apogée répond successivement à differens points du Ciel?* J'ai cru qu'il m'étoit permis d'essayer mes forces sur ce sujet. On sera peut-être surpris de voir que j'ose reproduire sur la scene les Tourbillons célestes, dans un tems où plusieurs Philosophes, particulierement des Anglois, les regardent comme de pures chimeres, & n'en parlent qu'avec le dernier mépris; mais la savante COMPAGNIE à l'éxamen de laquelle je soumets mes pensées, jugera si on a raison de condamner un Systême bâti sur des principes clairs & intelligibles, & de lui en substituer un autre fondé sur des principes dont on ne peut se former aucune idée; ce qui en matiere de Physique me paroit une raison suffisante pour rejetter un tel Systême, quand il seroit au reste le plus heureusement inventé pour l'explication de tous les Phénomènes, sur tout si on a les moyens en main de faire voir que par le premier Systême bien ménagé, on est en état, non seulement de rendre raison de ces mêmes Phénomènes; mais aussi de répondre aux objections les plus fortes qu'on a voulu faire valoir en Angleterre, comme des armes invincibles contre les Tourbillons. Or je montrerai dans ce petit Discours qu'on a effectivement ces moyens pour éxécuter l'un & l'autre. Je vais commencer par faire une courte discussion des differentes idées que l'on a sur le Systême général du Monde; ensuite je répondrai à la prétendue impossibilité des Tourbillons fondée sur deux Propositions de M. Newton; En troisiéme lieu je donnerai la solution de la question proposée, par l'hypothese des Tourbillons.

§. II.

Les deux parties que contient cette Question, consistent à déterminer 1°. la cause des Ellipses que les Planètes décrivent dans le Ciel, 2°. la cause du changement de position des grands axes de ces Ellipses. On ſuppoſe donc, comme une choſe avérée, que les Orbites des Planètes ont une figure elliptique, & que les Aphélies ſont mobiles.

§. III.

On a raiſon de le ſuppoſer ; les Phénomènes démontrent l'un & l'autre, quoique quant aux Planètes principales, le mouvement de leur Aphélie ſoir ſi lent, que pluſieurs, tant Aſtronomes que Philoſophes, ont voulu douter s'il eſt véritable, ou plûtôt apparent ; mais je le ſuppoſerai réel & véritable, d'autant plus qu'il découle fort naturellement du Syſtême dont j'entreprends la défenſe.

§. IV.

L'arrangement des parties du Monde, l'ordre & le mouvement des Aſtres, enfin la ſymmetrie entre tout ce qui compoſe l'Univers, eſt ce qu'on nomme communément le Syſtême du Monde ; mais comme c'eſt une explication phyſique qu'on demande ſur les deux points en queſtion, on voit bien qu'il ne ſuffit pas de regarder ce grand édifice avec des yeux Aſtronomes, c'eſt-à-dire de ſe contenter de ſavoir le cours & les autres ſymptomes des Aſtres, ſuivant les régles établies par les obſervations & l'idée du Syſtême qu'on adopte, ſans ſe mettre en peine comment ni pourquoy les choſes ſont ainſi faites & point autrement. Il faut de plus pénétrer dans les Cauſes phyſiques, connoître les Loix du mouvement, & les prendre de la ſource, ſi on veut être en état de rendre raiſon des effets obſervés par les Aſtronomes.

§. V.

Cependant comme les Aſtronomes ſont obligés de choisir un Systême qui convienne, autant qu'il est possible, aux Phénomenes célestes dans toutes les particularités qui les accompagnent; aussi les Physiciens ne sont pas moins obligés de s'y tenir préférablement à tout autre; car comment pourroit-on tirer des vérités en raisonnant sur une hypothèse douteuse, ou tout-à-fait fausse? Ainsi je ne m'arrêterai pas au Systême de Ptolomée, ni à celui de Ticho, puisqu'il y a long-tems qu'on reconnoît l'insuffisance de l'un & de l'autre, tant pour l'Astronomie que pour la Physique.

§. VI.

Le Systême de Copernic est celui qui quadre le mieux pour l'Astronomie, comme étant le plus simple. On satisfait par son moyen aux principaux Phénomènes; & il est d'ailleurs confirmé par un grand nombre d'observations & par des découvertes nouvellement faites, depuis qu'on a trouvé moyen d'employer les grands tuyaux optiques pour observer le Ciel. Les Satellites de Jupiter & ceux de Saturne qui font leurs révolutions autour de ces Astres, le mouvement propre de Jupiter, celui de Mars & de Venus sur leur centre, semblable au mouvement diurne de la Terre, les Phases croissantes & décroissantes de Venus, le mouvement du Soleil autour de son centre fixe & immobile, & plusieurs autres découvertes de cette nature, sont autant de preuves presque certaines de la vérité du Systême de Copernic. Aussi les Astronomes les plus habiles & de ce siécle & du passé, l'ont-ils reçû sans difficulté, comme le seul qui puisse expliquer tous ces Phénomènes d'une maniere simple & naturelle.

§. VII.

Mais pour ce qui est des causes Physiques qui produiſent les mouvemens des corps céleſtes & les varietés de ces mouvemens, il s'en faut beaucoup que les Philoſophes ne ſoyent d'accord entre eux. Mon but n'eſt pas d'éxaminer le ſentiment de chacun; on ne l'éxige pas. Je me propoſe ſeulement, parce que cela me conduit à mon ſujet, de confronter les deux differentes opinions qui ont fait le plus de bruit dans le monde. La premiere eſt celle de M. Deſcartes; la ſeconde qui eſt la plus en vogue en Angleterre, vient du fameux M. Newton.

§. VIII.

Pour parler de cette derniere, en premier lieu, on ſait que M. Newton l'a bâtie ſur les vûës de Kepler, dont il a emprunté le fondement pour compoſer ſon Syſtême. Il ne faut pas nier qu'il n'ait éxécuté ſon deſſein fort heureuſement par la force centrifuge des Planètes contrebalancée par une force contraire de leur gravitation vers le centre du mouvement. Quant à la premiere de ces deux forces, ſa nature eſt connuë, on en conçoit clairement la cauſe, & perſonne ne fait difficulté d'accorder, qu'une pierre, par éxemple, agitée en rond par une fronde, acquiert un effort continuel pour s'éloigner du centre, parce qu'elle eſt empêchée par la fronde de ſe mouvoir en ligne droite, qui eſt la tangente du cercle en tout point où la pierre ſe trouve, & qui eſt la direction naturelle qu'elle ſuivroit, ſi elle n'étoit point retenuë par la fronde: Et comme il faut une certaine force pour détourner à tout moment la pierre de ſon mouvement rectiligne, il eſt viſible qu'elle doit faire une réſiſtance égale (puiſque l'action & la réaction ſont toujours égales) & c'eſt dans cette réſiſtance que conſiſte la force centrifuge. Ainſi cette force eſt reconnuë & admiſe comme un principe clair & intelligible.

§. IX.

Mais quand il s'agit d'expliquer la cauſe de la gravitation des Planètes ſur le Soleil, & la raiſon pourquoy elles ne trouvent point de réſiſtance de la part du milieu dans lequel elles ſe meuvent, il a falu hazarder deux ſupoſitions hardies, qui révoltent les eſprits accoûtumés à ne recevoir dans la Phyſique que des principes inconteſtables & évidens. La prémière de ces ſuppoſitions eſt d'attibuer aux corps une vertu ou faculté *attractive*, par laquelle ils s'attirent mutuellement, ſans le ſecours d'aucune autre action. La ſeconde conſiſte à ſuppoſer dans le Monde un *vuide* parfait. Voilà donc *l'attraction & le vuide* (comme dit agréablement M. de Fontenelle) *bannis de la Phyſique par Deſcartes, & bannis pour jamais ſelon les apparences, y reviennent ramenés par M. Newton, armés d'une force toute nouvelle, dont on ne les croyoit pas capables, & ſeulement peut-être un peu déguiſés*; deux principes qui tendent directement à rétablir ſur le trône le Péripathétiſme, qui a tyranniſé ſi longtems les anciens Philoſophes. Auſſi M. Newton a-t-il bien ſenti & prévû les objections qu'on lui feroit, en particulier contre la péſanteur innée des corps, c'eſt pour cela qu'il proteſte en pluſieurs endroits, qu'il n'adopte ce ſentiment que comme une hypothèſe, par exemple, à la page 389. de ſes Principes Phil. Nat. Edit. derniere: *Attamen*, dit-il, *gravitatem corporibus eſſentialem eſſe minime affirmo*, plus retenu en cela que ſes Sectateurs outrés, tels que M. Cottes, qui a fait la Préface devant cette Edition, où il prétend poſitivement & d'un air impérieux contre les Cartéſiens. pag. 8. & 9. *Que la péſanteur n'eſt pas moins eſſentielle aux corps que leur étenduë, mobilité & impetrabilité.* On voit là le Diſciple plus courageux que le Maître.

§. X.

Mais puiſque cette confiance de parler ne nous oblige en aucune maniere de donner aveuglément dans ces ſentimens incompréhenſibles, il nous ſera permis d'abandonner le Syſtême de M. Newton, quelque ingénieux qu'il ſoit, juſqu'à ce qu'il ſoit délivré de tout ce qui choque la ſaine raiſon, comme en effet, je crois avoir trouvé un expédient tout particulier pour expliquer la gravitation des Planètes par une cauſe purement méchanique, ſans recourir ni à l'attraction, ni au vuide, avec cet avantage, que je me fais fort de montrer clairement, pourquoi les gravitations des Planètes ſur le Soleil doivent être en raiſon renverſée des quarrés des diſtances au centre du Soleil, ce que M. Newton & ſes Sectateurs ont ſeulemenr ſuppoſé comme une hypothèſe ſans pouvoir le démontrer, pour en déduire les Ellipſes, au foyer deſquelles on place le Soleil, ou le centre auquel tendent les gravitations. Mais mes penſées là-deſſus me donneroient matiere à une autre Diſſertation, que j'aurai l'honneur de communiquer à l'illuſtre Académie, quand je verrai que celle-ci aura été reçûë favorablement. Je m'attache pour le préſent à convaincre les Adverſaires des Tourbillons, qu'ils ſont beaucoup plus commodes qu'on ne l'a crû juſqu'ici, pour ſauver les Phénomènes, en particulier ceux dont il eſt ici queſtion, ce qui diſſipera en quelque façon les difficultés, auſquelles ce Syſtême étoit ſujet.

§. XI.

