

Modellierung und empirische Analyse von Preismechanismen im Hochfrequenzbereich

Eine Analyse am Beispiel der elektronischen Aktienmärkte IBIS und XETRA



Inauguraldissertation
zur Erlangung des akademischen Grades
Doctor rerum politicarum

vorgelegt und angenommen
an der Fakultät für Wirtschaftswissenschaft
der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Verfasser:	Andreas Uphaus
Geburtsdatum- und ort:	03.09.1967, Herford
Arbeit eingereicht am:	14.10.2009
Gutachter der Dissertation:	Prof. Dr. Dr. Bodo Vogt Prof. Dr. Peter Reichling
Datum der Disputation:	23.06.2010

Danksagung

Aktienmärkte faszinieren durch ihre Chancen und Risiken, durch ein ständiges, aber zumindest teilweise beherrschbares Auf und Ab. Das dürfte auch die wesentliche Gemeinsamkeit mit Dissertationsprojekten sein – zumindest mit diesem.

Die empirische Beschreibung der Mikrostruktur ebensolcher Aktienmärkte war und ist ein noch nicht sehr weit beschrittenes Feld. Der Weg zum Ergebnis war daher durchaus auch geprägt von analytischen Sackgassen ebenso wie von überraschenden Fortschritten. Das Ziel zu erreichen war nur möglich, weil viele Menschen daran mitgewirkt haben:

Zuallererst gilt mein außerordentlicher Dank meinem Mentor und Doktorvater Prof. Dr. Dr. Bodo Vogt, ohne den diese Arbeit nicht denkbar gewesen wäre: Er hat die statistischen Werkzeuge zur Verfügung gestellt, die Einordnung in das wissenschaftliche Umfeld unterstützt, die Forschung durch zahllose Diskussionen begleitet und insbesondere die Zielausrichtung in allen Phasen „auf Kurs gebracht“.

Des Weiteren danke ich Prof. Dr. Peter Reichling für die kritische Diskussion der Ergebnisse und die wertvollen Hinweise zur praktischen Umsetzung der gewonnenen Erkenntnisse. Danken möchte ich ebenfalls Prof. Dr. Wulf Albers, bei dem ich erste Schritte im empirischen Umfeld der Aktienmärkte gehen durfte und der zur initialen Motivation erheblich beigetragen hat.

Kirsten Rüchardt und Jörg Rieger danke ich sehr für die spannenden Kapitalmarkt- und Detailergebnis-Debatten sowie für mathematische Unterstützung und die gemeinsame Beobachtung der „Fieberkurven“. Ich danke dem gesamten Team des Lehrstuhls für Empirische Wirtschaftsforschung für die sehr guten Forschungsrahmenbedingungen, hier neben eben genannten im Besonderen Thomas Neumann, Eike Kroll, Ralf Morgenstern und Sven Haller.

Ein besonders herzlicher Dank gilt meiner Familie -Andrea, Jana, Mirja und Brinja- insbesondere für die großen Freiräume, die Geduld und die Organisation eines kreativen Umfeldes.

Sie alle haben dazu beigetragen, dass nach jeder Baisse eine Hausse folgte und sich die (Zeit-) Investition letztlich ausgezahlt hat.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Die Rahmenbedingungen.....	1
1.2	Die langfristige Sicht.....	1
1.3	Die kurzfristige Sicht.....	2
2	Kapitalmärkte und Kapitalmarktdaten	5
2.1	Kapitalmärkte und deren Einordnung.....	5
2.1.1	Allgemeines.....	5
2.1.2	Merkmale von Börsen.....	5
2.1.3	Handelsverfahren.....	6
2.1.4	Marktqualität.....	10
2.2	IBIS und XETRA.....	10
2.2.1	Allgemeines.....	10
2.2.2	Marktmodell XETRA.....	11
2.3	Die Datenbasis.....	14
2.3.1	Allgemeines.....	14
2.3.2	IBIS-Daten.....	14
2.3.3	XETRA-Daten.....	15
3	Modellierung von Kapitalmärkten	16
3.1	Klassische Modelle und deren Annahmen.....	16
3.1.1	Annahmen.....	16
3.1.2	Modellierung von Preisprozessen.....	22
3.1.3	Kapitalmarktmodelle.....	30
3.2	Marktmikrostruktur – der Einfluss von Institutionen.....	36
3.2.1	Übersicht.....	36
3.2.2	Beispielmodelle.....	38
3.2.3	Ausblick.....	48
3.3	Behavioral Finance – Der Einfluss des Teilnehmerverhaltens.....	50
3.3.1	Entwicklung der Behavioral Finance.....	50
3.3.2	Wesentliche Modelle.....	52
3.3.3	Ausblick.....	54
3.4	Zusammenfassung.....	54

4	Preisbasierte Ansätze	56
4.1	Zahlenwahrnehmung	56
4.1.1	Allgemeines	56
4.1.2	Wahrnehmung und Entscheidungsfindung	57
4.1.3	Die Prominenztheorie	62
4.1.4	Der erweiterte Numerical Response Process (eNRP)	68
4.1.5	Ein Peilexperiment	82
4.2	Natürliche Zahlenverteilung	83
4.2.1	Ein Alternativkonzept	83
4.2.2	Benford's Analysen	84
4.2.3	Ein Vergleich zur Prominenztheorie	86
5	Stock Price Clustering	88
5.1	Allgemeines	88
5.2	Einleitung	89
5.3	Finanzmärkte	92
5.3.1	Natürliche Zahlenverteilung	92
5.3.2	Der eNRP im Kontext von Marktmechanismen (I)	93
5.3.3	Die Finanzmarktdaten	96
5.3.4	Clustering auf Marktniveau	96
5.3.5	Clustering auf Aktienniveau	97
5.4	Zusammenfassung	102
6	Genauigkeit und Spread	104
6.1	Allgemeines	104
6.2	Der Spread	104
6.2.1	Bedeutung und Interpretation	104
6.2.2	Definitionen und Spreadmessung	105
6.3	Spread-Determinanten	107
6.3.1	Komponenten des Spread	107
6.3.2	Determinanten des Spread	108
6.3.3	Determinanten des Stock Price Clustering Phänomens	110
6.4	Genauigkeit und Spread	111
6.4.1	Daten	111
6.4.2	Analysierte Variablen	111
6.4.3	Zusammenhang Genauigkeit und Spread	112
6.4.4	Regression Spread	113
6.5	Zusammenfassung	118

7	Die Compass Rose	120
7.1	Allgemeines.....	120
7.2	Erklärungsansätze.....	120
7.3	Bedeutung und Auswirkungen	122
7.4	Daten	122
7.5	Darstellungen einer Compass Rose	122
7.5.1	Allgemeines	122
7.5.2	Zusammenhang zwischen Preisen und Preisdifferenzen	123
7.5.3	Zusammenhang zwischen Preisdifferenzen und Returns.....	123
7.5.4	Darstellung der „Compass Rose“ aus Preisdifferenzen.....	125
7.6	Verteilung der Preisdifferenzen	127
7.6.1	Einfache Normalverteilung.....	128
7.6.2	Normalverteilung mit gerundeten Preisen	128
7.6.3	Empirische Verteilung mit wahrnehmungsbedingtem Ansatz.....	131
7.6.4	Empirische Verteilung mit Zustandsabhängigkeit.....	133
7.7	Quadranten der Compass Rose	138
7.8	Zusammenfassung	141
8	Marktmechanismen	143
8.1	Allgemeines	143
8.1.1	Bietverhalten	143
8.1.2	Orders und Aktions-Bereiche	143
8.2	Alternativenauswahl: Mikrostrukturtheoretische Ansätze	145
8.2.1	Allgemeines	145
8.2.2	Ausführungswahrscheinlichkeiten.....	146
8.2.3	Mögliche Alternativen bei strategischem Bieten.....	147
8.2.4	Ausblick.....	149
8.3	Der eNRP im Kontext von Marktmechanismen (II)	149
8.3.1	Allgemeines	149
8.3.2	Weitere eNRP-Komponenten im Überblick.....	150
8.3.3	Berücksichtigte Informationen und iterative Entscheidungen	150
8.3.4	Genauigkeitsauswahlregel und berücksichtigte Alternativen	152
8.3.5	Empirische Zusammenhänge.....	159
8.4	Quotes und Trades	161
8.5	Zusammenfassung	161

9	Der Innere Spread-Prozess (ISP)	162
9.1	Allgemeines	162
9.2	Das Roll-Modell	163
9.2.1	Annahmen und Implikationen	163
9.2.2	Roll-Modell als stochastischer Prozess der Preise	165
9.2.3	Empirische Ergebnisse	170
9.3	Erweiterungen des Roll-Modells	172
9.3.1	Erhöhte Reflexionswahrscheinlichkeiten	172
9.3.2	zusätzliche Alternativen im Spread	173
9.3.3	Zusätzliche Alternativen mit realen Wahrscheinlichkeiten	180
9.3.4	Zwischenfazit	183
9.4	Das ISP-Modell	183
9.4.1	Allgemeines	183
9.4.2	2 Zustände	184
9.5	5 Zustände	187
9.5.1	Allgemeines	187
9.5.2	Alternativen-Modell	187
9.5.3	Über-/Unterbietmechanismus	191
9.6	Empirische Ergebnisse	202
9.6.1	Vorgehensweise	202
9.6.2	Daten	202
9.6.3	Ergebnisse	204
9.7	Simulation	212
9.8	Zusammenfassung	213
10	Der äußere Spreadprozess (ASP)	214
10.1	Motivation	214
10.2	Spreadsprünge	214
10.2.1	Definitionen	214
10.2.2	Wahrnehmungstechnische Interpretation der Spreadblöcke	216
10.2.3	Daten	220
10.2.4	Dauer der Spreadblöcke	220
10.2.5	Sprungweiten	230
10.2.6	Sprungfolgen	231

10.3 Grenzen	232
10.3.1 Motivation.....	232
10.3.2 Häufigkeiten gerundeter Preise.....	232
10.3.3 Häufigkeiten der Spreadsprünge	235
10.3.4 Low Volatility Blocks (LVB).....	236
10.3.5 Ergebnisse.....	243
10.4 Zusammenfassung	249
11 Fazit und Ausblick	251
Anhang	254
Weitere Ergebnisse	323
Literaturverzeichnis	332

1 Einleitung

1.1 Die Rahmenbedingungen

Aktienmärkte zählen zu den bedeutendsten und effizientesten Märkten der Welt. Täglich wechseln Unternehmensanteile im Wert vieler Milliarden USD an den Börsen der Welt den Besitzer.

Das erhebliche Volumen von Angebot und Nachfrage wird auf vielen wichtigen Aktienmärkten, mittlerweile zumeist elektronisch, nach dem Prinzip der „Continuous Double Auction“ ausgeglichen. Die Marktform der Continuous Double Auction zeichnet sich dadurch aus, dass Anbieter und Nachfrager zu jedem Handelszeitpunkt Limit- oder Marketorders in ein (elektronisches) Orderbuch einstellen können und bei Übereinstimmung eines Angebots- und eines Nachfragepreises unmittelbar ein Matching der Orders erfolgt und somit ein Handelsgeschäft zustande kommt.

Wie die Entscheidungen der Marktteilnehmer und somit letztlich die Orderpreise im täglichen Handel entstehen, welche Faktoren in die Entscheidungsfindung einbezogen werden und wie somit der Handel beschrieben werden kann, ist trotz einer nahezu unerschöpflichen Anzahl von Veröffentlichungen über Double Auctions aufgrund der hohen Komplexität jedoch noch weitgehend ungeklärt.

Ein wesentlicher Aspekt dürfte in diesem Zusammenhang die Tatsache sein, dass lange Zeit eher mittel- bis langfristige Sichtweisen bei Anlagestrategien eine Rolle gespielt haben: Wertpapier-Anlagen wurden häufig für mehrere Monate oder gar Jahre getätigt, um strategisch möglichst hohe Gewinne mit wenigen Transaktionen erzielen zu können. In diesem Kontext überrascht es nicht, dass der kurzfristige Mikrostrukturbereich von Stunden, Minuten oder einzelnen Transaktionen zunächst weniger im Fokus des Interesses stand. Mit der zunehmenden Bedeutung von elektronischen Märkten, Fragen zum optimalen Marktdesign und dem grundsätzlichen Teilnehmerverhalten, hat jedoch auch das Interesse an der Intraday-Preisentwicklung und dem Intraday-Trading im Verlauf der letzten Jahre erheblich zugenommen.

1.2 Die langfristige Sicht

Im mittel- bis langfristigen Bereich existiert eine Vielzahl von theoretischen Erklärungsansätzen für die Entwicklung von Marktpreisen und erwarteten Renditen, die vornehmlich in der mikroökonomischen und finanzwirtschaftlichen Literatur diskutiert werden¹:

Im Rahmen der zunehmenden Notwendigkeit des Risikomanagements, die sich einerseits durch Problemfälle wie beispielsweise der Metallgesellschaft, Barings, Long Term Capital Management und zuletzt Lehman Brothers, IKB Deutsche Industriebank, Hypo Real Estate sowie einem Großteil des gesamten Bankensektors, aber auch andererseits durch die Konstruktion neuer strukturierter Finanzprodukte ergeben hat, haben finanzmathematische Verfahren erheblich an Bedeutung gewonnen. Dabei werden mittel- bis langfristigen Risiken und Chancen einzelner Wertpapiere oder ganzer Portfolios in erster Linie auf Basis wahrscheinlichkeitstheoretisch fundierter mathematisch-statistischer Techniken bestimmt².

Die daraus resultierenden theoretischen Ansätze der Wertpapieranalyse, die insbesondere eine Prognose der Wertpapierrenditen intendieren, lassen sich in technische und fundamentale Methoden unterteilen: Bei der technischen Wertpapieranalyse werden historische Preismuster als Basis für eine Kursprognose verwandt. Es wird davon ausgegangen, dass der Markt und somit ausschließlich

¹ siehe u.a. Perridon/Steiner (2007), S. 197 ff.

² Loistl (1993), S. 89

Angebot und Nachfrage den Preis eines Wertpapiers bestimmen. Zur Erstellung der Prognosen werden diverse grafische Chart-Techniken, mit deren Hilfe insbesondere Trends und Kurs-Formationen erkannt werden sollen, verwandt³. Bei der fundamentalen Wertpapieranalyse wird hingegen der innere Wert einer Aktie auf Basis von Unternehmensdaten und externen, zumeist makroökonomischen Daten ermittelt. Es wird im Gegensatz zur technischen Analyse davon ausgegangen, dass der Preis einer Aktie insbesondere durch ökonomische Rahmendaten determiniert wird⁴.

Neben den theoretischen Ansätzen zur Einschätzung der Rendite sind individuelle Strategien mehr oder weniger erfolgreicher Spekulanten bekannt geworden, die zumeist auf Heuristiken oder eben individuellen Erklärungen von Marktmustern beruhen.

Einer dieser Spekulanten war etwa der 1920 geborene Ungar und studierte Wirtschaftswissenschaftler und Soziologe Nikolas Darvas, im Hauptberuf Tänzer im Nebenberuf „Spitzenbörsenspekulant“ und „Tänzer auf dem Börsenparkett“⁵. Seine Strategie wurde bekannt als „The Box Theory“: Er kaufte und verkaufte Aktien ausschließlich auf Basis seiner Beobachtungen der Preisbewegungen. Darvas hatte beobachtet, dass sich die Preise bevor sie stiegen in einer gewissen Bandbreite mit Ober- und Untergrenze, also gewissermaßen in einer Box, auf und ab bewegten und dass sich die Boxen „aufeinanderstapelten“. Er kaufte in der steigenden Bewegung und verkaufte, wenn der Preis den Boden eines Kastens durchbrach. Diese Strategie brachte ihm immerhin Gewinne von mehr als 2 Mio. USD ein. Allerdings sind individuelle Strategien, sofern sie überhaupt bekannt werden, insbesondere in extremen Marktsituationen zum Teil hoch riskant und können ebenso zu erheblichen Verlusten führen, was beispielsweise bei den Spekulationen mit Volkswagen-Aktien von Adolf Merkle deutlich wurde.

Die beschränkte Erklärungskraft der theoretischen Ansätze und die weitgehende Erfolglosigkeit der individuellen Strategien werden etwa in den Marktverwerfungen der Finanzkrise 2008/09 besonders deutlich.

Es bleibt die Frage, wie die Märkte in der kurz-, mittel- und langfristigen Sicht im Detail funktionieren, wie die Teilnehmer im Rahmen der jeweiligen technischen Marktregeln agieren, wie sich die Preisbildungsmechanismen gestalten und ob Preisprognosen überhaupt in beschränktem Umfang möglich sind.

1.3 Die kurzfristige Sicht

Über die Mechanismen der Preisbildung und die individuellen Verhaltensweisen der einzelnen Marktteilnehmer in kontinuierlichen doppelten Auktionen liegen insbesondere im Kurzfristbereich über einige Minuten nur wenige anwendbare Erkenntnisse vor. Es ist daher das Ziel dieser Arbeit, die Preisentwicklung von Wertpapieren im Intraday- und insbesondere im Minutenbereich zu charakterisieren und zu beschreiben.

Dabei zeigt sich, dass die Wertpapierkurse keinesfalls einem typischerweise in den meisten Finanzmarktmodellen angenommenen Random Walk⁶ folgen. Es sind deutliche Abweichungen und Friktionen erkennbar, die zu Kursmustern führen, die der intuitiv von Darvas angenommenen Box-Bewegung ähneln. Im Rahmen der folgenden Ausführungen wird ein Ansatz für einen verhaltensbasierten Preisbildungsmechanismus dargestellt, der dazu beiträgt, die beobachteten Muster zumindest partiell zu erklären.

³ Perridon/Steiner (2007), S. 221. Ff.

⁴ Perridon/Steiner (2007), S. 202 ff.

⁵ vgl. auch Calonego (2008)

⁶ zur Definition eines Random Walks siehe auch Kapitel 3.1.2.3

In *Kapitel 2* wird zunächst ein kurzer Überblick über Merkmale und Handelsverfahren von Börsen gegeben. Dabei wird insbesondere auf die Funktionsweise und das Marktmodell der elektronischen Börsen IBIS und XETRA eingegangen sowie die im Rahmen dieser Arbeit verwandten Datensätze eben dieser Börsen beschrieben.

Gegenstand von *Kapitel 3* ist eine Zusammenfassung der wesentlichen Modellierungsansätze von Kapitalmärkten sowie eine Einordnung der Bedeutung dieser Modelle für die Erklärung der Verhaltensweise von Marktteilnehmern im Mikrostrukturbereich:

Zunächst werden einige klassische Modelle der finanzwirtschaftlichen Theorie diskutiert. Aufbauend auf den wesentlichen Annahmen über Rahmenbedingungen, Eigenschaften der Renditen, Risikomesung, Informationseffizienz und rationalem Entscheidungsverhalten werden die klassischen Finanzmarktmodelle kurz dargestellt. Diese Modelle bieten zwar Ansätze zur Bewertung von Wertpapieren und zur Zusammenstellung optimaler Portfolios, liefern jedoch keine direkten Ansätze zur Erklärung der eigentlichen Preisentwicklung von Wertpapieren und berücksichtigen mit Ausnahme der Annahmen zu Risikopräferenzen das Verhalten der einzelnen Marktteilnehmer kaum. Zudem sind die Annahmen der klassischen Modelle in realen Märkten u.a. aufgrund der wesentlich höheren Komplexität zumeist verletzt.

Im Rahmen der Modelle zur Marktstrukturtheorie werden hingegen Preisbildungsprozesse unter expliziter Berücksichtigung von Handelsregeln zusammengefasst. Dabei wird z.T. insbesondere auch die Nutzung von Informationen modelliert und ein Handel zu beliebigen Zeitpunkten zugelassen. Beispielhaft werden die Modelle von Demsetz, Garman und Ho/Stoll sowie die informationsbasierten Modelle von Copeland/Galai, Glosten/Milgrom und Kyle vorgestellt⁷. Die Marktstrukturtheorie bietet zwar auf der einen Seite Ansätze für Erklärungsmuster kurzfristiger Zeitreihen und komplexer Wechselwirkungen zwischen berücksichtigten Faktoren. Auf der anderen Seite sind die Annahmen jedoch zu einschränkend. So sind einige Faktoren wie etwa Informationen und Vermögen der einzelnen Marktteilnehmer kaum oder gar nicht zu beobachten, während psychologische Aspekte unberücksichtigt bleiben. Insofern sind diese Modelle für die Erklärung des kurzfristigen Teilnehmerverhaltens auf Basis beobachtbarer Daten nur sehr bedingt geeignet. Einzelne Beobachtungen wie etwa der Gravitational Pull Effect und das Roll-Modell zur Schätzung der Spreadbreite bieten nichts desto trotz wesentliche Erkenntnisse, die im Rahmen der Bildung eines verhaltensbasierten Mikrostrukturmodells von Relevanz sind.

Die Kritik an der Effizienzmarkthypothese und die Berücksichtigung psychologischer Faktoren führte zur Entstehung der „Behavioral Finance“⁸, einer Sammlung von Erklärungsansätzen für Marktanomalien, die eingeschränkte Arbitragemöglichkeiten und beschränkte Rationalität der Marktteilnehmer berücksichtigen. Die einzelnen Ansätze bieten jedoch kein geschlossenes Bild, das dazu beitragen würde, die kurzfristige Preisentwicklung an elektronischen Börsen beschreiben zu können. Trotzdem erscheint die Einbeziehung psychologischer Aspekte im Rahmen eines mehrstufigen wahrnehmungsbasierten Entscheidungsprozesses von wesentlicher Bedeutung für die Entwicklung eines auf Teilnehmerverhalten basierenden Mikrostrukturmodells zu sein.

Quasi als Synthese von Ansätzen aus der Mikrostrukturtheorie und der Behavioral Finance soll im Rahmen dieser Arbeit ein eben solches verhaltensbasiertes Mikrostrukturmodell entwickelt werden.

An Kapitalmärkten können als wesentlichste, regelmäßige und weitgehend frei verfügbare Informationen die laufenden Preise der Wertpapiere und der Orders beobachtet werden. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Preise mithin das Order- und Preissetzungsverhalten der Marktteilnehmer mit determinieren. Somit können die beobachteten Preise auch als die bedeutendste Inputgröße

⁷ Demsetz (1968), Garman (1976), Ho/Stoll (1983), Copeland/Galai (1983), Glosten/Milgrom (1985), Kyle (1985)

⁸ siehe auch Kapitel 3.3

und Datenbasis für ein Mikrostrukturmodell angesehen werden. Aber wie werden die beobachteten Preise von den Teilnehmern verarbeitet und berücksichtigt? Um diese Frage näher analysieren zu können, werden in *Kapitel 4* preisbasierte Ansätze unter besonderer Berücksichtigung der Bedeutung der Wahrnehmung von Zahlen dargestellt. Hierzu werden zunächst Abläufe und Eigenschaften allgemeiner Wahrnehmungs- und Entscheidungsfindungsprozesse betrachtet. In einem weiteren Schritt wird speziell die Generierung numerischer Antworten auf diffuse numerische Informationen auf der Grundlage der Prominenztheorie von Albers⁹ dargestellt. Der so eingeführte Numerical Response Process (NRP) wird auf Basis von Überlegungen von Spengler/Vogt¹⁰ spezifiziert und hier zum erweiterten Numerical Response Process (eNRP) ergänzt, der verwendete Signale sowie Wahrnehmungs- und Antwortfunktion näher beschreibt. Insbesondere kann festgehalten werden, dass numerische Antworten auf Basis eines psychologischen Prozesses generiert werden, eine von den zur Verfügung stehenden Umweltinformationen abhängige Genauigkeit besitzen und aus einer Menge von 3-5 Alternativen ausgewählt werden.

Im Rahmen dieser Arbeit soll die Existenz ungewöhnlicher, den üblichen Annahmen effizienter Kapitalmärkte widersprechender Effekte an elektronischen Börsen beispielhaft für IBIS und XETRA analysiert werden. Für einzelne Effekte soll mit Hilfe der oben beschriebenen Wahrnehmungs- und Entscheidungsprozesse ein Beitrag zu deren Erklärung geleistet werden, der erstmalig deutlich über die bloße Beschreibung und rein technische Begründung hinausgeht:

Zunächst wird das Phänomen des sogenannten Stock Price Clusterings in *Kapitel 5* detailliert betrachtet. Dabei steht die den klassischen Annahmen entgegenstehende Ungleich-Verteilung der Preise zu einzelnen Zeitpunkten im Mittelpunkt der Analysen.

Aus Clustering-Effekten können sich Auswirkungen auf die Handelsmechanismen und hier insbesondere auf den Bid-Ask-Spread als zentrales Charakteristikum ergeben. Deshalb werden in *Kapitel 6* die die Spreadbreite determinierenden Faktoren auch im Hinblick auf verhaltens- und wahrnehmungsbasierte Aspekte untersucht.

In einem weiteren Schritt werden in *Kapitel 7* Zusammenhänge der Preise direkt aufeinander folgender Zeitpunkte analysiert. Dabei wird insbesondere auf das Compass Rose-Phänomen eingegangen, bei dem im Phasenportrait eines Wertpapiers ein vom Ursprung ausgehendes strahlenförmiges Muster zu erkennen ist. Abhängigkeiten aufeinander folgender Preise und insbesondere Mean-Reversion und Momentum-Effekte im Kurzfristbereich sollen erkannt, klassifiziert und begründet werden.

Aus den Ergebnissen der Betrachtung der Detaileffekte sollen in *Kapitel 8* Annahmen für den Marktmechanismus von kontinuierlichen doppelten Auktionen abgeleitet werden. Es ist schließlich das Ziel dieser Arbeit, ein geschlossenes wahrnehmungsbasiertes Preisbildungsmodell für diese Märkte auf Basis dieser Annahmen zu entwickeln und empirisch zu validieren (*Kapitel 9 und 10*).

⁹ Albers (1998a)

¹⁰ Spengler (2008)

2 Kapitalmärkte und Kapitalmarktdaten

2.1 Kapitalmärkte und deren Einordnung

2.1.1 Allgemeines

Der Handel an Börsen kann grundsätzlich entweder als liquiditätsbasiert oder als informationsbasiert eingestuft werden: Bei liquiditätsbasiertem Handel ändern Marktteilnehmer bzw. deren Auftraggeber aufgrund von Konsumbedürfnissen ihre zeitliche Einkommensverteilung, während bei informationsbasiertem Handel die Akteure private Informationen über den wahren Wert eines Gutes zu ihrem Vorteil verwenden wollen¹¹. Ob nun allerdings ein Marktteilnehmer liquiditätsbasiert oder informationsbasiert handelt, geht aus den Ergebnissen seines Handelns, nämlich der Angabe eines Preises in einer Order, nicht direkt hervor. Deshalb ist die Handelsmotivation der Teilnehmer bei der Charakterisierung der Märkte nur von untergeordneter Bedeutung.

Die meisten bedeutenden Börsen der Welt sind mittlerweile Computerbörsen. Um die Rahmenbedingungen der nachfolgend dargestellten Modelle einordnen zu können, sollen im Folgenden zunächst die Rahmenbedingungen der Marktmodelle realer Märkte skizziert werden.

2.1.2 Merkmale von Börsen

Der Begriff des Kapitalmarktes ist nicht eindeutig definiert. Finanzströme werden grundsätzlich über Geld-/ Kapitalmärkte gelenkt, wobei den Kapitalmärkten insbesondere eine Finanzierungsfunktion und eine Allokationsfunktion zukommt¹²: Kapitalmärkte dienen dem Ausgleich von Angebot und Nachfrage von Finanzmitteln unter Berücksichtigung der Attraktivität der entsprechenden Anlagen. Im Rahmen der Finanzierungsfunktion werden somit Finanzmittel zur Verfügung gestellt, um Investitionen an den korrespondierenden Gütermärkten zu finanzieren. Durch die Allokationsfunktion werden die Finanzmittel in attraktive Anlagealternativen gelenkt, die insbesondere durch eine möglichst optimale Kombination der erwarteten Rendite, des Risikos und der Fungibilität der Anlage charakterisiert werden können.

Gemäß Thomas/Treutler lassen sich Kapitalmärkte allgemein als „die Gesamtheit der Transaktionen verstehen, durch die längerfristige Finanzierungsmittel der Bildung von Sachkapital zugeführt werden.“¹³ Der Kapitalmarkt ist weit in unterschiedliche Teilmärkte¹⁴ gefächert, die sich in Anlagearten und Marktorganisation unterscheiden.

Wertpapiermärkte sind solche Teilmärkte des Kapitalmarktes und können in Renten- und Aktienmärkte unterteilt werden¹⁵. Wertpapiere werden über Primärmärkte emittiert. Die Fungibilität der Wertpapiere wird in erster Linie über hoch effiziente Sekundärmärkte – insbesondere Wertpapierbörsen – sichergestellt, die aufgrund ihrer Organisationsform relativ niedrige Transaktionskosten gewährleisten¹⁶.

Wertpapiere werden zumeist an *Börsen* gehandelt. Hielscher definiert den Begriff Börse als „eine staatlich genehmigte Marktveranstaltung [...], die den Zweck verfolgt, regelmäßige Kaufleute durch die Bereitstellung geeigneter Organisationsformen in die Lage zu versetzen, [...] nicht am Verhandlungs-

¹¹ siehe etwa Lüdecke (1996), S. 26 ff.; Hirth (2000), S. 6 f.

¹² Franke/Hax (2004), S. 365

¹³ Thomas/Treutler (1993) in Obst et al. (1993), S. 1207

¹⁴ Thomas/Treutler (1993) unterscheiden etwa Geldanlagen bei Banken, Bausparkassen, Versicherungen und anderen Kapitalsammelstellen, festverzinsliche Wertpapiere und Aktien (S. 1208).

¹⁵ Thomas/Treutler (1993) in Obst et al. (1993), S. 1214

¹⁶ Theissen (1998), S. 7

ort befindliche, durch Standardisierung fungibilisierte Handelsobjekte oder Kontrakte bzw. Optionen auf diese Objekte öffentlich zu standardisierten Vertragsbedingungen zu handeln“¹⁷. Flemisch definiert Börsen in Anlehnung an Glosen/Milgrom allgemeiner als „Institutionen [...], an denen Käufer und Verkäufer aufeinandertreffen und zu Preisen Güter austauschen, die Angebot und Nachfrage zum Ausgleich bringen“¹⁸. Neben Wertpapieren i.e.S. (Aktien, festverzinsliche Anlagen) werden u.a. auch Derivate/Optionen, Waren (z.B. Rohstoffe/Edelmetalle, Energie, landwirtschaftliche Produkte) und Devisen über Börsen gehandelt. Börsen lassen sich in Anlehnung an Hielscher und Lüdecke nach folgenden Kriterien unterscheiden¹⁹:

Kriterium	Ausprägungen
(1) Erfüllungsfrist	<ul style="list-style-type: none"> • Kassabörsen • Terminbörsen
(2) Handels- / Preisermittlungsverfahren	<ul style="list-style-type: none"> • Auktionsbörsen • Market Maker-Börsen (Händler-Börsen) • Mischformen
(3) Markt-/Handelsfrequenz	<ul style="list-style-type: none"> • kontinuierlich²⁰ • periodisch²¹ • gemischt
(4) Grad der Markttransparenz ²²	<ul style="list-style-type: none"> • Auktionsmärkte <ul style="list-style-type: none"> ○ keine Informationen ○ beste Limitorders auf beiden Seiten ○ weitere Limitorders auf beiden Seiten • Händlermärkte <ul style="list-style-type: none"> ○ Geld-/Briefpreise ○ Transaktionspreise ○ Limitorders
(5) Handelsobjekte	<ul style="list-style-type: none"> • Effekten • Devisen • Futures • Optionen ...
(6) Grad der Handelskonzentration	<ul style="list-style-type: none"> • zentral (Sicherstellung Preispriorität, hohe Liquidität + Effizienz) • dezentral (Ausnutzung bester individueller Handelsbedingungen)
(7) Automationsgrad ²³	<ul style="list-style-type: none"> • Präsenzbörsen (Information, Orderrouting, Auftragsbücher) • computergestützter Handel (Quotierungssysteme) • Computerbörsen (Preisermittlung, Auftragsausführung)
(8) Marktsegmente	<ul style="list-style-type: none"> • z.B. EU-Regulated Markets vs. Regulated Unofficial Markets

Tab. 2.1: Unterscheidungskriterien von Börsen

Im Folgenden werden vornehmlich die Preismechanismen an Effekten-Kassabörsen betrachtet, wobei insbesondere Computerbörsen im Mittelpunkt der Analysen stehen.

2.1.3 Handelsverfahren

Die Preisbildung an Börsen ist maßgeblich von der jeweiligen Organisationsform und hierbei insbesondere dem Handelsverfahren abhängig. Die Grundformen der Organisation von Börsen lassen sich u.a. wie folgt unterteilen²⁴:

¹⁷ Hielscher (1993) in Obst et al. (1993), S. 1128

¹⁸ Flemisch (2006), S. 9

¹⁹ Hielscher (1993) in Obst et al. (1993), S. 1134; Lüdecke (1996), S. 28 ff.

²⁰ Laufende Möglichkeiten der Ordereingabe mit sofortiger Berücksichtigung/Ausführung im Markt

²¹ Sammlung von Aufträgen und Ausführung zu definierten Zeitpunkten zu Einheitspreisen

²² nach Lüdecke (1996) kann ein Markt als vollständig transparent bezeichnet werden, falls alle Marktinformationen unverzüglich zur Verfügung stehen, S. 31

²³ Funktionen mit Automatisierungsmöglichkeiten sind nach Lüdecke Auftragsübermittlung, Preisermittlung, Auftragsausführung, Veröffentlichung von Marktinformationen, Clearing/Settlement und Überwachung, S. 39

²⁴ in Anlehnung an Theissen (1998), S. 7

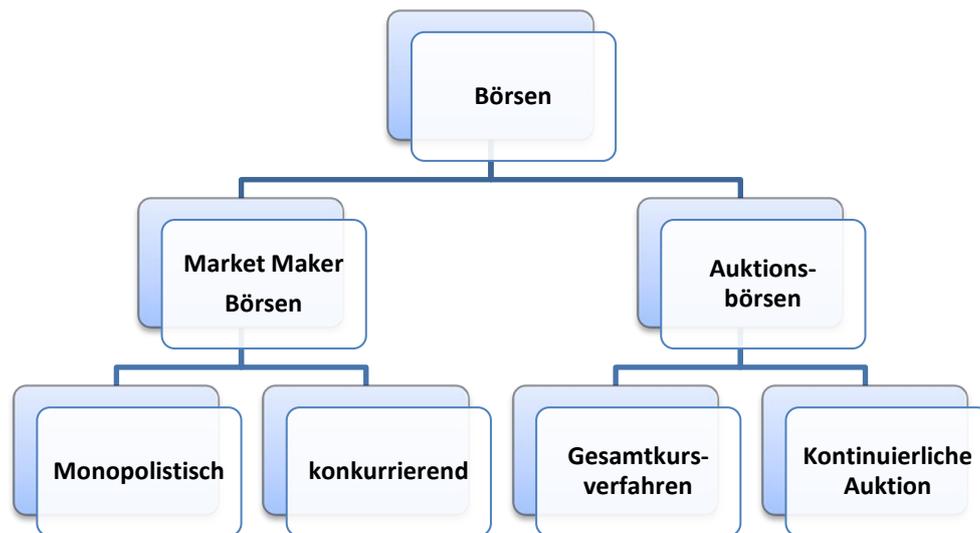


Abb. 2.1: Grundformen der Organisation von Börsen

(1) Market Maker Börsen

Auf reinen Market Maker-Börsen wird der zumeist kontinuierliche Handel durch die Market Maker durchgeführt, die zu jedem Zeitpunkt Liquidität zur Verfügung stellen müssen²⁵, weshalb diese Marktorganisation auch als Dealer (Auction) Market bezeichnet wird²⁶. Sie müssen mithin Kauf- und Verkaufsgebote (sogenannte Quotes) gleichzeitig zu selbst bestimmten Preisen stellen, wobei sie (theoretisch) öffentliche Informationen und Preisinformationen aus dem Orderfluss berücksichtigen können.

Für die übrigen Marktteilnehmer entfällt der Aufwand für die Suche nach Handelspartnern, da sie lediglich direkt mit den bekannten Market Makern handeln. Somit fallen für die Marktteilnehmer keine Informations- und Suchkosten an und die Ausführung der Order ist sicher²⁷. Der Handel wird erst durch die Gebote der Market Maker möglich, weshalb die Marktorganisation auch als Quote Driven Market bezeichnet wird²⁸. Der Handel erfolgt direkt bilateral²⁹. Der Market Maker lässt sich diesen Sofortigkeitsservice über die Geld-/Briefspanne vergüten. Im Rahmen diverser mikrostrukturtheoretischer Modelle wird angenommen, dass die Spanne die Geschäftsabwicklungskosten, die Lagerhaltungskosten für die Vorhaltung von Wertpapieren und sogenannte Adverse Selection-Kosten zur Vorbeugung gegen Informationsnachteile sowie einen Gewinn für die Market Maker enthält³⁰.

Falls für ein Wertpapier nur ein Market Maker zuständig ist, wird die Marktform als monopolistisch bezeichnet, während der Markt bei der Zuordnung mehrerer Market Maker zu einem Wertpapier als konkurrierend bezeichnet wird³¹.

Die Londoner Wertpapierbörse SEAQ ist eine typische Market Maker Börse³². Bei der NASDAQ, die ebenfalls als Market Maker Börse organisiert ist, sind für jedes Wertpapier mehrere Market Maker zuständig³³.

²⁵ Theissen (1998), S. 8; Flemisch (2006), S. 14; Booth et al. (1999), S. 55

²⁶ Booth et al. (1999), S. 55

²⁷ Flemisch (2006), S. 15

²⁸ Theissen (1998), S. 8

²⁹ Lüdecke (1996), S. 30

³⁰ Flemisch (2006), S. 15

³¹ Flemisch (2006), S. 16

(2) Auktionsbörsen

(2a) Kontinuierliche Auktion

An Börsen mit der Marktform der kontinuierlichen Auktion können - im Gegensatz zu Market Maker Börsen - alle Marktteilnehmer zu jedem Zeitpunkt Kauf- und Verkaufsorders in das Orderbuch einstellen und die Aufträge kommen sofort zur Ausführung³⁴. Sie müssen den Handelspartner somit indirekt selbst finden³⁵. Die Orders können dabei auf einen Preis begrenzt werden (Limitorders) oder unlimitiert erteilt werden (Market Orders). Alle Limit-Orders werden im Orderbuch nach den für den jeweiligen Markt gültigen Kriterien je nachdem auf der Kauf- oder auf der Verkaufsseite aufgelistet. Die Anzahl der Teilnehmer mit Limit-Orders ist pro Orderbuchseite variabel und somit ist die Intensität der Konkurrenz schwankend.³⁶

Transaktionen erfolgen bei Preisgleichheit der jeweils besten Kauf- und Verkaufsorder - also i.d.R. bei der Erteilung von Market Orders. Weil dabei das beste Gebot der Gegenseite und dessen Preis bekannt sind, entsteht bei der Erteilung von Market Orders weder ein Ausführungs- noch ein Preisrisiko³⁷.

Da der Handel ausschließlich über Orders funktioniert, wird diese Marktform auch als Order Driven Market bezeichnet³⁸. Die Geld-/Briefspanne entspricht an Auktionsbörsen der Differenz zwischen dem Preis der besten Verkaufsorder und dem Preis der besten Kauforder³⁹. In der Mikrostrukturtheorie wird davon ausgegangen, dass die Spanne aufgrund von Transaktionskosten und ggf. aufgrund von asymmetrischer Information entsteht⁴⁰. In den Preisen der Orders können auch die privaten Informationen der Marktteilnehmer enthalten sein.

Der Unterschied zwischen einem Dealer Market und einem Auction Market besteht also im Wesentlichen darin, dass in einem Dealer Market Investoren alle Transaktionen jeweils mit einem Dealer abschließen, während in Auction Markets die Investoren Transaktionen direkt miteinander abschließen können.⁴¹ An Auktionsbörsen kann das Phänomen des freiwilligen Market Making auftreten, bei dem Marktteilnehmer freiwillig sowohl auf der Kauf- als auch auf der Verkaufsseite limitierte Orders stellen⁴².

Kontinuierliche Auktionen werden auch als *Agency Auction Markets* oder *Continuous Double Auctions* bezeichnet. Die Systeme der Deutschen Börse IBIS und XETRA können am ehesten als kontinuierliche Auktionen charakterisiert werden⁴³.

(2b) Gesamtkursermittlung und Mischformen

Neben den beschriebenen Marktformen ist auch die Gesamtkursermittlung von Bedeutung, bei der durch einen Auktionator zunächst Gebote gesammelt und der Gesamtkurs für alle zu bedienenden Gebote zu einem bestimmten Zeitpunkt nach dem Meistausführungsprinzip bestimmt wird⁴⁴. Im Gegensatz zur kontinuierlichen Auktion wird der Handel zu vorab definierten Zeitpunkten periodisch

³² Booth et al. (1999), S. 56

³³ Booth et al. (1999), S. 54

³⁴ Lüdecke (1996), S. 30

³⁵ Flemisch (2006), S. 11

³⁶ Booth et al. (1999), S. 56

³⁷ Theissen (1998), S. 10

³⁸ Theissen (1998), S. 10; Madhavan (1992), S. 609

³⁹ Flemisch (2006), S. 12

⁴⁰ Theissen (1998), S. 11

⁴¹ Booth et al. (1999), S. 55

⁴² Schmidt/Iversen (1993a) in Theissen (1998), S. 13; Flemisch (2006), S. 12

⁴³ Booth et al. (1999), S. 56

⁴⁴ Flemisch (2006), S. 12; Theissen (1998), S. 13

durchgeführt⁴⁵. Die Marktform kann ebenfalls als Order Driven Market eingestuft werden⁴⁶. Dabei können die Marktteilnehmer private Informationen berücksichtigen. Für limitierte Orders besteht ein geringes Ausführungsrisiko, da der Gesamtkurs zum Zeitpunkt der Ordererteilung noch nicht bekannt ist, und ein einseitiges Preisrisiko, da das Limit nicht über- bzw. unterschritten werden kann, wohingegen bei unlimitierten Orders ein Preis, aber quasi kein Ausführungsrisiko besteht⁴⁷. Ähnlichkeit und Unterschiede zum Prinzip des Walrasianischen Auktionators beschreibt Theissen⁴⁸.

Die Gesamtkursermittlung wird auch als Periodische Auktion, Call Auction oder Market Auction bezeichnet. Die Gesamtkursermittlung wird unter IBIS und XETRA in der Eröffnungs- und Schlussauktion sowie bei Auktionen nach Marktunterbrechungen zur Preisbestimmung angewandt⁴⁹.

Es existieren ferner Mischformen, wie etwa an der New York Stock Exchange, an der neben monopolistischen Market Makern (sog. Specialists), Marktteilnehmer auch selbst mit Limitorders tätig werden können⁵⁰, oder auch die Deutsche Terminbörse (DTB)⁵¹.

Theissen stellt die Charakteristika der Marktformen wie folgt zusammen:

	Market Maker	Kontinuierliche Auktion	Gesamtkursermittlung
Preisfeststellung durch	Market Maker	Interaktion aller Marktteilnehmer	Interaktion aller Marktteilnehmer
Potentiell berücksichtigte Informationen	Öffentlich verfügbare Informationen Orderfluss	Öffentlich verfügbare und private Informationen Orderfluss nur bei offenem Orderbuch	Öffentlich verfügbare und private Informationen Orderfluss nur bei offenem Orderbuch
Sicherstellung der Handelsmöglichkeit	Abschlussverpflichtung der Market Maker	Freiwillige Limit-Orders (nicht jederzeit gewährleistet)	Zu diskreten Preisfeststellungszeitpunkten durch zeitliche Zusammenführung der Aufträge wahrscheinlich
Ausführungsrisiko	Nicht existent	Limit-Order : ja Market-Order : nein (falls Limitorder auf Gegenseite vorhanden)	Limit-Order : ja Market-Order : durch bevorzugte Ausführung gering
Preisrisiko	Nicht existent	Nicht existent	Market-Order : ja Limit-Order : einseitig begrenzt

Tab. 2.2: Unterscheidungskriterien von Börsen (Quelle: Theissen (1998), S.10)

Der grundsätzliche Vorteil von Market Maker Börsen gegenüber Auktionsbörsen besteht in der sofortigen Transaktionsbereitschaft verbunden mit reduzierten Bestandshaltekosten der Teilnehmer, was jedoch auch zu erhöhten relativen Transaktionskosten führt⁵².

Theissen beschreibt für die Gesamtkursermittlung weitere Differenzierungs- und Gestaltungskriterien von Märkten - wie die Regeln der Ordererteilung, die Häufigkeit und Auslösung der Preisfeststellung, die Markttransparenz und spezielle Preisbestimmungs- und Rationierungsregeln⁵³ -, die Einfluss auf die Handelsstrategie der Marktteilnehmer haben kann.

Bei den folgenden Analysen soll die kontinuierliche Auktion im Mittelpunkt der Betrachtungen stehen, da diese das Marktmodell der analysierten Märkte IBIS und XETRA ist. Die konkreten Regeln der

⁴⁵ Hirth (2000), S. 10

⁴⁶ Flemisch (2006), S. 13

⁴⁷ Theissen (1998), S. 14

⁴⁸ Theissen (1998), S. 16 ff.

⁴⁹ Flemisch (2006), S. 14

⁵⁰ Theissen (1998), S. 15

⁵¹ bis 1998 DTB, danach Fusion mit der SOFFEX zur EUREX-Terminbörse

⁵² Flemisch (2006), S. 18

⁵³ Theissen (1998), S. 17 ff.

Ordererteilung (u.a. Handelszeiten/-zeitpunkte, Mindestauftragsgrößen und kleinste Preisvariationen, Löscharkeit von Orders) und die Rahmenbedingungen der Markttransparenz (insbesondere Informationen für Marktteilnehmer vor Transaktionen) für diese Märkte werden im Folgenden näher beschrieben, während die Häufigkeit der Preisfeststellung und die Preisbestimmungs- und Rationierungsregeln bei der betrachteten kontinuierlichen Auktion prinzipiell unbedeutend sind.

2.1.4 Marktqualität

Wertpapiermärkte können bzgl. ihrer Marktqualität eingestuft werden. Die Determinanten der Marktqualität sind nach Lüdecke insbesondere die Transaktionskosten für die Marktteilnehmer und die Marktliquidität sowie die asymmetrische Informationsverteilung auf kontinuierlichen und periodischen Märkten⁵⁴.

Die Transaktionskosten lassen sich dabei in explizite Kosten (Transaktionsgebühren, Provisionen, Transaktionssteuern) und implizite Kosten (Geld-Brief-Spanne, Preiseffekt durch Auftragsausführung) unterteilen⁵⁵. Die expliziten Kosten werden im Folgenden nicht weiter analysiert, während auf die impliziten Kosten - insbesondere die Geld-Brief-Spanne - als marktendogene Größen im Detail eingegangen wird. Preiseffekte werden indirekt betrachtet, da es sich bei den analysierten Märkten nicht bzw. nur sehr eingeschränkt um Market Maker-Märkte, sondern um kontinuierliche Auktionen handelt, bei denen sich Änderungen der Spanne direkt aus den Orders der Marktteilnehmer und nicht aus den Spannen der Market Maker ergeben.

Für die Liquidität eines Marktes hat Lüdecke aus verschiedenen Quellen folgende Kriterien zusammen gestellt:

- Jederzeitige Bid- und Askpreise auch für geringe Stückzahlen
- Kleine Spannen
- Handel großer Stückzahlen ohne spezielle Informationen nahe am aktuellen Marktpreis
- Preisvorteile für große Stückzahlen
- Jederzeitige Handelsmöglichkeit für große Stückzahlen zu geringen Transaktionskosten

Auf Liquiditätsaspekte soll im Weiteren nur indirekt eingegangen werden, da nicht die Marktqualität, sondern der Marktprozess im Mittelpunkt der Analysen steht.

2.2 IBIS und XETRA

2.2.1 Allgemeines

Unter Berücksichtigung der realen Bedingungen werden im Folgenden ergänzende Überlegungen zum Bietverhalten der Teilnehmer, zur wahrnehmungsbedingten Genauigkeit der Preissetzung und Alternativen bei der Preissetzung dargestellt.

Die Analysen werden beispielhaft anhand von Daten der deutschen Handelssysteme für den Kassamarkt XETRA (Frankfurt ab 1997) und IBIS („Integriertes Börsenhandels- und Informationssystem“ IBIS 2) Frankfurt 1991 – 1997) durchgeführt und auf das Segment der jeweils aktuellen DAX-Aktien beschränkt.

Einen Überblick über die Entwicklung und Rahmenbedingungen des Handels von IBIS bieten u.a. Booth, Franke, Schmidt/Iversen/Treske und Theissen⁵⁶. Die Rahmenbedingungen des Handels unter

⁵⁴ Lüdecke (1996), S. 1 ff.

⁵⁵ Lüdecke (1996), S. 18

⁵⁶ Booth et al. (1999), S. 53; Franke (2002), S. 208 f.; Schmidt et al. (1993b), S.210 f.; Theissen (1998), S. 38 ff.

XETRA sind im Marktmodell XETRA⁵⁷ beschrieben. Danach lassen sich IBIS und XETRA im Kurzprofil wie folgt darstellen:

	IBIS	XETRA
Zweck	IBIS I : nur Informationssystem für außerbörslichen Handel IBIS II (Integriertes Börsenhandels- und Informationssystem): ab 04/1991 zum elektronischen Handelssystem ausgebaut	Vollelektronisches Handelssystem für den Kassamarkt der Deutsche Börse Group ab 1997
Marktform	kontinuierliche Auktion mit offenem Orderbuch und Preis-Zeitpriorität Freiwilliges Market Making verbreitet	kontinuierliche Auktion mit offenem Orderbuch und Preis-Zeitpriorität Liquiditätsspender für XETRA Stars : Designated Sponsors und Market Experts (institutionalisiertes partielles Market Making)
Marktanteil	1995 : 31,3%, Ende 1991 : 16,4%	2004: ca. 90% des Aktienhandels in Deutschland
Mindeststückzahl	500 Stück für DAX-Aktien (Ausnahme Allianz) 100 Stück alle anderen	1 Stück
Tick Size	10 Pf	Stücknotierte Wertpapiere (Aktien, Optionsscheine, Bezugsrechte und aktiengleiche Partizipations- oder Genussscheine) im Amtlichen Markt, Geregelter Markt und Freiverkehr: 1 ct
Handelszeit	8.30 Uhr – 17.00 Uhr	9.00 Uhr – 17.30 Uhr, Eröffnungsauktion 8.50 Uhr, Schlussauktion 17.30 Uhr
Marktteilnehmer	Kurs- und Freimakler	Kundenhändlern (Agent Trader), Eigenhändlern (Proprietary Trader) und Liquiditätsanbietern (Designated Sponsors, Market Experts) 08/2004: 295 Teilnehmer, 4.084 Händler
Wertpapiere	bis 1996 : 40 Aktien (inkl. aller DAX-Aktien), ab 01/1996 : DAX 100	Aktien, Exchange Traded Funds, Zertifikate, Optionsscheine, Bonds und Bezugsrechte (24.06.07: 15.831 Instrumente)
Handelsart	anonymer Handel	anonymer Handel
Löschungen	zulässig	zulässig

Tab. 2.3: Kurzprofil IBIS und XETRA

Im Gegensatz zum parallel existierenden Parketthandel waren in IBIS keine Abschlüsse innerhalb des durch Best Ask und Best Bid gegebenen Spreads möglich⁵⁸.

Wie beschrieben, kann IBIS am ehesten als Agency Auction Market⁵⁹ bezeichnet werden. Dies trifft trotz der Designated Sponsors⁶⁰ im Wesentlichen auch auf XETRA zu.

2.2.2 Marktmodell XETRA

Das Marktmodell einer Continuous Double Auction soll beispielhaft in Anlehnung an das Marktmodell der elektronischen Börse XETRA beschrieben werden⁶¹:

2.2.2.1 Teilnehmer

Der Handel in den elektronischen Handelssystemen erfolgt grundsätzlich anonym. Das bedeutet, dass den Marktteilnehmern zwar die jeweiligen Orders einzelner Aktien transparent sind und am

⁵⁷ O.V. (2004)

⁵⁸ Schmidt et al. (1993b), S. 213

⁵⁹ Booth et al. (1999), S. 52

⁶⁰ Designated Sponsors sind spezielle Liquiditätslieferanten

⁶¹ O.V. (2003)

Handelsbildschirm angezeigt werden können, nicht jedoch, welcher Teilnehmer die entsprechenden Orders eingestellt hat. Die Teilnehmer bleiben somit wie bereits im IBIS-System⁶² anonym.

Händler sind natürliche Personen, die zum Börsenhandel zugelassen sind. Unter XETRA wird dabei etwa zwischen Kundenhändlern (Agent Trader), Eigenhändlern (Proprietary Trader) und Liquiditätsanbietern (Designated Sponsor) unterschieden.

Liquiditätsanbieter üben eine Art Market Maker-Funktion aus. Es handelt sich um Banken oder Wertpapierhandelshäuser, die durch Kauf- und Verkaufsgebote die Liquidität in den betreuten Aktien garantieren und dabei partielle Anwesenheitspflichten haben. Sie haben Eingabemöglichkeit für jeweils eine Quote⁶³ pro Wertpapier. Alle Marktteilnehmer können alle Designated Sponsors einer Aktie zur Abgabe einer Quote auffordern. Den Pflichten der Designated Sponsors stehen derzeit als Privilegien ein performanceabhängiger Erlass der Handelsentgelte und zusätzliche Informationen über die Marktteilnehmer gegenüber.

Im IBIS-System wurde bzgl. der Marktteilnehmer hingegen zwischen Banken, amtlichen Maklern und Freimaklern unterschieden.

2.2.2.2 Orders

Alle Marktteilnehmer können fortlaufend Kauf-/Verkaufsorders in das elektronische Handelssystem eingeben. Für Orders gelten dabei folgende Rahmenbedingungen:

- In jedem Markt existiert eine kleinste Preiseinheit, die Tick Size. Die Tick Size beträgt für den IBIS-Handel 10 Pf und für den XETRA-Handel 1 ct. Orders können das Vielfache der Tick Size betragen.
- Die Orders müssen den Volumenregeln des jeweiligen Marktes entsprechen und somit Vielfache einer sogenannten Round Lot (bei IBIS größtenteils 500 Stück) betragen. Im Folgenden sollen Volumeneffekte jedoch nicht berücksichtigt werden. Es wird aus Vereinfachungsgründen davon ausgegangen, dass alle Gebote das gleiche Volumen besitzen.
- Orders können in der Regel neu eingegeben, geändert und gelöscht werden:
 - Es können marktspezifische Ordertypen mit besonderen Funktionen definiert sein. Für XETRA sind dieses etwa Market Order⁶⁴, Limit Order⁶⁵, Market-to-Limit Order⁶⁶, Stop Order⁶⁷, Iceberg-Order⁶⁸
 - Für Orders kann eine Beschränkung des Ausführungsumfangs (vollständig oder teilweise), der Gültigkeitsdauer und der Handelsphasen definiert werden.
 - (limitierte) Orders sind prinzipiell bis zur Änderung, Löschung oder bis zu einer Transaktion gültig. Im IBIS-System wurden alle Orders am Ende eines Handelstages gelöscht. Unter XETRA können Orders länger als einen Tag gültig sein, werden aber bei preisbeeinflussenden Ereignissen – wie Dividendenzahlungen – komplett gelöscht.

⁶² siehe auch Booth et al. (1999), S. 54

⁶³ gleichzeitige Eingabe von limitierten Kauf- und Verkaufsorders mit Börsenvorgaben zu Mindestvolumen, maximaler Spanne, maximaler Antwortzeit und minimaler Einstelldauer

⁶⁴ unlimitierte Kauf- und Verkaufsorders

⁶⁵ limitierte Orders, die zum Limit oder besser ausgeführt werden

⁶⁶ unlimitierte Orders, die zum besten Limit der Gegenseite im Orderbuch ausgeführt werden

⁶⁷ bei Erreichen des Stop-Limits wird die Order automatisch als eine limitierte oder unlimitierte Order in das Orderbuch eingestellt

⁶⁸ Einstellung von großvolumigen Orders mit schrittweiser Sichtbarkeit im Orderbuch, ohne das Gesamtvolumen preiszugeben

2.2.2.3 Ablauf des fortlaufenden Handels (Continuous Double Auction)

(a) Ordereingabe

In einer Anfangsphase werden zumeist zunächst indikative Orders zur Findung des aktuellen Marktniveaus eingegeben.

Auf Ask- und Bidseite baut sich das Orderbuch auf. In dem offenen, für alle Marktteilnehmer einsehbaren Orderbuch, werden Limite, kumulierte Ordervolumina und Anzahl Orders je Limit angezeigt. Das Orderbuch eines Wertpapiers ist beispielhaft anhand des „Order Instrument Overview“ für XETRA⁶⁹ in folgender Grafik dargestellt:

LstPrc	LstQty	LstTime	LstPrcXB	LstQtyXB	LstTimeXB	NetChg	LstAucPrc
38.41	300	18:31:30			00:00:00	-8.99	47.41

BidCnt	BidQty	Bid	Ask	AskQty	AskCnt
3	1,000	38.37	38.52	300	3
1	200	38.34	38.54	600	2
3	600	38.30	38.57	400	1
2	200	38.25	38.65	700	2
1	300	38.17	38.68	600	2
1	22	38.12	38.72	700	2
5	800	38.10	38.73	400	1
1	100	38.08	38.74	300	1
1	100	38.03	39.15	300	1
1	1,000	37.89	39.25	600	2

Abb. 2.2: Orderbuchanzeige XETRA

- Die Differenz zwischen dem besten Kauf- und Verkaufsgebot ist der Spread.
- Die Einstellung von Orders in das Orderbuch erfolgt nach Preis-/ Zeitpriorität (niedrigere Verkaufsgebote bzw. höhere Verkaufsgebote, bei gleichem Limit wird die früher eingestellte Order priorisiert).

(b) Orderausführung (Transaktionen bzw. Matchings)

- Neu eingegebene Market- oder Limitorders werden sofort auf Ausführbarkeit gegen die gegenüberliegende Seite des Orderbuches geprüft. Ist eine Ausführung möglich, kommt somit eine Transaktion zustande – im Folgenden auch Matching genannt.
- Die Ausführung von Orders erfolgt ebenfalls nach Preis-/ Zeitpriorität. Unter XETRA werden ferner Market Orders vor Limit Orders ausgeführt.
- Orders können vollständig, teilweise oder gar nicht ausgeführt werden.
- Die Preisermittlung erfolgt in Abhängigkeit von der Marktsituation und der erfassten Orders nach spezifisch vorgegebenen, eindeutigen Regeln⁷⁰.
- Unter IBIS wurden Käufe und Verkäufe direkt als solche erfasst.

⁶⁹ O.V. (2003), S. 31

⁷⁰ siehe auch Anhang 8.1

(c) Auktionen

- Neben dem fortlaufenden Handel finden etwa unter XETRA noch Eröffnungs- und Schlussauktionen sowie Auktionen bei Verlassen eines vordefinierten Preiskorridors statt. Auf diese Auktionen soll nicht näher eingegangen werden.

Das Ergebnis eines fortlaufenden Handels ist in folgender Grafik am Beispiel der VW-Aktie am 04.03.1993 auf der Handelsplattform IBIS dargestellt:

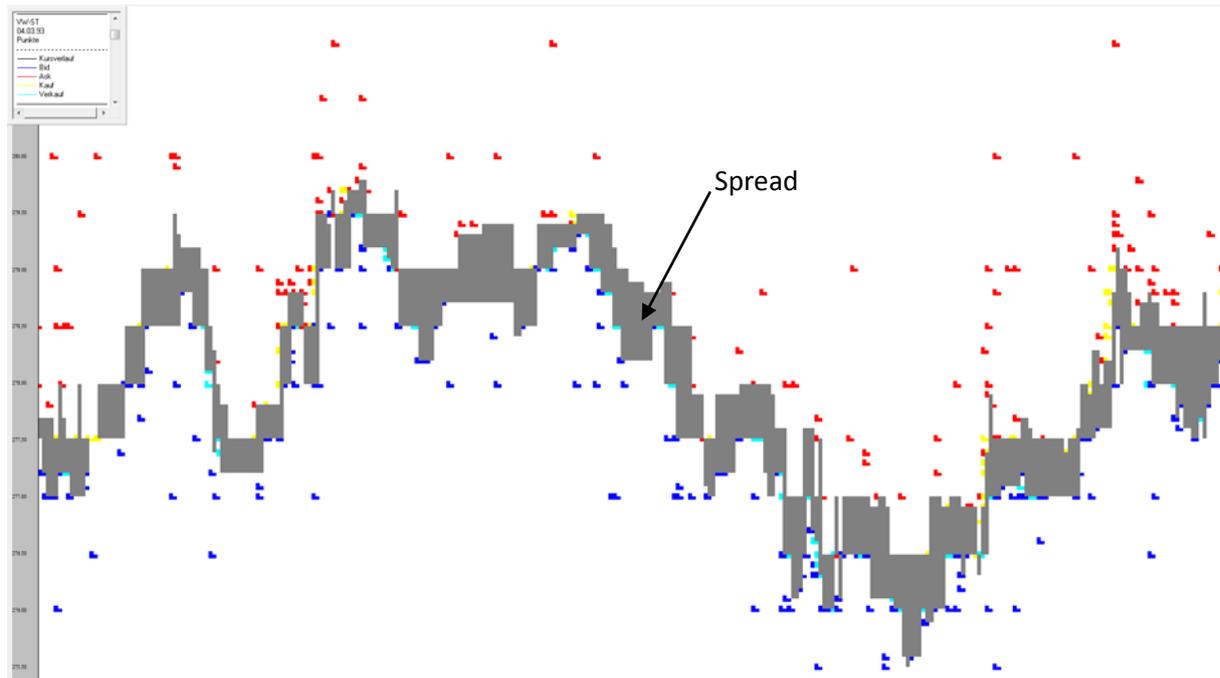


Abb. 2.3: Auktionsverlauf IBIS: Volkswagen 04.03.1993 (8.30 Uhr- 13.00 Uhr)

2.3 Die Datenbasis

2.3.1 Allgemeines

In den folgenden Analysen wurden Intraday-Daten der elektronischen deutschen Börsen IBIS (März/April 1993) und XETRA (Januar-Dezember 1999) als Datengrundlage verwandt.

Im Mittelpunkt der Betrachtungen soll das direkte Bietverhalten der Marktteilnehmer stehen. Da in den letzten Jahren der Einsatz von computergestützten Bietagenten erheblich zugenommen hat, kann davon ausgegangen werden, dass aktuellere Daten nicht mehr vornehmlich das direkte Bietverhalten der Teilnehmer widerspiegeln. Deshalb wurde im Kontext dieser Arbeit auf die Berücksichtigung aktuellerer Daten verzichtet.

2.3.2 IBIS-Daten

Der IBIS-Datensatz enthält im Wesentlichen sämtlichen Aktionen der deutschen elektronischen Börse IBIS für den Zeitraum 03/1993-04/1993.⁷¹ Die Aktionen der Marktteilnehmer, die zum jeweiligen

⁷¹ Die Daten vom 16.03.1993 ab 11.18 Uhr und die Daten vom 19.04.1993 standen aus technischen Gründen nicht zur Verfügung.

exakten Eingabezeitpunkt erfasst wurden, umfassen die Eingabe, Änderung und Löschung von 276.318 Geboten sowie 95.241 Transaktionen. Es wurden die Daten aller 30 DAX-Aktien in die Untersuchung einbezogen.

Die exakte Datensatzstruktur ist in Anhang 2.1 beschrieben.

Anhand dieser Daten wurden die Orderbücher der jeweiligen Aktien komplett rekonstruiert. Aus den Orderbüchern wurden wiederum die folgenden Daten direkt abgeleitet.

Wesentliche Rahmendaten pro Wertpapier sind in Anhang 2.3 dargestellt.

2.3.3 XETRA-Daten

Der XETRA-Datensatz enthält alle Transaktionen der deutschen elektronischen Börse XETRA für den Zeitraum 01/1999-12/1999. Die Daten entstammen der Deutschen Finanzdatenbank der Universitäten Aachen, Karlsruhe und Mannheim (vormals Karlsruher Kapitalmarkt-Datenbank (KKMDB)). Die Datensatzstruktur ist in Anhang 2.2 dargestellt⁷².

XETRA ist das Nachfolgesystem von IBIS, auf dem u.a. alle IBIS-Wertpapiere gehandelt werden. Insofern ist ein Vergleich des Handels in den gleichen Wertpapieren im Zeitverlauf nur bedingt möglich.

Der XETRA-Datensatz beinhaltet insgesamt 4.762.416 Transaktionen für 36 Wertpapierkennnummern. Bei der Analyse der Daten ist zu berücksichtigen, dass während des Jahres 1999 7 Aktien-Splits und 5 Umwandlungen in Namensaktien (mit z.T. neuen Wertpapierkennnummern) stattfanden. Auch hier wurden die Daten aller 30 DAX-Aktien in die Untersuchung einbezogen.

Im Gegensatz zum IBIS-Datensatz standen für XETRA keine Quotes und somit keine vollständigen Orderbuchdaten zur Verfügung. Vergleiche zwischen beiden Datensätzen können sich folglich ausschließlich auf die Transaktionen beziehen.

Wesentliche Rahmendaten pro Wertpapier sind in Anhang 2.4 dargestellt.

⁷² weitere Details in „Datenbank-Handbuch“ – Beschreibung der Kursdaten für XETRA-Datensätze, Göppel et al. (2000)

3 Modellierung von Kapitalmärkten

3.1 Klassische Modelle und deren Annahmen

3.1.1 Annahmen

(1) Rahmenbedingungen

Klassische Modelle setzen in der Regel vollkommene Kapitalmärkte voraus. Vollkommene Kapitalmärkte sind durch folgende Rahmenbedingungen gekennzeichnet⁷³:

- keine Informations- und Transaktionskosten, keine Steuern
- beliebige Teilbarkeit und Marktfähigkeit von Finanztiteln
- keine einschränkenden gesetzlichen Regelungen
- vollständiger Wettbewerb aller Marktteilnehmer
- Informationseffizienz, also kostenlos für alle Marktteilnehmer gleichzeitig zur Verfügung stehende Informationen
- homogene Erwartungen und Erwartungsnutzenmaximierung aller Marktteilnehmer

Ferner kann ein Markt als operational effizient bezeichnet werden, wenn keine Transaktionskosten und eine perfekte Liquidität gegeben sind⁷⁴.

Ein Kapitalmarkt wird als vollständig bezeichnet, wenn die Anzahl eindeutig linear unabhängiger Wertpapiere mit der Anzahl der Umweltzustände übereinstimmt⁷⁵.

Im Allgemeinen werden außerdem nicht finanzielle Rechte (z.B. Anwartschaften, Rechte in der Unternehmenspolitik) im Rahmen der Betrachtung von Kapitalmarktmodellen vernachlässigt.

(2) Renditen

In klassischen Finanzmarkt-Modellen wird die Rendite eines Wertpapiers typischerweise mit Hilfe zufälliger Ziehungen aus einer Grundgesamtheit anhand eines Urnenmodells als Zufallsvariablen abgebildet. Für das Modell gelten folgende Grundeigenschaften:

Annahme 3.1: Stationarität

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Rendite ändert sich im Zeitverlauf nicht. Die Parameter⁷⁶ sind im Zeitverlauf konstant⁷⁷. Die Rendite ist somit identisch verteilt.

Annahme 3.2: Unabhängigkeit

Die Verteilungen der Renditen aufeinanderfolgender Perioden sind unabhängig. Von der Rendite in einer Periode kann nicht auf die Rendite in einer folgenden Periode geschlossen werden. Informationen werden sofort und korrekt verarbeitet, da die Märkte informationseffizient sind⁷⁸. Informationen haben somit keine nachhaltige Wirkung.

⁷³ siehe etwa Copeland et al. (2008), S. 442; Franke/Hax (2004), S. 368

⁷⁴ Copeland et al. (2008), S. 442

⁷⁵ Copeland et al. (2008), S. 121

⁷⁶ insbesondere Erwartungswert und Varianz der Renditen

⁷⁷ Spreemann (2006), S. 76

⁷⁸ Spreemann (2006), S. 77

Annahme 3.3: Normalverteilung

Renditen sind normalverteilt. Spreemann schränkt diese Annahme auf eine Anlageperiode von nicht viel mehr oder weniger als ein Jahr und primäre (also nicht derivative) Finanzinstrumente wie Aktien, Bonds und Immobilien ein⁷⁹.

(3) Risiko

Neben der (erwarteten) Rendite ist das Risiko eines Wertpapiers für dessen Bewertung von besonderer Bedeutung. Ein Risikomaß sollte einfach und verständlich sein, einen Bezug zu an Finanzmärkten erzielbaren Risikoprämie haben und Effekte der Diversifikation widerspiegeln: Diese Eigenschaften werden von der Standardabweichung der Rendite von Wertpapieren und Portfolios erfüllt, welche typischerweise in Anlehnung an Markovitz als Risikomaß verwandt wird⁸⁰.

Annahme 3.4: Risikomaß

Als Risikomaß wird die Standardabweichung der Renditen verwandt.

(4) Informationseffizienz

Da die Zufälligkeit des Urnenmodells der Rationalität der Marktteilnehmer zu widersprechen schien, war die Berücksichtigung der Informationseffizienz von besonderer Bedeutung für die Bildung eines in sich geschlossenen, realitätsnahen theoretischen Modells.

Die Efficient-Market-Hypothese (EMH) besagt im Wesentlichen, dass Wertpapierpreise zu jedem Zeitpunkt alle verfügbaren Informationen widerspiegeln⁸¹. Das bedeutet, dass Marktteilnehmer auf neue Informationen sofort reagieren, versuchen die weitere Preisentwicklung auf Basis der vorhandenen Informationen zu antizipieren und sofort die Erkenntnisse in Transaktionen umzusetzen bis der korrekte Wert des Wertpapiers erreicht ist⁸². Das hat zur Folge, dass es nur bei dem Eintreffen neuer überraschender Informationen, wie etwa unerwarteten Mergers & Acquisitions, Konsumklimaveränderungen und Katastrophen, zu Preisbewegungen kommt⁸³. Da diese Nachrichten annahmegemäß zufällig auftreten, folgen auch die Preise und somit die Rendite der Wertpapiere einem Zufallsprozess. Somit seien die Marktteilnehmer rational und schnell⁸⁴. In den Wertpapierpreisen sind dann bereits alle vorhandenen Informationen enthalten⁸⁵.

Φ	gesamte Informationsmenge
Φ_t	zum Zeitpunkt t zugängliche und im Wertpapierpreis reflektierte Informationsmenge
j	Index Wertpapier j
$p_{j,t}$	Preis von Wertpapier j zum Zeitpunkt t

Dann ist $E(\tilde{p}_{j,t+1}|\Phi_t)$ der im Marktgleichgewicht erwartete Preis von Wertpapier j und $x_{j,t+1} = p_{j,t+1} - E(\tilde{p}_{j,t+1}|\Phi_t)$ die Über- bzw. Unterbewertung von Wertpapier j zum Zeitpunkt $t + 1$. Falls nun $E(\tilde{x}_{j,t+1}|\Phi_t) \approx 0$, so dass der aktuelle Wert des Wertpapiers im Prinzip immer mit dem wahren Wert auf Basis der Informationen übereinstimmt und es nur zu unsystematischen Abweichungen

⁷⁹ Spreemann (2006), S. 78

⁸⁰ Spreemann (2006), S. 93

⁸¹ Fama (1969), S. 383

⁸² Spreemann (2006), S. 154

⁸³ Franke/Hax (2004), S. 398

⁸⁴ Spreemann (2006), S. 155

⁸⁵ Franke/Hax (2004), S. 398

kommt, kann davon ausgegangen werden, dass der Markt informationseffizient ist⁸⁶. Nur bei regelmäßigen Abweichungen ist eine Informationsbeschaffung erforderlich, ansonsten sind alle Informationen in den Marktpreisen enthalten⁸⁷.

Bzgl. der Stärke der Informationseffizienz unterscheidet Fama⁸⁸:

Art der Informationseffizienz	in Preisen enthaltene Informationen	Wertpapierpreise entsprechen zu jedem Zeitpunkt ...
Schwach	Historische Wertpapierpreise	... dem Stand der Informationen über das vergangene Marktgeschehen
Semi-stark	Öffentliche Informationen insbesondere über Unternehmen und Kapitalmärkte: veröffentlichte Jahresabschlüsse, Stock Splits, Neuemissionen, Nachrichten, Ankündigungen, Presseberichte	... nur den allgemein für jeden Marktteilnehmer zugänglichen Informationen.
Stark	Private Informationen : Insiderwissen (von Managern oder Anlagefonds) mit monopolistischem Zugang zu allen Informationen, die für die Preisbildung relevant sind	... dem besten insgesamt vorhandenen Informationsstand, der jedoch ggf. nicht allgemein zugänglich ist.

Tab. 3.1: Arten der Informationseffizienz

Informationseffizienz impliziert die Annahme der Unabhängigkeit und der identischen Verteilung von Preisänderungen⁸⁹.

Es ist das Ziel der technischen und fundamentalen Aktienanalyse, Unter- und Überbewertungen von Wertpapieren durch die Sammlung und Analyse von Informationen zu ermitteln. Dabei wird davon ausgegangen, dass Märkte verzögert reagieren und somit nicht informationseffizient sind. Sind Märkte nicht informationseffizient, kann mit Hilfe der historischen Preise und einer angemessenen Strategie ein Arbitrage-Gewinn erzielt werden, was die Basis zumindest der technischen Aktienanalyse bildet. Sind Märkte nur schwach informationseffizient, kann nur noch mit Hilfe von Fundamentaldaten und Insider-Informationen ein Arbitrage-Gewinn erzielt werden, was die Basis der fundamentalen Aktienanalyse bildet⁹⁰.

Es wird allgemein davon ausgegangen, dass Märkte nicht stark informationseffizient sind, da Insiderhandel einerseits teilweise unzulässig ist⁹¹ und andererseits Insider nur zeitverzögert disponieren⁹².

Ein Test auf semi-starke Informationseffizienz kann mit Hilfe von Filtern durchgeführt werden⁹³. Um den Zusammenhang zwischen Preissprüngen und Informationen nachweisen zu können, bedürfte es jedoch des Vorliegens der Informationen selbst. Die Informationen müssten klassifiziert und bzgl. des Einflusses auf die Preisbildung und die sofortige Verarbeitung der Informationen analysiert werden.

Da aber ex post weder für die vorliegenden Datensätze noch für Kursreihen im Allgemeinen die Informationen in hinreichendem Umfang zur Verfügung stehen und insbesondere unbekannt ist, welche Informationen den jeweiligen Marktteilnehmern bei der Eingabe der entsprechenden Orders zur Verfügung standen, wird in dieser Arbeit und für einen generellen Ansatz auf die explizite Berücksichtigung vor Informationen bei den Marktanalysen verzichtet. Somit wird auch nicht von einer semi-

⁸⁶ Fama (1969), S. 385, Spreemann (2006), S. 157

⁸⁷ Franke/Hax (2004), S. 400

⁸⁸ Fama (1969), S. 383, 388, 414; Spreemann (2006), S. 158; Franke/Hax (2004), S. 399

⁸⁹ Fama (1969), S. 386

⁹⁰ Spreemann (2006), S. 159

⁹¹ Franke/Hax (2004), S. 409

⁹² Fama (1969), S. 387; Spreemann (2006), S. 160; Franke/Hax (2004), S. 399

⁹³ Fama (1969), S. 404; Spreemann (2006), S. 160 f.

starken Informationseffizienz ausgegangen, wengleich diese möglicherweise gegeben gewesen sein könnte.

Spreemann verweist darauf, dass „von der Mehrzahl der Forscher [...] heute die Sicht geteilt [wird], dass die wichtigsten Börsen für Aktien und Anleihen semi-stark informationseffizient sind“⁹⁴. Somit könne davon ausgegangen werden, dass weder technische noch fundamentale Aktienanalyse explizit Arbitrage-Gewinne ermöglichen würden.

Annahme 3.5: schwache Informationseffizienz

Es sollen nur die „objektiv“ zur Verfügung stehenden Informationen, nämlich die historischen Preise der Wertpapiere, Berücksichtigung finden. Insofern kann bei den folgenden Analysen eine schwache Informationseffizienz unterstellt werden.

Franke/Hax geben zu bedenken, dass Informationskosten für das Sammeln und Auswerten von Informationen dazu führen, dass keine unverzügliche Anpassung der Preise erfolgen könne⁹⁵ und somit nur eingeschränkt von einer Informationseffizienz ausgegangen werden kann. Da insbesondere an elektronischen Börsen die Möglichkeiten zur IT-gestützten Aufzeichnung und Auswertung von Informationen mit relativ geringen Kosten und nahezu keiner Zeitverzögerung möglich ist, werden hier Rahmenbedingungen der schwachen Informationseffizienz trotzdem als real gegeben angesehen.

Empirische Untersuchungen zur Unkorreliertheit von Wertpapierrenditen auf Basis von Tages-, Wochen-, Monat- und Jahresdaten sind übereinstimmend zu dem Ergebnis gelangt, dass serielle Korrelationen aufeinanderfolgender Perioden gleich Null sind⁹⁶. Umgekehrt steht das Auftreten serieller Korrelation nicht zwingend im Widerspruch zur Informationseffizienz, da diese auch andere Ursachen haben kann⁹⁷.

(5) Rationales Entscheidungsverhalten

In wesentlichen Kapitalmarktmodellen wird rationales Entscheidungsverhalten der Marktteilnehmer unterstellt, welches typischerweise wie folgt charakterisiert wird:

Ein Entscheider wählt zwischen Alternativen, die von verschiedenen Umweltkonstellationen, die wiederum zu Zuständen zusammengefasst werden können, abhängig sind.

Die Menge aller relevanten Zustände wird als Zustandsraum bezeichnet. Bzgl. der entscheidungsrelevanten zukünftigen Zustände kann unterschieden werden zwischen⁹⁸:

Ungewissheitssituationen	Es ist lediglich bekannt, dass einer der Zustände eintreten wird.
Risikosituationen	Es sind zusätzlich subjektive oder objektive Eintrittswahrscheinlichkeiten für alle Zustände bekannt.
Sicherheitssituationen	Der genau eintretende Zustand ist bereits bekannt.

Tab. 3.2: Risikograde

Die Handlungsalternativen (oder auch Aktionen) $a \in A$ werden mit Hilfe einer Präferenzfunktion $\Phi: A \rightarrow \mathbb{R}$, die jeder Alternative einen Präferenzwert $\Phi(a)$ zuordnet, bewertet⁹⁹. Es muss gelten:

⁹⁴ Spreemann (2006), S. 161

⁹⁵ Franke/Hax (2004), S. 400

⁹⁶ Spreemann (2006), S. 153

⁹⁷ Franke/Hax (2004), S. 409

⁹⁸ Bamberg/Coenenberg (2006), S. 23

⁹⁹ Siehe etwa Laux (2007), S. 25, Bamberg/Coenenberg (2006), S. 33

$$a_i \left\{ \begin{array}{l} \succsim \\ > \\ \sim \end{array} \right\} a_j \Leftrightarrow \Phi(a_i) \left\{ \begin{array}{l} \geq \\ > \\ = \end{array} \right\} \Phi(a_j)$$

Es wird die Alternative gewählt, die Φ maximiert.

Die Handlungsalternativen führen zu Konsequenzen. Die relevanten Konsequenzen werden als Zielgrößen bezeichnet, die Werte der Zielgrößen als Ergebnisse $x \in X$. Im Falle von Risiko oder Unsicherheit führt jede Alternative zu mehreren Ergebnissen. Die Bewertung der Ergebnisse erfolgt mit Hilfe einer Nutzenfunktion $U: X \rightarrow \mathbb{R}$, die jedem Ergebnis x eine reelle Zahl $u(x)$ zuordnet und für die gilt:

$$x \left\{ \begin{array}{l} \succsim \\ > \\ \sim \end{array} \right\} y \Leftrightarrow u(x) \left\{ \begin{array}{l} \geq \\ > \\ = \end{array} \right\} u(y); \quad x, y \in X. \quad {}^{100}$$

Die Auswahl der besten Alternative kann dann über die Maximierung des Nutzens erfolgen.

Da im Fall von Entscheidungen unter Risiko i.d.R. keine Alternative alle anderen dominiert, ist ein anderweitiges Entscheidungskriterium erforderlich, um die optimale Alternative auszuwählen¹⁰¹. Nach der einfachen μ -Regel, wird die Alternative gewählt, die den Erwartungswert der Zielgröße maximiert, jedoch das (Verlust-) Risiko unberücksichtigt lässt. Das (μ, σ) -Prinzip berücksichtigt zwar das Risiko in Form der Standardabweichung der Zielgröße, ist jedoch mit dem Dominanzprinzip und den Prinzipien rationalen Verhaltens nicht vereinbar¹⁰².

Rationales Verhalten in Ungewissheitssituationen lässt sich durch Präferenzen auf Basis von Axiomensystemen kennzeichnen. Es existiert eine Vielzahl solcher Axiomensysteme basierend auf von Neumann/Morgenstern¹⁰³. Beispielhaft stellen Fama/Miller folgende Axiome zusammen¹⁰⁴:

- (1) Vergleichbarkeit/Vollständigkeit: Jeder Marktteilnehmer kann alle Alternativen vergleichen und entweder ein Ergebnis x einem Ergebnis y vorziehen ($x \succ y$), indifferent sein ($x \sim y$) oder y gegenüber x präferieren ($x \prec y$).
- (2) Transitivität/Stetigkeit: wenn $x \succ y$ und $y \succ z$, dann gilt $x \succ z$ bzw. wenn $x \sim y$ und $y \sim z$, dann gilt $x \sim z$.
- (3) starke Unabhängigkeit: wenn $x \sim y$, dann gilt auch $G[x, z; \alpha] \sim G[y, z; \alpha]$.¹⁰⁵
- (4) Messbarkeit: wenn $x \succ y \succ z$ oder $x \succ z \succ y$, dann existiert ein eindeutiges α für das gilt: $y \sim G[x, z; \alpha]$.
- (5) Reihung: wenn $x \succ y \succ z$ und $x \succ u \succ z \Rightarrow$ für $y \sim G[x, z; \alpha_1]$ und $u \sim G[x, z; \alpha_2]$ gilt: $\alpha_1 > \alpha_2 \Rightarrow y \succ u$ bzw. $\alpha_1 = \alpha_2 \Rightarrow y \sim u$

Auf Basis dieser Axiome wird angenommen, dass Marktteilnehmer immer rational handeln – auch bei einer sehr großen Anzahl von Alternativen¹⁰⁶.

Während die μ -Regel und das (μ, σ) -Prinzip nicht mit den Axiomen rationalen Verhaltens in Einklang zu bringen sind, ist dies für das Bernoulli-Prinzip als Entscheidungskriterium möglich¹⁰⁷. Nach dem Bernoulli-Prinzip wird diejenige Alternative ausgewählt, die den Erwartungsnutzen der Ergebnisse

¹⁰⁰ Bamberg/Coenenberg (2006), S. 35

¹⁰¹ Laux (2007), S. 145

¹⁰² Laux (2007), S. 158 ff

¹⁰³ Bamberg/Coenenberg (2006), S. 101

¹⁰⁴ Copeland et al. (2008), S. 83

¹⁰⁵ $G[x, z; \alpha]$ sei ein Spiel, welches mit der Wahrscheinlichkeit α das Ergebnis x und mit der Gegenwahrscheinlichkeit $1 - \alpha$ das Ergebnis z liefert.

¹⁰⁶ Copeland et al. (2008), S. 84

¹⁰⁷ Laux (2007), S. 145

maximiert: das Gesamtergebnis wird mit dem Erwartungswert der jeweiligen Nutzen der Realisationen bewertet – es gilt also $\Phi(x) = E(U(x))$. Somit gilt $x > y \Rightarrow E(U(x)) > E(U(y))$ ¹⁰⁸. Das (μ, σ) -Prinzip und das Bernoulli-Prinzip lassen sich unter der Voraussetzung, dass sich die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Ergebnisse komplett durch die Parameter (μ, σ) beschreiben lassen oder die Nutzenfunktion die Eigenschaft erfüllt, dass der Erwartungsnutzen bei beliebigen Wahrscheinlichkeitsverteilungen lediglich von (μ, σ) abhängig ist, in Einklang bringen¹⁰⁹. Dies ist etwa bei quadratischen Nutzenfunktionen der Fall.

Bamberg beschreibt das Bernoulli-Prinzip als Nachbildung eines intuitiven Vorgehens, als „das, was man üblicherweise unter dem „Kalkulieren eines Risikos“ versteht, [welches][...] nichts anderes als ein (im Kopfe des Entscheidungsträgers vorgenommenes) Abwägen geeignet bewerteter Handlungskonsequenzen [ist], wobei die Gewichte dieser Wägung mit den Wahrscheinlichkeiten dieser Konsequenzen zusammenhängen.“¹¹⁰ Insofern würde quasi eine größere Nähe zum menschlichen Denken als bei den als relativ starr anzusehenden dargestellten klassischen Entscheidungskriterien bestehen.

Zur Anwendung des (μ, σ) -Prinzips und des Bernoulli-Prinzips ist die Berücksichtigung der Nutzenfunktionen erforderlich. Die Nutzenfunktion eines Entscheiders kann etwa durch die Auswahl eines ungünstigsten und eines günstigsten Ereignisses, die Nutzennormierung für diese Ereignisse und die Abfrage von Indifferenzwahrscheinlichkeiten zwischen einem sicheren Ereignis und einer Lotterie mit dem ungünstigsten/günstigsten Ereignis approximiert werden.

Die Bestimmung einer Nutzenfunktion kann jedoch insbesondere bei einer Vielzahl möglicher Ergebnisse sehr aufwendig sein¹¹¹. Copeland/Weston/Shastri bemerken ferner, dass Nutzenfunktionen investorenspezifisch seien und es keine Möglichkeit gibt, die Nutzenfunktionen von Marktteilnehmern zu vergleichen. Insofern hätten Nutzenfunktionen für Gruppen keine Bedeutung¹¹².

Black definiert den Einflussfaktor „Noise“ im Zusammenhang mit Finanzmärkten als „Gegensatz zu Information“ und das, was Beobachtungen von der Welt imperfekt macht¹¹³. Er beschreibt den Einfluss von „Noise“ wie folgt¹¹⁴: Wenn man von der Annahme ausgeht, dass ein großer Teil der Teilnehmer an Aktienmärkten nicht auf Basis von Informationen agiert, so ist dies nicht mit Modellen vereinbar, die ausschließlich auf der Erwartungsnutzenmaximierung beruhen. Würde man weitere Handelsfaktoren in die Nutzenfunktionen einbeziehen, würde dies in einer gewissen Beliebigkeit resultieren, die keine klaren Modellaussagen mehr zulassen würde. Black geht somit davon aus, dass „Noise“ der Grund dafür sei, dass in der Realität eher heuristische Entscheidungsregeln verwandt werden, die die normalen Axiome des Erwartungsnutzens verletzen¹¹⁵.

Da das im Folgenden dargestellte Modell auf dem Ergebnis der Entscheidungen einer Vielzahl von Marktteilnehmern beruht, Nutzenfunktionen für Gruppen jedoch offensichtlich keine Bedeutung haben und außerdem Aussagen auf Basis der explizit vorliegenden Marktdaten ermöglichen soll, kann das Modell nicht auf Nutzenfunktionen und ebenfalls nicht auf den Axiomen rationalen Verhaltens basieren, wengleich es nicht im Widerspruch zu diesen stehen muss. Ferner bleibt zu bemerken, dass im Grundmodell der Entscheidungstheorie die wahrgenommenen Alternativen Berücksichtigung finden¹¹⁶, ein Problem im Aktienmarkt Kontext jedoch darin besteht, dass die bei der Entscheidung berücksichtigten Alternativen im Vorhinein nicht bekannt sind. Deshalb wird im Folgenden

¹⁰⁸ siehe etwa Spreemann (2006), S. 512

¹⁰⁹ Franke/Hax (2004), S. 306

¹¹⁰ Bamberg/Coenenberg (2006), S. 118

¹¹¹ Laux (2007), S. 169

¹¹² Copeland et al. (2008), S. 88

¹¹³ Black (1986), S. 529

¹¹⁴ Black (1986), S. 534

¹¹⁵ Black (1986), S. 545

¹¹⁶ Laux (2007), S. 36

ein Ansatz verwandt, der nicht explizit auf den Grundsätzen rationalen Entscheidungsverhaltens basiert. Es wird im Modell dennoch von Risikosituationen insofern ausgegangen, als dass die möglichen Zustände - nämlich diskrete Preise - bekannt sind und diesen auch Wahrscheinlichkeiten zugeordnet werden können.

3.1.2 Modellierung von Preisprozessen

3.1.2.1 Stochastische Prozesse

(a) stochastische Prozesse

Die Bewegungen von Wertpapierkursen werden im Allgemeinen als stochastische Prozesse modelliert¹¹⁷.

Ein stochastischer Prozess ist eine Zusammenfassung bzw. Folge von Zufallsvariablen $\{X_t | t \in T\}$, die auf demselben Wahrscheinlichkeitsraum definiert sind. Unter Berücksichtigung der Elementarereignisse $\omega \in \Omega$ kann definiert werden: ein stochastischer Prozess ist eine Abbildung $X(\omega, t)$ aus $\Omega \times T$ ¹¹⁸ in eine Wertemenge $\mathcal{P} \subseteq \mathbb{R}$, die für jeden festen, nicht zufälligen Parameterwert $t \in T$ eine Zufallsgröße $X(t)$ und für jedes fixierte $\omega \in \Omega$ eine gewöhnliche reelle Funktion $x(t)$ darstellt.¹¹⁹

Die Abstände zwischen den betrachteten Elementen der Parametermenge müssen nicht äquidistant sein.

(b) Wertemenge und Parametermenge

Im Zusammenhang mit der Modellierung der Entwicklung von Wertpapierpreisen entspricht die Parametermenge T der Menge aller möglichen (betrachteten) Zeitpunkte und der Wertemenge \mathcal{P} der Menge aller möglichen Wertpapierpreise.

In Abhängigkeit von der Art der Parameter- und Wertemenge können stochastische Prozesse wie folgt klassifiziert werden¹²⁰:

Parametermenge	Wertemenge	Prozessbezeichnung	Symbolisierung
stetig	beliebig	stochastischer Prozess	$\{X_t t \in T\}$
stetig	diskret	diskreter stochastischer Prozess	$\{X_t t \in T\}$
diskret	beliebig	Zufallsfolge	$\{X_t t = t_0, t_1, \dots\}$
diskret	diskret	Zufallskette / stochastische Kette	$\{X_t t = t_0, t_1, \dots\}$

Tab. 3.3: Parameter- und Wertemenge

Die Wertemenge wird im Rahmen der folgenden Analysen als diskret angenommen, da bei quantitativen Auswertungen lediglich Wertpapierpreise und Preisdifferenzen, nicht jedoch etwa prozentuale Transaktionskosten, berücksichtigt werden. Die Diskretheit ergibt sich aus der marktspezifischen Festsetzung einer kleinsten Preiseinheit, der sogenannten Tick Size. Preise können somit nur positive Werte annehmen und ein Vielfaches dieser Tick Size betragen.

Ob die Parametermenge im Rahmen von Wertpapieranalysen als diskret oder stetig angenommen werden sollte, hängt im Wesentlichen von der zu analysierenden Fragestellung und Methodik ab. Grundsätzlich bestimmt sich die Parametermenge aus den Zeitpunkten der Kursnotierungen als Beobachtungszeitpunkten. Werden etwa Tages-, Wochen-, Monats- oder Jahresdaten verwandt, hat die Parametermenge einen diskreten Charakter. Die Zeitpunkte der Kursnotierungen können prinzipiell

¹¹⁷ siehe etwa Loistl (1993), S. 93 ff.; Franke et al. (2001), S. 45 ff.

¹¹⁸ mit Ω = Raum der Elementarereignisse und mit T = Parameterraum

¹¹⁹ Beyer et al. (1988), S. 8

¹²⁰ Beyer et al. (1988), S. 9

als äquidistant angesehen werden¹²¹. Betrachtet man hingegen Intraday-Daten, also fortlaufende Notierungen, können entweder Orderzeitpunkte oder Intervalldaten als Basis für die Parametermenge dienen.

Orderzeitpunkte sind zwar diskrete Zeitpunkte, allerdings typischerweise in kontinuierlichen Auktionen nicht äquidistant. Transaktionen und Quotes können im Prinzip zu jedem beliebigen Zeitpunkt stattfinden, weshalb Loistl nach entsprechender Diskussion eine kontinuierliche Gestaltung des Parameterraums als angebracht erachtet¹²². Sofern das Verhalten von Personen und die direkte Reaktion auf numerische Signale bzw. Preise im Vordergrund der Analyse steht, ist die vergangene Zeit zwischen zwei Orders von untergeordneter Bedeutung für die Entwicklung der Preise. In diesem Fall können die Orders als Ereignisse angesehen werden, deren zeitliche Reihenfolge ordinal durch fortlaufende Nummerierung erfasst wird bzw. als zeitlich gleichverteilt angesehen werden kann. Somit ergibt sich eine diskrete Parametermenge von (ordinal gemessenen) Zeitpunkten.

Ist hingegen der konkrete zeitliche Abstand zwischen Beobachtungen von besonderer Bedeutung, ergibt sich neben einer stetigen Modellierung der Parametermenge eine weitere diskrete Interpretation: Zwischen den Beobachtungszeitpunkten ist grundsätzlich ohne weitere Annahmen keine Aussage über die Entwicklung der Preiszeitreihe möglich¹²³. Nimmt man jedoch an, dass sich seit der jeweils letzten Order keine Änderung in den Einstellungen der Marktteilnehmer ergeben hat, weil sie diese sonst bereits durch eine entsprechende neue Order kundgetan hätten, kann zu jedem Zeitpunkt zwischen zwei Orders davon ausgegangen werden, dass sich die Marktsituation seit Eintreffen der ersten Order nicht bzw. nicht wesentlich verändert hat. So können folglich äquidistante Intervalldaten bestimmt werden, also Preissituationen zu Zeitpunkten mit jeweils gleichen Abständen, wie etwa Minutendaten. Als Repräsentant für ein entsprechendes Intervall wird der Zeitpunkt des jeweiligen Intervall-Endes gewählt. Der Preis zu diesem Zeitpunkt kann dann beispielsweise dem Preis der jeweils letzten Transaktion entsprechen, selbst wenn diese Transaktion bereits mehrere Intervalle zurückliegt. Um der aktuellen Marktentwicklung Rechnung zu tragen, könnte jedoch auch die zum Intervall-Ende aktuelle Spreadmitte als Marktpreisindikator verwandt werden. Diese spiegelt im Prinzip alle Informationen, die nach der letzten Transaktion eingetroffen sind und durch neue Orders ausgedrückt werden, wider.

In den folgenden Analysen soll in erster Linie sowohl von einer diskreten Wertemenge als auch von einer diskreten Parametermenge –einerseits auf Basis „ordinaler Zeitpunkte“ und andererseits auf Basis von Intervalldaten- ausgegangen werden.

(c) stochastische Ketten

Sei nunmehr $\{X_t | t \in T\}$ ein stochastischer Prozess in diskreter Zeit und mit diskreter Wertemenge – also eine *stochastische Kette* mit $T = \{t_0, t_1, \dots, t_N | t_0 < t_1 < \dots < t_N\}$, $N \in \mathbb{N}$ der diskreten Menge der (Handels-) Zeitpunkte und $\mathcal{P} = \{p_i | i \in \mathbb{N}_0, p_i \in \mathbb{R}\}$ der diskreten Menge der möglichen Werte. Dabei muss die Verteilung der X_t nicht für alle $t \in T$ dieselbe sein. Bei äquidistanten Zeitpunkten¹²⁴ kann die Menge der (Handels-) Zeitpunkte vereinfachend als $T = \{t_i | i \in \mathbb{N}_0, t_i = i\}$ angenommen werden, wovon auch in den folgenden Definitionen ausgegangen werden soll.

¹²¹ abgesehen etwa von Wochenenden und Feiertagen bei Tagesdaten und unterschiedlichen Monatslängen bei Monatsdaten

¹²² Loistl (1993), S. 98, S.130

¹²³ Loistl (1993), S. 95

¹²⁴ also etwa bei Minutendaten

Für eine stochastische Kette $\{X_t | t \in T\}$ mit $0 \leq r \leq s$ und $s - r = n \geq 0$ sowie $r, s, n \in T$ heißen die bedingten Wahrscheinlichkeiten $Prob(X_s = pr_j | X_r = pr_i) =: \pi_{ij}(r, s)$ ¹²⁵ mit $pr_i, pr_j \in \mathcal{P}$ und $i, j \in \mathbb{N}_0$ Übergangswahrscheinlichkeiten n -ter Ordnung. $\pi_{ij}(r, s)$ ist somit die Wahrscheinlichkeit vom Wert pr_i zum Zeitpunkt r zum Wert pr_j zum Zeitpunkt s zu gelangen.

$\Pi(r, s) := \left(\pi_{ij}(r, s) \right)_{i, j \in \mathbb{N}_0}$ ist dann die zugehörige Übergangsmatrix. Die Übergangsmatrix 0-ter Ordnung ist eine Einheitsmatrix. Die Übergangsmatrix n -ter Ordnung gehört zur Klasse der stochastischen Matrizen, die allgemein durch folgende Eigenschaft charakterisiert werden können: $(a_{ij})_{i, j \in \mathbb{N}_0}$ mit $a_{ij} \geq 0$, $i, j \in \mathbb{N}_0$ und $\sum_j a_{ij} = 1$.¹²⁶

Es gelte ferner¹²⁷: $Prob(X_t = pr_i) =: \pi_i(t)$, $pr_i \in \mathcal{P}$ sei die Wahrscheinlichkeitsfunktion der stochastischen Kette zum Zeitpunkt t (für $t = t_0$ ist dies die Anfangsverteilung, $\pi_i(t)$ ist die Zustandswahrscheinlichkeit vom Wert pr_i zum Zeitpunkt t). Dann gilt: $\pi(s) = (\pi_0(s), \pi_1(s), \dots) = \pi(r) \cdot \Pi(r, s)$ mit $r, s \in T$; $r \leq s$.

(d) Markov-Ketten

Eine stochastische Kette verfügt über die Markov-Eigenschaft, falls die Verteilung der zukünftigen Zustandsvariablen nur vom gegenwärtigen Zustand, nicht jedoch von der Vergangenheit abhängt. Sei in diesem Zusammenhang $pr_{t_i} \in \mathcal{P}$ der Wert zum Zeitpunkt t_i , $i \in \mathbb{N}_0$, dann gilt: Eine stochastische Kette heißt Markov-Kette, falls

$$Prob(X_{t_{n+1}} = pr_{t_{n+1}} | X_{t_0} = pr_{t_0}, X_{t_1} = pr_{t_1}, \dots, X_{t_n} = pr_{t_n}) = Prob(X_{t_{n+1}} = pr_{t_{n+1}} | X_{t_n} = pr_{t_n})$$

(Markov-Eigenschaft)

$$\forall n \in \mathbb{N}_0 \wedge n \geq 2; \quad 0 \leq t_0 < t_1 < \dots < t_{n+1}$$

$$\text{mit } Prob(X_{t_0} = pr_{t_0}, X_{t_1} = pr_{t_1}, \dots, X_{t_n} = pr_{t_n}) > 0, Prob(X_{t_n} = pr_{t_n}) > 0,$$

Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses zum Zeitpunkt t hängt lediglich vom Zustand im vorherigen Zeitpunkt ab oder „Die Zukunft des Systems hängt nur von der Gegenwart und nicht von der Vergangenheit ab“¹²⁸. Neue Informationen haben keinen Einfluss auf die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zustände in einem beliebigen Zeitpunkt. Diese Annahme dürfte bei Intraday-Analysen im sehr kurzfristigen Bereich zutreffend sein, da wesentliche fundamentale Informationen mit besonderen Auswirkungen auf einen bestimmten Aktienpreis aus sehr kurzfristiger Sicht eher selten auftreten.

Eine Markov-Kette mit zeitunabhängigen Übergangswahrscheinlichkeiten ist (zeit-)homogen, das heißt, es gilt:

$$Prob(X_{t_r} = pr_i | X_{t_{r-1}} = pr_j) = Prob(X_{t_s} = pr_i | X_{t_{s-1}} = pr_j)$$

$$\text{mit } Prob(X_{t_{r-1}} = pr_j) > 0; Prob(X_{t_{s-1}} = pr_j) > 0; t_r, t_s, t_{r-1}, t_{s-1} \in T; \forall pr_i, pr_j \in \mathcal{P}$$

Die Übergangsmatrix einer Markov-Kette sei definiert als $\Pi(s, s + m) = \Pi^m$ mit $s, s + m \in T$.

Eine Markovkette $\{X_t | t \in T\}$, die $Prob(X_s = pr_i) = Prob(X_{t_0} = pr_i) = \pi_i$ für alle $s \in T, i \in \mathbb{N}_0$ erfüllt heißt stationär. Die Wahrscheinlichkeit für alle Elemente der Wertemenge ist zu jedem Zeit-

¹²⁵ Aus Vereinfachungsgründen wird i anstelle von pr_i gewählt, also $\pi_{ij}(r, s) := \pi_{pr_i pr_j}(r, s)$. Der Wert pr_i kann dabei zu unterschiedlichen Zeitpunkten, nicht nur zum Zeitpunkt r , erreicht werden.

¹²⁶ Die Zeilensumme muss also 1 entsprechen.

¹²⁷ Heller et al. (1978), S. 16

¹²⁸ Heller et al. (1978), S. 18

punkt gleich. Für $\pi = \{\pi_i\}_{i \in \mathbb{N}_0}$ gilt dann: $\pi = \pi \cdot \Pi$. Die Stationarität besagt also, dass alle Verteilungen der Zustandswahrscheinlichkeiten unabhängig vom Zeitpunkt der Betrachtung gleich sind. Falls die Anfangsverteilung $\pi(0)$ nicht bzgl. Π stationär ist, sind $\pi(t)$ nicht konstant. U.U. ist eine Stabilisierung möglich: es ergibt sich eine ergodische Verteilung mit $\lim_{t \rightarrow \infty} \pi_{ij}(t) = \pi_i^*$. Die zugehörige Übergangsmatrix sei definiert als $\Pi^* = \lim_{t \rightarrow \infty} (\Pi)^t$.

3.1.2.2 Wiener Prozess (Brownsche Bewegung)

Zur Modellierung zeitkontinuierlicher Wertpapierpreise wird in erster Linie ein spezifischer stochastischer Prozess – der sogenannte Wiener Prozess – verwandt.

Ein stochastischer Prozess $\{X_t | t \in T\}$ ¹²⁹ heißt Wiener Prozess, falls er über folgende Eigenschaften verfügt¹³⁰:

- (1) $X_0 = 0; Prob(X_0 = 0) = 1$
- (2) $X_t \sim N(0, c^2 t), \forall t \geq 0, c \in \mathbb{R}$
- (3) $\{X_t | t \geq 0\}$ hat (homogene) unabhängige Zuwächse und ist somit ein Markov-Prozess
- (4) für die Zuwächse gilt: $(X_t - X_s) \sim N(0, c^2(t - s)), \forall 0 \leq s \leq t$
(Verteilung hängt nur von der Länge des Zeitintervalls $t-s$ ab und ist somit stationär)

W_t bezeichne einen Standard-Wiener-Prozess mit den o.g. Eigenschaften, bei dem $c = 1$ und $W_0 = 0$ ist. Für den Standard-Wiener-Prozess gilt u.a.:

- (1) $\mu_t = 0$
- (2) $Var(W_t) = t$
- (3) $Cov(W_s, W_t) = \min(s, t)$

Dann wird $X_t = \mu \cdot t + \sigma \cdot W_t$ als Brownsche Bewegung mit Varianzrate σ^2 und Driftrate μ bezeichnet.

3.1.2.3 Diskrete Irrfahrten

Bei der Definition des Wiener Prozesses wird von einem stochastischen Prozess in stetiger Zeit ausgegangen. Aktienpreise sind hingegen prinzipiell Prozesse in diskreter Zeit, wie etwa Franke bemerkt¹³¹. Die Modellierung in stetiger Zeit wird jedoch deshalb häufig verwandt, weil Prozesse in stetiger Zeit einfacher analysiert werden können. Der Wiener Prozess kann aus einer zeitdiskreten einfachen symmetrischen Irrfahrt hergeleitet werden, die im Folgenden betrachtet werden soll. Dabei werden die Eigenschaften der jeweiligen Prozesse dann aufgeführt, wenn diese charakteristisch, für die weiteren Betrachtungen von Bedeutung oder relativ einfache Ausdrücke sind.

(a) Allgemeine Irrfahrten und Random Walk

Nimmt man nunmehr an, dass die in der Parametermenge zusammengefassten Zeitpunkte äquidistant seien, kann vereinfachend als $T = \mathbb{N}_0$ definiert werden. Ein Zufallsprozess $\{X_t | t = 1, 2, \dots\}$ in diskreter Zeit, also eine stochastische Kette, mit unabhängigen, identisch verteilten Zuwächsen bzw. Inkrementen $Z_t = X_t - X_{t-1}$ heißt dann allgemeine Irrfahrt oder (arithmetischer) Random Walk in diskreter Zeit¹³². Insbesondere ist Z_t unabhängig von den Werten X_0, \dots, X_{t-1} , wobei X_0 dem Start-

¹²⁹ $T = \{t | t \geq 0\}$

¹³⁰ siehe etwa Franke et al. (2001), S. 56

¹³¹ Franke et al. (2001), S. 55; Seydel (2000), S. 18 f.

¹³² siehe etwa Spreemann (2006), S. 454

wert entspricht. An die konkrete Verteilung der Inkremente werden außer der Unabhängigkeit und der identischen Verteilung keine weiteren Anforderungen gestellt. Es gilt $X_t = X_{t-1} + Z_t = X_0 + \sum_{k=1}^t Z_k$, $\forall t \in T$, wobei X_t mit $t \rightarrow \infty$ normalverteilt ist. Der konstante Erwartungswert der Zuwächse $\mu = E(Z_t)$ ($\forall t \in T$) heißt *Drift*, die konstante Standardabweichung $\sigma = SD(Z_t)$ ($\forall t \in T$) heißt *Volatilität* des Prozesses. Der Erwartungswert des Prozesses beträgt $E(X_t) = X_0 + t \cdot \mu$ und die Varianz $Var(X_t) = t \cdot \sigma^2$. Allgemeiner gilt: der Zuwachs $X_{t+s} - X_t = Z_{t+1} + \dots + Z_{t+s}$ ist unabhängig von X_0, \dots, X_t . Als Prozess mit unabhängigen Zuwächsen sind Irrfahrten Markov-Ketten und verfügen somit über Markov-Eigenschaften.

Im Kontext von Kapitalmärkten werden häufig anstelle von absoluten Zuwächsen relative Zuwächse modelliert, da von einer Betrachtung der Renditen und nicht der absoluten Preisänderungen durch die Marktteilnehmer ausgegangen wird. Die Modellierung erfolgt mit Hilfe eines *geometrischen* Random Walks $X_t = X_{t-1} \cdot Z_t = X_0 \cdot \prod_{k=1}^t Z_k$, $\forall t$, wobei die Inkremente Z_t den relativen Preisänderungen entsprechen und X_t mit $t \rightarrow \infty$ lognormalverteilt ist. Der geometrische Random Walk ist ebenfalls eine Markov-Kette und ist durch Logarithmierung in einen arithmetischen Random Walk überführbar. Da im Folgenden jedoch davon ausgegangen wird, dass im kurzfristigen Bereich u.a. aufgrund der komplexen mentalen Verarbeitung nicht die Wahrnehmung von Renditen, sondern die Wahrnehmung der eigentlichen Preise im Vordergrund steht, basieren die weiteren Überlegungen auf dem Konzept des arithmetischen Random Walks.

(b) Die Einfache Irrfahrt

Die Einfache Irrfahrt ist ein spezifischer Prozess aus der Klasse der Binomialprozesse, bei der Aufwärtsbewegung (u) und Abwärtsbewegung ($-d$) in gleicher Größenordnung erfolgen. Sie ist wie folgt definiert¹³³:

Annahmen:

- (1) $Z_t \in \{1, -1\}$, also $u = d = 1$
- (2) Z_t unabhängig identisch verteilt
- (3) Z_t unabhängig vom Anfangswert X_0
- (4) $Prob(Z_t = 1) = \pi^u$, $Prob(Z_t = -1) = 1 - \pi^u = \pi^d$, $\forall t \in T$, $\pi^u, \pi^d \in [0,1]$

Eigenschaften:

(I) Prozess X_t

- (1) X_t ist binomialverteilt in Abhängigkeit von t . Die Anzahl möglicher Zustände nimmt somit mit jedem Zeitpunkt ausgehend von einem Anfangszustand um 2 zu.
- (2) $E(X_t) = t \cdot (2\pi^u - 1)$, $\forall t$ ¹³⁴, $X_0 = 0$ und Drift bei $\pi^u < 0,5$ oder $\pi^u > 0,5$.
- (3) $Var(X_t) = t \cdot (u + d)^2 \cdot \pi^u \cdot (1 - \pi^u) = t \cdot 4\pi^u \cdot (1 - \pi^u)$

Erwartungswert und Varianz sind also vom Betrachtungszeitpunkt abhängig.

(II) Zuwächse Z_t

- (1) Die Zuwächse sind unabhängig vom Zeitpunkt gemäß der definierten Wahrscheinlichkeiten verteilt. Wenn also etwa $\pi^u = 0,4$ und somit $\pi^d = 0,6$, $u = 1$ und $-d = -1$ ist, ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zuwächse folglich $\Pi = (0,4; 0,6)$.

¹³³ siehe auch Franke et al. (2001), S. 45

¹³⁴ für allgemeine Binomialprozesse ist $E(X_t) = E(X_0) + t \cdot ((u + d) \cdot \pi^u - d)$ und $E(Z_t) = ((u + d) \cdot \pi^u - d)$

- (2) $E(Z_t) = (+1) \cdot \pi^u + (-1) \cdot (1 - \pi^u) = \pi^u - 1 + \pi^u = 2\pi^u - 1$. Der Erwartungswert der Zuwächse ist somit nicht abhängig vom Betrachtungszeitpunkt.
- (3) $Var(Z_t) = (1 - (2\pi^u - 1))^2 \cdot \pi^u + ((-1) - (2\pi^u - 1))^2 \cdot (1 - \pi^u) = 4\pi^u \cdot (1 - \pi^u)$

Die Einfache Irrfahrt lässt sich grafisch wie folgt veranschaulichen:

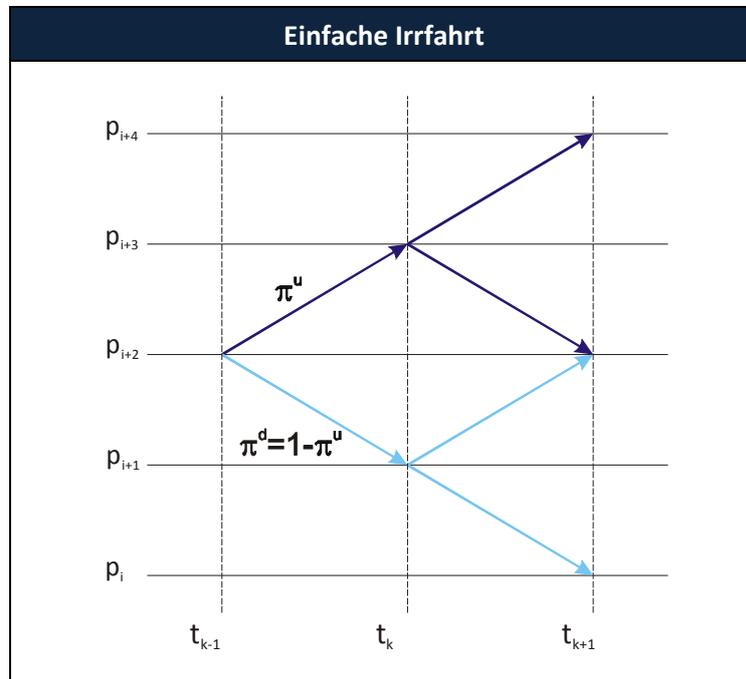


Abb. 3.1: Einfache Irrfahrt

(c) Die Symmetrische Einfache Irrfahrt

Für die *Symmetrische Einfache Irrfahrt* gilt zusätzlich, dass die Wahrscheinlichkeiten für die Aufwärts- und die Abwärtsbewegung gleich groß sind:

Annahme:

$$\pi^u = \pi^d = \frac{1}{2}$$

Eigenschaften:

(I) Prozess X_t

- (1) $E(X_t) = 0$, für alle t
- (2) $Var(X_t) = t \cdot (u + d)^2 \cdot \pi^u \cdot (1 - \pi^u) = t$

(II) Zuwächse Z_t

- (1) Die Zuwächse sind aufgrund der gleichen Wahrscheinlichkeiten für Aufwärts- und Abwärtsbewegung gleichverteilt.
- (2) $E(Z_t) = 0$.¹³⁵
- (3) $Var(Z_t) = 1$.¹³⁶ Die Varianz ist unabhängig von Beobachtungszeitpunkt.
- (4) $Cov(Z_t, Z_{t+1}) = 0$.¹³⁷

¹³⁵ $E(Z_t) = (+1) \cdot 0,5 + (-1) \cdot (1 - 0,5) = 0,5 - 1 + 0,5 = 0$

¹³⁶ $Var(Z_t) = (1 - 0)^2 \cdot 0,5 + ((-1) - 0)^2 \cdot (1 - 0,5) = 0,5 + 0,5 = 1$

Bei der symmetrischen einfachen Irrfahrt wird ein Drift durch die gleich großen Sprünge und die gleichen Wahrscheinlichkeiten für Aufwärts- und Abwärtsbewegung ausgeschlossen.

(d) Der Trinomialprozess

Als Basis für die Beschreibung eines geeigneten stochastischen Prozesses wird zunächst von einem Trinomialprozess ausgegangen¹³⁸. Im Gegensatz zum Binomialprozess besteht hier auch die Möglichkeit, dass der Zustand konstant bleibt. Wenn man bei der Modellierung von Wertpapierpreisen von äquidistanten Zeitpunkten ausgeht, den jeweils aktuellen Preis also zu jeweils zeitlich gleich weit entfernten Zeitpunkten anstelle der Zeitpunkte der Preisveränderung misst, ist es bei Intradaydaten und kurzen Abständen sehr wahrscheinlich, dass sich der Preis nicht ändert. Somit ist für die Modellierung im kurzfristigen Bereich bei äquidistanten Zeitpunkten das Binomialmodell nicht hinreichend geeignet, da hier eine Preisänderung vorausgesetzt wird. Mit Hilfe der Trinomialverteilung kann dieses Problem gelöst werden.

Der Trinomialprozess kann ebenfalls als Spezialfall der allgemeinen Irrfahrt aufgefasst werden. Es wird im Folgenden von einem vereinfachten „symmetrischen“ Trinomialprozess mit $\pi^u = \frac{1}{3}$ und $u, d = 1$ ausgegangen, der wie folgt beschrieben werden kann:

Annahmen:

- (1) $Z_t \in \{1; 0; -1\}$.¹³⁹
- (2) Z_t unabhängig identisch verteilt und zwar $\forall t \in T$ mit
 - a) $Prob(Z_t = 1) = \pi^u = \frac{1}{3}$
 - b) $Prob(Z_t = -1) = \pi^d = \frac{1}{3}$
 - c) $Prob(Z_t = 0) = \pi^c = 1 - \pi^u - \pi^d = \frac{1}{3}$
- (3) Z_t unabhängig vom Anfangswert X_0

Eigenschaften:

(I) Prozess X_t

Während die Zuwächse Z_t gleichverteilt sind, ist die Zufallsvariable X_t trinomialverteilt:

Es bezeichne $Prob(n, \pi^u, \pi^d)$ eine Trinomialverteilung zum Stichprobenumfang $n \in \mathbb{N}$ und den Parametern $\pi^u, \pi^d \geq 0$, $\pi^u + \pi^d \leq 1$ sowie k_1 die Anzahl der „Aufwärtsbewegungen“, k_2 die Anzahl der „Abwärtsbewegungen“. Dann hat die Trinomialverteilung folgende Dichtefunktion:

$$f(k_1, k_2) = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot (n - (k_1 + k_2))!} \cdot \pi^{k_1} \cdot \pi^{k_2} \cdot (1 - \pi^u - \pi^d)^{n - (k_1 + k_2)}$$

mit $k_1, k_2 \in \mathbb{N}$ und $k_1 + k_2 \leq n$

Grafisch kann der einfache Trinomialprozess ausschnittsweise für 3 Zeitpunkte wie folgt dargestellt werden:

¹³⁷ $Cov(Z_t, Z_{t+1}) = E((Z_t - E(Z_t))(Z_{t+1} - E(Z_{t+1}))) = \sum_{i=1}^1 \sum_{j=1}^1 (z_t^i - E(Z_t)) \cdot (z_{t+1}^j - E(Z_{t+1})) \cdot Prob(Z_t = z_t^i, Z_{t+1} = z_{t+1}^j) = E(Z_t Z_{t+1}) - E(Z_t) \cdot E(Z_{t+1}) = (-1)^2 \cdot \frac{1}{4} + (-1) \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} + 1 \cdot (-1) \cdot \frac{1}{4} + 1^2 \cdot \frac{1}{4} - 0 \cdot 0 = 0$

¹³⁸ siehe auch Loistl (1993), S. 121

¹³⁹ vereinfachte Version, allgemeiner: $Z_t \in \{u; 0; -d\}$

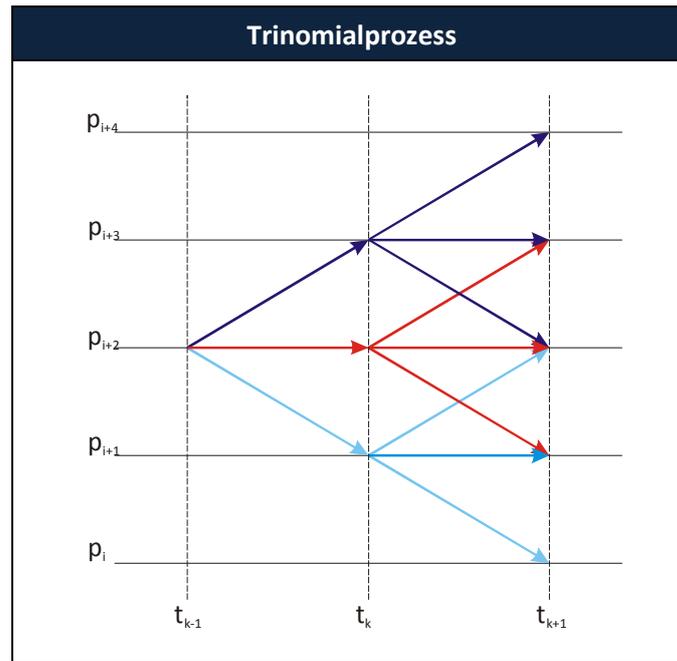


Abb. 3.2: Trinomialprozess

(1) $E(X_t) = 0$.¹⁴⁰

(2) $Var(X_t) = Var(X_0) + t \cdot Var(Z_1)$ mit $Var(Z_1) = \frac{1}{3}$.¹⁴¹

Die Varianz der X_t ist also neben dem Betrachtungszeitpunkt von der Varianz der Zuwächse in $t = 1$ abhängig.

(II) Zuwächse Z_t

- (1) Die Zuwächse sind auch hier aufgrund der gleichen Wahrscheinlichkeiten für Aufwärts- und Abwärtsbewegung gleichverteilt. Der Prozess kann ausschnittsweise grafisch wie folgt dargestellt werden:

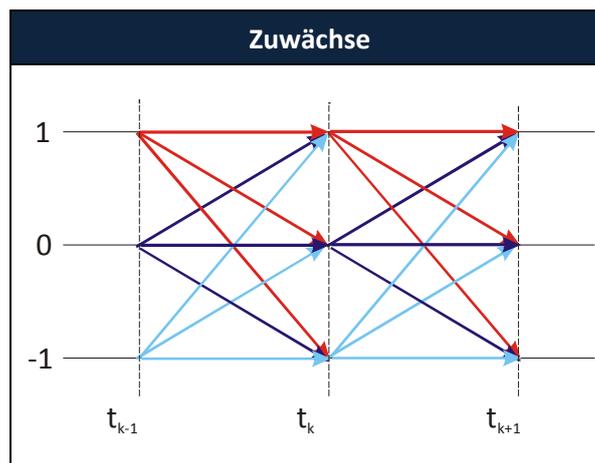


Abb. 3.3: Zuwächse im Trinomialprozess

¹⁴⁰ $E(X_t) = E(X_0) + t \cdot (\pi^u \cdot u + \pi^d \cdot d) = 0 + t \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot (-1)\right) = 0$; zu den Eigenschaften siehe auch Franke et al. (2001), S. 50

¹⁴¹ $Var(Z_1) = \pi^u \cdot (1 - \pi^u) \cdot u^2 + \pi^d \cdot (1 - \pi^d) \cdot d^2 + 2 \cdot \pi^u \cdot \pi^d \cdot u \cdot d = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$; zu den Eigenschaften siehe auch Franke et al. (2001), S. 50

(2) Die Verteilung ist unabhängig vom betrachteten Zeitpunkt.

$$(3) E(Z_t) = 0. \quad {}^{142}$$

$$(4) \text{Var}(Z_t) = \frac{2}{3}. \quad {}^{143}$$

$$(5) \text{Cov}(Z_t, Z_{t+1}) = 0. \quad {}^{144}$$

Die Varianz der Zuwächse verringert sich also gegenüber der entsprechenden symmetrischen einfachen Irrfahrt, während die Kovarianz gleich bleibt.

Aufgrund der diskreten Betrachtungszeitpunkte soll im Folgenden eine zeitdiskrete Modellierung der Preisprozesse im Vordergrund stehen. Insbesondere bei der Analyse äquidistanter Zeitpunkte und kurzer Intervalle sind „Nullveränderungen“ sehr wahrscheinlich, weshalb der Trinomialprozess als Basis für die spätere Preisprozessmodellierung verwandt werden soll.

3.1.2.4 Notation

Da im Folgenden ausschließlich Preisprozesse beschrieben werden, wird anstelle der Notation für allgemeine stochastische Prozesse $\{X_t | t \in T\}$ im weiteren als Notation für spezielle stochastische Preisprozesse $\{P_t | t \in T\}$ verwandt.

3.1.3 Kapitalmarktmodelle

3.1.3.1 Allgemeines

Die bedeutendsten Kapitalmarktmodelle basieren im Wesentlichen auf den oben dargestellten Preisbildungsmechanismen – ergänzt um weitere Annahmen. In einem Streifzug durch einige der wesentlichen Modelle für Aktienmärkte sollen die Bedeutung dieser Annahmen für die Modelle dargestellt und die Modellergebnisse kurz skizziert werden.

3.1.3.2 State Preference Theorie (SPT)

Mit Hilfe von Wertpapieren können Konsumwünsche auf zukünftige Perioden verschoben werden. Es besteht jedoch Unsicherheit bzgl. der zukünftig eintretenden Zustände und somit bzgl. der Zahlungen, die ein Investor aus dem Besitz bzw. Verkauf eines Wertpapiers erhält.

Die State Preference Theorie (SPT) geht von folgenden Rahmenbedingungen aus¹⁴⁵:

$${}^{142} E(Z_t) = (+1) \cdot \frac{1}{3} + 0 \cdot \frac{1}{3} + (-1) \cdot \frac{1}{3} = 0$$

$${}^{143} \text{Var}(Z_t) = \sum_{i=1}^I (z_t^i - E(Z_t))^2 \cdot \text{Prob}(Z_t = z_t^i) = (1-0)^2 \cdot \frac{1}{3} + (0-0)^2 \cdot \frac{1}{3} + ((-1)-0)^2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

¹⁴⁴ z_t^i ist dabei die i-te Realisationsmöglichkeit der Zufallsvariablen Z_t

$$\begin{aligned} \text{Cov}(Z_t, Z_{t+1}) &= E\left((Z_t - E(Z_t))(Z_{t+1} - E(Z_{t+1}))\right) \\ &= \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (z_t^i - E(Z_t)) \cdot (z_{t+1}^j - E(Z_{t+1})) \cdot \text{Prob}(Z_t = z_t^i, Z_{t+1} = z_{t+1}^j) \\ &= E(Z_t Z_{t+1}) - E(Z_t) \cdot E(Z_{t+1}) \cdot (-1)^2 \cdot \frac{1}{9} + (-1) \cdot 0 \cdot \frac{1}{9} + (-1) \cdot 1 \cdot \frac{1}{9} + 0 \cdot (-1) \cdot \frac{1}{9} + 0 \cdot 0 \\ &\quad \cdot \frac{1}{9} + 0 \cdot 1 \cdot \frac{1}{9} + 1 \cdot (-1) \cdot \frac{1}{9} + 1 \cdot 0 \cdot \frac{1}{9} + 1^2 \cdot \frac{1}{9} - 0 \cdot 0 = 0 \end{aligned}$$

¹⁴⁵ Copeland et al. (2008), S. 119 ff.

- Die SPT ist ein 2-Zeitpunkt-Modell ($t \in [0,1]$).
- Im Zeitpunkt $t = 1$ seien $s = 1, \dots, S$ sich gegenseitig ausschließende und erschöpfende Zustände möglich, die mit den Wahrscheinlichkeiten $\pi_s \geq 0$ ($s = 1, \dots, S$; $\sum_s \pi_s = 1$) eintreten.
- Es existieren ferner reine Wertpapiere mit den Preisen p_s , die in genau einem Zustand in $t = 1$ eine Auszahlung von 1 und in allen anderen Zuständen eine Auszahlung von 0 generieren. Leerverkäufe seien zulässig.
- Es wird von einem vollständigen Kapitalmarkt ausgegangen, d.h., dass die Anzahl eindeutig linear unabhängiger Wertpapiere mit der Anzahl der Zustände S übereinstimmt und somit jede mögliche Returnstruktur durch Linearkombination der reinen Wertpapiere generiert werden kann.
- In einem solchen Markt könnten die Preise der reinen Wertpapiere aus denen der sogenannten Marktwertpapiere, die für jeden Zustand einen anderen Preis besitzen können, hergeleitet werden.
- Die Preise reiner Wertpapiere werden durch die Zeitpräferenz, die erwarteten Wahrscheinlichkeiten π_s und die individuelle Risikopräferenz investorenspezifisch beeinflusst. Die Erwartungen bzgl. der Wahrscheinlichkeiten seien homogen.

Durch Maximierung des Erwartungsnutzens, also $\sum_s \pi_s \cdot U(Q_s) \rightarrow \max!$ ¹⁴⁶, unter der Bedingung, das Anfangsvermögen W_0 nicht zu überschreiten, also $\sum_s p_s \cdot Q_s \leq W_0$, ergibt sich im Optimum bei einem risikolosen Zinssatz r wegen $\sum_s p_s = \frac{1}{1+r}$ ¹⁴⁷: $p_s = \frac{1}{1+r} \cdot \pi_s \cdot \frac{U'(Q_s)}{E(U'(\bar{Q}))}$. Der Preis für eine Geldeinheit im Zustand s ist somit abhängig von der Wahrscheinlichkeit des Zustandes und dem Grenznutzen des Preises in Zustand s . Im Gleichgewicht müssen Wertpapiere mit gleichen Zahlungsrückflüssen die gleichen Preise aufweisen und Arbitragefreiheit herrschen¹⁴⁸.

Das im Folgenden dargestellte Capital Asset Pricing Model (CAPM) lässt sich aus dem State Preference Model als Spezialfall ableiten¹⁴⁹.

3.1.3.3 Moderne Portfoliotheorie (MPT)

Die von Markovitz (von 1952-1959) begründete Moderne Portfoliotheorie (MPT) dient der Bewertung einzelner Anlagen und der Aggregation zu einem für den Anleger optimalen Portfolio. Sie basiert auf folgenden Rahmenbedingungen¹⁵⁰:

- *2-Zeitpunkt-Modell*: Zu einem Zeitpunkt t_0 verfügt ein Anleger über das Anfangsvermögen W_0 und stellt auf Basis der ihm vorliegenden Informationen ein Portfolio von Anlagen zusammen, das er bis zum Zeitpunkt t_1 nicht mehr verändert.
- Die Renditen der einzelnen Anlagen und somit die *Rendite* des Portfolios R_p sind *zufällig* und werden als *normalverteilt* angenommen. Die Portfoliorendite ist das gewichtete Mittel der einzelnen Anlagen¹⁵¹, und mit den Verteilungsparametern der erwarteten Portfoliorendite $\mu_p = E(R_p)$ und der Standardabweichung der Portfoliorendite $\sigma_p = SD(R_p)$ unter Berücksichtigung der Korrelationen der einzelnen Anlagen vollständig beschrieben. Die Verteilungs-

¹⁴⁶ Q_s entspricht der Menge reiner Wertpapiere, die Zustand s eine Geldeinheit auszahlen

¹⁴⁷ Franke/Hax (2004), S. 386

¹⁴⁸ Copeland et al. (2008), S. 124

¹⁴⁹ Franke/Hax (2004), S. 388 ff.

¹⁵⁰ Spreemann (2006), S. 178 ff

¹⁵¹ bei zwei Anlagen A und B also etwa $R_p = x \cdot R_A + (1-x) \cdot R_B$, $0 \leq x \leq 1$ bei Unzulässigkeit von Leerverkäufen

parameter können aus historischen Preisdaten oder auch fundamentalen Daten geschätzt werden.

- Der zu maximierende Nutzen des Investors besteht ausschließlich aus dem Vermögen W_1 zum Zeitpunkt t_1 und ist somit nur von der Rendite der Anlagen abhängig. Es gilt folglich $U(R_P) = f(\mu_P, \sigma_P)$. In Abhängigkeit vom Grad der Risikoaversion α kann beispielsweise $U(R_P) = f(\mu_P, \sigma_P) = \mu_P - \frac{\alpha}{2} \cdot \sigma_P$ angenommen werden.
- Portfolio P *dominiert* Portfolio Q, falls $\mu_P \left\{ \begin{matrix} > \\ \geq \end{matrix} \right\} \mu_Q$ und $\sigma_P \left\{ \begin{matrix} < \\ \leq \end{matrix} \right\} \sigma_Q$. P ist *effizient*, falls es nicht durch anderes Portfolio dominiert wird. Effiziente Portfolios liegen im $\mu - \sigma$ -Diagramm auf dem oberen Ast einer Hyperbel bzw. bei $0 \leq x_k \leq 1$ aus mehreren stetig verbundenen Hyperbelstücken. Das Minimum-Varianz-Portfolio ergibt sich aus $\frac{d\sigma_P^2(x)}{dx}$. Die effizienten Portfolios liegen auf der *Efficient Frontier*. Der Investor wählt eines der effizienten Portfolios auf Basis seiner Risikopräferenzen aus.

Tobin ergänzte die Überlegungen zur Portfoliotheorie mit mehreren risikobehafteten Anlagen 1958 um eine sichere Anlagemöglichkeit¹⁵²:

1. Die risikolose Anlage hat die sichere Rendite R_0 und die Standardabweichung der Rendite $\sigma_0 = 0$.
2. Dann kann aus der sicheren Anlage und dem aus n risikobehafteten Anlagen bestehenden Portfolio P ein Portfolio Q mit der erwarteten Rendite $\mu_Q(w) = w \cdot \mu_P + (1 - w) \cdot R_0 = R_0 + w \cdot (\mu_P - R_0)$ und dem Risiko $\sigma_Q(w) = w \cdot \sigma_P \Leftrightarrow w = \frac{\sigma_Q}{\sigma_P}$ gebildet werden und es gilt somit $\mu_Q = R_0 + \frac{\mu_P - R_0}{\sigma_P} \cdot \sigma_Q$. Die erwartete Portfoliorendite von Q entspricht also der Rendite der sicheren Anlage R_0 zuzüglich der Überrendite der risikobehafteten Anlagen bezogen auf deren Risiko σ_P in Bezug zum Risiko des Gesamtportfolios σ_Q .
3. Wählt man nun das Portfolio P möglichst optimal¹⁵³, so dass es einerseits auf der Efficient Frontier und andererseits auf der durch μ_Q beschriebenen Geraden im Risk-Return-Diagramm liegt, so erhält man das *Marktportfolio M* als Tangentialportfolio und die *Kapitalmarktlinie* als Tangente¹⁵⁴.
4. Die Tobin-Separation besagt, dass die Selektion eines Portfolios für jeden Investor in 2 Schritten erfolgt:
 - a) Über alle Investoren wird das Marktportfolio M unter der Annahme bestimmt, dass allen Investoren alle risikobehafteten Anlagen und eine risikolose Anlage zur Verfügung stehen und dass alle Investoren *homogene Erwartungen* haben. Das heißt insbesondere, dass alle Investoren von exakt den gleichen Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Anlagerenditen ausgehen¹⁵⁵. Die Bestimmung des Marktportfolios ist einmalig für alle Investoren zusammen durchzuführen.

¹⁵² Spremann (2006), S. 224 ff.

¹⁵³ Durch Nutzenmaximierung - also etwa $U(R_Q) = f(\mu_Q, \sigma_Q) = \mu_Q - \frac{1}{2} \cdot \sigma_Q = (x_0 \cdot R_0 + \sum_{k=1}^n x_k \cdot \mu_k) - \frac{1}{2} \cdot (\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n x_k \cdot x_j \cdot \sigma_k \cdot \sigma_j \cdot \rho_{k,j}) \rightarrow \max$ - ergibt sich das Optimum bei Gewichten der Einzelanlagen von x_k mit $\sum_{k=1}^n x_k = \lambda$ aus $\frac{\partial f}{\partial x_k} = 0$ und somit aus der Lösung des linearen Gleichungssystems $\sum_{j=1}^n x_j \cdot \sigma_k \cdot \sigma_j \cdot \rho_{k,j} = \mu_k - R_0, k = 1, \dots, n$ (i)

¹⁵⁴ Wenn die Anlage k im Marktportfolio das normierte Gewicht c_k mit $\sum_{k=1}^n c_k = 1$ hat, so ergibt sich für die Rendite des Marktportfolios der Return $\mu_M = \sum_{k=1}^n c_k \cdot \mu_k$ (ii) und die Renditevarianz $\sigma_M^2 = \sum_{k=1}^n c_k \cdot \sigma_k \cdot \sum_{j=1}^n c_j \cdot \sigma_j \cdot \rho_{k,j}$ (iii). Ferner kann die Kovarianz der Rendite einer Anlage k mit dem Marktportfolio beschrieben werden als $Cov(R_k, R_M) = \sigma_k \cdot \sigma_M \cdot \rho_{k,M} = \sigma_k \cdot \sum_{j=1}^n c_j \cdot \sigma_j \cdot \rho_{k,j}$ (iv).

¹⁵⁵ Spremann (2006), S. 233 f.

- b) Da die Portfolios auf der Kapitalmarktlinie alle anderen möglichen Portfolios dominieren, wählt ein Investor ein Portfolio auf der Kapitalmarktlinie aus. Für welches Portfolio¹⁵⁶ sich der einzelne Investor entscheidet ist von seinen persönlichen *Risikopräferenzen* abhängig.

3.1.3.4 Das CAPM

Sharpe¹⁵⁷ ergänzt die MPT um eine Unterscheidung zwischen anlagenspezifischen und gemeinsamen Risiken und formuliert daraus das Capital Asset Pricing Model (CAPM):

- Durch mathematische Umformungen¹⁵⁸ des Ergebnisses für das Marktportfolio ergibt sich für die Anlage k , dass deren Überrendite gegenüber der risikolosen Anlage dem β -fachen der Überrendite des Marktportfolios entspricht:

$$\mu_k - R_0 = \frac{\sigma_k \cdot \rho_{k,M}}{\sigma_M} \cdot (\mu_M - R_0) = \beta_k \cdot (\mu_M - R_0) \text{ bzw. } \mu_k = R_0 + \beta_k \cdot (\mu_M - R_0).$$

- Somit ist die Risikoprämie der einzelnen Anlage gegenüber der risikolosen Anlage – also $\beta_k \cdot (\mu_M - R_0)$ – nur von β_k abhängig. Je höher β_k ist, desto größer ist die Rendite von Anlage k .
- $\sigma_k \cdot \rho_{k,M}$ ist dabei das *systematische Risiko* der Anlage k , das durch Diversifikation nicht verringert werden kann. Es entspricht dem marginalen Risikobeitrag von Anlage k zum Marktportfolio und somit der Änderung des Risikos des Marktportfolios bzgl. einer Änderung des Anteils der Anlage k am Marktportfolio. $\frac{\sigma_k \cdot \rho_{k,M}}{\sigma_M}$ ist dann das relative systematische Risiko. Folglich erwartet ein Investor eine Risikoprämie proportional zum systematischen Risiko¹⁵⁹.
- Das Ergebnis kann grafisch in einem Beta-Return-Diagramm dargestellt werden, wobei alle Anlagen auf der durch μ_k beschriebenen *Security Market Line* liegen.

Spreemann unterstreicht, dass das CAPM unabhängig davon Gültigkeit besitzt, ob die zu Grunde liegenden Daten Ergebnis des Markthandels seien, ob die Daten einem Marktgleichgewicht entsprechen und ob die Marktteilnehmer rational oder behavioristisch handeln würden¹⁶⁰.

Empirische Validität

Im Rahmen einer umfassenden Vielzahl von empirischen Analysen wurde versucht, die Realitätsrelevanz des CAPM zu bestätigen bzw. zu widerlegen. Dabei wurde das Marktportfolio in der Regel durch kapitalisierungsgewichtete Marktindizes approximiert¹⁶¹, die wiederum das reale Investorenverhalten aufzeigen. Insofern zeigen die Tests die Unterschiede zwischen dem realen Anlegerverhalten und dem Anlegerverhalten nach MPT auf, nicht jedoch die Korrektheit des CAPM, da sich dieses rein mathematisch aus den Annahmen ergibt.

¹⁵⁶ also für welchen Anteil w des Marktportfolios M und für welchen Anteil $1 - w$ der risikolosen Anlage

¹⁵⁷ Spreemann (2006), S. 302 ff.

¹⁵⁸ Aus der Lösung des linearen Gleichungssystems (i) ergibt sich das Marktportfolio. Für Gleichung k ergibt sich mit der Normierung $x_k = \lambda \cdot c_k \cdot \sigma_k \cdot \sum_{j=1}^n c_j \cdot \sigma_j \cdot \rho_{k,j} = \frac{1}{\lambda} \cdot (\mu_k - R_0)$ (v). Durch Multiplikation mit c_k und Summation über alle k Gleichungen und Berücksichtigung der Definition des Returns und der Renditevarianz für das Marktportfolio erhält man dann $\sigma_M^2 = \frac{1}{\lambda} \cdot (\mu_M - R_0) \Leftrightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{\sigma_M^2}{\mu_M - R_0}$ (vi). Durch Einsetzen von (iv) und (vi) in (v) erhält man:

$$\sigma_k \cdot \sigma_M \cdot \rho_{k,M} = \frac{\sigma_M^2}{\mu_M - R_0} \cdot (\mu_k - R_0) \Leftrightarrow \mu_k - R_0 = \frac{\sigma_k \cdot \rho_{k,M}}{\sigma_M} \cdot (\mu_M - R_0).$$

¹⁵⁹ Spreemann (2006), S. 317

¹⁶⁰ Spreemann (2006), S. 309

¹⁶¹ Spreemann (2006), S. 331

Widersprüche zwischen CAPM-Ergebnissen und empirischen Ergebnissen ergeben sich nach Spreemann u.a. aus folgenden Gründen, die in der Literatur vertiefend diskutiert werden¹⁶²:

Grund	Aspekte	
1. Der Marktindex ist nicht repräsentativ, da Wertpapiere fehlen oder Kapitalisierungen nicht korrekt ermittelt wurden.	Konstruktion verbesserter Indizes und Untersuchungsdesigns Bei weiterer empirischer Ablehnung: ggf. Berücksichtigung weiterer Anlageformen erforderlich	Black, Jensen, Scholes (1972) Fama, McBeth (1973) Roll (1977)
2. Anlageformen außerhalb der Wertpapiermärkte – wie etwa Humankapital und Immobilien – bleiben unberücksichtigt	Immobilien und Humankapital nur für private Anlageentscheidungen relevant Daher: Konzentration auf das Verhalten institutioneller Investoren	
3. Die Investoren folgen nicht den Empfehlungen der MPT, da	Auftreten von Anomalien: Saisoneinflüsse - Januareffekt - Wochenendeffekt Schönwettereffekt Zeitweise schwache Beziehung zwischen historischen Renditen und Betas CAPM auch für perfekten Index nicht erfüllt → auch institutionelle Investoren halten sich nicht an MPT	Rozeff/Kinney (1976) Tinic/West (1984) Jaffe/Westerfield (1985) Black (1993) Fama/French (1992)
a. Sie nur beschränkt rational handeln oder	Behavioral Finance (seit 1992): beschränkt rationale Investoren - Selbstüberschätzung	Thaler (1994)
b. Die MPT und das CAPM weitere wesentliche Faktoren nicht berücksichtigen	Mehrfaktormodelle (seit 2000) mit Einbeziehung von - Unternehmensgröße - Book-to-Market value - Dividendenrendite (KGV) - Trends - Contrarian-Strategies Weitere Risikofaktoren aus Beziehung zwischen Real- und Finanzwirtschaft: - Rezession/Hunger - equity premium puzzle	Reinganum (1992) Jegadeesh/Titman (1993) DeBondt/Thaler (1985) Rietz (1988) Barro (2005)

Tab. 3.4: Widersprüche CAPM und Empirie in Anlehnung an Spreemann (2006)

3.1.3.5 Arbitrage Pricing Theorie (APT)

Die Arbitragepreistheorie, die durch Ross 1976 begründet wurde, stellt die Basis für die o.g. Mehrfaktorenmodelle dar. Im Gegensatz zum CAPM in dem die Rendite eines Wertpapiers nur von dem einzigen Faktor der Rendite des Marktportfolios abhängig ist, stellt die APT auf mehrere Faktoren zur

¹⁶² Spreemann (2006), S. 336

Erklärung der Rendite eines Wertpapiers ab. Die Rendite wird hier als lineare Funktion von mehreren Faktoren modelliert¹⁶³:

$$\tilde{R}_i = E(\tilde{R}_i) + \sum_{k=1}^K b_{ik} \cdot \tilde{F}_i + \tilde{\varepsilon}_i$$

wobei b_{ik} der Sensitivität zwischen dem i -ten Wertpapier und dem k -ten Faktor, \tilde{F}_i dem für alle Wertpapiere gleichen Faktor mit $E(\tilde{F}_i) = 0$ und $\tilde{\varepsilon}_i$ der Störgröße der Rendite des i -ten Wertpapiers mit $E(\tilde{\varepsilon}_i) = 0$ entspricht.

Es werden folgende Annahmen vorausgesetzt¹⁶⁴:

- Es handelt sich um einen vollkommenen Kapitalmarkt.
- Die Anzahl der berücksichtigten Wertpapiere n muss größer sein als die Faktorenanzahl k .
- $\tilde{\varepsilon}_i$ entspricht dem unsystematischen Risiko des Wertpapiers i .
- Von Transaktionskosten und der Einwirkung von Steuern wird abstrahiert.
- Leerverkäufe sind unbeschränkt zulässig.
- Die Störgrößen sind stochastisch unabhängig, d.h. es gilt $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$.
- Es herrscht Arbitragefreiheit, d.h. Gleichgewichts- bzw. Arbitrageportfolio hat keine positive erwartete Rendite und erfüllt die folgenden Bedingungen:

(1) Für die Zusammenstellung des Arbitrageportfolios muss kein zusätzliches Vermögen eingesetzt werden: wenn also w_i der relativen Veränderung des in Wertpapier i investierten Betrages entspricht, muss gelten

$$\sum_{i=1}^n w_i = 0 \quad (I)$$

(2) Das Arbitrageportfolio ist frei von systematischem und unsystematischem Risiko. Um dies zu erreichen muss w_i sehr klein gewählt werden¹⁶⁵, über eine große Anzahl von Wertpapieren diversifiziert werden und w_i so bestimmt wird, dass die gewichtete Summe der Risikokomponenten für alle Faktoren Null ist, also

$$\sum_i w_i \cdot b_{ik} = 0 \quad (II)$$

Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich für die Portfoliorendite¹⁶⁶

$$R_P = \sum_{i=1}^n w_i \cdot R_i = \sum_{i=1}^n w_i \cdot E(\tilde{R}_i) + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^n w_i \cdot b_{ik} \cdot F_i + \sum_{i=1}^n w_i \cdot \varepsilon_i = \sum_{i=1}^n w_i \cdot E(\tilde{R}_i) = 0 \quad (III)$$

Aus (I)-(III) folgt die Bewertungsgleichung des APT, nach der sich die erwartete Rendite aus einer Konstanten (hier annahmegemäß die Rendite einer risikolosen Anlage $R_f = \lambda_0$) und der Linearkombination der Sensitivitäten mit den faktorspezifischen Risikoprämien $\lambda_k := E(R_{pk}) - R_f$ ¹⁶⁷, ergibt:

¹⁶³ Copeland et al. (2008), S. 240

¹⁶⁴ siehe u.a. Perridon/Steiner (2007), S. 264 f.

¹⁶⁵ etwa $w_i \approx \frac{1}{n}$,

¹⁶⁶ Copeland et al. (2008), S. 242

$$E(R_i) = \lambda_0 + \sum_{k=1}^K \lambda_k \cdot b_{ik} = R_f + \sum_{k=1}^K (E(R_{pk}) - R_f) \cdot b_{ik}$$

Folglich kann die erwartete Rendite eines Wertpapiers als risikolose Rendite zuzüglich eines Aufschlages für jeden Faktor gemäß seiner Sensitivität interpretiert werden.

Die Problematik der APT besteht darin, dass die Faktoren nicht vorgegeben sind und zunächst ermittelt werden müssen. Danach muss die Risikoprämie für jeden Faktor und die Faktorsensitivität bestimmt werden¹⁶⁸. Das Problem führt auch dazu, dass etwa ein APT-Modell irrtümlich abgelehnt wird, weil falsche oder nicht alle Faktoren berücksichtigt wurden¹⁶⁹.

Das CAPM kann als Sonderfall der APT mit einem spezifischen Faktor angesehen werden und ist weniger einschränkend, da keine normalverteilten Wertpapierrenditen und keine quadratischen Nutzenfunktionen gefordert werden¹⁷⁰.

3.1.3.6 Zusammenfassung

Bei den wesentlichen neoklassischen Kapitalmarktmodellen stehen Gleichgewichts- und Arbitragefreiheitsbetrachtungen im Vordergrund. Sie basieren auf diversen Annahmen zum Kapitalmarkt und zu Preisentwicklungen von Wertpapieren. Die institutionellen Rahmenbedingungen und das Verhalten der einzelnen Marktteilnehmer stehen dabei nicht im Fokus der Analysen, haben aber ebenfalls Auswirkungen auf die Entwicklung der Wertpapierpreise im Zeitverlauf. Diese weiteren Rahmenbedingungen werden im Rahmen der Marktstrukturtheorie einerseits und der Behavioral Finance andererseits ergänzend zu den klassischen Modellen vertieft.

Da das in dieser Arbeit dargestellte Modell einerseits teilweise die bereits oben genannten Marktbedingungen und andererseits Aspekte des Verhaltens der Marktteilnehmer einbezieht, werden diese beiden Gebiete der Finanzwirtschaft im Folgenden kurz skizziert.

3.2 Marktstruktur – der Einfluss von Institutionen

3.2.1 Übersicht

Die klassischen Gleichgewichtsmodelle der Kapitalmarkttheorie betrachten einen idealisierten, effizienten Markt mit vollständigem Wettbewerb und gleichartigen Marktteilnehmern¹⁷¹. Reale Märkte sind jedoch um ein Vielfaches komplexer und insbesondere von einer Vielzahl von spezifischen Handelsregeln und unterschiedlichen Teilnehmern geprägt. Lüdecke weist darauf hin, dass „die traditionellen Gleichgewichtsmodelle der Kapitalmarkttheorie von der institutionellen Struktur des Marktes abstrahieren und lediglich die Gleichgewichtseigenschaften von Preisen betrachten, ohne explizit einen Preisbildungsmechanismus einzubeziehen“¹⁷². U.a. um diese Lücke zu schließen hat sich die Theorie der Marktstruktur entwickelt. Im Gegensatz etwa zur Spieltheorie oder Auktionstheorie liegt der Marktstrukturtheorie ein strikter Anwendungsbezug zu den Finanzmärkten zu Grunde¹⁷³.

¹⁶⁷ mit $E(R_{pk})$ als der erwarteten Rendite des Arbitrageportfolios mit einer Sensitivität gegenüber Faktor k von 1

¹⁶⁸ Brealey/Myers (2003), S. 206 ff.

¹⁶⁹ Haugen (2001), S. 263

¹⁷⁰ Copeland et al. (2008), S. 244

¹⁷¹ Lüdecke (1996), S. 7

¹⁷² Lüdecke (1996), S. 7

¹⁷³ Hirth (2000), S. 1

O'Hara definiert die Marktmikrostrukturtheorie als die Analyse des Prozesses und des Ergebnisses des Austausches von Anlagen unter expliziten Handelsregeln¹⁷⁴. Die Mikrostrukturtheorie beschreibt die Auswirkungen der Marktorganisation und insbesondere spezifischer Handelsregeln auf den Preisbildungsprozess¹⁷⁵ - also letztlich auf das Verhalten der Marktteilnehmer. Die Forschung im Bereich der Marktmikrostruktur soll das Verständnis der Returns und der Markteffizienz fördern und Hinweise zum Design von Märkten und neuen Handelsregeln bieten¹⁷⁶. Hinter dem Interesse an der Funktionsweise der Preisbildungsprozesse spezifischer Wertpapiermärkte verbirgt sich letztlich der Wunsch nach dem Verständnis der generellen ökonomischen Preisbildungsprozesse¹⁷⁷.

O'Hara fasst zusammen, dass die Marktmikrostrukturtheorie aus einer Sammlung von Modellen besteht, die außer dem grundsätzlichen Analysezweck wenig gemeinsam haben: Während sich die Modelle anfänglich mehr mit der stochastischen Natur von Angebot und Nachfrage auseinandergesetzt hätten, hätte bei späteren Arbeiten die Informationsaggregations-Eigenschaft der Preise und Märkte im Mittelpunkt der Analysen gestanden¹⁷⁸.

Der Gegensatz zur klassischen ökonomischen Theorie bestehe insbesondere in folgenden Aspekten¹⁷⁹:

- (1) Beim Ausgleich von Angebot und Nachfrage werden zusätzlich zu Rational Expectations die Nutzung von Informationen durch die Marktteilnehmer sowie die Gestaltung der Marktregeln bei der Gleichgewichtsbestimmung als relevant erachtet und bei der Modellierung berücksichtigt.
- (2) Im Gegensatz zum Modell des walrasianischen Auktionators ist Trading nicht nur zu bestimmten Zeitpunkten zulässig und es existieren Marktteilnehmer mit unterschiedlichen Rollen, die nicht nur eine „passive Stellung“ wie ein walrasianischer Auktionator einnehmen.

Im Rahmen der Marktmikrotheorie wird davon ausgegangen, dass die Marktstruktur als solche von besonderer Bedeutung für die Preisfindung ist. Der Handelsmechanismus kann dabei als ein Spiel mit folgenden Dimensionen angesehen werden¹⁸⁰:

(1)	Marktteilnehmer	Marktteilnehmer können vielfältige Rollen übernehmen: Reine Käufer/Verkäufer, Broker (Orderübertragung im Auftrag von Käufern/Verkäufern), Dealer (handeln auch auf eigene Rechnung), Specialists (agieren als Market Makers) sowie Kombinationen zwischen den aufgeführten Rollen. In den Modellen wird häufig zwischen uninformierten und informierten Tradern unterschieden ¹⁸¹ : Uninformierte Trader (auch Liquidity Trader oder Noise Trader genannt) werden entweder modellexogen mit einer zufallsverteilten Nachfrage oder modellendogen mit Risikoanpassungen oder intertemporalen Konsumentscheidungen modelliert. Informierte Trader verfügen hingegen über zumeist nicht näher spezifizierte, aber modellendogene Informationen, die sie zu ihrem Vorteil nutzen.
(2)	Handelsplätze	Der Handel kann direkt an einem Börsenplatz oder auch dezentral über computergestützte Handelsnetzwerke stattfinden.
(3)	Marktregeln	Mit Hilfe von Marktregeln wird festgelegt, wie der Handelsmechanismus funktioniert und somit welches Ergebnis erzielt werden kann. Diese Regeln können sehr vielfältig und je nach Handelsplatz sehr individuell sein.

Tab. 3.5: Dimensionen des Handelsmechanismus

¹⁷⁴ O'Hara (1995), S. 1

¹⁷⁵ Theissen (1998), S. 1; Flemisch (2006), S. 9; Hirth (2000), S. 1

¹⁷⁶ O'Hara (1995), S. 1

¹⁷⁷ O'Hara (1995), S. 1; Lüdecke (1996), S. 1

¹⁷⁸ O'Hara (1995), S. 2

¹⁷⁹ O'Hara (1995), S. 3

¹⁸⁰ O'Hara (1995), S. 8

¹⁸¹ Hirth (2000), S. 6 f.

3.2.2 Beispielmodelle

3.2.2.1 Allgemeines

Die Marktstrukturtheorie besteht aus einer Vielzahl von Modellen (i.d.R. aus Gleichgewichtsmodellen), die auf Marktszenarien, welche sich durch Annahmen zu Informationsständen, Präferenzen und Anfangsausstattungen der Marktteilnehmer charakterisieren lassen, basieren¹⁸². Einen (nicht abschließenden) Überblick über die Modelle liefern etwa O'Hara, Hirth und Flemisch¹⁸³. Eine Abgrenzung der Zuordnung zu anderen Theoriebereichen und eine Strukturierung der Modelle untereinander erweist sich als schwierig, wenngleich Hirth folgende Themenschwerpunkte herauskristallisiert¹⁸⁴:

- (1) Markttransparenz
- (2) Anonymität
- (3) Handelsfrequenz
- (4) Endogene Handelsstrategie von Insidern
- (5) Aggregation heterogener Informationen
- (6) Orderbuchsysteme
- (7) Preissetzung des Market Makers
- (8) Market Maker-Systeme versus Auktionen

Unter einer Vielzahl von Modellen können u.a. folgende exemplarisch als „Meilensteine“ hervorgehoben werden:

- Demsetz¹⁸⁵ hat erstmalig Marktmechanismen und –regeln mitbetrachtet, indem er im Gegensatz zum Modell des walrasianischen Auktionators die Zeitdimension des kontinuierlichen Handels und temporäre Unterschiede in der Anzahl von Anbietern und Nachfragern berücksichtigt hat.
- Garman und Ho/Stoll haben die Bestimmung der Geld-Brief-Spanne unter Berücksichtigung von expliziten Transaktionskosten analysiert, während etwa Kyle und Glosten/Milgrom die Existenz der Geld-Brief-Spanne durch asymmetrische Informationsverteilung zwischen den Marktteilnehmern erklären¹⁸⁶.

Die unterschiedlichen Sichtweisen und die zusätzlichen Annahmen der Marktstrukturtheorie gegenüber der „klassischen“ Modellierung sollen im Folgenden an einigen Beispielen skizziert werden. Dabei steht die Erläuterung der grundsätzlichen Ideen und Neuerungen der Modelle und nicht die detaillierte Funktionsweise im Vordergrund der Betrachtung.

3.2.2.2 Demsetz

Demsetz geht davon aus, dass Transaktionskosten bei der Betrachtung von (Aktien-) Märkten von besonderer Bedeutung sind. Er definiert Transaktionskosten als Broker-Gebühren einerseits und den Bid-Ask-Spread andererseits. Er betrachtet den Spread seinerseits als Kosten des Sofortigkeitsservices für Angebot und Nachfrage, der bisher bei der Analyse von Wertpapiermärkten keine hinreichende Berücksichtigung gefunden habe¹⁸⁷. Demsetz beschreibt die Funktionsweise des Sofortigkeitsservices wie folgt¹⁸⁸:

¹⁸² Hirth (2000), S. 1

¹⁸³ O'Hara (1995), Hirth (2000), Flemisch (2006)

¹⁸⁴ Hirth (2000), S. 15

¹⁸⁵ Demsetz (1968), S. 36

¹⁸⁶ Lüdecke (1996), S. 2

¹⁸⁷ Demsetz (1968), S. 35

¹⁸⁸ Demsetz (1968), S. 36

D_i Nachfrage, S_i Angebot pro Einheit für *sofortige* Transaktion

E_i konventioneller Gleichgewichtspreis

Es können jedoch temporäre Marktungleichgewichte existieren, da nicht zu jedem Zeitpunkt eine Order für die Menge X_i zum (Gleichgewichts-) Preis E_i vorhanden ist. Demsetz erklärt dazu, dass D_i und S_i nicht jederzeit vorhandene Market Orders repräsentieren, sondern vielmehr als zeitliche Kostenkompensation für Angebot und Nachfrage verstanden werden müssten.

Wenn nunmehr Marktteilnehmer eine sofortige Verfügbarkeit für eine bestimmte Menge an Wertpapieren garantieren sollen, werden sie zu einem etwas höheren Preis als E_i das entsprechende Wertpapier verkaufen bzw. zu einem etwas niedrigeren Preis kaufen. Somit entsteht ein Bid-Ask-Spread.