Les Tourbillons que M. Deſcartes a introduits, ſont trop connus des Phyſiciens pour en faire une ample deſcription. On ſait que par ces Tourbillons il a prétendu expliquer deux effets principaux, ſavoir le mouvement des Planètes autour du Soleil, & la nature de pésanteur, qui fait descendre les corps grossiers vers le centre de la Terre ou d'une autre Planète. Mais ce Systême tout spécieux qu'il est d'abord, n'a pas manqué de rencontrer ses Antagonistes : on y a trouvé à redire sur tout ; que par les Tourbillons il est très-difficile d'expliquer la Règle de Kepler, que les observations les plus éxactes vérifient d'une maniere admirable. En conséquence de cette Règle les Planètes décrivent au tour du centre du Soleil, non par des cercles excentriques, comme on croyoit, mais des Ellipses, quoique approchantes des cercles; le Soleil est dans un des foyers de chacune de ces Ellipses; le tems pour parcourir un arc d'une Ellipse est proportionel à l'aire du Secteur Elliptique formé par cet arc & les deux lignes droites tirées du foyer aux extrémités du même arc; Les tems périodiques des révolutions entières des Planètes sont en raison sesquipliquée de leurs distances moyennes au centre du Soleil, c'est-à-dire, que les quarrés des tems périodiques, sont comme les cubes de ces distances. D'où il suit, que la vitesse moyenne des Planètes est réciproquement comme la racine quarrée de leur distance moyenne. Enfin tout cela s'observe aussi dans les Planètes sécundaires ou Satellites au tour de leur Planète principale.

§. XII.

D'ailleurs M. Descartes a tâché de rendre quelque raison pourquoy une même Planète est tantôt plus, tantôt moins éloignée du Soleil, ce qui se fait, selon lui & ses Commentateurs, parce que le Tourbillon solaire, entouré de plusieurs autres Tourbillons inégaux, en est pressé inégalement, en sorte que l'interstice par où doit passer la matiere du Tourbillon, étant d'un côté plus étroit, & du côté opposé plus large, il faut que la Planète

Planète s'approche plus du Soleil, & marche plus vite là où elle eſt ſerrée, & qu'elle s'éloigne plus du Soleil, & aille plus lentement à l'endroit où elle eſt plus au large. Quand on accorderoit cela, on voit bien que les Orbites des Planètes ne ſeront pas des cercles, & qu'elles auront leurs Aphélies & Perihélies; mais faut-il pour cela, dira-t-on, que les Orbites ſoyent juſtement des Ellipſes? Que le Soleil ſoit juſtement placé dans un des foyers? Que les Planètes obſervent ſi préciſément dans leur cours la loi de Kepler? Faut-il auſſi que les apſides ſoyent mobiles, nonobſtant que l'inégalité des interſtices entre le Soleil & les Tourbillons voiſins paroiſſent par cette explication devoir occuper toujours les mêmes endroits, par raport aux étoiles fixes? Voudra-t-on dire que Dieu a fait exprès un arrangement tout particulier par une eſpèce de miracle entre les Tourbillons, pour produire ces effets? en vérité cela ſeroit ce qu'on apelle *Deum accerſere ex machina.* On pourroit ſoûtenir avec le même droit, que Dieu dirige immédiatement par ſa Toute-puiſſance la machine de l'Univers, & que c'eſt ſa pure volonté, que les Corps céleſtes ſe meuvent de la ſorte, & point autrement; ou bien on pourroit rapeller ces Génies ou ces Intelligences, que Dieu a conſtituées, ſelon la groteſque idée de certains Anciens, pour tourner éternellement les Cieux & les Aſtres, en obſervant la Règle de Kepler. Mais s'il étoit permis de raiſonner ſur ce pied-là en entaſſant hypothèſes ſur hypothèſes, il n'y auroit aucun Phénomène dans la Nature des choſes, dont on ne pût imaginer ſur le champ quelque explication, ſemblable à celle que donne par plaiſanterie M. Cottes dans ſa préface que j'ai alléguée ci-deſſus, où pour ſe rire des Tourbillons Cartéſiens, il dit, quoiqu'avec un peu trop de préſomption, qu'ils ne ſont pas plus propres pour expliquer les mouvemens des Planètes, que ſeroit l'hypothèſe de celui qui pour rendre raiſon pourquoi une pierre jettée en l'air décrit une Parabole, voudroit ſoûtenir, que c'eſt parce qu'il y a une matiere ſubtile qui ſe meut en tous ſens, & toûjours ſur des Paraboles grandes & petites, tellement que la pierre entrainée par le cours de cette matiere, ſera obligée de ſuivre la route de l'une ou de l'autre de ces Paraboles, ſelon la direction & la force avec laquelle la pierre a été jettée.

§. XIII.

Un tel uſage des Tourbillons ſeroit, en vérité, ridicule; mais d'un autre côté on leur feroit grand tort de les rejetter tout-à-fait à cauſe des difficultés qui ſe préſentent d'abord. Si on veut être équitable, il faut voir ſi on ne peut pas les lever par quelque tempérament ou explication raiſonnable. Ce ſeroit une eſpece d'ingratitude, ſi nous ne reconnoiſſions que c'eſt principalement à M. Deſcartes que nous ſommes redevables des premieres idées qu'il nous a données pour raiſonner en Phyſique, ſur des principes qu'on peut entendre clairement, au lieu de tout ce fatras de qualités occultes, de formes ſubſtantielles, de facultés, de vertus plaſtiques, & de cent autres chimeres ſemblables que l'Antiquité nous avoit laiſſées.

§. XIV.

Les Tourbillons ſe préſentent ſi naturellement à l'eſprit, qu'on ne ſauroit preſque ſe diſpenſer de les admettre. Mais pour diſſiper les inconveniens qui réſultent de la manière dont M. Deſcartes veut qu'ils emportent les Planètes, ne fera-t-on pas bien d'y apporter quelque remède, en montrant un autre effet auquel on n'a pas ſongé, qui nous mette en état d'en tirer, d'une manière ſimple & claire, les Phénomènes des Astres, comme je tâcherai de faire, lorsqu'après cette discussion j'aurai l'honneur d'exposer à mes Juges la nouvelle idée que j'ajoûte au Systême de Descartes, qui me paroît la plus simple & la plus naturelle, tant pour obvier aux difficultés, que pour donner une réponse convenable au sujet de la question proposée par l'ACADE'MIE.

§. XV.

Quoique les Tourbillons Cartésiens soyent, comme nous venons de voir, sujets à de grandes difficultés, il faut avoüer aussi qu'il y en a, formées même par des Philosophes célèbres, qui ne sont qu'apparentes, & qu'on peut d'abord dissiper par des réponses solides. En effet, le Savant M. Saurin n'a-t-il pas solidement répondu dans les Mémoires de l'ACADE'MIE de 1709. à l'objection de M. Huguens sur la cause de la Pesanteur? lorsque celui-ci avoit prétendu, que si la matiere céleste se mouvoit proche de la Terre en même sens, avec une vitesse qui devroit être, selon son calcul, beaucoup plus grande que la vitesse du mouvement journalier de la Terre au tour de son axe, il ne seroit pas possible que par le continuel effort d'un mouvement si rapide, elle n'entrainât avec elle tous les corps qui sont sur la surface de la Terre, ce qui n'arrive pas. La raison que M. Saurin a donnée, pourquoy ce mouvement si rapide ne doit pas se faire sentir, ni entrainer les corps qui sont sur la Terre, me paroît si bonne, qu'elle ne sauroit être meilleure, ni plus satisfaisante.

§. XVI.

Je passe donc à une autre objection, qui paroît d'autant plus importante qu'on l'a voulu fonder sur une démonstration géométrique. Elle vient du célèbre M.

Newton, qui a donné deux propoſitions dans ſes Principes de la Phil. nat. ce ſont la 51e & la 52e du ſecond Livre, par leſquelles il prétend démontrer l'impoſſibilité des Tourbillons. Mais outre la réponſe judicieuſe de M. Saurin que lon voit à la fin de ſon Mémoire allégué, je trouve que le raiſonnement de M. Newton eſt un ſophiſme manifeſte, étant fondé ſur deux ſuppoſitions également fauſſes. Voici comme il raiſonne. Il conçoit d'abord un fluide uniforme & infini en repos, dans lequel il fait tourner un Cylindre, & puis auſſi une Sphère ſolide autour de leur axe. Il diviſe par la penſée le fluide en une infinité de couches d'une épaiſſeur égale & infiniment petite, toutes paralleles à la ſurface du Cylindre, ou de la Sphere. Cette ſurface en tournant fait une impreſſion continuelle ſur la prémière couche qui lui eſt contiguë, & l'entraine peu à peu: de même cette prémière couche met en mouvement la ſeconde, celle-ci la troiſième, & ainſi conſécutivement chacune des couches entrainera par ſon frottement ſa voiſine ultérieure, juſqu'à ce qu'une grande partie du fluide ſoit miſe dans une eſpèce de Tourbillon, qui tourne à chaque diſtance avec une viteſſe permanente & convenable à l'éloignement de l'axe du Cylindre ou de la Sphere. Pour déterminer le tems périodique qui convient à la révolution de chaque couche, M. Newton conſidere les couches comme ſolides & d'une petite épaiſſeur égale, comme je l'ai déja dit; enſuite il parle ainſi (v. pag. 375. Ed. dernière) „ Quoniam homogeneum „ eſt fluidum, impreſſiones contiguorum Orbium in „ ſe mutuo factæ erunt (per hypoth.) ut eorum tranſlationes ab invicem, & ſuperficies contiguæ in quibus „ impreſſiones fiunt. Si impreſſio in orbem aliquem „ major eſt vel minor ex parte concava quam ex parte „ convexa, prævalebit impreſſio fortior, & motum orbis vel accelerabit, vel retardabit, prout in eundem

„ regionem cum ipſius motu vel in contrariam dirigitur. Proinde ut orbis unuſquiſque in motu ſuo uniformiter perſeveret, debent impreſſiones ex parte utraque ſibi invicem æquare & fieri in regiones contrarias. Unde cum impreſſiones ſint ut contiguæ ſuperficies & harum tranſlationes ab invicem, erunt tranſlationes inverſe ut ſuperficies (cylindricæ). h. e. inverſe ut ſuperficierum diſtantiæ ab axe, &c.

§. XVII.

Or les dernières lignes de ce Raiſonnement, qui ne ſont qu'une répétition des prémières, contiennent une double erreur. Car 1°. les impreſſions que ſe font les Couches, les unes ſur les autres, conſiſtent dans la réſiſtance que cauſe le frottement, lorſque la ſurface convexe d'une couche ſe ſépare de la ſurface concave de la couche voiſine: mais on ſait que cette réſiſtance dépend uniquement de la force avec laquelle les deux ſurfaces ſont preſſées l'une contre l'autre, & point du tout de la grandeur ou de l'étenduë dans laquelle elles ſe touchent. Nous avons ſur ce ſujet une excellente Diſſertation de feu M. Amontons dans les Mémoires de l'ACADE'MIE de 1699. où il fait voir pag. 212. *Que la réſiſtance cauſée par le frottement des ſurfaces de differentes étenduës eſt toûjours la même, lorſqu'elles ſont chargées de poids égaux, ou ce qui eſt la même choſe, lorſque les preſſions ſont égales.* Cependant M. Newton conſidere ſeulement l'étenduë des Couches & la viteſſe rélative avec laquelle elles ſe ſéparent, ſans faire attention à la quantité de preſſion dont chacune eſt preſſée contre ſa voiſine. 2°. Il néglige entierement de faire intervenir l'action du Levier, dont la conſidération pourtant eſt ici abſolument néceſſaire, étant viſible que la même force appliquée ſuivant la tangente de la Circonference d'une grande rouë, a plus d'efficace pour la faire tourner, qu'elle n'a lorſqu'on l'applique à la circonference d'un rayon plus petit. D'où vient donc que M. Newton, qui regarde ces couches comme autant de rouës ſolides à tourner ſur leur axe commun, ne tire pas en conſéquence le raport des diſtances au centre, qu'obſervent les forces du frottement dans les couches, pour avoir leur véritable *momentum* ou efficace? D'où vient auſſi qu'il ne met pas en ligne de compte la quantité de preſſion que chaque couche doit ſoûtenir, puiſque, ſans la preſſion, les Couches ne feroient que gliſſer l'une ſur l'autre ſans ſe frotter, comme il eſt évident par les expériences de M. Amontons.