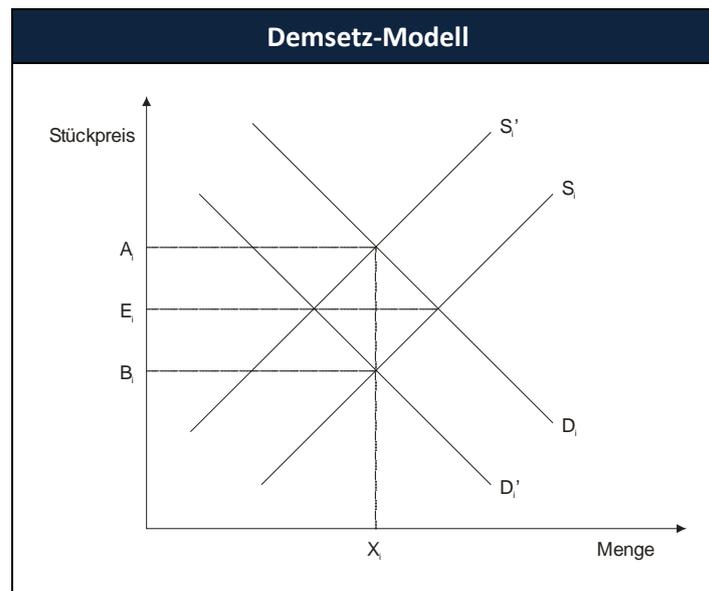


Abb. 3.4: Marktpreise und Gleichgewicht (Demsetz)

Der Hintergrund der Preisauf-/abschläge besteht darin, dass die Marktteilnehmer, die einen Sofortigkeitsservice ermöglichen, mit einer Transaktion warten müssen und für die Kosten der Wartezeit eine Kompensation verlangen. Somit verschiebt sich die Angebotskurve für den verzögerten Verkauf (S'_i) nach oben, während sich die Nachfragekurve für den verzögerten Kauf nach unten verschiebt (D'_i)

Es existieren 2 Gleichgewichtspreise:

- Der Askpreis A_i am Schnittpunkt zwischen der Nachfragekurve für sofortigen Kauf (D_i) und der Angebotskurve für verzögerten Verkauf (S'_i) und
- Der Bidpreis B_i am Schnittpunkt zwischen der Angebotskurve für sofortigen Verkauf (S_i) und verzögerten Kauf (D'_i)

Die Differenz zwischen Ask und Bid entspricht dem Spread. Der konventionelle Gleichgewichtspreis E_i kann als Mittelwert zwischen Ask und Bid, also als Spreadmitte, angenommen werden.

Durch die Einführung eines Preises für einen Sofortigkeitsservice werden somit temporäre Ungleichgewichte zwischen Angebot und Nachfrage durch 2 Gleichgewichtspreise mit einem Preisentgegenkommen auf beiden Seiten überwunden. Demsetz analysiert im Weiteren Einflussfaktoren des Spreads (bzw. der Wartekosten) und identifiziert in erster Linie die Handelsaktivität und die Preishöhe.

3.2.2.3 Garman

Garman versucht, die „temporale Mikrostruktur“ eines Wertpapiermarktes mit ihren „moment to moment trading activities“ zu beschreiben. Dazu geht er von 2 Gütern (Geld und Wertpapier) aus. Im Gegensatz zur klassischen Theorie nimmt er an, dass Marktaktivitäten asynchron und zeitweise diskret verlaufen, und betrachtet daher das aggregierte „moment to moment“ Marktverhalten. Die realen Märkte hätten sich gegenüber den ökonomischen Standardmodellen mit Call-Marktes¹⁸⁹ dahingehend verändert, dass es sich nunmehr um kontinuierliche Märkte mit asynchronem Handel und einer steigenden Bedeutung von Händlern (insbesondere Market Makers) handele¹⁹⁰.

Garman redefiniert die klassische Sicht der Angebots- und Nachfragefunktionen im Rahmen eines „Konzepts temporaler Imperfektionen“, bei dem zunächst die *individuelle Nachfrage* als diskreter stochastischer Prozess in kontinuierlicher Zeit beschrieben wird: Er definiert die Gesamtnachfrage eines Teilnehmers i im Intervall $[0, t]$ als $X_i(t) = \sum_{n=1}^{N_i(t)} Y_{in}(t_{in})$, wobei $\{N_i(t), t \in [0, \infty)\}$ mit $N_i(t) \in \{0, 1, \dots\}$ die kumulative Anzahl diskreter Perioden, in denen ein Gut durch Teilnehmer i bis zum Zeitpunkt t nachgefragt wurde, und $Y_{in}(t_{in})$ nachgefragte Menge Teilnehmer i in Periode n zum Zeitpunkt t_{in} darstellt. Die Zufallsvariablen $X_i(t)$, $Y_{in}(t_{in})$ und $N_i(t)$ würden dabei nicht ausschließlich –wie in der klassischen Theorie– von der Bedienung der Nachfrage, dem Nutzen oder dem Konsum des Gutes abhängen, sondern ggf. auch durch individuelle Faktoren (wie Käuferfolg, Ausstattung und Preiserwartung), die Marktstruktur bzw. die individuellen Marktinformationen sowie den aktuellen Preis determiniert sein¹⁹¹. Garman abstrahiert von persönlichen Nachfragemustern und interpretiert die individuelle Nachfrage als die Menge, die ein Teilnehmer während eines Zeitraumes zu einem jeweils gegebenen Preis nachfragt. Somit könne die individuelle Nutzenfunktion als lediglich bedingt durch die Erwartungswertfunktion des stochastischen Prozesses¹⁹² angesehen werden.

Garman bildet die aggregierte Nachfrage über M individuelle Marktteilnehmer als Summe der individuellen Nachfragen und nimmt an, dass diese bei einem hinreichend großen M gegen einen Poisson-Prozess konvergiert¹⁹³. Das Marktgleichgewicht müsse als „stochastisches Gleichgewicht“ angesehen werden, welches zufällig schwankende Preise und Mengen repräsentiere¹⁹⁴. Die stochastische Formulierung erlaube, dass die aktuellen und beobachtbaren Aktivitäten der Teilnehmer durch weite Teile der latenten Angebots- und Nachfragekurven beeinflusst werden. Garman abstrahiert von individuellen Aspekten der Teilnehmer wie Motivation, Geschmack und Ausstattung und modelliert die Gesamtheit der Marktteilnehmer als „statistisches Ensemble“¹⁹⁵.

Im Folgenden beschreibt Garman auf diesen Annahmen basierend jeweils ein Marktmodell für eine Markt-Maker-Börse und eine Auktionsbörse:

Im Market Maker-Modell geht er von einem gewinnmaximierenden, monopolistischen Market Maker mit einem Anfangsbestand an Geld und Wertpapieren aus, der Geld- und Briefkurs (vor Handelsbeginn) in Abhängigkeit von den unsicheren Ordereingängen festlegen muss. Die anderen Marktteilnehmer werden aggregiert stochastisch über jeweils einen exogenen Poisson-Prozess für eingehende Kauf- und Verkauforders modelliert. Da die Orderankunftsrate von den durch den Market Maker gesetzten Preisen abhängig sind, muss der Market Maker im Ergebnis die Preise so setzen, dass – wie erwartet – der Kaufpreis größer als der Verkaufspreis (aus Sicht des Market Makers) ist und somit ein positiver Spread existiert. Ohne Berücksichtigung von Anfangsbeständen setzt der Market Maker die

¹⁸⁹ synchroner Handel zu zuvor bestimmten Zeitpunkten

¹⁹⁰ Garman (1976), S. 257

¹⁹¹ Garman (1976), S. 259

¹⁹² etwa $\lambda_i(t) = E[X_i(t)]$

¹⁹³ Hierbei wird zusätzlich ein unabhängiges Handeln der Teilnehmer, keine Dominanz einzelner Teilnehmer und eine beschränkte Möglichkeit der Ordergenerierung durch einzelne Teilnehmer angenommen.

¹⁹⁴ Garman (1976), S. 260f

¹⁹⁵ Garman (1976), S. 262

Preise so, dass Intensitätsrate von Käufen und Verkäufen übereinstimmen, während mit Berücksichtigung der Bestände und angestrebter Markträumung eine Insolvenz des Market Makers eintritt¹⁹⁶.

Im Auktionsmodell nimmt Garman ebenfalls stochastisch eintreffende Kauf- und Verkauforders, deren Ankunftsraten preisabhängig sind, an, setzt allerdings diskrete Preise explizit voraus¹⁹⁷. Asks und Bids dürfen sich nicht überschneiden. Transaktionen kommen bei Preisgleichheit von Kauf- und Verkauforder zustande. Die „Lebenszeiten“ der Orders werden als exponentialverteilt angenommen. Aufgrund der komplexen (unbestimmbaren) analytischen Lösung führt Garman eine Simulation durch, als deren Ergebnis er serielle Abhängigkeiten aufeinanderfolgender Preise erhält. Im einfachen Fall nur eines Preises für alle Orders findet Garman ein stochastisches Gleichgewicht, in dem die Ankunftsrate für Käufe und Verkäufe übereinstimmen und die Anzahl der Orders auf beiden Seiten gleich groß und von den Ankunftsrate abhängig ist¹⁹⁸.

Amihud/Mendelson erweitern den Ansatz von Garman, in dem der Market Maker nicht nur zu Beginn des Handels seine Preise festlegt, sondern diese im Rahmen einer Preisstrategie in Abhängigkeit vom eigenen Wertpapierbestand bzw. Portfolio anpassen kann¹⁹⁹. Sie verwenden dazu einen dynamischen Optimierungsansatz.

Die Bedeutung des Garman-Modells liegt insbesondere darin, dass erstmalig das kurzfristige Moment-to-Moment-Marktverhalten unter Berücksichtigung von stochastischen Orders dargestellt wird. Während die Modellierung im Market Maker-Modell unter Berücksichtigung der sehr spezifischen Annahmen noch zu einem detaillierten Ergebnis führt, ist die Modellierung der Double-Auction-Märkte in diesem „einfachen“ Modell bereits nicht mehr allgemein analytisch lösbar, obwohl die Marktteilnehmer bereits zu einem „statistischen Ensemble“ zusammengefasst wurden.

3.2.2.4 Ho/Stoll

Ho/Stoll betrachten in einem Gleichgewichtsmodell nicht nur das isolierte Verhalten einzelner Marktteilnehmer, sondern das Verhalten und die Interaktion mehrerer kompetitiver, erwartungsnutzenmaximierender, risikoaverser Dealer bzw. Market Maker auf mehreren Märkten und die Auswirkungen auf den Spread²⁰⁰. Die Dealer können direkt untereinander zu einem sicheren Preis oder zu einem besseren Preis über den Markt handeln. Der Dealer mit dem besten Gebot erhält den Zuschlag²⁰¹. Dabei tragen die Dealer beim Handel über den Markt nicht nur das Risiko aus unsicheren Returns²⁰², sondern auch das Risiko des unsicheren Ordereingangs bzw. das Transaktionsrisiko²⁰³. Der Wohlstand der Dealer ist von den Aktionen der anderen Dealer abhängig, da die Teilnehmer nur mit dem bestbietenden Dealer Transaktionen abschließen.

¹⁹⁶ Hirth (2000), S. 41; auch Lüdecke (1996), S. 9

¹⁹⁷ Garman (1976), S. 267

¹⁹⁸ Garman (1976), S. 274

¹⁹⁹ Amihud/Mendelson (1980)

²⁰⁰ Ho/Stoll (1983), S. 1053

²⁰¹ Hirth (2000), S. 42

²⁰² Stochastischer Prozess mit dem Return $Z_i \sim N(0, \sigma_i^2)$, mit i = Index Wertpapier

²⁰³ Transaktionen bzw. Aufträge sind als exogener, stochastischer, informationsunabhängiger Prozess mit dem Transaktionswert

$$q_i \sim \begin{cases} Q, \text{ Dealer - Kauf falls bester Bid - Preis durch Dealer gestellt mit } p(Q) = \lambda_i \\ -Q, \text{ Dealer - Verkauf falls bester Ask - Preis durch Dealer gestellt mit } p(-Q) = \lambda_i, \\ 0, \text{ keine Aktion mit } p(0) = 1 - 2\lambda_i \end{cases}$$

definiert, mit Q = Transaktionswert und λ_i = Wahrscheinlichkeit für „öffentlichen“ Kauf/Verkauf. Dabei ist bemerkenswert, dass die Transaktionsmenge eines Dealers von den Preisstellungen der anderen Dealer abhängig ist.

Aus der Sicht des einzelnen Dealers ergibt sich dessen Vermögen aus 3 Komponenten: seinem Bestand an Wertpapieren²⁰⁴, seinem Bestand an Bargeld²⁰⁵ und seinem Basisvermögen²⁰⁶.

Der Dealer muss nun die Ask-/Bidpreise für alle Wertpapiere so festlegen, dass sein Erwartungsnutzen unter Berücksichtigung der stochastischen Returns und Transaktionen sowie der Erwartungen über das Verhalten der konkurrierenden Dealer maximiert wird. Es wird die Preispolitik der Market Maker über mehrere Perioden analysiert.

Auf dieser Basis formulieren Ho/Stoll ein komplexes dynamisches Programmierungsproblem, betrachten im Weiteren jedoch ein vereinfachtes Ein-Perioden-Problem mit 2 Dealern (A und B) und 2 Wertpapieren (M und N).

Ho/Stoll definieren sogenannte Reservationspreise für Kauf und Verkauf für jedes Wertpapier, so dass der Nutzen des Handels für jeden Dealer nicht kleiner ist als nicht zu handeln²⁰⁷. Für Kauf und Verkauf ergeben sich annahmegemäß als Auf- bzw. Abschlag²⁰⁸:

$$b_M = \frac{1}{2} \sigma_M^2 R(Q + 2I_M) \text{ und } a_M = \frac{1}{2} \sigma_M^2 R(Q - 2I_M)$$

Die Reservationspreise sind dabei abhängig von dem Risiko des Wertpapiers σ_M^2 , der Risikoneigung des Dealers R, dem Transaktionswert Q und dem aktuellen Wertpapierbestand des Händlers I_M ²⁰⁹. Die Spreadbreite ergibt sich dann etwa für Wertpapier M aus $s_M = b_M + a_M = \sigma_M^2 RQ$ und ist unabhängig vom Wertpapierbestand, während die Spreadlage –bedingt durch die Reservationspreise vom Wertpapierbestand abhängig ist²¹⁰. Der Marktsread wird dabei durch die Gebote des zweitbesten Dealers bestimmt²¹¹. Bei identischer Risikoaversion nähern sich die Spreads und Bestände der Market Maker einander an²¹².

Bisher wurde lediglich das Verhalten der Market Maker bei exogenem, informationsunabhängigem Ordereingang betrachtet. Es folgen Modelle, die auch andere Marktteilnehmer sowie den Einfluss von Informationen berücksichtigen.

3.2.2.5 Informationsbasierte Modelle

Nach O'Hara besteht die besondere Bedeutung der informationsbasierten Ansätze in der Möglichkeit, die Marktdynamik und die Preisanpassungsprozesse näher analysieren zu können²¹³.

(1) Copeland/Galai

Copeland/Galai haben erstmalig ein formales - allerdings einperiodiges - Konzept unter der Berücksichtigung von Informationskosten vorgelegt²¹⁴. Sie beschreiben einen Market Maker-Markt, in dem

²⁰⁴ Der Wert des Bestandes eines Wertpapiers in einer Periode wird unter Berücksichtigung des stochastischen Transaktionswertes q_i verändert und der Return mit einer deterministischen Komponente r_i (durch den Dealer erwartete Verzinsung) und der stochastischen Komponente Z_i bestimmt. Ho/Stoll (1983), S. 1054

²⁰⁵ Das Geldvermögen ergibt sich unter Berücksichtigung der risikolosen Verzinsung aus dem Anfangsbestand, dem Liquiditätsabgang durch Transaktionswert/Liquiditätszugang durch Abschlag bei Käufen durch den Dealer und den Liquiditätszugängen durch Transaktionswert/Aufschlag bei Verkäufen für alle Wertpapiere. Ho/Stoll (1983), S. 1056

²⁰⁶ restliches Vermögen außer Wertpapieren und Bargeld, welches etwa Sicherheiten für Kredite enthält

²⁰⁷ O'Hara (1995), S. 48

²⁰⁸ Ho/Stoll (1983), S. 1057

²⁰⁹ Der Wert des Gesamtbestandes des Market Makers (bezogen auf das Wertpapier M) ist vom Wert von M und von dem risikoanteilsgewichteten Wert von N abhängig: $I_M = M + \frac{\sigma_{NM}}{\sigma_M^2} N$

²¹⁰ Ho/Stoll (1983), S. 1059

²¹¹ Ho/Stoll (1983), S. 1072

²¹² Lüdecke (1996), S. 95

²¹³ O'Hara (1995), S. 53

ein gewinnmaximierender, risikoneutraler Market Maker den von ihm gesetzten Bid-Ask-Spread unter Berücksichtigung von erwarteten Gewinnen aus dem Handel mit Liquiditäts-Tradern und den Verlusten aus dem Handel mit Insidern (informierten Tradern) optimiert²¹⁵. Aus dem Handel mit Liquiditätstradern entstehen dabei Gewinne, da diese für einen Sofortigkeitsservice bereit sind, die Differenz zwischen Market Maker-Preis und „wahrem Wert“ zu zahlen, während aus dem Handel mit Insidern Verluste entstehen, da diese aufgrund ihrer Informationen auf einen Handel mit dem Market Maker bei möglichen Verlusten verzichten würden.

Copeland/Galai gehen in ihrem Modell u.a. von folgenden Annahmen aus²¹⁶: S ist der wahre Wert eines Assets, der einem stochastischen Prozess $f(S)$ folgt und allen Marktteilnehmern bekannt ist. Informationen über die Realisationen von S werden als exogen angenommen, durch Insider in den Markt getragen und spiegeln sich direkt nach einer Transaktion im Asset-Preis wider. Liquidity Trading wird als eine Folge von exogenen unabhängigen Ereignissen, die einem stationären stochastischen Prozess folgen, modelliert. Der Market Maker weiß nicht, ob er mit einem Insider handelt, eine Wahrscheinlichkeit hierfür ist jedoch exogen gegeben. Liquiditäts-Händler und Insider haben eine preiselastische Nachfrage.

Im Instantaneous Quotes-Framework wird der erwartete Verlust aus dem Handel mit Insidern beschrieben als

$$p_I \cdot \left\{ \int_{K_A}^{\infty} (S - K_A) \cdot f(S) \, dS + \int_{\infty}^{K_B} (K_B - S) \cdot f(S) \, dS \right\}$$

mit dem Ask-Preis K_A und dem Bid-Preis K_B , S als „wahrem“, sich nach dem Handel ergebenden Wert, sowie der exogenen Wahrscheinlichkeit p_I , dass der jeweils nächste Handel mit einem Insider als Kontrahent stattfindet.

Der erwartete Gewinn aus dem Handel mit Liquiditäts-Tradern ergibt sich daraus, dass diese für den Sofortigkeitsservice den Preis $K_A - S_0$ bzw. $S_0 - K_B$ zahlen. Er wird beschrieben als

$$(1 - p_I) \cdot \{p_{BL}(K_A - S_0) + p_{SL}(S_0 - K_B) + p_{NL} \cdot 0\}$$

wobei S_0 dem „wahren Wert“ des Vermögensgegenstandes entspricht und für die Liquiditäts-Trader folgende Wahrscheinlichkeiten gelten: p_{BL} Wahrscheinlichkeit für einen Kauf, p_{SL} Wahrscheinlichkeit für einen Verkauf und p_{NL} der Wahrscheinlichkeit, nicht zu handeln.

Neben den Rahmenbedingungen von Instantaneous Quotes werden Open Quote Intervals²¹⁷ und die Kosten des Spreads als eine kurzfristige Kombination von Put und Call-Option betrachtet.

Setzt der Market Maker den Spread zu weit, verliert er mögliche Gewinne aus dem Handel mit Liquiditäts-Tradern, setzt er ihn hingegen zu eng, steigt die Wahrscheinlichkeit für Verluste aus dem Handel mit Insidern. Copeland/Galai leiten eine Funktion der erwarteten Gewinne ab und gelangen u.a. zu folgenden Ergebnissen²¹⁸:

- Der Spread verringert sich im Fall konkurrierender Market Maker.
- Je höher der Anteil an Insidern ist, desto geringer ist der Spreadunterschied zwischen monopolistischen und konkurrierenden Market Makern.

²¹⁴ O'Hara (1995), S. 54

²¹⁵ Copeland/Galai (1983), S. 1457 ff.

²¹⁶ Copeland/Galai (1983), S. 1459

²¹⁷ Der Market Maker macht ein Angebot vor der Anfrage und wartet auf die nächste Order.

²¹⁸ Copeland/Galai (1983), S. 1463 und S. 1468

- Je geringer die Elastizität der Nachfrage der Liquiditäts-Händler ist, desto geringer ist der Ask-Preis.
- Risikoaversion der Market Maker ist nicht erforderlich.
- Mit steigender Varianz der Returns des Assets steigt der kompetitive Gleichgewichtspreis.
- Je größer der Anteil an Insidern, desto größer der Spread.
- Der Spread steigt mit steigender Preisvolatilität, höherem Preislevel und geringerem Volumen.

Die Voraussetzung für die Berechnung der Gewinne und Verluste in diesem Modell ist jedoch die Kenntnis der Handelswahrscheinlichkeiten – insbesondere p_I -, des stochastischen Aktienkursverhaltens und der elastischen Nachfrage der Händler²¹⁹.

(2) Glosten/Milgrom

Glosten/Milgrom zeigen in ihrem Modell die Existenz eines rein informationsbasierten Spreads auf, der auch ohne Transaktionskosten und Market Maker Profite ausschließlich durch Adverse Selection entstehen kann²²⁰.

Während Copeland/Galai ein statisches Ein-Perioden-Modell beschreiben, in dem die Market Maker ihre Ask/Bidpreise nicht ändern, solange die Entscheidungsparameter²²¹ unverändert bleiben, erweitern Glosten/Milgrom und später Easley/O'Hara²²² u.a. diesen Ansatz, in dem sie annehmen, dass ein Tradingpreis selbst Informationen bzw. Signale enthält, die im Rahmen einer kontinuierlichen Betrachtung in die Preise einfließen²²³. Die besondere Bedeutung des Modells besteht darin, dass die Market Maker bei der Preissetzung ein Learning Problem mit Hilfe eines Bayesian Learning Models lösen müssen²²⁴.

Glosten/Milgrom gehen im Wesentlichen von den gleichen Annahmen wie Copeland/Galai aus. Insbesondere nehmen sie risikoneutrale, kompetitive Market Maker mit einem erwarteten Gewinn in Höhe von 0, keine Transaktionskosten, unbeschränkte Bestände und den Wert der Anlage als Zufallsvariable V an²²⁵. Trades finden sequentiell statt. Insider kennen den „wahren“ Wert der Anlage, der vereinfacht als tief (\underline{V} = „bad news“) oder hoch (\bar{V} = „good news“) angenommen wird, und handeln nur, falls die Information nicht bereits voll in den Preisen enthalten ist. Market Maker wissen nicht, ob ihre Handelspartner Insider sind, kennen aber die statistischen Eigenschaften des Handelsprozesses. Sie können nach einem Trade ihre Beliefs revidieren und neue Preise setzen. Insofern können Bid- und Askpreis seitens des Market Makers als bedingte Erwartungswerte in Abhängigkeit von Kauf- bzw. Verkaufswünschen der Trader aufgefasst werden, was O'Hara vereinfacht wie folgt darstellt²²⁶:

$$a_1 = E[V|B_1] = \underline{V} \cdot P(V = \underline{V}|B_1) + \bar{V} \cdot P(V = \bar{V}|B_1) \text{ und}$$

$$b_1 = E[V|S_1] = \underline{V} \cdot P(V = \underline{V}|S_1) + \bar{V} \cdot P(V = \bar{V}|S_1)$$

mit a_1 , b_1 Ask-/Bidpreis des Market Makers zum Zeitpunkt 1 und S_1 , B_1 Verkaufs-/Kaufwunsch eines Traders an den Market Maker zum Zeitpunkt 1.

²¹⁹ O'Hara (1995), S. 56

²²⁰ Glosten/Milgrom (1985), S. 72

²²¹ Handelswahrscheinlichkeiten, stochastisches Aktienkursverhalten und elastische Nachfrage der Händler

²²² siehe etwa Easley/O'Hara (1987), S. 70

²²³ O'Hara (1995), S. 57

²²⁴ O'Hara (1995), S. 58

²²⁵ Glosten/Milgrom (1985), S. 72 f.

²²⁶ O'Hara (1995), S. 61

Der Askpreis a_1 ergibt sich also etwa als Erwartungswert für den wahren Wert der Anlage unter der Bedingung, dass ein Trader die Anlage kaufen will. Dieser Erwartungswert ergibt sich aus den Komponenten „schlechter Wert der Anlage“ mit der Wahrscheinlichkeit des schlechten Wertes bei einem Kaufwunsch und „guter Wert der Anlage“ mit der Wahrscheinlichkeit des guten Wertes bei einem Kauf. Dabei muss der Market Maker die Wahrscheinlichkeiten $P(V = \underline{V}|B_1)$, $P(V = \bar{V}|B_1)$, $P(V = \underline{V}|S_1)$ und $P(V = \bar{V}|S_1)$ anhand eines Bayesian Learning Models bestimmen, d.h. aus dem Orderflow schätzen, z.B.

$$P(V = \underline{V}|S_1) = \frac{P(V = \underline{V}) \cdot P(S_1|V = \underline{V})}{P(V = \underline{V}) \cdot P(S_1|V = \underline{V}) + P(V = \bar{V}) \cdot P(S_1|V = \bar{V})}$$

Die Wahrscheinlichkeiten $P(V = \underline{V})$ und $P(V = \bar{V})$ für „good news“/„bad news“ hängen dabei von entsprechenden Annahmen ab. $P(S_1|V = \underline{V})$, $P(S_1|V = \bar{V})$, $P(B_1|V = \underline{V})$, $P(B_1|V = \bar{V})$ sind hingegen abhängig von Annahmen über die Wahrscheinlichkeit, dass ein Trader informiert ist, und die Wahrscheinlichkeiten, dass uninformierte Trader kaufen bzw. verkaufen.

Für den Zeitpunkt 2 ändert der Market Maker die Preise unter Berücksichtigung seiner Beliefs in den oben dargestellten Zusammenhängen: Bei einem Kauf verwendet der Market Maker etwa anstelle von $P(V = \underline{V})$ nun den zuvor bestimmten Preis $P(V = \underline{V}|B_1)$, da dieser nunmehr seiner unteren Preisgrenze entspricht nachdem ein Kauf B_1 stattgefunden hat.

Glosten/Milgrom gelangen im Wesentlichen zu folgenden Ergebnissen:

- Es existiert ein Spread auch ohne exogen vorgegebene Transaktions- oder Bestandshaltkosten in Abhängigkeit von den Erwartungen der Market Maker auf Basis der öffentlich verfügbaren Informationen²²⁷.
- Bid- und Askpreis schließen den Preis ein, der sich ergeben würde, wenn alle Trader über den gleichen Informationsstand verfügen würden wie der Market Maker²²⁸.
- Transaktionspreise ergeben ein Martingal in Abhängigkeit von den Informationen der Market Maker und den öffentlichen Informationen²²⁹.
- Je höher das durchschnittliche Marktvolumen, desto kleiner ist der durchschnittliche Spread und umgekehrt²³⁰.
- Die Erwartungen von Market Maker und Insidern über den Wert der Aktie konvergieren im Zeitverlauf bzw. mit zunehmender Anzahl von Trades, da die Insiderinformationen in den Marktpreis einfließen²³¹.
- Askpreise steigen/Bidpreise fallen mit zunehmender Qualität der Insiderinformationen, zunehmender Anzahl von Insidern oder zunehmender Elastizität von Angebot/Nachfrage durch Liquiditäts-Trader²³². Somit steigt u.a. die Spanne mit steigendem Grad an Informationsasymmetrie.
- Der Markt kann bei einer zu hohen Anzahl von Insidern zusammenbrechen²³³.

²²⁷ O'Hara (1995), S. 64

²²⁸ Glosten/Milgrom (1985), S. 81

²²⁹ Glosten/Milgrom (1985), S. 82; O'Hara (p. 64) beschreibt das Martingal als $E(p_{t+1}|I_t) = p_t$ mit I_t als Informationssatz des Market Makers. Somit könne ein (unabhängiger) Marktbeobachter den nächsten Preis auch nicht besser vorhersagen, als den jeweils letzten Preis anzunehmen.

²³⁰ Glosten/Milgrom (1985), S. 87

²³¹ Glosten/Milgrom (1985), S. 87

²³² Glosten/Milgrom (1985), S. 89

²³³ Glosten/Milgrom (1985), S. 94

(3) Kyle

O'Hara zählt das Kyle Modell zu strategischen Modellen, in denen Trader den Zeitpunkt oder die Größe ihrer Orders selbst wählen können, was zu deutlichen Gleichgewichtsabweichungen im Vergleich zu den bisher dargestellten Modellen führen kann²³⁴. Es handelt sich insofern um ein Auktionsmodell, als dass der Market Maker hier die Funktion eines Auktionators zur Bestimmung der Marktpreise übernimmt und daher einen erwarteten Gewinn von 0 hat.

Kyle analysiert in einem dynamischen Modell des Insiderhandels im Rahmen von sequentiellen Auktionen den Informationsgehalt der Preise, die Liquiditätseigenschaften des Marktes und den Wert privater Informationen für den Insider²³⁵:

Er geht dabei von einer risikobehafteten Anlage mit einem normalverteilten Liquidationserlös $\tilde{v} \sim N(p_0, \Sigma_0)$ ²³⁶ und von 3 Typen von Marktteilnehmern aus:

- **Monopolistischer Insider (Informed Trader):** risikoneutraler Investor mit dem Ziel der Gewinnmaximierung, der als einziger Teilnehmer Zugang zu privaten Beobachtungen des Ex-Post-Liquidationswertes der risikobehafteten Anlage hat, und beim Handel seine eigenen historischen Preise/Mengen -nicht jedoch die gegenwärtigen und zukünftigen Preise sowie Mengen der Noise Trader- berücksichtigt. Dabei muss der Insider die Auswirkungen seiner Strategie und Erwartungen über die Preisstrategie der Market Maker sowie mögliche strategische Aktionen der Noise Trader auf die zukünftigen Preise berücksichtigen. Der Insider bietet strategisch mit der vom Liquidationserlös abhängigen Menge $\tilde{x} = X(\tilde{v})$.
- **Noise Trader:** uninformierte Liquiditätshändler mit Zeitpriorität und exogen zufälligen, unlimitierten Aufträgen mit der aggregierten Menge von $\tilde{u} \sim N(0, \sigma_u^2)$, die nicht strategisch bieten.
- **Market Maker:** bezieht die Informationen lediglich aus dem Orderfluss und kennt lediglich die aktuellen und vergangenen aggregierten Mengen des Insiders und der Noise Trader zusammen. Der erwartete Gewinn des Market Makers wird als Null angenommen, da die von dem Market Maker bestimmten Preise mit den erwarteten Liquidationswerten der risikobehafteten Anlage unter Berücksichtigung der für den Market Maker verfügbaren Informationen entsprechen. Der Market Maker verhält sich allerdings kompetitiv und bestimmt den Preis in Abhängigkeit von der gesamten Nachfrage $\tilde{p} = P(\tilde{u} + \tilde{x})$.

Die Auktion erfolgt - zunächst im Einperiodenfall - in 2 Schritten: Im ersten Schritt werden die exogenen Größen \tilde{v} und \tilde{u} realisiert und der Insider wählt sein gewünschtes Handelsvolumen \tilde{x} als Market Order, während in einem zweiten Schritt die Market Maker den markträumenden Preis \tilde{p} bestimmen²³⁷. Der erwartete Gewinn des Insiders beträgt dann $\tilde{\pi} = (\tilde{v} - \tilde{p}) \cdot \tilde{x}$. Somit sind sowohl die vom Insider zu wählende Menge als auch der vom Market Maker gesetzte Preis jeweils von Preis P und Menge X abhängig: $\tilde{\pi} = \tilde{\pi}(X, P)$ und $\tilde{p} = \tilde{p}(X, P)$. Kyle definiert darauf aufbauend das Marktgleichgewicht für X und P unter der Bedingung der Profitmaximierung²³⁸ und der Markteffizienz²³⁹ und erhält:

$$X(\tilde{v}) = \beta \cdot (\tilde{v} - p_0) \text{ mit } \beta = \sqrt{\frac{\sigma_u^2}{\Sigma_0}}, \text{ sowie}$$

²³⁴ O'Hara (1995), S. 89

²³⁵ Kyle (1985), S. 1315

²³⁶ \tilde{v} wird auch als „Signal“ und Σ_0 entsprechend als Signalvarianz interpretiert.

²³⁷ Kyle (1985), S. 1316

²³⁸ $E(\tilde{\pi}(X, P) | \tilde{v} = v) \geq E(\tilde{\pi}(X', P) | \tilde{v} = v)$ mit X' als alternative Strategie und für alle v

²³⁹ $\tilde{p}(X, P) = E(\tilde{v} | \tilde{x} + \tilde{u})$

$$P(\tilde{x} + \tilde{u}) = p_0 + \lambda \cdot (\tilde{x} + \tilde{u}) \text{ mit } \lambda = \frac{1}{2\beta} \text{ }^{240}$$

Die optimale Menge $X(\tilde{v})$ und somit auch der erwartete Gewinn der Insider hängt also von der Varianz der Ordermenge der Noise Trader σ_u^2 und der Signalvarianz Σ_0 ab. Die optimalen Preise sind linear von der aggregierten Ordermenge $\tilde{x} + \tilde{u}$ abhängig²⁴¹. Kyle definiert $\frac{1}{\lambda}$ („Markttiefe“) als Liquiditätsmaß, das anzeigt, welches Ordervolumen erforderlich ist, um den Preis um 1 Geldeinheit steigen oder fallen zu lassen²⁴². Kyle kommt u.a. zu folgenden Ergebnissen²⁴³:

- Die neue Signalvarianz entspricht im Gleichgewicht genau der Hälfte der vorherigen, also die Hälfte der Information ist nach der ersten Periode in den Preis eingegangen.
- Die Preisvolatilität ist unabhängig vom Umfang des Noise Tradings.
- Die erwarteten Gewinne des Insiders²⁴⁴ sind proportional zur Markttiefe.

Beim Übergang vom Einperiodenmodell zum sequentiellen Auktionsmodell mit N Runden muss der Insider eine Optimierung über alle Runden durchführen, da die Ergebnisse jeder Runde wegen des Einflusses der Information auf die Preise von dem Ergebnis der jeweils vorherigen Periode abhängig sind. Die Information zum Liquidationswert wird durch den Insider nur einmal zu Handelsbeginn beobachtet und ändert sich dann nicht mehr. Dazu nimmt Kyle an, dass sich die Mengen der Noise Trader $\tilde{u}(t)$ nach einer Brownschen Bewegung mit normalverteilten Mengenänderungen $\Delta\tilde{u}_n \sim N(0, \sigma_u^2 \cdot \Delta t_n)$ entwickelt. Es ergibt sich u.a. für die Mengenstrategie des Insiders $\Delta X_n(\tilde{v}) = \beta_n(v_n - p_{n-1}) \cdot \Delta t_n$ und für Preisstrategie des Market Makers $p_n = \lambda_n(\Delta x_n + \Delta u_n)$ ²⁴⁵. Das Ergebnis, die Koeffizienten und die Signalvarianz sind deutlich komplexer. Die Koeffizienten können sich in jeder Periode ändern und die Halbierung der Signalvarianz ist nicht mehr optimal²⁴⁶. Kyle kommt u.a. zu dem Ergebnis²⁴⁷:

- Σ_n als Maß für den Informationsgehalt der Preise fällt monoton, so dass Informationen im Zeitverlauf in die Preise einfließen.
- Mit steigendem Umfang an Noise Trading steigen Markttiefe und Profite der Insider proportional, während sich Σ_n nicht ändert.
- Mit steigender (anfänglicher) Information sinkt die Markttiefe proportional und der erwartete Gewinn steigt proportional.

Der Übergang vom sequentiellen Modell auf die kontinuierliche Auktion erfolgt durch infinitesimale Verkürzung der betrachteten Zeitperioden. Für die Preise ergibt sich dann eine konstante Volatilität und die Preise folgen einem Martingal. Back zeigt in einem generelleren Ansatz, dass aufbauend auf der Brownschen Bewegung der Orders der Liquiditätstrader und der Martingal-Eigenschaft des Orderflusses auch die Mengen der Insider einer Brownschen Bewegung folgen müssen und somit die Ordermenge der Insider von der der Liquiditätstrader abhängt²⁴⁸: Im Ergebnis weite sich der Insiderhandel, die Volatilität und die Integration von Informationen in den Preis mit steigender Markt-

²⁴⁰ Kyle (1985), S. 1319

²⁴¹ O'Hara (1995), S. 93

²⁴² Kyle (1985), S. 1319

²⁴³ Kyle (1985), S. 1319; $\Sigma_1 = \text{Var}(\tilde{v}|\tilde{p}) = \frac{1}{2}\Sigma_0$ wird dabei als Maß für den Informationsgrad der Preise definiert

²⁴⁴ $E(\tilde{\pi}) = \frac{1}{2}\sqrt{\Sigma_0\sigma_u^2}$

²⁴⁵ Im Gleichgewicht muss ferner für die Signalvarianz

$\Sigma_n = \text{Var}(\tilde{v}|\Delta\tilde{x}_1 + \Delta\tilde{u}_1, \dots, \Delta\tilde{x}_n + \Delta\tilde{u}_n) = (1 - \beta_n\lambda_n\Delta t_n)\Sigma_{n-1}$ und für den erwarteten Gewinn des Insiders

$E(\tilde{\pi}_n|p_1, \dots, p_{n-1}, v) = \alpha_{n-1}(v - p_{n-1})^2 + \delta_{n-1}$ mit α_n, δ_n als weiteren Parametern gelten, Kyle (1985), S. 1322

²⁴⁶ O'Hara (1995), S. 102

²⁴⁷ Kyle (1985), S. 1326

²⁴⁸ O'Hara (1995), S. 103 ff.; Kyle (1985), S. 1330

Liquidität aus. Kyle zeigt auf, dass im kontinuierlichen Modell im Gegensatz zum sequentiellen Modell die Markttiefe und die Volatilität der Preise konstant sind und eine veränderte Markttiefe auf Destabilisierung durch den Insider zurückzuführen ist²⁴⁹.

U.a. Foster/Viswanathan²⁵⁰ und Holden/Subrahmanyam²⁵¹ erweitern den Ansatz von Kyle auf Mechanismen mit mehreren Insidern. Admati/Pfleiderer nehmen zusätzlich in Bezug auf die zeitliche Platzierung von Orders strategisch agierender Noisetrader und eine zeitlich kurzfristige Ausnutzbarkeit von Informationen an²⁵².

Kyle's Modell ist ein bedeutendes Modell der Mikrostrukturtheorie über die Funktionsweise von Auktionsmärkten, das insbesondere die Ausnutzung von Informationsvorteilen durch Insider und die Geschwindigkeit der Integration privater Informationen in die Preise beschreibt. Es berücksichtigt aber wesentliche Aspekte der Funktionsweise von Börsen, wie etwa die Entstehung von Spreads und Transaktionspreisen für einzelne Trades und die Preisentwicklung in Abhängigkeit individueller Trades, nicht²⁵³. O'Hara bezeichnet auch den Zusammenhang zwischen der im Kyle-Modell dargestellten Order-Strategie und den Handelsmechanismen als offene Frage²⁵⁴.

3.2.3 Ausblick

Im Mittelpunkt der Theorie der Marktmikrostruktur steht das (strategische) Verhalten von Marktteilnehmern über kurzfristige Zeiträume in Abhängigkeit von einer jeweils angenommenen Marktorganisation mit dem daraus resultierenden Marktprozess.

Bienert konstatiert, dass die Marktmikrostrukturtheorie zwar auf der einen Seite einen „wichtigen Beitrag zur Erklärung von Eigenschaften kurzfristiger Zeitreihen“ und „Erkenntnisse über komplexe Wechselwirkungen“ zwischen Marktteilnehmern unterschiedlicher Gruppen liefert, aber auf der anderen Seite die Partialmodelle „nur das Verhalten eines Teils der Marktteilnehmer abbilden“²⁵⁵. Hirth stellt fest, dass „bereits kleine Unterschiede in den Modellstrukturen große Wirkung haben“. Er resümiert, dass der Beitrag der Theorie für die Suche nach effizienten Börsenorganisationen aufgrund der hohen Sensitivität der Ergebnisse bzgl. der Modellannahmen „eher ernüchternd“ ausfällt²⁵⁶.

Die meisten Beiträge der Marktmikrostrukturtheorie erweisen sich in diesem Kontext aus folgenden Gründen als nur bedingt weiterführend:

(1) Einfluss von Informationen

Die in den informationsbasierten Modellen berücksichtigten Informationen dürften in der im Folgenden dargestellten Kurzfristbetrachtung eine eher untergeordnete Rolle einnehmen und erst bei zunehmenden Analysezeiträumen wieder an Bedeutung gewinnen. Die Spreads sind so klein, dass in sehr kurzen Zeiträumen kaum erhebliche Preisänderungen möglich sind. Die Berücksichtigung von Informationen ist auch deshalb problematisch, weil Marktreaktionen in der Regeln nicht ausschließlich auf Informationen, sondern etwa auch auf „Noise“ als Einflussfaktor basieren können – was Black als ein erhebliches Problem sogenannter „event studies“ bezeichnet²⁵⁷.

²⁴⁹ Kyle (1985), S. 1330

²⁵⁰ Foster/Viswanathan (1993)

²⁵¹ Holden/Subrahmanyam (1992)

²⁵² Admati/Pfleiderer (1988)

²⁵³ O'Hara (1995), S. 90, S. 105

²⁵⁴ O'Hara (1995), S. 105

²⁵⁵ Bienert (1985), S. 140

²⁵⁶ Hirth (2000), S. 51

²⁵⁷ Black (1986), S. 537

(2) Strategische Interaktion

Die Möglichkeit des strategischen Agierens von Marktteilnehmern in Abhängigkeit von Aktionen (einzeln) anderer Marktakteure können im Kurzfristbereich zumindest bezweifelt werden.

(3) Nicht beobachtbare Faktoren und Komplexität

Ein zusätzliches Problem ergibt sich daraus, dass einige in den Modellen verwandte Faktoren – wie etwa Bestände bzw. Vermögen nicht beobachtbar, aber für die Anwendung der Modelle und die empirische Überprüfung erforderlich wären²⁵⁸. O'Hara weist etwa darauf hin, dass in den Modellen von Copeland/Galai und Glisten/Milgrom die Berücksichtigung von Beständen aufgrund der Annahmen der Risikoneutralität des Market Makers, des unbeschränkten Kapitals, der nicht möglichen Insolvenz und des kurzfristigen Modellhorizontes nicht erforderlich ist. Eine Integration würde noch wesentlich komplexere Modelle verlangen²⁵⁹.

Einige Ansätze (z.B. Ho/Stoll) betrachten die gleichzeitige Preisbildung bei 2 oder mehr Wertpapieren, was die Komplexität der Betrachtung deutlich erhöht.

Im Folgenden werden etwa Bestände mangels Beobachtbarkeit und aufgrund des kurzfristigen Betrachtungshorizontes ebenfalls nicht berücksichtigt. Die folgenden Analysen der Märkte IBIS und XETRA sollen sogar generell ausschließlich auf direkt beobachtbaren Faktoren basieren und lediglich die Preisentwicklung eines Wertpapiers berücksichtigen, um einerseits die Nachvollziehbarkeit weitgehend zu gewährleisten und andererseits die Komplexität begrenzt zu halten.

(4) Marktform und Marktteilnehmer

Die Marktmikrostrukturmodelle beziehen sich vornehmlich auf Market Maker-Märkte und nicht auf Auktionsmärkte. Eine weitere Problematik besteht darin, dass sich die folgenden Betrachtungen insbesondere auf die direkt beobachtbaren Marktinformationen beziehen – also hauptsächlich auf die Orders und die resultierenden Preise. Diese Informationen enthalten aber keine Aussagen zur Art der Marktteilnehmer (Noise Trader, informierte Investoren, Market Maker) und zu deren Risikoverhalten.

Ferner sind elektronische Börsen wie XETRA als kontinuierliche doppelte Auktionen und nicht als periodische Auktionen konzipiert und insofern müsste die Auswirkung dieses Unterschiedes zunächst näher betrachtet werden.

Allerdings können und sollten einzelne Aspekte der Marktmikrostrukturtheorie, wie etwa die besondere Bedeutung von Preissignalen, in die weiteren Kurzfristbetrachtungen als „Stylized Facts“ einbezogen werden: Einige Modelle, die der Marktmikrostrukturtheorie zugerechnet werden können, liefern beispielsweise auch für kontinuierliche Auktionen angemessene Erklärungsansätze und werden daher im Folgenden näher erläutert. Insbesondere die Konzepte des „Gravitational Pull Effects“²⁶⁰ und des „Implicit Bid-Ask-Spreads“²⁶¹ werden detaillierter betrachtet und im Kontext des wahrnehmungsbasierten Handels berücksichtigt.

²⁵⁸ Black (1986), S. 536

²⁵⁹ O'Hara (1995), S. 59

²⁶⁰ Cohen et al. (1981)

²⁶¹ Roll (1984)

3.3 Behavioral Finance – Der Einfluss des Teilnehmerverhaltens

3.3.1 Entwicklung der Behavioral Finance

3.3.1.1 Kritik an der Effizienzmarkthypothese

Das CAPM ist eines der bedeutendsten Kapitalmarktmodelle. Es basiert u.a. auf der Annahme effizienter Märkte. Ab etwa 1985 wurden diverse Anomalien -wie der Schönwettereffekt, Saisonalitäten und gegenüber dem CAPM zu hohe Renditen kleiner Unternehmen- entdeckt, die im Widerspruch zur Effizienzmarkthypothese (EMH) von Fama und zu den Ergebnissen des CAPM standen²⁶².

Die Effizienzmarkthypothese basiert auf den Annahmen, dass²⁶³

- (1) Investoren grundsätzlich rational handeln,
- (2) die zufälligen Aktionen nicht rationaler Investoren sich gegenseitig aufheben,
- (3) der Einfluss irrationaler Investoren durch rationale Arbitrageure eliminiert wird.

Diese Annahmen wurden in den 60ern und 70ern theoretisch und empirisch untermauert. So wurde etwa die schnelle und korrekte Reaktion des Marktes auf Informationen und die Nicht-Reaktion auf Nicht-Information sowie die approximative Preisbewegung als Random Walk bei schwacher Markteffizienz empirisch bestätigt²⁶⁴.

In der Folgezeit erfuhr die EMH allerdings sowohl theoretische als auch empirische Kritik: So wurde im Rahmen der Theoriekritik u.a. auf Basis von experimenteller Forschung festgestellt, dass Investoren nicht im Sinne von von Neumann/Morgenstern rational agieren und etwa Verluste stärker gewichten als Gewinne²⁶⁵. Ferner würde die Erwartungsbildung die Bayes-Regel verletzen und die Entscheidungen von der Präsentation des Problems abhängig sein²⁶⁶.

Eine solche, nicht an klassischen ökonomischen Modellen orientierte Verhaltensweise wird u.a. als "Investor Sentiment" und die Marktteilnehmer als "Noise Trader" bezeichnet²⁶⁷. Nach Black würden Noise Trader Marktineffizienzen verursachen, verhinderten aber gleichzeitig deren Ausnutzung²⁶⁸. Noise würde das Funktionieren liquider Finanzmärkte erst ermöglichen, auf der anderen Seite diese aber auch unvollkommen machen²⁶⁹. Ferner würde Noise zu Überreaktionen, also kumulativen Fehlreaktionen in eine Richtung, aber auch zu entgegengesetzten Preistrends (Mean Reversions) durch den dann verstärkten Eingriff informierter Marktteilnehmer führen²⁷⁰.

Wesentliche Meilensteine der empirischen Kritik an der EMH waren u.a. folgende Studien²⁷¹:

- Eine Analyse von Shiller zeigte, dass die reale Preisvolatilität erheblich stärker ausgeprägt ist, als dies durch abdiskontierte Dividenden erklärt werden könnte²⁷².
- De Bondt/Thaler beschrieben in einer empirischen Studie den "Overreaction"-Effekt, nach dem "Verlierer"-Unternehmen aufgrund laufender schlechter Nachrichten zunehmend unterbewertet und "Gewinner"-Unternehmen aufgrund guter Nachrichten überbewertet wer-

²⁶² Spreemann (2006), S. 336; siehe auch Kapitel 3.1.3.4

²⁶³ Schleifer (1999), S. 2

²⁶⁴ Schleifer (1999), S. 5 ff.

²⁶⁵ Kahneman/Tversky (1979), S. 279

²⁶⁶ Schleifer (1999), S.10 ff

²⁶⁷ Schleifer (1999), S.12

²⁶⁸ Black (1986), S.529

²⁶⁹ Black (1986), S. 540

²⁷⁰ Black (1986), S. 532

²⁷¹ Schleifer (1999), S.16 ff.

²⁷² Shiller (1981), S. 433 f.

den²⁷³. Dieser Effekt wird im Folgenden jedoch umgekehrt, so dass vormalige Verlierer die Markttrendite deutlich übertreffen, Gewinner hingegen gegenüber dem Markt verlieren. Es erfolgt eine Rückkehr zur korrekten Bewertung.

- Ergänzend hierzu stellten Jegadeesh/Titman den Momentum-Effekt auf eine kürzere Sicht von 6-12 Monaten heraus, bei dem Wertpapierpreise in aufeinanderfolgenden Untersuchungsperioden immer weiter in die gleiche Richtung tendieren²⁷⁴. Auf Steigerungen folgen mithin weitere Steigerungen und auf Kursverluste weitere Verluste.
- Siegel zeigte auf, dass die Wertpapierpreise kleinerer Unternehmen höhere Renditen erzielten als die größerer Unternehmen. Ferner konzentrierten sich die Gewinne insbesondere im Januar jedes Jahres²⁷⁵.
- Cutler/Poterba stellten ferner fest, dass Märkte respektive Wertpapierpreise z.T. sehr deutliche Reaktionen ohne erkennbare zu Grunde liegende Information aufzeigen und sich insofern Inkonsistenzen zur EMH ergeben²⁷⁶.

3.3.1.2 Basisannahmen der Behavioral Finance

Nach verschiedenen Erklärungsansätzen für die Anomalien gewann die auf psychologischen Faktoren basierende verhaltenswissenschaftliche Forschung, die Behavioral Finance, an Bedeutung.

Allgemein lässt sich die Behavioral Finance als die Analyse menschlichen Fehlverhaltens in kompetitiven Märkten charakterisieren²⁷⁷.

Die Behavioral Finance ist keine geschlossene Theorie, sondern besteht aus vielen unabhängigen Erklärungsansätzen zu einzelnen Anomalien. Die Basisannahmen der Behavioral Finance charakterisiert Shleifer wie folgt²⁷⁸:

(1) *Eingeschränkte Arbitragemöglichkeiten*

Beschränkte Arbitragemöglichkeiten aufgrund von Verletzungen der Annahmen vollkommener Kapitalmärkte -etwa durch unvollkommene Informationen oder Transaktionskosten- werden als Ursachen für die Anomalien angesehen²⁷⁹. Aufgrund der Annahme eingeschränkter Arbitragemöglichkeiten kann erklärt werden, warum Märkte unter Umständen nicht in angemessenem Umfang auf Informationen reagieren bzw. warum an Märkten auch ohne angemessene Informationen Preisänderungen beobachtbar sind.

(2) *Investor Sentiment*

In den Ansätzen der Behavioral Finance wird davon ausgegangen, dass die an Kapitalmärkten beobachteten Anomalien in erster Linie darauf beruhen, dass die Marktteilnehmer entgegen den oben geschilderten Annahmen des CAPM und der neoklassischen Kapitalmarkttheorie insgesamt nicht vollkommen rational, sondern lediglich beschränkt rational und individuell handeln²⁸⁰. Das Investor Sentiment beschreibt wie reale Investoren Erwartungen bilden, Bewertungen durchführen und Nachfrage generieren.

²⁷³ De Bondt/Thaler (1985), S. 804

²⁷⁴ Jegadeesh/Titman (1993), S. 89

²⁷⁵ Siegel (1998), S. 91 ff. und S. 253 ff.

²⁷⁶ Cutler/Poterba (1991), S. 538

²⁷⁷ Schleifer (1999), S. 23

²⁷⁸ Schleifer (1999), S. 24 f.

²⁷⁹ Perridon/Steiner (2007), S. 285

²⁸⁰ Spreemann (2006), S. 342

In der folgenden Tabelle sind die wesentlichen Unterschiede zwischen der Behavioral Finance und der neoklassischen Finanzierungstheorie zusammengefasst²⁸¹:

Kriterien	Behavioral Finance	Neoklassische Finanzierungstheorie
Rationalitätskonzept	Menschen: unvollständige Informationsaufnahme und –verarbeitungskapazität	Homo oeconomicus: Verhalten nach Bernoulli-Prinzip
Information	Unvollkommene Information (unvollständig, fehlerbehaftet, kostenpflichtig, zeitverzögert)	Vollkommene Information (vollständig, korrekt, kostenlos, zeitgleich)
Marktebene	Irrationalität auf Marktebene, Verstärkung individueller Verhaltensanomalien möglich	Gesamtmarkt im Ergebnis rational, Irrationalitäten einzelner werden eliminiert
Arbitragemöglichkeiten	Arbitragemöglichkeiten durch Friktionen eingeschränkt	Risikolose Arbitragemöglichkeiten ausgebeutet

Tab. 3.6: Theorieunterschiede in Anlehnung an Oehler

Die Arbitragemöglichkeiten werden durch die Beteiligung nicht vollständig rationaler Marktteilnehmer eingeschränkt, da die Erreichung des fundamentalen Wertes eines Wertpapiers aufgrund von Fehleinschätzungen und Ignorierung durch die Mehrheit der Marktteilnehmer nicht mehr sichergestellt ist²⁸²:

- Durch das Noise Trader-Risiko werden Arbitrageure ggf. zum Glattstellen von Positionen gezwungen, obwohl sie in ihrer Einschätzung Recht haben.
- Entstandene Fehlbewertungen werden aufgrund von Transaktionskosten und geringer Liquidität nicht aufgehoben.
- Rechtliche oder unternehmensspezifische Vorgaben verhindern das Erreichen der Fundamentalwerte.

3.3.2 Wesentliche Modelle

(1) Überblick

In Anhang 3.1 ist ein Überblick über die bedeutendsten Arbeiten der Behavioral Finance zusammengestellt²⁸³. Es handelt sich bei den Modellen zumeist um die Darstellung einzelner verhaltensbedingter Effekte, die jedoch für die Entwicklung von Wertpapierkursen in kontinuierlichen doppelten Auktionen nur bedingt von Bedeutung sind. Im direkten Kontext von Preisprozessen spielen jedoch u.a. die Effekte der Overreaction und des Momentums, die ebenfalls der Behavioral Finance zugeordnet werden können, eine wesentliche Rolle. Daher werden die Basisideen hier näher beschrieben.

(2) Overreaction

De Bondt/Thaler²⁸⁴ zeigten 1985 den Effekt der *Overreaction* auf: Danach beschreibt die Bayes-Regel die Reaktion auf neue Nachrichten nicht korrekt, da Individuen neu eintreffende Informationen überbewerten und somit vorherige Informationen unterbewerten. Dieses Verhalten basiere auf der *Representativeness Heuristic* von Kahneman/Tversky²⁸⁵. Sofern Aktienpreise systematisch überreagieren, könnten die sogenannten Reversals, d.h. die Gegenreaktionen allein aus Vergangenheitsdaten und ohne Zuhilfenahme von Fundamentaldaten vorhergesagt werden²⁸⁶. Somit komme es langfristig

²⁸¹ Oehler (2000) in Perridon/Steiner (2007), S. 285

²⁸² Perridon/Steiner (2007), S. 286 f.

²⁸³ in Anlehnung an Perridon/Steiner (2007), S. 285 ff.

²⁸⁴ De Bondt/Thaler (1985)

²⁸⁵ Kahneman/Tversky (1982a)

²⁸⁶ De Bondt/Thaler (1985), S. 795

zu Mean Reversion-Effekten nach Überreaktionen: großen Preisänderungen in eine Richtung folgen Gegenreaktionen in die entgegengesetzte Richtung, die umso stärker ausfallen, je stärker die initiale Preisänderung gewesen ist.

De Bondt/Thaler stellen auf Basis der vergangenen Returns sogenannte Winner-Portfolios (W) und Loser-Portfolios (L) zusammen. In einem effizienten Markt kann dann erwartet werden, dass für die erwartete Abweichung der erwarteten Returns von den tatsächlichen Returns (\tilde{u}_{jt}) für ein Wertpapier j zum Zeitpunkt t auf Basis der vor t vorliegenden Informationen (F_{t-1}) gilt: $E(\tilde{u}_{jt}|F_{t-1}) = E(\tilde{u}_{Wt}|F_{t-1}) = E(\tilde{u}_{Lt}|F_{t-1}) = 0$. Nach der Overreaction-Hypothese müsse jedoch gelten: $E(\tilde{u}_{Wt}|F_{t-1}) < 0$ sowie $E(\tilde{u}_{Lt}|F_{t-1}) > 0$ ²⁸⁷. Die Vorgehensweise zur Überprüfung der Hypothese beschreiben De Bondt/Thaler wie folgt²⁸⁸:

Für die Renditen ausgewählter amerikanischer Wertpapiere wurden insgesamt 16 jeweils 72 Monate dauernde und jeweils 3 Jahre überlappende Perioden betrachtet. Aus den monatlichen Returns wurde für jedes Wertpapier für jeden der jeweils 72 Monate einer Periode die Abweichung der Renditen von den Marktrenditen als Residuen $u_{jt} = R_{jt} - R_{mt}$ bestimmt. Für jede 6-jährige Periode wurden jeweils für die ersten 3 Jahre, die sogenannte Formationsperiode, die kumulierten Überrenditen $CU_j = \sum_{t=0}^{35} u_{jt}$ über alle 36 Monate berechnet, die Aktien gerankt und die 35 besten zum Portfolio W sowie die 35 schlechtesten zum Portfolio L zusammengefasst²⁸⁹. Die 2. Hälfte der jeweiligen Periode wird als Testperiode gewählt. Für jede Testperiode werden die kumulierten, durchschnittlichen Veränderungen der Returns über alle Wertpapiere in den Portfolios W und L bestimmt: Für jedes Wertpapier wird die Residualrendite gegenüber dem Markt $u_{jt} = R_{jt} - R_{mt}$ wie in der Formationsperiode bestimmt. Für jeden Zeitpunkt der Testperiode wird sodann das arithmetische Mittel aller Residualrenditen im jeweiligen Portfolio berechnet, also etwa $AR_{W,t} = \frac{1}{|W|} \cdot \sum_{i \in W} u_{it}$ und zum und bis zu jedem Zeitpunkt der Testperiode kumuliert: $CAR_{W,t} = \sum_{\tau=1}^t AR_{W,\tau}$. Diese Betrachtung wird für alle N Perioden durchgeführt und für jeden Zeitpunkt t das arithmetische Mittel über alle Testperioden gebildet, also: $ACAR_{W,t} = \sum_{n=1}^N CAR_{W,n,t}$. Nach der Overreaction-Hypothese wird vorhergesagt, dass $ACAR_{W,t} < 0$ und $ACAR_{L,t} > 0$ gelten müsste.

Als Ergebnis stellen De Bondt/Thaler fest²⁹⁰:

- Die Overreaction-Hypothese wird bestätigt: Verlierer-Portfolios aus der Formationsperiode der Markt in der Testperiode deutlich übertreffen, während Gewinner-Portfolios gegenüber dem Markt verlieren.
- Der Overreaction-Effekt ist asymmetrisch: Verlierer gewinnen stärker als Gewinner verlieren.
- Die meisten Überschussrenditen werden im Januar realisiert.
- Die deutlichsten Überreaktionen sind im 2. und 3. Jahr der Testperiode festzustellen.
- Die Wahl anderer Periodenlängen oder anderer Abweichungsmaße führt im Wesentlichen zu dem gleichen Ergebnis.

(3) Momentum

Jegadeesh/Titman (JT) haben 1993 den Momentum-Effekt dargestellt: danach folgen nach positiven Renditen weitere positive und nach negativen Renditen weitere negative. Folglich wirft eine „Relative Strength“-Strategie mit dem Kauf von Wertpapieren mit guter Performance in der Vergangenheit

²⁸⁷ De Bondt/Thaler (1985), S. 796

²⁸⁸ De Bondt/Thaler (1985), S. 797 f.

²⁸⁹ Die Berechnung der Überrenditen dient lediglich der Bestimmung der Portfolios W und L und ist im Folgenden nicht weiter von Bedeutung.

²⁹⁰ De Bondt/Thaler (1985), S. 799 ff.

und dem Verkauf von Wertpapieren mit einer schlechten Performance signifikant positive Renditen ab²⁹¹. Diese Strategie steht jedoch offensichtlich im Gegensatz zur „Contrarian Strategy“, die im Fall von Overreaction lohnenswert ist. Da die Contrarian Strategy über sehr kurze Zeiträume (hier: eine Woche bis ein Monat) und sehr lange Zeiträume (3-5 Jahre) bereits empirisch verifiziert wurden, testen JT die Gültigkeit der „Relative Strength Strategy“ für einen Zeithorizont von 3-12 Monaten, um den Widerspruch zwischen dem Erfolg der Strategien möglichst aufzulösen²⁹².

JT analysieren NYSE- und AMEX Daten aus dem Zeitraum 1965-1989. Bei den betrachteten Strategien wurden die jeweiligen Returns der letzten 1, 2, 3 und 4 Quartale bestimmt. Es wird - ähnlich wie bei DeBondt/Thaler von einer Formationsperiode der Länge J Monate und einer Halteperiode der Länge K Monate ausgegangen. Zu Beginn eines jeden Monats werden die Wertpapiere auf Basis ihrer Returns in den letzten J Monaten gerankt. Basierend auf dem Ranking werden 10 gleichgewichtete Portfolios zusammengestellt. Das Top Portfolio wird mit „Losers“, das letzte Portfolio mit „Winners“ bezeichnet. Jeden Monat werden die Winner gekauft und die Loser verkauft und jeweils K Monate gehalten²⁹³.

Die statistisch erfolgreichste Strategie zeigt sich bei einer Formationsperiode von 4 Quartalen und einer Halteperiode von einem Quartal²⁹⁴. Insgesamt ist offensichtlich über einen mittleren Horizont von 3-12 Monaten eine Preisentwicklung zu beobachten, bei der positive Returns eher positiven folgen und umgekehrt. Der Preis läuft somit eher in eine Richtung. Über eine sehr kurze Frist und eine lange Frist (3-5 Jahre) ist hingegen eher das Gegenteil zu beobachten.

3.3.3 Ausblick

Die neoklassische Finanzierungstheorie weist im Rahmen der empirischen Überprüfung offensichtlich einige Schwächen auf, die zumindest teilweise durch verhaltensbedingte Aspekte des Teilnehmerverhaltens erklärt werden können.

Wenngleich eine Vielzahl von Ansätzen der Behavioral Finance nicht direkt auf einen laufenden Preisbildungsprozess an Finanzmärkten bezogen werden kann, erscheint es dennoch sinnvoll, einzelne relevante verhaltensbasierte Aspekte bei einer Modellierung der Preisbildung zu berücksichtigen: Insbesondere die Aspekte der Overreaction und des Momentums sind im Kontext von Preisprozessen von besonderer Bedeutung. Für welche Zeiträume im Intraday-Bereich allerdings eher Mean Reversion (und somit eine „Contrarian Strategy“) und für welchen Zeithorizont eher Momentum (und eine „Relative Strength Strategy“) relevant und von Bedeutung sind, wird im Folgenden noch näher analysiert.

3.4 Zusammenfassung

Die in dieser Arbeit dargestellte Modellierung und die empirischen Ergebnisse stehen zumindest zum Teil im Widerspruch zu den Annahmen eines vollkommenen Kapitalmarktes.

Die Mikrostrukturtheorie bietet zwar erste Ansätze für eine angemessene Modellierung von Preisprozessen in einem Wertpapier, weist jedoch auf der anderen Seite deutliche Schwächen bei der effektiven Einbeziehung von Informationen, strategischen Interaktionen der Marktteilnehmer und der Berücksichtigung von nicht beobachtbaren Faktoren auf.

²⁹¹ Jegadeesh/Titman (1993), S. 65

²⁹² Jegadeesh/Titman (1993), S. 67

²⁹³ Jegadeesh/Titman (1993), S. 68

²⁹⁴ Jegadeesh/Titman (1993), S. 69

Die Behavioral Finance berücksichtigt zusätzlich verhaltensbedingte Aspekte der Teilnehmerinteraktion. Allerdings stehen die wenigsten dargestellten Modellansätze in einem direkten Zusammenhang zum Teilnehmerverhalten an Wertpapiermärkten. Die Bedeutung von Mean Reversion- und Momentum-Effekten im Intraday-Bereich ist noch zu klären.

Im Folgenden werden Ansätze zur Erläuterung der Preisprozesse und zur Begründung von Marktanomalien, die auf Wahrnehmung und somit begrenzt rationalem Verhalten basieren, verwandt. Daher können die dargestellten Ergebnisse weitgehend dem Kontext der Behavioral Finance zugeordnet werden.

Shleifer hebt die Bedeutung eben dieser psychologischen Aspekte hervor, indem er feststellt, dass die finanzwirtschaftliche Theorie derzeit weit mehr von der eingeschränkten Arbitragemöglichkeit als von den „Investors Sentiments“ versteht²⁹⁵: Es sei ein erheblicher Anteil psychologischer Aspekte bei der Beschreibung von „Investors Sentiments“ erforderlich, jedoch noch vollkommen unbekannt, welche psychologischen Verzerrungen bei dieser Beschreibung von Bedeutung seien.

Spreemann verweist darauf, dass es in der neueren Forschung zum Entscheidungsverhalten von Personen weniger ausschließlich um Präferenzbildung gehe, sondern dass Entscheidungsverhalten eher als ein mehrstufiger Prozess aufgefasst werden müsse²⁹⁶. Dieser Prozess bestehe aus den Teilschritten Bildung von Wahrnehmung, Informationsaufnahme und –verarbeitung, Erfassung und Bewertung möglicher Alternativen und letztlich der Auswahl einer Alternative auf Basis von Präferenzen.

Ein eben solcher Ansatz, der insbesondere die Wahrnehmung und Verarbeitung von Marktpreisen berücksichtigt, soll im Folgenden diskutiert werden.

²⁹⁵ Schleifer (1999), S. 25

²⁹⁶ Spreemann (2006), S. 533

4 Preisbasierte Ansätze

4.1 Zahlenwahrnehmung

4.1.1 Allgemeines

Die klassischen Modellierungsansätze für Kapitalmärkte und die Ansätze der Behavioral Finance wurden dargestellt. Die bisherigen behavioristischen Ansätze sollen im Folgenden durch einen weiteren Aspekt ergänzt werden: die Einflüsse der Zahlenwahrnehmung auf die Preisbildung an Börsen – insbesondere an Computerbörsen.

Die von Handelsteilnehmern eingestellten Orders sind in erster Linie durch die Merkmale Preis und Volumen gekennzeichnet. Im Weiteren wird davon ausgegangen, dass dabei der Preis das maßgebliche Kriterium für die Funktionsweise des Handels ist. Das Volumen soll daher nur peripher betrachtet werden.

Der Preis einer Order spiegelt letztlich eine Vielzahl von Informationen wider. Diese können beispielsweise fundamentale Unternehmensinformationen, Vorgaben, Handelsintensität oder auch Preisentwicklung sein. Alle für den Teilnehmer wesentlichen Informationen werden von ihm wahrgenommen, aggregiert und finden Ausdruck in einem einzigen genannten Preis. Bei der Nennung eines Preises spielen somit die berücksichtigten Informationen und deren Wahrnehmungen eine besondere Rolle.

Es stellt sich daher die Frage, wie Informationen berücksichtigt und wahrgenommen werden und wie aus den so wahrgenommenen Informationen eine numerische Antwort – hier insbesondere der Preis einer Order – generiert wird. Es handelt sich somit vereinfacht gesagt um einen klassischen Prozess nach dem Prinzip Eingabe - Verarbeitung – Ausgabe, wobei die Eingabe den zur Verfügung stehenden Informationen, die Verarbeitung dem Wahrnehmungs- und Antwortprozess und die Ausgabe der Nennung einer numerischen Antwort entspricht.

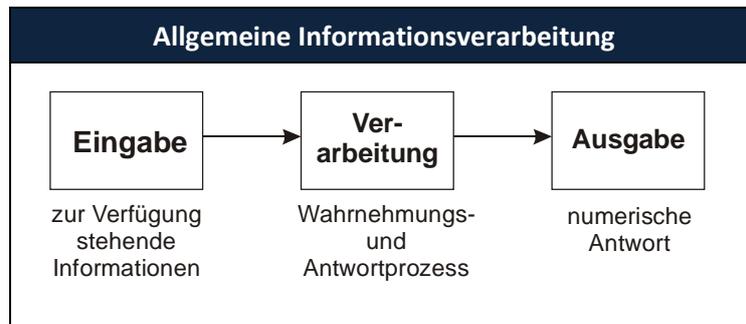


Abb. 4.1: Informationsverarbeitungsprozess

Deshalb soll in den folgenden Schritten diskutiert werden, wie dieser Prozess prinzipiell beschrieben werden kann:

Ansätze der allgemeinen Wahrnehmungspsychologie bilden den Rahmen der Beschreibung. Es existieren lediglich grundsätzliche Erkenntnisse zu Wahrnehmungsprozessen. Diese können jedoch nicht in einer allgemeingültigen Prozessbeschreibung münden, da nur das Ergebnis, nicht aber die Zwischenschritte des Prozesses gemessen werden können. Daher sollen hier nur die grundsätzlichen Eigenschaften des Prozesses zusammengestellt werden und als Basis für die weiteren Betrachtungen dienen.

In einem 2. Schritt sollen die Ansätze der allgemeinen Wahrnehmungspsychologie in Richtung der speziellen numerischen Wahrnehmung konkretisiert werden. Dazu wird zunächst eine kurze Einführung in die Prominenztheorie von Albers²⁹⁷ mit dem Focus auf den numerischen Antwortprozess auf diffuse numerische Informationen gegeben.

In einem 3. Schritt soll die Integration verschiedener Elemente der Prominenztheorie und ergänzender Überlegungen zu einer durchgängigen Prozessbeschreibung des erweiterten Numerical Response Processes nach Spengler/Vogt²⁹⁸ dargestellt werden. Dabei soll ferner der Bezug zu den grundsätzlichen Eigenschaften der allgemeinen Wahrnehmungspsychologie verdeutlicht werden.

Letztlich wird ein Laborexperiment zum Test der Thesen mit den entsprechenden Ergebnissen dargestellt. Die Anwendung dieser allgemeinen Ansätze auf die Preisbildung an Börsen wird ab Kapitel 5 folgen.

4.1.2 Wahrnehmung und Entscheidungsfindung

4.1.2.1 Wahrnehmung

(a) Umweltinformationen, Sinne und Verarbeitung

Unter Wahrnehmung wird allgemein die Aufnahme von (Umwelt-) Informationen²⁹⁹ über Sinnesorgane und deren Umsetzung in eine Vorstellung verstanden. Nach Goldstein informiert uns die Wahrnehmung über Umwelteigenschaften, die „für unser Leben wichtig sind“. Sie erzeugt das notwendige „subjektive Erleben“ der Umwelt und macht ein Agieren in ihr erst möglich³⁰⁰.

Wahrnehmung bezieht sich zumeist auf die über die Sinne wahrgenommenen Informationen und deren Erleben. So spielen etwa visuelle Informationen für das Erkennen von Farben, Objekten, Bewegungen und räumlicher Tiefe eine besondere Rolle. Wahrnehmung bezieht sich jedoch auch auf vielschichtiger Zusammenhänge etwa bei zeitlichen Abfolgen, sozialer Kommunikation und Fertigkeiten³⁰¹. Es liegt der Schluss nahe, dass die Wahrnehmung auch bei der Verarbeitung von numerischen Informationen eine bedeutende Rolle spielen kann.

(b) Wahrnehmungsprozesse

Es stellt sich nunmehr die Frage, wie Wahrnehmung funktioniert. Wahrnehmung ist ein komplexer Prozess. Ritter bemerkt dazu, dass „die einzelnen Wahrnehmungsleistungen wie beispielsweise [...] Entfernungswahrnehmung [...] erst durch das Ineinandergreifen vielfältiger Verarbeitungsprozesse auf verschiedenen Ebenen in unserem eigenen differenzierten informationsverarbeitenden System möglich“ werden³⁰². Goldstein beschreibt, dass die Wahrnehmung „in einen größeren Kreisprozess eingebettet“ ist, der Informationsaufnahme, kognitive Verarbeitung, Zielbildung für das Handeln und das Agieren³⁰³ beinhaltet.

Der Wahrnehmungsprozess ist bisher aufgrund der hohen Komplexität nur partiell erforscht und daher noch nicht allgemeingültig beschrieben worden. Die neuronale Verarbeitung von Informationen ist insoweit bekannt, als dass z.B. visuelle Informationen über Rezeptoren in bioelektrische Signale umgewandelt werden, die wiederum in den Neuronen in Nervenimpulse transformiert werden

²⁹⁷ Albers (1998a)

²⁹⁸ Spengler/Vogt (2008)

²⁹⁹ in der Regel physikalische Reize

³⁰⁰ Goldstein (2002), S. 3

³⁰¹ Goldstein (2002), S. 5

³⁰² Vorwort von M. Ritter zur Übersetzung von Goldstein (2002)

³⁰³ Goldstein (2002), S. 6

und schließlich nach mehreren Verarbeitungsstufen die „primären sensorischen Areale des Cortex“ und dann weitere Verarbeitungsbereiche erreichen³⁰⁴. Dies ist jedoch im Wesentlichen zunächst nur eine biologische Beschreibung der Wahrnehmung.

Goldstein zeigt weiter auf, dass „die beiden herausragendsten Kennzeichen der Wahrnehmung [...] das bewusste Erleben und die direkte Verbindung von Wahrnehmen, Erkennen und Handeln“ ist. Er führt jedoch weiter aus: „Wie allerdings das bewusste Erleben, die komplexe neuronale Verarbeitung und das Handeln genau miteinander verbunden und aufeinander bezogen sind, wird immer noch nicht hinreichend verstanden.“³⁰⁵

Zimbardo unterteilt den Wahrnehmungsprozess hingegen in folgende Stufen und fasst ihn damit enger als Goldstein, da er das Handeln als eine der Wahrnehmung nachgelagerte Aktion betrachtet³⁰⁶:

Wahrnehmungsstufen	Erläuterung	Beschreibung
Sensorische Empfindung	die verschlüsselte Information (physikalische Energie) eines Stimulus wird über Rezeptororgane in neurale Impulse umgewandelt	„Physikalische Energie [...] wird in die neurale Aktivität von Gehirnzellen, in der Informationen über die Art der Stimulation der Rezeptorgane verschlüsselt sind, umgewandelt.“
Wahrnehmung im engeren Sinne	Bildung der inneren Repräsentation eines Gegenstandes	„Wahrnehmungsprozesse können auch Vorgänge der Schätzung [...] enthalten. Diese Schätzungen beruhen auf inneren Berechnungen, die in der Vergangenheit erworbenes Wissen mit aktuellen Informationen der Sinnesorgane integrieren.“
Klassifikation ³⁰⁷	Einordnung der Eigenschaften von „Gegenständen“ in vertraute Kategorien	„Das Ergebnis der Klassifikation ist das Perzept, das uns eine Person berichtet. Berichtete Perzepte sind die einzigen Daten, die zur Verfügung steht, um die Erfahrung einer Person, die wahrnimmt, zu erfassen.“

Tab. 4.1: Stufen des Wahrnehmungsprozesses

Zimbardo³⁰⁸ betont weiter, dass die Grenze zwischen Wahrnehmung und Klassifikation nicht eindeutig ist, da Klassifikation eher auf Prozessen höherer Ordnung und Wahrnehmung auf einer Kombination von sensorischen Informationen und Klassifikationen beruhe.

Ausgehend von einem Stimulus werden also neurale Impulse erzeugt und mental in Repräsentationen umgewandelt, die dann klassifiziert werden. Die klassifizierten „Gegenstände“ können sodann direkt kommuniziert werden oder als Basis für eine Entscheidungsfindung dienen.

Damit bleibt insgesamt weiterhin unklar, wie solche Wahrnehmungsprozesse exakt funktionieren und operationalisiert werden können. Es kann jedoch festgehalten werden, dass der Prozess eine Vielzahl von Verarbeitungsschritten durchläuft, die je nach Betrachtungsweise - wie etwa in den Wahrnehmungsschritten nach Zimbardo - zusammengefasst werden können. Die besondere Problematik besteht dabei ferner darin, dass lediglich ein kommuniziertes Ergebnis über den gesamten Wahrnehmungsprozess gemessen werden kann, nicht aber die Ergebnisse nach den Zwischenschritten und somit die exakte Bestimmung der Zwischenschritte selbst nahezu unmöglich ist.

³⁰⁴ siehe etwa Goldstein (2002), S. 11

³⁰⁵ Goldstein (2002), S. 11

³⁰⁶ Zimbardo (1992), S. 137-138

³⁰⁷ Die Klassifikation wird etwa bei Goldstein, S. 5, auch als „Erkennen“ bezeichnet.

³⁰⁸ Zimbardo (1992), S. 138

(c) skalierbare Genauigkeit

Selbst wenn geklärt wäre, wie einfache Informationen verarbeitet werden, bleibt die Frage, wie komplexe und vielschichtige Umweltinformationen in die Wahrnehmung einfließen. Oder anders gefragt: Welche der Umweltinformationen werden selektiert und im Wahrnehmungsprozess berücksichtigt?

Goldstein bemerkt hierzu³⁰⁹, dass „aus einer Szene nicht alle verfügbaren Informationen aufgenommen“ werden. Der Beobachter richte „vielmehr die Aufmerksamkeit auf bestimmte Aspekte und betrachte diese“. Es müsse mithin zwischen verfügbarer Information und beachteter Information unterschieden werden. Er führt dann fort³¹⁰, dass ein Beobachter mit Hilfe seiner Aufmerksamkeit bestimmen könne, in welcher „Auflösung er die Umwelt analysieren möchte“. „Er kann zum Beispiel von einem Moment zum anderen zwischen einer mehr globalen und einer mehr lokalen Strategie der Wahrnehmung hin und her wechseln, also zwischen unterschiedlichen Graden der Detaillierung.“

Dabei werden kognitive Einflüsse auf die Wahrnehmung als Top-Down-Prozess bezeichnet, bei dem neben den durch einen Stimulus verursachten Informationen auch Informationen höherer Verarbeitungsebenen wie Wissen, Vorerfahrungen und Erwartungen eine Rolle spielen³¹¹. Die Genauigkeit der Wahrnehmung kann also durch (bewusste oder unbewusste) Informationsselektion und durch Informationen höherer Verarbeitungsebenen beeinflusst werden.

Es bleibt die Frage nach einem geeigneten Operationalisierungsansatz bzgl. des gesamten Wahrnehmungsprozesses, der die Möglichkeit bietet, die Ergebnisse eines (spezifischen) Wahrnehmungsprozesses in Abhängigkeit vom jeweiligen Input zu messen. Einen solchen Ansatz für die Reaktion auf physikalische Stimuli bietet die Psychophysik, die im Folgenden kurz skizziert wird.