§. XVIII.

Voilà deux erreurs qu'on ne ſauroit concevoir comment elles ſont échapées à la ſagacité d'un ſi grand Géomètre, & moins encore peut-on s'imaginer pourquoy ſes zélés Partiſans ne ſe ſont point apperçûs pendant ſi long-tems, juſques-là même qu'ils ont laiſſé paroître ces fautes dans les trois différentes éditions qu'on a faites en Angleterre de l'Ouvrage de M. Newton, fort long-tems l'une après l'autre. Voyons ce qu'il faut faire pour rémedier à ce double deffaut. Pour cette fin je donne la ſolution de ſes deux Propoſitions dans les articles ſuivans; on jugera ſi je n'ai pas mieux réüſſi.

§. XIX.

Il eſt évident que chaque couche du fluide entre deux autres voiſines, pour qu'elle puiſſe circuler avec une viteſſe uniforme, doit recevoir autant d'efficace par le frottement de la couche inférieure, pour en être avancée ou accélerée, qu'elle en reçoit en ſens contraire par le frottement de la supérieure pour en être retardée, de sorte que les décroissemens de vitesse étant à tous momens réparés par des accroissemens égaux, la couche conserve sa circulation uniforme. Or qu'est-ce qui produit ces deux effets égaux & contraires l'un à l'autre? C'est sans doute la force du frottement que souffre chaque couche, en *avant*[2], & en *arriere*[1], par les deux contiguës, la supérieure & l'inférieure; mais cette force d'où vient-elle au frottement, puisque ni le seul attouchement des surfaces, ni la vitesse rélative avec laquelle elles se séparent, quelque grande qu'elle soit, ne produisent encore aucune force? Voici donc d'où je dérive cette force. Pendant qu'une couche est en circulation, il est visible qu'elle fait un continuel effort pour se dilater, à cause de la force centrifuge avec laquelle toutes ses parties cherchent à s'éloigner du centre de la circulation; mais la dilatation actuelle étant empêchée par la couche voisine supérieure, il est naturel que celle-ci en sera pressée. C'est donc ainsi que la premiere, ou la plus basse couche mise en circulation, presse la seconde, & la seconde aidée de la premiere, presse la troisième; celle-ci aidée des deux précédentes, presse la quatrième, & ainsi de couche en couche par toute l'étendue du Tourbillon. D'où il suit que pour estimer la quantité de l'impression que chaque couche éxerce sur la surface concave de la suivante, il faut prendre la force centrifuge de la matiere, non de la seule couche inférieure contiguë, mais de toutes les précédentes, puisque la derniere des couches doit toûjours soûtenir l'effort total de la force centrifuge que toute la matiere du fluide compris sous elle acquiert par la circulation.

§. XX.

Il ne reste que le calcul à faire pour trouver combien de pression chacune des couches précédentes contribuë à presser la derniere ; la somme de toutes ces pressions donnera la pression totale. Soit donc le corps *S* que je supose premierement cylindrique, & qui par le mouvement au tour de son axe produit dans le fluide un tourbillon composé d'une infinité de couches d'épaisseur égale & infiniment petite. Prenons deux de ces couches, comme *ERP* & *GMC* éloignées l'une de l'autre de l'intervalle *EG*, & considerons *ERP* comme la derniere, dont le rayon *SE* soit d'abord d'une longueur déterminée & invariable $= a$, pendant que l'autre couche *GMC* considérée comme une des précédentes, a le rayon *SG* indeterminé & variable $= x$, & l'épaisseur constante $Gg = dx$. Soit *V* la vitesse absoluë avec laquelle la couche *GMC* circule au tour de *S*. La quantité de matiere contenuë dans la couche *GMC* est proportionelle au produit de *SG* par *Gg*; donc cette quantité s'exprimera par xdx, ce qui étant multiplié par la force centrifuge absoluë (qui est, comme on sait, en raison composée de la directe du quarré de la vitesse & de la réciproque simple du rayon, c'est-à-dire en raison de $\frac{vv}{x}$) nous donnera $xdx \times \frac{vv}{x} = vvdx$ pour la force centrifuge de la matiere contenuë dans la couche *GMC*.

Fig. I.

§. XXI.

C'est donc avec cette force $vvdx$ que la couche particuliere *GMC* sans le secours des précédentes inférieures fait un effort pour se dilater, je veux dire qu'elle presse le fluide extérieur contenu dans l'espace *RPEGCM*. Or c'est un principe d'Hydrostatique, qu'un fluide qui remplit éxactement quelque espace, étant pressé d'un côté, répand également la même

pression

preſſion ſur toutes les parties des parois extérieures de l'eſpace qui renferme le fluide. Donc pour ſavoir quelle ſera la preſſion que toute la ſurface concave de la Couche *ERP* reçoit de l'effort dilatatif de la ſeule Couche *GMC*, il faut faire cette analogie. *Comme la circonférence* GMC *eſt à la circonférence* ERP, *ou, comme le rayon* SG (x) *eſt au rayon* SE (a); *ainſi la force centrifuge ou l'effort dilatatif de la Couche* GMC *que nous avons trouvée* $= vvdx$ *eſt à une quatrième* $\frac{avvdx}{x}$, qui montre par conſèquent la preſſion que la ſurface concave de la derniere Couche *ERP* ſouffre de l'effort dilatatif de *GMC*. Donc la Somme ou l'Integrale de $\frac{avvdx}{x}$, c'eſt à dire $a\int\frac{vvdx}{x}$ déſignera la preſſion totale que toutes les Couches inférieures compriſes entre *S* & *GMC* tranſmettent conjointement ſur la concavité de la derniere *ERP*. Faiſons préſentement cette Couche *ERP* variable & contiguë à *GMC*, afin que nous ayons indéterminément la preſſion totale ſur chacune. Ainſi il n'y a qu'à mettre x pour a, & nous aurons $x\int\frac{vvdx}{x} =$ à l'impreſſion totale que le fluide du tourbillon communique à la ſurface concave d'une Couche quelconque, dont le rayon eſt x; donc cet $x\int\frac{vvdx}{x}$ dénotant la force avec laquelle la ſurface convexe d'une Couche eſt preſſée contre la concave de la plus voiſine ſupérieure, doit, ſelon l'expérience & le raiſonnement de M. Amontons, règler la force du frottement que ſe font les deux Couches contiguës l'une à l'autre, ce qui s'exécute en cette maniere.

§. XXII.

Ayant tiré (Fig. II.) une ligne droite *SE* qui coupe les circonférences des Couches A, B, C, &c. aux points L, M, N, O, &c. Que l'on conçoive les arcs LR, MT, NV, OP, &c. qui expriment les vitesses réelles avec lesquelles les Couches font leurs révolutions au tour de S. La Courbe RPF qui passe par les points R, T, V, P, &c. sera nommée la Courbe des vitesses. Considerons une de ces Couches, par éxemple B entre les deux voisines A & C, & tirons les rayons ST & SV qui coupent l'arc MT aux points T & t pour avoir le petit arc Tt, élément de *Translation* comme M. Newton l'apelle, c'est-à-dire la vitesse rélative avec laquelle la Couche B se sépare de ses voisines A & C Soit donc comme auparavant la distance indéterminée SM ou $SN = x$, MT ou $NV = v$; nous aurons $Tt = TM - tM = TM - VN + VN - tM$; Or $TM - VN$ n'est autre chose que la differentielle de l'arc TM prise négativement, je veux dire, que $TM - VN = -dv$, & $VN - tM$ (parce que $SN . NM :: VN . VN - tM$) $= \frac{vdx}{x}$ Et partant $Tt = -dv + \frac{vdx}{x} = \frac{vdx - xdv}{x}$. La même chose se peut conclure en différentiant la vitesse angulaire, dont la mesure est l'angle TSM ou $\frac{v}{x}$; Car $VSN - TSM = - TST = - d\left(\frac{v}{x}\right) = \frac{vdx - xdv}{xx}$: Mais $TST = \frac{Tt}{TS} = \frac{Tt}{x}$, donc $Tt = \frac{vdx - xdv}{x}$ comme auparavant.

§. XXIII.

Tout cela étant ainsi trouvé, il en faut déduire le *momentum* ou l'efficace du frottement des Couches, en prenant les trois raisons, qui en doivent déterminer l'effet total. 1°. La pression des Couches exprimée par $x\int\frac{vvdx}{x}$, 2°. La vitesse rélative de translation ou de séparation de leurs surfaces contiguës, 3o. La longueur du Levier, c'est-à-dire, le rayon des Couches qui est $= x$. Ainsi la raison composée de ces trois raisons $x \times \frac{vdx - xdv}{x} \times x\int\frac{vvdx}{x}$, ce qui fait $\overline{vxdx - xxdv} \times \int\frac{vvdx}{x}$ donnera le *momentum* du frottement, en vertu duquel la surface concave de chaque Couche est poussée en avant, pendant que sa surface extérieure ou convexe en est autant précisément repoussée en arriere; dont l'effet est que la Couche sera conservée dans sa circulation uniforme. Mais afin que cela arrive généralement à toutes les Couches, il n'y a qu'à faire $\overline{vxdx - xxdv} \times \int\frac{vvdx}{x} =$ à une quantité constante que je nommerai cdx. Ainsi j'ai cette équation $\overline{vxdx - xxdv} \times \int\frac{vvdx}{x} = cdx$, qui détermine la nature de la courbe des vitesses *RPF*, par conséquent aussi la loi de la vitesse réelle du tourbillon pour chaque distance au centre *S* Or comme je remarque que dans le facteur du prémier membre $vxdx - xxdv$ les deux indéterminées v & x montent ensemble à la même dimension, savoir à la seconde, cela me fait connoître que v peut être égal à une certaine puissance de x. Pour la trouver, suposons $v = x^n$, & partant $dv = nx^{n-1}dx$, & substituons ces deux valeurs dans notre équation $\overline{vxdx - xxdv} \times \int\frac{vvdx}{x} = cdx$; le prémier membre $\overline{vxdx - xxdv} \times \int\frac{vvdx}{x}$ (après avoir pris l'Integrale de $\frac{vvdx}{x}$, ou de $x^{2n-1}dx$, qui est $\frac{1}{2n}x^{2n}$) se change en $\overline{x^{n+1}dx - nx^{n+1}dx} \times \frac{1}{2n}x^{2n}$ ou $\frac{1-n}{2n}x^{3n+1}dx$. Nous avons donc cette Equation $\frac{1-n}{2n}x^{3n+1}$

$dx = cdx$, laquelle doit êtrre identique, afin qu'elle satisfasse à l'équation trouvée, c'est pourquoi il faut faire $3n+1 = 0$, & $\frac{1-n}{2n} = c$, ce qui donne $n = -\frac{1}{3}$ & $c = -2$, par conséquent $x^{3n+1} = x^{0} = 1$. La valeur de n, étant ainsi déterminée, je dis que notre Equation différentielle $\overline{vxdx - xxdv} \times \int \frac{vvdx}{x} = cdx$ convient à cette autre algébrique $v = x^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$.

§. XXIV.

D'où l'on voit que la vitesse v, avec laquelle la matiere du tourbillon circule, est reciproquement proportionelle à la racine cubique de sa distance au centre S. Il est présentement aisé d'en tirer aussi les tems périodiques; car puisque ces tems sont directement comme les circonferences à parcourir & reciproquement comme les vitesses, & que les circonférences sont comme les rayons, le tems d'une circulation sera proportionel à $\frac{x}{v} = x\sqrt[3]{x} = x^{\frac{4}{3}}$. Je dis donc que les tems périodiques des parties du fluide sont en raison sesquitripliquées, ou comme les racines cubiques de la quatrième puissance des distances à l'axe cylindrique, au lieu que M. Newton les a trouvées facilement en raison de simples distances.

§. XXV.

Examinons à présent l'autre cas, où le corps S qui tourne uniformément sur son centre est une Sphère, laquelle formera autour d'elle un tourbillon sphérique, que nous diviserons par la pensée avec M. Newton en une infinité de Couches concentriques d'épaisseur égale & infiniment petite. Il s'agit de trouver la loy, des vitesses que ces Couches auront dans le plan de l'Equateur, je veux dire, dans le plan qui passe par le centre perpendiculairement à l'axe, lorsque chacune de ces Couches aura acquis son mouvement uniforme. La méthode est tout-à-fait la même que celle dont je me suis servi pour le cas précédent. On considerera seulement chaque Couche comme divisée en zones d'une largeur infiniment petite par des cercles parallèles à l'Equateur. Et d'autant que ces zones d'une même Couche doivent achever leur révolution dans le même tems, parce que les Couches sont regardées comme solides, il est visible que nous n'avons qu'à chercher la vitesse d'une seule de ces zones pour en tirer ensuite le tems d'une révolution de toute la Couche sphérique. Prenons donc la première zone contiguë à l'Equateur. (Fig. I.) D'abord il est manifeste, que si *GMC* répréfente l'Equateur ou le circuit de la zone considéré avec son épaisseur *Gg* infiniment petite & égale dans toutes les Couches sphériques, la quantité de matière contenuë dans la zone *GMC*, dont l'épaisseur est *Gg*, sera ici proportionelle au produit du quarré de *SG* par *Gg*, parceque les zones semblables en différentes Couches sphériques sont comme les quarrés des rayons; & partant ladite quantité de matière sera exprimée par $xxdx$, ce qui multiplié par la force centrifuge absoluë $\frac{vv}{x}$, me donne $xxdx \times \frac{vv}{x} = vvxdx$ pour la force centrifuge de la matière qui remplit la zone de l'épaisseur *Gg*. Ensuite pour connoître la pression que la surface concave de la zone semblable *ERP* prise sur la derniere Couche sphérique doit souffrir par l'effort dilatatif de la seule zone *GMC* sans l'aide des précédentes, il faut faire ici cette analogie. *Comme le quarré de la circonférence* GMC, *au quarré de la circonférence* ERP, *ou comme le quarré du rayon* SG (xx) *est au quarré du rayvn* SE (aa), *ainsi l'effort di-*

latatif de la zone GMC ($vvxdx$) *est à un quatriéme* $\frac{aavvdx}{x}$, qui marque la preſſion que ce même effort éxerce ſur la ſurface concave de la zone ERP ; Donc l'Integrale de cela qui eſt $aa\int\frac{vvdx}{x}$ donne la preſſion totale que toutes les zones ſemblables des Couches inferieures compriſes entre S & GMC transferent conjointement ſur la ſurface concave de la derniere zone ERP. En changeant préſentement la déterminée, a, en, x ; nous aurons pour ce cas du tourbillon ſphérique $xx\int\frac{vvdx}{x}$ pour la force de preſſion entiere que la zone dont le rayon eſt x doit ſoutenir. Et achevant le reſte comme dans le cas précédent, nous aurons le *momentum* du frottement pour faire circuler les zones ſupérieures par les inférieures $= x \times \frac{vdx - xdv}{x} \times xx \int\frac{vvdx}{x} = \overline{vxxax - x^3dv} \times \int\frac{vvdx}{x}$, ce qui doit être égal à une quantité conſtante cdx. Suposons ici comme ci-devant, que $v = x^n$ & $dv = nx^{n-1}dx$, nous trouverons en faiſant le calcul, que $n = -\frac{2}{3}$ & $c = -\frac{5}{4}$, d'où on conclut que l'équation différentielle $\overline{vxxdx - x^3dvx} \times \int\frac{vvdx}{x}$ ſe réduit à cette algébrique $v = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{xx}}$

§. XXVI.

Cela fait voir que, dans un tourbillon ſphérique, la viteſſe des Couches ſous l'Equateur eſt réciproquement comme la racine cubique du quarré de la diſtance au centre ; ou bien, parce que chaque couche fait ſa révolution avec toutes ſes parties enſemble comme une Sphere ſolide qui tourne ſur ſon axe, il eſt clair que la viteſſe ſous tel parallele que l'on voudra sera reciproquement proportionelle à la racine cubique du quarré de la distance pérpendiculaire à l'axe. C'est-pourquoi les tems périodiques de différentes Couches étant toûjours proportionels à $\frac{x}{v}$, s'exprimeront dans ce cas par $x^{\frac{5}{3}}$, c'est-à-dire, que les parties d'un tourbillon formé par le tournoyement d'une Sphère font la révolution en des tems qui sont comme les racines cubiques de la cinquiéme puissance de leurs éloignemens du centre de la Sphère. Mais M. Newton les a trouvés par son raisonnement erroné, comme les quarrés de ces éloignemens.

§. XXVII.

On peut remarquer en passant une particularité assés curieuse, c'est que les tems périodiques trouvés par M. Newton, pour le tourbillon cylindrique en raison de x sont trop petits, devant être en raison de $x^{\frac{4}{3}}$, mais au contraire ceux qu'il trouve pour le tourbillon sphérique en raison de xx sont trop grands, puisqu'ils ne sont véritablement que comme $x^{\frac{5}{3}}$. D'où il paroît que son erreur l'a fait écarter de la Regle de Kepler, pour le prémier cas dans le défaut, & pour le second dans l'excés, de part & d'autre plus qu'il n'étoit juste. En effet, chacune de nos deux proportions aproche bien plus de l'éxactitude de cette regle, qui veut, que les tems periodiques des Planètes soient en raison sesquipliquée des distances moyennes, ou comme $x^{\frac{3}{2}}$. Or $x^{\frac{4}{3}}$ que nous avons trouvé, marque une raison un peu plus petite que celle de $x^{\frac{3}{2}}$, & $x^{\frac{5}{3}}$ en donne une un peu plus grande que $x^{\frac{3}{2}}$.

§. XXVIII.

Ne seroit-il donc pas permis de hazarder à cette occasion quelque conjecture en faveur des tourbillons

Cartésiens ? On pourroit dire que puisque la figure cylindrique du Soleil donne un peu trop peu, & la figure sphérique un peu trop, il y a peut-être, une figure à donner au Soleil entre le cylindrique & la Sphère, qui produiroit au juste ce qu'il faut. Mais donnera-t-on au Soleil une autre figure que celle d'un Globe ? Je répondrois, pourquoi non ? Les Physiciens d'aujourd'hui ne sont-ils pas du sentiment, que la Terre, les Planètes, enfin tous les Corps célestes qui tournent sur leur centre doivent avoir une figure, non pas tout-à-fait sphérique, mais celle d'un Sphéroïde, soit oblong, comme M. de Mairan en a montré la possibilité (voy. les Mém. de l'Académie de 1720.) soit aplati fait par la conversion d'une Ellipse autour de son petit axe ? Au moins, les observations des Astronomes ont vérifié cela dans Jupiter, dont la distance d'un Pole à l'autre a été observée plus petite que le diamètre de son Equateur. Pourquoi donc le Soleil qui tourne aussi sur son axe, témoin le mouvement de ses taches, en seroit-il éxempt ? au lieu qu'il semble qu'il devroit être le plus sujet à cet aplatissement vers ses poles, à cause qu'il est vraisemblablement composé d'une matière entiérement fluide : Il faut peut-être peu de différence entre la longueur de son axe & le diamètre de son Equateur, pour que les tems périodiques des Couches du tourbillon solaire suivent éxactement la Règle de Kepler.

§. XXIX.

D'ailleurs nous avons suposé jusqu'ici avec M. Newton une parfaite uniformité dans tout le fluide du tourbillon ; mais outre l'inégale fluidité qui s'y trouve selon toutes les aparences, à mesure qu'on s'éloigne du centre, ce que M. Saurin a fort bien remarqué, on peut & même on doit suposer aussi une différente densité dans la matiere céleste, je parle de cette matiere

tiere

tiere qui compoſe proprement le tourbillon, & laquelle par le continuel éffort de s'éloigner du centre, retient les Planètes dans leurs Orbites & les entraine, en ſorte que les Planètes occuperont chacune telle ou telle région dans le tourbillon, où la matière céleſte leur eſt convenable en denſité. Car ſi le tourbillon étoit, par toute ſon étenduë, uniformément denſe, & que les Planètes fuſſent auſſi d'une même denſité, il eſt viſible qu'elles ſeroient toutes également éloignées du Soleil, & feroient leurs périodes en tems égaux. Voyons donc quelle loi de denſité doivent obſerver les differentes couches du tourbillon, afin que les tems périodiques ſuivent précisément la Règle de Kepler. Le calcul n'en eſt pas trop difficile, après celui que j'ai fait pour l'uniformité de la matière du tourbillon. Le voici en conſidérant le Soleil de figure ſpherique, qui eſt le cas le plus convenable; ſans avoir beſoin de recourir au ſphéroïde oblong ou aplati.

§. XXX.