4.1.2.2 Psychophysik

Der Philosoph und Physiker Gustav Theodor Fechner (1860) hat die sogenannte Psychophysik begründet, in der Zusammenhänge zwischen physikalischer Stimulation und Reaktion bzw. subjektiver Wahrnehmung quantitativ analysiert werden³¹². Der besondere Vorteil der von Fechner entwickelten Methode liegt darin, dass die physikalischen Stimuli relativ exakt messbar sind und somit in Experimenten relativ exakt vorgegeben werden können.

Individuen reagieren hierbei auf vorgegebene physikalische Stimuli. Bei der Überschreitung von Schwellenwerten, gemessen auf psychophysischen Skalen, wird ein Stimulus als wahrgenommener Wert (absoluter Schwelle) oder als kleinste Differenz zwischen 2 Werten (Unterschiedsschwellen) eingestuft. Fechner hat hierzu 3 unterschiedliche Messmethoden entwickelt.

In der auf Johann Friedrich Hebart basierenden Schwellentheorie wird von einem „plötzlichen Umschlagen“ zwischen Nichtentdecken und Entdecken des Reizes ausgegangen.³¹³ Es hat sich jedoch erwiesen, dass eine absolute Schwelle nicht als exakter Punkt beschrieben werden kann, sondern eher als fließender Übergang (in einer S-förmigen Kurve)³¹⁴, da nicht alle Faktoren während eines Experiments exakt konstant gehalten werden können.

³⁰⁹ Goldstein (2002), S. 9

³¹⁰ Goldstein (2002), S. 11

³¹¹ Goldstein (2002), S. 12

³¹² siehe auch Zimbardo (1992), S. 144; Goldstein (2002), S. 14; Brown/Herrnstein (1984), S. 480

³¹³ Goldstein (2002), S. 17

³¹⁴ Zimbardo (1992), S. 144

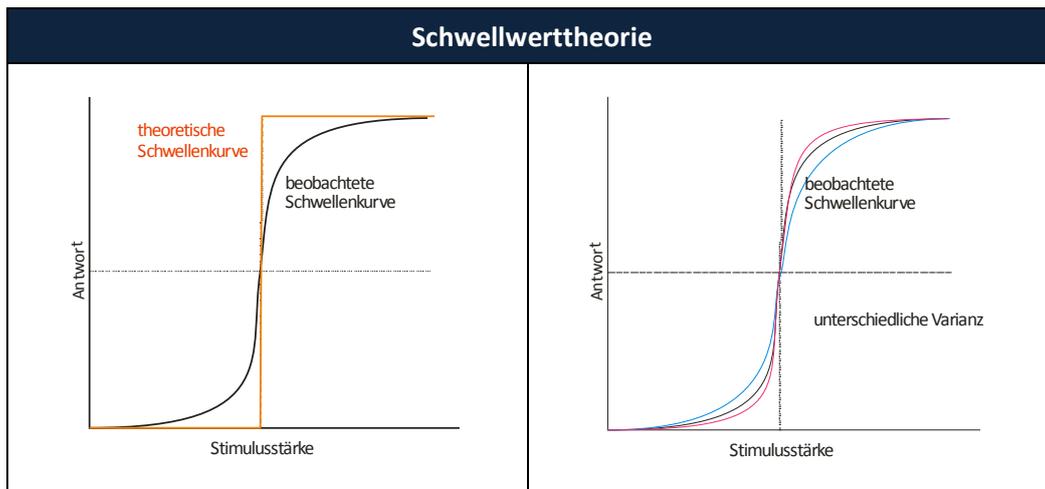


Abb. 4.2: Schwellenwerte

Ernst Weber hatte bereits 1834 das Weber'sche Gesetz formuliert, nach dem gilt, dass der kleinste wahrgenommene Reizunterschied ΔI im Verhältnis zu dem entsprechenden Standardreiz I konstant ist: $\frac{\Delta I}{I} = k$. Fechner hat diesen Ansatz 1860 zum Fechner'schen Gesetz weiterentwickelt, nach dem die sensorische Empfindung S logarithmisch von der physikalischen Reizstärke I abhängig ist: $S = k \cdot \log I$ mit $k =$ Konstante für die Skalierungsdimension.³¹⁵

Stevens stellte 1957 eine Weiterentwicklung mit der Methode der direkten Größenschätzung vor, nach der Versuchspersonen selbst den Stimuli relative Werte zuordnen. Auf Basis dieser Methode entwickelte er für die sensorische Empfindung die Potenzfunktion $S = c \cdot I^b$ (mit $c =$ Konstante und $b =$ Sinnesdimension).³¹⁶, deren Verlauf für Helligkeiten dem logarithmischen Verlauf nach Fechner's Gesetz stark ähnelt.

Die dargestellten Antwortfunktionen des Wahrnehmungsprozesses geben auch hier lediglich die Antwort von Individuen über den gesamten Prozess wieder. Zwischenergebnisse jeweils nach sensorischer Empfindung, Wahrnehmung und Klassifikation sind nicht messbar. Deshalb wird nur die Verteilung der Auflösung gemessen, nicht jedoch die Verteilung des Signals, da das Signal feiner als die Auflösung ist. Für unterschiedliche Individuen kann sich dabei die Antwortfunktion jeweils unterschiedlich bzgl. der Varianz der Antworten gestalten.

Mittlerweile wird der Begriff der Psychophysik weiter gefasst und bezeichnet allgemein die „Untersuchung aller systematischen Beziehungen zwischen Umwelt- und Reizaspekten und Wahrnehmungsergebnissen“. Dabei können auch komplexe Reizmuster in die Analysen einbezogen werden³¹⁷. Brown/Herrnstein³¹⁸ erwähnen auf Basis von Studien von Stevens³¹⁹, dass das dargestellte Potenzgesetz nicht nur auf eindimensionale Wahrnehmungserlebnisse beschränkt ist, sondern auch bei der Beurteilung der Schwere von Delikten oder der Beurteilung des sozialen Status in Abhängigkeit von der Einkommenshöhe eine Rolle spielt. In diesem Kontext kann auch die numerische Wahrnehmung betrachtet werden.

³¹⁵ Zimbardo (1992), S. 149

³¹⁶ Zimbardo (1992), S. 149; Goldstein (2002), S. 21

³¹⁷ Goldstein (2002), S. 14, S. 20

³¹⁸ Brown/Herrnstein (1984), S. 490

³¹⁹ Stevens (1972)

4.1.2.3 Entscheidungsfindung

Gemäß Zimbardo³²⁰ liefert das Denken für unsere Wahrnehmungen den Kontext. Mit Hilfe des Denkens würden Informationen interpretiert und Vorhersagen ermöglicht. Die Entscheidungsfindung sei wesentlicher Bestandteil des Denkens und „der Prozess des Wählens zwischen Alternativen, das Auswählen und Zurückweisen von Optionen“.

Nach Taylor³²¹ sind Menschen „kognitive Geizhalse“ und scheuen komplizierte Entscheidungsprozesse. Kahneman, Slovic, Tversky³²² gehen davon aus, dass Menschen „kognitive Abkürzungen“ benutzen, um schnell und verlässlich Entscheidungen zu fällen.

Die Entscheidungen, die letztlich zu einer Antwort führen, unterliegen dabei kognitiven Verzerrungen. Dazu bemerkt Zimbardo³²³: „Weil wir kognitive Verzerrungen automatisch [...] ohne viel zu denken vornehmen, verlassen wir uns auf vertraute Regeln und verkürzte Methoden, wenn neue Informationen und Schlussfolgerungen eigentlich bessere, nützlichere oder genauere Beweise erfordern“. Deshalb wird bei der Entscheidungsfindung offensichtlich auf Heuristiken zurückgegriffen.

Ein Beispiel für eine solche Heuristik ist die Verfügbarkeitsheuristik von Tversky/Kahnemann³²⁴, bei der Entscheidungen auf Basis von Ereigniswahrscheinlichkeiten aus der Vergangenheit aufgrund des leichteren Abrufs dieser Informationen getroffen werden. Dies führt jedoch ggf. auch zur Überbewertung bestimmter Ereignisse.

Simon beschreibt ein weiteres heuristisches Prinzip, welches Personen nutzen, um komplexe Probleme in verarbeitbare Einheiten zu unterteilen: Das Prinzip der Chunks³²⁵. Dabei spiele das Kurzzeitgedächtnis und der Transfer von Informationen vom Kurzzeit- ins Langzeitgedächtnis (fixation process) eine wesentliche Rolle. Nach Miller³²⁶ gruppieren Personen Inputs (oder Bits³²⁷) in jeweils ähnlichen Einheiten, wobei er die Gruppen als Chunks definiert. Ein Chunk könne aus „irgendeiner Art stimulierenden Materials“ sein³²⁸. Die Größe eines Chunks ist problemabhängig und kann ein oder mehrere Bits umfassen. Simon gelangt –basierend auf psychologischen Experimenten– zu der Auffassung, dass die Kapazität des Kurzzeitgedächtnisses 5 bis 7 Chunks beträgt und der fixation process 5 bis 10 Sekunden pro Chunk beträgt³²⁹. Dabei sei die Kapazität des Kurzzeitgedächtnisses gemessen in Chunks unabhängig von dem „Material“, aus dem die Chunks bestehen.

4.1.2.4 Zwischen-Fazit

Insgesamt können folgende Aspekte bzw. *Eigenschaften* von allgemeinen Wahrnehmungsprozessen festgehalten werden:

- (1) (Umwelt-) Informationen sind der Input für die Wahrnehmung.
- (2) Die Informationen werden über die Sinne erfasst.
- (3) Der Wahrnehmungsprozess ist komplex und erfolgt über viele Verarbeitungsschritte, die ggf. zu Wahrnehmungsstufen zusammengefasst werden können.
- (4) Die Verarbeitungsschritte und Stufen sind nicht eindeutig identifizierbar bzw. verifizierbar, da lediglich eine Ergebnismessung über den gesamten Prozess erfolgen kann.

³²⁰ Zimbardo (1992), S. 304

³²¹ Taylor (1982), S. 198 in Zimbardo (1992), S. 317

³²² Kahneman/Tversky (1982b), in Zimbardo (1992), S. 317

³²³ Zimbardo (1992), S. 319

³²⁴ Tversky/Kahneman (1974), S. 1127; Tversky/Kahneman (1973) in Zimbardo (1992) S. 320

³²⁵ Simon (1974)

³²⁶ Miller, G.A. (1956), in Simon (1974), S. 482

³²⁷ Mit Bits wird hier eine nicht näher definierte informationstechnische Einheit gemeint. Es könne sich nach Simon (p. 483) etwa um Wörter, Ziffern, Farben oder Formen handeln.

³²⁸ Simon (1974), S. 484

³²⁹ Simon (1974), S. 487

- (5) Die Genauigkeit der Wahrnehmung ist skalierbar und kann durch Informationen höherer Verarbeitungsebenen beeinflusst werden.
- (6) Zusammenhänge zwischen physikalischer Stimulation bzw. allgemeiner zwischen Umweltreizen und Reaktion bzw. subjektiver Wahrnehmung können prinzipiell quantitativ mit Hilfe der Methoden der Psychophysik analysiert werden. Dabei sind kleinste wahrgenommene Einheiten von besonderer Bedeutung.
- (7) Aufbauend auf dem Wahrnehmungsprozess kann die Entscheidungsfindung als Bestandteil des Denkens etwa durch das Auswählen zwischen Alternativen erfolgen. Dabei werden ggf. mentale Heuristiken verwandt.
- (8) Eine Wahrnehmungsheuristik ist das Chunk-Prinzip, nach dem die Kapazität des Kurzzeitgedächtnisses 5 (bis 7) Chunks beträgt.

4.1.2.5 Wahrnehmungsprozesse und Entscheidungsfindung für Zahlen

Die Wahrnehmung von Informationen ist an Wertpapiermärkten offensichtlich von erheblicher Bedeutung. Dabei werden Informationen wie „der letzte Preis“, „der Wert des Unternehmens“ und „die Marktaktivität“ typischerweise in numerischer Form ausgedrückt. Die Antwort von Marktteilnehmern auf die aktuelle Marktsituation wird ebenfalls numerisch in Form eines neu gestellten Preises gegeben.

Im Folgenden soll daher ein spezifischer Wahrnehmungsprozess mit Skalierungen für die numerische Wahrnehmung dargestellt werden, der insbesondere Ähnlichkeiten zu dem allgemeinen Ansatz von Zimbardo aufweist. Dabei tritt an die Stelle eines allgemeinen oder eines physikalischen Stimulus ein diffuser numerischer Stimulus. Für die einzelnen Verarbeitungsschritte gibt es dabei zwar Anhaltspunkte, eine exakte Nachweisbarkeit ist jedoch genau wie bei den allgemeinen wahrnehmungspsychologischen Ansätzen nicht möglich. Experimentelle Analysen geben allerdings Hinweise auf die Funktionsweise des Gesamtprozesses – sowohl für die allgemeine Wahrnehmung als auch für die numerische Wahrnehmung.

4.1.3 Die Prominenztheorie

4.1.3.1 Allgemeines

Einen Ansatz zur Erklärung der Bedeutung und Konstruktion der Preisfindung für bestimmte Zahlen liefert die Prominenztheorie³³⁰. Dieser Ansatz basiert auf der Idee der Existenz sogenannter „prominenter“ Zahlen, die erstmals von Schelling³³¹ erwähnt wurden. Die Prominenztheorie bietet ein Konzept für eine genauere Beschreibung der numerischen Prozesse, das hier zunächst vorgestellt und sodann erweitert werden soll. Die Prominenztheorie besagt, dass einige Zahlen für Personen kognitiv leichter zugänglich sind als andere und daher häufiger bei Antworten von Personen genannt werden³³².

Es wird dabei davon ausgegangen, dass numerische Antworten auf einem diffusen numerischen Signal basieren, das in einem Wahrnehmungsprozess verarbeitet wird, dessen Ergebnis der numerische Response ist.

4.1.3.2 Diffuse numerische Informationen und die Bandbreite plausibler Alternativen

Personen werden in alltäglichen Situationen häufig nach konkreten numerischen Antworten auf diffuse numerische Informationen befragt. Dies ist z.B. der Fall, wenn Personen etwa folgende Fragen

³³⁰ Albers/Albers (1983), Albers (1998a), Albers (1999)

³³¹ Schelling (1960), S. 162

³³² Albers (1998a)

gestellt werden: „Wie viele Einwohner hat Kairo?“ oder „Welches ist der richtige Preis für eine bestimmte Aktie?“. In beiden Beispielen kennt die Person eine *Bandbreite* plausibler Alternativen, die zwischen der niedrigsten und der höchsten plausiblen Alternative liegt. Die Größe der Bandbreite kann von Person zu Person variieren.

Diffuse numerische Information ist definiert als die Tatsache, die Bandbreite plausibler Antworten, aber nicht die exakte Zahl, zu kennen³³³.

Die beiden Konzepte der *Genauigkeitsauswahlregel* und des *Numerical Response Processes*, die im Rahmen der Prominenztheorie gleichwertig nebeneinander aufgeführt sind, bieten die Hilfsmittel, um den Wahrnehmungs- und Entscheidungsprozess bei diffusen numerischen Informationen exakter zu beschreiben.

4.1.3.3 Definitionen

Die am einfachsten zugänglichen Zahlen sind die prominenten Zahlen, die auch *Full Step Numbers* bezeichnet werden, sind die am leichtesten zugänglichen Zahlen. Diese Zahlen sind die Potenzen von 10, d.h. 10^z ($z \in \mathbb{Z}$), sowie deren Halbe ($5 \cdot 10^z$ ($z \in \mathbb{Z}$)) und Doppelte ($2 \cdot 10^z$ ($z \in \mathbb{Z}$)). Somit ist die *Menge der prominenten Zahlen* gegeben durch:

$$P = \{n \cdot 10^z | n \in \{1, 2, 5\}; z \in \mathbb{Z}\} = \{\dots, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, \dots\}$$

Alle Zahlen $d \in D$ ³³⁴ des Dezimalsystems lassen sich als gewichtete Summe prominenter Zahlen darstellen. Die *Darstellung einer Zahl* x ist:

$$x = \sum_{p \in P} a_p \cdot p; a_p \in \{-1, 0, 1\}$$

So lässt sich z.B. 17 darstellen als $20 - 5 + 2$.

Die *Genauigkeit der Darstellung* einer Zahl ist die kleinste prominente Zahl mit dem Koeffizienten $a_p \neq 0$. Im o.g. Beispiel ist die Genauigkeit der Darstellung somit 2. Je kleiner die prominente Zahl mit Koeffizient $a_p \neq 0$ desto *feiner* ist die Genauigkeit. Je größer die prominente Zahl mit Koeffizient $a_p \neq 0$ desto *größer* ist die Genauigkeit.

Da die Darstellung einer Zahl nicht eindeutig ist, ist die (*absolute*) *Genauigkeit* $g(x)$ einer Zahl x definiert als die größte Genauigkeit aller Darstellungen dieser Zahl.

Die *relative Genauigkeit* r einer Zahl x ist definiert als $r(x) = \frac{g(x)}{|x|}$, $x \neq 0$.

Eine Zahl hat ein *Niveau der Genauigkeit*, wenn deren Genauigkeit gleich oder größer als das Niveau ist.

Die *Genauigkeit eines Datensatzes* Γ ist die größte Genauigkeit, für die gilt: mindestens 80% der Daten haben die Genauigkeit Γ oder eine größere.³³⁵

Mengen von Zahlen gleicher Genauigkeit lassen sich mit Hilfe von *Skalen* beschreiben: Im Rahmen der linearen Wahrnehmung sei a die absolute Genauigkeit, welche die Wahrnehmungsschritte beschreibt. Eine *lineare Skala* $S(a)$ ist dann definiert als

$$S(a) := \{x \in D | g(x) \geq a\}.$$
³³⁶

Allgemeiner ist die *Skala vom Typ* $S(r, a)$ definiert als

³³³ zu Details siehe Albers (1997), Albers (1999)

³³⁴ D = Menge aller als Dezimalzahl darstellbaren Zahlen

³³⁵ gelegentlich wurde in Studien auch die Genauigkeit des Datensatzes auf Basis von 75% anstelle von 80% bestimmt.

³³⁶ Beispiel (siehe Albers (1997), Part II, S. 15): $S(10) = \{\dots, -100, -50, -20, -10, 0, 10, 20, 50, 100, \dots\}$

$$S(r, a) := \{x \in D \mid g(x) \geq a, r(x) \geq r\}.^{337}$$

Nachdem nun definiert ist, wie Zahlen und Antworten bezüglich ihrer Genauigkeit klassifiziert sind, stellt sich die Frage, wie Personen bestimmte Zahlen mit der zugehörigen Genauigkeit als numerischen Response auswählen.

4.1.3.4 Die Genauigkeitsauswahlregel

Gemäß der Darstellung der Prominenztheorie von Albers wird die „Spanne sinnvoller Alternativen“ durch den „besten“ und den „schlechtesten“ Fall begrenzt. Dann ergibt sich für die Auswahl geeigneter Alternativen nach Albers³³⁸:

Lineare Version der Genauigkeitsauswahlregel:

Die absolute Genauigkeit a einer numerischen Antwort wird so ausgewählt, dass sich mindestens 3, höchstens aber 5 Schritte der Skala $S(a)$ in der „Spanne sinnvoller Alternativen“ befinden.³³⁹

Die Anzahl von 3-5 Alternativen basiert auf dem oben dargestellten Chunk-Prinzip³⁴⁰ - der Eigenschaft (8) der allgemeinen Wahrnehmung. Sie ist dadurch bedingt, dass Individuen im Rahmen von Entscheidungsprozessen an die Grenzen ihrer mentalen Verarbeitungsfähigkeit stoßen. Das Kurzzeitgedächtnis ist für den Entscheidungsprozess von besonderer Relevanz, könne aber nur etwa 5 unterschiedliche Alternativen gleichzeitig verarbeiten³⁴¹. Albers kommt – ebenfalls basierend auf verschiedenen Experimenten- zumindest bei komplexeren Problemen zu der Auffassung, dass die Kapazität des Kurzzeitgedächtnisses etwas geringer sei – nämlich 3-5 Alternativen anstelle von 5-7 Chunks.

In empirischen Untersuchungen werden dabei in der Regel die jeweils äußeren 10% der Verteilung der Antworten vernachlässigt. Die restlichen 80% ergeben die Bandbreite plausibler Alternativen. Diese Regel wurde anhand diverser Experimente und empirischer Daten umfassend überprüft und bestätigt.³⁴²

Durch die Genauigkeitsauswahlregel wird die Bandbreite der 3-5 plausiblen Alternativen vorgegeben. Diese Alternativen liegen auf demselben Genauigkeitsniveau. Für die konkrete Anwendung des Konzeptes sind jedoch folgende Fragen noch nicht geklärt:

1. Wie bestimmt ein Individuum (a) das Genauigkeitsniveau der Alternativen und (b) die zum Intervall gehörigen Zahlen?
2. Welche konkrete Antwort wird aus den 3-5 Alternativen gewählt?

Die 1. Frage kann prinzipiell mit Hilfe der Genauigkeitsauswahlregel beantwortet werden.

Für die Beantwortung der 2. Frage sieht die Prominenztheorie grundsätzlich kein bestimmtes Konzept vor. Die Gründe für die Auswahl einer Alternative aus der Bandbreite können problem- bzw. rahmenbedingungsspezifisch sein. Dabei können möglicherweise weitere, nicht wahrnehmungsbedingte Faktoren oder einfach die Auswahl der Alternative mit der größten Genauigkeit eine Rolle spielen.

³³⁷ Beispiel (siehe Albers (1997), Part II, S. 15): $S(100\%, 10) = S(10)$ s.o.
 $S(5\%, 10)$

³³⁸ Albers (1997), Part II, S. 3

³³⁹ Anmerkung: Speziell für $a = 20$ (respektive $2 \cdot 10^z, z \in \mathbb{Z}$) ist $S(a)$ definiert als $S := \{0, 20 = 30, 50, 70 = 80, 100, 120, 130, \dots\}$, wobei Schritte wie $70=80$ entweder durch die Angabe von 70, durch 80 oder etwa durch 75 zum Ausdruck kommen können.

³⁴⁰ Simon (1974), S. 487

³⁴¹ Albers, foundations II, p. 11

³⁴² Albers (1998a), Part II, S. 3 ff.

4.1.3.5 Der „Numerical Response Process“ (NRP) für das Dezimalsystem

4.1.3.5.1.1 Prozessbeschreibung

Personen sind grundsätzlich in der Lage, zu beurteilen, ob eine Zahl näher zu einem gegebenen Signal oder Stimulus ist als eine andere. Dies ist jedoch nur bis zu einer bestimmten Grenze möglich. Der mentale Prozess der Findung einer numerischen Antwort auf einen gegebenen Stimulus (z.B. eine diffuse numerische Information) ist diskutiert in Albers³⁴³, wo auch der numerische Antwortprozess beschrieben ist.

Wie eine Person eine numerische Antwort bei gegebener diffuser numerischer Information findet, ist in folgendem Prozess für das Dezimalsystem modelliert:³⁴⁴

Algorithmus 4.1: Numerical Response Process

Numerical Response Process	
<i>Start:</i>	<i>Wähle eine hinreichend große prominente Zahl p Setze $x = 0$</i>
<i>Schritt:</i>	<i>Entscheide, ob das Signal näher an x oder näher an $x+p$ ist Wenn das Ergebnis näher an x ist, setze $p = +[p/2]$³⁴⁵ wiederhole Schritt Wenn das Ergebnis näher bei $x+p$ ist, setze $x = x+p$ setze $p = [-p/2]$ wiederhole Schritt</i>
<i>Ende:</i>	<i>Wenn keine Entscheidung zwischen x und $x+p$ mehr möglich ist, antworte $x+p/2$, ansonsten antworte x oder $x+p$</i>

Der Prozess lässt sich grafisch wie folgt darstellen (wobei s dem Signal entspricht):

³⁴³ Albers (1998a)

³⁴⁴ Albers (1998a), Part I, S. 7

³⁴⁵ Die Klammern zeigen an, dass der genaue Wert von p nicht $p/2$, sondern die nächste prominente Zahl bei $p/2$ ist, da das Halbieren einer prominenten Zahl nicht immer wiederum zu einer prominenten Zahl führt. Das gleiche gilt für $p = -p/2$.

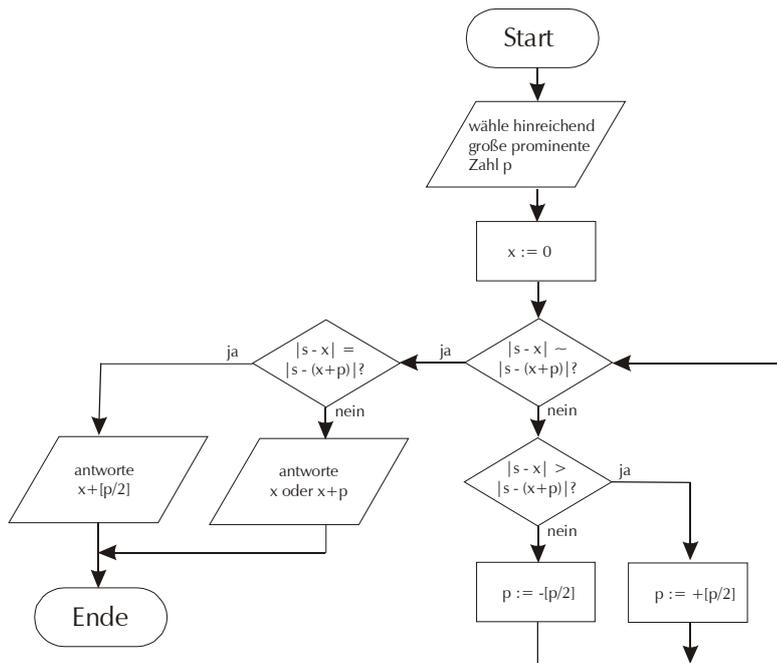


Abb. 4.3: Numerical Response Process

In der Schleife des Prozesses (hier „Schritt“ genannt), wird das Intervall, in dem die plausible Antwort liegt, durch die Bestimmung der Grenze, an der die Antwort näher liegt, halbiert. Die Schleife wird so oft wiederholt, bis die Genauigkeit die Grenze der Entscheidungsfähigkeit der Person erreicht hat. Diese Grenze wird durch den Grad der Genauigkeit, auf dem die Antwort gegeben wird, bestimmt.

Das Abbruchkriterium des Prozesses ist relativ unscharf geschildert. Es sind prinzipiell 3 Alternativen möglich, nämlich x , $x + \frac{p}{2}$ und $x + p$. Dabei wird allerdings entweder nur eine Antwort ($x + \frac{p}{2}$) oder eine von zwei möglichen Antworten (x oder $x + p$) gegeben. Wenn noch zwischen x und $x + p$ unterschieden werden kann wird letztlich nur ein weiterer Verfeinerungsschritt durchgeführt. Wenn jedoch nicht mehr zwischen x und $x + p$ unterschieden werden kann, entscheidet quasi entweder ein Zufallszug mit der gleichen Wahrscheinlichkeit für beide Antworten oder ein anderes hier nicht näher beschriebenes Kriterium³⁴⁶. Deshalb stehen am Ende dieses Prozesses nicht 3-5 Alternativen wie bei der Genauigkeitsauswahlregel.

4.1.3.5.2 Der Zahlengenerierungsbaum

Der Numerical Response Process funktioniert nach dem Prinzip der iterierten Halbierung. Bezieht man diesen allgemein auf Zahlensysteme, gelangt man im Rahmen des NRP-Konzeptes zum sogenannten Zahlengenerierungsbaum.

In Abhängigkeit von der Urteilsfähigkeit können unterschiedliche Grade der Genauigkeit erreicht werden. Wiederum in Abhängigkeit von der Genauigkeit sind einige Zahlen als Antworten möglich und andere nicht. Dies führt zu unterschiedlichen Häufigkeiten von Zahlen bei einer Antwort auf eine Frage auf Basis einer diffusen numerischen Information. In Abbildung 4.4a sind für das Intervall $[0,10]$ alle möglichen Halbierungen bis zu einem Genauigkeitsgrad von 1 dargestellt³⁴⁷. In der Abbildung sind „+“ und „-“ zu den Zahlen hinzugefügt (z.B. „2+“ und „2-“). „+“ bedeutet, dass diese Zahl die untere Grenze eines Intervalls, das durch Halbierung entstanden ist, darstellt. „-“ kennzeichnet entsprechend die obere Grenze. Alle Zahlen mit einem höheren Genauigkeitsgrad sind leichter zugänglich.

³⁴⁶ zur Alternativenauswahl im Kapitalmarktkontext siehe auch Kapitel 8.3.4

³⁴⁷ Vogt/Albers (1992), S. 10

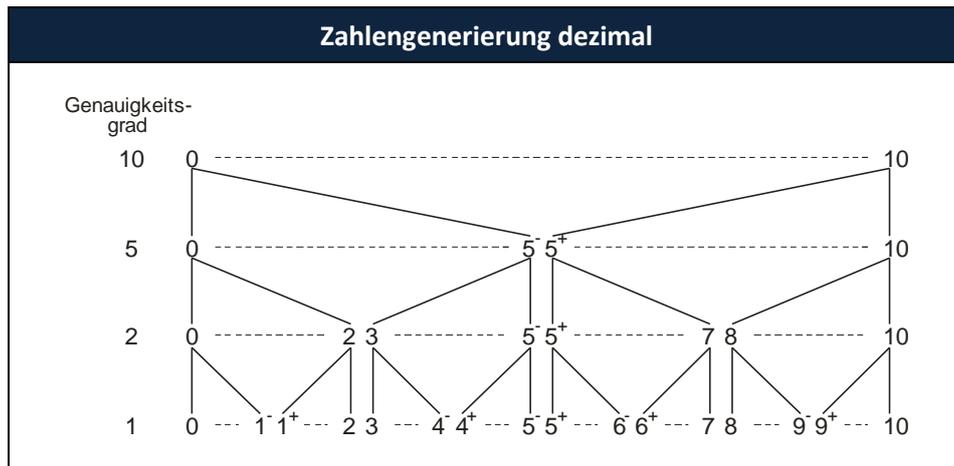


Abb. 4.4: Zahlengenerierungsbaum Dezimalsystem

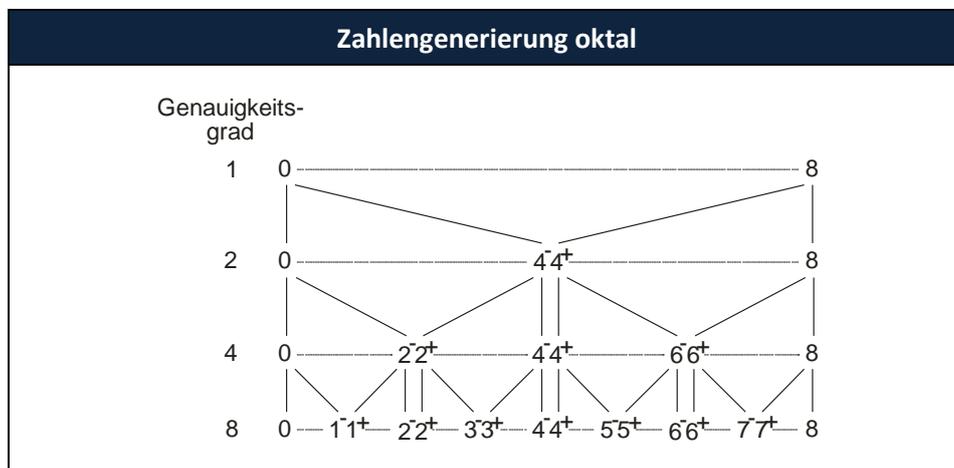


Abb. 4.5: Zahlengenerierungsbaum Oktalsystem

In Abbildung 4.6 ist derselbe Prozess für Achtel dargestellt. Im Oktalsystem sind die prominenten Zahlen zwischen 1 und 8: 1, 2, 4, 8. Dies sind allgemein die Potenzen von 8, sowie deren Doppelte und Hälften. Im Oktalsystem ist der Prozess einfacher als im Dezimalsystem, da die Halbierung einer prominenten Zahl wiederum direkt zu einer prominenten Zahl führt. Rundungen sind nicht erforderlich. In der Abbildung sind die sich ergebenden Zahlen mit dem Divisor 8 dargestellt. Dies liefert den NRP für die Wahrnehmung von Achteln bzw. in weiterer Fortführung von Sechzehnteln.

4.1.3.5.3 Anwendungen

Der Zahlengenerierungsbaum ist für die Darstellung von Zahlen und insbesondere von Preisen von besonderer Bedeutung. Die fortlaufende Verfeinerung grober Zahlen führt zu einer NRP-spezifischen Verteilung der Endziffern von numerischen Antworten. Individuen konzentrieren sich auf die feinsten wahrgenommenen Einheiten, die die Genauigkeit der Antwort bestimmen.

Dies wird bei der Bestimmung von Endverbraucherpreisen ausgenutzt, da durch eine feinere Preissetzung als bei der kleinsten wahrgenommenen Einheit günstigere Preise suggeriert werden³⁴⁸. Hierbei wird insbesondere ausgenutzt, dass die kleinste mögliche Preissetzungseinheit (z.B. in Europa 1 Euro-Cent) feiner als die kleinste wahrgenommene Einheit ist und somit keine Verfeinerung von Antworten bis hin zur kleinsten möglichen Preiseinheit erfolgt.

Die an Börsen notierten Preise sind jedoch nicht mit Endverbraucherpreisen vergleichbar, da die Teilnehmer i.d.R. sowohl Käufer als auch Verkäufer sind und somit die Wahrnehmungsgenauigkeit auf beiden Seiten prinzipiell gleich ist. An Börsen wird die kleinste mögliche Preissetzungseinheit durch die sogenannte Tick Size bestimmt. Die Tick Size beträgt etwa bei XETRA derzeit 1 Euro-Cent, während sie an der NYSE bis 2002 1 Sechzehntel-Dollar betrug. Die kleinste wahrgenommene Einheit kann zwar auch wesentlich größer als die Tick Size sein, ist es aber in der Mehrzahl der Fälle nicht.

Durch die Interpretation des Prozesses der Preisfindung bei einer Aktie als ein Antworten im Falle von diffuser numerischer Information, ist es einsichtig, warum gerade Achtel bzw. Sechzehntel häufiger auftreten, als ungerade: sie sind leichter zugänglich. Das bedeutet, dass weniger Verfeinerungsschritte notwendig sind, um etwa die geraden Achtel zu erreichen³⁴⁹.

4.1.4 Der erweiterte Numerical Response Process (eNRP)

4.1.4.1 Allgemeines

Als Ausgangspunkt für ein mögliches Konzept der Beschreibung von wahrnehmungsbasierten Marktmechanismen an Börsen wird im Folgenden versucht, die in der Prominenztheorie dargestellten Teilaspekte basierend auf den Überlegungen Spengler/Vogt³⁵⁰ zu ergänzen und zu einem einheitlichen Preisbildungsprozess zu integrieren. Dabei soll auch der Bezug zu den oben genannten Eigenschaften von allgemeinen Wahrnehmungsprozessen hergestellt werden.

4.1.4.2 Probleme des NRP

Der oben dargestellte Numerical Response Process weist folgende Problematik auf:

1. Es wird davon ausgegangen, dass sich „äußere Grenzen“ (im dargestellten Beispiel $x=0$ und eine hinreichend große prominente Zahl p) exakt beziffern lassen. Ansonsten ist eine iterierte Halbierung nicht möglich.
2. Der Prozess liefert als Ergebnis in letzter Konsequenz genau eine Zahl – und somit nicht direkt einen Bereich möglicher Alternativen:
 - Falls sich x und $x + p$ nicht mehr unterscheiden lassen, wird exakt $x + \frac{p}{2}$ geantwortet.
 - Ist jedoch noch eine weitere Unterscheidung möglich, wird entweder x oder $x + p$ geantwortet. Ein exaktes Kriterium, welche der beiden Zahlen gewählt wird, ist nicht beschrieben. Daher könnte davon ausgegangen werden, dass die Zahl, die näher am Signal liegt gewählt wird. Dann wäre jedoch noch ein weiterer Iterationsschritt möglich. Dieser wiederum würde in einer exakten Zahl, die exakt dem Signal entspricht, münden.

Welcher Bereich von relevanten Alternativen dann allerdings in Frage kommt, kann nicht mehr direkt spezifiziert werden, da die konkrete Antwort aus verschiedenen Alternativenbereichen

³⁴⁸ Angenommen die kleinste wahrgenommene Einheit sei 1,00 EUR. Dann wird durch eine Retail-Preissetzung von 3,99 EUR anstelle von 4,00 EUR ein erheblich günstigerer Preis suggeriert, da auf der Stelle der kleinsten wahrgenommenen Einheit nun eine 3 anstelle einer 4 steht.

³⁴⁹ siehe auch Abb. 4.5: Zahlengenerierungsbaum Oktalsystem

³⁵⁰ Spengler/Vogt (2008)

stammen kann. Beispiel: Die Antwort 62 weist eine absolute Genauigkeit von 2 auf. Sie kann etwa aus folgenden Bereichen relevanter Alternativen entnommen werden: (62, 65, 68, 70, 72) oder (60, 62, 65, 68, 70) oder (58, 60, 62, 65, 68) oder (55, 58, 60, 62, 65) oder (52, 55, 58, 60, 62). Mithin lässt sich das Abbruchkriterium nicht direkt über die Genauigkeitsauswahlregel spezifizieren.

- Die exakte Angabe einer Zahl als Ergebnis und der Vergleich der Zwischenergebnisse mit dem Signal setzt wiederum voraus, dass das diffuse Signal exakt als eine (eindimensionale) Zahl beschrieben werden kann. Dann kann allerdings nicht mehr davon ausgegangen werden, dass das Signal diffus ist.

4.1.4.3 Erweiterung

4.1.4.3.1 Allgemeines

Aufgrund der o.g. dargestellten Problematik sollen nunmehr der erweiterte Numerical Response Process (eNRP) mit seinen einzelnen Komponenten (Signal, Wahrnehmungsfunktion und Antwortfunktion) beschrieben werden. Dabei werden in der Antwortfunktion die Konzepte aus der Prominenztheorie - insbesondere der NRP und die Genauigkeitsauswahlregel - unter Beibehaltung des Zahlengenerierungsbaumes kombiniert.

4.1.4.3.2 Der Wahrnehmungs- und Antwortprozess

4.1.4.3.2.1 Anwendungsbereiche

Numerische Wahrnehmungs- und Antwortprozesse sind immer dann von besonderer Relevanz, wenn Individuen keine exakten Informationen bzw. kein exaktes Wissen über ein numerisch bezifferbares Ergebnis vorliegen. Es handelt sich somit bei dem Prozess um eine Abschätzung auf der Basis unscharfer Informationen. Als Beispiele nennen Spengler/Vogt³⁵¹ die Fragen nach erwartetem zukünftigem Einkommen oder der Höhe der wahrgenommenen Preise von Eigentumswohnungen.

4.1.4.3.2.2 Der allgemeine Wahrnehmungs- und Antwortprozess

Der allgemeine numerische Wahrnehmungs- und Antwortprozess kann wie folgt beschrieben werden³⁵²:

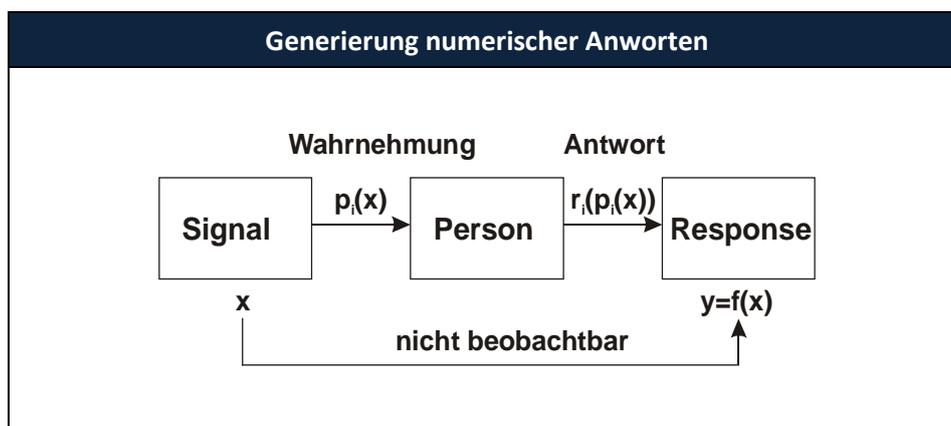


Abb. 4.6: Schema der Generierung numerischer Antworten

³⁵¹ Spengler/Vogt (2008), S. 19

³⁵² Spengler/Vogt (2008), S. 21 und 29 f.

Es existiert ein Signal X , das zumindest partiell beobachtbar und prinzipiell auf einer metrischen Skala messbar ist.

Insbesondere in ökonomischen Anwendungen müssen Individuen ihre Einschätzung des Signals in Form einer numerischen Antwort Y wiedergeben. Diese Antwort bzw. Einschätzung der Individuen ist wiederum häufig eine Inputvariable für ökonomische (Optimierungs-) Modelle. Insofern ist eine Einschätzung der Verlässlichkeit und Exaktheit solcher Daten von erheblicher Relevanz.

Es besteht nunmehr die Problematik, dass sich die Antwort Y nicht unmittelbar als Funktion des Signals X - also $Y = f(X)$ - darstellen lässt. Ursache hierfür ist einerseits die individuell unterschiedliche und mehrstufige Verarbeitung des Signals durch die Individuen und andererseits die Tatsache, dass das bei der Generierung der numerischen Antwort berücksichtigte Signal nicht exakt bekannt ist.

Der hier beschriebene Wahrnehmungsprozess besteht aus 2 Schritten, die durch die Wahrnehmungsfunktion und die Antwortfunktion beschrieben werden:

- (1) In einem ersten Schritt wird das Signal von einer Person wahrgenommen. Die Beschreibung der Wahrnehmung kann mit Hilfe einer Wahrnehmungsfunktion $p(x)$ erfolgen. Durch diese Wahrnehmungsfunktion wird u.a. bewirkt, dass das prinzipiell eindeutig messbare Signal - auch aufgrund der möglichen Signalkomplexität - als diffus wahrgenommen wird.
- (2) In einem zweiten Schritt wird nun aus dem diffus wahrgenommenen Signal eine numerische Antwort mit Hilfe einer Antwortfunktion $r(\cdot)$ - also hier $r(p(x))$ - generiert. Das Individuum antwortet eine eindeutige Zahl.

Nach Spengler/Vogt ergibt sich somit als wesentliche Frage, ob $f(x)$ angemessen durch die somit beschriebene Antwortfunktion $r(p(x))$ geschätzt werden kann³⁵³.

Der wesentliche Unterschied zwischen $f(x)$ und $r(p(x))$ besteht darin, dass Antworten von $f(x)$ als metrisch angenommen werden können, während $r(p(x))$ jeweils ein Intervall relevanter Alternativen generiert³⁵⁴. Da die relevanten Alternativen alle das gleiche Intervall charakterisieren, sind sie gleichwertig, weshalb die Antwort aus $r(p(x))$ nicht als metrisch angesehen werden kann.

4.1.4.3.2.3 Detaillierungen

Es ergeben sich folgende Fragen, für die im Folgenden eine mögliche Erklärung beschrieben werden soll:

- (1) Wie kann das ursprüngliche *Signal* X charakterisiert werden?
- (2) Wie kann die Wahrnehmungsfunktion beschrieben werden?

Wie sich zeigen wird, ist die genaue Beschreibung der Wahrnehmungsfunktion für die Beschreibung des Antwortprozesses nicht zwingend erforderlich. Es ist lediglich wichtig, dass das Ergebnis eine diffuse Signalwahrnehmung ist.

- (3) Wie kann die Antwortfunktion beschrieben werden?

Hierzu ist im Folgenden ein mentaler Prozess dargestellt, der sich ausgehend von der Wahrnehmung des Signals wie folgt beschreiben lässt bzw. aus folgenden Komponenten zusammengesetzt ist:

1. Numerical Response Prozesses auf Basis des Zahlengenerierungsbaumes

Mit Hilfe des Prozesses werden mögliche Antwort-Alternativen generiert.

³⁵³ Spengler/Vogt (2008), S. 21

³⁵⁴ Spengler/Vogt (2008), S. 29

2. Genauigkeitsauswahlregel

Mit Hilfe dieser heuristischen Regel wird bestimmt, wann der NRP stoppt und welcher Bereich relevanter Alternativen somit zur Verfügung steht.

3. Auswahl der Antwort

Hier werden mögliche Kriterien für die Auswahl einer Antwort aus dem Bereich relevanter Alternativen diskutiert.

4.1.4.3.3 eNRP-Komponente 1: Das Signal X

Bei der Betrachtung der o.g. Beispiele (Fragen nach erwartetem zukünftigem Einkommen oder der Höhe der wahrgenommenen Preise von Eigentumswohnungen) wird deutlich, dass die Antworten auf die Fragen auf unterschiedlichsten individuellen Informationen basieren müssen. So kann die Höhe der wahrgenommenen Quadratmeterpreise von Eigentumswohnungen etwa abhängig sein von Preis-Informationen von Bekannten, einzelnen Zeitungsanzeigen, offiziellen Statistiken oder Informationen über die Lage.

Dies entspricht den *Eigenschaften (1) + (2) der allgemeinen Wahrnehmung*: (Umwelt-) Informationen sind mithin auch der Input für den numerischen Wahrnehmungsprozess (Eigenschaft (1)), wobei die Informationen hier konkret numerischer Natur sind. Auch diese Informationen werden über die Sinne erfasst (insbesondere Sehen, aber auch Hören) (Eigenschaft (2)).

Annahme 4.1: Verfügbarkeit von Informationen

Im Folgenden wird vereinfachend angenommen, dass alle im Zusammenhang mit der Fragestellung relevanten Informationen auch allen Personen zur Verfügung stehen und somit von einer schwachen Informationseffizienz ausgegangen werden kann³⁵⁵.

Annahme 4.2: Numerische Darstellung von Informationen

Jede der Informationen ist Bestandteil des mehrdimensionalen Signals und ließe sich „objektiv“ auf einer geeigneten Skala exakt darstellen. Wir gehen im Folgenden davon aus, dass jede Information exakt numerisch beschreibbar ist.

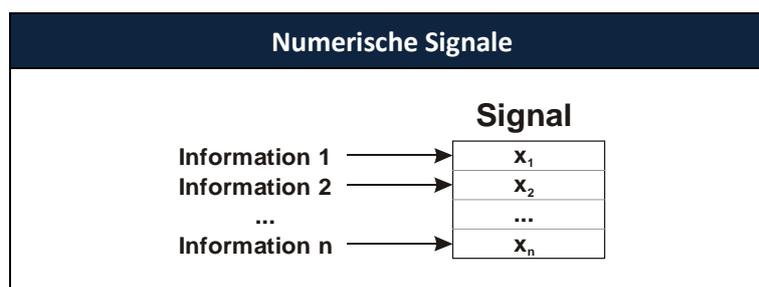


Abb. 4.7: Informationen und numerische Signale

Das Signal kann somit definiert werden als $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$, wobei x_i die Ausprägung der Information i darstellt. Es ist mithin eindeutig für alle Personen gleich beschreibbar. Das Signal kann u.U. zeitabhängig sein, da sich einzelne Informationen im Zeitablauf ändern können. Eine Verschiebung einzelner Informationen aus dem Signal kann zu einer anderen Antwort im Gesamtprozess führen.

³⁵⁵ siehe auch Annahme 3.5

4.1.4.3.4 eNRP-Komponente 2: Die Wahrnehmungsfunktion $p(x)$

Aus allen zur Verfügung stehenden relevanten Informationen, die im Signal X zusammengefasst sind, müssen die Personen eine aggregierte Information als Basis für den Antwortprozess bilden. Wir nehmen an, dass diese Aggregation mit Hilfe der individuellen Wahrnehmungsfunktion $p^j(x)$ von Person j erfolgt.

Der genaue Mechanismus dieser Wahrnehmungsfunktion ist noch nicht näher analysiert worden. Die Wahrnehmungsfunktion soll jedoch folgende Aufgaben erfüllen: Gewichtung/Selektion, subjektive Bewertung und Aggregation der im Signal enthaltenen Informationen zu einem wahrgenommenen Signal. Hierbei können also auch einzelne Informationen, die (zunächst) nicht als wichtig erachtet werden, teilweise oder komplett ausgeblendet werden.

Somit kann auch hier davon ausgegangen werden, dass viele Verarbeitungsschritte, die jedoch nicht einzeln identifiziert werden können, quasi bereits in der Wahrnehmungsfunktion zusammengefasst sind. Dies entspricht den Eigenschaften (3) und (4) der allgemeinen Wahrnehmungsprozesse. Ferner folgt aus der bewussten oder unbewussten Auswahl einzelner Informationen die Skalierbarkeit der Wahrnehmungsgenauigkeit gemäß Eigenschaft (5) der allgemeinen Wahrnehmungsprozesse. D.h. prinzipiell: je mehr Informationen in den Wahrnehmungs- und Antwortprozess einfließen, desto genauer kann die numerische Antwort sein.

Da der Mechanismus nicht bekannt ist, soll angenommen werden, dass das Ergebnis - also das wahrgenommene Signal - eine zusammengefasste diffuse Information ist, die als ein numerisches, aber unscharfes Intervall modelliert werden soll. Je breiter dieses Intervall - also die wahrgenommene Information - ist, desto größer ist die Unsicherheit bzw. Unschärfe der Signalwahrnehmung.

Die Wahrnehmungsfunktion ist individuell, d.h. für verschiedene Personen unterschiedlich. Die Funktion kann prinzipiell auch zeitabhängig sein, d.h. zum Beispiel, dass Personen zu unterschiedlichen Zeitpunkten eine unterschiedliche Gewichtung der Informationen im Ausgangssignal vornehmen und somit mehr oder weniger Informationen berücksichtigen können.

So wird aus dem ursprünglich exakten mehrdimensionalen Signal ein diffuses wahrgenommenes Signal generiert.

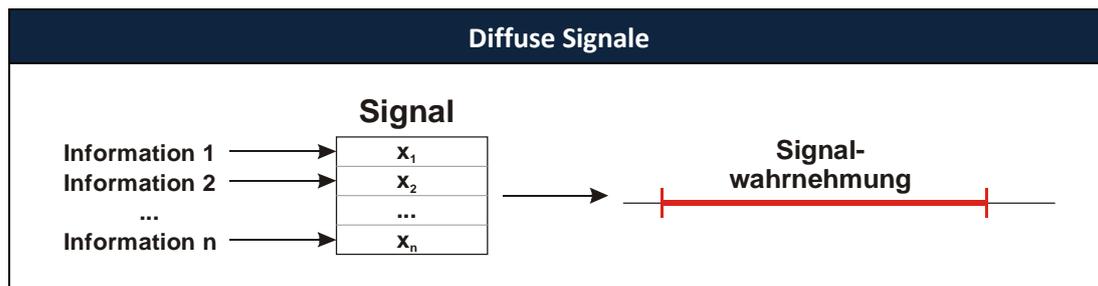


Abb. 4.8: Generierung eines diffusen Signals

Bei dieser Betrachtung ist die exakte Bezifferung der Signalgrenzen nicht erforderlich, wie im Folgenden zu sehen ist. Diese ist auch deshalb nicht möglich, da die Grenzen selbst als unsicher anzusehen sind³⁵⁶.

4.1.4.3.5 eNRP-Komponente 3: Die Response-Funktion $r(p(x))$

Das Ergebnis des ersten Teils des Wahrnehmungsprozesses ist eine mit Hilfe der Wahrnehmungsfunktion generierte diffuse Signalwahrnehmung. Mit Hilfe der Response-Funktion, die den 2. Teil des

³⁵⁶ Spengler/Vogt (2008), S. 20

numerischen Wahrnehmungsprozesses bildet, soll aus der diffusen Signalwahrnehmung eine Bandbreite von Alternativen generiert werden, die als mögliche Antworten in Frage kommen.

Ziel

Es ist nun das *Ziel* des im Folgenden dargestellten mentalen eNRP, die Bandbreite der 3-5 Alternativen nach der Genauigkeitsauswahlregel bzw. genauer gesagt die Genauigkeit dieser Alternativen zu bestimmen. Es ist auch hier nicht das Ziel, aus der numerischen Antwort bzw. dem Bereich relevanter Alternativen einen Rückschluss auf das ursprüngliche Signal durchzuführen³⁵⁷.

Annahme 4.3: Wahrnehmung von Alternativen im Signalbereich

Die Person muss entscheiden können, ob sich eine in Erwägung gezogene Alternative im Signalbereich befindet oder nicht bzw. welche von zwei außerhalb des Signalbereichs liegenden Alternativen auf gleichem Genauigkeitsniveau näher am Signalbereich liegt. Dazu ist zunächst keine exakte numerische Entscheidung erforderlich, sondern lediglich der „Eindruck“ bzw. die emotionale Reaktion, ob die Alternative „passen“ könnte.³⁵⁸

Die Idee

eNRP-Komponente 3a: Der Zahlengenerierungsprozess

Die Person wählt zunächst eine bestimmte Zahl aus, die subjektiv im oder relativ nahe am Signalbereich liegt. Diese erste Zahl muss eine Zahl sein, die am leichtesten mental zugänglich ist. Sie muss daher ein hinreichend grobes Genauigkeitsniveau besitzen. Sofern sich die ausgewählte Zahl im Signalbereich befindet, ist sie folglich die erste gefundene Alternative in der Bandbreite möglicher Alternativen.

In einem 2. Schritt werden nun weitere mögliche Alternativen dadurch mental generiert, dass die Genauigkeit der Antwort um zunächst eine Stufe verfeinert wird. Dies funktioniert nach dem Prinzip des Zahlengenerierungsbaumes.

eNRP-Komponente 3b: Die Genauigkeitsauswahlregel

Befinden sich nunmehr 3-5 Alternativen im Signalbereich, bricht der eNRP ab. Die Zielgenauigkeit ist gefunden.

Sollten sich hingegen nicht genügend Alternativen im Signalbereich befinden, wird in einem 3. Schritt die Genauigkeit weiter verfeinert. Die Verfeinerung wird fortgesetzt, bis sich letztlich 3-5 Alternativen gemäß der Genauigkeitsauswahlregel im Signalbereich befinden.

Hier werden wiederum verschiedene Verarbeitungsschritte zusammengefasst, die einzeln nicht eindeutig identifizierbar sind. Dies entspricht somit ebenfalls den Eigenschaften (3) und (4) der allgemeinen Wahrnehmungsprozesse.

Beispiel

Die Funktionsweise soll anhand des folgenden Beispiels veranschaulicht werden:

³⁵⁷ siehe auch Spengler/Vogt (2008), S.18

³⁵⁸ Albers (1998a), Part III, S. 4

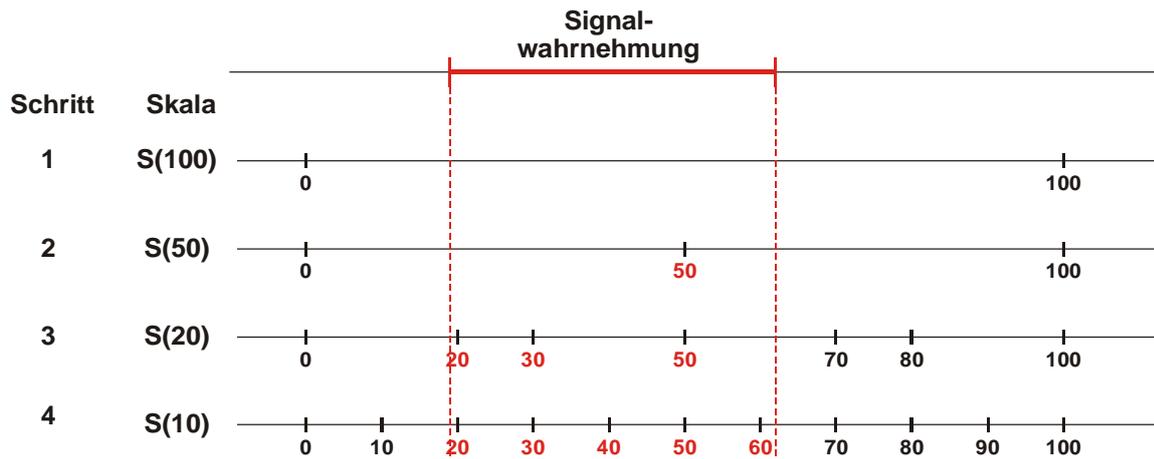


Abb. 4.9: Zahlengenerierungsprozess

- Der Signalbereich sei durch eine Verteilung gegeben. Die Schwellenwerte für die Ablehnung einer Alternative liegen hier bei etwa 19 und 63. Die Bestimmung/exakte Kenntnis dieser Schwellenwerte ist jedoch nicht erforderlich.
- Als größte Alternative im oder relativ nahe am Signalbereich wird 100 identifiziert. Auf diesem Genauigkeitsniveau liegt jedoch keine Alternative im Signalbereich.
- Die Genauigkeit wird um eine Stufe erhöht. Nun liegt mit 50 die erste Alternative im Signalbereich.
- Die Genauigkeit wird weiter erhöht, so dass als nächstes auch 20=30 im Signalbereich liegt und somit als 2. Alternative identifiziert ist.
- Durch eine weitere Erhöhung der Genauigkeit erhält man die zusätzlichen Alternativen 40 und 60.
- Da eine weitere Verfeinerung hier nicht möglich ist (danach lägen mehr als 5 Alternativen im Signalbereich), stoppt der Prozess an dieser Stelle.
- Die absolute Genauigkeit der Alternativen im relevanten Bereich beträgt somit 10.
- Eine der Alternativen wird als Antwort genannt.

Für die Durchführung des Prozesses ist die genaue Kenntnis der Signalränder mithin nicht zwingend erforderlich. Die subjektive diffuse Wahrnehmung entscheidet letztlich, ob eine neue Alternative noch im Signalbereich oder schon außerhalb liegt.

Algorithmus 4.2: eNRP

Der eNRP lässt also in Anlehnung an den NRP kurz wie folgt beschreiben:

eNRP	
<i>Start:</i>	<i>Wähle eine hinreichend grobe prominente Zahl p in der Nähe des oder im Signalbereich</i> <i>Bestimme deren absolute Genauigkeit a</i>
<i>Schritt:</i>	<i>Entscheide, ob sich bereits 3-5 Alternativen mit der Genauigkeit a im Signalbereich befinden</i> <i>Falls nicht: erhöhe a um eine Stufe</i> <i>wiederhole Schritt</i>
<i>Ende:</i>	<i>Wenn sich hinreichend viele Alternativen (3-5) mit der Genauigkeit a im Signalbereich befinden:</i> <i>Antworte eine der Alternativen</i>

Die Vorgehensweise des eNRP kann dahingehend interpretiert werden, dass ein Individuum versucht, eine möglichst genaue Antwort zur Beschreibung des Signals zu geben. Deswegen werden solange mehr Alternativen nach dem oben beschriebenen Prozess in die Überlegungen mit einbezogen, bis das Individuum an die Grenzen seiner mentalen Verarbeitungsfähigkeit stößt³⁵⁹.

Anmerkungen:

- Im ersten Schritt (Start) wird exakt eine möglichst grobe Alternative ausgewählt, da zwischen 2 Alternativen des gleichen Genauigkeitsniveaus immer eine Alternative mit einem größeren Genauigkeitsniveau gefunden werden kann.
- Mit jedem Schritt werden entsprechend der Verfeinerung aus dem Entscheidungsbaum und der Übereinstimmung mit dem Signalbereich weitere Alternativen in Erwägung gezogen: Wenn beim ersten Schritt nur eine Alternative im Signalbereich liegt, können im 2. Schritt maximal 2 neue Alternativen hinzugefügt werden: Gemäß Entscheidungsbaum wird nämlich auf jeder Seite der 1. Alternative jeweils eine weitere Alternative eingefügt. Falls jedoch eine der neuen Alternativen oder beide nicht im Signalbereich liegen, wird nur eine oder keine neue Alternative einbezogen. Wenn bei einem weiteren Schritt bereits 2 Alternativen berücksichtigt wurden, können im nächsten Schritt maximal 3 neue Alternativen hinzugefügt werden: Gemäß Entscheidungsbaum wird in jedem Fall zwischen den ersten beiden Alternativen eine weitere (feinere) eingefügt. Ob jeweils außerhalb der ersten beiden Alternativen rechts und links noch eine weitere hinzugefügt wird, ist wiederum abhängig von den Grenzen.
- Allgemein lässt sich festhalten, dass wenn im Schritt n insgesamt x Alternativen berücksichtigt wurden, im Schritt $n + 1$ mindestens $x - 1$ und maximal $x + 1$ Alternativen hinzukommen können und somit nach dem Schritt zwischen $2x - 1$ und $2x + 1$ Alternativen zur Verfügung stehen. Es ergibt sich folglich, dass nach einem Schritt folgende Anzahlen von Alternativen zur Verfügung stehen können:

³⁵⁹ Spengler/Vogt (2008), S. 23

Anzahl Alternativen vor dem Schritt	Minimale Anzahl Alternativen nach dem Schritt	Maximale Anzahl Alternativen nach dem Schritt	Mögliche Anzahl Alternativen bei Abbruch	Fortführung trotz Erreichen von 3-5 Alternativen möglich?
1	1	3	3	Ja
2	3	5	3, 4, 5	Ja
3	5	7	5	Nein
4	7	9	-	Nein

Tab. 4.2: Anzahl Alternativen

- Der Prozess wird gemäß Genauigkeitsauswahlregel nach Erreichen von 3-5 Alternativen abgebrochen. Aus obiger Tabelle geht dabei u.a. hervor, dass der Prozess in jedem Fall abgebrochen wird, wenn exakt 4 oder 5 Alternativen gefunden wurden. Falls erst 3 Alternativen gefunden wurden, ist eine Fortsetzung möglich, aber nicht zwingend erforderlich, da eine Erweiterung auf maximal 5 Alternativen möglich ist. Bei dem Versuch einer weiteren Verfeinerung würde die Alternativenanzahl 5 überschreiten und somit die Grenze der mentalen Verarbeitungsmöglichkeiten sprengen.
- Ob eine Fortsetzung des Prozesses erfolgt, wenn bereits 3 Alternativen gefunden wurden, ist letztlich abhängig von der Genauigkeitspräferenz des Individuums.

Fazit:

- Das Signal ist diffus und nicht als exakte Zahl beschrieben.
- Die äußeren Grenzen müssen nicht exakt bekannt sein, da sie in diesem Konzept gar nicht erforderlich sind.
- Der Prozess liefert bis hierher alle relevanten Alternativen und nicht nur eine Zahl als Response.

4.1.4.3.6 eNRP-Komponente 4: Auswahl der Antwort

4.1.4.3.6.1 Die Antwort als Repräsentant für ein Intervall

Als Ergebnis des gesamten Antwort-Prozesses wird genau eine Zahl genannt, die aus dem Bereich relevanter Alternativen stammt. Zwar wäre grundsätzlich auch die Nennung eines Intervalls als Antwort möglich, was jedoch i.d.R. in alltäglichen Situationen nicht hilfreich erscheint. Insbesondere bei Preisverhandlungen müssen konkrete Preise und nicht Intervalle genannt werden.

Der Bereich relevanter Alternativen ist jedoch ein Intervall von auf der gegebenen Skala äquidistanten Alternativen. Alle Alternativen sind gleichberechtigt³⁶⁰. Welche der Alternativen aus diesem Intervall gewählt wird, wird durch den dargestellten Prozess nicht bestimmt.

Die geantwortete Zahl kann als Repräsentant für ein Intervall –nämlich den Bereich relevanter Alternativen- angesehen werden.

Es stellt sich somit die Frage, welche Zahl als Repräsentant gewählt wird. Dabei ist zu berücksichtigen, dass als Ergebnis des eNRP zwar Alternativen generiert werden, diese Alternativen aber nicht explizit mental in Zahlen umgesetzt werden müssen.

³⁶⁰ Spengler/Vogt (2008), S. 29

4.1.4.3.6.2 Auswahlmechanismus für die Antwort

Der Mechanismus für die Auswahl der Antwort ist bisher noch nicht geklärt und bietet Spielraum für weitere Analysen. Folgende Überlegungen können als grobe Beschreibung der Rahmenbedingungen dienen.

Die Auswahl der Antwort kann von verschiedenen Faktoren abhängig sein. Im Allgemeinen können etwa der Kontext, der Einfluss früherer Priorisierungen, weitere Heuristiken oder frühere Informationsverarbeitungen eine Auswirkung auf numerische Antworten haben³⁶¹. Neben diesen allgemeinen Faktoren können u.a. folgende Faktoren bzw. Heuristiken bei der konkreten Auswahl eines Repräsentanten aus dem Bereich relevanter Alternativen eine Rolle spielen:

- Auswahl der größten Alternative als Repräsentant
- Auswahl der ungefähren Intervallmitte
- Auswahl nach strategischen Überlegungen
- Auswahl nach anderweitigen Vorteilsüberlegungen
- Auswahl auf Basis von „angeborenen Verhaltensweisen“
- Auswahl auf Basis von vorherigen Entscheidungen/Erfahrungen

Die Entscheidungsfindung kann Bestandteil des Denkens sein und eben durch die Auswahl zwischen den generierten Alternativen erfolgen. Somit kann an dieser Stelle die Eigenschaft (7) der allgemeinen Wahrnehmungsprozesse zum Tragen kommen. Die Auswahl könnte prinzipiell jedoch auch rein zufällig erfolgen.

Es erscheint plausibel, dass die Faktoren der Auswahl und deren Einfluss individuell unterschiedlich sind. Es ist durchaus möglich, dass bei wiederholter gleichartiger Befragung derselben Person nicht alle Alternativen im Bereich relevanter Alternativen gleichhäufig oder überhaupt genannt werden – etwa, weil sich die Person an eine vorherige Antwort erinnern kann und das Ergebnis reproduziert.

Annahme 4.4: Gleichverteilung von Antworten

Es soll jedoch im Folgenden davon ausgegangen werden, dass bei einer Analyse mit mehreren Personen alle Alternativen im Bereich gleichhäufig genannt werden – allerdings ohne voraus zu setzen, dass dies auf einem Zufallsmechanismus beruht. Der Einfachheit halber kann jedoch ein Zufallsmechanismus hilfsweise angenommen werden bis eine eindeutigere Beschreibung des Auswahlmechanismus zur Verfügung steht.

4.1.4.3.6.3 Rückschlüsse vom Repräsentanten auf das Intervall

Die geantwortete Zahl kann - wie bereits beschrieben - als Repräsentant für ein Intervall - nämlich den Bereich relevanter Alternativen - angesehen werden. Insofern enthält diese einzelne Zahl prinzipiell folgende Informationen³⁶²:

(1) Position des Intervalls

Die grundsätzliche Position des Intervalls wird direkt durch die Antwort bezeichnet. Die Antwort kann im Extremfall die rechte (größte) Alternative 1a oder die linke (kleinste) Alternative (1b) im Intervall sein. Insofern kann die Antwort mehreren unterschiedlichen Intervallen entstammen von denen (1a-5a) das kleinste und (1b-5b) das größte ist.

³⁶¹ Spengler/Vogt (2008), S. 18

³⁶² Spengler/Vogt (2008), S. 29f.

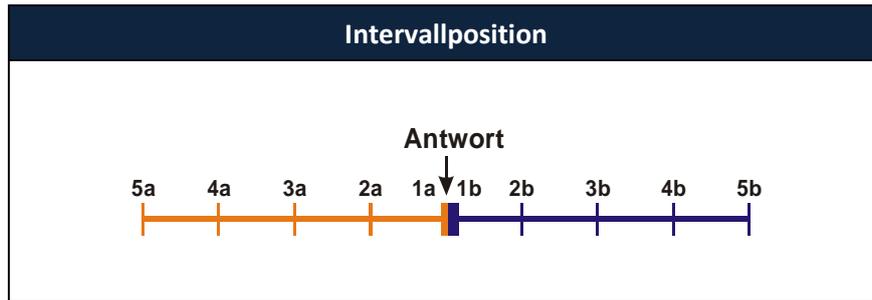


Abb. 4.10: Intervallposition

Zur Erläuterung soll nochmals obiges Beispiel dienen: Die Antwort 62 weist eine absolute Genauigkeit von 2 auf. Sie kann bei einem Genauigkeitsniveau aus folgenden Bereichen relevanter Alternativen entnommen werden: (62, 65, 68, 70, 72) oder (60, 62, 65, 68, 70) oder (58, 60, 62, 65, 68) oder (55, 58, 60, 62, 65) oder (52, 55, 58, 60, 62).

Eine exakte Aussage um welches der Intervalle es sich handelt, ist hier ohne die Kenntnis des Auswahlmechanismus nicht möglich. Trotzdem kann auf die ungefähre Position des Intervalls geschlossen werden.

(2) Breite des Intervalls

Die Intervallbreite entspricht der Breite des Bereichs relevanter Alternativen und ist somit auch eine Annäherung für die Breite des wahrgenommenen Signals. Die Breite charakterisiert dabei den Grad der Unsicherheit der Aussage. Sie kann exakt bestimmt werden, wenn das Genauigkeitsniveau der Antwort bekannt ist.

Im Beispiel kann die Antwort 62 etwa ein Element des Intervalls relevanter Alternativen mit dem Genauigkeitsniveau 2 sein. Dann wäre die Intervallbreite 8. Ebenso könnte 62 aus einem Intervall mit Genauigkeitsniveau 1 entstammen, welches lediglich eine Breite von 4 hätte.

Somit ist aus einer einzelnen Antwort kein eindeutiger Rückschluss auf den Bereich relevanter Alternativen möglich.

Bei wiederholten Antworten zu einem Problem mit unverändertem Signal könnten jedoch ggf. auch andere der gleichberechtigten Alternativen genannt werden. Gemäß der oben dargestellten Gleichverteilungsannahme des Auswahlmechanismus wäre dies in jedem Fall gegeben. So kann dann der Bereich relevanter Alternativen näher eingegrenzt bzw. exakt beschrieben werden.

4.1.4.3.7 Der einfache eNRP-Gesamtprozess im Überblick

Der Gesamtprozess stellt sich somit wie folgt dar:

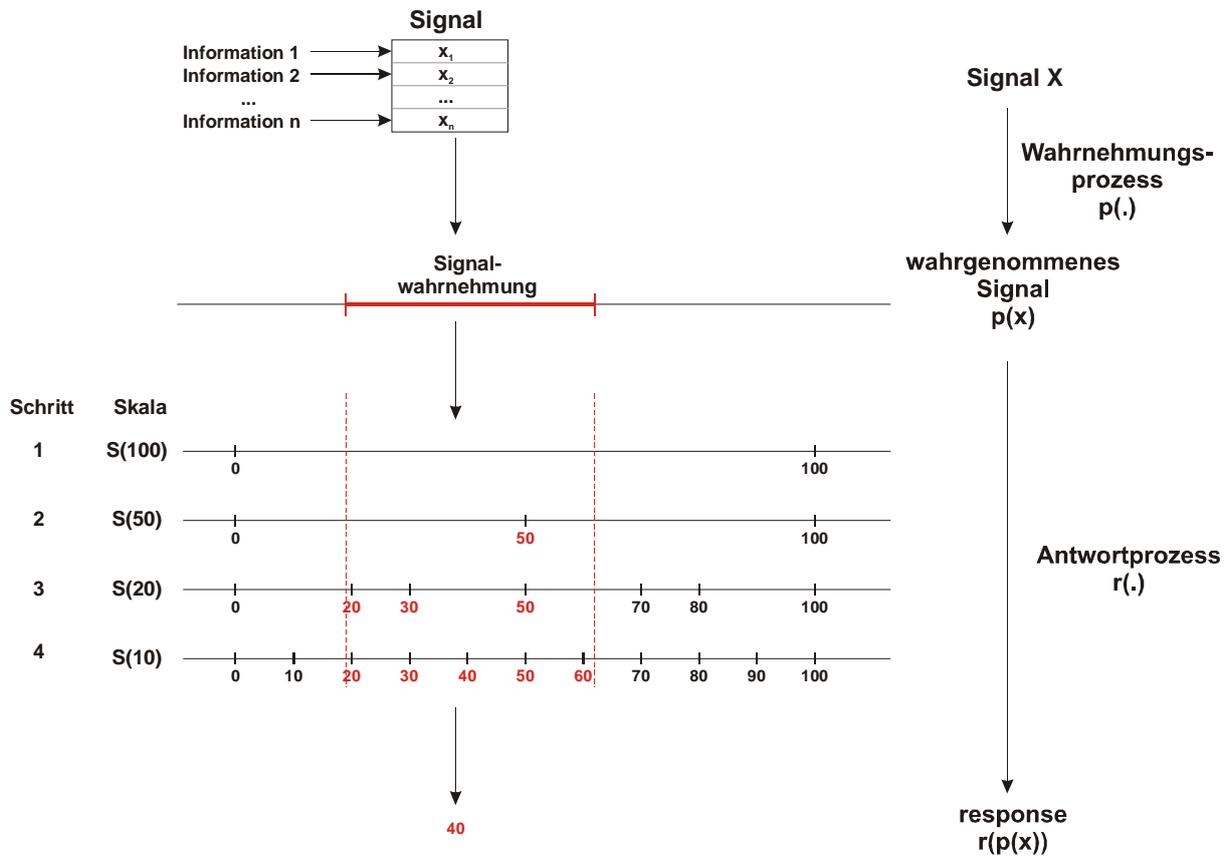


Abb. 4.11: erweiterter Numerical Response Process

4.1.4.3.8 eNRP-Komponente 5: Iterierte Entscheidungen

Es existieren Situationen, in denen fortwährend gleichartige numerische Antworten unter ähnlichen Rahmenbedingungen im Zeitverlauf gefunden werden müssen, wie etwa im Wertpapierhandel.

Wie oben dargestellt, ist das Signal (bzw. einzelne Informationen des Signals) ebenso wie die Wahrnehmungsfunktion zeitabhängig. Somit können sich die Rahmenbedingungen bei wiederholter Beantwortung einer Frage im Zeitverlauf ändern. Insbesondere kann sich das Signal oder die Wahrnehmungsfunktion oder beide ändern. Ggf. können die Rahmenbedingungen auch weitgehend gleich bleiben. Die Auswirkungen der unterschiedlichen Alternativen sollen im Folgenden kurz diskutiert werden.

1. Gleichbleibende Rahmenbedingungen

Falls sich das diffuse numerische Signal nicht maßgeblich ändert, ist bei wiederholten Entscheidungen die wiederholte Bestimmung der Genauigkeit der Antworten mittels eNRP nicht erforderlich. Bei jeder Entscheidung werden weiterhin 3-5 Alternativen in die Entscheidungsüberlegungen einbezogen. Die Alternativen müssen dabei nicht die gleichen wie in der vorhergehenden Entscheidung sein³⁶³. Sie befinden sich jedoch auf dem bereits bestimmten Genauigkeitsniveau.

³⁶³ So kann etwa durch Verkleinerung des Signalbereiches eine von 5 bisherigen Alternativen wegfallen, ohne dass die Genauigkeit der Antworten mittels eNRP neu bestimmt werden müsste.

2. Signalveränderungen

Informationen des Signals könnten sich im Zeitverlauf ändern. Maßgebliche Änderungen des Signals können trotz gleichbleibender Wahrnehmungsfunktion zu einer Veränderung des diffusen wahrgenommenen Signals führen. Das entstehende Intervall kann sich in Position und Breite ändern. Dies führt dazu, dass der Antwortprozess in jedem Fall neu durchlaufen werden muss - zumindest, falls noch weniger als drei der bisherigen Alternativen zur Verfügung stehen würden. Die dann entstehende Genauigkeit der Antworten kann, je nach Ausprägung des Signals, auch gröber oder feiner als die ursprüngliche Antwortgenauigkeit sein.

3. Veränderungen in der Wahrscheinlichkeitsfunktion

Bei komplexen Entscheidungs- bzw. Antwortprozessen kann sich im Zeitverlauf ggf. die Gewichtung der Informationen des Ausgangssignals verändern.

Dies ist typischerweise etwa dann der Fall, wenn zunächst eine Antwort auf Basis einer einzelnen bzw. sehr weniger Informationen generiert wird. Nachdem somit eine erste Antwort vorliegt, stellt die Person etwa durch nochmalige Betrachtung der realen Situation fest, dass das Genauigkeitsniveau der Antwort nicht hinreichend fein ist, da wesentliche Informationen bei der Generierung der Antwort vernachlässigt wurden. Eine Entscheidung ist auf Basis der ungenauen Antwort nicht möglich. Daher müssen weitere Informationen berücksichtigt werden, die zuvor nicht wahrgenommen wurden. Die Person ändert folglich die Wahrnehmungsfunktion und erhöht die Gewichtung bisher noch nicht berücksichtigter Informationen. Dadurch wird das wahrgenommene Signal typischerweise schärfer und somit das dieses Signal repräsentierende Intervall schmaler. Die Unsicherheit wird reduziert. Somit werden i.d.R. auch die generierten Antworten feiner.

Umgekehrt kann eine Person auch bewusst oder unbewusst den Umfang der berücksichtigten Informationen zu groß gewählt haben. Es entstehen zu viele Alternativen. Folglich müsste die Person in der Wahrnehmungsfunktion einzelne Informationen weniger stark berücksichtigen, um die Entscheidungskomplexität zu reduzieren. Aufgrund der geringeren Gewichtung von Informationen bzw. einem „Ausblenden“ von Informationen in der Wahrnehmungsfunktion wird das wahrgenommene Signal unschärfer. Daher werden die generierten Antworten gröber.