Puiſque tout revient à bien ſupputer la preſſion, que les couches inférieures communiquent aux ſupérieures, & que nous avons montré §. 25. que ſi toutes les couches étoient également denſes, la preſſion de chacune ſous l'Equateur ſeroit proportionelle à $xx \frac{\int vvdx}{x}$, il faut ici faire entrer la denſité que je ſupoſe proportionelle à x^p, je veux dire à une certaine puiſſance de la diſtance x, dont je chercherai l'expoſant p. Je raiſonne donc ainſi. La quantité de matiere contenuë dans la zone GMC (Fig. I.) qui eſt contiguë à l'Equateur du tourbillon, ou plûtôt de ſa couche, dont le rayon eſt x, eſt proportionelle au produit, non ſeulement du quarré SG par Gg, mais encore par la puiſſance cherchée de SG, c'eſt-à-dire qu'elle eſt proportionelle à $xx \times dx \times x^p$; Donc cette quantité de matière sera exprimée par $x^{p+2}dx$. D'où l'on tire, comme j'ai fait §. 25. $xx\int vvx^{p-1}dx$ pour la pression entiere de la zone, dont le rayon est x. Ainsi le *momentum* du frottement sera $= x \times \frac{vdx - xdu}{x} \times xx\int vvx^{p-1} dx = \overline{vxxdx - x^3dv} \times \int vvx^{p-1}dx$; faisons cela $= cdx$, & suposons (pour le réduire à une équation algébrique) que $v = x^n$ & $dv = nx^{n-1}dx$; Nous trouverons que $n = \frac{-p-2}{3}$ & $c = \frac{p-4}{p+5}$; On aura donc la vitesse $v = \frac{1}{\sqrt[3]{x^{p+2}}}$ & le tems périodique $\left(\frac{x}{v}\right) = x\sqrt[3]{x^{p+2}} = x^{\frac{p+5}{3}}$. Si nous voulons rendre présentement les tems périodiques conformes à la Règle de Kepler, il faut que $x^{\frac{p+5}{3}}$ soit $= x^{\frac{3}{2}}$, & partant $\frac{p+5}{3} = \frac{3}{2}$, ce qui donne $p = -\frac{1}{2}$. Donc afin que cette Règle ait lieu, il faut que la densité de la matiere du tourbillon soit réciproquement comme la racine quarrée des distances au centre substituant cette valeur de $p = -\frac{1}{2}$ dans l'expression de la vitesse $v \frac{1}{\sqrt[3]{x^{p+2}}}$, nous aurons $v = \frac{1}{\sqrt[3]{x^{-\frac{1}{2}+2}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^{\frac{3}{2}}}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{-\frac{1}{2}}$, c'est-à-dire que la vitesse sera aussi comme la racine quarrée des distances, conformément à la Règle de Kepler. Ainsi la vitesse & la densité sont en même raison.

§. XXXI.

On trouvera peut-être étrange que la matiere soit plus dense près du centre que loin de-là, vû qu'il semble, que le fluide du tourbillon étant composé de parties héterogènes, les plus denses ayant une plus grande force centrifuge devroient gagner le dessus, & se ranger vers la circonférence du tourbillon; mais pour obvier à cette difficulté, on peut concevoir deux sortes de densité, l'une qui consiste dans une plus grande grosseur des particules, l'autre dans une plus grande multitude de particules contenuës dans un volume égal, lesquelles, quoique moins grossieres, peuvent être si serrées, que, prises ensemble, elles feront une plus grande quantité de matiere. Or il est fort probable, que vers le centre du tourbillon, les particules, quoiqu'extrêmement subtiles, sont aussi beaucoup plus serrées que celles qui sont vers la circonférence, lesquelles, quoique plus grossieres, ne laissent pas d'être beaucoup plus écartées les unes des autres, nageant dans un fluide infiniment subtil qui passe librement par les plus petits interstices des particules du tourbillon, lequel fluide, par conséquent, ne fait que remplir le vuide, sans faire aucune résistance aux Corps célestes emportés par le tourbillon.

§. XXXII.

Nous voilà donc, enfin, débarassés de la grande objection, que l'on a fait tant valoir contre le Systême des tourbillons. Les Adversaires ne manqueroient pas, sans doute, d'y insister perpétuellement, si je n'avois pas démontré, une bonne fois, la fausseté des deux Propositions de M. Newton, qui ont fourni la matiere à cette objection. Ainsi on m'accordera que j'ai fait voir par des principes incontestables, que l'effet des tourbillons peut conspirer merveilleusement avec la Règle de Kepler, quant à la loi des tems périodiques des Planètes.

§. XXXIII.

Après tout ce détail, dans lequel il m'a falu entrer nécessairement pour mettre les tourbillons à l'abri des objections, & par lequel je ne crois pas avoir fait une chose inutile, ni désagréable aux Fauteurs des tourbillons, qui m'en sauront, peut-être, bon gré, après ce détail, dis je, je me suis frayé le chemin pour rendre raison, avec plus de succès de ce qu'on demande. C'est, sans doute, une autre difficulté, pour le moins aussi grande que celles que nous venons de dissiper, qui est de dire pourquoi les Orbites des Planètes ne sont pas des cercles éxacts, mais des Ellipses; pourquoi le Soleil ou le centre des tourbillons n'est pas aussi le centre de ces Ellipses; Enfin la plus grande difficulté est d'expliquer la cause qui fait que les axes de ces Ellipses sont mobiles, c'est en quoi consiste précisément la question de l'illustre ACADE'MIE. Je vais donc satisfaire aux deux points de notre sujet, selon l'ordre de division que j'ai faite §. 2. en montrant 1°. que la figure Elliptique des Orbites peut fort bien subsister avec les tourbillons dans toutes les circonstances qu'on remarque. 2°. Que les Apsides doivent être mobiles, ou ce qui est la même chose, que le grand axe des Orbites Elliptiques change de position par raport aux étoiles fixes, dont je dois expliquer la cause.

§. XXXIV.

Je ne veux rien changer dans la figure sphérique des Couches du tourbillon solaire; je les laisse même parfaitement concentrique au Soleil, au moins jusqu'à une vaste étenduë au-delà de Saturne, ce qui rendra entierement infructueuse l'objection de M. Newton qui veut prouver que les parties du tourbillon ne peuvent pas décrire des Ellipses; (voy. le *Scholium* à la fin du second Livre de ses Principes) sa démonstration contre laquelle on pourroit faire bien des exceptions, ne nous touche pas. Il est certain qu'une Planète qui seroit d'abord placée dans une Couche, dont la matiere fût avec elle de la même densité, suivroit éxactement le cours de cette Couche, & décriroit par conséquent un cercle parfait au tour du centre du tourbillon. Mais voyons ce qui doit arriver, ſi une Planète au commencement de ſon éxiſtence ne ſe trouve pas placée dans une Couche qui ſoit également denſe que la Planéte ; Il eſt naturel, que ſuivant ce que j'ai expliqué ci-deſſus, cette Planète n'étant pas dans ſon point d'équilibre, elle doit ou deſcendre, ou monter, ſelon qu'elle eſt ou plus, ou moins denſe que la matiere du tourbillon qui l'environne : Remarqués que je prends toûjours le mot de denſité dans le ſens que je lui ai donné §. 31. Mais pendant qu'elle change ainſi de place en ligne droite, par raport au centre du tourbillon ; elle eſt auſſi emportée au tour de ce centre par le mouvement circulaire de la matiere celeſte ; il en réſultera donc dans la Planète un mouvement composé, qui lui fera décrire une ligne différente de la circonférence d'un cercle. Il s'agit de faire comprendre que cette ligne ſera une Ellipſe, dont le grand axe ne changera ſenſiblement de poſition qu'après un grand nombre de révolutions.

§. XXXV.

Soit *S* le centre d'un cercle *CAB.* qui repréſente la ſection d'une couche ſphérique, de la même denſité que la Planète *P* placée un peu au-delà de cette couche. Si on fait abſtraction du mouvement circulaire, ou que l'on ſuppoſe que la Planète *P* ſoit empêchée d'être emportée par le tourbillon ; mais en ſorte qu'elle puiſſe pourtant deſcendre ou ſe mouvoir librement ſur le rayon *PS*, on conçoit aiſément qu'elle deſcendra, en effet, avec accéleration, pendant qu'elle ſe trouve encore au-deſſus de *C* dans une matiere moins denſe, & qu'étant parvenuë en *C*, elle aura acquis ſa plus grande viteſſe ; delà elle continuera de deſcendre, mais avec un mouvement retardé, à meſure qu'elle paſſe par des couches plus denſes, juſqu'à ce que le mouvement de deſcente ſoit entierement détruit en *D* par la réſiſtance Fig. III.

de la matiere des couches inférieures ; Or la Planète ne pouvant ſubſiſter en *D*, parce qu'elle ſeroit dans une matiere trop denſe, elle ſera obligée de remonter en *P* avec un mouvement, d'abord acceleré, & puis retardé. De *P* elle redeſcendra en *D*, puis remontera, & de cette maniere, il ſe fera une reciprocation comme les oſcillations des Pendules, ou comme les balancemens du vif-argent dans le tuyau du Baromètre, que l'on obſerve quand on le ſecouë un peu. Il faut remarquer que *CD* doit être plus petit que *CP*, parce que les couches inférieures ayant plus de denſité que les ſupérieures, la Planète en deſcendant depuis le point d'équilibre *C* où elle a acquis ſa plus grande viteſſe, rencontre plus de réſiſtance, qu'en montant du même point *C* avec la même viteſſe qu'elle avoit acquiſe en deſcendant.

§. XXXVI.

Donnons à préſent auſſi à la Planète le mouvement tranſlatif, je parle de celui auquel elle s'accommode en entrant ſucceſſivement dans une autre couche qui l'emporte au tour de *S* par un petit arc élémentaire. Concevons donc que la Planète entrainée par le fluide du tourbillon parte du point de ſa plus grande hauteur *P*, en ſorte que ſi elle ne deſcendoit pas, elle iroit conjointement avec la couche *PHR*, ne faiſant autre choſe qu'obéïr à ſon mouvement & recevoir ſa viteſſe. Mais puiſque la Planète eſt obligée de deſcendre en même tems qu'elle eſt emportée par le tourbillon, elle quittera à tout moment la couche où elle eſt, pour entrer dans une autre dont elle va prendre le mouvement de circulation. Il eſt manifeſte, comme je l'ai déja inſinué, que la Planète pour ſatisfaire à ſes deux mouvemens, continuëra ſon chemin ſuivant une courbe particuliere *PLEM*, dont je chercherai la figure.

§. XXXVII.

Supoſons d'abord, qu'il faille préciſément le même tems à la Planète pour deſcendre de P en D, qu'il faut à la matiere céleſte pour lui faire décrire la moitié d'une révolution PLE; il ſuit de cette ſupoſition, que pour achever l'autre moitié EMP, il faut encore le même tems qui eſt auſſi celui dans lequel la Planète remonteroit de D en P. Et puiſque les viteſſes accélerées & retardées de P en D ſont les mêmes dans un ordre renverſé, que celles de D en P, il faut que la même choſe ſe faſſe à rebours, lorſque la Planète décrit la moitié EMP, qui ſe faiſoit en décrivant la premiere moitié PLE; Donc ces deux moitiés PLE & PME ſont deux courbes égales & ſemblables, ou plûtôt deux branches d'une même courbe; Donc elles font enſemble la courbe entière $PLEMP$, en forme d'Ellipſe, qui a pour axe la droite PE, dont l'extrêmité P eſt l'Aphélie & l'autre E le Périhélie. Ayant prolongé l'axe PE qui coupera les cercles PHR & CAB en E & G, nous aurons $GE = PD$ dont $SE\ (SG - GE) = SP - PD = SD$, c'eſt-à-dire, que la diſtance de l'Aphélie P au Soleil S ſurpaſſe celle du Perihélie E de l'intervalle PD entre les deux couches extrêmes, qui ſont les limites de toutes celles que la Planète traverſe, en faiſant chaque révolution.

§. XXXVIII.

Mais pour connoître la nature de cette courbe Elliptique $PLEM$, & afin d'être aſſuré que c'eſt une véritable Ellipſe, une des ſections coniques, & que le point S en eſt le foyer. On voit bien, ſans que je le diſe, que cela dépend en partie de la viteſſe des couches, qui eſt connuë, étant comme $\frac{1}{\sqrt{x}}$, ou en raiſon ſoudoublée réciproque de leurs distances au Soleil, & en partie de la vitesse accélerée & ensuite retardée de la descente de *P* en *D*. Or la loi suivant laquelle la variation de cette vitesse se doit faire, afin que ce mouvement combiné avec la circulation des couches, oblige la Planète de décrire une telle Ellipse, cette loi, dis-je, se découvre en faisant attention, avec combien de force la Planète est poussée ou repoussée, quand elle se trouve dans une couche d'une d'ensité différente de la sienne. Connoissant ainsi les loix de la vitesse translative, & de celle de la descente, on sera en état de déterminer la nature de l'Ellipse *PLEM*. Car soit *N* un point quelconque, auquel la Planète soit parvenuë, & que l'on tire la droite *SN*, & une autre *Sn*, infiniment proche. Soit aussi décrit du centre *S* l'arc *NI* & son plus proche *ni* qui coupe *SN* au point *e*, il est clair que *Ii* ou *Ne* est à *ne*, comme la vitesse acquise en *I* si la Planète tomboit perpendiculairement de *P* en *I*, est à la vitesse de la couche *IN*; Ainsi le raport de *Ne* à *en* du triangle élémentaire *N en* étant déterminé, on en trouvera la nature de la courbe *PLM* par la méthode des tangentes inverse. Ou bien on pourra proceder synthetiquement, en suposant que *PLM* est une Ellipse ordinaire, dont *S* soit le foyer, & chercher ensuite par la méthode différentielle directe le raport de *Ne* à *ne*, pour en tirer la vitesse requise en *I*, afin que nôtre courbe devienne l'Ellipse suposée. Je n'ajoute pas le calcul, parce qu'il seroit long & pénible. Il suffit pour la premiere partie de la question, d'avoir indiqué la cause qui peut produire la figure Elliptique des Orbites des Planètes, les principes d'où je l'ai déduite sont clairs, intelligibles & admis de tous ceux qui entendent la Méchanique, c'est, je crois, tout ce qu'on prétend sur cet article, & je ne pense pas qu'on trouve la moindre difficulté dans la supposition que je fais, que les oscillations des Planètes perseverent sans être alterées

rées par la résistance externe que leur opose la matiere du tourbillon, comme il arrive à une Pendule agitée dans notre air grossier, où nous voyons que l'étenduë des oscillations diminuë enfin sensiblement par la résistance de l'air, jusqu'à l'entiere extinction du mouvement. Car l'énorme grosseur des Globes des Pla ètes, jointes à l'extrême rareté de la matiere du tourbillon où elles nagent, fait concevoir aisément, sans le secours du calcul de M. Newton, que dans une centaine de siécle, il n'arrivera point de changement sensible, ni à la durée, ni à l'étenduë des oscillations que les Planètes ont une fois commencé de faire. Passons donc à l'autre partie, où on demande pourquoi le grand axe de ces Ellipses change de position, c'est à quoi il me sera facile de satisfaire, toute la réponse pouvant être tirée de mon explication comme un simple Corollaire, de la maniere qui suit.

§. XXXIX.

Il est visible que les Apsides *P* & *E* répondroient constament aux mêmes points du Ciel, si le tems périodique pour achever une révolution enitere *PLMP* étoit précisément égal au tems que la Planète employeroit (si elle n'étoit point emportée) à descendre de *P* en *D* & à remonter de *D* en *P*, poussée & repoussée par la seule force qui vient de l'inégalité de densité, comme je l'ai expliqué ci-dessus. Mais qu'est-ce qui empêche de suposer, que le tems périodique d'une révolution n'est pas parfaitement égal au tems des deux oscillations? d'autant plus que nous savons d'ailleurs, que dans la nature des choses il est presque impossible de trouver deux productions d'une égalité parfaite & prise à la rigueur géométrique. Il nous est donc pern is de suposer que la Planète fait sa révolution un peu p û-tôt que deux de ses oscillations. Ainsi suposons cela comme une chose fort naturelle, & voyons quel effet il en résultera.

§. XL.

La Planète qui quitte le point P & qui après avoir parcouru tout le Ciel, revient à la ligne SP n'aura pas encore achevé, tout-à-fait, de remonter à la même hauteur SP, c'est à-dire, il lui manque encore quelque chose pour revenir à son Aphélie. Donc la Planète après la premiere révolution, croisera la ligne SP obliquement, quoique bien après, au-dessous de P, & consumera encore un peu de tems avant que d'atteindre la circonférence PHR dans un point π qui sera le lieu de l'Aphélie après la prémiere révolution. On voit donc une raison physique déduite du Systéme des tourbillons. 1°. Pourquoi les Orbites des Planètes sont des Ellipses. 2°. Pourquoi le grand axe de ces Ellipses change de position, ou pourquoi leur Aphélie répond successivement à différens points du Ciel. Ce sont les deux articles ausquels j'avois à satisfaire.

§. XLI.

Il faut suivant mon explication, que le mouvement de l'Aphélie soit uniforme, & qu'il se fasse d'Occident en Orient selon l'ordre des Signes, au moins pour les Planètes principales; mais ce mouvement est si lent, que le petit arc $P\pi$ (Fig. III.) qui est parcouru dans le tems d'une révolution, est insensible, & qu'il ne peut devenir sensible qu'après un grand nombre de révolutions: Aussi cela fait-il que les Astronomes ne pouvant pas faire des observations assés fréquentes sur ce sujet, ne sont pas d'accord combien il faut donner de mouvement à l'Aphélie de chaque Planète. M. Newton supose comme vrai, que le progrès de l'Aphélie de Mars suivant l'ordre des signes est tel, qu'en cent années il n'avance que de 33. min. 20. secondes, en sorte qu'il faudroit 648. siecles pour une seule révolution de l'Aphélie de Mars, d'où il conclut par sa théorie fondée sur l'attraction mutuelle entre les Planètes, que les Aphélies des autres Planètes inférieures doivent avancer aussi dans l'ordre des signes en raison sesquipliquée de leurs distances au Soleil, en sorte que dans un siècle l'Aphélie de la Terre avancera de 17. min. 14. sec. celui de Venus de 10. min. 53 sec. & enfin celui de Mercure de 4. min. 16. sec. Il semble qu'il a établi cette proportion sesquipliquée sur une pure aparence & sans aucun fondement; car je ne vois pas, & je crois que bien d'autres plus clairvoyans que moi ne voyent pas non plus, comment la gravitation de l'une sur l'autre (quand on l'accorderoit) demande une telle proportion, d'autant plus que, selon lui, cette même gravitation produit sur l'Aphélie de Saturne un effet entierement irrégulier & contre sa règle, puisqu'il veut que cet Aphélie soit tantôt avancé, tantôt reculé par l'attraction de Jupiter dans le tems de conjonction de ces deux Planètes. Ne semble-t-il pas que M. Newton devroit dire la même chose de chaque Planète inférieure? Car s'il y avoit une telle attraction, la Terre, par éxemple, étant dans son Aphélie, quand elle précède Jupiter, par raport au Zodiaque, en seroit retirée, & au contraire elle en seroit avancée, quand Jupiter la précède, c'est-à-dire, que la même force que Jupiter fait influer sur la Terre causeroit des effets entierement oposés, avant & après la conjonction de la Terre & de Jupiter; mais on ne remarque rien de semblable, & M. Newton lui-même ne l'infere pas de son hypothèse, comme il le devroit faire.

§. XLII.

Quant au mouvement de la Lune, il est sujet à tant d'irrégularités, qu'on a de la peine à le bien mettre en règles. Cela vient de ce que la Lune étant Satellite de la Terre, elle est emportée au tour de celle-ci par son tourbillon particulier, lequel lui-même envelopé dans le tourbillon solaire, & entrainé au tour du Soleil, soufre de grandes variations à bien des égards, ausquelles il ne seroit pas sujet s'il étoit libre & hors d'un autre tourbillon, & que le centre de la Terre fût immobile comme celui du Soleil ou d'une autre Etoile fixe. D'où il est clair 1°. que le tourbillon de la Terre serré comme il est entre les Couches du grand Tourbillon solaire qui le terminent par en haut & par en bas, doit se rétrecir dans la ligne droite tirée par les centres du Soleil & de la Terre, & s'étendre suivant la perpendiculaire à cette ligne, à peu près comme une vessie pressée entre deux plans, se doit aplatir. 2°. Comme la matiere du tourbillon terrestre, quand elle est entre la Terre & le Soleil se meut à contre sens du mouvement de la matiere du tourbillon solaire; mais quand elle circule à l'oposite, où elle est le plus éloignée du Soleil, elle va de même côté avec le grand tourbillon, il est visible que la partie d'en bas du tourbillon terrestre, trouvant plus de résistance, & partant plus de pression que celle d'en haut, il faut que l'interstice entre la Terre & l'extrêmité inferieure de son tourbillon soit plus étroit que l'interstice oposé, qui est entre la Terre & l'extrêmité superieure. D'où il suit 3°. que les sections des Couches qui composent le tourbillon de la Terre, sont d'une figure inégale & différente du cercle, non point pourtant comme les Ellipses ordinaires, qui ont les concavités oposées égales, telles que Descartes & quelques autres ont conçû l'Orbite de la Lune, en plaçant la Terre dans le centre de cet Orbite. Mais je conçois la chose à peu près ainsi.

§. XLIII.

Soit *T* le centre de la Terre (Fig. IV.) *PTS* la ligne droite tirée vers le Soleil, à laquelle ſoit conçûë la perpendiculaire *ATB*. Du centre *T* & ſur *AB* comme ſur le grand axe ſoient décrites deux demi-Ellipſes *ACB* & *AFB*; dont le petit demi-axe ſuperieur *TC* ſoit un peu plus grand que l'autre petit demi-axe inferieur *TF*. La courbe entiere *CAFBC* repreſentera aſſés bien la ſection d'une couche du tourbillon terreſtre; tellement que ſi la Lune étoit de la même denſité que la matiere de cette couche, & qu'elle fût d'abord placée au point *C*, elle ſeroit obligée de ſuivre le cours de la Couche, & décriroit par conſéquent la ligne *CAFB*. Mais pour donner une idée générale des principales circonſtances qui accompagnent le mouvement de la Lune, il n'y a qu'à ſupoſer, ſuivant ma Théorie, que la Lune ait été miſe primitivement au delà de *C*, ſavoir en *P* où la matiere du tourbillon de la Terre eſt moins denſe que la Lune, & où les Couches commencent à devenir d'une rondeur plus uniforme & plus aprochante de la figure ſpherique (car il eſt à remarquer qu'à meſure que la matiere du tourbillon eſt plus éloignée du centre de ſon mouvement, par conſéquent moins preſſée par la proximité de la Terre, les Couches affecteront plus la figure ſphérique). Cela étant, concevons le cercle *PHGR* décrit du centre *T* & du rayon *TP*, qu'on pourra nommer la limite des Apogées de la Lune. Soit auſſi *PD* l'intervalle des oſcillations qu'elle feroit, ſi n'étant point emportée par le tourbillon, elle pouvoit deſcendre & remonter à cauſe de la difference de denſité. Il eſt clair que la couche qui paſſe par *D* ſera la limite des Perigées, qui ſera plus aplati que la couche d'équilibre *CAFB*. Ainſi elle coupera le grand axe aux points *I* & *R* plus près de *A* & *B*, que n'eſt le point *D* du point *C*; C'eſt pourquoy l'intervalle des oscillations *HI* & *RR* sera plus petit que l'intervalle *PD*; mais puisque *CD* est un peu plus grand que *FE* & par récompense *FG* un peu plus grand que *PC*, on voit que les deux intervalles *PI* & *GE* doivent être à peu près égaux, comme le sont éxactement les deux autres *HI* & *RR*.