Dies soll an folgendem Beispiel verdeutlicht werden:

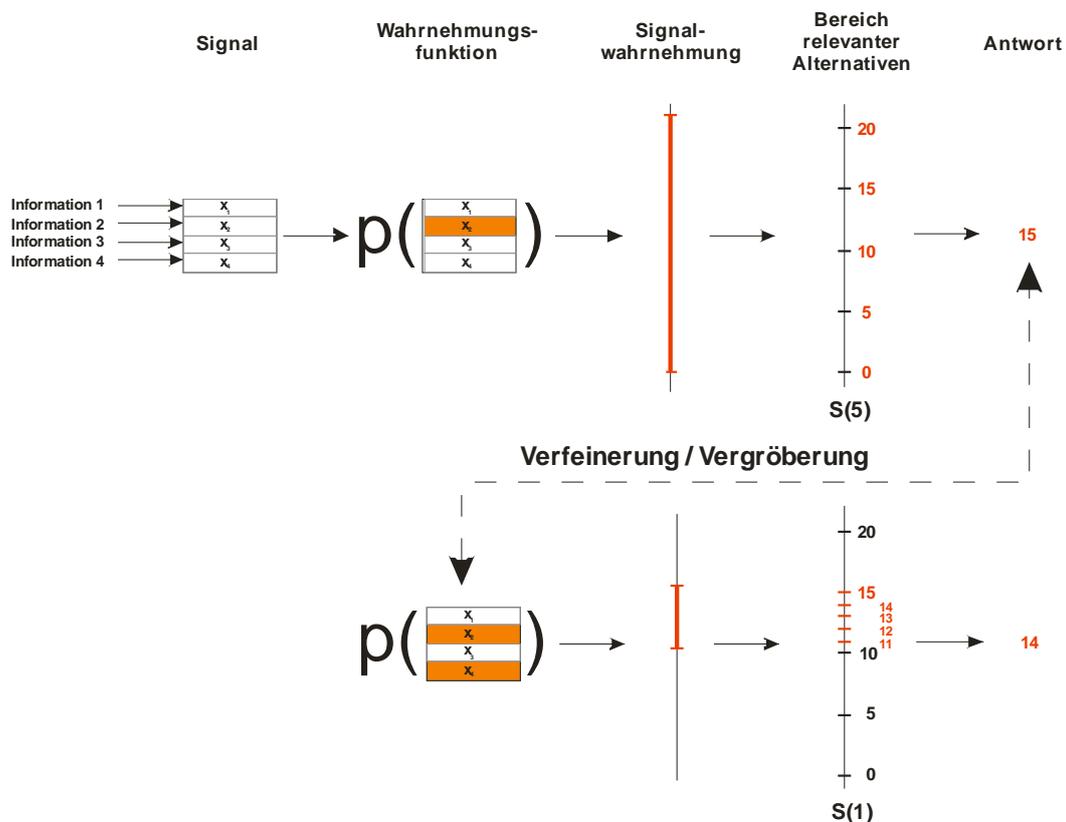


Abb. 4.12: Veränderungen der Wahrscheinlichkeitsfunktion

- Das Signal besteht im Beispiel aus 4 Informationen und bleibe konstant.
- Die Wahrnehmungsfunktion berücksichtigt im 1. Schritt nur die Signalkomponente x_2 . Alle anderen Informationen werden ausgeblendet bzw. mit 0 gewichtet.
- Es ergibt sich ein relativ großes Intervall der Signalwahrnehmung.
- Über den Antwortprozess werden 5 Alternativen (hier mit dem Genauigkeitsniveau 5) und die vorläufige Antwort 15 generiert. Diese wird jedoch nicht als hinreichend fein empfunden.
- Da der Antwortprozess bereits 5 Alternativen generiert hat, ist eine weitere Verfeinerung auf Basis der vorhandenen Wahrnehmung nicht mehr möglich. Deshalb wird die zusätzliche Signalkomponente x_4 (Information 4) in die Überlegungen und somit in die Wahrnehmungsfunktion einbezogen.
- Durch die neue Wahrnehmungsfunktion wird ein neues wahrgenommenes Signal generiert, das nunmehr weniger streut. Das Intervall und die daraus resultierende Unschärfe sind kleiner geworden.
- Der Antwortprozess liefert nun 5 neue Alternativen auf einem deutlich feineren Genauigkeitsniveau (hier 2 Stufen feiner auf Niveau 1). Die neu generierte Antwort befindet sich ebenfalls auf dem feineren Genauigkeitsniveau.

Anmerkungen:

- Trotz der zusätzlichen Informationen ist auch die 15 wieder als Antwort möglich.
- Eine solche Verfeinerung durch die Berücksichtigung weiterer Informationen und die damit verbundene Veränderung der Wahrnehmungsfunktion kann auch mehrfach nacheinander iteriert erfolgen.
- Eine Vergrößerung der Antworten bei iterierten Entscheidungen ist ebenfalls möglich.

Es wird hier nochmals deutlich, dass die Genauigkeit der Wahrnehmung in Abhängigkeit von den berücksichtigten Informationen skalierbar ist, was die Eigenschaft (5) der allgemeinen Wahrnehmungsprozesse unterstreicht.

4.1.5 Ein Peilexperiment

Der numerische Responseprozess wurde von Vogt in einem Laborexperiment getestet³⁶⁴. In dem Experiment schauten die Probanden auf einen Computerbildschirm mit folgendem Aufbau³⁶⁵: An der Oberseite des Bildschirms wurde eine Skala von -110 bis 200 angezeigt, auf der alle Vielfachen von 10 markiert waren. Die zugehörigen Werte (-110, -100, ..., 190, 200) wurden über der jeweiligen Markierung angezeigt. In einem gegebenen Abstand von der Skala wird eine weitere Linie mit nur einer Markierung angezeigt. Der Abstand zwischen der Skala und der darunter befindlichen Linie wurde variiert (0, 20, 40, 80, 160, 320 Pixel). Die 42 Probanden hatten die Aufgabe, die Position der unteren Markierung auf der Skala durch vertikale Peilung zu einem Punkt auf der Skala zu identifizieren. Die Probanden wurden aufgefordert, eine Antwort zu geben, mit der sie am meisten übereinstimmten.

Die Position der Markierung wurde variiert, so dass die letzte Ziffer der Position (0, 1, 2, ..., 7, 8, 9) bei jeder Distanz gleichverteilt war. Die ersten beiden Ziffern der Position der Markierung (z.B. 15 bei 154) wurden so ausgewählt, dass der Abstand zwischen 2 aufeinander folgenden Positionen als wesentlich angesehen werden kann.

Die zu untersuchende Frage bei diesem Experiment war: In wie weit ist die Häufigkeit der letzten Ziffer der Position abhängig von dem Abstand zwischen Markierung und Skala? A priori hatte dabei jede letzte Ziffer die gleiche Wahrscheinlichkeit für eine Antwort.

Die Vorhersage der Prominenztheorie ist folgende: Der Peilvorgang lässt ein ungenaues Bild des gegebenen Signals entstehen, welches mit zunehmendem Abstand zwischen Markierung und Skala ungenauer wird. Umgekehrt wird die Genauigkeit der Antwort feiner, umso mehr der Abstand reduziert wird. Anhand geometrischer Überlegungen kann eine Menge plausibler Alternativen erreicht werden, die von dem Abstand zwischen Markierung und Skala abhängig ist. Durch die Veränderung des Abstands zwischen Markierung und Skala kann die diffuse numerische Information (Menge plausibler Alternativen) gesteuert werden. Gemäß dem in Abbildung 4.3 dargestellten numerischen Antwortprozess, ist die Vorhersage, dass die letzte Ziffer für große Abstände 0 sein sollte. Mit Reduzierung des Abstandes wird zunächst die 5 als zusätzliche Nummer zu beobachten sein. Bei weiterer Reduzierung treten 2 und 8 als Ergebnisse des Antwortprozesses auf. 2 und 8 sollten bereits bei größeren Abständen zu beobachten sein als 3 und 7, da alle Vielfachen von 10 auf der Skala markiert sind und 2/8 über die 10 „konstruiert“ werden ($8 = 10 - 2$ und $2 = 0 + 2$), während 3/7 über die nicht markierte 5 „konstruiert“ werden ($7 = 5 + 2$ und $3 = 5 - 2$). Mit dem selben Argument werden 1 und 9 eher bei größeren Abständen erscheinen als 4 und 6: 1/9 werden über die 10 konstruiert ($9 = 10 - 1$ und $1 = 0 + 1$), während 4/6 über die 5 konstruiert werden ($6 = 5 + 1$ und $4 = 5 - 1$). Nach Auftreten von 2/8 wird

³⁶⁴ Vogt/Albers (1992)

³⁶⁵ siehe auch Vogt/Albers (1992), S. 13

daher bei Verringerung der Distanz zwischen Markierung und Skala zunächst 3/7 und 1/9 und schließlich 4/6 als Antwort beobachtet werden.

Das Ergebnis des Experiments ist in Abbildung 4.13 dargestellt. Die relativen Häufigkeiten der letzten Ziffern sind gegen den Abstand zwischen Markierung und Skala aufgetragen. Die Ziffern können über die entsprechenden Schraffierungen identifiziert werden. Die relativen Häufigkeiten der unterschiedlichen Ziffern haben Maxima bei unterschiedlichen Abständen. Die Abfolge dieser Maxima kennzeichnet die Abfolge des Auftretens. Das Auftreten ist durch den numerischen Antwortprozess (NRP) der Prominenztheorie vorhergesagt worden.

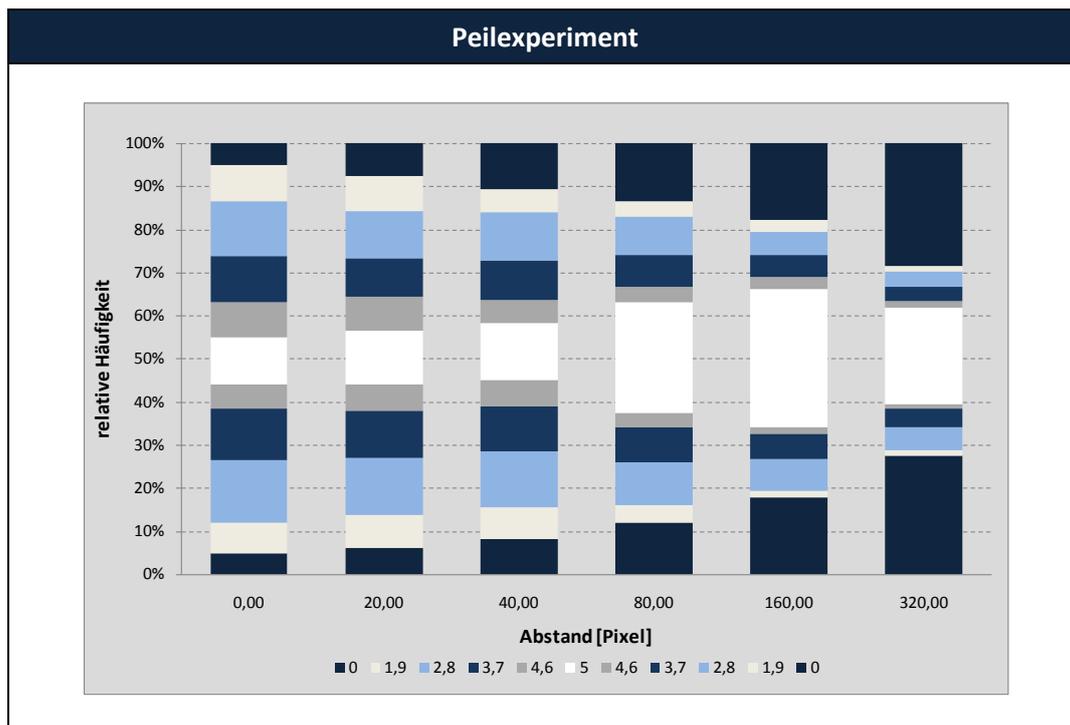


Abb. 4.13: Ergebnis Peilexperiment

Die Darstellung des Peilexperimentes zeigt, dass die Zusammenhänge zwischen einem numerischen Stimulus und der numerischen Antwort offensichtlich mit den Methoden der Psychophysik messbar sind. Dieses entspricht der Eigenschaft (6) der allgemeinen Wahrnehmungsprozesse.

4.2 Natürliche Zahlenverteilung

4.2.1 Ein Alternativkonzept

Sofern sich bei einem zahlenbasierten Interpretationsansatz eines empirischen Ergebnisses keine Gleichverteilung der Ziffern an bestimmten Stellen einer Zahl ergibt, kann dies auf die oben dargestellte Zahlenwahrnehmung zurückzuführen sein.

Es stellt sich jedoch die Frage, ob sich eine solche ungleiche Verteilung der (End-)Ziffern nicht bereits aus der natürlichen Verteilung von Zahlen ergibt und somit der wahrnehmungsbasierte Ansatz obsolet ist. Benford's Law ist ein Ansatz, der die natürliche Zahlenverteilung beschreibt und wird daher im Folgenden als alternative Möglichkeit eines zahlenbasierten Ansatzes zur Erklärung unterschiedlicher Ziffernhäufigkeiten vorgestellt.

4.2.2 Benford's Analysen

4.2.2.1 Beobachtungen und Rahmenbedingungen

Das ungleichmäßige Auftreten bestimmter Ziffern in Zahlen - u.a. im Zusammenhang mit Aktienmärkten, statistischen Daten und zur Erkennung von Fällen der Wirtschaftskriminalität³⁶⁶ - wurde mit unterschiedlichen Ansätzen analysiert.

Bereits Newcomb³⁶⁷ stellte aufgrund der Beobachtung von Abnutzungen von Logarithmentafeln fest, dass der Verteilung von Anfangsziffern von Zahlen ein logarithmisches Gesetz zugrunde liegt.

Benford hat unabhängig davon das Phänomen in „Benford's Law“ formal beschrieben und anhand diverser Datensätze aus unterschiedlichen Bereichen bestätigt gefunden. Benford vermutete dabei, ausgehend von dem Phänomen der unterschiedlichen Gebrauchsspuren von Logarithmustafeln, dass empirische Daten widerspiegeln, wie Personen denken und wie sie reagieren, wenn sie mit Dingen arbeiten, die mit Zahlendurchschnitten beschrieben werden können³⁶⁸. Benford geht also davon aus, dass die ungleiche Zahlenverteilung letztlich im Zusammenhang mit der Wahrnehmung und natürlichen Einordnung von Sachverhalten steht. Er vergleicht das logarithmische Auftreten von Ziffern sogar direkt mit den bereits oben dargestellten Erkenntnissen aus der Psychophysik - also etwa der Wahrnehmung von Helligkeit, Lautstärke und Gewichten³⁶⁹ - sowie weiteren naturwissenschaftlichen Erkenntnissen.

4.2.2.2 Benford's Law

(1) Voraussetzungen

Die Voraussetzungen für die Anwendbarkeit von Benford's Law haben Then Bergh und Rafeld³⁷⁰ sowie Geyer³⁷¹ auf Basis verschiedener weiterer Quellen u.a. wie folgt zusammengestellt:

- Die Daten müssen einer „natürlichen Grundgesamtheit“ entstammen. Die Daten sollten keine statistischen Rechenergebnisse sein. Die Daten sollten nicht kodifiziert sein.
- Es sollten keine fest definierten Ober- und Untergrenzen vorhanden sein.³⁷²
- Alle Datensatz-Elemente sollten die gleichen Merkmalsausprägungen besitzen.

Benford schränkt außerdem zunächst ein, dass die analysierten Zahlen mindestens aus 4 Ziffern bestehen müssen³⁷³.

Bei Betrachtung einer hinreichend großen Stichprobe von Daten am Aktienmarkt sind diese Anforderungen prinzipiell erfüllt³⁷⁴.

(2) Benford's Law

Zur Betrachtung der Zahlenkombinationen bleiben alle führenden Nullen vor der ersten natürlichen Zahl unberücksichtigt³⁷⁵. Sei d_1 die Ziffer der ersten Stelle einer Zahl mit $d_1 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

³⁶⁶ Hill (1998), S. 353

³⁶⁷ Newcomb (1881), S. 39

³⁶⁸ Benford (1938), S. 552

³⁶⁹ Benford (1938), S. 562

³⁷⁰ Then Bergh (2007), S. 28

³⁷¹ Geyer (2003), S. 2

³⁷² siehe auch Benford (1938), S. 552

³⁷³ Benford (1938), S. 551

³⁷⁴ Es gilt lediglich, dass ein Aktienkurs nicht negativ werden darf.

³⁷⁵ Benford (1938), S. 552

und $\pi(d_1)$ die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer bestimmten Ziffer, dann kann Benford's Law formuliert werden als³⁷⁶:

$$\pi(d_1) = \log_{10} \left(1 + \frac{1}{d_1} \right)$$

Benford hat den Ansatz auf die weiteren Stellen einer Zahl und die entsprechenden Ziffernkombinationen erweitert. Hill stellt dies wie folgt dar³⁷⁷: Sei d_i die i -te Ziffer, dann gilt für alle weiteren Ziffern:

$$\pi(D_1 = d_1, \dots, D_k = d_k) = \log_{10} \left(1 + \frac{1}{\sum_{i=1}^k d_i \cdot 10^{k-i}} \right) \text{ mit } d_i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

Dabei weist Hill darauf hin, dass die Wahrscheinlichkeit der Ziffer an der 2. Stelle von der Ziffer an der 1. Stelle abhängig ist, die Wahrscheinlichkeit der Ziffer an der 3. Stelle von den beiden vorhergehenden Stellen usw..

Geyer stellt heraus, dass die Skaleninvarianz eine fundamentale Eigenschaft von Benford's Law ist³⁷⁸. Hill zeigt auf, dass sich das Gesetz auch auf andere Zahlensysteme - etwa mit Basis 8 - anwenden lässt, was hier jedoch nicht näher betrachtet werden soll.³⁷⁹

Daraus ergibt sich bereits bei der 3. Ziffer nahezu eine Gleichverteilung³⁸⁰:

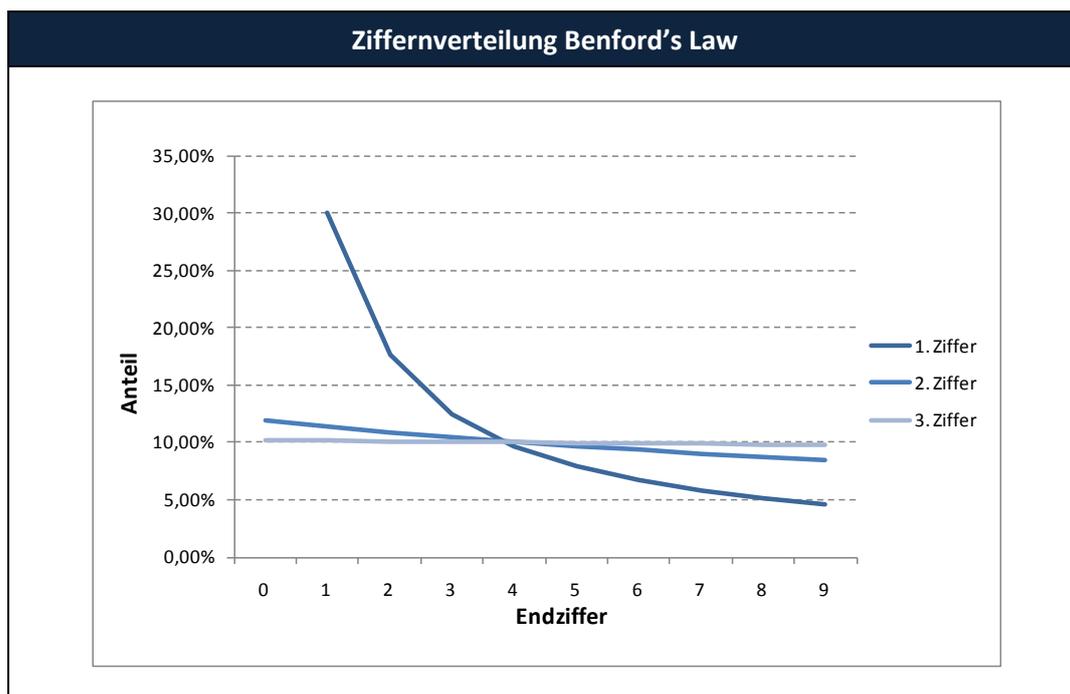


Abb. 4.14: Ziffernverteilung nach Benford's Law

³⁷⁶ Benford (1938), S. 554; Hill (1998), S. 358

³⁷⁷ Hill (1997), S. 102; Hill (1996), S. 356

³⁷⁸ Geyer (2003), S. 2

³⁷⁹ Hill (1996), S. 356

³⁸⁰ Die Wahrscheinlichkeiten für die Ziffern der 1.-4. Stelle nach Benford's Law sind in Anhang 4.1 zusammengestellt.

(3) Analysemethoden

Typischerweise wird Benford's Law für folgende Testverfahren mit einem Vergleich der Häufigkeiten der Stichprobe mit denen nach Benford's Law eingesetzt³⁸¹:

- *Plausibilitätstests*: Test jeweils für die erste und zweite Stelle
- *Mustererkennungstests*: Test jeweils für die Kombinationen der ersten beiden oder ersten 3 Stellen
- *Rundungstest*: Test für die letzten beiden Stellen

(4) Ergebnisse

Benford kommt ferner zu dem Ergebnis, dass die Zahlen aus (unabhängigen) allgemeinen Quellen dem Gesetz eher gehorchen, als Zahlen aus mathematischen Tabellen und formalen Daten³⁸².

4.2.3 Ein Vergleich zur Prominenztheorie

Dieckmann hat in einer experimentellen Studie mit erzeugten Regressionskoeffizienten festgestellt, dass die erste Ziffer der Antworten von Personen auf Fragen zum numerisch ausgedrückten Zusammenhang zwischen wirtschaftlichen Faktoren³⁸³ durchaus nach Benford's Law verteilt sind. Bereits bei der 2. Ziffer ergeben sich jedoch deutliche Unterschiede³⁸⁴. Ferner stellt Dieckmann fest, dass z.B. in Verteilungen statistischer Schätzungen die Ziffer 5 signifikant von dem nach Benford erwarteten Wert abweicht³⁸⁵.

Then Bergh/Rafeld haben bei ihrer Analyse von Unternehmensdaten u.a. konstatiert, dass bei dem Vorkommen von Zahlen von 100 bis 999 bei Mustererkennungstests „die größte Häufigkeit [...] die Ziffernkombinationen 102, 105, 130, 150, 180, 200, 400 und 500“ aufweisen. Des Weiteren zeigt ihre Grafik der relativen Zahlenhäufigkeit³⁸⁶ deutlich auf, dass neben Benford's Law weitere Faktoren eine Rolle spielen müssen.

Geyer stellt bei einem Betrugsexperiment u.a. fest, dass die Ziffern 0 und 5 für die 2. und 3. Stelle der Antworten von besonderer Bedeutung sind und sich somit ein erheblicher Unterschied zu Benford's Law in den Antworten ergibt³⁸⁷.

Es liegt die Vermutung nahe, dass die Verteilung nach Benford's Law von (weiteren) wahrnehmungsbedingten Effekten überlagert wird. Diese Effekte sind offensichtlich das erhöhte Auftreten der Ziffer 5 sowie das Auftreten weiterer leicht zugänglicher Zahlen. Genau diese Effekte können aber mit Hilfe der Prominenztheorie erklärt werden. Z.B. entsprechen die von Then Bergh/Rafeld dargestellten besonders häufigen Ziffernkombinationen prinzipiell numerischen Antworten auf Basis der Prominenztheorie auf einer stückweise linearen Skala mit einer relativen Genauigkeit von ca. 20%.

Da die Analyse der Zusammenhänge beider Ansätze jedoch nicht Ziel dieser Arbeit ist, sollen die dargestellten Bemerkungen nicht weiter vertieft werden.

Benford's Law eignet sich zur Analyse einzelner Ziffernhäufigkeiten in mehrstelligen Zahlen. Da jedoch etwa ab der dritten Stelle eine Gleichverteilung der Ziffern nach diesem Gesetz auftritt, hat das Gesetz insbesondere eine Bedeutung für die Untersuchung der beiden führenden Ziffern. Es ist auch

³⁸¹ Then Bergh (2007), S. 29

³⁸² Benford (1938), S. 551, S. 556

³⁸³ z.B. Faktoren von Arbeitslosigkeit

³⁸⁴ Dieckmann (2004), S. 9

³⁸⁵ Dieckmann (2004), S. 6

³⁸⁶ Then Bergh (2007), S. 33

³⁸⁷ Geyer (2003), S. 7

denkbar, davon auszugehen, dass führende Stellen einer Zahl wahrnehmungsbedingt von Personen nicht betrachtet und somit „ausgeblendet“ werden. Dann könnte für die restlichen Stellen eine Analyse bzgl. der Übereinstimmung mit Benford's Law erfolgen.

Die Prominenztheorie bzw. deren oben dargestellte Erweiterung verfolgt insofern einen anderen Ansatz, als dass sie a priori numerische Antworten als Ergebnis eines wahrnehmungsbedingten Prozesses und nicht eines empirischen Gesetzes beschreibt. Durch die Betrachtung der Verfeinerungsmechanismen beim Antwortprozess stehen im Gegensatz zum Benford-Ansatz nicht die ersten Stellen einer Zahl, sondern eben die letzten Stellen einer Zahl im Fokus der Analysen.

5 Stock Price Clustering

5.1 Allgemeines

Mit dem eNRP wurde ein allgemeines, experimentell nachvollziehbares Modell numerischer Wahrnehmung dargestellt. Es stellt sich nunmehr die Frage, ob und wenn ja wie und mit welchen Auswirkungen die numerische Wahrnehmung im Kontext von Kapitalmärkten eine Rolle spielt. Die Informationen im Umfeld von Kapitalmärkten sind zu einem großen Teil numerischer Natur: Preise, Spreads, Volumina, Gewinne, Umsätze, Konjunkturindizes usw. Diese Daten werden von den Marktteilnehmern selektiv wahrgenommen und verarbeitet. Als Antwort bzw. Ergebnis werden insbesondere Orderpreise genannt.

Im Mittelpunkt einer ersten Analyse muss mithin die Frage stehen, ob wahrnehmungsbedingte Verarbeitungen Einfluss auf die an einem Kapitalmarkt auftretenden Orderpreise haben kann und welche Auswirkungen sich in den Preisen widerspiegeln. Die Analyse soll dabei einen kurzfristigen Zeithorizont, nämlich den Horizont bis zum nächsten bzw. bis zu den nächsten Transaktionen, umfassen. In einem so kurzfristigen Zeithorizont sind insbesondere die Endziffern der Preise und nicht die Gesamtgrößenordnung des Preises von besonderer Bedeutung.

Anomalie 5.1

Aus den Annahmen 3.1-3.3 der klassischen Kapitalmarktmodelle folgt, dass die Endziffern der Wertpapierpreise grundsätzlich gleichverteilt sein müssen. Im Gegensatz dazu sind die Endziffern von Wertpapierpreisen nicht gleichverteilt.

Stock Price Clustering ist ein bekanntes und viel diskutiertes Phänomen, das an unterschiedlichsten Kapitalmärkten beobachtet worden ist. Stock Price Clustering bezeichnet den Effekt, dass insbesondere Endziffern von Orderpreisen an Kapitalmärkten nicht einer Gleichverteilung entsprechen, obwohl alle Preise ein Vielfaches der Tick Size betragen müssen. Eine einfache Brown'schen Bewegung, die als Basis für die meisten bedeutenden Kapitalmarktmodelle verwandt wird, liefert aber prinzipiell nur eine Gleichverteilung der Endziffern. Das Clustering kann somit als Marktphänomen bzw. -ineffizienz angesehen werden³⁸⁸. Booth vertritt allerdings bereits die Auffassung, dass Clustering insofern keine Ineffizienz sei, als dass der Effekt bereits als Teil des Preisfindungsprozesses angesehen werden müsse³⁸⁹.

Deshalb wurde das Phänomen des Stock Price Clustering im Zusammenhang mit numerischer Wahrnehmung analysiert. Der „Numerical Response“-Prozess der Prominenztheorie modelliert, wie Personen eine numerische Antwort auf diffuse numerische Informationen (bei einer bekannten Menge angemessener Alternativen) generieren. Diese Vorhersagen wurden mit empirischen Daten verglichen (Best Ask/Best Bid der 30 DAX-Aktien im Computerhandel IBIS im Zeitraum März-April 1993). Mit Hilfe des Numerical Response-Prozesses kann die grundsätzliche Struktur der Daten vorhergesagt werden.

³⁸⁸ Osborne (1962), S. 378; Gottlieb/Kalay (1985), S. 144

³⁸⁹ Booth et al. (2000), S. 739

5.2 Einleitung

Das Phänomen

Das Phänomen des Stock Price Clustering wurde zuerst an der NYSE (New York Stock Exchange) durch Osborne³⁹⁰ beobachtet und kann seitdem als „Stylized Fact“ angesehen werden. Price Clustering beschreibt die Tatsache, dass bestimmte Vielfache der sogenannten Tick Size³⁹¹ häufiger vorkommen als andere. So war etwa an amerikanischen Börsen³⁹² 8/8 häufiger als 4/8, 4/8 wiederum häufiger als 2/8 bzw. 6/8 und schließlich 2/8 bzw. 6/8 häufiger als 1/8, 3/8, 5/8 und 7/8. Insgesamt lässt sich feststellen, dass gerade Achtel (2/8, 4/8, 6/8, 8/8) häufiger als ungerade Achtel (1/8, 3/8, 5/8, 7/8) sind. Osborne³⁹³ hat diese Form des Clusterings ebenso beobachtet, wie die Tatsache, dass das Clustering-Phänomen mit steigender Handelsfrequenz an Aktienmärkten abnimmt. Das gleiche Phänomen wurde von Niederhoffer beobachtet³⁹⁴. Der Effekt ist jedoch nicht nur auf Aktienmärkte beschränkt. Er wurde ebenfalls auf dem Future Markt für Korn und Sojabohnen³⁹⁵ und auf dem Londoner Goldmarkt³⁹⁶ entdeckt.

Booth verdeutlicht für die finnische Börse, dass für unterschiedliche Preisklassen der Anteil der Endziffer 0 höher ist als der der Endziffer 5 und alle weiteren Endziffern von untergeordneter Bedeutung sind. Ferner steigt der Anteil der Endziffer 0 prinzipiell mit steigendem Price Level³⁹⁷.

statistische Abhängigkeiten

Harris zeigt schließlich auf, dass Clustering unabhängig von der Wahl des Zeitraums, der Marktstrukturen und der ausgewählten Wertpapiere zu beobachten ist³⁹⁸.

Ball et al.³⁹⁹ und Harris⁴⁰⁰ gelangen zu der Ansicht, Price Clustering basiere auf der Unsicherheit bzgl. des richtigen Wertpapierpreises, könne aber durch Fundamentaldaten wie Volatilität, Preishöhe, Marktkapitalisierung und Marktaktivität erklärt werden. Dabei würden Händler ein diskretes Preisraster verwenden, um die Verhandlungskosten durch möglichst wenige Verhandlungsschritte zu reduzieren⁴⁰¹. Somit resultiere Clustering aus dem von den Händlern gewünschten Level an Preisgenauigkeit⁴⁰².

Aitken geht ebenfalls davon aus, dass Clustering aus der Unsicherheit bzgl. des korrekten Unternehmenswertes abhängig sei und dass Clustering mit dem Preis und den Näherungsgrößen für den Unternehmenswert wie Volatilität, Trade-Volumen und Spread korreliert⁴⁰³. Godek ist wie Harris der Auffassung, dass die Unsicherheit mit Hilfe von Fundamentaldaten modellierbar sei⁴⁰⁴.

³⁹⁰ Osborne (1962), S. 378

³⁹¹ kleinste zulässige Preiseinheit an einem Aktienmarkt, die auch mit der jeweils kleinsten Geldeinheit der Währung übereinstimmen kann

³⁹² z.B. New York Stock Exchange bis 1999

³⁹³ Osborne (1962), S. 370

³⁹⁴ Niederhoffer (1965), S. 258 ff. ; Niederhoffer (1966a), S. 310

³⁹⁵ Stevenson/Bear (1970), S. 79

³⁹⁶ Ball et al. (1985), S. 35 ff.

³⁹⁷ Booth et al. (2000), S. 745 f.

³⁹⁸ Harris (1991), S. 389

³⁹⁹ Ball et al. (1985), S. 29 f.

⁴⁰⁰ Harris (1991), S. 404 ff.

⁴⁰¹ siehe auch Booth et al. (2000), S. 738; Gwilym/Alibo (2003), S. 650

⁴⁰² Ball (1985) in Gwilym/Alibo (2003), S. 650

⁴⁰³ Aitken et al. (1996), S. 312

⁴⁰⁴ Godek (1996), S. 469 ff.

markttechnische Ursachen

Weitere Untersuchungen haben nähere Einblicke in die Abhängigkeit des Clusterings von den Handelsregeln⁴⁰⁵, der Marktstruktur, der Wertpapiercharakteristik, der Volatilität und dem Handelsvolumen⁴⁰⁶ gebracht. Clustering hänge somit von den ökonomischen Rahmenbedingungen ab und sei u.a. größer, wenn höhere Kosten entstünden und die Märkte weniger liquide wären⁴⁰⁷. Diese These wird von Kleidon/Willig unterstützt⁴⁰⁸.

Gwylim zeigt auf, dass Clustering nach Einführung einer elektronischen Börse bei fallender Tick Size und steigendem Volumen geringer wird und begründet dies mit der steigenden Konkurrenz und dem Versuch geringfügig bessere Konditionen zu erhalten⁴⁰⁹.

verhandlungstechnische Ursachen

Eine intensive Diskussion des Price Clusterings wurde durch die Interpretation von Christie, Harris und Schultz⁴¹⁰ bzgl. des häufigeren Auftretens von geraden Achteln gegenüber ungeraden an der NASDAQ (National Association of Securities Dealers Automated Quotation System) ausgelöst. Sie vertreten mit der „Collusion“-Hypothese die Auffassung, dass das Phänomen auf einer stillschweigenden Übereinkunft der Händler zur Erzielung höherer Gewinne beruht. Hieraus entstünden größere Spreads, die letztlich Clustering hervorrufen würden.

Godek⁴¹¹ vertritt die Auffassung, dass bei der Collusion-Hypothese externe Faktoren wie das sogenannte Preference Trading⁴¹² unberücksichtigt geblieben sind. Hansch weist empirisch nach, dass an der LSE kein Zusammenhang zwischen Spread und Preference Trading zu erkennen ist⁴¹³. Booth findet für die finnische Börse ebenfalls keinen Zusammenhang zwischen der Beschaffenheit des diskreten Preisrasters und internalisierten Trades⁴¹⁴ – einer Sonderform des Preference Trading, bei der hausinterne Trades bevorzugt werden.

psychologische Ursachen

Neben rein technischen Effekten weist Niederhoffer⁴¹⁵ auf die Bedeutung psychologischer Effekte hin. Kurzfristige Preisbewegungen seien gekennzeichnet von bevorzugten Handelspreisen, die auf Rundungen basierten. Auch Goodhart/Curcio⁴¹⁶ gehen basierend auf den Überlegungen von Gottlieb/Kalay⁴¹⁷ davon aus, dass die diskreten Preise des Clusterings aufgrund von Rundungen auf die „nächste verfügbare Einheit“, die zugleich als Attraktionspunkt angesehen werden kann, zustande kommen⁴¹⁸.

Mitchell vertieft die Bedeutung von Zahlen und psychologischen Effekten für die Erklärung von Clustering im Wertpapierhandel⁴¹⁹:

⁴⁰⁵ Godek (1996), S. 466

⁴⁰⁶ Grossman et al. (1997), S. 23

⁴⁰⁷ Grossman et al. (1997), S. 53

⁴⁰⁸ Kleidon (2003) in Gwylim/Alibo (2003), S. 650

⁴⁰⁹ Gwylim/Alibo (2003), S. 657

⁴¹⁰ Christie/Schultz (1994)

⁴¹¹ Godek (1996), S. 466

⁴¹² gegenseitige Bevorzugung von Tradern untereinander

⁴¹³ Hansch et al. (1999), S. 1824

⁴¹⁴ Booth et al. (2000), S. 750

⁴¹⁵ Niederhoffer (1965), S. 309

⁴¹⁶ Goodhart/Curcio (1991)

⁴¹⁷ Gottlieb/Kalay untersuchen die Verzerrungen die sich aus diskreten Preisen ergeben und deren Implikationen für die Schätzung der Momente der Kursänderungen; Gottlieb/Kalay (1985), S. 135

⁴¹⁸ in Gwylim/Alibo (2003) S.649

⁴¹⁹ Mitchel (2001)

- Verhaltensweisen und kulturelle Rahmenbedingungen prägen die Präferenzen von Zahlen – insbesondere Vielfache von 10.⁴²⁰
- Individuen nutzen einfache Heuristiken, um Antworten in Entscheidungsprozessen zu approximieren. Informationen werden in mentalen Prozessen ausgehend von numerischen Stimuli etwa durch Rundung von Zahlen vereinfacht, um die Problemkomplexität zu verringern und Zahlen schneller zu verarbeiten.⁴²¹
- Individuen nutzen Zahlen, an die sie gewöhnt sind. Preisschätzungen von Unternehmen und somit Wertpapieren sind jedoch unsicher, da Verzerrungen auftreten. Preisclustering basiert somit auf akzeptablen (Schätz-) Fehlern, um die Preisunsicherheit zu überwinden.⁴²²

Angel stellt eine Beziehung zwischen Clustering und kognitiver Forschung im Zusammenhang mit der begrenzten Kapazität des Kurzzeitgedächtnisses her⁴²³, auf die in Kapitel 4 näher eingegangen wurde.

Insgesamt wird dargestellt, dass Clustering ein vielfältig auftretendes Phänomen ist, das offensichtlich Bestandteil des Marktmechanismus ist. Es wurden Abhängigkeiten zu anderen Marktgrößen festgestellt. Diese Zusammenhänge bieten jedoch höchstens eine statistische Erklärungsmöglichkeit. Desweiteren wurden verhaltensbasierte Erklärungsansätze analysiert, wobei sich jedoch keine eindeutige Tendenz ergibt. Schließlich wurden Vermutungen über den Einfluss psychologischer Faktoren untersucht, bei denen insbesondere „mentales Runden“ eine Rolle spielt. Es kann also festgehalten werden, dass die Ursachen des Clusterings weitgehend ungeklärt sind.

Eine konkretere Analyse auch in Bezug auf numerische Wahrnehmung wurde jedoch nicht durchgeführt. Ferner basieren nur wenige der genannten Analysen auf Intraday-Daten, die jedoch wegen der direkten aufeinanderfolgenden Aktionen ggf. einen detaillierteren Einblick in die laufenden psychologischen Einflüsse auf die Preissetzungen erlauben. Für den deutschen Aktienmarkt wurden noch keine entsprechenden Analysen durchgeführt.

Im Folgenden wird daher der Zusammenhang zwischen Stock Price Clustering und der Wahrnehmung numerischer Informationen detaillierter diskutiert. Dabei soll zuvor abgegrenzt werden, ob zusätzlich Einflüsse der natürlichen Zahlenverteilung von Bedeutung sein können.

Der Prozess der Entstehung einer numerischen Antwort auf diffuse numerische Informationen (bei einer gegebenen Menge angemessener Alternativen) ist durch die Prominenztheorie⁴²⁴ beschrieben. Nach diesem Prozess werden einige Zahlen als Antworten gegenüber anderen bevorzugt. Unter der Annahme, dass Akteure an Aktienmärkten nicht über exakte Informationen verfügen, jedoch diffuse Informationen durch den jeweils aktuellen Aktienpreis in die Entscheidungsfindung einbeziehen, kann davon ausgegangen werden, dass der Prozess der Preisfindung ähnlich dem oben dargestellten eNRP-Vorhersageprozess funktioniert.

⁴²⁰ Mitchel (2001), S. 404ff

⁴²¹ Mitchel (2001), S. 407ff

⁴²² Mitchel (2001), S. 410

⁴²³ Angel (1997), S. 667

⁴²⁴ Albers (1998a), Albers (1999)

5.3 Finanzmärkte

5.3.1 Natürliche Zahlenverteilung

5.3.1.1 empirische Grundlagen

Mitchell⁴²⁵ hat aufgrund des deterministischen Ansatzes Zweifel an einem Zusammenhang zwischen Benford's Law und Barrieren bei Aktienkursen geäußert, ohne dieses jedoch empirisch darzustellen.

Die Verteilung nach Benford's Law geht aus der „natürlichen Verteilung“ der Zahlen hervor. Diese natürliche Verteilung kann jedoch im kurzfristigen Bereich (Intraday bis ca. 1 Jahr) für einzelne Aktien ebenso wie für Portfolios aus mehreren Aktien kaum von Bedeutung sein:

- Die 1. Ziffer des Preises eines Wertpapiers variiert im kurzfristigen Bereich nicht hinreichend, um Benford's Law sinnvoll anwenden zu können.
- Nummeriert man die Stellen einer Zahl mit i , wobei $i = 1$ der ersten Stelle entspricht, so ergibt sich für die i -te Stelle ($i > 1$) mit größer werdendem i nach Benford sehr schnell eine Gleichverteilung der Ziffer. Diese Gleichverteilung ist in realen Daten i.d.R. nicht zu finden.

Im Gegensatz zu Benford's Law ergibt sich sowohl für eine einzelne Aktien, als auch für ein Portfolio aus 30 DAX-Aktien über einen Zeitraum von einem Jahr eine eher untergeordnete Bedeutung der führenden Ziffer. Hingegen weicht die Ziffernverteilung der letzten Ziffern signifikant von einer Gleichverteilung ab. Von besonderer Bedeutung sind dabei die Zahlen 5 und 0 (bzw. 10). Dies kann nicht durch Benford's Law erklärt werden.

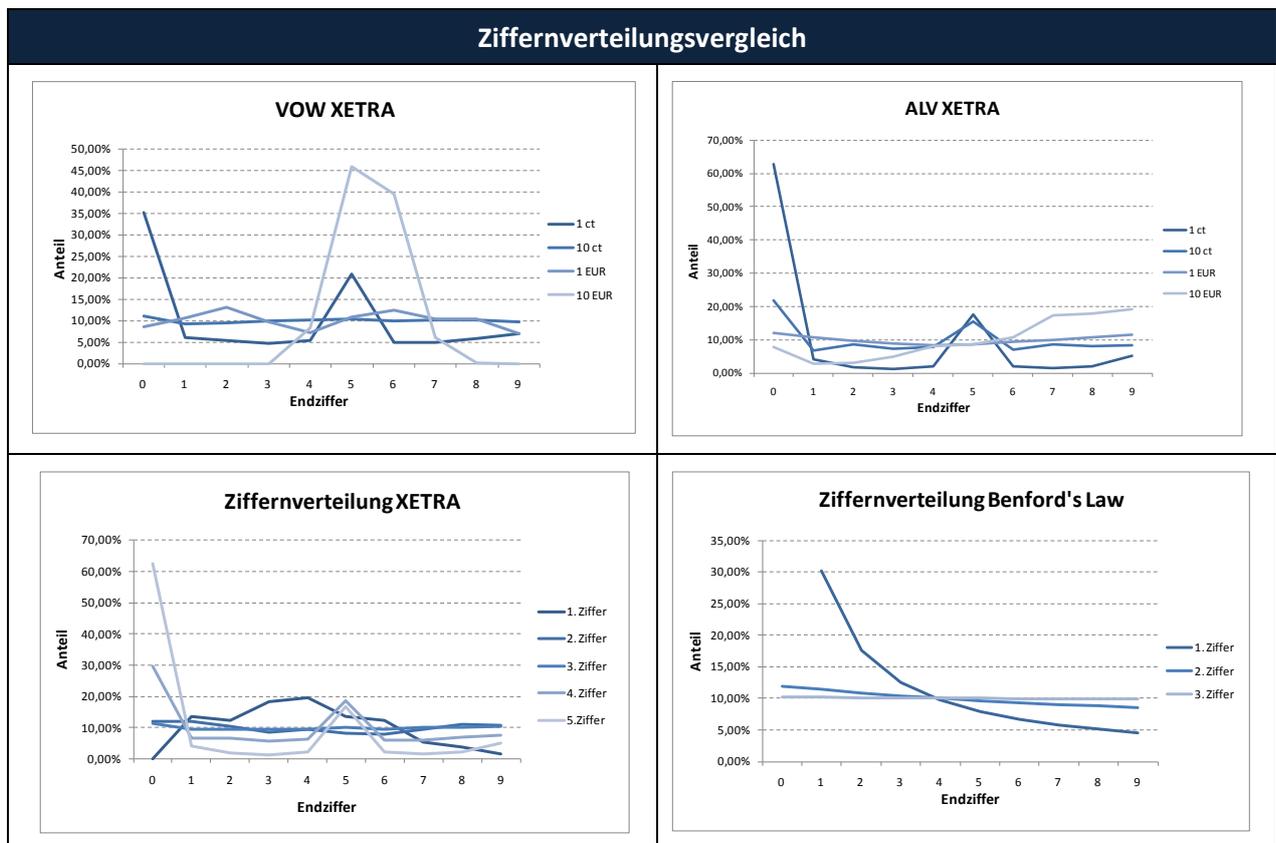


Abb. 5.1: Ziffernverteilung: Vergleich Benford's Law - XETRA

⁴²⁵ Mitchell (2001), S. 417 f.

Aufgrund der offensichtlichen Abweichungen sei im Folgenden davon ausgegangen, dass Benford's Law für die betrachteten Daten - insbesondere im Intradaybereich - keinen relevanten Erklärungsansatz für die Ziffernhäufigkeiten bietet. Daher wird dieser Ansatz nicht weiter verfolgt.

Im Gegensatz zu den typischen Analysen nach Benford's Law sollen im Folgenden nicht die ersten Ziffern eines Preises, sondern die letzten Ziffern betrachtet werden. Dazu soll ein Vergleich mit den Ergebnissen der Experimente zur Prominenztheorie durchgeführt werden.

5.3.2 Der eNRP im Kontext von Marktmechanismen (I)

5.3.2.1 Diffuse numerische Informationen

Der Marktpreis von Aktien wird durch eine Vielzahl von Faktoren beeinflusst. Solche Faktoren sind beispielsweise die folgenden:

- Vermögenswerte des Unternehmens
- externe politische und ökonomische Faktoren
- aktuelle und erwartete Ertragslage des Unternehmens
- Entwicklungen auf anderen Märkten (z.B. Geldmarkt, Rohstoffmarkt)
- Entwicklungen bei Mitbewerbern
- Mergers & Aquisitions

In der Marktstrukturtheorie sind informationsbedingte Handelsmotive von Bedeutung, ohne dass diese Informationen jedoch näher spezifiziert werden. Wichtig ist lediglich, dass es sich um Informationsvorteile handelt. Es kann dabei zwischen modellexogenen Fundamentalinformationen (z.B. Zahlungen wie Dividenden oder Liquidationswerte sowie Präferenzen und Anfangsausstattungen von Marktteilnehmern) und modellendogenen Marktinformationen (z.B. Aufträge, Preise) unterschieden werden⁴²⁶. Diese Informationssignale können die Unsicherheit über den (unbekannten) wahren Wert eines Wertpapiers verringern. I.d.R. verbleibt jedoch eine Unsicherheit, weshalb das Signal selbst als „unsicher“ bezeichnet wird⁴²⁷. Im Gegensatz zur Marktstrukturtheorie sollen die Informationen bei dem vorliegenden wahrnehmungsbasierten Ansatz nicht als Komponenten eines strategischen Bietens bzw. zur Bestimmung des „wahren Wertes“ verstanden werden, sondern als Inputgrößen zur Bestimmung des nächsten Preisresponses.

Allen oben genannten Faktoren ist die Unsicherheit bezüglich der Zukunft und somit die unvollständige Information darüber gemeinsam. Es besteht Unsicherheit bezüglich der Zukunft, da Investoren nicht sicher wissen, wie sich Unternehmen und die zugehörigen Aktienpreise entwickeln. Unvollständige Information existiert deshalb, weil nicht alle Informationen, die für eine „exakte“ Preisbestimmung notwendig wären, allen Investoren zur Verfügung stehen. So sind z.B. nicht alle vergangenen und kürzlichen Aktivitäten eines Unternehmens exakt bekannt, ebenso wenig wie die neuesten Technologien oder die exakten ökonomischen Fundamentaldaten. Die vorhandenen Fakten sind jedoch ausreichend, um zu einer diffusen numerischen Information über den Aktienpreis zu führen. Technische Aktienanalyse führt ebenso zu einer Bandbreite von Preisen – insbesondere, wenn unterschiedliche Ansätze verwendet werden.

Die numerischen Signale, die ein Teilnehmer am Aktienmarkt erhält, sind unter anderem die jeweils letzten Preise sowie Kauf- und Verkaufsgebote, die während eines Tages schwanken und somit anzeigen, dass der „wahre“ Preis nicht exakt bekannt ist.

⁴²⁶ Hirth (2000), S. 7

⁴²⁷ Hirth (2000), S. 8

Die eNRP-Komponente 1 „diffuse numerische Signale“ ist offensichtlich am Aktienmarkt vorhanden. Deshalb kann davon ausgegangen werden, dass der oben beschriebene eNRP auch im Kontext von Aktienmärkten eine Rolle spielt. Die Situation ist ähnlich zu der im Teil über numerische Antwortprozesse beschriebenen: Personen können entscheiden, welche Preise näher an dem gegebenen Signal sind. Dies funktioniert jedoch nur bis zu einer Grenze ihrer Urteilsfähigkeit, die durch die Unsicherheit und unvollständige Information beeinflusst wird.

Andere Faktoren mit Einfluss auf den Preis sind strategische Überlegungen im Zusammenhang mit der Abgabe von Geboten. Diese wurden in einer weiteren Studie erörtert⁴²⁸.

Im Gegensatz zu dem oben dargestellten Laborexperiment kann die diffuse Information hier nicht angemessen kontrolliert beeinflusst werden. Dieses Problem kann mit Hilfe der Überlegung gelöst werden, dass die Genauigkeit des Aktienpreises feiner wird, wenn die Urteilsfähigkeit der handelnden Personen zunimmt.

5.3.2.2 Aktienpreise und der eNRP

Nachdem nunmehr beschrieben ist, wie die Umweltinformationen im Kontext Aktienmärkten als diffuse numerische Information interpretiert werden kann, stellt sich die Frage, wie diese Informationen verarbeitet werden. An dieser Stelle soll zunächst nur auf die aus dem eNRP resultierende grundsätzliche Zahlenstruktur eingegangen werden, während später der Entstehungsmechanismus anhand des spezifischen Bietverhaltens konkretisiert werden soll.

Der eNRP besteht aus der Wahrnehmungsfunktion und der Antwortfunktion. Mit Hilfe der Wahrnehmungsfunktion (eNRP-Komponente 2) wird die Signalwahrnehmung als diffuses Intervall erzeugt. Da der Mechanismus der Wahrnehmungsfunktion noch nicht analysiert wurde, soll im Folgenden nur von ihrem Ergebnis – eben dem diffusen Signalwahrnehmungsintervall ausgegangen werden.

Die Antwortfunktion (eNRP-Komponente 3) besteht aus dem Zahlengenerierungsprozess (eNRP-Komponente 3a) und der Genauigkeitsauswahlregel (eNRP-Komponente 3b). Es schließt sich mit der Auswahl der Antwort die eNRP-Komponente 4 an. Dabei liefert der Zahlengenerierungsprozess die grundsätzliche Zahlenstruktur der Antworten: Es kann davon ausgegangen werden, dass alle Marktteilnehmer ihre Antworten iteriert nach dem Zahlengenerierungsbaum verfeinern. Die Verfeinerung stoppt nach der Genauigkeitsauswahlregel - spätestens jedoch bei Erreichen der Tick Size - als der kleinsten setzbaren Einheit nach den jeweiligen Marktregeln. Wenn umgekehrt die Endziffern der Preise nicht gleichverteilte Vielfache der Tick Size sind, ist folglich die Genauigkeit in der die Marktteilnehmer die Preise setzen gröber als die der Tick Size und die Verfeinerung wird aufgrund anderer Kriterien abgebrochen.

Für die Entstehung der grundsätzlichen Zahlenstruktur ist eine Betrachtung des Zahlengenerierungsprozesses hinreichend. Auf die Genauigkeitsauswahlregel und die Auswahl der Antwort beim Bietverhalten an Aktienmärkten wird erst zu einem späteren Zeitpunkt eingegangen.

Annahme 5.1: Gleichheit Genauigkeitsniveaus

Es kann nun weiter davon ausgegangen werden, dass die Genauigkeit der Gebotspreise unterschiedlicher Marktteilnehmer und zu unterschiedlichen Zeitpunkten auch verschieden ist, da verschiedene Informationen berücksichtigt werden, die Wahrnehmungsfunktion personen- und zeitabhängig ist und die Genauigkeitsauswahlregel zeitabhängig sein kann. Trotzdem kann aufgrund von Zeitpräferenzen davon ausgegangen werden, dass sich das Genauigkeitsniveau der Antworten auch nicht zu stark unterscheidet. Der Grund lässt sich wie folgt skizzieren:

⁴²⁸ Albers (1998b)

Würde ein Marktteilnehmer eine deutlich gröbere Genauigkeit wählen, würde er erst dann Gebote abgeben, wenn der Marktpreis in etwa seinen Preisvorstellungen entsprechen würde. Er würde nicht kontinuierlich mit Zeitpräferenzen handeln. Seine Gebote würden im Gesamtkontext genauerer Gebote kaum ins Gewicht fallen. Würden zunehmend mehr Teilnehmer größer bieten, würden auch weitere „nachziehen“, da dieses die „Verhandlungen“ vereinfachen würde.

Würde er hingegen eine deutlich feinere Genauigkeit wählen, würde eine „Einzelmeinung“ keine wesentliche Rolle spielen. Würden allerdings weitere Teilnehmer aufgrund zusätzlicher Informationen (z.B. aufgrund der Tatsache dass zunehmend mehr Teilnehmer den Preis verfeinern) ebenfalls den Preis verfeinern, müsste letztlich die Mehrheit der Teilnehmer auf diese Genauigkeit eingehen, wenn sie kontinuierlich am Markgeschehen mit Zeitpräferenzen teilnehmen wollte. Dieser Effekt dürfte bei Aktien mit hoher Handelsintensität auftreten.

Eine Detailbetrachtung der Marktmechanismen und ihrer Ergebnisse folgt später.

Wenn die Aktienpreise durch einen numerischen Antwortprozess bestimmt werden, ist die Vorhersage für die letzte Ziffer (die bei IBIS ein Vielfaches von der Tick Size 0,10 DM ist) somit folgende: Für eine grobe Genauigkeit sollte 0 die letzte Ziffer mit der höchsten Häufigkeit sein. Bei feiner werdender Genauigkeit sollte 5 folgen, dann 2/3/7/8 und schließlich 1/4/6/9.

Ein Beispiel soll dies verdeutlichen:

- Es sei zunächst angenommen, dass 1.000 Preise mit einer Genauigkeit von 1,00 DM gesetzt werden. Diese entfallen somit alle auf die Endziffer 0.
- Weitere 1.000 Gebote mit einer Genauigkeit von 0,50 DM führen zu jeweils weiteren 500 Geboten bei den Endziffern 5 und 0.
- Danach sollen weitere 1.000 Gebote hinzugefügt werden – diese jedoch mit einer Genauigkeit von 0,20 DM. Auf die Endziffern 2, 4, 5, 7, 8 und 0 entfallen je rund 167 Gebote.
- Letztlich sollen 1.000 weitere Gebote die Genauigkeit 0,10 DM aufweisen. Für diese ergibt sich eine Gleichverteilung von jeweils 100 Geboten pro möglicher Endziffer.

Es ergibt sich folgendes Bild für die Verteilung der Endziffern:

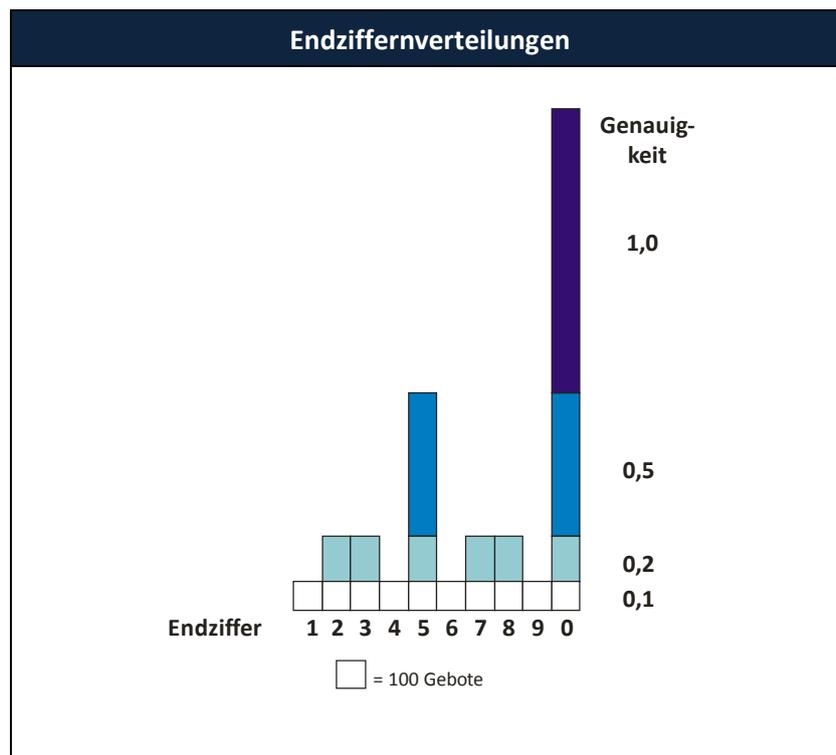


Abb. 5.2: theoretische Endziffernverteilung

Die Verteilung der Endziffern ist abhängig davon, wie viele Gebote jeweils mit welcher Genauigkeit gesetzt werden. Jede Verteilung müsste sich mithin zumindest annähernd als Linearkombination der gewichteten Genauigkeiten darstellen lassen. Alle Verteilungen wären jedoch Ergebnis verschiedener Entscheidungen auf Basis des Zahlengenerierungsbaumes. Somit dürften beispielsweise die Endziffern 3 oder 4 nie häufiger sein als die Endziffer 5, die 5 wiederum nie wesentlich häufiger als die Endziffer 0. Abweichungen könnten lediglich durch weitere Effekte, die etwa aus dem Bietmechanismus resultieren, entstehen.

5.3.3 Die Finanzmarktdaten

Die folgende Analyse zugrunde gelegten Daten bestehen aus rund 194.000 sogenannten Inside Quotes für die 30 DAX-Aktien, die im Zeitraum März bis April 1993 an der elektronischen Börse IBIS gehandelt wurden. Inside Quotes sind Gebote, die in den jeweils aktuellen Spread gesetzt wurden.

5.3.4 Clustering auf Marktniveau

In diesem Abschnitt sollen alle Gebote eines gesamten Aktienmarktes betrachtet werden. In Abbildung 5.3 ist das Ergebnis für die SEAQ (Stock Exchange Automated Quotation System; London⁴²⁹) zusammen mit den Daten des Aktienmarktes IBIS (Frankfurt, Daten von April bis März 1993) dargestellt. Die SEAQ-Daten stammen aus Oktober 1994 und enthalten rund 338.000 Inside Quotes. Die IBIS-Daten enthalten rund 194.000 Inside Quotes der 30 DAX-Aktien. Der Effekt des Stock Price Clustering, der bei den SEAQ-Daten beobachtet werden kann, ist ebenfalls bei den IBIS-Daten zu sehen. Die Struktur scheint jedoch abweichend zu sein. Dies könnte durch die unterschiedliche Genauigkeit der Aktien an den unterschiedlichen Märkten erklärt werden. Die Häufigkeiten der letzten Ziffern

⁴²⁹ Daten aus Grossman et al. (1997)

zeigt eine ähnliche Struktur wie beim Peilexperiment für unterschiedliche Niveaus diffuser Informationen und daraus resultierender unterschiedlicher Genauigkeit. Die SEAQ-Daten sind feiner als die IBIS-Daten. Die IBIS-Daten entsprechen einem Genauigkeitsniveau von 5, während die SEAQ-Daten ein Genauigkeitsniveau von 2 aufweisen. Für diesen Vergleich wurde die Genauigkeit allerdings nicht berechnet. Eine Berechnung erfolgt im nächsten Abschnitt für einzelne Aktien.

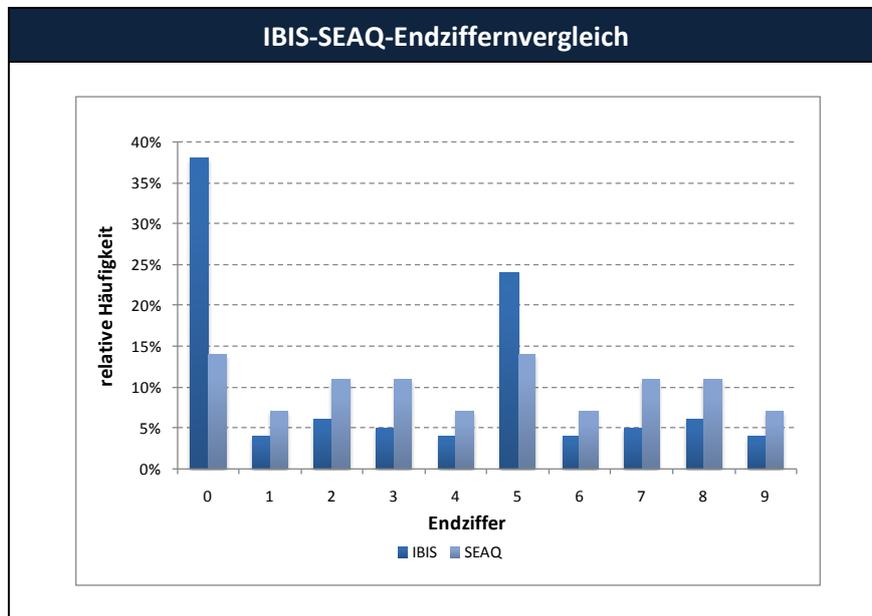


Abb. 5.3: Preisgenauigkeit auf Marktniveau

Bei SEAQ (Tick Size: 1 pence) treten offensichtlich keine Quotes mit einer Genauigkeit größer als 5 pence auf. Bei IBIS (Tick Size: 10 Pfennig) sind hingegen größere Gebote mit einer Genauigkeit von 1,00 DM zu beobachten, Gebote mit einer Genauigkeit von 20 Pf sind hingegen unterrepräsentiert. Dies kann etwa daran liegen, dass die grundsätzliche Marktgenauigkeit 50 Pf beträgt und feinere Gebote nur durch Biemechanismen (Über-/Unterbieten) zu Stande kommen. Diese Effekte werden in Kapitel 9 näher analysiert.

Ähnliche Ergebnisse ergeben sich auch für die Wechselkurse Yen/Dollar und Mark/Dollar⁴³⁰, die finnische Börse⁴³¹ sowie für die XETRA-Daten, bei denen jedoch offensichtlich weitere Einflüsse eine Rolle spielen (Details siehe Anhang 5.1), zu beobachten.

5.3.5 Clustering auf Aktienniveau

5.3.5.1 Endziffern von Inside Quotes IBIS

Im Folgenden werden weitere disaggregierte Daten betrachtet: 30 DAX-Aktien, die am IBIS-Markt gehandelt wurden. Alle Inside Quotes wurden in die Betrachtung mit einbezogen. Für alle Aktien kann die Hypothese der Gleichverteilung der letzten Ziffern bei einem χ^2 -Test auf einem Niveau von 0,01 verworfen werden.

⁴³⁰ Grossman et al. (1997), S. 36 f.

⁴³¹ Booth et al. (2000), S. 745

Vor Erstellung der Grafik wurden die Einflüsse einiger strategischer Effekte eliminiert: Unterbieten auf der Verkaufsseite und Überbieten auf der Kaufseite führen zu überproportionalen Häufigkeiten der Ziffern 9 auf der Verkaufsseite und 1 auf der Kaufseite⁴³².

In Abbildung 5.4 sind die Häufigkeiten der letzten Ziffern (die Vielfache von 0,10 DM sind) dargestellt. Auf der x-Achse sind die Aktien (die Abkürzungen entsprechen denen des Aktienmarktes) geordnet nach ihrer Genauigkeit dargestellt. Aktien mit gleicher Genauigkeit wurden nach der Häufigkeit der Preise mit der größten Genauigkeit sortiert.

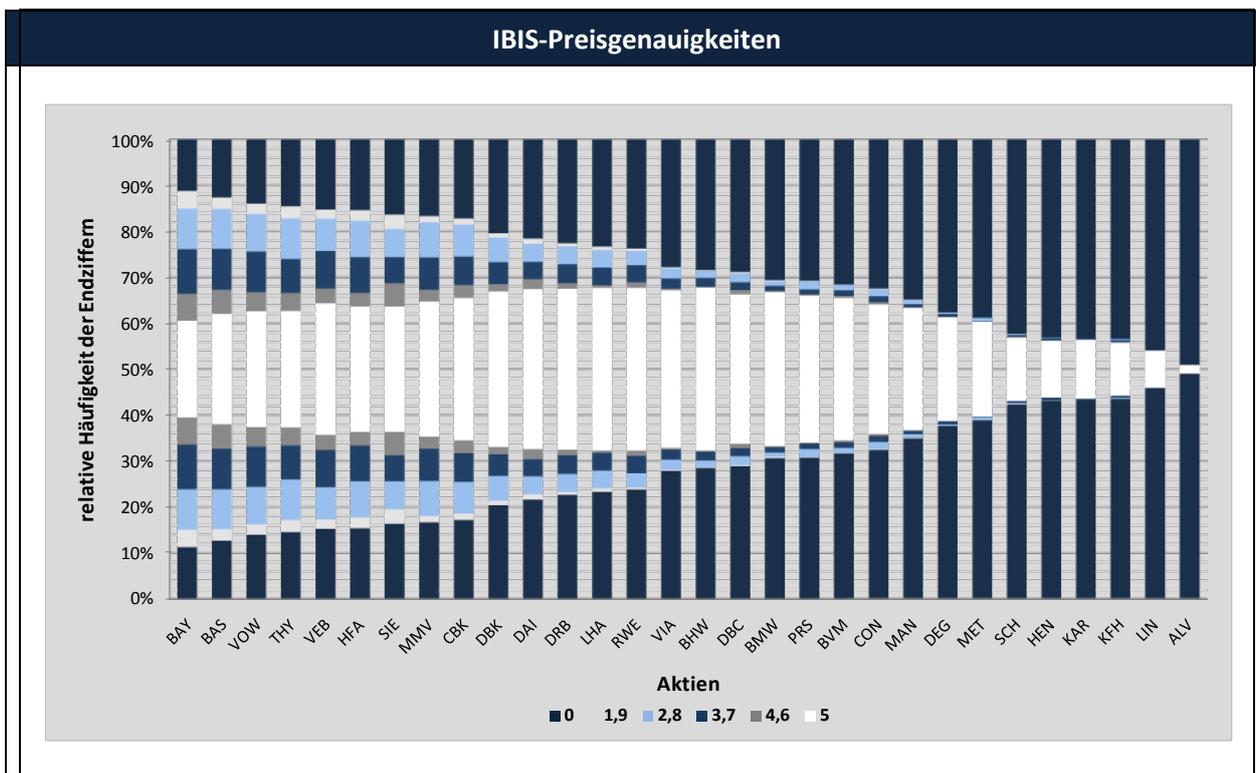


Abb. 5.4: Preisgenauigkeit Aktien IBIS

Ein Blick auf die maximalen Häufigkeiten der letzten Ziffern zeigt, dass die 0 am ehesten bei groben Genauigkeiten zu beobachten ist. Es folgt für die nächst feinere Genauigkeit die Ziffer 5, dann die Ziffern 2/3/7/8 und schließlich die Ziffern 1/4/6/9. Dies wurde bereits durch den numerischen Antwortprozess vorhergesagt, der in Abbildung 4.3 gezeigt worden ist.

Ein Vergleich zwischen den Abbildungen 5.4 und 4.12 zeigt, dass das Ergebnis des Peilexperiments durchaus in die Grafik in Abbildung 5.4 eingeordnet werden kann – beginnend mit der maximalen Häufigkeit 5. Die Struktur sieht ähnlich aus.

5.3.5.2 Endziffern von Quotes und Trades IBIS

Im obigen Beispiel wurde die Verteilung der Endziffern der Inside Quotes dargestellt. Die Inside Quotes wurden einerseits deshalb gewählt, um einen direkten Vergleich zu den Daten der SEAQ herstellen zu können und andererseits deshalb, weil nur die Quotes mit Zeitpräferenz für einen Transaktionsabschluss betrachtet werden sollten.

⁴³² siehe auch Albers (1998)

Es stellt sich daher die Frage, welche Unterschiede zwischen den Genauigkeiten von Inside Quotes und allen Quotes sowie zwischen Quotes (nicht ausgeführte Orders) und Trades (ausgeführte Orders) bestehen. Dieser Zusammenhang ist auch deshalb von besonderem Interesse, weil für viele Datensätze lediglich die Trades, aber keine Quotes zur Verfügung stehen. Bei einer weitgehenden Übereinstimmung der Genauigkeiten zwischen Quotes und Trades könnten somit aus den Trade-Daten eingeschränkte Rückschlüsse auf die Quotes gezogen werden.

Es ist zu erwarten, dass die Verteilung der Endziffern der Trades weitgehende Übereinstimmung mit der Verteilung der Endziffern der Quotes aufweist, da Trades letzten Endes das Eingehen von Marktteilnehmern auf bestehende Gebote sind.

Marktniveau

Auf Marktniveau gestaltet sich das Verhältnis wie folgt:



Abb. 5.5: Genauigkeitsvergleich Quotes-Trades auf Marktbasis

Die Inside Quotes sind somit knapp am feinsten gepreist, gefolgt von den Trades und schließlich der Gesamtheit der Quotes. Die Korrelation der Datensätze untereinander beträgt jeweils über 99%. Ohne weitere Tests kann somit von der Annahme ausgegangen werden, dass die Genauigkeit der Trades im Wesentlichen der der Quotes entspricht.

Aktienniveau

Die Unterschiede in der Genauigkeit von Quotes und Trades auf Aktienniveau sind in folgender Grafik beispielhaft für Volkswagen dargestellt:

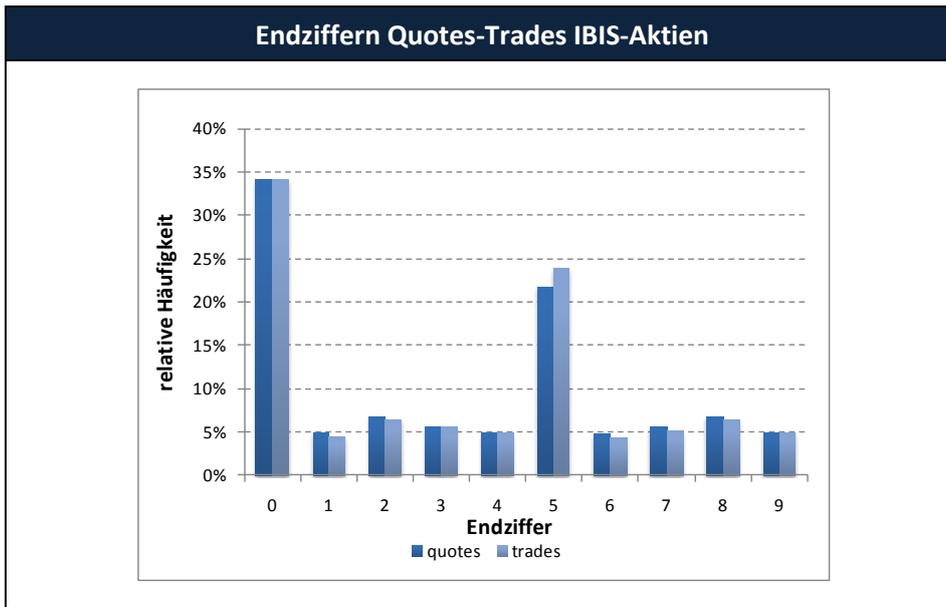


Abb. 5.6: Genauigkeitsvergleich Quotes-Trades auf Aktienbasis

Auch hier kann im Wesentlichen von einer Übereinstimmung der Genauigkeit ausgegangen werden: Hier sind die Quotes geringfügig genauer. Weitere Beispiele - auch für höherwertige Stellen - befinden sich in Anhang 5.2. Eine detaillierte Darstellung der Endziffern für Quotes und Trades aller Aktien befindet sich in Anhang 5.3a-c.

Erwartungsgemäß ist die Verteilung der Endziffern bei Trades und Quotes nahezu identisch, was durch die Korrelation von über 98% bei allen Aktien bestätigt wird. Auch die Anteile an vollen DM-Beträgen ($r = 0,992$) und an 50-Pf-Beträgen ($r = 0,973$) korrelieren stark positiv.

5.3.5.3 Endziffern von Trades XETRA

Nachdem nunmehr davon ausgegangen werden kann, dass die Genauigkeit von Trades und Quotes weitgehend übereinstimmt, wird in folgender Grafik ein Überblick über die Genauigkeiten der Trades unter XETRA dargestellt:

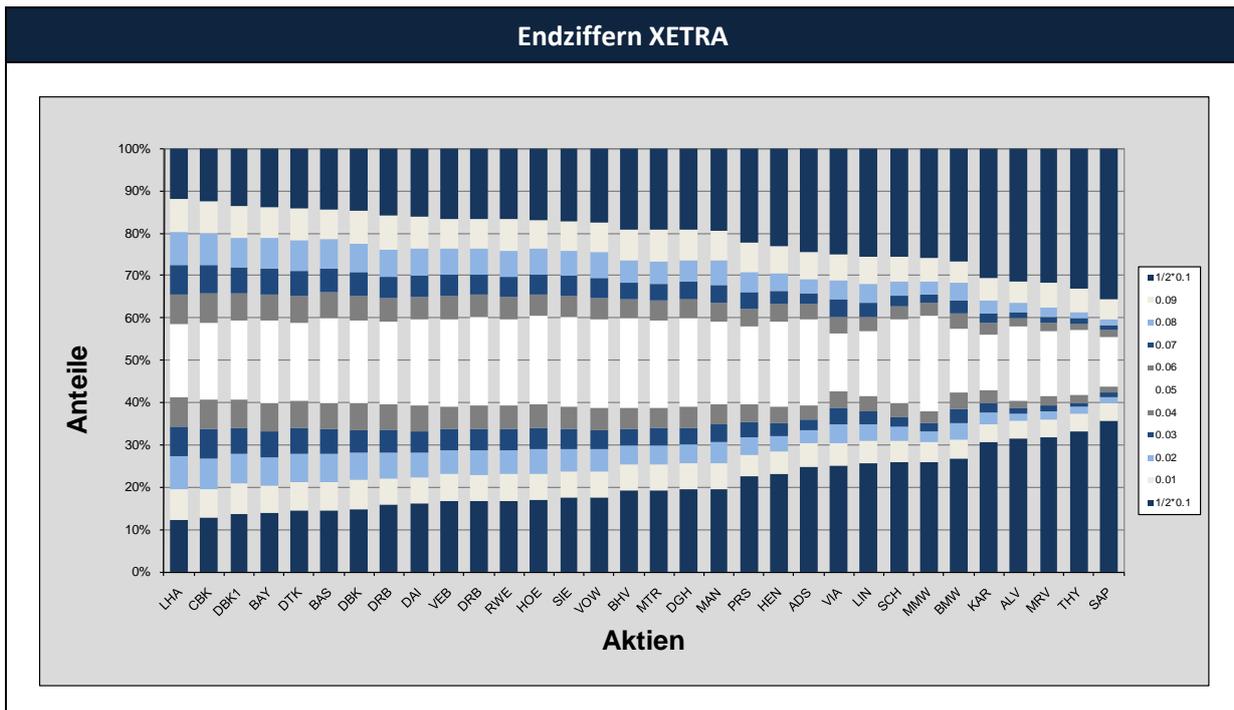


Abb. 5.7: Preisgenauigkeit Aktien XETRA

Eine detaillierte Darstellung der Endziffern befindet sich in Anhang 5.3c.

Die Wertpapiere sind auch hier nach der relativen Häufigkeit der Endziffer 0 sortiert. Unter XETRA beträgt die kleinste Einheit jedoch 1 ct – im Gegensatz zu IBIS mit 10 Pf. Es ist eine Ähnlichkeit der Struktur zur Struktur der Genauigkeiten der Inside Quotes der einzelnen Aktien unter IBIS zu erkennen, wenngleich hier die Preise insgesamt offensichtlich deutlich feiner gesetzt wurden. Die Bedeutung der Ziffern 1/4/6/9 und 2/3/7/8 hat zugenommen, während die Bedeutung der Endziffer 5 insgesamt abgenommen hat.

Da es sich bei XETRA um den IBIS-Nachfolger und somit quasi um den gleichen Markt handelt, ist eine deutliche Weiterentwicklung und Verfeinerung von 1993 (IBIS) bis 1999 (XETRA) ersichtlich. Dabei ist insbesondere auch die Verringerung der kleinsten Preiseinheit von 10 Pf (IBIS) auf 1 ct (XETRA) zu berücksichtigen.

5.3.5.4 Genauigkeiten von Quotes und Trades

(1) Quotes und Trades auf IBIS

Die diffuse numerische Information kann nicht kontrolliert werden. Deshalb wurde die Genauigkeit aller Preise einer Aktie betrachtet. Bisher wurden die Genauigkeiten der Preisbildung jedoch nur über die relativen Häufigkeiten der einzelnen Endziffern beschrieben.

Als weitere Charakteristik der Genauigkeit der Preissetzung wurde die Genauigkeit einer Aktie über die Anwendung der Regeln für die Genauigkeit eines Datensatzes⁴³³ über alle Quotes bzw. Trades eines Zeitraums bestimmt.

Es ergibt sich für die IBIS-Daten insgesamt folgendes Bild:

Genauigkeit Datensatzes	Anzahl Aktien	
	IBIS Quotes	IBIS Trades
Γ (in DM)		
0,10	2	2
0,20	12	12
0,50	10	10
1,00	6	6

Tab. 5.1: Datensatzgenauigkeit IBIS

Aus den Details in Anhang 5.4a und 5.4b geht hervor, dass die Genauigkeiten der Datensätze von Trades und Quotes unter IBIS für alle Aktien übereinstimmen. Die Genauigkeit der Gesamtdatensätze beträgt jeweils 0,2 für Trades und Quotes.

Es kann also auch nach diesem Kriterium davon ausgegangen werden, dass die absolute Genauigkeit von Trades und Quotes (nicht ausgeführten Orders) übereinstimmt. Dies ist - wie bei den Endziffern bereits erwähnt - deshalb nicht überraschend, weil die Trades letzten Endes lediglich als das „Eingehen“ auf das Angebot auf von im Orderbuch bereits vorhandenen Limitorders interpretiert werden kann.

Der Zusammenhang ist für folgende Modellbeschreibungen insofern von besonderer Bedeutung, als dass die Modelle auf Preisen aufeinander folgender Trades basieren. Die Wahrscheinlichkeiten für die Preispfade aufeinanderfolgender Trades können jedoch von den Erwartungen über den jeweils nächsten Preis abhängen. Diese Erwartungen spiegeln sich in jeder Ordereingabe – also in ausgeführten Orders (Trades) und nicht ausgeführten Orders (Quotes) – wider und hängen wiederum von den

⁴³³ hier: die Genauigkeit eines Datensatzes Γ ist die größte Genauigkeit für die folgende Bedingung zutrifft: mindestens 80% der Daten haben eine Genauigkeit von Γ oder größer

Genauigkeiten der Preiswahrnehmung ab. Da jedoch die absoluten Genauigkeiten bei ausgeführten und nicht ausgeführten Orders grundsätzlich übereinstimmen, ist es im Folgenden hinreichend, lediglich die Trades bei den Analysen zu berücksichtigen.

(2) Trades auf XETRA

Für XETRA standen nur die Trades zur Verfügung. Die Genauigkeit der Datensätze der einzelnen Aktien ist in Anhang 5.4d dargestellt und lässt sich wie folgt zusammenfassen:

Genauigkeit Datensatzes	Anzahl Aktien
Γ (in ct)	
1	23
2	10
5	3

Tab. 5.2: Datensatzgenauigkeit XETRA

Die Genauigkeit des Gesamtdatensatzes beträgt 1 ct. Insgesamt ist der XETRA-Datensatz somit deutlich genauer als der IBIS-Datensatz.

Mit dieser Genauigkeit werden der Spread (im folgenden Abschnitt) und die letzten Ziffern des Aktienpreises verglichen.

(3) Preis-Genauigkeitsverteilungen ausgewählter Wertpapiere

Die Genauigkeitsverteilungen von Volkswagen (VOW), Daimler (DAI), BASF (BAS) und Allianz (ALV) unter IBIS und unter XETRA sind in folgenden Grafiken dargestellt:

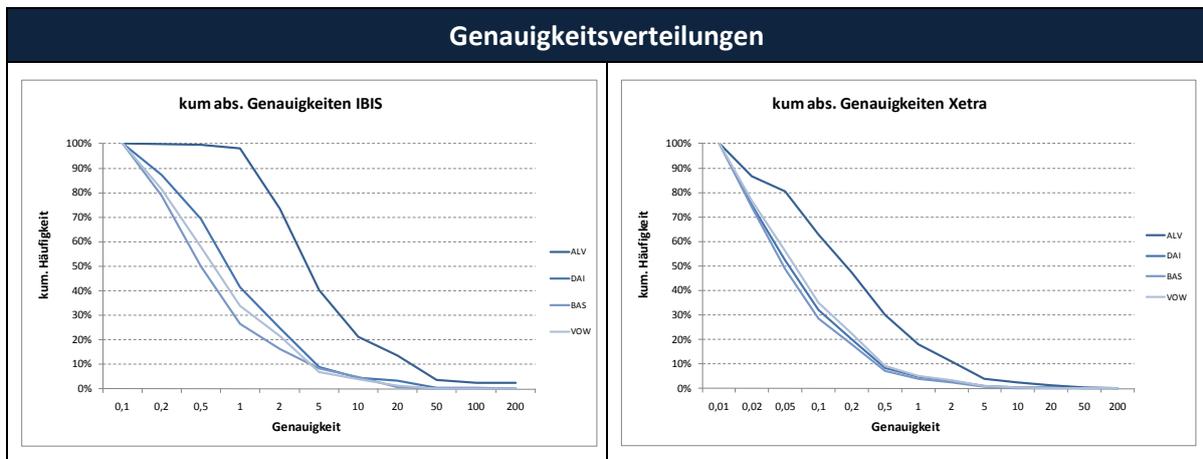


Abb. 5.8: Genauigkeitsverteilungen IBIS und XETRA

Es ist zu erkennen, dass die Preise offensichtlich deutlich gröber als die offizielle Tick Size verteilt sind und auch keine Gleichverteilung der Endziffern vorliegen kann, da ansonsten bei 1 (IBIS)/0,1 (XETRA) die kumulierte relative Häufigkeit lediglich 10%, bei 0,5/0,05 lediglich 20% und bei 0,2/0,02 lediglich 50% betragen dürfte. Ferner wird deutlich, dass die Verteilung bei der hochpreisigen ALV-Aktie auf eine deutlich gröbere Preissetzung als bei den anderen dargestellten Aktien, die in etwa vergleichbare Verteilungen aufweisen, hindeutet.

5.4 Zusammenfassung

Das Clustering-Phänomen wurde theoretisch und empirisch betrachtet. Die theoretischen Ansätze basieren auf dem erweiterten Numerical Response Process, in dem beschrieben wird, wie Personen eine numerische Antwort generieren, wenn sie nur über diffuse numerische Informationen verfügen.

Überträgt man die Prinzipien des Zahlengenerierungsbaumes des Antwortprozesses auf die Entstehung von Aktienpreisen, so kommt man zu einer Vorhersage über die Häufigkeiten der letzten Ziffern von Aktienpreisen.

Im Oktalsystem sollten gerade Achtel leichter zugänglich sein, als ungerade Achtel. Im Dezimalsystem gilt für die Vorhersage Folgendes: wenn die Genauigkeit von Aktienpreisen feiner wird, sollten die letzten Ziffern des Aktienpreises in folgender Reihenfolge erscheinen: zunächst 0, dann 5 gefolgt von 2/3/7/8 und schließlich 1/4/6/9.

Auf aggregiertem Niveau kann die grundsätzliche Struktur des numerischen Antwortprozesses beobachtet werden. Auf dem Niveau einzelner Aktien (30 DAX-Aktien gehandelt an der IBIS Börse März/April 1993) wurde die Vorhersage näher untersucht. Für diese Daten ergab sich die Beziehung zwischen der letzten Ziffer des Preises und der Genauigkeit wie vorhergesagt. Es wurde eine Ähnlichkeit zu einem Laborexperiment beobachtet, bei dem die diffuse numerische Information kontrolliert werden konnte.

Für einzelne Preise jeweils zu einem Zeitpunkt kann somit insgesamt Anomalie 5.1 bestätigt werden.

6 Genauigkeit und Spread

6.1 Allgemeines

Bisher wurde dargestellt, dass Clustering an verschiedenen Wertpapiermärkten auftritt und grundsätzlich gegenüber der allgemeinen Finanzmarkttheorie eine Anomalie darstellt. Es wurden deutliche Hinweise aufgezeigt, dass das Clustering auf die numerische Wahrnehmung von diffusen Finanzmarktinformationen zurückgeführt werden könnte. Zumindest liefert der erweiterte Numerical Response Process Zahlenstrukturen, die die Verteilung der Endziffern von Aktienpreisen erklären könnten.

Es stellt sich nunmehr die Frage, welche Auswirkungen das Clustering auf den Handel am jeweiligen Markt hat und in welchem Zusammenhang das Phänomen mit anderen Kenngrößen des Handels steht. Eine wesentliche Kenngröße des Handels ist die Spreadbreite. Die Spreadbreite kann von - zum großen Teil bereits bekannten - Determinanten abhängig sein.

Bisher wurden in der Literatur in verschiedensten Modellen Zusammenhänge zwischen den Determinanten und der Spreadbreite durch Regressionsmodelle dargestellt, die i.d.R. ein Bestimmtheitsmaß von 0,35 bis 0,85 aufweisen. Die Modelle liefern allerdings keinen konkreten Erklärungsansatz, warum aus den Determinanten die Spreadbreite resultiert. Ferner lassen sich viele Determinanten nicht direkt oder nur mit sehr großem Aufwand ermitteln. Der logische Zusammenhang zur Spreadbreite scheint für einige mögliche Determinanten fragwürdig zu sein.

In diesem Kapitel werden für Continuous Double Auctions im IBIS-System hochsignifikante Zusammenhänge zwischen möglichen Spreadkomponenten dargestellt. Dabei werden die 3 Komponenten Spreadbreite, Standardabweichung der Preisänderungen und Anteil Round Fractions im Detail betrachtet und weitere Einflussgrößen dieser Variablen analysiert.

6.2 Der Spread

6.2.1 Bedeutung und Interpretation

An Wertpapiermärkten ist ein Gleichgewichtspreis für ein Wertpapier prinzipiell nur genau im Zeitpunkt einer Transaktion erkennbar, da nur zu diesem Zeitpunkt Angebot und Nachfrage offensichtlich übereinstimmen. Es existiert also prinzipiell immer nur ein temporäres Gleichgewicht.

Dies gilt insbesondere für die kontinuierliche doppelte Auktion. Unmittelbar vor und nach einer Transaktion stehen Kauf- und Verkaufsangebote einander gegenüber und somit muss bei diskreten Preisen ein Spread existieren⁴³⁴. Die jeweils besten Gebote können dabei jeweils als Gleichgewichtspreise interpretiert werden⁴³⁵. Allerdings setzt sich offensichtlich in der Literatur zunehmend die Ansicht durch, dass der Gleichgewichtspreis der Spreadmitte entspreche⁴³⁶. Der Spread (Spanne) ist dabei grundsätzlich definiert als die Differenz zwischen dem höchsten Kaufgebot (ask) und dem niedrigsten Verkaufsgebot (bid)⁴³⁷.

Der Spread wird prinzipiell als wesentlicher Bestandteil der Transaktionskosten angesehen⁴³⁸. Dabei wird der Spread als „Kosten des Sofortigkeitsservices“ im Sinne von Zu- und Abschlägen zum Gleichgewichtspreis interpretiert, da ein Verkäufer (Käufer) bei Zeitpräferenz nur sofort auf das beste Ask

⁴³⁴ Cohen et al. (1981), S. 289

⁴³⁵ Demsetz (1968), S. 37

⁴³⁶ Schmidt (1993b), S. 213

⁴³⁷ Cohen et al. (1981), S. 288

⁴³⁸ Demsetz (1968), S. 39

(Bid) eingehen kann, um eine Transaktion durchzuführen. Bei Preispräferenz kann der Verkäufer (Käufer) hingegen abwarten und durch entsprechendes Bieten versuchen, einen besseren Preis zu erzielen. Die Kosten werden i.d.R. als halbe Spreadbreite geschätzt.

Dem Spread wird in der Mikrostrukturtheorie insofern eine besondere Bedeutung beigemessen, als dass die Breite des Spreads als ein wesentlicher Indikator für den Effizienzgrad eines Marktes angesehen wird. Je kleiner der Spread ist, umso effizienter kann der Markt etwa für ein bestimmtes Wertpapier angesehen werden. Beim Design neuer Märkte und der Optimierung vorhandener Märkte wird deshalb angestrebt, möglichst geringe Spannen zu ermöglichen.

Aufgrund der besonderen Bedeutung des Spreads für die Charakterisierung von Märkten wurde eine Vielzahl von Studien durchgeführt, die sich nach Booth in folgende Kategorien einteilen lassen:⁴³⁹

- (1) Faktoren bzw. Determinanten, die die Größe des Bid-Ask-Spreads bedingen
- (2) Dekomposition des Bid-Ask-Spreads in Bestands-, Orderausführungs- und Adverse Information-Kosten
- (3) Vergleich der Bid-Ask-Spreads unterschiedlicher Märkte

Die folgenden Betrachtungen lassen sich in die erste Kategorie, also die Analyse zu den Determinanten des Spreads, einordnen. In dieser Analyse soll zusätzlich zu den bisher in der Literatur in Erwägung gezogenen Determinanten der Einfluss von Zahlenwahrnehmung erörtert werden. Darauf folgend soll der konkrete Bezug zum Clustering bzw. zur Genauigkeit der Preise hergestellt werden.

6.2.2 Definitionen und Spreadmessung

Die Spreadbreite kann als eine der wesentlichen Marktkennzahlen betrachtet werden:

- Da sie als Bestandteil der Transaktionskosten und Messgröße für die Markteffizienz angesehen werden kann, eignet sie sich einerseits für einen Vergleich von Marktstrukturen unterschiedlicher Märkte sowie unterschiedlicher Aktien am gleichen Markt und andererseits für einen intertemporalen Vergleich desselben Marktes.
- Neben Vergleichsstudien ist die Spreadbreite eine der wichtigen Merkmale bei der Analyse der Funktionsweise des Handels eines Wertpapiers.

Ein Vergleich kann jedoch aufgrund mangelhafter Verfügbarkeit von Daten oder deutlich unterschiedlicher Marktregeln problematisch sein. Die Analyse der Funktionsweise des Handels ist ebenfalls umso problematischer, je weniger Daten zur Verfügung stehen. Daher ist die Definition des Spreads in Abhängigkeit von den Marktregeln und den Daten erforderlich. Folgende Definitionen finden typischerweise in den im Weiteren dargestellten Studien Verwendung:

Spread-Definition 1: expliziter Spread = Inside Spread

Der explizite Spread ist definiert als die Differenz zwischen dem niedrigsten Ask-Preis und dem höchsten Bid-Preis in einem Markt⁴⁴⁰. Der explizite Spread wird auch Inside Spread genannt, da die jeweils besten Quotes im Gesamtmarkt die innerste Spanne bilden.

Die Messung des expliziten Spreads erfordert die Verfügbarkeit aller jeweils besten Asks und Bids.

⁴³⁹ Booth et al. (1999), S. 51

⁴⁴⁰ Schmidt/Treske (2002), S. 207

Spread-Definition 2: quotierter Spread = Individual Dealer Spread

Der Inside Spread bezieht sich auf das jeweils beste Bid und Ask des Gesamtmarktes – also auf die Quotes aller Marktteilnehmer zusammen. Insbesondere auf Market Maker-Börsen kann es für das Verständnis des Marktmechanismus jedoch sinnvoll sein, jeweils nur das (beste) Ask und das (beste) Bid eines Marktteilnehmers zu betrachten. Dies ist insbesondere dann erforderlich, wenn eine Dekomposition des Spreads in seine (händlerindividuellen) Kosten-Komponenten erfolgen soll. Deshalb definiert Stoll den „Quoted Bid-Ask Spread“ als die Differenz zwischen dem angebotenen Ask-Preis und den angebotenen Bid-Preis eines Händlers zu genau einem Zeitpunkt⁴⁴¹.

Allerdings wird in der Literatur häufig mangels Verfügbarkeit der für eine solche Analyse erforderlichen Daten die Annahme getroffen, dass das jeweils beste Gebot auf Ask- und Bid-Seite von einem fiktiven, unter Wettbewerbsdruck stehenden Teilnehmer stammen⁴⁴². Dann stimmen quotierter und expliziter Spread allerdings wiederum überein. Schmidt/Treske kommen auf Basis einer Analyse von IBIS-Daten zu dem Ergebnis, dass der Individual Dealer Spread etwa doppelt so groß wie der Inside Spread ist⁴⁴³.

Es wird ferner vorausgesetzt, dass Transaktionen nur zu Quote-Preisen, nicht jedoch direkt innerhalb des quotierten Spreads, zugelassen sind. Dies ist etwa bei IBIS und XETRA der Fall.⁴⁴⁴

Die Messung des quotierten Spreads erfordert folglich die Verfügbarkeit der Asks und Bids aller Händler zu einem Zeitpunkt. Da die Händler bei IBIS und XETRA anonym sind und Händler bzw. Teilnehmer nicht verpflichtet sind, sowohl Bid als auch Ask zu einem Zeitpunkt zu stellen, werden in den folgenden Analysen keine quotierten Spreads nach dieser Definition berücksichtigt.

Spread-Definition 3: effektiver Spread = impliziter Spread

Die Daten zur Bestimmung des quotierten Spreads stehen jedoch sehr häufig nicht zur Verfügung, sondern lediglich die Zeitpunkte und Preise der Transaktionen. Aus den Transaktionsdaten kann der Spread jedoch nicht explizit ermittelt, sondern lediglich geschätzt werden.

Eine aus Transaktionsdaten geschätzte Spreadbreite wird auch als effektiver Spread definiert. Ein entsprechendes Schätzverfahren hat Roll⁴⁴⁵ vorgeschlagen, das im Zusammenhang mit Marktmechanismen in Kapitel 9 vorgestellt wird.

Spread-Definition 4: Realized Spread

Stoll definiert zusätzlich den sogenannten „Realized Spread“ als die durchschnittliche Vorteils-Differenz zwischen dem Preis, zu dem ein Händler zu einem Zeitpunkt ein Wertpapier verkauft und dem Preis zu dem er das gleiche Wertpapier zu einem späteren Zeitpunkt wieder kauft⁴⁴⁶. Stoll geht dabei von den Rahmenbedingungen an einer Market Maker-Börse aus, an denen der quotierte Spread jeweils nur die Differenz zwischen dem besten Ask und Bid des Market Makers ist und es sich somit beim quotierten Spread um die Betrachtung des Marktes zu nur einem Zeitpunkt handelt. Der Realized Spread berücksichtigt hingegen die zeitliche Entwicklung.

⁴⁴¹ Stoll (1989), S. 115

⁴⁴² Schmidt/Treske (2002), S. 207

⁴⁴³ Schmidt/Treske (2002), S. 209

⁴⁴⁴ Theissen (1998), S. 207

⁴⁴⁵ Roll (1984), S. 1131

⁴⁴⁶ Stoll (1989), S. 115

Stoll zeigt auf, dass der Realized Spread in effizienten Märkten dem von Roll definierten effektiven Spread entspricht. Stoll und andere kommen zu dem empirischen Ergebnis, dass der Realized Spread kleiner als die quotierte Spanne ist. Glosten/Harris⁴⁴⁷, Hasbrouck⁴⁴⁸ und Stoll selbst modellierten die Beziehung zwischen Realized Spread und der quotierten Spanne⁴⁴⁹. Gemäß einer Regression von Schmidt/Treske für IBIS-Daten entspricht der Realized Spread etwa dem 0,31-fachen des Individual Dealer Spreads und dem 0,34-fachen des Inside Spreads⁴⁵⁰.

Bei IBIS und XETRA handelt es sich nicht um reine Market Maker-Börsen. Daher erscheint die Betrachtungsweise des Realized Spreads für diese Märkte eher ungeeignet.

Da für IBIS alle Quote-Daten auf Marktbasis zur Verfügung stehen, wird in den folgenden Analysen zunächst der explizite Spread, der die gesamte Marktsituation am genauesten widerspiegelt, betrachtet.

Für XETRA-Analysen standen hingegen lediglich Transaktionsdaten zur Verfügung, weshalb in diesem Fall auf die Definition des effektiven Spreads zurückgegriffen wird.

6.3 Spread-Determinanten

6.3.1 Komponenten des Spread

Der Spread dient nach verschiedenen theoretischen Auffassungen der Markt mikrotheorie zur Abdeckung verschiedener Kosten der Marktteilnehmer. Stoll⁴⁵¹ gibt einen Überblick über die Komponenten der Geld-Brief-Spanne und führt im Einzelnen folgende Komponenten an:

Komponente	Beschreibung	Literatur
Geschäftsabwicklungskosten	Kosten, die einem Market Maker unmittelbar durch eine Transaktion/Order entstehen	Demsetz ⁴⁵² , Tinic/West ⁴⁵³
Bestandshaltekosten	Bestandshaltekosten entstehen für Market Maker für die von ihm zu einem bestimmten Preis erworbenen Wertpapiere, die er halten muss, um überhaupt entsprechende Spannen bieten zu können.	Ho/Stoll ⁴⁵⁴ , Amihud/Mendelson ⁴⁵⁵
Kosten der Sicherung gegen Verluste aufgrund asymmetrischer Information	Marktteilnehmer werden in Typen mit unterschiedlichen Informationen unterteilt. Schlechter informierte Teilnehmer verlieren beim Handel mit besser informierten. Diese Verluste müssen anderweitig kompensiert werden.	Copeland/Galai ⁴⁵⁶ , Glosten/Milgrom ⁴⁵⁷ , Easley/O'Hara ⁴⁵⁸

Tab. 6.1: Spread-Komponenten

IBIS und XETRA sind keine reinen Market Maker Börsen. Die Marktteilnehmer in XETRA lassen sich etwa unterteilen in:⁴⁵⁹

⁴⁴⁷ Glosten/Harris (1988), S. 126 ff.

⁴⁴⁸ Hasbrouck (1988)

⁴⁴⁹ Stoll (1989), S. 116, S. 122

⁴⁵⁰ Schmidt/Treske (2002), S. 217 f.

⁴⁵¹ Stoll (1989), S. 115

⁴⁵² Demsetz (1968), S. 36

⁴⁵³ Tinic/West (1972), S. 1712

⁴⁵⁴ Ho/Stoll (1981), S. 71

⁴⁵⁵ Amihud/Mendelson (1980)

⁴⁵⁶ Copeland/Galai (1983), S. 1458 ff.

⁴⁵⁷ Glosten/Milgrom (1985), S. 80

⁴⁵⁸ Easley/O'Hara (1987)

- Zugelassene Trader (Handel auf fremde oder eigene Rechnung, Liquidity Provider (Designated Sponsors))
- Trading assistants
- Andere Marktteilnehmer (Settlement, Operation, Supervision, Information, Administrators)

Aufgrund der heterogenen Struktur der Marktteilnehmer selbst sowie der hinter den Trades stehenden Nachfrager und der relativ geringen Spannen kann jedoch davon ausgegangen werden, dass die oben aufgeführten Komponenten des Spreads eher von untergeordneter Bedeutung sind.

Im Folgenden soll daher weniger auf die Komponenten –also nicht beobachtbare mögliche und eher betriebswirtschaftliche Ursachen– der Spreadbreite, sondern viel mehr auf die beobachtbaren technischen Determinanten der Spread und deren Zusammenhänge eingegangen werden. Daraus sollen im Weiteren verhaltensbedingte Ursachen und deren Konsequenzen für die Funktionsweise des Bietmechanismus am Markt abgeleitet werden.

6.3.2 Determinanten des Spread

6.3.2.1 Einflussgrößen

Als Determinanten des Spread werden Einflussgrößen auf die Breite des jeweiligen Spreads bezeichnet.

Demsetz hat sich erstmalig die Handelsaktivität („Time Rate of Transaction“) als bedeutende Einflussgröße des Spreads herausgestellt. Es folgten zahlreiche Analysen auf unterschiedlichen Märkten mit der Betrachtung der verschiedensten Determinanten. Die wesentlichen Einflussgrößen können u.a. nach Iversen⁴⁶⁰ wie folgt klassifiziert werden:

Determinante	Zusammenhang zum Spread	Operationalisierung	Anmerkungen
Handelsaktivität	Mit steigender Handelsaktivität kann erwartet werden, dass der Spread aufgrund des höheren Wettbewerbs kleiner wird.	Anzahl Transaktionen oder gehandelte Volumina	Andere Maßzahlen wie die Anzahl emittierter Aktien, die Anzahl an Anlegern/Aktionären oder der Marktwert sind lediglich indirekte Maße. Ferner stehen typischerweise entsprechende Daten nicht zur Verfügung.
Risiko	Mit steigendem Risiko steigt der Spread.	Varianz der Rendite	
Wettbewerb zwischen Marktteilnehmern	Mit steigendem Wettbewerb zwischen den Marktteilnehmern verringert sich die Spreadbreite.	Anzahl Marktteilnehmer	Da sich diese Determinante ebenso wie die Handelsaktivität auf den Wettbewerb bezieht, ist bei einer multiplen Regression jedoch auf die Vermeidung von Multikollinearität zu achten.
Preis	Prozentualer Spread fällt mit steigendem Preis Absoluter Spread steigt mit steigendem Preis	Preis	
Anzahl institutioneller Anleger	Mit steigender Anzahl institutioneller Anleger sinkt der Spread	Durchschnittliches Transaktionsvolumen	
Möglichkeit von Aktienoptionen auf Aktie	Falls Möglichkeit vorhanden, sinkt der Spread	Flag-Variable	Grund: mehr Informationen über Wertpapiere führen zu mehr Effizienz, bessere Risikoabsicherungsmöglichkeiten

Tab. 6.2: Spread-Determinanten

⁴⁵⁹ O.V. (2004), S. 8

⁴⁶⁰ Iversen (1994), S. 51 ff.

Weitere mögliche Determinanten wie „Information“ sind nicht schlüssig operationalisierbar und werden daher in den meisten empirischen Regressionsmodellen vernachlässigt.

6.3.2.2 Ausgewählte Modelle

Eine Auswahl von in der Literatur erwähnten Modellen ist in Anhang 6 steckbriefartig in Anlehnung an Iversen⁴⁶¹ zusammengefasst und ergänzt. Die wesentlichen Ergebnisse sind folgende:

- Demsetz⁴⁶² sieht einen statistisch signifikanten Zusammenhang der Spreadbreite mit dem Preis und der logarithmierten Handelsaktivität (gemessen in Transaktionen/Tag), wobei die Handelsaktivität den deutlich größten Einfluss hat ($R^2 = 0,58$).
- Im Modell von Benston/Hagerman⁴⁶³ ($R^2 = 0,78$) stellt der logarithmierte (Durchschnitts-) Preis die wesentliche Einflussgröße dar, während die Anzahl der Aktionäre und Konkurrenten und ebenso das unsystematische Risiko zwar signifikant aber von relativ geringem Einfluss auf die Spreadgröße sind.
- Branch/Freed⁴⁶⁴ stellen in ihrem Modell Unterschiede für NYSE und AMEX fest ($R^2 = 0,49$ NYSE, $R^2 = 0,69$ AMEX). Der Kehrwert des Durchschnittspreises ist signifikant und von großer Bedeutung. Die Handelsaktivität - gemessen durch die Anzahl gehandelter Aktien - hat hier quasi keinen Einfluss auf den Spread, während das Risiko zumindest einen geringen Einfluss hat.
- Das 6 Variablen umfassende Modell von Hamilton⁴⁶⁵ erklärt nur relativ wenig von der Spannenbreite ($R^2 = 0,37$). Der nicht transformierte Preis hat hier den größten Einfluss auf die Spannenbreite. Risiko, Handelsaktivität und Anzahl der Konkurrenten sind hingegen relativ unbedeutend für die Spanne.
- Iversen⁴⁶⁶ führte für das Quotation-System Matis der Hamburger Wertpapierbörse eine Reihe von Einzelregressionen mit diversen Variablen durch, um die Erklärungskraft einzelner Determinanten unter Ausschluss von Multikolarität zu testen. Es wird ein starker Einfluss der Handelsaktivität - gemessen durch den logarithmierten Umsatz - auf die Spanne festgestellt ($R^2 = 0,8384$; $F = 145$) mit deutlicher statistischer Signifikanz festgestellt. Der Handel mit Optionen auf die entsprechenden Aktien an der Deutschen Terminbörse (DTB) und die Anzahl der Konkurrenten sind ebenfalls relevant, während die logarithmierte Renditevarianz ebenso geringe Erklärungskraft hat, wie der logarithmierte Preis.
- Für das Handelssystem IBIS stellt Iversen⁴⁶⁷ ebenfalls eine äußerst hohe Erklärungskraft der Handelsaktivität - gemessen durch den logarithmierten Umsatz - fest. (Modell: $\ln(S_{Mj}) = 7,3381 - 0,7963 \ln(U_j)$ mit $R^2 = 0,9253$, $F = 346$, $n=30$).
- Schimdt/Treske zeigen ebenfalls einen Zusammenhang zwischen Spreadbreite und Handelsaktivität – wiederum als logarithmierter Umsatz gemessen - fest. (Modell: $\ln(\text{Spread}) = a + b \cdot \ln(\text{volume})$), $R^2 = 81\%$ bzw. 87% ⁴⁶⁸.

Ein direkter Vergleich der Modelle befindet sich in Anhang 6.

⁴⁶¹ Iversen (1994), S. 73-82

⁴⁶² Demsetz (1968), S. 46

⁴⁶³ Benston/Hagerman (1974), S. 361

⁴⁶⁴ Branch/Freed (1977), S. 161

⁴⁶⁵ Hamilton (1991), S. 129 ff.

⁴⁶⁶ Iversen (1994), S. 193

⁴⁶⁷ Iversen (1994), S. 243

⁴⁶⁸ Schimdt/Treske (2002), S. 210

Als Fazit lässt sich festhalten, dass sich sowohl der Erklärungsgrad als auch die Bedeutung einzelner Determinanten je nach Modell und Markt stark unterscheidet. Handelsaktivität und Preis spielen offensichtlich in den Modellen eine herausragende Rolle, während das Risiko eher von untergeordneter Bedeutung ist. Es ist ferner zu erkennen, dass zumeist entweder die Handelsaktivität oder der Preis - nicht jedoch beide zusammen - wichtige Determinanten in den Modellen sind.

6.3.3 Determinanten des Stock Price Clustering Phänomens

Nachdem nunmehr die wesentlichen (statistischen) Einflussgrößen von Spreads skizziert worden sind, stellt sich die Frage, welcher Zusammenhang dann zwischen Spreads und Clustering besteht. Dazu soll zunächst eine Analyse von Harris⁴⁶⁹ vorgestellt werden, in der Einflussgrößen des Clusterings allgemein betrachtet werden. Harris benutzt dabei als Maß für den Grad des Clusterings den Anteil ganzer Preise (Endziffer 0).

Harris leitet für den Anteil ganzer Preise (0/8tel) Regressionsmodelle mit folgenden abhängigen Variablen her:

- f_0 : Häufigkeit ganzer Zahlen (0/8-tel)
- \hat{f}_0^a : korrigierte Häufigkeit ganzer Zahlen
- EvenOdd: kumulierte Differenz zwischen even/odd-Häufigkeiten
- EvenOddAdj: EvenOdd angepasst

Die Modelle wurden zunächst nur für einzelne Jahre und dann für 5-Jahres-Zeiträume bestimmt. Das Ergebnis ist im Folgenden nur für die Häufigkeit \hat{f}_0^a für einen 5-Jahreszeitraum dargestellt, da alle Modelle ähnliche Charakteristika aufweisen:

Modell		Harris (1991)			
Markt/Daten		CRSP: NYSE/AMEX mit mindestens 200 Tages-Beobachtungen über 8 Jahre zwischen 1963 und 1987 für jährliche Analysen Fitch Data NYSE für 5-Jahres-Perioden 12/81-01/83			
Bestimmtheitsmaß	R ²	0,329			
F-Wert	F	-			
Anzahl Beobachtungen	n	1153			
Modell		$\hat{f}_0^a = a + b_1 \cdot AvePrice + b_2 \cdot ST\Delta P + b_3 \cdot LogMkVal + b_4 \cdot CloseEnd + b_5 \cdot InvSQRTrans + \varepsilon_t$			
Abhängige Variable	\hat{f}_0^a	Korrigierte Häufigkeit ganzer Zahlen			
Parameter		Determinante	Koeffizient	t-Wert	
	<i>AvePrice</i>	Durchschnittspreis für ein Jahr	Kurs	0,0489	2,74
	<i>STΔP</i>	Standardabweichung überlappende 5-Tages-Preisänderungen über 1 Jahr	Handelsaktivität	1,92	5,3
	<i>LogMkVal</i>	Logarithmiertes Mittel von Jahresanfangs- und Jahresende-Markt-Kapitalisierung	Kurs	-0,219	-2,01
	<i>CloseEnd</i>	Dummy Close-End-Funds (mit wahrscheinlich feinerer Preissetzung)		-2,37	-4,2
	<i>InvSQRTrans</i>	1/SQRT(durchschnittliche Anzahl von Transaktionen pro Tag)	Handelsaktivität	-11,5	9,3
		Konstante		0,138	9,1

Tab. 6.3: Spread-Determinanten-Modell Harris

⁴⁶⁹ Harris (1991), S. 406

Alle Variablen sind statistisch signifikant. Das Bestimmtheitsmaß lässt jedoch auf einen nicht sehr hohen Erklärungsgrad schließen.

Es ist auffällig, dass in diesem Modell mit den unabhängigen Variablen Preis, Standardabweichung der Preisänderungen und Transaktionen/Tag im Wesentlichen die gleichen erklärenden Variablen gewählt werden, die auch als Determinanten des Spread relevant sind. Dies legt den Schluss nahe, dass zwischen der Genauigkeit der Preissetzung und der Breite des Spreads ein Zusammenhang besteht, der durch ähnliche Rahmenbedingungen geprägt ist.

6.4 Genauigkeit und Spread

6.4.1 Daten

Der oben beschriebene IBIS-Datensatz wurde als Basis für die folgende Analyse verwendet.

6.4.2 Analyisierte Variablen

6.4.2.1 Auswahl Variablen und Datenermittlung

In die Analyse wurden prinzipiell nur Variablen für einen Markt einbezogen, da keine Marktvergleiche vorgenommen werden sollten. Es wurden lediglich Variablen einbezogen, die sich aus den Orderbüchern von IBIS direkt ableiten lassen. So soll sichergestellt werden, dass sich die Analysen prinzipiell auf jede kontinuierliche doppelte Auktion bzw. auf jede Börse übertragen lassen.

Die berücksichtigten Variablen sind:

Variable	Beschreibung	Determinante	Daten
S	Spread gemessen in DM		Der Spread S_t eines Wertpapiers wird definiert als arithmetisches Mittel der täglichen Spreads. Dadurch werden die Preissprünge zwischen den Handelstagen eliminiert. Die täglichen Spreads werden ermittelt als die zeitgewichteten Spreads aller Aktionszeitpunkte eines Handelstages. Dabei wird davon ausgegangen, dass nach jeder Aktion ein neuer Spread entsteht, der bis zum Zeitpunkt der nächsten Aktion Gültigkeit hat. Die Zeitgewichtung des Spreads wird durchgeführt, um den Spread so genau wie möglich zu ermitteln.
f_0	Round Fractions: quadriert Anteil an Preisen bei Trades auf volle DM	Wahrnehmung	Der Anteil an "Round Fractions" wird berechnet als die Anzahl aller Transaktionen über alle Tage mit Preisen, die auf volle DM enden ⁴⁷⁰ , bezogen auf die Gesamtanzahl von Transaktionen über alle Tage.
TA	Anzahl Transaktionen pro Aktie im Datensatz	Handelsaktivität	Die Anzahl an Transaktionen einer Aktie wird bestimmt als die Summe der Transaktionen über alle betrachteten Tage.
\bar{P}	Mittelwert der Transaktionspreise über den gesamten Datensatz	Wahrnehmung	Die Transaktionspreise einer Aktie ergeben sich aus dem arithmetischen Mittel über alle Tage über die Durchschnittspreise pro Handelstag.
$s(\Delta P)$	Standardabweichung der Preisänderungen	Risiko	
\bar{V}	Gesamtvolumen und Durchschnittsvolumen aller Trades	Handelsaktivität	Das Transaktionsvolumen einer Aktie ergibt sich aus dem arithmetischen Mittel über alle Tage über das Durchschnittsvolumen pro Handelstag.

Tab. 6.4: analysierte Variablen

Der Anteil „Round Fractions“ wird erstmalig in die Analyse von Spread-Determinanten einbezogen.

⁴⁷⁰ dies entspricht einer absoluten Genauigkeit des Kurses von 1 oder größer

6.4.2.2 Nicht berücksichtigte Variablen

Der Börsenumsatz wäre eine weitere Operationalisierung für die Handelsaktivität. Da sich der Umsatz jedoch aus Preis und Volumen der Transaktionen ergibt, ist eine Multikolarität bei der Berücksichtigung aller 3 Variablen in einem multiplen Regressionsmodell zu erwarten. Deshalb wurde der Umsatz als zusammengesetzte Größe nicht berücksichtigt und stattdessen die Einzelkomponenten Preis und Volumen einbezogen.

Die Anzahl der Marktteilnehmer als Operationalisierung des Wettbewerbs wäre aus den vorliegenden Daten ermittelbar gewesen. Es ist jedoch davon auszugehen, dass hier wieder eine deutliche Abhängigkeit vom Handelsvolumen besteht. Da ferner die Marktteilnehmer im Handel für die Akteure nicht transparent sind, wurde auf eine Berücksichtigung verzichtet.

Die Anzahl institutioneller Anleger lässt sich aus den vorliegenden Daten nicht direkt ermitteln. Da das durchschnittliche Transaktionsvolumen maßgeblich vom Preis abhängen dürfte und zum Untersuchungszeitpunkt ein Mindestvolumen von 500 Stück pro Transaktion bestand (Ausnahme: Allianz) hat diese Operationalisierung für die Anzahl institutioneller Anleger wahrscheinlich nur eine untergeordnete Bedeutung und wurde daher nicht weiter einbezogen.

Aktioptionen waren zwar zum Untersuchungszeitpunkt für alle DAX-Aktien verfügbar, es ist jedoch u.E. davon auszugehen, dass diese im Durchschnitt einen relativ geringen Einfluss haben.

6.4.3 Zusammenhang Genauigkeit und Spread

Die Größe der Marktspanne (Spread) kann als ein Indikator für die Bekanntheit des exakten Marktpreises angesehen werden. Für die in der Prominenztheorie definierte Genauigkeit gilt: je feiner die Genauigkeit des Aktienpreises, umso weiter ist der erweiterte numerische Antwortprozess fortgeschritten. Im Zusammenhang mit diesem Argument kann für die Beziehung zwischen Preis und Spread Folgendes erwartet werden: je genauer die Preise sind umso kleiner sollte der Spread sein.

Ein Blick auf die Beziehung der Genauigkeit Γ der Preise und dem Spread führt zu dem in Abb. 6.1: *Genauigkeit und Spread* dargestellten Ergebnis. Das Symbol für Aktien mit einer Genauigkeit von 0,20 DM ist \square , das Symbol für Aktien mit einer Genauigkeit von 0,50 DM ist $+$, während das Symbol für Aktien mit einer Genauigkeit von 1,00 DM Δ ist. Da die Daten auf einem aggregierten Niveau sind, war zuvor eine Klassifizierung der Aktien durch Sortierung der Preise nach Häufigkeit mit der größten Genauigkeit (von 1,00 DM) erforderlich. Diese Sortierung verdeutlicht, dass sich Preise gelegentlich auf einem gröberen oder feineren Genauigkeitsniveau als das hier bestimmt befinden. Dies ist abhängig von der Wahrnehmung einiger Marktteilnehmer. Aus der Abbildung geht hervor, dass der Spread größer wird, wenn die Genauigkeit der Aktienpreise gröber wird.

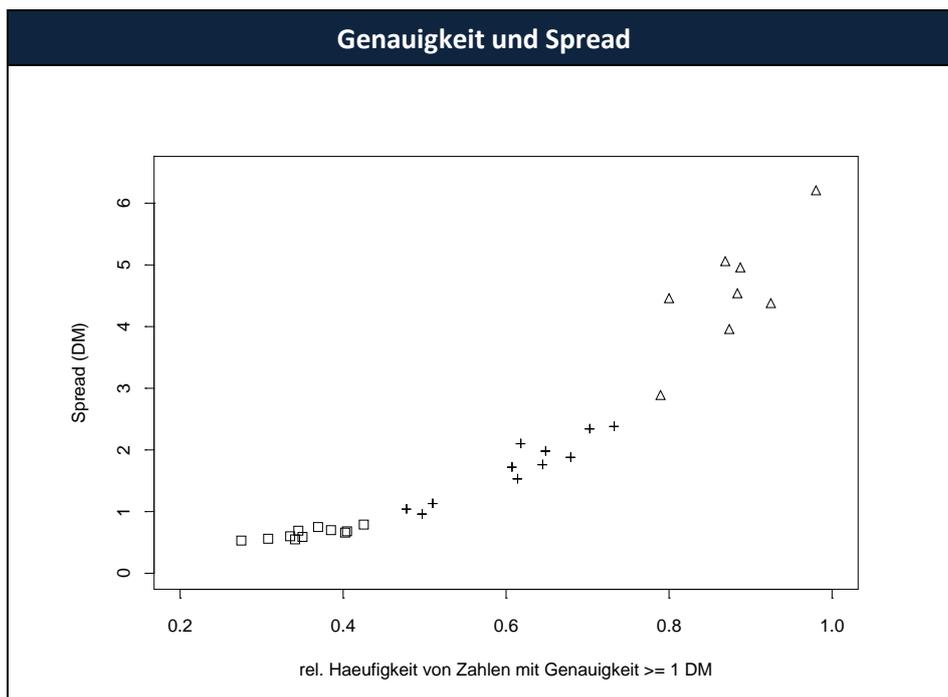


Abb. 6.1: Genauigkeit und Spread

Der Zusammenhang zwischen Spread und der Genauigkeit der Preisbildung soll im Folgenden mit Hilfe geeigneter Regressionsmodelle genauer analysiert werden.

6.4.4 Regression Spread

6.4.4.1 Transformation der Variablen

Eine erste Analyse der Zusammenhänge zwischen den Variablen wurde anhand von Scatterplots durchgeführt. Da deutlich erkennbar ist, dass der Zusammenhang zwischen den Variablen nicht immer eindeutig linear ist, wurden einige Variablen gemäß der offensichtlichen Beziehung transformiert:

Variable	Beschreibung	Transformation	Technische Bezeichnung
S	Spread gemessen in DM	-	Spread.neu
f_0^2	Round Fractions	Quadrierung	T0sqr
$\ln(TA)$	Anzahl Transaktionen pro Aktie	Logarithmierung	LogAnzahl
$s(\Delta P)$	Mittelwert der Transaktionspreise über den gesamten Datensatz	-	Stdabw.dp
$\ln(\bar{P})$	Standardabweichung der Preisänderungen	Logarithmierung	Log KursAvg
$\ln(\bar{V})$	Gesamtvolumen und Durchschnittsvolumen aller Trades	Logarithmierung	LogSumVol

Tab. 6.5: Variablentransformation

Nach der Transformation ergibt der Scatterplot folgendes Bild:

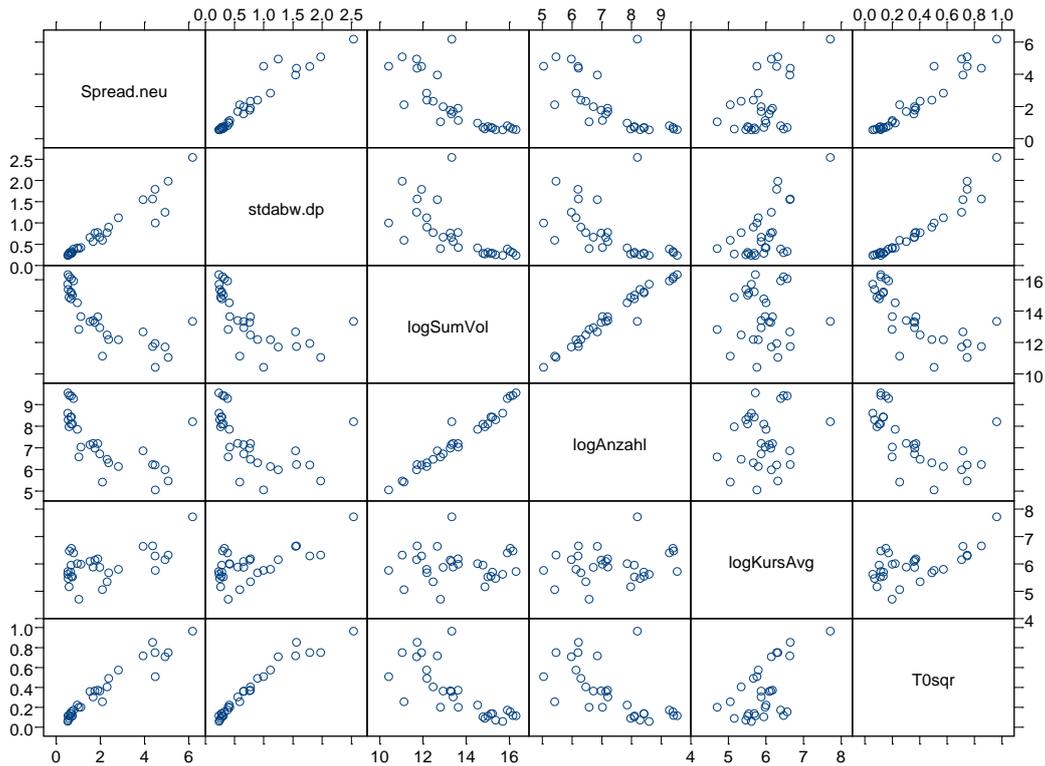


Abb. 6.2: Variablenzusammenhänge

Zur detaillierteren Analyse der Zusammenhänge wurden die Korrelationskoeffizienten für die entsprechenden Variablen bestimmt.

	Spread.neu	stdabw.dp	logSumVol	LogAnzahl	logKursAvg	T0sqr	Gruppe
Spread.neu	1.0000000	0.9547628	-0.768825020	-0.6434439	0.533369652	0.9633663	
stdabw.dp	0.9547628	1.0000000	-0.654820871	-0.5159526	0.635818636	0.9673753	I
logSumVol	-0.7688250	-0.6548209	1.000000000	0.9772001	-0.004308575	-0.7352076	II
logAnzahl	-0.6434439	-0.5159526	0.977200069	1.0000000	0.161153465	-0.6065918	II
logKursAvg	0.5333697	0.6358186	-0.004308575	0.1611535	1.000000000	0.5913936	III
T0sqr	0.9633663	0.9673753	-0.735207608	-0.6065918	0.591393613	1.0000000	I

Tab. 6.6: Variablenkorrelationen

Im Einzelnen lassen sich folgende Beziehungen erkennen:

- Spreadbreite, Standardabweichung der Preisänderungen und Anteil Round Fractions (Gruppe I) stehen in engem linearen Zusammenhang. Hierfür ist zunächst keine Erklärung ersichtlich.
- logAnzahl und logSumVol (Gruppe II) sind ebenfalls stark korreliert. Dies verwundert nicht, da beide Variablen prinzipiell die Handelsaktivität repräsentieren. Im Weiteren sollte nur noch eine Variable berücksichtigt werden, da sich ansonsten eine Multikollinearität in einem multiplen Regressionsmodell ergeben würde.
- Zwischen Gruppe I und II besteht ein eher schwacher negativer Zusammenhang.
- LogKursAvg steht offensichtlich in keinem Zusammenhang zu Gruppe II. Dies ist insofern bemerkenswert, als dass die These, dass eine höhere Handelsaktivität höhere Preise nach sich zieht, durch die vorliegenden Daten nicht bestätigt wird. Ein Zusammenhang zu Gruppe I ist schwach positiv erkennbar.

6.4.4.2 Zusammenhang der Variablen aus Gruppe I

Da anhand der bisherigen Untersuchungen die Abhängigkeiten zwischen den Variablen der Gruppe I nicht eindeutig geklärt werden konnten, dies aber für die Bestimmung der Determinanten des Spread von grundlegender Bedeutung ist, sollen Einzelregressionen zwischen diesen Variablen nähere Einblicke gewähren:

(a) Spread und Standardabweichung der Preisänderungen

Die lineare Einfachregression mit dem Spread als abhängige Variable und der Standardabweichung der Preise als unabhängiger Variable ergibt:

$$S \sim 0,0349 + 2,6801 \cdot s(\Delta P)$$

(0,23) (16,99)

Mit $R^2 = 0,9116$ ergibt sich, dass allein durch die Standardabweichung der Preisänderungen 91% der Änderungen des Spread erklärt werden können. Das Modell ist mit $F = 288,6$ statistisch signifikant. Während die Konstante nicht von Bedeutung ist, ist der Koeffizient der unabhängigen Variablen ebenfalls statistisch hoch signifikant. Der Spread steigt offensichtlich um das 2,68-fache von $s(\Delta P)$.

(b) Spread und Anteil der Round Fractions

Für die Beziehung zwischen Spread und quadriertem Anteil der Round Fractions ergibt sich:

$$S \sim -0,1029 + 6,1592 \cdot f_0^2$$

(-0,7255) (19,0077)

Mit $R^2 = 0,9281$ und $F = 361,3$ sowie der statistischen Signifikanz des Variablenkoeffizienten ist das Ergebnis sogar noch etwas überzeugender als das Ergebnis von (a). Der Spread reagiert auf eine Erhöhung des Round-Fraction-Anteils mit einer Versechsfachung sensistiver als auf die Standardabweichung der Preisänderungen.

Die Regression zwischen Spread und einfachem Anteil der Round Fractions ist mit $R^2 = 0,8901$ und $F=226,8$ ebenfalls signifikant, das Modell mit der quadrierten Variable liefert jedoch ein besseres Ergebnis.

(c) Standardabweichung der Preisänderungen und Anteil Round Fractions

Für die Beziehung zwischen der Standardabweichung der Preisänderungen und dem quadrierten Anteil Round Fractions ergibt sich letztlich:

$$s(\Delta P) \sim -0,0178 + 2,2033 \cdot f_0^2$$

(-0,3746) (20,2049)

Mit $R^2 = 0,9358$ und $F = 408,2$ ist dieses Modell bezüglich der Erklärungskraft nochmals signifikanter als (a) und (b).

Zusammenfassend bestätigt sich der hochsignifikante Zusammenhang der Variablen untereinander. Es lassen sich zwar ferner „Gesamtmodelle“ zur Erklärung der Spreadbreite mit einer Erklärungskraft von $R^2 > 0,95$ unter Berücksichtigung mehrerer aufgeführter Variablen konstruieren. Der Zuwachs der Erklärungskraft gegenüber den oben aufgeführten Einzelregressionen, die jeweils bereits ein $R^2 > 0,91$ besitzen ist jedoch gering. Deshalb wurde auf eine komplexere Analyse mit Hilfe eines multiplen Regressionsmodells zur Erklärung der Spreadbreite verzichtet.

Es stellt sich nunmehr die Frage, wie der kausale Zusammenhang zwischen den Variablen interpretiert werden kann.

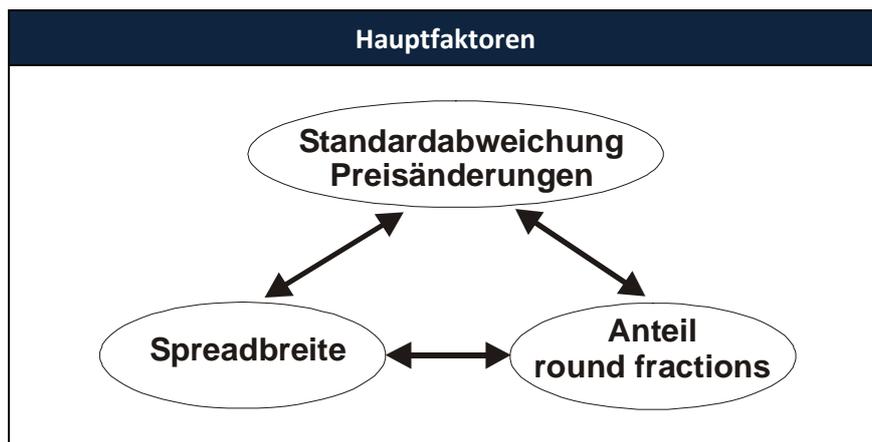


Abb. 6.3: Hauptfaktoren

Prinzipiell kann bei einem erhöhten Anteil Round Fractions - bedingt durch zunehmendes Price Clustering - erwartet werden, dass die Preisänderungen und somit auch die Standardabweichung der Preisänderungen größer werden. Da die Genauigkeit der Preise nicht linear, sondern quasi-logarithmisch (0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5) zunimmt, deutet ein zunehmender Anteil Round Fractions auf eine entsprechende Veränderung der Preisänderungen hin.

Insofern ist davon auszugehen, dass $s(\Delta P)$ von f_0^2 abhängig ist. Wenn dies der Fall ist, ist letztlich auch die Spreadbreite S von f_0^2 abhängig. Die Standardabweichung der Preisänderungen spielt dann für die Erklärung der Spreadbreite nur noch eine untergeordnete Rolle. Es gelte also:

$$f_0^2 \rightarrow s(\Delta P) \text{ und}$$

$$f_0^2 \rightarrow S$$

Somit kann von der Annahme ausgegangen werden, dass die Wahrnehmungsdeterminante (f_0^2 als Operationalisierung für den Grad des Price Clusterings) die Risikodeterminante ($s(\Delta P)$) und den Spread bedingen könnte.

Es stellt sich mithin die Frage, in welchem Zusammenhang die weiteren Determinanten (Handelsaktivität, Preis) direkt oder indirekt mit der Spreadbreite zusammenhängen.

6.4.4.3 Einfluss weiterer Determinanten

Da die Spreadbreite fast ausschließlich durch den Anteil Round Fractions erklärt werden kann ($R^2 > 0,91$), ist davon auszugehen, dass die weiteren Determinanten keinen wesentlichen zusätzlichen direkten Einfluss auf die Erklärung der Spreadbreite haben. Daher soll der indirekte Einfluss anhand folgender Frage untersucht werden: In wie weit lässt sich die Wahrnehmungsdeterminante durch die weiteren Variablen erklären?

Als weitere Variablen verbleiben das Handelsvolumen und die Anzahl Transaktionen als Maß für die Handelsaktivität und der Preis. Da das Handelsvolumen und die Anzahl Transaktionen hochkorreliert sind ($\text{Corr}(\ln(\bar{V}), \ln(TA)) = 0,977$) sollte nur eine der Variablen für Handelsaktivität in der weiteren Analyse berücksichtigt werden. Da das Volumen aussagefähiger ist und zusätzlich zur Anzahl der Transaktionen noch eine Gewichtung der Transaktionen beinhaltet, wird das Volumen ausgewählt.

Modell

Das multiple Modell ist hochsignifikant und hat mit $R^2 = 91\%$ einen hohen Erklärungsgrad:

$$f_0 \sim 0,7133 - 0,1006 \cdot \ln(\bar{V}) + 0,2039 \cdot \ln(\bar{P}) \text{ mit } R^2 = 0,9149 \text{ und } F = 145,2$$

(4,4555) (-14,0129) (9,6357)

Die Genauigkeit bei der Nennung von Preisen ist basiert auf der Wahrnehmung diffuser numerischer Informationen. Bestandteile dieser diffusen numerischen Information können u.a. auch der das Handelsvolumen und der Preis sein. Beide Komponenten sind direkt numerisch verfügbar. Da sich der Preis jedoch ebenso wie das Volumen ständig ändert – insbesondere wenn Trader über mehrere Wertpapiere gleichzeitig handeln – werden die jeweiligen Zahlen lediglich diffus wahrgenommen. Insofern können Preislevel und Volumen auch kausal wesentliche Komponenten für die Genauigkeit der Preissetzungen und somit für den Anteil Round Fractions sein.

6.4.4.4 Anteil Round Fractions und absolute Genauigkeit

Bisher wurde der Zusammenhang zwischen der Spreadbreite, den Standardabweichungen der Preisänderungen und dem Anteil Round Fractions dargestellt. Dabei wurde der Anteil Round Fractions quasi als kontinuierliches Maß für die Genauigkeit der Preissetzungen anstelle der absoluten Genauigkeiten verwandt, da die absoluten Genauigkeiten sprunghaft ansteigen und somit nicht angemessenes Maß für die durchgeführten Regressionen dienen konnte.

Da im Folgenden die Argumentation auf den absoluten Genauigkeiten und nicht auf dem Anteil Round Fractions basiert, soll zunächst der eindeutige Zusammenhang zwischen diesen beiden Größen dargestellt werden:

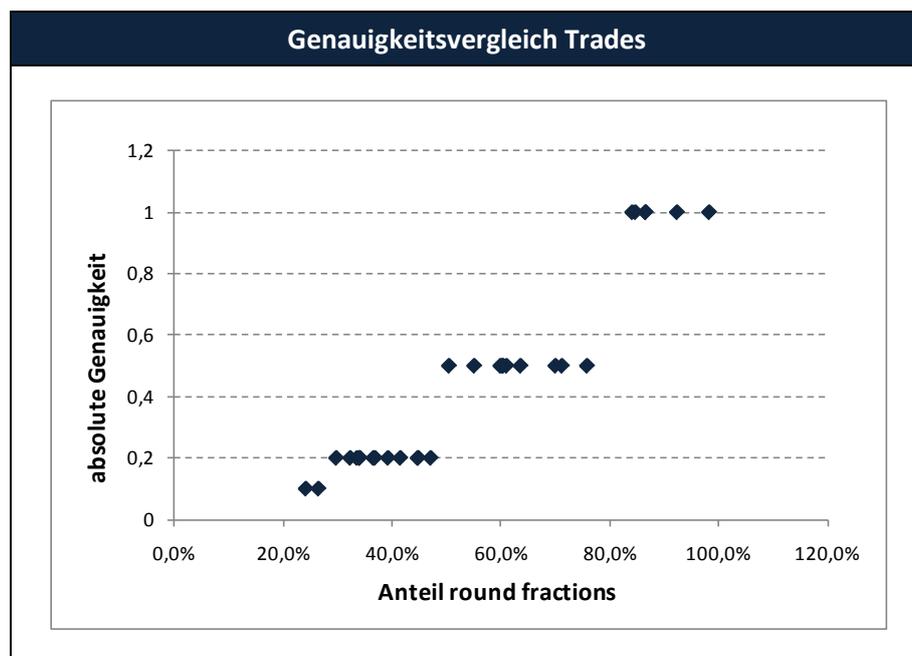


Abb. 6.4: Genauigkeitsvergleich Trades

Die Grafik zeigt, dass die Klassifizierung der Aktien nach der Genauigkeit der Aktienpreise für beide Kriterien gleich ist. Für die Genauigkeit von 1,0 konnte dies definitionsgemäß erwartet werden, während das Ergebnis für die feineren Genauigkeiten nicht zwingend notwendig gewesen wäre.

Ausgehend von diesen Ergebnissen überrascht es nicht, dass auch eine relativ eindeutige Klassifizierung für die Spreadbreite und die absoluten Genauigkeiten möglich ist^{471 472}:

⁴⁷¹ hier der nicht ausgeführten Orders

⁴⁷² zu den Daten siehe Anhang 8.2

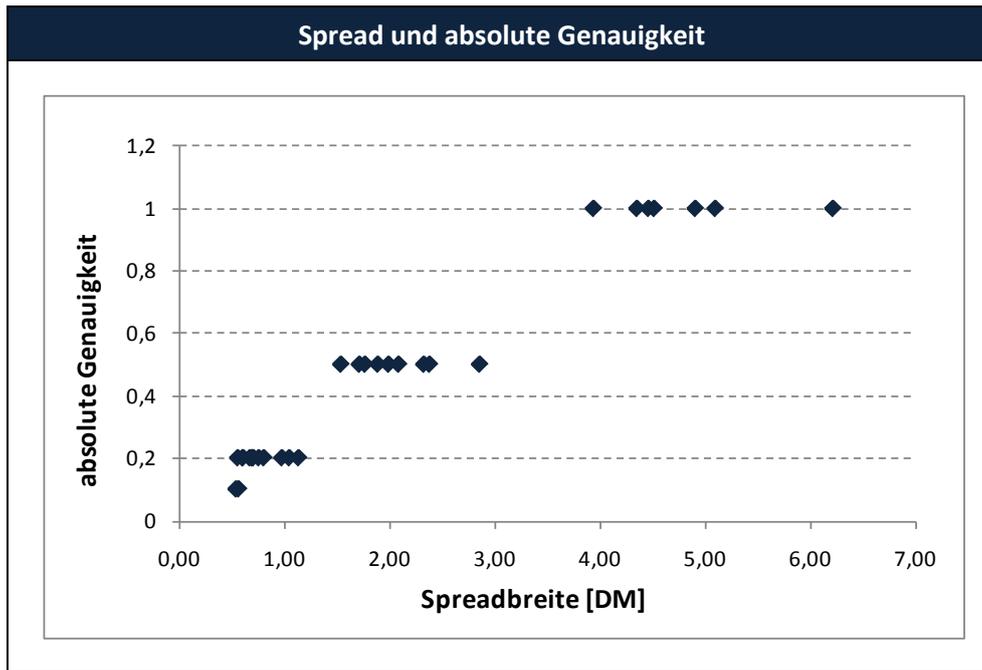


Abb. 6.5: Spread und absolute Genauigkeit

6.5 Zusammenfassung

Es wurde der Einfluss der Preisstrukturen, die bereits im Zusammenhang mit dem Stock Price Clustering zu erkennen waren, sowie weiterer Komponenten auf die Spreadbreite als wichtigste Handelsgröße analysiert. Die Ursache-Wirkungs-Zusammenhänge konnten zwar nicht eindeutig geklärt werden, es besteht jedoch offensichtlich die Möglichkeit, dass sowohl die Spreadbreite als auch die Preisänderungen von dem Anteil Round Fraction-Preise abhängen könnten. Somit würde Round Fraction-Anteil offensichtlich sowohl die Standardabweichung der Preisänderungen als auch die Spreadbreite bedingen.

Die Varianz des Volumens und des Preislevels erklären wiederum einen erheblich Anteil der Varianz der Round Fractions. Der Anteil Round Fractions wiederum kann als Genauigkeitsmaß der Zahlenwahrnehmung der Aktienpreise angesehen werden. Insofern kann zumindest für den untersuchten Markt von einer „Wahrnehmungskomponente“ basierend auf der Wahrnehmung diffuser numerischer Information - hier in erster Linie charakterisiert durch Preis und Volumen - ausgegangen werden.

Ergänzend lässt sich feststellen, dass zusätzlich zu den Round Fractions auch ein eindeutiger Zusammenhang zwischen der Datensatzgenauigkeit der absoluten Genauigkeiten und der Spreadbreite aufgezeigt werden kann.

Im Vergleich zu allen weiteren hier betrachteten Modellen weist das dargestellte Modell einen sehr hohen Erklärungsgrad auf. Ferner ist das dargestellte Modell relativ unkompliziert, da wenige erklärende Variablen verwandt werden. Über alle Modelle haben offensichtlich die Handelsaktivität und der Preis eine besondere Bedeutung als Determinanten für die Spreadbreite, was sich auch in dieser Analyse bestätigt. Keines der Vergleichsmodelle zeigt jedoch eine grundlegende Erklärung für die erkannten Zusammenhänge auf, während im obigen Modell erstmals die möglicherweise wahrnehmungsbedingte Entstehung der Spreadbreite aufgezeigt wird.

Mit Ausnahme von Iversen werden keine Intraday-Daten betrachtet. Die Spreads am jeweiligen Tagesende sind jedoch nur bedingt repräsentativ, da etwa am Ende der Handelszeit eine geringe Marktaktivität zu beobachten sein kann und somit die Tagesendspannen deutlich breiter sein können. Insofern ist die obige Analyse deutlich genauer. Im Gegensatz zur Analyse von Iversen wurden

hier ferner erstmals zeitgewichtete Spreads als Vergleichsbasis ermittelt, welche die reale Situation nochmals genauer widerspiegeln.

Es wird insgesamt deutlich, dass die Wahrnehmung offensichtlich nicht nur Einfluss auf einzelne Preise sondern auch auf den Handelsmechanismus als solchen – hier manifestiert in der Kenngröße der Spreadbreite – haben kann. Um nun neben den Stylised Facts des Wahrnehmungseinflusses auf die Einzelpreise (Clustering) und die Marktkenngröße Spread weiter Erkenntnisse bzgl. des Marktmechanismus zu gewinnen, wird im Weiteren die „Ein-Zeitpunkt-Betrachtung“ um eine „Zwei-Zeitpunkt-Betrachtung“ erweitert.

7 Die Compass Rose

7.1 Allgemeines

Bisher wurden das Stock Price Clustering und die Zusammenhänge zu anderen Marktvariablen analysiert. Dabei wurde festgestellt, dass sich die Struktur der Endziffern von Orders durch den erweiterten Numerical Response Process erklären ließe. Ferner ist ein gegenseitiger Zusammenhang zwischen Clustering, Preisvarianz und Spreadbreite erkennbar.

Diese Analysen beziehen sich jedoch nur auf die Beobachtungen zu jeweils einem Zeitpunkt. Im Folgenden sollen die Auswirkungen des Clusterings für jeweils zwei direkt aufeinander folgende Preise untersucht und somit nunmehr zwei statt lediglich ein Zeitpunkt betrachtet werden.

Eine grafische Analysemöglichkeit für die Zusammenhänge aufeinander folgender Preise ist die sogenannte Compass Rose. Die Compass Rose ist ein Muster, das durch die Gegenüberstellung der Returns eines Wertpapiers im Zeitpunkt t und der Returns im Zeitpunkt $t - 1$ in einem Phasenportrait entsteht. Dabei sind strahlenförmig vom Ursprung ausgehende Linien zu beobachten (zuerst beobachtet von Huang/Stoll⁴⁷³).

In der Literatur wird das Phänomen der Compass Rose unter anderem als Ergebnis eines stochastischen Prozesses, der als Random Walk ergänzt um einen Zahlenrundungsmechanismus dargestellt werden kann, erklärt. Die resultierenden Verteilungen der Returns ähneln zwar nur beobachteten Mustern, können diese jedoch nicht erklären.

Der im Folgenden vorgestellte wahrnehmungsbedingte Ansatz könnte die Existenz der Compass Rose ohne die Annahme der unabhängig identisch verteilten Zuwächse erklären.

7.2 Erklärungsansätze

Das Phänomen der "Compass Rose" wurde erstmals von Crack/Ledoit erwähnt⁴⁷⁴: Danach sei das Muster für nahezu alle Aktien zu beobachten, aber nicht vorhersagbar. Die Compass Rose werde durch die diskrete, durch die Marktteilnehmer gewählte Preisstruktur der jeweiligen Wertpapierpreise ausgelöst, die jedoch unabhängig von der Tick Size der jeweiligen Börse sei.

Crack/Ledoit geben folgende notwendigen und hinreichenden Existenzbedingungen für die Compass Rose an⁴⁷⁵:

1. die Preisänderungen sind relativ zum Preislevel gering
2. die Preisänderungen erfolgen in diskreten Schritten (offizieller oder effektiver Tick Size)
3. der Preis variiert über eine relativ weite Spanne

Da für Portfolios die Bedingung 2 nur eingeschränkt erfüllt ist, sei hier i.d.R. keine Compass Rose zu beobachten.

Szpiro⁴⁷⁶ kommt nach theoretischer Betrachtung, Simulation und einer Detailanalyse von FOREX-Daten zu dem Schluss, dass die Existenzbedingungen 1. und 3. nicht erforderlich sind, sondern dass lediglich die Preissprünge in diskreten Schritten die Compass Rose verursachen. Die Compass Rose besteht nach Szpiro nicht aus tatsächlichen Strahlen, sondern aus einem Muster, das aus einer Überlappung von einzelnen Clustern (Nanostrukturen) entsteht.

⁴⁷³ Huang/Stoll (1994), S. 199

⁴⁷⁴ Crack/Ledoit (1996), S. 751

⁴⁷⁵ Crack/Ledoit (1996), S. 754 f.

⁴⁷⁶ Szpiro (1998), S. 1569

Lee⁴⁷⁷ stellt fest, dass die Compass Rose in anderen Märkten als Aktienmärkten nur bedingt auftritt. Ferner erkläre die effektive Tick Size die Existenz des Phänomens nicht alleine: Während für Intraday>Returns die Compass Rose in Future-Märkten sichtbar war, konnte Lee - trotz gleicher Tick Size - die Struktur bei täglichen Returns nicht feststellen. Lee zeigt außerdem, dass die Sichtbarkeit der Struktur auch eine Frage des Zoom-Faktors sein kann: während die Betrachtung eines gesamten Datensatzes die Struktur nicht zeigt, wird sie bei einer Vergrößerung um den Ursprung sichtbar.

Wang/Hudson/Keasey⁴⁷⁸ gehen davon aus, dass neben der Tick Size auch die Zeit zwischen Transaktionen von entscheidender Bedeutung für die Existenz einer Compass Rose ist. Zusätzlich zu Szpiros diskreten Preissprüngen sehen sie eine erhöhte Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Compass Rose bei hoher effektiver Tick Size im Verhältnis zur Standardabweichung der Returns und bei steigender Anzahl von Beobachtungen. Dies führt wiederum leicht abgewandelt zu den Existenzbedingungen von Crack/Ledoit.

Gleason/Lee/Mathur⁴⁷⁹ haben per Simulation festgestellt, dass die Existenz der Compass Rose neben der Tick Size offensichtlich auch von der Volatilität abhängig ist und die Compass Rose nur bei Überschreitung einer bestimmten Tick/Volatilitätsrate sichtbar ist. Ferner werden Compass Rose-Muster in Intraday Forex Daten, nicht jedoch in Tagesdaten beobachtet.

Wang/Wang⁴⁸⁰ versuchen das Muster der Compass Rose basierend auf einem Random Walk Modell vorherzusagen. Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Datenpunktes auf einem spezifischen Strahl wird in Abhängigkeit von der Distanz zum Ursprung auf Basis einer Normalverteilung modelliert. Daraus folgt, dass die Standardabweichung der Returns für die Wahrscheinlichkeit eine besondere Rolle spielt: je kleiner die Standardabweichung, die wiederum von Tick Size und Preislevel abhängig ist, umso deutlicher ist die Compass Rose sichtbar. Die Summe der Wahrscheinlichkeiten der 32 Hauptstrahlen wird als Qualitätsfaktor für die Ausprägung der Compass Rose angegeben. Weitere Einflussfaktoren seien der Umfang des Datensatzes und die Spanne der Preisänderungen.

Wöhrmann⁴⁸¹ erklärt das Compass Rose Phänomen durch einen exogenen stochastischen Prozess mit einer unimodalen und symmetrischen IID-Verteilung ergänzt um die (mathematische) Rundung von Preisen auf das zur Verfügung stehende Preisgitter. Er zeigt, dass ein entsprechender Prozess Mean Reversion generiert. Die strenge negative Autokorrelation in den stündlichen Intradaydaten von DAX-Aktien, die zur Verwerfung der Unabhängigkeit führen, könne so erklärt werden.

Mitchell folgert aus der Relevanz von Clustering-Informationen in den Preisen, dass aktuelle Preise von vergangenen abhängig bzw. beeinflusst seien⁴⁸². Niederhoffer/Osborne vermuten, dass Abhängigkeitsstrukturen durch Direction Reversals zustande kommen⁴⁸³.

In Anhang 7.1 ist eine Übersicht über die in den einzelnen Studien verwandten Datensätze dargestellt.

⁴⁷⁷ Lee et al. (1999), S. 544 ff., S. 560

⁴⁷⁸ Wang et al. (2000), S. 124

⁴⁷⁹ Gleason et al. (2000), S. 130

⁴⁸⁰ Wang/Wang (2002), S. 1109 f.

⁴⁸¹ Wöhrmann (2005), S. 2, S. 6

⁴⁸² Mitchell (2001), S. 396

⁴⁸³ Niederhoffer/Osborne (1976b) in Mitchell (2001), S. 399

7.3 Bedeutung und Auswirkungen

Nachdem Crack/Ledoit bereits auf Auswirkungen für Chaos-Tests und die Schätzung von Zeitreihenmodellen hingewiesen haben, haben Krämer/Runde⁴⁸⁴ per Simulation festgestellt, dass der BDS-Test bei diskreten Daten nur mit Vorsicht verwandt werden sollte: In 80% der Fälle wurde eine korrekte Nullhypothese, dass unabhängig identisch verteilte Returns vorliegen, nur aufgrund von Rundungsfehlern verworfen. Hier wird somit die Bedeutung der ursprünglichen Preise sowie deren Endziffern hervorgehoben. Crack/Ledoit stellen ferner fest, dass die Compass Rose keine zusätzlichen Informationen für die Vorhersage von Aktien-Preisentwicklungen enthält⁴⁸⁵. Es spielt also prinzipiell keine Rolle, ob eine Compass Rose existiert, sondern nur welchen Einfluss die zugrunde liegenden Mechanismen auf die Preisbildung haben. Diese beiden Aspekte zeigen auf, dass die Compass Rose aus den Marktmechanismen und Preisen entsteht und nicht diese bedingt.

Ferner gibt die Ausprägung der Struktur der Compass Rose erste grafische Eindrücke, wie groß der Einfluss der diskreten Preisstruktur auf die Preisbildung sein kann. Dazu wird im Folgenden zunächst dargestellt, dass die Compass Rose -Struktur nicht nur für die Returns, sondern in einer etwas modifizierten Darstellung bereits für die Preisdifferenzen erkennbar ist. Letztlich wird gezeigt, dass die Struktur in den Preisdifferenzen wiederum auf der Struktur der ursprünglichen Preise und dem Bietverhalten der Marktteilnehmer beruht.

7.4 Daten

In den folgenden Analysen wurden die oben beschriebenen Intraday-Daten der elektronischen deutschen Börsen IBIS und XETRA verwandt. Es wurden jeweils die Preise zum Transaktionszeitpunkt und somit explizit keine Daten mit äquidistanten Intervallen berücksichtigt. Aufgrund der hochfrequenten Daten hat dieses jedoch offensichtlich keine wesentlichen Auswirkungen auf das Ergebnis.

Aktie	IBIS 1993	XETRA 1999
	Anzahl Preise/Anfangspreis	Anzahl Preise/Anfangspreis
Volkswagen (VOW)	13.867 / 276,00 DM	221.966 ⁴⁸⁶ / 68,80 EUR
Daimler (DAI)	10.679 / 605,00 DM	357.256 / 83,00 EUR
Allianz (ALV)	3.643 / 2.300,00 DM	213.833 / 318,50 EUR
BASF (BAS)	3.985 / 223,50 DM	183.161 / 32,65 EUR

Tab. 7.1: Preise der Datenbasis

Die folgenden Darstellungen zeigen jeweils den für die Betrachtung relevanten Bereich. Ein geringer Anteil an Datenpunkten liegt außerhalb der Darstellungen.

7.5 Darstellungen einer Compass Rose

7.5.1 Allgemeines

In allen oben dargestellten Erklärungsansätzen ist die diskrete Preisstruktur als Ursache für die Existenz einer Compass Rose von besonderer Bedeutung. Zusätzlich werden Preisniveau, Zeit und Varianz als Parameter für die Existenz in Erwägung gezogen. Hier soll zunächst lediglich der Einfluss der diskreten Preisstruktur diskutiert werden.

⁴⁸⁴ Krämer/Runde (1997), S. 118

⁴⁸⁵ Crack/Ledoit (1996), S. 755

⁴⁸⁶ Anzahl der für die folgenden Simulationen berücksichtigten Kurse

7.5.2 Zusammenhang zwischen Preisen und Preisdifferenzen

Diskrete Preise sind durch eine kleinste Preiseinheit (Tick Size) an Börsen gegeben. So können Preise nur mit einer definierten Genauigkeit⁴⁸⁷ angegeben werden. Wenn also $h \in \mathbb{Q}^+$ die Tick Size einer Börse oder eines Wertpapiers ist, müssen alle Preise Vielfache der Tick Size sein. Es muss also gelten: $P_{t \in T} \in \{n \cdot h | n \in \mathbb{N}, P_t \geq 0\}$

Daraus resultiert, dass auch die Preisdifferenzen $\Delta P_t = P_t - P_{t-1}$ Vielfache der Tick Size sein müssen, nämlich $\Delta P_t \in \{z \cdot h | z \in \mathbb{Z}\}$. Würde man nun aufeinander folgende Preisdifferenzen grafisch 2-dimensional gegeneinander auftragen, würde man ein entsprechendes Gitter erhalten⁴⁸⁸. Für Volkswagen (XETRA 1999) ergibt sich etwa folgendes Bild⁴⁸⁹:

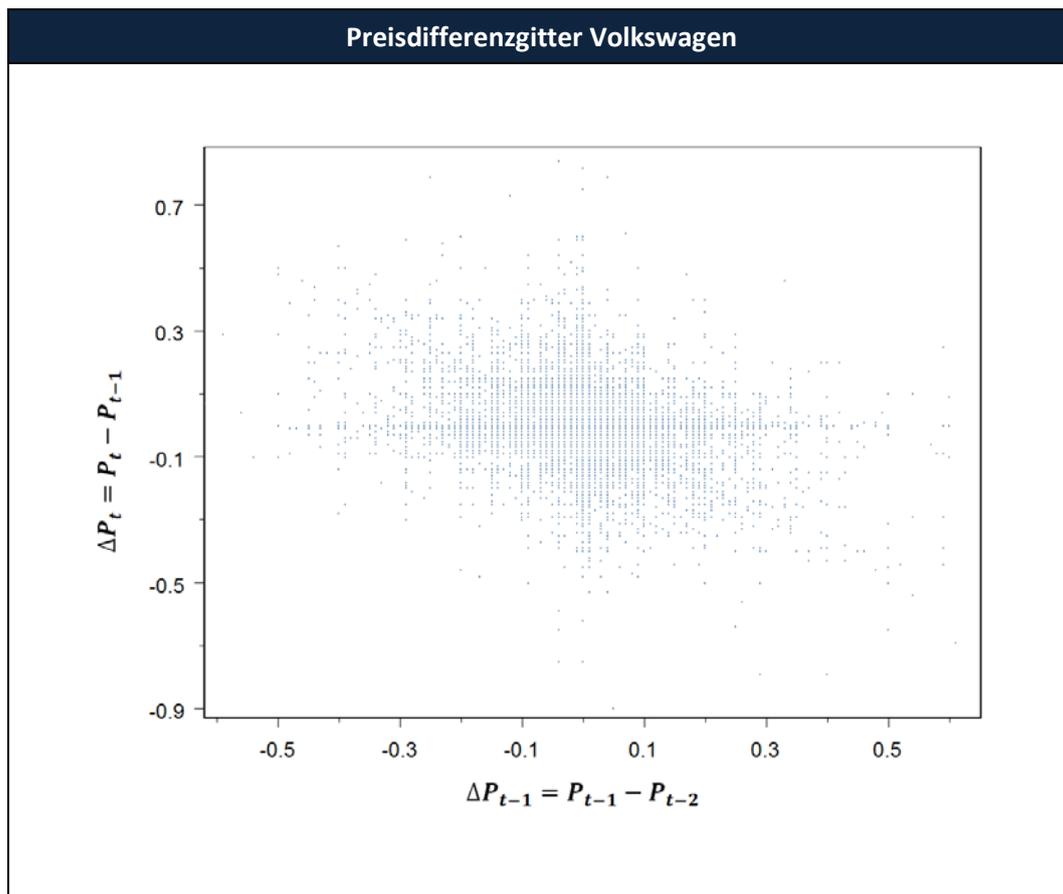


Abb. 7.1: Preisdifferenzgitter Volkswagen-Aktie

7.5.3 Zusammenhang zwischen Preisdifferenzen und Returns

In der Grafik der Compass Rose werden aufeinanderfolgende Returns gegeneinander aufgetragen. Der Return R_t zum Zeitpunkt $t \in T$ ist definiert als $R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_t} = \frac{\Delta P_t}{P_t}$. Die Preisdifferenz wird also auf den aktuellen Preis normiert.

⁴⁸⁷ i.d.R. 1/10 oder 1/100, gelegentlich auch 1/8 oder /16

⁴⁸⁸ siehe auch Szpiro (1998), S. 1563

⁴⁸⁹ weitere Beispiele siehe Anhang 7.3a

In der Compass Rose-Darstellung ergibt sich daher bei gleichen Preisdifferenzen und geringfügig unterschiedlichen Preisen eine geringfügige Verschiebung der zugehörigen Punkte. Ist also beispielsweise $\Delta P_t = \Delta P_{t+1} = \Delta P_{t+2} = 0,5$, so ergibt sich bei $P_t = 100$ (für $R_t = \frac{0,5}{100} = 0,005$, für $R_{t+1} = \frac{0,5}{100,5} = 0,004975$ und für $R_{t+2} = \frac{0,5}{101} = 0,00495$). Während im Gitter der Preisdifferenzen also nur ein Punkt zu sehen ist, sind in der Compass Rose zwei unterschiedliche Punkte - allerdings nahezu auf derselben Geraden - dargestellt.

Diesen Sachverhalt stellen Crack/Ledoit wie folgt dar: Seien R_t der Return und P_t der Preis in Zeitpunkt t sowie h die Tick Size in Währung. Dann ist $n_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{h}$ die Preisänderung in Ticks zum Zeitpunkt t . Crack/Ledoit verweisen indirekt in einer Approximation auf den Zusammenhang zwischen Returns und Preisänderungen in Bezug auf das Phänomen⁴⁹⁰: Sie bilden für Ihre Argumentation den Quotienten der Returns aufeinanderfolgender Zeitpunkte wie folgt⁴⁹¹:

$$\frac{R_{t+1}}{R_t} = \frac{\frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}}{\frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}} \approx \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t - P_{t-1}} = \frac{n_{t+1}}{n_t}$$

Alle Punkte in der Compass Rose, für die dieses Verhältnis gleich ist, liegen auf einer Geraden mit derselben Steigung – nach dieser Darstellung allerdings nur als Gitterpunkte in einer Grafik der Preisdifferenzen.

Szpiro zeigt, dass die Approximation zur Darstellung des Effektes nicht erforderlich ist. Es gelte exakt⁴⁹²:

$$\frac{R_{t+1}}{R_t} = \frac{\frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}}{\frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}} = \frac{\frac{n_{t+1} \cdot h}{P_t}}{\frac{n_t \cdot h}{P_t - n_t \cdot h}} = \frac{n_{t+1}}{n_t} \cdot \left(1 - \frac{n_t \cdot h}{P_t}\right)$$

Der ergänzende Term $\left(1 - \frac{n_t \cdot h}{P_t}\right)$ stellt somit die Verschiebung der Punkte in Abhängigkeit vom jeweils aktuellen Preis dar, was Szpiro als Flecken bzw. Schlieren bezeichnet.