§. XLIV.

Après tous ces préparatifs, considerons la route que doit tenir la Lune dans le tourbillon, & les Phénomènes qui en découlent. Si les oscillations par *PD* & *GE* étoient parfaitement isochrones aux oscillations par *HI* & *RR*, & que le tems de deux oscillations fût aussi parfaitement égal au tems périodique de la Lune, on voit bien qu'en combinant le mouvement translatif avec le mouvement d'oscillation, l'Orbite *PLEM* qui en résultera, devroit être toûjours la même pour chaque révolution, de sorte que l'Apogée *P* & le Perigée *E* arriveroient toûjours dans les syzygies, & les points de moyennes distances dans les quadratures. Mais les intervalles *P D* & *GE* étant plus grands que les intervalles *HI* & *RR*, il est raisonnable de dire, qu'il faut plus de tems pour faire une oscillation par *PD* ou *GE*, que pour en faire une par *HI* ou *RR*. Voici les conséquences que j'en tire.

§. XLV.

Quand la Lune part de son Apogée, que je supose être présentement dans les syzygies, par exemple en *P*, il faudra plus d'une révolution entiere pour qu'ayant fait deux oscillations elle soit remontée à son Apogée, qui sera par conséquent avancé en π. Après une seconde révolution, l'Apogée sera avancé d'avantage en *p*, mais non pas autant qu'il l'étoit après la premiere révolution, parce que les tems des oscillations commencent à diminuer. Et comme ils diminuent juſqu'à ce que l'Apogée ſoit parvenu dans la quadrature, on conçoit que le progrès de l'Apogée doit être retardé juſqu'en *H*, que delà il doit être derechef accéléré juſqu'en *G*, puis retardé juſqu'en *R*, & enfin accéléré juſqu'en *P*. L'avancement moyen ſur chaque révolution de la Lune eſt d'environ 3½ degrès, ce qui fait que l'Apogée principal employe à peu près 9. ans à parcourir tout le cercle *PHGR*. Je dis le principal, pour le diſtinguer des deux autres Apogées particuliers, qui ſe trouvent toûjours dans les quadratures, aux extrêmités du grand axe *AB* de la Couche Elliptique *CAFB*, que l'on peut prendre pour l'Orbite moyenne que la Lune décrit au tour de la Terre, de cette maniere la Lune ſera chaque mois deux fois dans l'Apogée, & deux fois auſſi dans le Perigée. De plus on voit que la Lune doit avoir la plus grande viteſſe dans les ſyzygies, parce que les couches du tourbillon terreſtre étant le plus ſerrées dans ces endroits, doivent ſe mouvoir plus rapidement qu'ailleurs. Et de ces deux plus grandes viteſſes, celle que prend la Lune lorſqu'elle eſt pleine, eſt moindre que quand elle eſt nouvelle, parce que le tourbillon eſt plus preſſé entre *TF* qu'entre *TC*. Par la même raiſon, la plus grande excentricité ſe fait lorſque l'Apogée principal ſe trouve dans les ſyzygies. Je pourrois démontrer par cette Théorie pluſieurs autres particularités, qui ſont vérifiées par les obſervations. Auſſi le mouvement annuel de la Terre environnée de ſon tourbillon, autour du Soleil, cauſe de nouvelles irrégularités dans le mouvement de la Lune autour de la Terre, mais toutes ces particularités ſont hors de notre ſujet, & on ne prétend pas que je donne ici un Syſtême complet de l'Aſtronomie.

§. XLVI.

Pour ce qui eſt des Satellites des deux Planètes ſupérieures, je crois que si on pouvoit les observer de près, & sur les globes-mêmes de ces deux Planètes, on remarqueroit sans doute dans le mouvement des Satellites les mêmes inégalités, que l'on remarque ici-bas dans le mouvement de la Lune, il n'y auroit de différence que du plus ou moins, en ce que le tourbillon de Jupiter, par exemple, étant beaucoup plus étendu, plus rapide & plus fort que celui de la Terre, & au contraire le tourbillon du Soleil à la distance de Jupiter étant beaucoup plus foible que dans la région où nage notre Terre, il est bien naturel que le tourbillon de Jupiter ne souffre pas tant de dérangement dans la figure sphérique de ses couches, que le tourbillon terrestre. Il y auroit bien d'autres réfléxions à faire sur le Systême de la Lune, & celui des Satellites; mais puisque cette matiere me meneroit hors de mon sujet, qui ne doit regarder à ce que je crois, que les Planètes principales, je prie mes Lecteurs de prendre le peu que j'ai dit sur le mouvement de la Lune & des autres Satellites, comme une legere ébauche d'une ample Théorie, qui mériteroit d'être cultivée & perfectionnée. Mon dessein a été de faire comprendre qu'avec les tourbillons on seroit en état d'expliquer encore d'autres Phénomènes que ceux qui font le sujet de la question proposée.

§. XLVII.

Avant que de finir ce Discours, je proposerai ici par surcroit une maniere de se répréſenter en quelque façon à l'œil la génération des Orbites des Planètes, & l'avancement de leur Aphélie, par une expérience, moyennant un Pendule. Par les Théorêmes de M. Huguens, qu'il a mis à la fin de son excellent Ouvrage *de Horologio oscillatorio*, & qui ont été démontrés dans ses œuvres posthumes, & par plusieurs autres personnes; on sçait que les Pendules de différentes longueurs qui font des circulations

circulations coniques d'une égale hauteur, achevent leurs circulations en tems égaux, c'eſt-à-dire, que tous ces Pendules circulans ainſi, ſont iſochrones; c'eſt le Théorême 7ᵉ. Mais par le 9ᵉ Théorême, on voit que le tems périodique d'une circulation très petite, qui ſe fait lorſque le fil du Pendule fait un angle fort aigu avec la verticale qui paſſe par le point de ſuſpenſion, & qui eſt l'axe du cone, que le Pendule décrit, on voit, dis-je, que le tems périodique eſt égal au tems d'une double oſcillation laterale très petite, que le même Pendule fait, lorſqu'il eſt agité dans un plan vertical, qui paſſe par le point de ſuſpenſion.

§. XLVIII.

Soit donc le fil du Pendule *AP* ſuſpendu en *A*, faiſant avec la verticale *AC* un angle quelconque *PAC*, & qu'on donne au poids *P* une viteſſe convenable ſuivant la tangente du cercle *PDEF* décrit du rayon *CP*, afin qu'avec cette viteſſe le Pendule *AP* décrive en l'air la ſurface conique, dont la baze eſt le même cercle *PDEF*; Cette viteſſe doit être (ce qu'on déduit aiſément des Théorêmes 5ᵉ & 7ᵉ de M. Huguens) à la viteſſe que le poids *P* pourroit acquérir en tombant de la moitié de la hauteur *AC*, comme le rayon *PC* eſt à la hauteur entiere *AC*. Avec une telle viteſſe une fois imprimée, le poids *P* continuera de circuler toûjours ſur la circonférence *PDEF*, ſupoſé que l'air ne faſſe point de réſiſtance: Car dans ces circonſtances le poids *P* eſt retenu ſur l'Orbite circulaire *PDEF* par deux forces qui ſe contrebalancent, l'une qui eſt la centrifuge du poids *P*, cherchant à dilater l'angle *PAC*, & l'autre force eſt ſa propre peſanteur, qui tendant à deſcendre, fait effort pour diminuer le même angle *PAC*. Mais dès qu'on donne au poids *P* une viteſſe un peu plus petite, ou qu'il perd quelque choſe de celle qu'on lui avoit d'abord Fig. V.

imprimée, il ne circulera plus sur l'Orbite circulaire *PDEF*, mais il la changera en une autre qui aura la figure d'une Ellipse *PGEH* décrite sur la surface sphérique, dont le centre est *A*, & le rayon *AP*. Cependant cette Ellipse pourra être regardée comme plane, pourvû que l'angle *PAC* soit médiocrement aigu par ex. de 12. ou 15. dégrés.

§. XLIX.

En observant ce mouvement, on verra avec plaisir, que le grand axe de cette Ellipse *PE* change de position après chaque révolution, tellement qu'après la prémiere, les deux extrêmités de l'axe *P* & *E*, se trouveront avancées en π & ε en même sens que se fait la circulation, & les avancemens de ces deux points continueront ainsi, jusqu'à ce qu'après plusieurs révolutions du Pendule ils ayent parcouru toute la circonférence *PDEF*, pourvû que durant ce mouvement la résistance de l'air ne trouble pas sensiblement cet effet. Ainsi voilà le poids *P* réprésentant une Planète qui fait ses révolutions sur l'Orbite Elliptique *PGEH*, dont l'Aphélie *P* ou E avance peu à peu, jusqu'à faire tout le tour du cercle *PDEF*, & cela du même côté que se font les révolutions, il n'y a guères de différence dans cette comparaison avec le mouvement des Planètes, sinon qu'ici les Apsides *P* & *E* sont tous deux des Aphélies par raport au centre *C* considéré comme le Soleil, & la comparaison conviendroit parfaitement, si les forces centrales avec lesquelles les Planètes sont poussées vers le Soleil étoient directement comme leurs distances; car les Orbites des Planètes seroient des Ellipses, dont le centre & non pas le foyer seroit la place du Soleil. Quant au reste la mobilité & l'avancement de l'Aphélie *P* dans notre expérience, vient évidemment de la cause que j'ai indiquée en expliquant la mobilité de l'Aphélie des Planétes.

§. L.