Erst durch diese Verschiebungen wird in der 2-dimensionalen Sicht die Compass Rose mit den charakteristischen Strahlen sichtbar. Je höher der Preis P_t ist, desto mehr sind die Strahlen der Compass Rose ausgeprägt, da die „relativen Preisänderungen“ weiter und deutlicher streuen.

⁴⁹⁰ Crack/Ledoit (1994), S. 754

⁴⁹¹ Es wird dabei von $P_t \approx P_{t-1}$ ausgegangen.

⁴⁹² Szpiro (1998), S. 1562

Für Volkswagen (XETRA 1999) ergibt sich etwa folgende Grafik⁴⁹³:

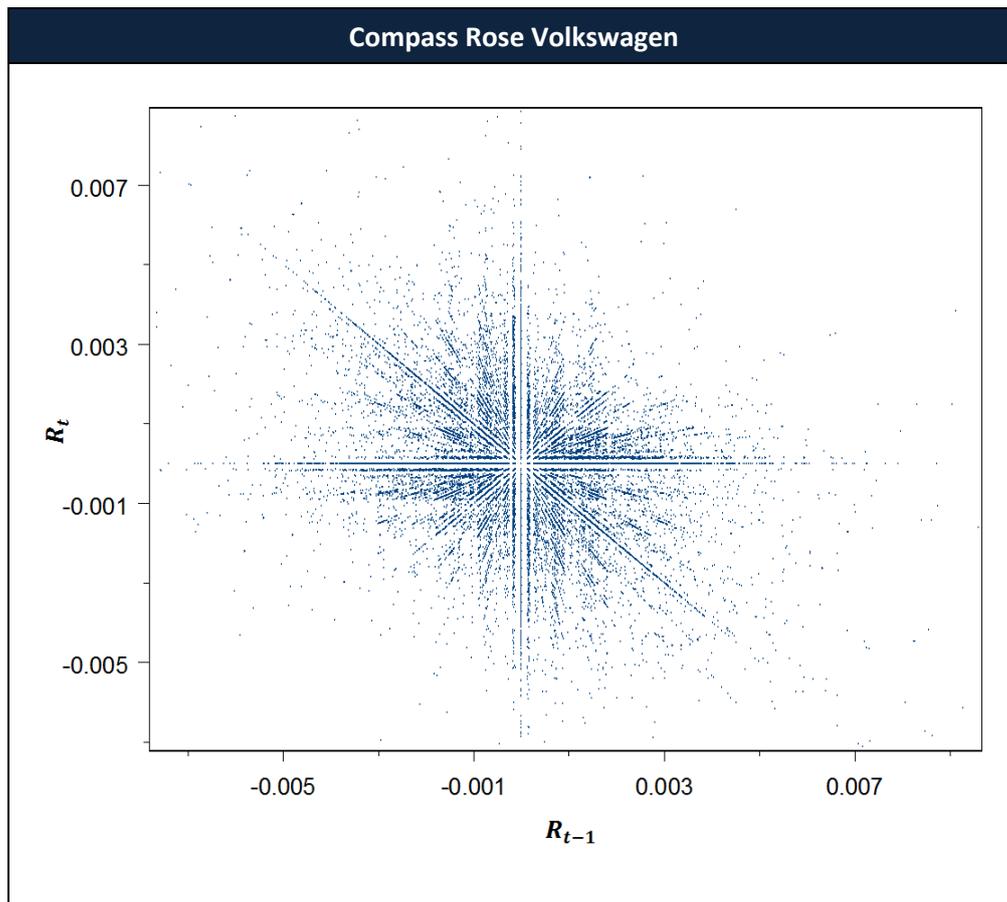


Abb. 7.2: Compass Rose-Beispiel Volkswagen Aktie

Wie aus Anhang 7.2 ersichtlich wird, ergeben sich keine wesentlichen qualitativen Unterschiede in den Compass Roses zwischen Wertpapieren mit unterschiedlichen Preisniveaus bzw. Wertpapieren mit deutlichen Volatilitätsunterschieden.

	Durchschnittskurs IBIS [DM]	Durchschnittskurs XETRA [EUR]	Standardabw. IBIS	Standardabw. XETRA
Allianz (ALV)	2.239,72	318,50	69,53	23,68
BASF (BAS)	236,51	32,65	4,16	5,20
Daimler (DAI)	598,85	83,00	22,19	8,98
Volkswagen (VOW)	305,55	68,80	17,41	6,95

Tab. 7.2: Rahmenparameter Compass Rose-Vergleich

Es ist lediglich zu beobachten, dass etwa bei der niedrigpreisigen BASF- Aktie im Verhältnis zur hochpreisigen Allianz-Aktie das Compass Rose-Muster etwas weniger deutlich ausgeprägt ist.

7.5.4 Darstellung der „Compass Rose“ aus Preisdifferenzen

Ausgehend von der diskreten Preisstruktur müsste sich qualitativ eine Art Compass Rose-Effekt bereits für das Verhältnis der Preisänderungen in t und $t - 1$ ergeben. Die absolute Häufigkeit der Beobachtungen ist an den Schnittpunkten der Vielfachen der Genauigkeit der Preissetzung, die wieder-

⁴⁹³ weitere Beispiele siehe Anhang 7.2

rum ein Vielfaches der Tick Size h ist, in der jeweiligen Richtung besonders hoch. Dies ist jedoch in einer einfachen zweidimensionalen Darstellung wie in Abb. 7.1 nicht sichtbar. In einer dreidimensionalen Darstellung unter Berücksichtigung der relativen Häufigkeiten ergibt sich jedoch bereits bei Preisänderungen eine Art „Compass Rose“.

In der folgenden Grafik wird für Volkswagen (XETRA 1999)⁴⁹⁴ die zweidimensionale Darstellung aufeinanderfolgender Preisdifferenzen um Farbinformationen bzgl. der Häufigkeiten der jeweiligen Preisdifferenzkombination ergänzt⁴⁹⁵.

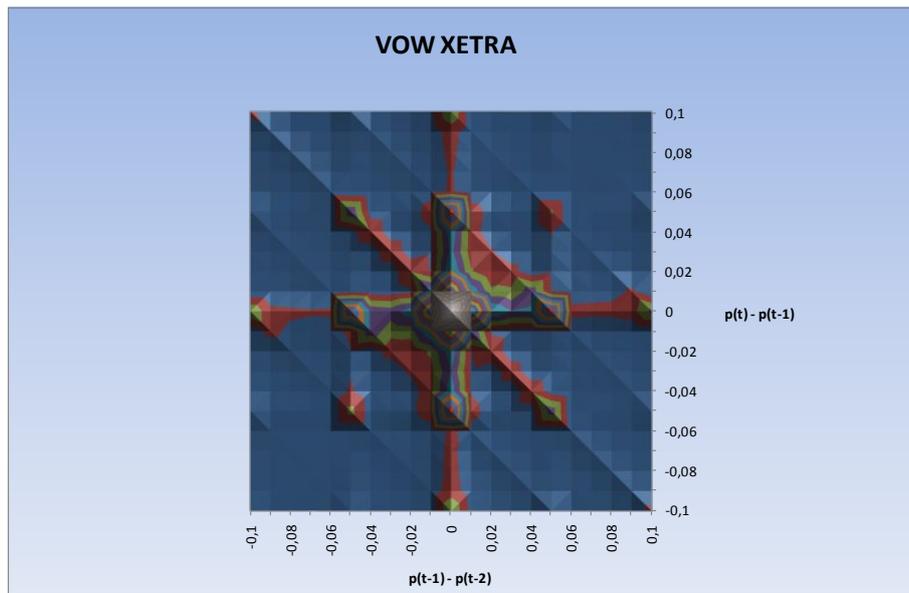


Abb. 7.3: Compass Rose Preisdifferenzen Volkswagen-Aktie XETRA

Erst durch die Betrachtung der Returns und somit der Normierung der Preisänderungen auf die jeweiligen Preise werden die in Abb. 7.3 erkennbaren Häufungen der Preisdifferenzen an den oben genannten Schnittpunkten auch in einer einfachen zweidimensionalen Grafik, nämlich der ursprünglichen Compass Rose-Darstellung wie in Abb. 7.2, sichtbar.

So wird deutlich, weshalb die Strahlen der Compass Rose teilweise „gestrichelt“ ausgeprägt sind: an den entsprechenden Stellen wird das jeweils gleiche Verhältnis aufeinander folgender Preisdifferenzen durch unterschiedliche Preisniveaus dividiert. Diese gestrichelte Struktur ist deshalb in der Simulation von Kramer/Runde nur bedingt erkennbar, während Szpiro die Struktur auch ohne die Approximations-Annahme verdeutlicht⁴⁹⁶.

Die in Abb. 7.3 dargestellte Grafik der Häufigkeiten Preisdifferenzen gewährt weitere Einblicke in die Preisstrukturen, die aus der ursprünglichen Compass Rose-Konstruktion der Returns nicht zu erkennen sind und die im Weiteren diskutiert werden sollen. Dazu soll zunächst analysiert werden, auf Basis welcher grundsätzlichen Annahmen über Verteilung der Preisdifferenzen aufeinander folgender Preise die Grundstruktur der Compass Rose erzeugt werden könnte. In einem zweiten Schritt soll betrachtet werden, welche zusätzlichen Effekte für die Entstehung der oben dargestellten Compass Rose-Struktur von Bedeutung sind. Das Ergebnis soll somit Hinweise auf die generellen Faktoren von Preisbildungsprozessen an Wertpapiermärkten geben.

⁴⁹⁴ zu weitere Darstellungen der Preisdifferenzen bei anderen Wertpapieren siehe Anhang 7.3

⁴⁹⁵ Bei diesem Grafiktyp wird eine zunehmende absolute Häufigkeit durch eine zunehmende Farbintensität bzw. eine zunehmende Dichte der „Höhenlinien“ charakterisiert.

⁴⁹⁶ Szpiro (1998), S. 1563

7.6 Verteilung der Preisdifferenzen

Die Annahme für die Verteilung der Preisdifferenzen ist für die Ausbildung der Compass Rose maßgeblich. Zur näheren Analyse sollen 4 Verteilungen betrachtet werden:

- (1) einfache Normalverteilung
- (2) Normalverteilung mit gerundeten Preisen
- (3) empirische Verteilung der Preisdifferenzen unter Berücksichtigung eines wahrnehmungsbedingten Ansatzes
- (4) empirische Verteilung mit Zustandsabhängigkeit

Auf Basis der Verteilungen (1)-(4) soll dann die Compass Rose simuliert werden. Die Simulationen erfolgen nach folgendem Grundprinzip:

Abb. 7.4: Simulation Compass Rose

Simulation Compass Rose	
1	<p><i>Startpreis</i> Die Simulation wird mit dem ersten realen Preis begonnen.</p>
2	<p><i>Ermittlung Preisdifferenz</i> Ermittle aus der vorgegebenen Verteilung ((1)-(4)) die Preisdifferenz zum nächsten Preis zufallszahlenbasiert. Parameter:</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) empirische Varianz der Preisdifferenzen (2) empirische Varianz der Preisdifferenzen, Anzahl Nachkommastellen (3) empirische Verteilung der Preisdifferenzen (4) empirische Verteilung der zustandsabhängigen Preisdifferenzen bezogen auf die Endziffer des jeweils letzten Preises
3	<p><i>Ermittlung neuer Werte</i> Berechne neuen Preis aus der Summe aus altem Preis und Preisdifferenz. Falls der neue Preis außerhalb der realen Preisgrenzen der betrachteten Periode liegt, behalte alten Preis bei. Berechne neue Rendite aus dem alten und dem neuen Preis sowie die neue Endziffer.</p>
4	<p><i>Wiederholung</i> Wiederhole Schritte 1-3 so häufig, bis die reale Anzahl an Realisationen erreicht ist, um eine Vergleichbarkeit der Grafiken sicherzustellen.</p>

Im Folgenden werden beispielhaft Grafiken zur Volkswagen-Aktie dargestellt. Die Effekte ergeben sich jedoch in gleicher Form für weitere Wertpapiere, deren Grafiken in Anhang 7.4 dargestellt sind.

7.6.1 Einfache Normalverteilung

In der Standardtheorie wird für den Preisbildungsprozess häufig von einem Random Walk mit einer Normalverteilung der Preisdifferenzen bei kontinuierlichen Preisen ausgegangen: Ein Random Walk kann wie folgt definiert werden:

$$P_{t+1} = P_t + \varepsilon_t \text{ mit } \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

Die Zuwächse müssen dabei unabhängig identisch verteilt sein. Es ergibt sich grundsätzlich eine Gleichverteilung der Preise. Das bedeutet u.a., dass die Preisdifferenzen unabhängig von dem jeweils letzten Preis sein müssen. Falls von einer vorgegebenen Tick Size und somit nicht von kontinuierlichen Preisen ausgegangen wird, muss somit eine Preisdifferenz unabhängig von der letzten Ziffer dieses Preise sein.

Bei einer Simulation quasi kontinuierlicher Preise mit 221.966 Datenpunkten mit der empirischen Varianz der Preisänderungen für die Volkswagen-Aktie (XETRA 1999) ergibt sich erwartungsgemäß das folgende Bild:

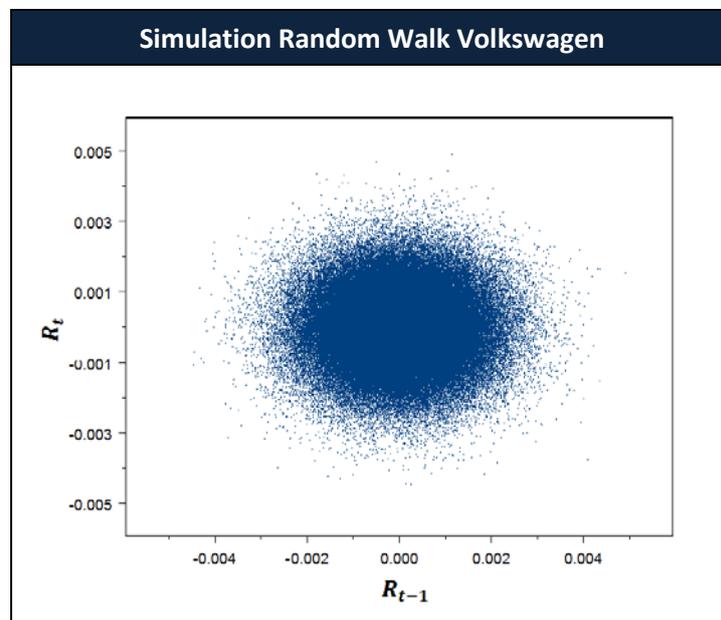


Abb. 7.5: Simulation Random Walk Volkswagen (IBIS)

Bei quasi kontinuierlichen Preisen ist keine Compass Rose oder eine ähnliche Struktur trotz der beschränkten Rechengenauigkeit in der Simulation (18 Nachkommastellen) zu erkennen. Somit kann die Preisbildung offensichtlich nicht ausschließlich mit Hilfe eines kontinuierlichen Random Walks erklärt werden.

7.6.2 Normalverteilung mit gerundeten Preisen

Um nun die Auswirkung diskreter Preisstrukturen auf die Compass Rose zu verdeutlichen, wird im Folgenden die Preisgenauigkeit - und somit auch die Genauigkeit der Preisdifferenzen – durch Rundung auf vier, drei, zwei und eine Nachkomma-Stelle festgelegt. Mit der realen Anzahl von Datenpunkten und der realen Varianz wird eine Simulation durchgeführt:

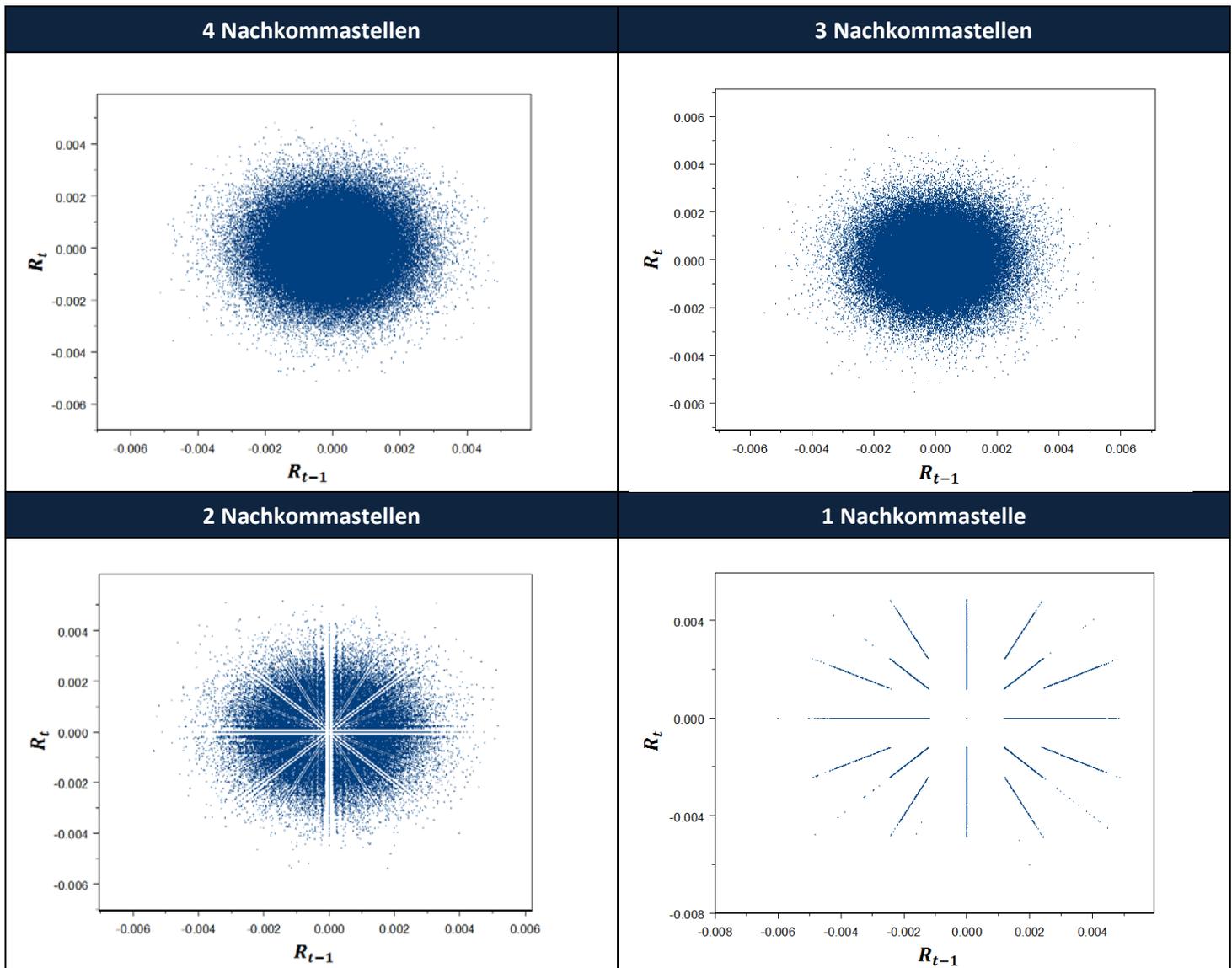


Abb. 7.6: Simulationsvarianten Volkswagen (IBIS)

Bei einer Rundung auf vier Nachkommastellen ist keine Compass Rose zu erkennen. Während bei gleichem Grafikausschnitt bei einer Genauigkeit von drei Nachkommastellen ebenfalls keine Compass Rose beobachtbar ist, zeigt hier jedoch ein detaillierterer Ausschnitt um den Ursprung erste Muster-Ansätze:

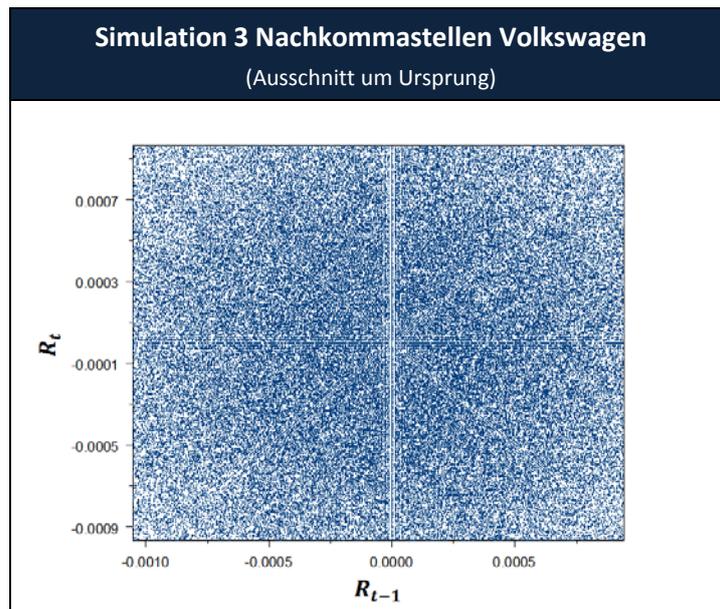


Abb. 7.7: Simulation 3 Nachkommastellen Volkswagen - Ursprungsnähe

In der vorliegenden Konstellation ist eine der Compass Rose ähnliche Struktur mithin nur bei größeren Genauigkeiten ausgeprägt. Der Ansatz mit zwei Nachkommastellen ist für die folgenden Vergleiche am besten geeignet, weil die Preise unter XETRA eine Tick Size von 1 ct aufweisen, was bezogen auf die betrachteten EUR-Preise eben einer Genauigkeit von 2 Nachkommastellen entspricht.

Ein direkter Vergleich der Originaldaten mit dem Simulationsergebnis zeigt die Unterschiede zur Normalverteilung auf:

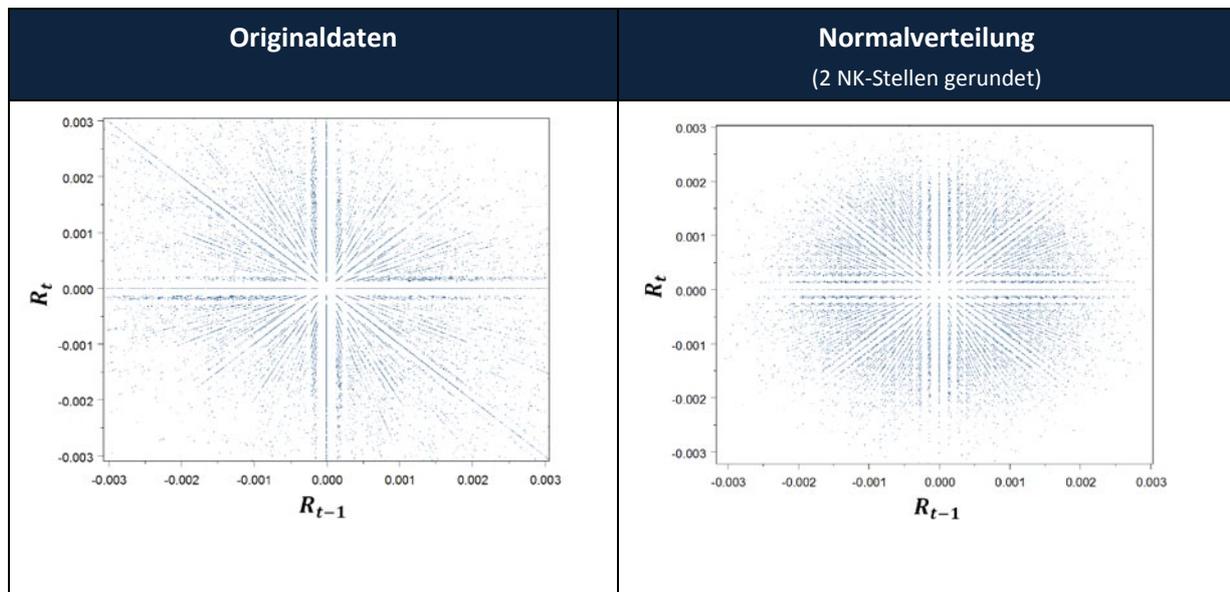


Abb. 7.8: Unterschiede Originaldaten und Normalverteilung

Während sich für die realen Daten eine Konzentration um das Zentrum, die Achsen und die Diagonalen abzeichnet, ist bei der Normalverteilungssimulation erwartungsgemäß eher eine gleichmäßige konzentrische Abnahme der Ergebniswerte zu beobachten.

7.6.3 Empirische Verteilung mit wahrnehmungsbedingtem Ansatz

7.6.3.1 Empirische Dichten der Preisänderungen

Die oben dargestellte Compass Rose der realen Preise weist eine leicht veränderte Charakteristik gegenüber dem Fall der Normalverteilung mit gerundeten Preisen auf:

- Die Realisierungen konzentrieren sich deutlich stärker im inneren Bereich der Compass Rose. Dies lässt darauf schließen, dass nicht von einer einfachen gerundeten Normalverteilung ausgegangen werden kann. Eine mögliche Erklärung hierfür wäre die Ausprägung von Fat Tails, bei denen dann mehr Verteilungsmasse im Zentrum liegen kann.
- Es ist eine quadratförmige Substruktur erkennbar (siehe *Abb. 7.9*). Dieses kann u.U. darauf zurückgeführt werden, dass Vielfache von 5 ct eine besondere Rolle spielen.

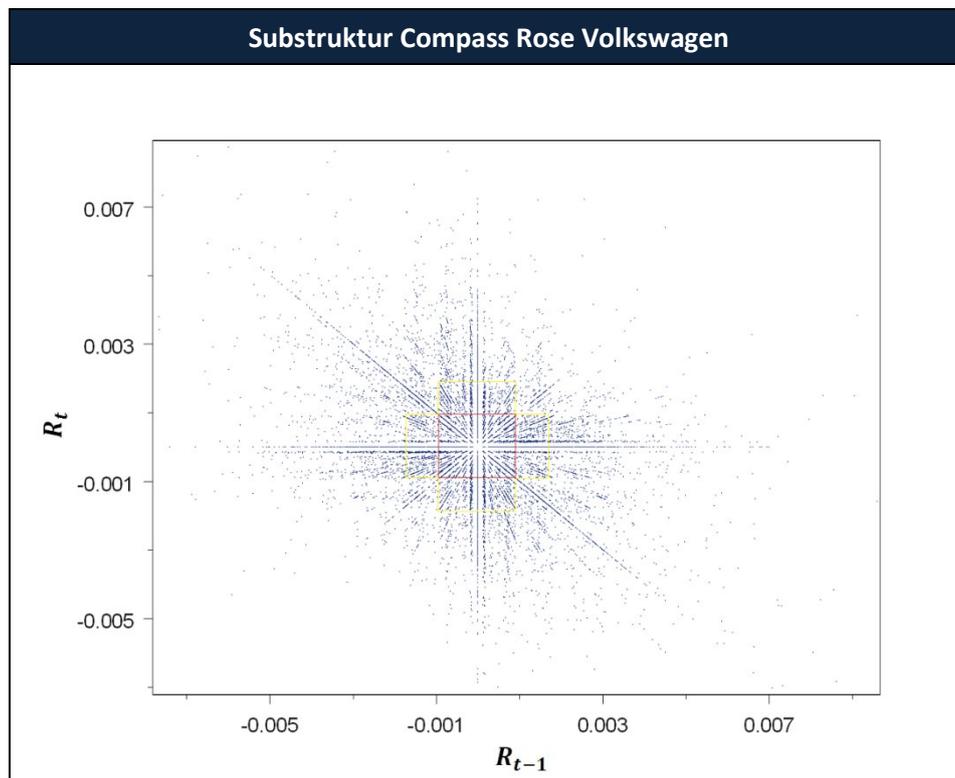


Abb. 7.9: Substruktur Compass Rose Volkswagen

Deshalb soll in einem nächsten Schritt anstelle einer Normalverteilung mit Rundungen die tatsächliche empirische Verteilung der Preisdifferenzen betrachtet werden – hier am Beispiel von Volkswagen im XETRA-Datensatz:

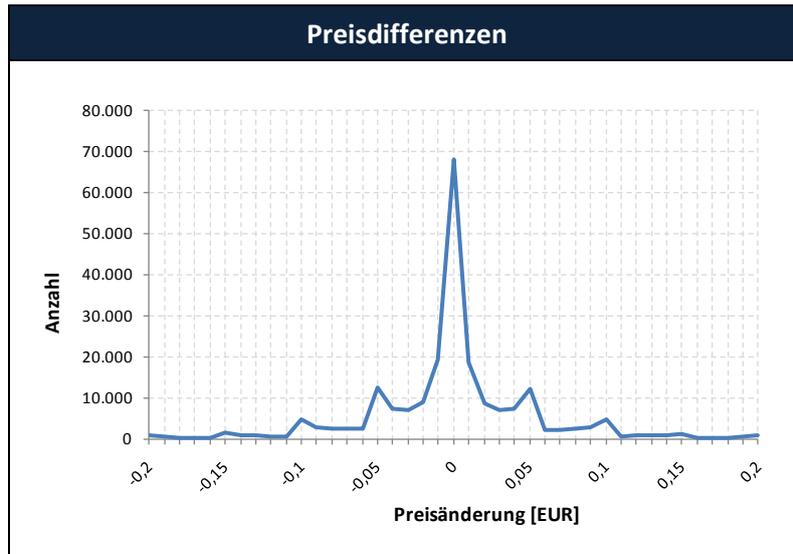


Abb. 7.10: Dichte Preisdifferenzen Volkswagenaktie (XETRA)

Es sind erhebliche Abweichungen von einer Normalverteilung erkennbar:

- Die Preisdifferenzen von 0 haben eine relativ hohe Wahrscheinlichkeit.
- Die Vielfachen von 5 ct sind besonders ausgeprägt.
- Es bestehen offensichtliche Fat Tails.

Die Häufigkeitsverteilungen der Preisdifferenzen weiterer Wertpapiere für IBIS und XETRA sind in Anhang 7.5 zusammengestellt und weisen die gleichen Charakteristika auf.

7.6.3.2 Simulation

Aufgrund der Abweichungen der Preisänderungen von der Normalverteilung werden in einer weiteren Simulation die empirischen Häufigkeiten der Preisdifferenzen als Schätzer für die Wahrscheinlichkeiten verwandt:

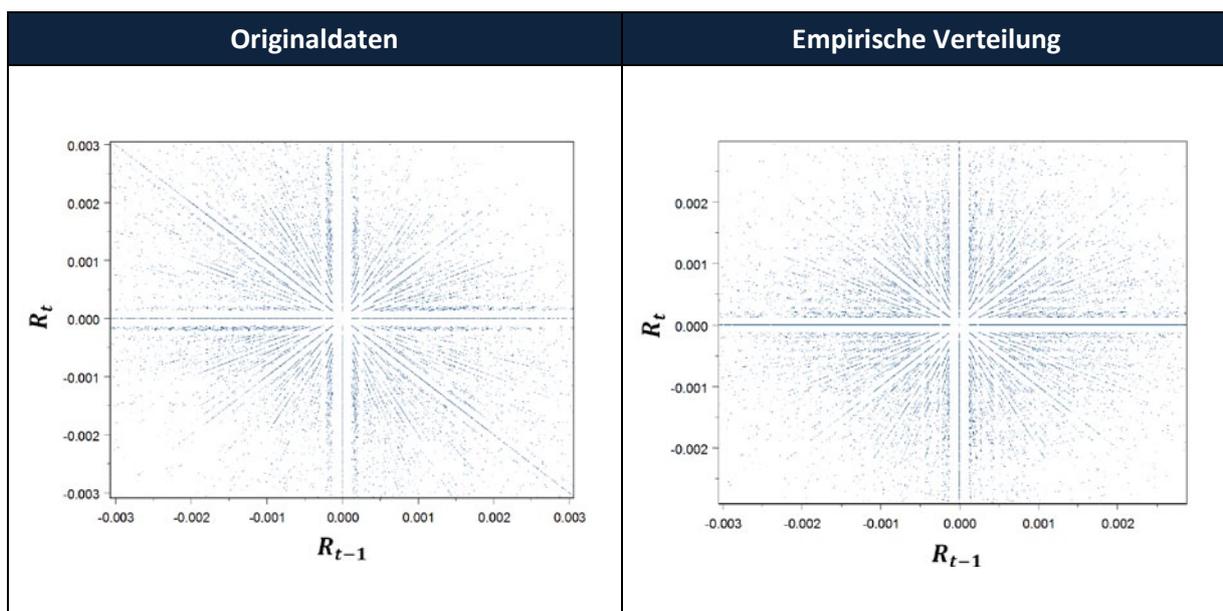


Abb. 7.11: Vergleich Originaldaten und Simulation mit empirischer Preisverteilung

Die Simulation zeigt, dass mit Hilfe der speziellen Verteilung der empirischen Preisdifferenzen die reale Compass Rose bereits qualitativ ähnlich abbildet werden kann. Es ergibt sich der qualitativ eher geringfügige Unterschied, dass sich die Datenpunkte in der realen Compass Rose etwas deutlicher an den Achsen sowie an den Diagonalen konzentrieren, während die untergeordneten „Zwischenlinien“ weniger ausgeprägt sind.

Dies bestätigt auch eine Darstellung der Zentren der jeweiligen Grafiken:

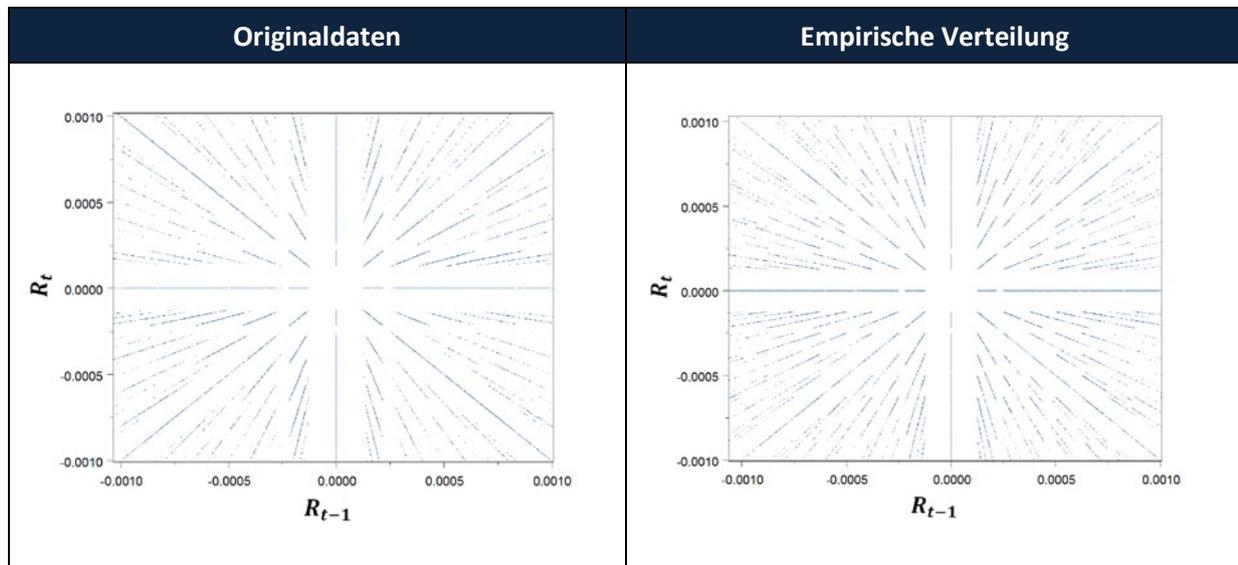


Abb. 7.12: Vergleich Originaldaten und Simulation mit empirischer Preisverteilung - Ursprungsnähe

Eine Ursache für diese geringfügigen Abweichungen kann darin liegen, dass bestimmte aufeinanderfolgende Kombinationen von Preisänderungen nicht oder nur selten auftreten. Diese kann wiederum dadurch begründet sein, dass sich die jeweiligen Preisänderungen zustandsabhängig ergeben. D.h., dass eine Preisänderung von dem jeweils aktuellen Zustand - also dem aktuellen Preis - abhängig ist, was im Folgenden analysiert werden soll.

7.6.4 Empirische Verteilung mit Zustandsabhängigkeit

7.6.4.1 Serielle Abhängigkeiten und Kovarianzen

Für Preisdifferenzen aufeinander folgender Preise unter IBIS ergeben sich folgende Autokorrellogramme:

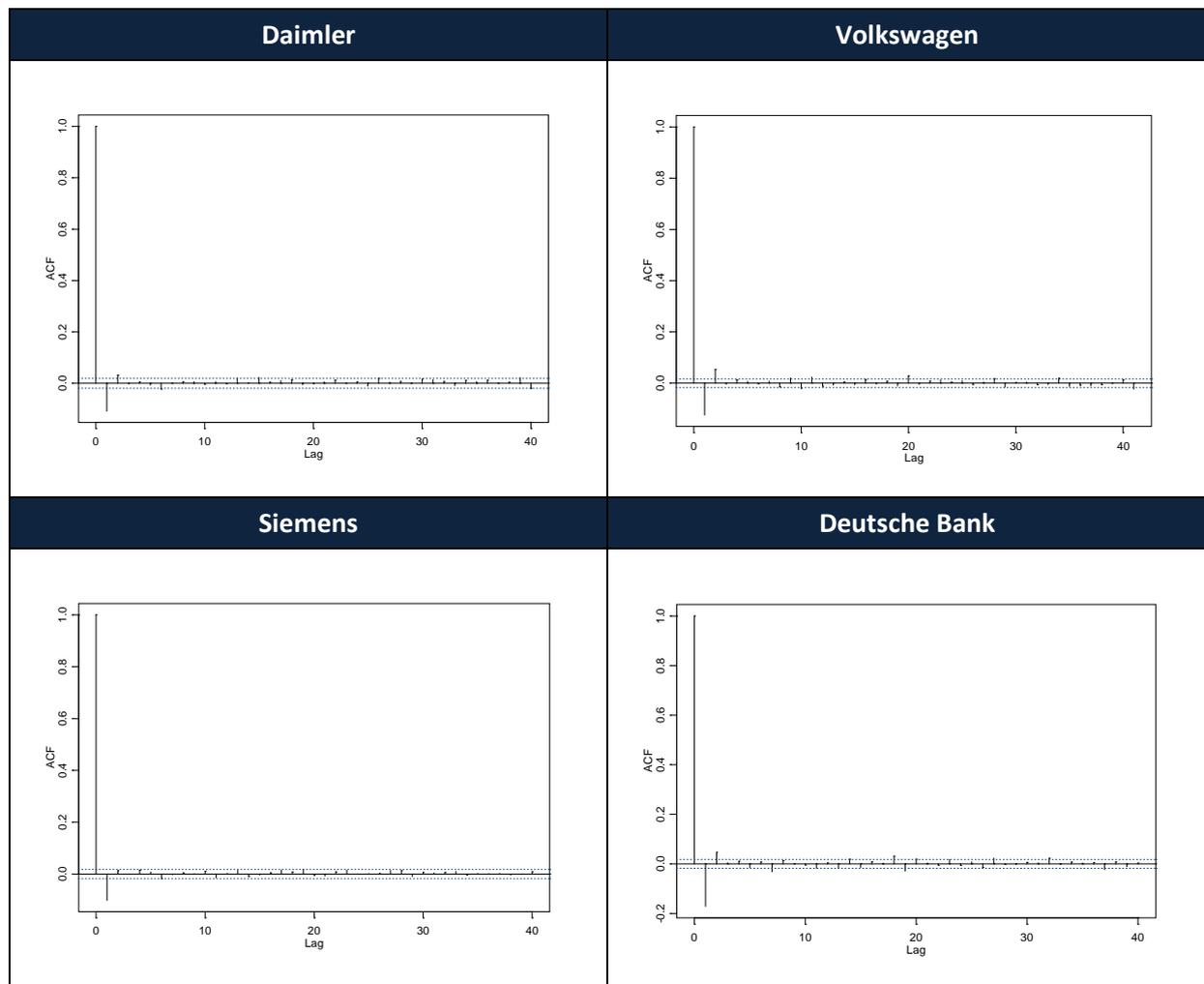


Abb. 7.13: Autokorrelogramme der Preisdifferenzen

Für alle Wertpapiere ist eine (sehr) leichte negative Korrelation der Preisdifferenzen zum Lag 1 zu erkennen. Zu allen weiteren Lags ist keine offensichtliche serielle Abhängigkeit beobachtbar. Insofern besteht eine nur geringe negative Abhängigkeit der aktuellen Preisdifferenz von der jeweils unmittelbar vorherigen Preisdifferenz, die darauf schließen lässt, dass Preisänderungen zumindest teilweise eine sofortige entgegengesetzte Korrektur nach sich ziehen.

Aufgrund der relativ schwachen seriellen Abhängigkeit der Preisdifferenzen stellt sich die Frage, ob und wenn ja welche weiteren Einflussfaktoren die jeweils aktuelle Preisdifferenz beeinflussen.

7.6.4.2 zustandsabhängige Verteilungen

Betrachtet man nun die Verteilung der Preisänderungen nicht in Abhängigkeit von der Höhe der vorherigen Preisdifferenzen, sondern in Abhängigkeit von der Endziffer des jeweils vor der Änderung gültigen Preises, so ergibt sich etwa für die BASF-Aktie im XETRA-Datensatz folgendes Bild:

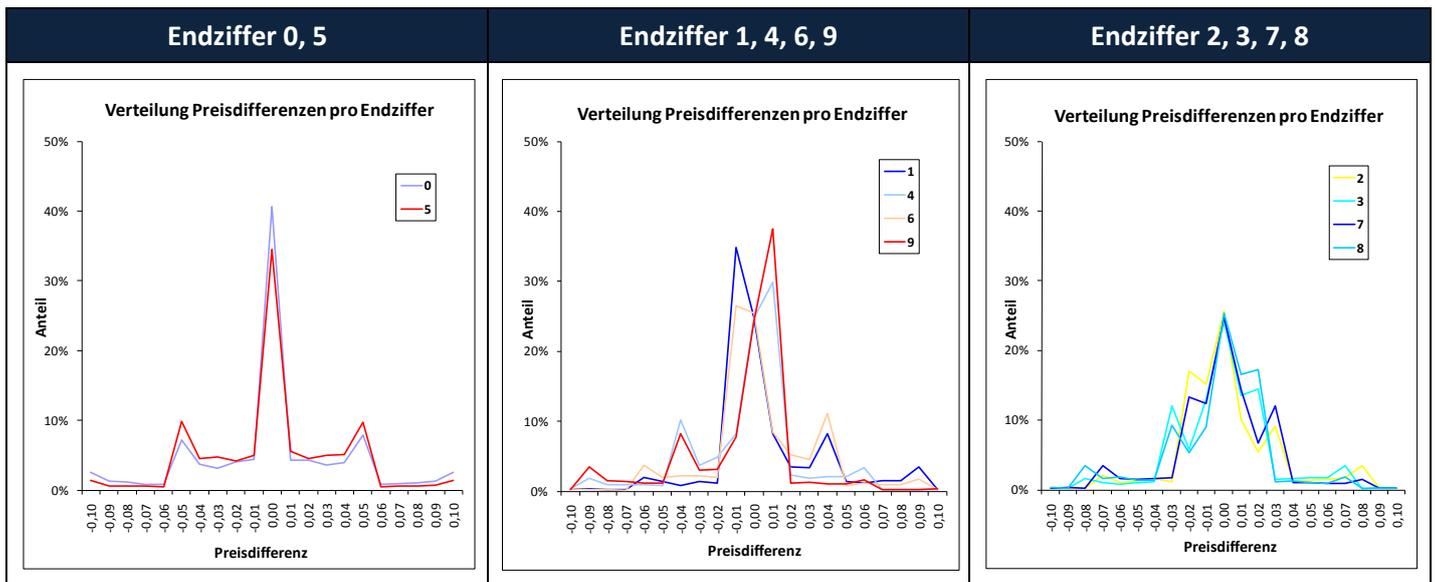


Abb. 7.14: Verteilung Preisdifferenzen in Abhängigkeit von Endziffern BASF (XETRA)

Die Übergangsdichten weisen erhebliche Unterschiede zwischen den Endziffernverteilungen auf und sind offensichtlich nicht normalverteilt. Es ergeben sich z.T. sehr deutliche Peaks: Für die Endziffern 5 und 0 sind wesentliche Spitzen für die Änderungen von 0 und 5 zu erkennen. Für alle weiteren Ziffern ergeben sich ebenfalls Peaks. Nahezu alle Verteilungen können nicht als in sich symmetrisch angesehen werden. Somit folgt:

Anomalie 7.1

Aufeinanderfolgende Preise sind nicht stochastisch unabhängig voneinander.

Die Verteilungen der Preisdifferenzen weisen für bestimmte Endziffern ähnliche Charakteristiken auf.

- Für die Endziffern 5 und 0 sind die Verteilungen nahezu symmetrisch und ähnlich zueinander. Die Preisänderungen von 0 und +/- 5 ct sind besonders häufig. Preisänderungen von mehr als 5 ct weisen eine sehr geringe Häufigkeit auf.
- Für die Endziffer 1 ist die Preisänderung von -1 ct am häufigsten, gefolgt von +4 ct. Preisänderungen von 5 ct sind offensichtlich eher die Ausnahme, 0 ist seltener. Dieses Ergebnis lässt sich etwa dadurch erklären, dass nach der Endziffer 1 entweder ein Sprung zum Preis mit der Endziffer 0 oder ein Sprung zum Preis mit der Endziffer 5 präferiert wird. Die Endziffer 1 kann mithin als „Durchgangsziffer“ zum nächsten attraktiven Preis angesehen werden. Die ebenfalls relativ hohe Häufigkeit der Preisänderung von +1 ct kann hingegen durch einen Überbietungseffekt des jeweils letzten Preises erklärt werden.
- Die Verteilung für die Endziffer 9 ist quasi symmetrisch zur Verteilung der Endziffer 1.
- Für die Verteilungen mit den Endziffern 4 und 6 ergibt sich jeweils ein ähnliches Bild. Hier spielt allerdings die Preisdifferenz von 0 eine größere Rolle.
- Für die Verteilungen mit den Endziffern 2 und 8 bzw. 3 und 7, die ebenfalls jeweils zueinander symmetrisch sind, können ähnliche Erklärungsmuster gelten. Die Preisänderung von 0 nimmt hier allerdings an Bedeutung zu.

Somit liegen offensichtlich keine identischen Verteilungen und insbesondere keine Normalverteilungen der Preisdifferenzen für alle Endziffern vor. Die Verteilungen der Preisdifferenzen zum jeweils nächsten Preis sind offensichtlich von der aktuellen Endziffer abhängig. Solche Verteilungen können nicht über einfache Rundungsregeln erklärt werden.

Die Kenntnis der Verteilungen lässt sich jedoch kaum verwenden, um durch eine entsprechende Strategie Profit zu erzielen: Betrachtet man beispielsweise die Endziffer 1, so ist die Wahrscheinlichkeit für die eine Preisänderung von -1 ct extrem hoch. Somit wäre eine Strategie, bei der auftretenden Endziffer von 1 das Wertpapier zu verkaufen und unmittelbar danach zu einem günstigeren Preis wieder zurückzukaufen vordergründig gewinnversprechend. Der hohen Wahrscheinlichkeit für die Preisänderung von -1 ct steht allerdings eine etwa nur $\frac{1}{4}$ so hohe Wahrscheinlichkeit für eine Preisänderung von +4 ct gegenüber, so dass der Erwartungswert über beide Preisänderungen wiederum nahe 0 liegt. Dies gilt in ähnlicher Form für alle dargestellten Verteilungen, so dass kein erheblicher Gewinn bei ähnlichen Bietstrategien erwartet werden kann.

7.6.4.3 Preistendenzen nach Endziffern

Durch eine Zusammenfassung der obigen Darstellung kann analysiert werden, welche Preistendenzen sich nach bestimmten Endziffern in den Preisen feststellen lassen. Es ergibt sich beispielsweise für BASF (XETRA 1999):

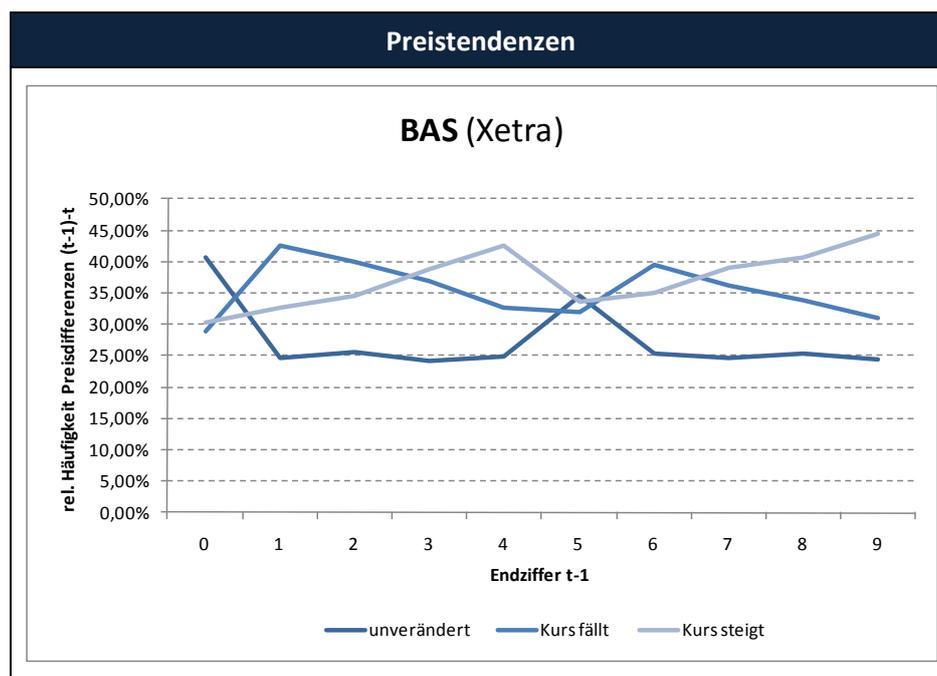


Abb. 7.15: Preistendenzen nach Endziffern BASF (XETRA)

Danach kann festgestellt werden:

- Nach den Endziffern 0 und 5 bleibt Preis zumeist konstant und Wahrscheinlichkeit für „Steigen“ oder „Fallen“ ist ungefähr gleich groß.
- Nach 1, 6 und 2 ist ein Preisverfall wahrscheinlicher als eine Preissteigerung
- Nach 9, 8 und 4 ist hingegen eine Preissteigerung wahrscheinlicher als ein Preisverfall

Eine 3-D-Darstellung ermöglicht detailliertere Einblicke⁴⁹⁷:

⁴⁹⁷ zu den zu Grunde liegenden Häufigkeiten siehe Anhang 7.6

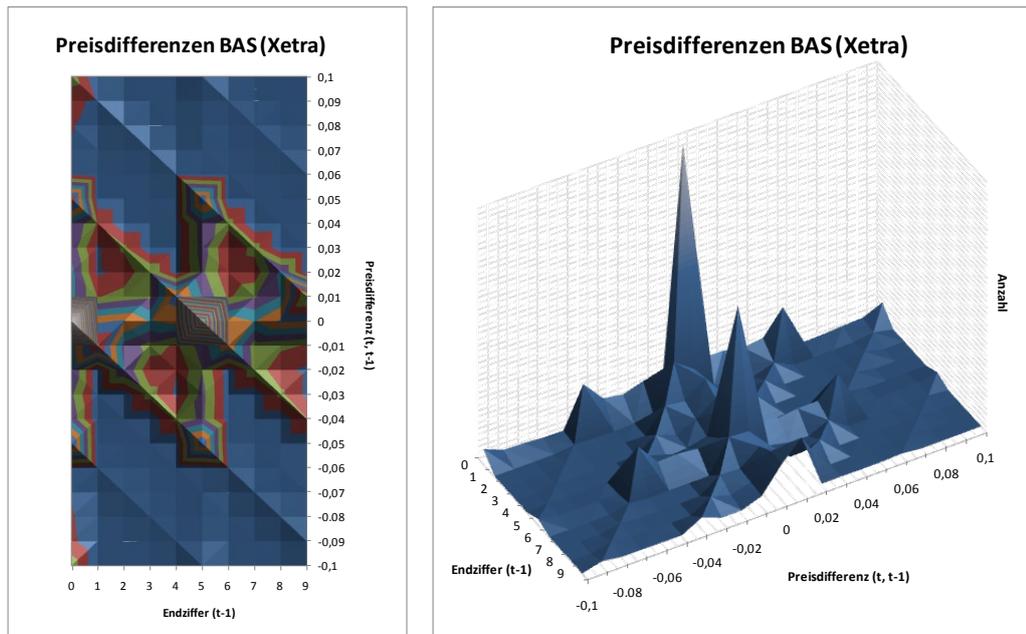


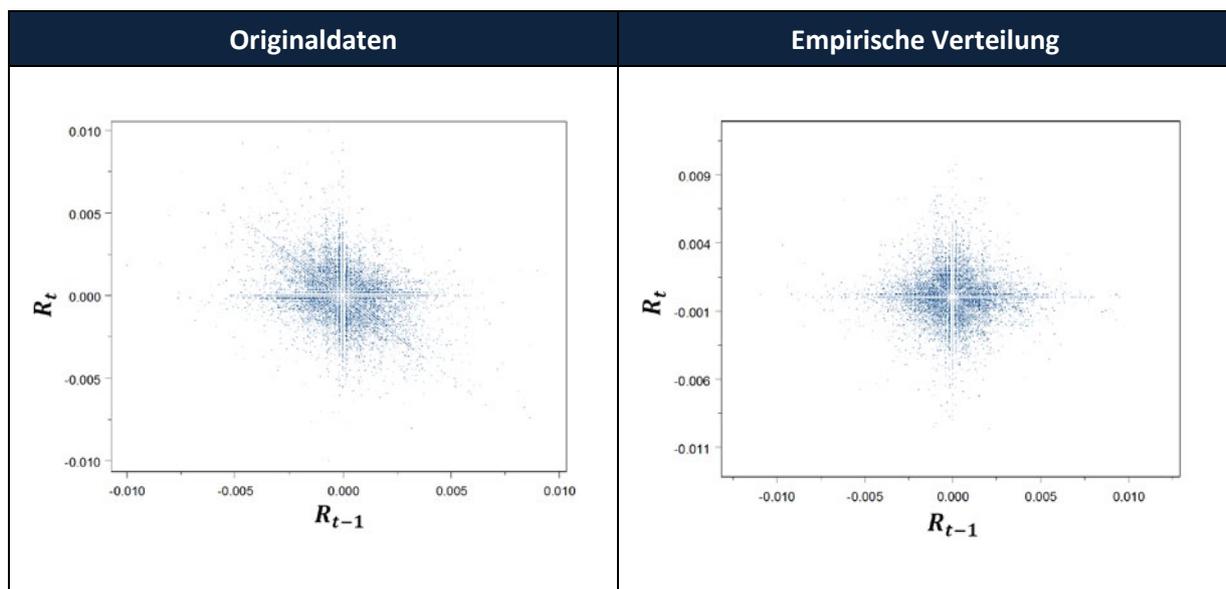
Abb. 7.16: 3D-Preistendenzen nach Endziffern

Die Zustandsabhängigkeit der Preisdifferenzen wird somit weiter verdeutlicht.

Eine detailliertere Analyse der Zustandsabhängigkeit - etwa bzgl. Unterschieden bei Käufen (Spread-oberseite) und Verkäufen (Spreadunterseite) - wäre erforderlich, um die Effekte weiter zu separieren und zu erklären. Da jedoch im vorliegenden XETRA-Datensatz die entsprechenden Informationen nicht enthalten sind und der Nutzen für die Erklärung des Compass Rose-Phänomens nicht abzusehen ist, wird auf eine weitere Analyse an dieser Stelle verzichtet.

7.6.4.4 Simulation mit zustandsabhängiger Verteilung

Verwendet man nunmehr anstelle der empirischen Verteilung der einfachen Preisdifferenzen die empirische Verteilung der zustandsabhängigen Preisdifferenzen als Basis für die Simulation - wie für BASF dargestellt - ergibt sich für die Returns etwa bei Volkswagen folgendes Bild:



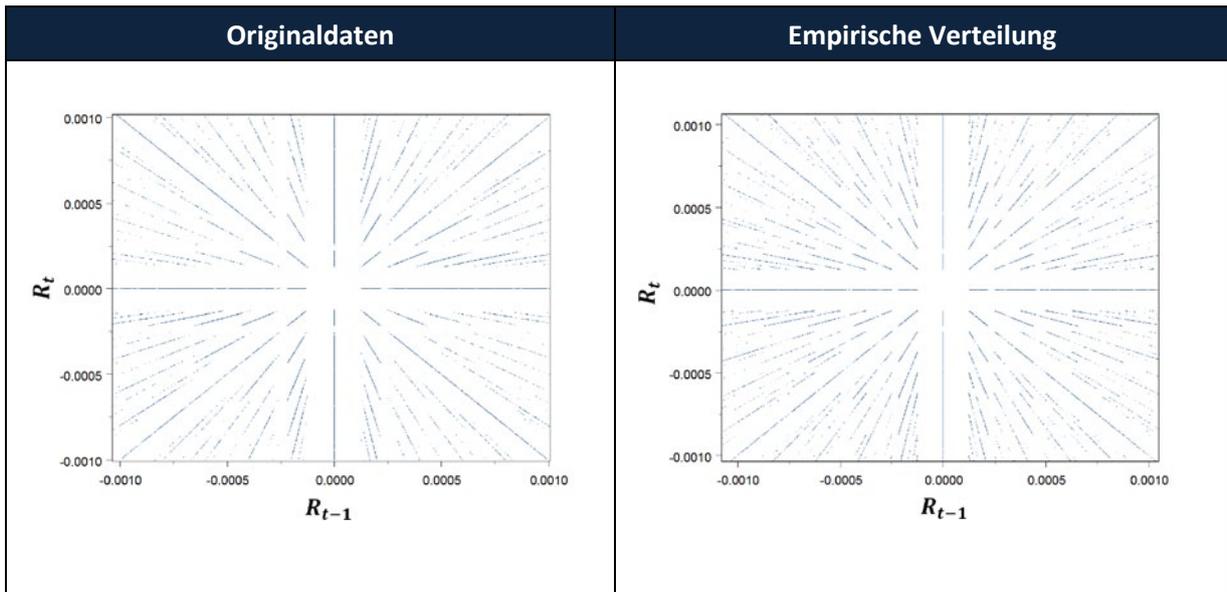


Abb. 7.17: Simulation Compass Rose>Returns mit zustandsabhängigen Preisdifferenzen

Gegenüber der zuvor dargestellten Simulation mit der einfachen Verteilung der Preisdifferenzen ergibt sich keine wesentliche qualitative Veränderung, so dass davon ausgegangen werden kann, dass die Zustandsabhängigkeit der Preisänderungen zumindest auf die Compass Rose-Darstellung kaum Einfluss hat. Zwischen der Simulation und den realen Daten wird jedoch in der oben dargestellten Gesamtstruktur ein erheblicher Unterschied sichtbar: während das Simulationsergebnis eine quasi symmetrische Compass Rose in allen Quadranten aufweist, zeigen die realen Daten eine Konzentration auf der Nebendiagonalen auf. Diese deutet darauf hin, dass ein Mean-Reversion-Effekt vorliegen könnte: nach (größeren) Preisdifferenzen in eine Richtung treten unmittelbar Preiskorrekturen in der gleichen Größenordnung in die entgegengesetzte Richtung auf.

7.7 Quadranten der Compass Rose

Um das Ausmaß der Mean Reversion-Effekte und weiterer, nicht in den Compass Rose-Grafiken sichtbarer Detail-Effekte zu betrachten, wird im Folgenden eine Häufigkeitsanalyse der einzelnen Quadranten dargestellt. Dazu sei zunächst nochmals die Compass Rose der Preisänderung dargestellt:

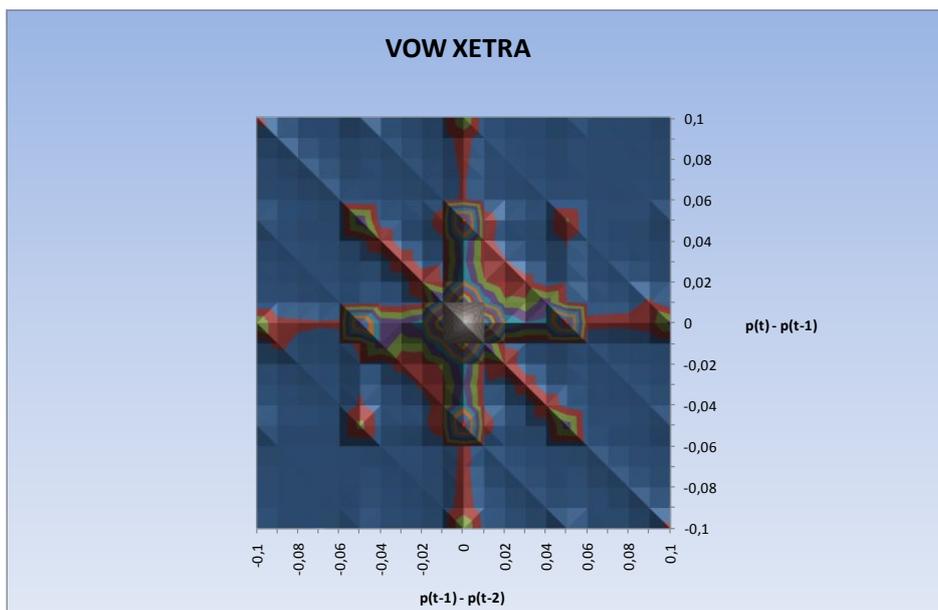


Abb. 7.18: 3D-Compass Rose Preisdifferenzen Volkswagen (XETRA)

Die zugrunde liegenden absoluten Häufigkeiten der Preisänderungsmatrix sind in folgender Tabelle zusammengestellt⁴⁹⁸:

Preis-differenz	p(t-1)-p(t-2)																					Summe
	-0,1	-0,09	-0,08	-0,07	-0,06	-0,05	-0,04	-0,03	-0,02	-0,01	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	
0,1	656	69	39	35	47	475	48	73	125	391	1.455	185	70	49	48	228	14	25	20	31	163	4.679
0,09	167	346	53	25	29	192	203	55	80	250	716	189	35	25	29	83	26	11	14	13	62	2.789
0,08	64	84	264	60	26	152	79	166	82	221	634	145	93	28	27	65	14	11	5	12	37	2.416
0,07	37	42	74	263	55	120	64	99	188	212	555	150	69	80	20	50	15	17	12	6	22	2.253
0,06	29	26	46	78	221	134	80	85	112	277	565	149	62	46	102	59	18	11	22	28	18	2.279
0,05	318	134	101	118	118	1.908	267	209	289	736	4.176	769	335	217	204	1.081	54	54	64	69	339	12.171
0,04	53	146	64	58	51	339	912	207	198	439	2.334	736	232	150	154	526	86	40	54	50	157	7.238
0,03	32	19	93	56	64	182	212	872	218	409	2.158	742	545	151	150	470	71	105	31	44	104	6.993
0,02	46	38	38	104	58	174	129	213	993	465	2.562	1.054	508	703	167	419	104	104	226	32	88	8.563
0,01	106	73	57	61	148	302	246	218	391	2.298	5.096	2.423	1.142	1.078	1.790	496	264	297	335	569	120	18.372
0	1.452	653	596	547	554	3.763	1.877	1.797	2.288	5.140	24.368	5.684	2.563	2.010	2.073	4.085	630	643	660	773	1.638	67.309
-0,01	174	639	383	352	353	573	1.850	1.171	1.238	2.591	4.665	2.080	413	285	237	391	194	77	89	85	154	19.155
-0,02	129	63	222	164	131	485	224	686	585	1.083	2.340	483	920	188	142	208	51	102	41	40	61	8.784
-0,03	101	52	49	150	104	465	171	192	584	837	2.006	410	211	805	177	167	60	51	118	34	40	7.107
-0,04	147	59	39	51	116	562	166	168	226	892	2.292	448	178	190	899	279	57	68	62	126	48	7.434
-0,05	385	92	82	94	85	1.180	251	176	357	849	4.114	716	255	214	251	1.795	109	96	86	106	307	12.426
-0,06	8	37	21	21	21	50	137	77	66	202	592	283	99	73	78	130	222	59	31	24	24	2.414
-0,07	24	8	22	25	15	52	25	98	93	189	648	169	198	87	86	124	55	233	64	42	44	2.435
-0,08	50	13	10	19	15	74	22	29	114	171	695	187	60	196	85	138	29	43	242	76	56	2.458
-0,09	60	15	19	6	25	122	43	26	43	216	757	233	89	51	209	153	38	42	52	326	98	2.831
-0,1	158	25	25	15	20	273	62	52	82	183	1.509	349	130	76	39	489	33	43	41	84	607	4.749

■ Momentum ■ Mean Reversion

Tab. 7.3: Mean Reversion und Momentum in der Compass Rose der Preisdifferenzen Volkswagen (XETRA)

Die maßgeblichen aus Grafik und Daten beobachtbaren Effekte können wie folgt charakterisiert werden:

- Im Ursprung ergibt sich eine besondere Häufung. Es ist daher davon auszugehen, dass aufeinander folgende Preise mit hoher Wahrscheinlichkeit gleich sind.
- Die +/- 5 ct-Preisdifferenzen sind besonders ausgeprägt, was darauf schließen lässt, dass die Genauigkeit der Preisbildung deutlich größer als die reale Tick Size ist.
- Die Realisierungen konzentrieren sich an Abszisse und Ordinate. Somit sind überdurchschnittlich viele kleine Preisänderungen wahrscheinlich. Aus den absoluten Häufigkeiten lässt sich erkennen, dass nach einer beliebigen negativen/positiven Preisdifferenz mit relativ hoher Wahrscheinlichkeit eine Preisänderung in die gleiche Richtung von -1/+1 ct erfolgt. Ferner ist zu erkennen, dass nach einer kleinen negative/positiven Preisänderung von 1-3 ct zu meist eine weitere Preisänderung in gleicher Größenordnung und in der gleichen Richtung auftritt. Dieses Preisverhalten kann als kurzfristiger Momentum-Effekt angesehen werden. Wenn insbesondere nach kleinen negativen/positiven Preisänderungen weitere entsprechende kleine Preisänderungen in der gleichen Richtung erfolgen, könnte dies anschaulich dadurch begründet sein, dass nach einem Überbieten auf einer Spreadseite sofort ein weiterer Überbietungsschritt erfolgt. Ausgehend von einem Preis von 20,00 EUR an der Spreadunterseite und einer Spreadbreite von 5 ct würde also etwa einer Transaktion aufgrund eines Überbietens der Unterseite um 1 ct - also bei 20,01 EUR - häufig eine weitere Überbietungstransaktion - im Beispiel bei 20,02 EUR - folgen.
- Die Nebendiagonale ist besonders ausgeprägt. Nach einer Preisdifferenz von +/- n · h folgt somit relativ häufig auch eine umgekehrte Differenz in gleicher Größenordnung, also eine Art

⁴⁹⁸ Aus der Tabelle geht beispielsweise hervor, dass einer Preisdifferenz von 0,05 EUR in 1.081 Fällen wiederum eine Preisdifferenz von 0,05 folgte. Preisdifferenzen mit einem Betrag von mehr als 0,1 EUR wurden aus der Betrachtung ausgeschlossen.

Mean-Reversion-Effekt. Dies kann etwa bei einem sehr breiten Spread durch das Springen von einer Spreadseite auf die andere und zurück oder aber durch große Preisänderungen am Spread und deren unmittelbare Korrektur erfolgen.

Grundsätzlich könnte von einer Gleichverteilung der Häufigkeiten von Preisänderungen auf die Quadranten (1. Quadrant = „++“, 2. Quadrant = „-+“ 3. Quadrant = „--“, 4. Quadrant = „+-“) ausgegangen werden. Dieses würde einer weitgehend symmetrischen Bewegung über alle Quadranten - wie in den oben dargestellten Simulationen - entsprechen würde. Die Compass Rose der Preisdifferenzen deutet jedoch bereits darauf hin, dass eine solche Symmetrie nicht vorliegt. Mithin stellt sich die Frage, welche Häufigkeitsverteilung sich real für die Quadranten ergibt.

In folgenden Grafiken sind die kumulierten relativen Quadrantenhäufigkeiten in Abhängigkeit von den Preisänderungen für Daimler (DAI), Volkswagen (VOW) und BASF (BAS) dargestellt:

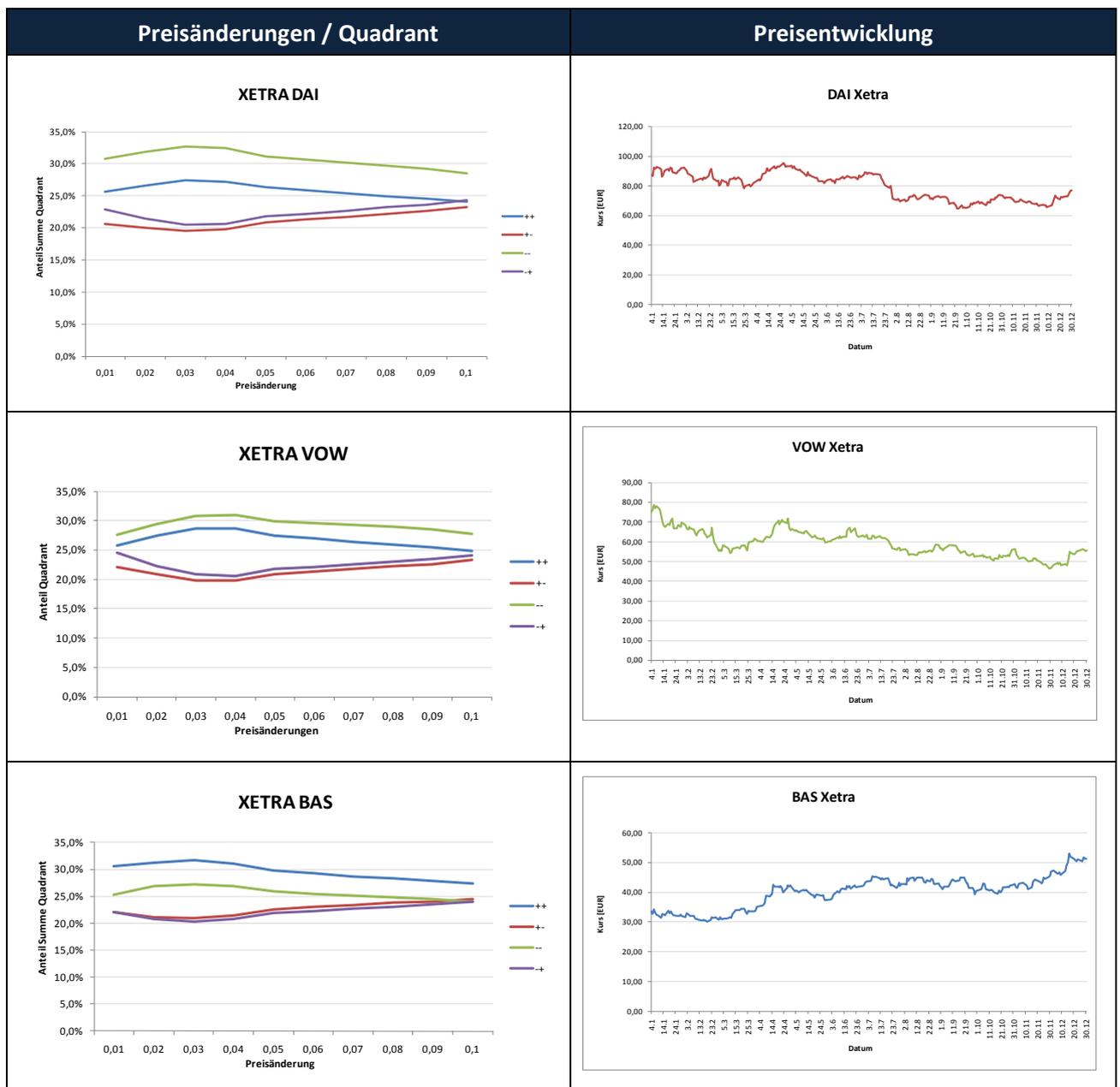


Abb. 7.19: Preisänderungen pro Quadrant

Es lassen sich qualitativ folgende Aussagen festhalten:

- Prinzipiell sind die Anteile $++/--$ höher als die Anteile $+/-+$.
- Wenn die Anteile von $++$ größer als die Anteile von $--$ sind, ist dieses zumeist mit einer übergreifenden Aufwärtstendenz (siehe BAS) verbunden, während größerer Anteile von $--$ gegenüber $++$ häufig mit Abwärtstrends verbunden sind (siehe DAI). Folglich könnte ein Trend deutliche Momentum-Eigenschaften begründen.
- Der Anteil von $++/--$ steigt zunächst bis zu einer Preisänderung von ca. 0,03 bei Volkswagen, DAI und BAS an und fällt danach wieder. Hieraus könnte geschlossen werden, dass bei größeren Preisdifferenzen der Mean Reversion-Effekt an Bedeutung zunimmt, wenngleich $++/--$ nach wie vor überwiegt.
- Die Anteile von $+/-+$ liegen für alle Wertpapiere jeweils in ähnlicher Größenordnung.
- Bei zunehmender Preisdifferenz nimmt die Bedeutung der Quadranten $+/-+$ leicht zu, was auf ansteigende Mean Reversion-Effekte mit zunehmenden Preisänderungen hindeuten könnte.

7.8 Zusammenfassung

Die Compass Rose ist ein Phänomen, welches bei allen wesentlichen hinreichend häufig gehandelten Wertpapieren in den betrachteten Datensätzen für die elektronischen Börsen XETRA und IBIS sehr deutlich zu beobachten ist. Dabei ergeben sich keine erheblichen qualitativen Unterschiede bei Wertpapieren mit unterschiedlichen Preisniveaus oder Volatilitäten.

Es wurde dargestellt, dass für die Compass Rose grundsätzlich Preisdifferenzen maßgeblich sind, die durch unterschiedliche Preisniveaus dividiert werden und somit optisch anstelle einzelner Gitterpunkte Strahlen erzeugen. Erstmals wurden in diesem Kontext unterschiedliche Annahmen über die Verteilung dieser Preisdifferenzen und deren Auswirkungen auf die Gestaltung der Compass Rose analysiert. Dabei lässt sich feststellen, dass einfache Normalverteilungsannahmen nicht zur Darstellung einer annähernd mit der Realität übereinstimmenden Compass Rose führen. Somit kann gefolgert werden, dass ein einfacher Random Walk als Preisbildungsmechanismus ausgeschlossen werden kann. Selbst die Berücksichtigung von Rundungsmechanismen, wie sie in einigen oben dargestellten Erklärungsansätzen vorgeschlagen wird, führt rein statistisch nicht zu einer angemessenen Abbildung der realen Ergebnisse. Die Einbeziehung einer empirischen Verteilung mit wahrnehmungsbedingtem Ansatz, der die Vielfachen prominenter Preise besonders betont, nähert sich hingegen dem realen Ergebnis deutlich an.

Darüber hinaus wurde erstmalig festgestellt, dass Preisdifferenzen zwischen aufeinanderfolgenden Preisen von den Zuständen am Anfang der Preisveränderung abhängig sind. Auch dieses Ergebnis steht im deutlichen Gegensatz zu einer Normalverteilungsannahme. Eine weitere Implikation dieser Beobachtung ergibt, dass der Preisbildungsmechanismus nicht mit einfachen Rundungsregeln erklärt werden kann. Ferner wurde dargestellt, dass die Wahrscheinlichkeit für Kurstendenzen (Kurs steigt, fällt oder bleibt unverändert) ebenfalls von der Endziffer des jeweils letzten Preises abhängig ist. Diese Ergebnisse haben eine wesentliche Bedeutung für die Modellierung des Preisbildungsmechanismus, wenngleich die Einflüsse auf die Simulation der Compass Rose nur als gering eingestuft werden können.

Im Rahmen von Compass Rose-Analysen wurde ferner erstmalig eine Betrachtung der Häufigkeitsverteilungen der Preisänderungen in den einzelnen Quadranten durchgeführt, die zu folgenden neuen Ergebnissen führte: Die Nebendiagonale der Compass Rose ist in der Regel besonders stark ausgeprägt, was auf eine bedingte lineare Abhängigkeit aufeinander folgender Preise hindeutet und einen bedingten Mean Reversion-Effekt auch im Kurzfristbereich untermauert. Da marginale Änderungen an Abszisse und Ordinate ebenfalls eine erhöhte Häufigkeit aufweisen, kann ferner von einem kurz-

fristigen Momentum-Effekt ausgegangen werden, der durch Über- bzw. Unterbieteeffekte erklärt werden könnte. Insgesamt wird ebenfalls erstmalig auf Basis der Preisdifferenzen verdeutlicht, dass die Compass Rose in keinem Fall als symmetrisch über alle Quadranten angesehen werden kann und im Gegensatz zu der Darstellung von Szpiro die Überbetonung der Hauptrichtungen gegenüber den Nebenrichtungen⁴⁹⁹ nicht nur als optische Illusion angesehen werden kann, sondern faktisch gegeben und erklärbar ist.

Crack/Ledoit⁵⁰⁰ räumen der Compass Rose ebenso wenig Vorhersagekraft ein wie Szpiro⁵⁰¹. Die dargestellten Ergebnisse zeigen jedoch, dass einerseits die Struktur der Compass Rose und somit die Ausprägung an bestimmten Punkten bedingt vorhersehbar ist und andererseits durch die zustandsbedingten Übergangswahrscheinlichkeiten der jeweils nächste Preis im statistischen Mittel mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit bedingt vorhergesagt werden kann. In sofern hat die Compass Rose als solche zwar nur bedingt eine Vorhersagekraft, aber der zu Grunde liegende Preismechanismus eröffnet bedingte Vorhersagemöglichkeiten.

⁴⁹⁹ Szpiro (1998), S. 1561

⁵⁰⁰ Crack/Ledoit (1996), S. 751

⁵⁰¹ Szpiro (1998), S. 1560

8 Marktmechanismen

8.1 Allgemeines

8.1.1 Bietverhalten

In der Analyse des Stock Price Clusterings wurden Preissetzungen ohne Zeit- und Situationsbezug betrachtet. Mit der Analyse des Compass Rose-Phänomens wurde die Betrachtung auf die Zusammenhänge der Preise zweier aufeinander folgender Zeitpunkte bzw. auf Preisänderungen ausgedehnt und somit ein Zeitbezug hergestellt.

Die betrachteten Preise sind jedoch letztendlich Ergebnis der Marktprozesse bzw. Marktmechanismen. Sie werden durch das Biet- und Abschlussverhalten der Marktteilnehmer bestimmt. Das Bietverhalten in Agency-Auction-Markets kann als das Verhalten der Marktteilnehmer bei der Eingabe von Orders beschrieben werden, das durch die Komponenten Preis, Menge und Zeitpunkt determiniert ist. Dabei stellt sich die Frage, ob ein Marktteilnehmer in einer bestimmten Marktsituation überhaupt eine Order platziert, und falls ja, ob diese dann limitiert oder unlimitiert ist und welcher Preis bestimmt wird.⁵⁰² Cohen, Maier, Schwartz und Whitcomb (CMSW) nehmen beispielsweise an, dass Investoren aufgrund der vielfältigen Transaktionskosten Entscheidungen nur periodisch fällen.⁵⁰³ Bei mehreren Investoren kann es sich jedoch um individuell unterschiedliche Zeitpunkte handeln. Es muss prinzipiell ebenfalls Berücksichtigung finden, dass Anbieter von Liquidität die Marktsituation auch verfolgen können, ohne Orders zu platzieren und somit die in einem Markt sichtbaren Gebote nur einen Teil des gesamten Bietverhaltens der Teilnehmer widerspiegeln⁵⁰⁴. Aus dem Bietverhalten der Marktteilnehmer ergibt sich die dynamische Entwicklung der Preise der Wertpapiere.