Pour en être aſſuré, on conſiderera que le poids *P* n'ayant pas aſſés de viteſſe initiale pour décrire un cercle, la force de ſa peſanteur prévaudra à la force centrifuge; Donc il ſera obligé de ſe raprocher du centre pendant qu'il circule en même tems, ce qui lui fait décrire l'arc *PG* entre *PC* & *PD*, juſqu'à ce que la diſtance *CG* ſoit aſſés petite, & la viteſſe aſſés grande; (car il doit s'accelerer à cauſe de ce ſurplus de force qui le pouſſe vers le centre) pour que la force centrifuge reprenant le deſſus, repouſſe le poids à la diſtance *CE* égale à *CP*, & ainſi le poids continuera à décrire l'Ellipſe *PGEH*. Or c'eſt ce ſurplus de force qui feroit faire au Pendule *AP* des oſcillations laterales très petites dans le plan vertical, & puiſque *AP* eſt 7 *AC*, le tems d'une de ces oſcillations doit être un peu plus grand que le tems d'une oſcillation laterale très petite d'un Pendule de la longueur *AC*. Donc le tems d'une circulation conique du Pendule *AP* (lequel tems eſt égal par le Théorême 9ᵉ. au tems d'une double oſcillation laterale très petite d'un Pendule de la longueur *AC*) ſera un peu plus petit que le double du tems qu'il faut au poids *P* pour parvenir en *G* où il eſt le plus près du centre *C*, & pour s'en éloigner à ſa plus grande diſtance en *E*.

§. LI.

D'où il paroît que quand le poids *P* a achevé une révolution entiere ſur l'Ellipſe *PGEH*, il ne ſera pas encore revenu tout-à-fait à ſon premier plus grand éloignement; il ſe trouvera donc un peu plus avant en π lorſqu'il aura atteint ce point du plus grand éloignement. C'eſt ainſi que le point *P* qui repréſente un des Aphélies paroîtra parcourir la circonférence *PDEF* après un bon nombre de révolutions du Pendule, & cela dans le même sens que se font les révolutions elles-mêmes, tout comme on l'observe dans le mouvement des Planètes principales, avec cette difference seulement, que les Planètes ne passent en chaque révolution qu'une fois par l'Aphélie, & une fois par le Périhélie, au lieu qu'ici le Pendule a deux Aphélies en *P* & *E*, & deux Perihélies en *G* & *H*, par lesquels on le voit passer en chaque révolution.

§ LII.

Si l'angle *PAC* est fort aigu, en sorte que la longueur du Pendule *AP* ne differe pas sensiblement de la hauteur verticale *AC*, alors la force centrale qui pousse continuellement le poids *P* vers le centre *C*, est par tout proportionelle à sa distance *PC*, comme il seroit aisé de le prouver, ce qui fait que la Courbe *PGEH* devient une véritable Ellipse, conformément à la proposition *X* du premier Livre des Principes de M. Newton, & l'axe des Aphélies *PE* ne change plus de position. En effet, on remarque que le mouvement du Pendule commençant à s'affoiblir par la résistance de l'air, les petites Ellipses continuent de se décrire pendant plusieurs révolutions, sans que les Aphélies *P* & *E* avancent sensiblement.

FIN.

CATALOGUE
des Ouvrages contenus dans ce Recueil.

VI. Traité des petits tourbillons de la matiere ſubtile, pour ſervir d'introduction à une nouvelle Phyſique, & d'éclairciſſement à la Piece precédente, qui a remporté le Prix en 1726. par le même Auteur, 60. *pages.*

VII. Diſcours ſur les loix de la communication du mouvement, qui a merité l'éloge de l'Academie Royale des Sciences, & qui a concouru aux Prix des années 1724. & 1726. par M. Jean Bernoulli Profeſſeur en Mathematique à Bâle. 110. *pages & 5. planches qui ſortent.*

VIII. De la Mâture des Vaiſſeaux : Piece qui a remporté le prix de l'Academie Royale des Sciences, l'année 1727. Par M. Bouguer Profeſſeur Royal en Hydrographie au Croiſic & Membre de l'Academie de Bordeaux, qui a remporté le Prix en 1730. *le tout en* 164. *pages & 5. planches gravées en taille douce.*

IX. *Meditationes ſuper problemate nautico de implantatione malorum quæ proximè acceſſere ad præmium anno* 1727. 48 pag. *cum duobus tabulis æneis, cælo inciſis.*

X. De la mâture des Vaiſſeaux : Piece qui a concouru au Prix de l'année 1727. par M. Camus. 65. *pages & 3. planches.*

XI. *De cauſa gravitatis phyſica generali diſquiſitio experimentalis, quæ præmium à Regia Scientiarum Academia, anno* 1728. *retulit auctore Georg. Bernh. Bulffinger, Phyſicæ experimentalis, & Theoreticæ Profeſſ. Petropoli.* 40. pag. *cum duobus tabulis aquâ forti inciſis.*

XII. De la méthode d'obſerver exactement ſur Mer la hauteur des Aſtres : Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences en 1729. par M. Bouguer Profeſſeur en Hydrographie au Croiſic, & qui a remporté le Prix en 1727. *pages* 72. *avec deux planches qui ſortent.*

XIII. Nouvelles penſées ſur le Syſtême de M. Deſcartes, & la maniere d'en déduire les Orbites & les Aphélies des Planètes : Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences en 1730. Par M. Jean Bernoulli Profeſſeur en Mathematique à Bâle.

x de l'Academie.

1730.

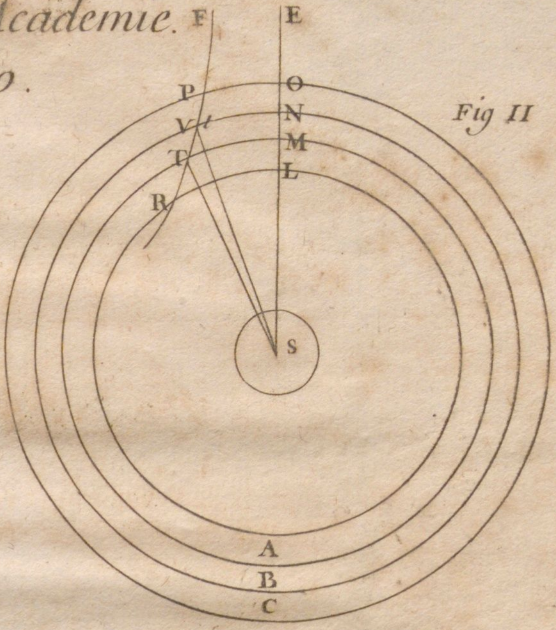
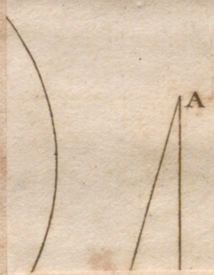


Fig II

ig. III.



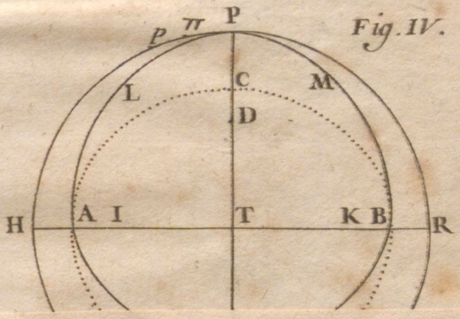
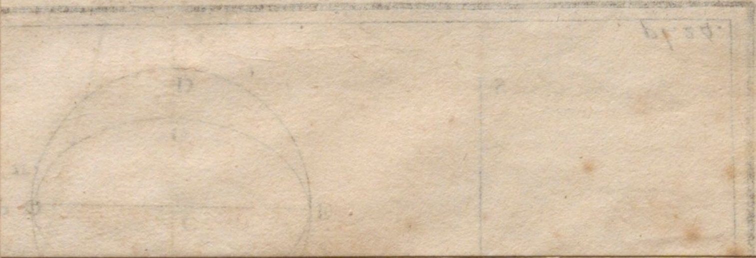
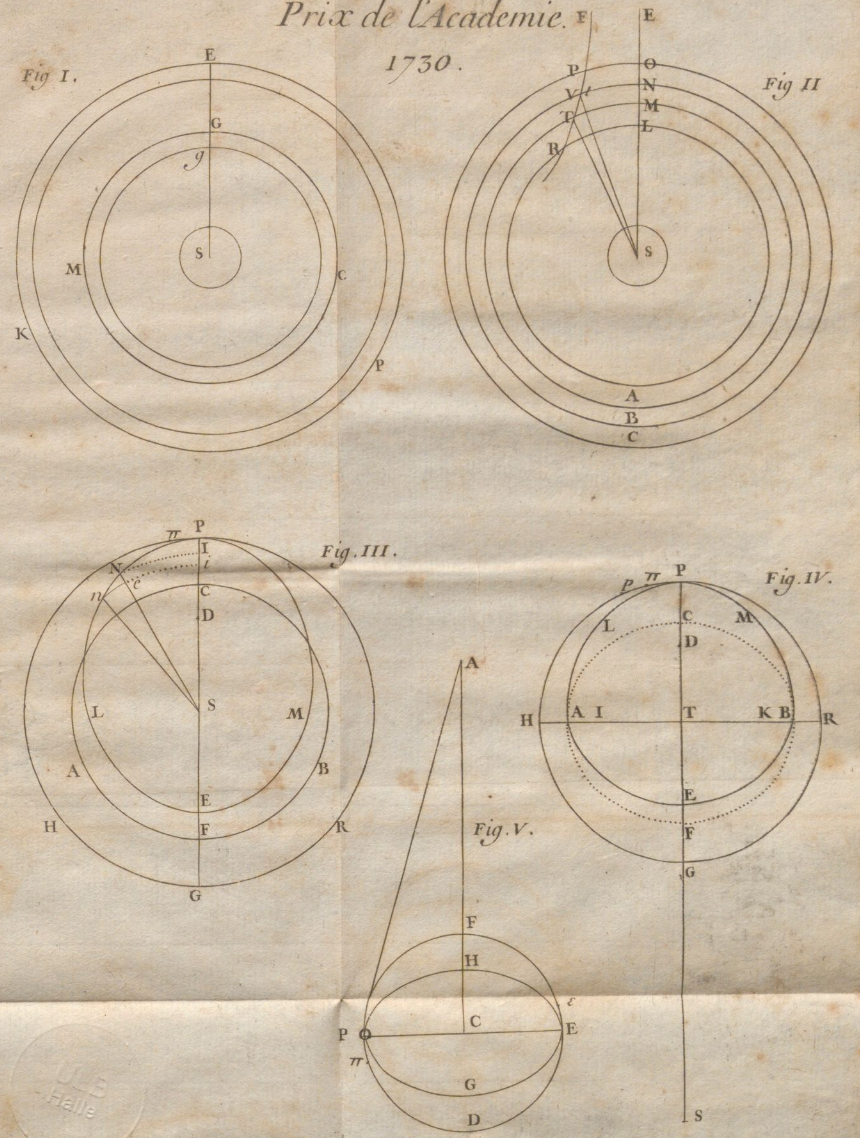


Fig. IV.



Prix de l'Academie.

1730.



pl. 24.

NOUVELLES PENSÉES SUR LE SYSTÊME DE M. DESCARTES,

Et la maniere d'en déduire les Orbites & les Aphélies des Planètes.

PIECE QUI A REMPORTE' LE PRIX PROPOSE' par l'Académie Royale des Sciences pour l'année 1730.

ERNOULLI *Professeur des Mathéma-*
& membre des Académies Royales des
e, d'Angleterre & de Prusse.

S, RUE S. JACQUES.
JOMBERT, au coin de la ruë des
s, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXX.

RIVILEGE DU ROY.