Daher soll im Folgenden zunächst auf das Bietverhalten und die Marktmechanismen unter besonderer Berücksichtigung wahrnehmungsspezifischer Einflüsse eingegangen werden. Diese Überlegungen sollen dann im Weiteren zu einem Mehrzeitpunkt-Modell erweitert werden.

8.1.2 Orders und Aktions-Bereiche

Alle XETRA- und IBIS- Marktteilnehmer verfügen grundsätzlich mit der Übersicht über die jeweils aktuellen Asks und Bids über die gleichen technischen Marktinformationen. Unter der Voraussetzung, dass ein Teilnehmer Wertpapiere kurzfristig veräußern oder erwerben will, muss er eine Order in das System einstellen. Dazu muss er über das gewünschte Volumen und den gewünschten Preis unter Berücksichtigung des „optimalen Zeitpunktes“ entscheiden. Daraus resultieren zunächst Order-Bereiche, die in Abhängigkeit von dem individuellen Bietverhalten die letztendlich gewählten Biet-Alternativen – also die konkreten Preise – enthalten.

Preis und Zeit sind direkt voneinander abhängig, da bei der Orderstellung eine Preis-Zeit-Präferenz vorhanden ist: je höher die Zeitpräferenz, desto höher die Wahrscheinlichkeit eines sofortigen Abschlusses.

Annahme 8.1: Irrelevanz des Ordervolumens

Aus Vereinfachungsgründen soll im Folgenden davon ausgegangen werden, dass alle Orders zu einer einzigen Round-Lot-Size erfolgen und somit das Volumen für die folgenden Analysen zunächst nicht von Bedeutung ist.

⁵⁰² siehe auch Cohen et al. (1981), S. 294

⁵⁰³ Cohen et al. (1981), S.

⁵⁰⁴ Schmidt/Küster Simic (1999), S. 233

Somit verbleibt der gewünscht Preis als wesentlicher Orderparameter. Es stellt sich nunmehr die Frage, welche Preisalternativen vor der Eingabe einer Order in Erwägung gezogen werden.

Neue Eingaben von Orders können prinzipiell in folgenden „Aktions-Bereichen“ im Orderbuch erfolgen (Beispiel Eingabe eines Kaufgebotes):

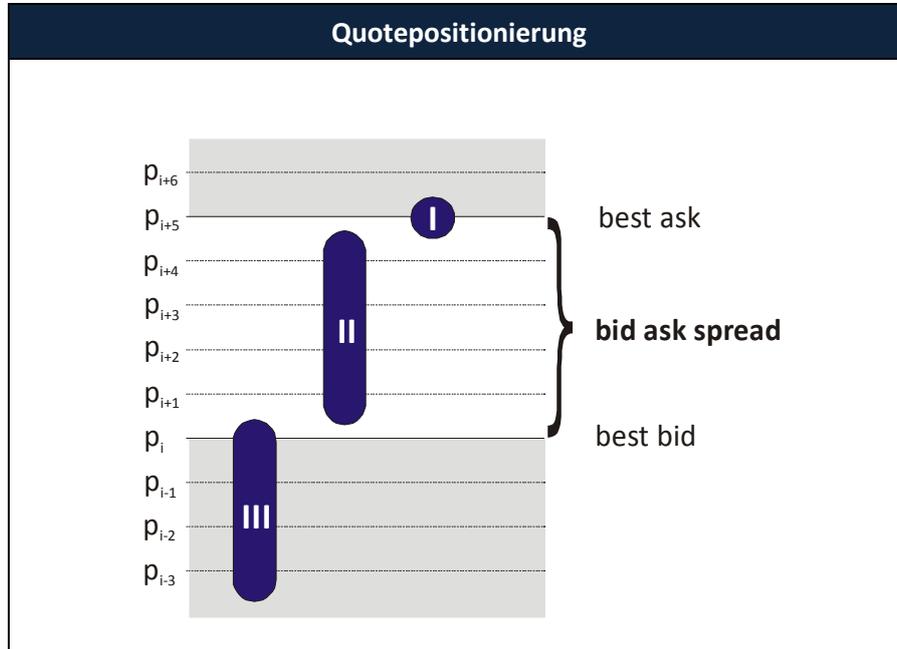


Abb. 8.1: Quotepositionierungsmöglichkeiten Kauf

Die Preisfestlegung erfolgt gemäß Preis-/Zeit-Präferenzen des Teilnehmers und unter Berücksichtigung der Tick Size:

Aktions-Bereich		Beschreibung	Zeit-/Preispräferenzen
I	Matching	sofort auf bestes Gebot der anderen Seite eingehen	<ul style="list-style-type: none"> sofort kaufen = Zeitpräferenz zum vorgegebenen besten Askpreis
II	Überbieten	bisher bestes Gebot auf gleicher Seite überbieten	<ul style="list-style-type: none"> „verhandeln“ und wahrscheinlich relativ kurzfristig einen Geschäftsabschluss tätigen geringe Preisvorteile gegenüber Matching erzielen wenige Preisalternativen im Spread
III	Hinterlegen	gleicher Preis wie bestes Gebot oder (etwas) schlechter	<ul style="list-style-type: none"> Marktentwicklung abwarten und gewünschten Preis durchsetzen = Preispräferenz Einordnung des Gebotes in das Orderbuch nach Preis-Zeit-Prioritäten durch das System mehrere Alternativen am Spreadrand bei höherer Zeitpriorität und viele Alternativen mit größerem Spreadabstand bei Preispriorität

Tab. 8.1: Aktionsbereiche I

Die Wahl des Aktions-Bereiches ist also von „der Dringlichkeit des Handelsbedürfnisses“ und „den jeweiligen Gewinnmöglichkeiten“ abhängig⁵⁰⁵.

Market Order

Der Bereich I entspricht einer Market Order – auch als unlimitierte Order, Matching oder Trade bezeichnet.

⁵⁰⁵ Schmidt/Küster Simic (1999), S. 223

Unlimitierte Angebote verringern die Liquidität, da sie prinzipiell zu einem sofortigen Abschluss führen⁵⁰⁶. Dabei ist es je nach Gebotsvolumen und Marktregeln möglich, dass ein unlimitiertes Gebot genau mit einem limitierten Gebot der Gegenseite oder mit einem Teilgebot oder mit mehreren Geboten bedient wird.

Limit Order

Die Bereiche II und III entsprechen Limit Orders – auch Quotes oder limitierte Gebote genannt.

Limitierte Gebote können als Liquiditätsangebot angesehen werden, da zusätzliche Angebote auf dem Markt platziert werden und das jeweils aktuelle Marktvolumen erhöht wird.

Folgende Tabelle zeigt einen beispielhaften Überblick über die Verteilung der Aktionen der Marktteilnehmer auf die genannten Aktionsbereiche für IBIS-Wertpapiere des Zeitraums 01.03.93 – 05.03.93 getrennt nach Kauf- und Verkaufsseite:

Wertpapier	Kauf				Verkauf			
	Anzahl Aktionen	I Matching	II Überbieten	III Hinterlegen	Anzahl Aktionen	I Matching	II Überbieten	III Hinterlegen
BASF	777	21%	44%	35%	647	25%	49%	27%
Daimler	2.662	26%	37%	37%	2.146	21%	42%	37%
Siemens	3.273	27%	38%	35%	3.091	24%	36%	40%
Volkswagen	2.570	28%	35%	37%	2.325	22%	41%	38%
Deutsche Bank	3.519	29%	33%	38%	2.724	23%	39%	37%
Allianz	800	24%	43%	33%	605	24%	54%	23%
IBIS gesamt	24.442	26%	41%	34%	20.875	22%	46%	32%

Tab. 8.2: Aktionsbereiche II

Die Verteilungen sind zwar wertpapierindividuell sowie zwischen Kauf und Verkauf unterschiedlich, die Tendenzen ähneln sich jedoch. Überbietetaktionen am Spread sind am häufigsten, Matchings am seltensten. Aus diesen Verteilungen lassen sich jedoch noch keine konkreten Aussagen über die Bietmechanismen herleiten.

Neben den aufgeführten faktischen Aktions-Bereichen kann - wie oben dargestellt - berücksichtigt werden, dass Marktteilnehmer ggf. nur die aktuelle Marktsituation beobachten. Dies führte zu einem weiteren „fiktiven“ Aktions-Bereich:

Aktions-Bereich		Beschreibung	Zeit-/Preispräferenzen
IV	Keine Aktion	Keine Ordereingabe	<ul style="list-style-type: none"> abwartende, beobachtende Haltung bei Preispräferenz möglicher Grund: Preiserwartung zu weit von aktueller Marktsituation entfernt

Tab. 8.3: Aktionsbereiche III

Ausgehend von den Aktions-Bereichen stellt sich nunmehr die Frage, welche konkreten Alternativen - also Preise - von den Marktteilnehmern gewählt werden und welche strategischen und wahrnehmungstechnischen Aspekte dabei eine Rolle spielen.

8.2 Alternativauswahl: Mikrostrukturtheoretische Ansätze

8.2.1 Allgemeines

Auf dem Gebiet der Marktstruktur-Theorie ist eine Vielzahl von Veröffentlichungen erschienen, die sich mit der Frage auseinandersetzen, ob und wann ein Marktteilnehmer ein limitiertes oder ein

⁵⁰⁶ Schmidt/Küster Simic (1999), S. 222

unlimitiertes Gebot wählt⁵⁰⁷. Wählt ein Marktteilnehmer ein limitiertes Gebot, stellt sich wiederum die Frage, welchen Preis er wählt. Der gewählte Preis muss aus einer Menge zur Verfügung stehender Alternativen gewählt werden.

8.2.2 Ausführungswahrscheinlichkeiten

8.2.2.1 Ein theoretisches Modell

Einen wesentlichen theoretischen Ansatz, der auf Überlegungen zur Ausführungssicherheit von Geboten beruht liefern CMSW⁵⁰⁸. Das von CMSW vorgeschlagene Modell basiert auf einer Vielzahl von Annahmen über die Ausführungswahrscheinlichkeit und den daraus resultierenden erwarteten Nutzen der „Aktionen“: Limit-Order, Markt-Order und „keine Aktion“⁵⁰⁹. Dabei wird von kontinuierlichen Preisen ausgegangen⁵¹⁰.

Die Ausführungswahrscheinlichkeit ist nach diesem Modell von der Entfernung eines Gebotes von der jeweiligen Marktgegenseite abhängig. CMSW gehen davon aus, dass mit zunehmender Nähe eines Gebotes zur Marktgegenseite, die Wahrscheinlichkeit zur direkten Auswahl einer unlimitierten Order (also einer Transaktion) aufgrund der Ausführungssicherheit stark zunimmt und nennen diesen Effekt „Gravitational Pull Effect“. Ihre Thesen zum Bietverhalten der Marktteilnehmer fassen Schmidt/Küster Simic wie folgt zusammenfassen⁵¹¹:

- (1) Die Abschlusswahrscheinlichkeit einer limitierten Order ist unabhängig von der Entfernung des besten Gebotes der Gegenseite immer strikt kleiner 1 und es kommt somit zu einem Wahrscheinlichkeitssprung am besten Gebot der Gegenseite.⁵¹²
- (2) Mit abnehmender Entfernung vom besten Gebot der Gegenseite steigt die Ausführungswahrscheinlichkeit.⁵¹³
- (3) Es werden keine limitierten Orders in unmittelbarer Nähe zur Gegenseite gesetzt, da aufgrund der höheren Ausführungswahrscheinlichkeit direkt unlimitierte Orders gewählt werden (Gravitational Pull Effect).⁵¹⁴
- (4) Je höher die Bietfrequenz von Limitorders auf der Gegenseite ist, umso mehr steigt die Ausführungswahrscheinlichkeit eines Gebotes.⁵¹⁵
- (5) Die Wahrscheinlichkeit für marktspannenverengende Gebote steigt, wenn die Marktspanne größer als die Gleichgewichtsspanne ist.⁵¹⁶

8.2.2.2 Empirische Validierung am IBIS-Markt

Schmidt/Simic überprüfen die Thesen des CMSW-Modells am deutschen Aktienmarkt IBIS mit Daten für 3 Monate aus 1996. Die Voraussetzungen für eine entsprechende Analyse, die unter IBIS weitgehend erfüllt sind, sind nach CMSW⁵¹⁷:

⁵⁰⁷ Einen Überblick liefern Schmidt/Küster Simic (1999), S. 222 f.

⁵⁰⁸ Cohen et al. (1981), S. 291

⁵⁰⁹ Cohen et al. (1981), S. 294

⁵¹⁰ Cohen et al. (1981), S. 291

⁵¹¹ Schmidt/Küster Simic (1999), S. 224

⁵¹² Cohen et al. (1981), S. 292

⁵¹³ Cohen et al. (1981), S. 296

⁵¹⁴ Cohen et al. (1981), S. 289

⁵¹⁵ Cohen et al. (1981), S. 293

⁵¹⁶ Cohen et al. (1981), S. 300; Schmidt//Küster Simic verwenden als Approximation für die (unbekannte) Gleichgewichtsspanne die durchschnittliche Marktspanne (Schmidt/Küster Simic (1999), S. 226)

⁵¹⁷ Cohen et al. (1981), S. 294

- sofortig und vollständige Ausführung unlimitierter Orders
- Keine Verzögerungen bei Informationen über die Marktlage
- Kosten für alle eingegebenen Orders

Schmidt/Simic analysieren prozentuale Marktspannenverengungen⁵¹⁸ in 20 Klassen mit einer Breite von jeweils 5% und ermitteln Abschlussquoten⁵¹⁹ der entsprechenden Orders. Sie kommen zu folgenden Ergebnissen:

- Die Ausführungsquote bei Marktspannenverengungen um mehr als 90% liegt durchschnittlich unterhalb von 60%. Somit wird These (1) bestätigt⁵²⁰.
- Mit zunehmender relativer Marktverengung einer Order erhöht sich bei umsatzstarken Wertpapieren die Abschlusswahrscheinlichkeit, was These (2) prinzipiell untermauert⁵²¹.
- Marktspannenverengungen von mehr als 55% sind relativ selten, was die Existenz des Gravitational Pull Effects (These (3)) vermuten lässt.⁵²²
- Gemäß einer Regression ist bei umsatzstarken Aktien bei marktspannenverengenden Limitorders die Abschlussquote höher (These (4)).⁵²³
- Bei weiteren Marktspannen ist der Anteil für marktspannenverengende Gebote höher als bei engen Marktspannen (These (5)).⁵²⁴

Die von Schmidt/Simic durchgeführte Messung der relativen Marktspannenverengungen kann jedoch problematisch sein, was beispielhaft an der IBIS-Marktsituation 1993 dargestellt werden soll: Für jede Aktien unter IBIS ist eine Tick Size - also eine kleinste Bieteinheit - definiert. Diese betrug 1993 noch 10 Pf. Die Marktspanne viel gehandelter Aktien lag bei etwa 50 Pf. Das bedeutet, dass zwischen Spreadober- und -unterseite i.d.R. lediglich vier mögliche Alternativen für eine Marktspannenverengung zur Verfügung standen und somit die Marktspannenverengung 20%, 40%, 60% und 80% möglich waren. Wäre die Marktsituation 1996 noch dieselbe gewesen, würde sich wahrscheinlich ein unschärferes Bild ergeben, da beispielsweise eine Marktspannenverengung um 10% aufgrund der wenigen Alternativen nicht möglich wäre.

1996 betrug die Tick Size⁵²⁵ hingegen nur noch 1 Pf bzw. 5 Pf. Allerdings bemerken Schmidt/Simic bereits, dass die Orderpreise mit einer größeren Genauigkeit als die möglichen Preise gewählt werden⁵²⁶. Somit würde die oben dargestellte Problematik der Analyse von Schmidt/Simic weitgehend bestehen bleiben. Welchen Einfluss dieser Effekt auf die beschriebenen Ergebnisse hat, wird hier nicht näher diskutiert. Es kann jedoch davon ausgegangen werden, dass sich die grundsätzlichen Ergebnisse auch bei einer exakteren Messung bestätigen würden.

8.2.3 Mögliche Alternativen bei strategischem Bieten

CMSW gehen zu den Entscheidungszeitpunkten von den Entscheidungsmöglichkeiten „Market Order“ (Transaktion zum Preis der besten Order der Gegenseite), „Limit Order“ (Preis schlechter als

⁵¹⁸ Die hier betrachtete Marktspanne entspricht der o.g. Spread-Definition 1 (effektiver Spread)

⁵¹⁹ Schmidt/Küster Simic (1999), S. 226: Abschlussquote := teilweise bzw. vollständig angenommene Gebote im Verhältnis zum gesamten Gebotsumfang

⁵²⁰ Schmidt/Küster Simic (1999), S. 228

⁵²¹ Schmidt/Küster Simic (1999), S. 229

⁵²² Schmidt/Küster Simic (1999), S. 230

⁵²³ Schmidt/Küster Simic (1999), S. 233

⁵²⁴ Schmidt/Küster Simic (1999), S. 233

⁵²⁵ bei Schmidt//Küster Simic Mindestkursabstufung genannt

⁵²⁶ Schmidt/Küster Simic (1999), S. 230

beste Order der Gegenseite) und „keine Aktion“ aus⁵²⁷. Damit wäre die Marktgegenseite genauso eine Alternative, wie jeder mögliche schlechtere Preis einer Limit Order in einem angemessenen Bereich in Spreadnähe. Die Alternative „keine Aktion“ würde entweder bedeuten, dass grundsätzlich zum Entscheidungszeitpunkt keine „Investition“ getätigt werden soll, oder, dass die aktuelle Preisstellung am Spread nicht mit den Erwartungen des Marktteilnehmers übereinstimmt.

Annahme 8.2: Spreadgrenzen als Alternativen

Da auf das beste Gebot der jeweiligen Marktgegenseite via Market Order eingegangen werden kann, kann angenommen werden, dass beide Spreadgrenzen (Market Bid und Market Ask) „strategische“ Bietalternativen darstellen.

CMSW differenzieren bei der Analyse des Bietverhaltens bei den Limit Orders nochmals die Bereiche „im Spread“ (also zwischen Market Bid und Market Ask) und „außerhalb des Spreads“. Dies entspricht den oben dargestellten Aktionsbereichen „Überbieten“ (im Spread) und „Hinterlegen“ (außerhalb des Spreads):

(1) Überbieten

CMSW beschreiben, dass für Bids zwischen Market Bid und Market Ask die Ausführungswahrscheinlichkeit ausgehend vom Market Bid aufgrund von strategischen Überlegungen der Marktteilnehmer zunächst stark ansteigt, da einerseits das Market Bid überboten werden soll, andererseits aber der noch größtmögliche Preisvorteil erzielt werden soll⁵²⁸. Das gleiche gilt für die Askseite. Das „Überbieten“ des Market Bids ist Aktions-Bereich II zuzuordnen. Hier kommt ergänzend hinzu, dass das Überbieten mit einem möglichst kleinen Betrag in Höhe der Tick Size den größten Nutzen bietet. Schmidt/Iversen/Treske stellen fest, dass es „besonders leicht möglich [ist], bereits im System befindliche Gebote auf der Geldseite gezielt zu überbieten und auf der Briefseite gezielt zu unterbieten“⁵²⁹.

Annahme 8.3: Überbieten

Das Überbieten des jeweils besten Gebots einer Marktseite um die kleinste Einheit im Preistraster ist eine mögliche Bietalternative.

(2) Hinterlegen

CMSW beschreiben ferner, dass die Ausführungswahrscheinlichkeit für Bid-Orders kleiner als das Market Bid zunächst sprunghaft abnimmt, dann jedoch relativ langsamer fällt als der entsprechende Preis⁵³⁰. Für das „Hinterlegen“ des Market Bids (Aktionsbereich III) wird somit mit steigendem Abstand zum Market Bid ein zunehmender Nutzen angenommen.

Annahme 8.4: Hinterlegen

Das Hinterlegen des jeweils besten Gebots einer Marktseite mit dem gleichen Preis oder einen geringfügig schlechteren Preis im Preistraster ist eine mögliche Bietalternative.

Das Hinterlegen ist im Marktprozess insofern von besonderer Bedeutung, als dass nach einem Trade zum besten Gebot einer Marktseite das jeweils nächstbessere „hinterlegte“ Gebot automatisch zum besten Gebot wird. Da im Folgenden jedoch insbesondere Analysen auf Basis von Transaktionsdaten durchgeführt werden, wird das Hinterlegen nur mittelbar berücksichtigt.

⁵²⁷ Cohen et al. (1981), S. 294

⁵²⁸ Cohen et al. (1981), S. 296

⁵²⁹ Schmidt et al. (1993b), S. 214

⁵³⁰ Cohen et al. (1981), S. 296 f.

8.2.4 Ausblick

Schmidt/Simic bemerken, dass bei einer Tick Size von 1 Pf, „auffallend oft“ um 5 Pf oder 10 Pf und bei einer Tick Size von 5 Pf um 10, 20, 30, 40 oder 50 Pf „verbessert“ wird⁵³¹. Das bedeutet wiederum, dass offensichtlich weniger „mentale bzw. wahrgenommene Alternativen“ als mögliche Alternativen beim Bietverhalten zur Verfügung stehen und Marktteilnehmer offensichtlich eher mit absoluten Preisen als mit relativen Preisveränderungen agieren. Von einer kontinuierlichen Preisentwicklung kann bereits aufgrund der vorhandenen Tick Size nicht ausgegangen werden. Hier wird jedoch zusätzlich deutlich, dass die Preisbildung noch auf einem größeren Preisraster als es die Tick Size vorgeben würde, erfolgt. Dies entspricht im Wesentlichen den Beobachtungen des Price Clustering. Umso mehr stellt sich die Frage, welche (Preis-) Alternativen aus welchen Gründen in Erwägung gezogen werden.

Das Bietverhalten der Marktteilnehmer soll im Folgenden unter Berücksichtigung der beschriebenen Ergebnisse exakter charakterisiert und modelliert werden. Dazu müssen in einem ersten Schritt die „wahrgenommenen Bietalternativen“ bestimmt werden. Bemerkenswerterweise lassen sich in diesem Kontext die von Schmidt/Simic aufgezeigten Alternativen prinzipiell mit Hilfe des eNRP konstruieren. In einem zweiten Schritt soll das Bietverhalten in Abhängigkeit von der aktuellen Marktsituation beschrieben werden.

8.3 Der eNRP im Kontext von Marktmechanismen (II)

8.3.1 Allgemeines

Bisher wurde dargestellt, dass an Wertpapiermärkten Price Clustering zu beobachten ist. Da die Endziffern gemäß Anomalie 5.1 nicht gleichmäßig verteilt sind, ergibt sich ein Widerspruch zur Random-Walk-Hypothese.

Es wurde des Weiteren aufgezeigt, dass Price Clustering mit Hilfe der Prozesse der numerischen Wahrnehmung erklärt werden könnte. Folgende Aspekte im Zusammenhang mit dem erweiterten Numerical Response Process wurden beschrieben:

- Verschiedene Umweltinformationen im Kontext von Wertpapiermärkten können als diffuses numerisches Signal interpretiert werden (eNRP-Komponente 1).
- Die Wahrnehmungsfunktion ist nicht hinreichend definiert und kann daher auch an Wertpapiermärkten noch nicht analysiert werden (eNRP-Komponente 2).
- Die Struktur der Endziffern von Aktienpreisen lässt sich grundsätzlich mit Hilfe des Zahlengenerierungsprozesses erklären (eNRP-Komponente 3a).

Es wurde bisher noch nicht beschrieben, welche Genauigkeit bei der Preisbildung einer bestimmten Order exakt gewählt wird - also wie die Genauigkeitsauswahlregel des erweiterten Numerical Response Processes (eNRP-Komponente 3b) Anwendung finden kann - und wie die Auswahl einer Alternative funktionieren könnte. Beide Aspekte sollen im Folgenden betrachtet werden, um die Beschreibung des erweiterten Numerical Response Processes im Kontext von Wertpapiermärkten zu vervollständigen.

⁵³¹ Schmidt/Küster Simic (1999), S. 230

8.3.2 Weitere eNRP-Komponenten im Überblick

Nach den eNRP-Rahmenbedingungen nehmen Akteure am Kapitalmarkt die Gesamtsituation des Marktes bezüglich einer Aktie (z.B. letzter Preis der Aktie, aktuell beste Gebote auf Kauf- und Verkaufsseite, Markttendenz, Entwicklungen von Unternehmen im gleichen Marktsegment) als diffuse numerische Information wahr. Diese diffuse numerische Information wird auf ein Intervall von möglichen Preisen abgebildet, in dem sich der aktuell zu setzende Preis befinden muss. Das Intervall ist somit quasi die mentale Repräsentation der noch nicht genau festgelegten Zahl – also des zu setzenden Preises.

Die grundsätzliche Struktur der Endziffern von Aktienpreisen an den elektronischen Börsen IBIS und XETRA kann durch den Zahlengenerierungsprozess erklärt werden. Bei welcher Genauigkeit aber bricht der Zahlengenerierungsprozess im Einzelfall ab? Wie kommt somit ein Genauigkeitsniveau der Alternativen im Intervall möglicher Preise und somit der Preise im Handel einer Aktie zustande?

Dies ist nach dem eNRP-Modell abhängig von

- (1) dem Umfang der bei der Preisentscheidung in der Wahrnehmungsfunktion (*eNRP-Komponente 2*) berücksichtigten Informationen und
- (2) der Genauigkeitsauswahlregel (*eNRP-Komponente 3b*).

Die berücksichtigten Informationen können sich auf vorhergehende Handelszeitpunkte beziehen – wie etwa die Information „letzter Preis“. Nach der Genauigkeitsauswahlregel werden 3-5 Alternativen bei der Preisentscheidung berücksichtigt, die auch stark von der aktuellen Marktsituation abhängen dürften. Somit muss offensichtlich der Markt- und Bietmechanismus über mehrere Zeitpunkte bei einer vertiefenden Betrachtung der Alternativenauswahl mit in die Überlegungen einbezogen werden.

8.3.3 Berücksichtigte Informationen und iterative Entscheidungen

8.3.3.1 Informationsauswahl

Wie wird nun aber die Genauigkeit der Orders im Rahmen des eNRP generiert? Oder konkreter gefragt: Warum ist die Datensatzgenauigkeit beispielsweise der Volkswagen-Transaktionen unter IBIS gerade 20 Pf?

Albers hat in einer Studie zu Konsumentenpreisen dargestellt, dass Preise typischerweise mental nur mit einer Genauigkeit von mindestens 5% angegeben werden können⁵³². Übertragen auf die Situation an Aktienmärkten würde der eNRP auch nur Alternativen mit einer Genauigkeit von 5% des jeweiligen Aktienpreinsniveaus liefern. Dies würde beispielsweise für die Volkswagen-Aktie mit einem Preisniveau von 300 DM bedeuten, dass die absolute Genauigkeit der Preissetzung bei 15 DM liegen würde. Tatsächlich liegt diese aber eben bei etwa 20 Pf bis 50 Pf. Das Pricing an Börsen ist somit erheblich feiner als bei Konsumgütern.

Feinere Genauigkeiten der Preissetzung lassen sich durch iterative Entscheidungen (*eNRP-Komponente 5*) unter Einbeziehung weiterer Informationen erzielen. Es wird deutlich, dass im Gegensatz zu der Konsumentenpreisstudie die Genauigkeit der Preissetzung an Börsen nicht nur von der Preishöhe der Güter, sondern offensichtlich noch von weiteren Faktoren abhängt.

Es ist allerdings noch nicht bekannt, welche weiteren Faktoren neben dem aktuellen Preisniveau einer Aktie im Rahmen der Verarbeitung in der Wahrnehmungsfunktion Berücksichtigung finden. Diese Frage soll hier nicht vertieft werden und bietet Ansatzpunkte für weitere Überlegungen. Aus Kapitel 6.4.4.4 ist jedoch bekannt, dass die Genauigkeit von Trades über den Anteil an Round

⁵³² Albers/Albers (1983), S. 274 f.

Fractions gemessen werden kann. Dieser weist wiederum eine hohe Korrelation zur Spreadbreite auf. Eine Regression hat gezeigt, dass wiederum 91% der Varianz der Spreadbreite über die logarithmierten Volumina und Preise erklärt werden können⁵³³. Somit sind zwei mögliche Einflussfaktoren identifiziert: Preis und Handelsaktivität. Weitere Informationen und Faktoren wie die Zeitpräferenz und die Preispräferenz des Teilnehmers, die Tick Size, der aktuelle Spread oder die Genauigkeit und Position des letzten Gebotes oder Transaktionspreises können ebenfalls eine Rolle bei der Auswahl des Genauigkeitsniveaus spielen.

Es kann mithin festgehalten werden, dass neben dem Preisniveau offensichtlich weitere Faktoren - auch im Rahmen eines iterierten Entscheidungsprozesses - bei der Auswahl des Genauigkeitsniveaus eine Rolle spielen. Diese Faktoren können nicht eindeutig identifiziert werden, finden aber in der Signalwahrnehmung ihre Berücksichtigung. Es liegt nahe, dass zumindest einige der zusätzlich zum Preis berücksichtigten Faktoren - wie etwa das erwähnte Handelsvolumen - direkt mit dem aktuellen Handelsgeschehen in Zusammenhang stehen.

8.3.3.2 Wahrnehmung von Preisen, Preisänderungen oder Returns

Neben weiteren ggf. berücksichtigten Informationen spielen die auf Preisen basierenden Faktoren eine herausragende Rolle. Preisbasierte Faktoren, die durch die Marktteilnehmer direkt oder indirekt wahrgenommen und in die Entscheidungen einbezogen werden könnten sind die eigentlichen Preise, Preisänderungen oder Returns.

Die meisten Kapitalmarktmodelle gehen von bestimmten Annahmen über Returns aus - siehe etwa die Annahmen 3.1 – 3.3 zur Stationarität, Unabhängigkeit und Verteilung der Returns. Andere Modelle, bei denen Preisdifferenzen aufeinanderfolgender Preise anstelle Returns im Mittelpunkt der Betrachtung stehen, gehen von ähnlichen Annahmen für die direkten Preisdifferenzen aus, welche bei in etwa konstantem Preisniveau zumindest approximativ mit den Annahmen über die Returns übereinstimmen⁵³⁴.

Es stellt sich mithin die Frage, welcher der genannten preisbasierten Faktoren als Ausgangspunkt für eine wahrnehmungsbasierte Darstellung von Komponenten des Marktmechanismus am besten geeignet sind.

Annahme 8.5: direkte Wahrnehmung von Preisen

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass Wahrnehmung und Denken für die hier betrachtete Preisbildung im kurzfristigen Bereich grundsätzlich direkt auf Preisen und nicht auf Preisdifferenzen oder auf Returns erfolgt.

Investoren haben typischerweise ein besonderes Interesse an angemessenen positiven Returns. Eine Return-Betrachtung dürfte jedoch nur zu einzelnen bestimmten Zeitpunkten durchgeführt werden, da Returns über mehrere Rechenoperationen bestimmt werden müssen. Preisdifferenzen sind zwar etwas einfacher als Returns zu bestimmen, benötigen jedoch auch eine explizite Berechnung und sind daher ebenfalls nicht einfach mental zugänglich. Preise sind hingegen direkt beobachtbar und einschätzbar. Hinzu kommt, dass die logarithmische Wahrnehmung automatisch zum Denken in relativen Änderungen führt. Somit würde eine doppelte Berücksichtigung der Änderungen durch die zusätzliche Berechnung der Preisdifferenzen in einem zusätzlichen Schritt erfolgen, die für den Denkmechanismus zu kompliziert erscheint.

⁵³³ Die Logarithmierung zeigt auf, dass etwa eine Signalverdopplung als eine Erhöhung um eine Stufe wahrgenommen wird (vergleichbar mit dem Weber-Fechner-Gesetz der Psychophysik).

⁵³⁴ siehe etwa Roll (1984), S. 1128

8.3.4 Genauigkeitsauswahlregel und berücksichtigte Alternativen

8.3.4.1 Allgemeines

Über die iterierten Entscheidungsprozesse kann zwar erklärt werden, wie die Genauigkeit der Preissetzungen auch über ein typisches Niveau von 5% des Preises hinaus weiter verfeinert werden kann, aber es ist damit noch nicht deutlich geworden, bei welchem Genauigkeitsniveau diese Verfeinerung nach dem Zahlengenerierungsprozess stoppt. Nach dem eNRP stoppt die Verfeinerung genau dann, wenn nach der Genauigkeitsauswahlregel drei bis fünf Alternativen, die das gleiche Genauigkeitsniveau aufweisen, als angemessene Möglichkeiten zur Verfügung stehen. Die somit berücksichtigten Alternativen bilden ein Raster von möglichen Orderpreisen.

8.3.4.1.1 Die optimale (relative) Tick Size

Angel⁵³⁵ beschreibt insbesondere basierend auf Harris⁵³⁶ Faktoren, die die optimale Tick Size beeinflussen. Dabei betrachtet er die relative Tick Size, also die Tick Size des Marktes im Verhältnis zum Aktienpreis. Eine größere relative Tick Size würde einerseits zu einer höheren Liquidität führen, da die Anzahl der „Verhandlungsschritte“ und somit die Geschwindigkeit von Geschäftsabschlüssen reduziert werde, andererseits würde ein gröberes Raster jedoch zu höheren Kosten für die Investoren führen, da kein Ergebnis in kleineren Schritten erzielt werden könne⁵³⁷.

Angel führt weiter aus, dass eine größere Tick Size nicht nur die Verhandlungszeit reduziere, sondern auch die Zeit zur Informationsbeschaffung. Er verweist darauf, dass Miller und Simon festgestellt haben, dass Individuen lediglich in der Lage sind, ca. 5 Informationen bzw. Zahlen in ihrem Kurzzeitgedächtnis behalten können. Es sei einfacher, sich auf wenige mögliche Preise in einem Orderbuch zu konzentrieren und insignifikante Informationen unberücksichtigt zu lassen⁵³⁸.

Die Tick Size ist eine vom Markt vorgegebene Größe für die kleinste Verhandlungseinheit. Das Verhandlungsraster der Marktteilnehmer muss aber nicht der vorgegebenen Tick Size entsprechen. Crack/Ledoit weisen darauf hin, dass die Effective Tick Size, die von den Marktteilnehmern für tatsächliche Preisschritte gewählt wird, deutlich gröber als die vom der jeweiligen Börse vorgegebene Official Tick Size sein kann⁵³⁹. So ist etwa für die relativ häufig gehandelte Allianz-Aktie unter IBIS (ca. 100 Transaktionen pro Tag) festzustellen, dass die Teilnehmer auf einem Raster von 1 DM-Schritten die Preise setzen, obwohl die Tick Size lediglich 10 Pf beträgt. Da die Datensatzgenauigkeit für die einzelnen Aktien für IBIS und XETRA in der Mehrzahl gröber als die Official Tick Size ist, kann festgehalten werden, dass die Teilnehmer offensichtlich die für sie optimale Tick Size implizit festlegen. Eine institutionelle Anpassung ist offensichtlich nicht zwingend erforderlich sofern die Official Tick Size die „individuelle Tick Size“ unterschreitet.

Vielmehr kann umgekehrt davon ausgegangen werden, dass etwa das beschränkte Kurzzeitgedächtnis - bzw. allgemeiner die Wahrnehmung - das tatsächliche Verhandlungsraster bereits bedingen. Dabei sind die von Angel angeführten 5 Speicherplätze des Kurzzeitgedächtnisses insofern von Bedeutung, als dass diese dann nicht der Auswahl der optimalen Tick Size dienen, sondern eben genau den Alternativen der Genauigkeitsauswahlregel (*eNRP-Komponente 3b*) entsprechen.

⁵³⁵ Angel (1997), S. 666 ff.

⁵³⁶ Harris (1991), S. 389

⁵³⁷ Angel (1997), S. 666

⁵³⁸ Angel (1997), S. 667

⁵³⁹ Crack/Ledoit (1996), S. 756

8.3.4.1.2 Alternativen im eNRP

Es stellt sich nunmehr die Frage, ob sich typische ausgewählte Alternativen, die von der jeweils aktuellen Marktsituation abhängig sein können, identifizieren und klassifizieren lassen, um die Beschreibung des eNRP auch bzgl. der Genauigkeitsauswahlregel weiter zu konkretisieren.

Aus der Struktur der Endziffern ist bereits deutlich geworden, dass unterschiedliche Marktteilnehmer oder aber die gleichen Teilnehmer zu unterschiedlichen Zeitpunkten mit verschiedenen Genauigkeitsniveaus Preise setzen. Da somit nicht genau ein bestimmtes Genauigkeitsniveau gegeben ist, werden auch folglich jeweils unterschiedliche Alternativen bei der Genauigkeitsauswahlregel berücksichtigt. Mithin können zumindest nicht bestimmte Alternativen eindeutig allgemeingültig identifiziert werden.

Da die Preissetzung der Orders jedoch einerseits i.d.R. von einer Mehrheit der Marktteilnehmer auf dem gleichen Genauigkeitsniveau erfolgt und andererseits sich alle Preissetzungen direkt an der aktuellen Marktsituation orientieren müssen, soll im Folgenden versucht werden, für die Genauigkeitsauswahlregel bedeutende Alternativen mit Hilfe von einschränkenden Annahmen herauszuarbeiten.

Der Prozess der Alternativenauswahl im Kontext elektronischer Aktienmärkte kann somit wie folgt zusammenfassend skizziert werden:

- Die Preise werden basierend auf der dargestellten Idee prominenter Zahlen konstruiert. Es wird ein Intervall von 3-5 relevanten Alternativen nach dem eNRP generiert.
- Die Alternativenauswahl wird durch die zur Verfügung stehenden Informationen über die aktuelle Handelssituation (repräsentiert etwa durch Preisniveau, aktuelle Spreadbreite und Handelsaktivität), die Marktregeln und die Preiserwartung sowie die jeweilige Zeitpräferenz der Bieter beeinflusst.
- Jede generierte Alternative kann als „attraktiver Punkt“ charakterisiert werden, der wiederum als Repräsentant für ein Intervall angesehen werden kann. Im Gegensatz zu den Erläuterungen unter 4.1.4.3.6.3 kann für die betrachteten Aktienmärkte auf Basis der empirischen Ergebnisse zumindest bedingt ein Rückschluss von dem Repräsentanten - also der konkreten Preisnennung - auf das zugrunde liegende Intervall gezogen werden: Nach den Ergebnissen zum Stock Price Clusterings und unter Berücksichtigung des eNRP-Mechanismusses kann beispielhaft davon ausgegangen werden, dass die Endziffer 0 als Repräsentant für das Intervall [8, 9, 0, 1, 2] oder die Endziffer 5 als Repräsentant für das Intervall [3, 4, 5, 6, 7] fungiert. Die Nennung dieser attraktiven Punkte als Preisantwort bzw. Eingabe in das elektronische Handelssystem würde dann quasi die Vorstellung des gesamten zugehörigen Intervalls repräsentieren. Sie entsprechen den noch groben Vorstellungen der Marktteilnehmer.
- Es kann mithin von einer Art mentalem Mapping von beobachteten Preisen auf die attraktiven Punkte ausgegangen werden, wodurch die Anzahl der zu berücksichtigenden Alternativen verringert und der Entscheidungsprozess vereinfacht wird.
- Mit Hilfe der attraktiven Punkte kann auch verdeutlicht werden, dass etwa nach einer Transaktion mit einer Preisendziffer 6 oder 7 auf der selben Spreadseite die nächste Transaktion mit der einer Endziffer 5 eine höhere Wahrscheinlichkeit hat, als eine mit der Endziffer 0, da die 0 zu einem anderen Intervall gehört.
- Über den skizzierten Mechanismus könnte auch erklärt werden, weshalb Preise bzw. Preisänderungen von der vorherigen Endziffer abhängig sind. Ferner ergeben sich aus dem Mechanismus Übergangswahrscheinlichkeiten, die aber eben zustandsabhängig und nicht gleichverteilt auf einem „gerundeten“ Gitter darstellbar sind.

Zur Identifikation der relevanten Alternativen werden im Folgenden zunächst die Marktrahmenbedingungen diskutiert und schließlich darauf basierende Annahmen zur Lage der konkreten Alternativen getroffen.

8.3.4.2 Annahmen und Implikationen

Wie oben dargestellt verfügt ein Marktteilnehmer an den Börsen IBIS und XETRA zum Zeitpunkt der Erfassung einer Order über alle Informationen des offenen Orderbuches - insbesondere über die Preise des besten Bids/Asks und der Transaktionen.

Annahme 8.6: Relevanz direkter Marktdaten

Es sei angenommen, dass für das kurzfristige Bietverhalten ausschließlich die vorhandenen Quotes und insbesondere die jeweils letzten Transaktionspreise als Informationen relevant sind⁵⁴⁰. Für die kurzfristige Abgabe einer Order am Spread seien also keine weiteren Informationen, wie etwa Fundamentaldaten, von Bedeutung.

Annahme 8.7: Marktkonstanz

Es kann - zumindest bei sehr liquiden Aktien - davon ausgegangen werden, dass sich die Spreadlage im Mittel nicht kurzfristig erheblich verändert. Spreemann geht etwa davon aus, dass sich innerhalb einer kürzeren Periode - er bezieht sich hier allerdings sogar auf Tage oder Wochen und wahrscheinlich deutliche Preissprünge - grundsätzlich entweder nichts passiere oder aufgrund einer preisrelevanten Information ein Preissprung erfolge⁵⁴¹.

Durch die Abgabe einer Order am/im Spread dokumentiert der Teilnehmer eine gewisse Zeitpräferenz, d.h., er möchte relativ zeitnah einen Geschäftsabschluss erzielen. Die Motivation für einen zeitnahen Geschäftsabschluss kann unterschiedlicher Natur sein (z.B. möglichst schnelle Erledigung eines Geschäftes, der Preis wird als ungefähr angemessen angesehen, Erwartung einer schnellen Preisentwicklung entgegen der gewünschten Richtung) und u.a. auch auf Fundamentalinformationen beruhen. Sofern eine deutliche Preispräferenz bestehen würde, kann davon ausgegangen werden, dass keine Aktion (Aktionsbereich 4) durchgeführt wird und somit keine Order im Orderbuch ersichtlich ist. Umgekehrt kann dann für jede aufgetretene Order angenommen werden, dass eine relative Zeitpräferenz bestanden hat.

Annahme 8.8: relative Zeitpräferenz

Für die weitere Betrachtung wird angenommen, dass für jede Order eine relative Zeitpräferenz – aus welchem Grund auch immer – besteht.

Da der Preis aufeinanderfolgender Trades bei liquiden Aktien gemäß Annahme 8.7: *Marktkonstanz* nicht erheblich von einander abweichen soll, kann davon ausgegangen werden, dass auch der beste und der schlechteste erwartete Fall für den nächsten Preis nicht erheblich vom aktuellen Preis abweichen.

Limit-Orders, die Limits weit entfernt vom Spread aufweisen, haben keinen direkten Einfluss auf die kurzfristige Preisentwicklung und werden daher nicht weiter in die Erwägungen einbezogen.

Annahme 8.9: absolute Genauigkeit

Da die Alternativen nur wenige Tick Sizes auseinander liegen und die relative Genauigkeit der Preise relativ klein ist, wird angenommen, dass für die in Erwägung gezogenen Alternativen

⁵⁴⁰ siehe auch Cohen et al. (1981), S. 297

⁵⁴¹ Spreemann (2006), S. 141

lediglich die absolute Genauigkeit relevant ist und die Wahrnehmung auf einer linearen Skala erfolgt.

Ohne Kenntnis der Marktteilnehmerkennungen können nur sehr bedingt Rückschlüsse auf das Verhalten einzelner Teilnehmer oder Teilnehmergruppen gezogen werden.

Annahme 8.10: durchschnittlich gleiches Verhalten

Es wird daher angenommen, dass sich alle Marktteilnehmer im Wesentlichen bezüglich der Preiswahrnehmung, numerischen Verarbeitung und Umsetzung in Preisantworten grundsätzlich identisch verhalten.

Unter den gegebenen Annahmen stellt sich die Frage, welche Preisstellung ein Marktteilnehmer bei der Eingabe einer Order exakt tätigen wird. Es kann davon ausgegangen werden, dass der Teilnehmer zur Ermittlung des Orderpreises - wie auch bei anderen Entscheidungsprozessen - mehrere Preialternativen in Erwägung zieht und eine dieser Alternativen in Abhängigkeit von seinen Erwartungen wählen wird. Ferner wird durch die Genauigkeitsauswahlregel (eNRP-Komponente 3b) die „Spanne sinnvoller Alternativen“ durch den „besten“ und den „schlechtesten“ Fall begrenzt.

8.3.4.3 Markttechnische Grundlagen: wahrgenommener und effektiver Spread

Spread-Definition: wahrgenommener Spread

Der wahrgenommene Spread entspricht der durchschnittlichen wahrnehmungsbasierten Vorstellung der aktuellen Preisspanne aller bietenden Marktteilnehmer und enthält etwa 3 nach dem eNRP konstruierte Alternativen.

Effekt 1: expliziter Spread < wahrgenommener Spread

Wenn nun zusätzlich Preise innerhalb dieses wahrgenommenen Spreads zur Verfügung stehen, kann es zu „Verhandlungen“ zwischen Käufern und Verkäufern und somit zu Überbietungen der jeweils besten Gebote kommen. Durch das Überbieten verringert sich der explizite Spread, also die Differenz zwischen bestem Bid und bestem Ask. Der wahrgenommene Spread bleibt jedoch für alle Marktteilnehmer konstant. Folglich sind nicht ausgeführte Orders und auch Trades innerhalb des wahrgenommenen Spreads zu beobachten.

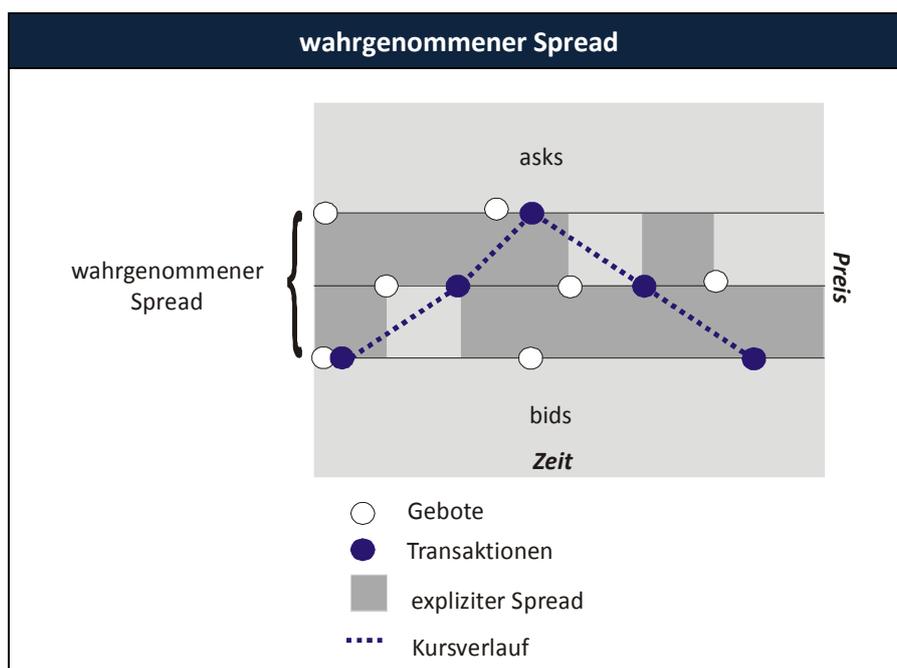


Abb. 8.2: wahrgenommener Spread

Dass trotzdem ein wahrgenommener Spread vorhanden ist, kann daran erkannt werden, dass nach Transaktionen im wahrgenommenen Spread die Grenzen des expliziten Spreads in der Regel wieder auf die Grenzen des wahrgenommenen Spreads „zurückspringen“.

Effekt 2: expliziter Spread > wahrgenommener Spread

Umgekehrt kann es sein, dass eine Order auf der Grenze des wahrgenommenen Spreads gematcht wird, aber keine weitere Order mit dem gleichen Preis hinterlegt ist. Dann befindet sich zumindest eine Seite des expliziten Spreads außerhalb des wahrgenommenen Spreads. Auch hier kann davon ausgegangen werden, dass die entsprechende Grenze des expliziten Spreads durch schnelle neue Orders in den Spread wieder auf die ursprüngliche Grenze des ursprünglichen Spreads „zurückspringt“.

Beide Effekte lassen sich grafisch etwa anhand eines realen Beispiels für die Volkswagenaktie im IBIS-Markt am 04.03.1993 darstellen:

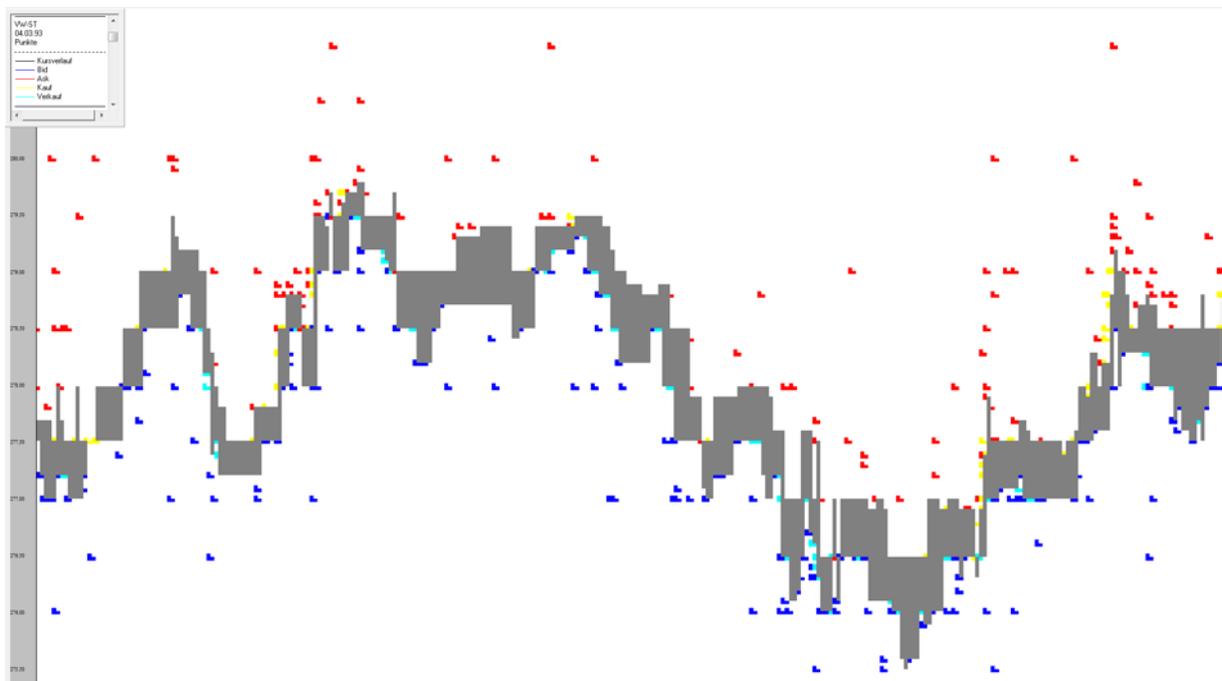


Abb. 8.3: Beispiel Spreadverlauf Volkswagen (IBIS)

Da der offensichtliche explizite Spread 50 Pf beträgt und der beobachtete zeitgewichtete Spread bei 56 Pf liegt, kann davon ausgegangen werden, dass sich die beiden oben beschriebenen Effekte in etwa ausgleichen. Dies wird im Folgenden ohne weitere Überprüfung angenommen.

8.3.4.4 Mögliche wahrnehmungsbasierte Alternativen

Bei der Auswahl möglicher Alternativen für die Eingabe von Geboten sind die Marktregeln und die aktuelle Orderbuchsituation zu berücksichtigen:

- Anhand der Tick Size ist vorgegeben, welche Preise grundsätzlich zulässig sind. So konnten etwa unter IBIS keine pfenniggenauen Preise (z.B. 215,93 DM) eingestellt werden.
- Bestimmte Ordertypen werden in besonderen Marktsituationen abgewiesen (siehe Anhang 8.1)
- Orders können nur in den in Kapitel 8.1.2 dargestellten Bereichen I-III eingegeben werden. Der beobachtete explizite Spread begrenzt entsprechend die Handlungsspielräume.

Neben den technischen und theoretischen Möglichkeiten sowie den zur Verfügung stehenden Orderbuchinformationen kann davon ausgegangen werden, dass hier ebenfalls die Wahrnehmung der Marktsituation von Bedeutung ist. Es kann angenommen werden, dass nicht der explizite Spread für die Bestimmung der Alternativen ausschlaggebend ist, sondern der wahrgenommene Spread.

Annahme 8.11: Spreadoberseite, -unterseite und -mitte als Alternativen

Dann kann weiter angenommen werden, dass die Oberseite und die Unterseite des wahrgenommenen Spreads jeweils eine der möglichen Alternativen darstellen. Da nach den Überlegungen von Roll⁵⁴² die Spreadmitte dem aktuellen Marktpreis entspricht, sei ferner angenommen, dass dieses die dritte Alternative ist. Diese drei Alternativen können als „präferierte Alternativen“ bezeichnet werden, da die entsprechenden Preise prinzipiell direkt beobachtbar und somit am leichtesten mental zugänglich sind.

Ggf. könnten weitere mögliche Alternativen im Spread gesehen werden, falls sich dies mit der Tick Size vereinbaren lässt. So könnten bei einer Tick Size von 10 Pf unter IBIS und einem wahrgenommenen Spread mit Preisendungen zwischen 0 Pf und 50 Pf neben der Spreadmitte „20 Pf = 30 Pf“ auch die Alternativen 10 Pf und 40 Pf eine Rolle spielen. Diese Endziffern sind in entsprechenden Marktdaten auch häufig vorhanden. Es kann jedoch davon ausgegangen werden, dass diese Endziffern nur durch weitere Preisverfeinerungen entstehen, die jedoch auf strategischen Effekten⁵⁴³ beruhen und in Abhängigkeit von der jeweils aktuellen Marktsituation zu Stande kommen, und somit nicht zu den entscheidungsrelevanten Alternativen zählen.

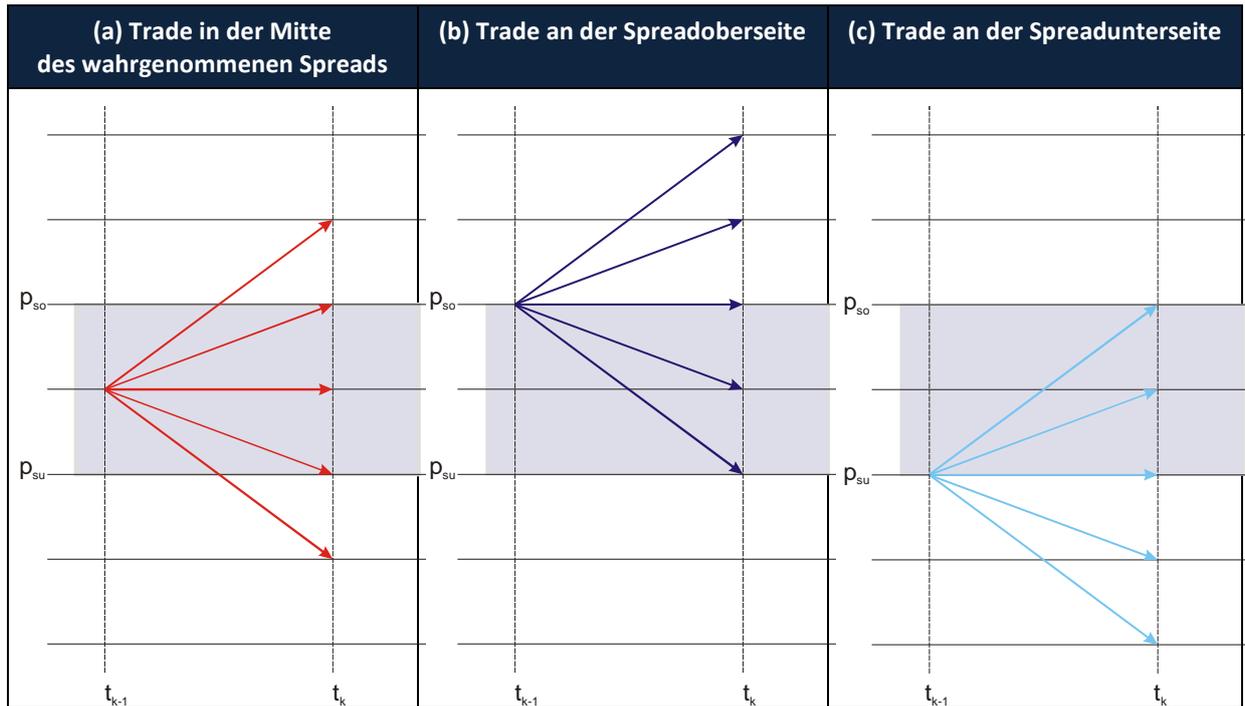
Weitere Alternativen können sich aus Überlegungen zur erwarteten Preistendenz ergeben: Wenn man davon ausgeht, dass der explizite Spread durch Ober- und Unterseite und die Spreadmitte als mögliche Alternativen hinreichend beschrieben ist und Orders somit quasi nur zu diesen drei Preisen erfasst werden, besteht die Möglichkeit eines Geschäftsabschlusses (Trades) eben zu einem dieser drei Preise. Es ergeben sich somit drei Möglichkeiten:

Annahme 8.12: weitere Alternativen in Abhängigkeit von den Preiserwartungen

- Trade in der Mitte des expliziten Spreads: In diesem Fall kann typischerweise erwartet werden, dass die Preisentwicklung relativ konstant ist. Neben den drei Alternativen im wahrgenommenen Spread wird noch jeweils eine weitere Alternative oberhalb und unterhalb des wahrgenommenen Spreads mit in Erwägung gezogen.
- Trade an der Spreadoberseite: Es wird davon ausgegangen, dass der Preis eher steigend tendiert. Zusätzlich zu den drei Spreadalternativen werden zwei weitere Alternativen oberhalb des Spreads in die Überlegungen einbezogen.
- Trade an der Spreadunterseite: Bei der Annahme fallender Tendenz werden zwei Alternativen unterhalb des expliziten Spreads mit in die Entscheidung einbezogen.

⁵⁴² Roll (1984), S. 1128

⁵⁴³ Unter- und Überbieten des bisher besten Gebotes

Abb. 8.4: Tradealternativen⁵⁴⁴

Alternativen außerhalb des wahrgenommenen Spreads können als „untergeordnete Alternativen“ bezeichnet werden, da die Wahrscheinlichkeiten für einen nächsten Transaktionspreis zu den Preisen der untergeordneten Alternativen intuitiv geringer ist, als die der präferierten Alternativen. Empirische Aussagen hierzu folgen im Zusammenhang mit der Darstellung des Marktmechanismus.

Die Berücksichtigung von Alternativen außerhalb des Spreads führt unter Umständen dazu, dass für äußere Preisepfade erhöhte Wahrscheinlichkeiten der Realisierung berücksichtigt werden müssen. Dieser Aspekt wird im Rahmen der Modellbeschreibung zum Inneren Spreadprozess (ISP) im Folgenden näher erörtert.

Die Bestimmung der Alternativen und der konkreten Preisantworten soll anhand eines Beispiels verdeutlicht werden:

- Die aktuelle Marktsituation zeige bei einem Wertpapier einen expliziten Spread von 0,50 DM zwischen den Preisen 100,00 DM und 100,50 DM.
- Die präferierten Alternativen sind somit die Ränder des expliziten Spreads – also 100,00 DM und 100,50 DM – und die Spreadmitte – hier 100,20 DM bzw. 100,30 DM, die auf Basis des NRP gleichwertig sind.
- Während somit der explizite Spread eine Breite von 50 Pf (100,00 DM bis 100,50 DM) aufweist, umfasst der Bereich relevanter Alternativen insgesamt 1 DM (99,80 DM bis 100,80 DM) und somit die doppelte explizite Spreadbreite.

⁵⁴⁴ p_{su} = Preis Spreadunterseite, p_{so} = Preis Spreadoberseite, t_{k-1} und t_k = aufeinander folgende Zeitpunkte

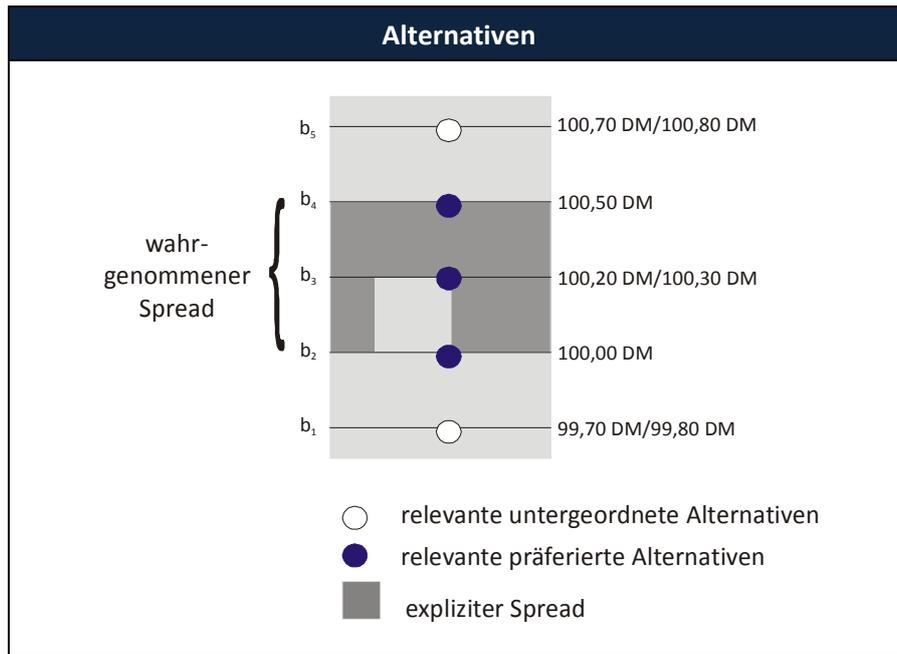


Abb. 8.5: Alternativen am wahrgenommenen Spread⁵⁴⁵

Weitere von den dargestellten Alternativen abweichende Preise können auftreten, sind aber im Rahmen des diskutierten Modells nicht wahrnehmungsbedingt, sondern basieren auf einem untergeordneten Unter-/Überbietprozess.

8.3.5 Empirische Zusammenhänge

Es stellt sich nunmehr die Frage, ob der Zusammenhang zwischen Spreadbreite und absoluten Genauigkeiten der Zahlen auch wahrnehmungsbasiert - und nicht nur rein technisch - begründbar ist.

Die fünf in Erwägung gezogenen Alternativen befinden sich nach Prominenztheorie auf der gleichen linearen Skala und müssen daher den gleichen Abstand auf der Skala besitzen. Unter der Annahme, dass zwei Alternativen die Spreadober- und -unterseite sind und die dritte der Spreadmitte entspricht (Annahme 8.11), müsste somit die Spreadbreite dem zweifachen der absoluten Genauigkeit, die Basis der linearen Skala ist, entsprechen.

Wird jedoch als Basis für die Schätzung der Spreadbreite die absolute Genauigkeit der (nicht ausgeführten) Orders gewählt, ergibt sich eine zu geringe geschätzte Spreadbreite. Dies ist offensichtlich deshalb der Fall, weil zu viele feinere Preissetzungen erfolgen. Da die empirischen, beobachteten Spreadbreiten vorgegeben sind und definitionsgemäß den effektiven Spreadbreiten entsprechen, muss bei der oben dargestellten Auswahl der relevanten Alternativen davon ausgegangen werden, dass die tatsächlichen „effektiven“ absoluten Genauigkeiten der Datensätze größer sind, als die ermittelten.

Dies lässt sich möglicherweise dadurch erklären, dass nach der Auswahl der relevanten Alternativen eine weitere Verfeinerung der Antwort in Abhängigkeit von der jeweils aktuellen Marktsituation durchgeführt werden könnte. So könnte etwa bei einem expliziten Spread mit den Endziffern 0 Pf bis 1 DM und einer Spreadmitte von 50 Pf ein Preis zwischen 0 Pf und 50 Pf gewählt werden, um gegenüber der Alternative 50 Pf Kosten zu sparen, aber trotzdem 0 Pf zu überbieten. Als Überbiet-Alternativen kommen etwa 20 Pf bzw. 10 Pf in Betracht. Diese dann beobachteten Preise sind jedoch

⁵⁴⁵ $b_1 \dots b_5$ = Bietalternativen

eine bzw. zwei Stufen feiner als die drei zuvor betrachteten Alternativen. Folglich könnte im Umkehrschluss davon ausgegangen werden, dass die effektive absolute Genauigkeit der wahrgenommenen Alternativen ohne Berücksichtigung von Überbieteffekten im Mittel mindestens eine Stufe größer als die beobachtete absolute Genauigkeit ist. Es würde sich im Beispiel also etwa eine Genauigkeit von 50 Pf anstellen von 20 Pf oder 10 Pf ergeben.

Dann würde sich als Schätzer für den Spread ergeben:

$$\begin{aligned} \text{Spread} &= 2 \cdot (\text{beobachtete absolute Genauigkeit} + 1 \text{ Stufe}) \\ &= 2 \cdot \text{effktive absolute Genauigkeit} \end{aligned}$$

Grafisch lässt sich dieser Zusammenhang wie folgt darstellen⁵⁴⁶:

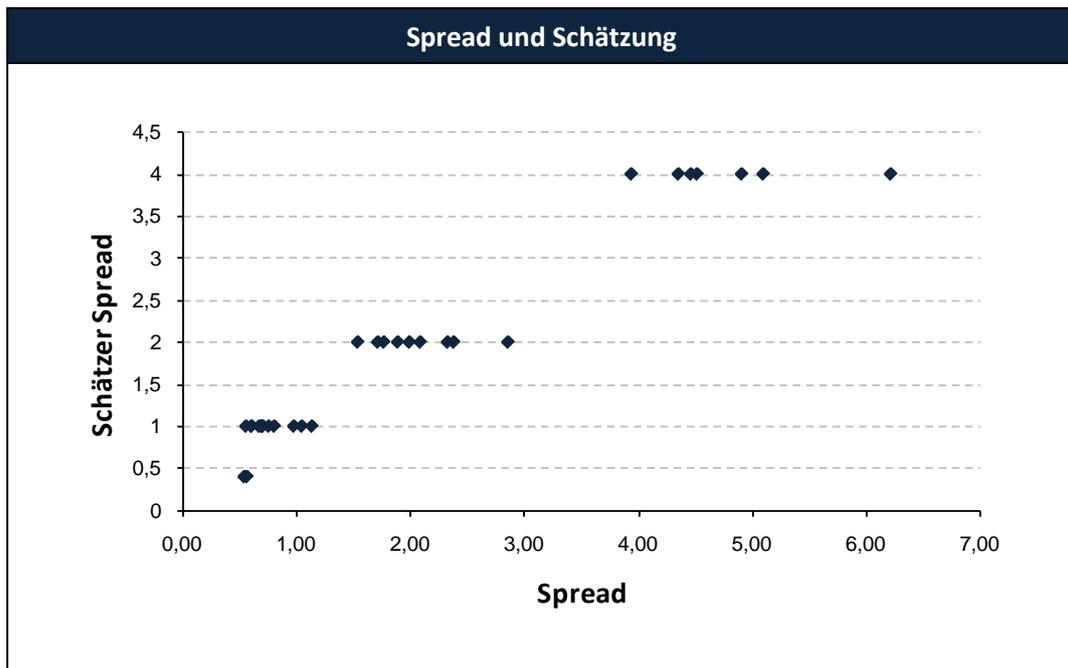


Abb. 8.6: Spread vs. Spreadschätzung

Es ergibt sich ferner:

beobachtete absolute Genauigkeit [DM]	Schätzer Spread [DM]	Spanne beobachteter Spreads [DM]	Durchschnitt beobachteter Spreads [DM]	Anzahl Aktien in der Klasse
0,1	0,4	0,54 – 0,56	0,55	2
0,2	1	0,55 – 1,13	0,77	12
0,5	2	1,53 – 2,85	2,06	9
1	4	3,94 – 6,21	4,78	7

Tab. 8.4: Spread und Spreadschätzung

Somit scheint der Schätzer prinzipiell eindeutige Ergebnisse zu liefern. Allerdings deutet sich an, dass der Schätzer für die absolute Genauigkeit von 0,1 etwas zu niedrig zu sein scheint, während der Schätzer für 0,2 zumindest teilweise zu hohe Ergebnisse liefert. Insbesondere in Grenzfällen müsste berücksichtigt werden, dass die Genauigkeit der Wahrnehmung der Teilnehmer übergangsweise heterogen sein kann. Die Ergebnisse sind aufgrund der geringen Anzahl betrachteter Wertpapiere und der Durchschnittsbildung über die Wahrnehmungen aller Teilnehmer nicht als repräsentativ anzusehen.

⁵⁴⁶ die entsprechenden Daten befinden sich in Anhang 8.2

8.4 Quotes und Trades

Am Aktienmarkt kann letztlich nur das Endergebnis der Bietüberlegungen beobachtet werden: In Datensätzen stehen i.d.R. nur Transaktionspreise, gelegentlich noch Best Ask/Best Bid und selten der gesamte innere Teil eines Orderbuches zur Verfügung. Preise entstehen durch die Eingabe von Orders als Quotes oder Trades (Eingehen auf vorhandene Gebote). Für die Analyse von Markt- und Bietmechanismen müssten prinzipiell alle Orders berücksichtigt werden. In Kapitel 5.3.5.2 wurde dargestellt, dass die Genauigkeit von Trades und Quotes grundsätzlich übereinstimmt. Somit dürfte die Analyse der Genauigkeit von Trades bzgl. der Funktionsweise der Genauigkeitsauswahlregel hinreichend sein.

8.5 Zusammenfassung

Das grundsätzliche Marktmodell realer elektronischer Börsen wurde dargestellt. Die Grundprinzipien der Continuous Double Auction sind an allen Börsen ähnlich. Bezüglich der detaillierten Marktregeln existieren marktspezifische Besonderheiten, etwa bzgl. ergänzender Auktionen und Ordertypen.

Da die realen Regeln zu komplex sind, um in einem Modell Berücksichtigung zu finden, wurde erstmalig ein Satz spezifischer Annahmen dargestellt, unter denen eine einfache Darstellung des Auswahlmechanismus für die Orderpreise möglich wäre. Danach werden bei der konkreten Preisbildung durch einen Teilnehmer insgesamt zustandsbedingt fünf Alternativen in Erwägung gezogen, von denen drei im Spread liegen. Der Teilnehmer wählt letztlich die Alternative, die technisch möglich ist und seine individuelle Preis-/zeitpräferenz am besten abbildet.

Ausgehend von diesem Basismodell wurden der Zusammenhang zwischen beobachteter und effektiver Genauigkeit der Orderpreise sowie der Zusammenhang zwischen Orderpreisen und Spreadbreite dargestellt. Auf Basis der wahrnehmungstechnischen Überlegungen kann qualitativ hergeleitet werden:

$$\begin{aligned} \text{Spread} &= 2 \cdot (\text{beobachtete absolute Genauigkeit} + 1 \text{ Stufe}) \\ &= 2 \cdot \text{effektive absolute Genauigkeit} \end{aligned}$$

Somit ergibt sich eine Beobachtung, die die skizzierte wahrnehmungsbasierte Alternativenauswahl untermauert. Ausgehend von den identifizierten Alternativen soll im Folgenden ein Prozess entwickelt werden, der den Preisbildungsmechanismus näher beschreibt.

9 Der Innere Spread-Prozess (ISP)

9.1 Allgemeines

Bisher wurde das Phänomen des Stock Price Clustering dargestellt und als Erklärungsmöglichkeit die wahrnehmungsbasierte Preisbildung aufgezeigt. Des Weiteren wurden Marktdaten und Phänomene nur in Bezug auf einen Zeitpunkt (Clustering) bzw. in Bezug auf zwei aufeinanderfolgende Zeitpunkte (Compass Rose) betrachtet. Die Analyse soll im Folgenden auf mehrere Zeitpunkte ausgedehnt und ein laufender Markt-Prozess beschrieben werden.

Dabei soll sich die Betrachtung zunächst nur auf die Aktionen, die in offensichtlich direkten Zusammenhang mit dem aktuellen Marktgeschehen stehen – also die Aktionen direkt im Spread oder am Spreadrand – beziehen. Der damit verbundene Prozess soll als Innerer Spread Prozess (ISP) bezeichnet werden. Er beschreibt die Entwicklung aufeinanderfolgender Transaktionen als begrenzten Diffusionsprozess mit Hilfe einer Markov-Kette. Die Grenzen sind dabei durch den wahrgenommenen Spread gegeben.

In einem zweiten Schritt des Modells wird aufgezeigt, wie sich die Preisentwicklung fortsetzt, wenn der Preis die Grenzen des ISP überschreitet. Dieser Prozess wird als Äußerer Spread Prozess (ASP) bezeichnet und beschreibt einerseits die Wartezeit bis zur Überschreitung der ISP-Grenzen und andererseits den darauf folgenden, wiederum begrenzten Diffusionsprozess des Preises.

Zunächst soll der ISP skizziert werden, der auf einem Ansatz von Roll basiert. Dieser Ansatz geht nur von zwei möglichen Zuständen - nämlich der Spreadober- und -unterseite - aus. Diese beiden Zustände zählen gemäß Annahme 8.11: *Spreadoberseite, -unterseite und -mitte als Alternativen* zu den drei bis fünf möglichen Preis-Alternativen nach der Genauigkeitsauswahlregel.

Das Roll-Modell

In Kapitel 6.3 wurde beschrieben, dass der Spread als Maß für die Effizienz eines kontinuierlichen Marktes angesehen werden kann und sich aus verschiedenen Komponenten zusammensetzt. Dabei wurde der Zusammenhang zwischen Spreadbreite, Anteil Round Fractions und Standardabweichung der Preisänderungen beschrieben.

Roll⁵⁴⁷ hat ein einfaches, aber viel zitiertes Maß zur Bestimmung der effektiven Spreadbreite vorgeschlagen, das in ähnlicher Weise die Kovarianzen der Preisänderungen Δp_t zur Bestimmung der Spreadbreite verwendet. Nach diesem Modell kann die Spreadbreite s bestimmt werden als:

$$s = 2 \cdot \sqrt{-Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1})}$$

Das Maß ergibt sich auf Basis eines stochastischen Prozesses mit eben zwei Zuständen und gleichen Übergangswahrscheinlichkeiten für alle Zustände. Der Prozess wird im Folgenden erstmals als Sonderfall eines beschränkten Trinomialprozesses dargestellt. Es werden die Unterschiede analysiert, die sich durch die Beschränkung gegenüber einem Random Walk ergeben.

⁵⁴⁷ Roll (1984), S. 1127 ff.

Erweiterungen des Roll-Modells zum Inneren Spread Prozess (ISP) und Einschränkungen

Des Weiteren soll das Modell den Bedingungen an realen Märkten in zweierlei Hinsicht angepasst werden:

- Zum einen werden anstelle der gleichen Übergangswahrscheinlichkeiten für alle Zustände gewichtete Übergangswahrscheinlichkeiten unter Berücksichtigung der wahrnehmungsbedingten, zustandsabhängigen, bei der Preisbildung eines Teilnehmers in Erwägung gezogenen Alternativen verwandt.

Dies führt zu einer Vergrößerung der theoretischen Spreadbreite um bis zu 50%.

- Zum anderen wird analysiert, welche Auswirkungen die Berücksichtigung weiterer Zustände im Spread, insbesondere in der Spreadmitte, haben. Es wird somit zunächst die dritte Alternative für die Genauigkeitsauswahlregel gemäß Annahme 8.11: *Spreadoberseite, -unterseite und -mitte als Alternativen* und danach mögliche weitere zwei Alternativen in die Überlegungen einbezogen.

Es zeigt sich, dass durch einen zusätzlichen Zustand die theoretische Spreadbreite um rund 20% erhöht wird.

Stoll erweitert das Roll-Modell, indem er eine Dekomposition des Spreads in die mikrotheoretischen Determinanten Order Processing Costs, Inventory Holding Costs und Adverse Informations Costs vornimmt⁵⁴⁸. Aufgrund der relativ geringen Spreadbreite unter IBIS und des Marktmodells ohne direkte Market Maker, kann davon ausgegangen werden, dass diese Erweiterung nur eingeschränkt zur Erklärung des Spreads verwandt werden kann.

Empirische Ergebnisse

Roll hat sein Modell mangels angemessener Daten lediglich indirekt getestet: Er geht davon aus, dass die Unternehmensgröße (hier gemessen durch die Marktkapitalisierung) einen positiven Zusammenhang zum gehandelten Volumen und das Volumen wiederum einen negativen Zusammenhang zum Spread aufweist. Der resultierende streng negative Zusammenhang zwischen Unternehmensgröße und Spreadschätzer wird bestätigt, wenngleich der Spreadschätzer für wöchentliche Daten etwa sechsmal so groß wie die Spreadschätzer für tägliche Daten ist⁵⁴⁹. Dieser indirekte Test ist jedoch offensichtlich nicht sehr exakt.

Deshalb soll für das Roll-Maß hier erstmalig die Güte durch einen Vergleich der theoretisch ermittelten Werte mit den tatsächlichen beobachteten, zeitlich gewichteten Spannen im Intraday-Bereich bestimmt werden. Durch den Vergleich des Roll-Schätzers mit dem korrespondierenden empirischen Schätzer wird hier eine direktere Validierung ermöglicht.

9.2 Das Roll-Modell

9.2.1 Annahmen und Implikationen

Roll geht in seinem Modell von folgenden Annahmen aus⁵⁵⁰:

Annahme 9.1: Informationseffizienz

Der Markt ist informationseffizient.

⁵⁴⁸ Stoll (1989), S. 116 ff.

⁵⁴⁹ Roll (1984), S. 1131 – Roll geht aufgrund der signifikanten Unterschiede zwischen den wöchentlichen und täglichen Daten von Marktineffizienz oder von nichtstationären Returns aus.

⁵⁵⁰ Roll (1984), S. 1127

Annahme 9.2: Stationarität

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der beobachteten Preisänderungen ist - zumindest für kurze Zeitintervalle - stationär.

Daraus ergibt sich⁵⁵¹:

Implikation 9.1: keine Transaktionskosten

Die informationsspezifischen Transaktionskosten sind gleich Null, da alle Informationen bereits in den Preisen enthalten sind.

Implikation 9.2: konstante Preise

Preisänderungen entstehen nur bei Auftreten neuer, unvorhersagbarer bzw. unerwarteter Informationen.

Implikation 9.3: serielle Unabhängigkeit

Es bestehen keine seriellen Abhängigkeiten zwischen Preisänderungen.

Ein Spread komme in dieser Situation nur dadurch zustande, dass die Transaktionskosten der Market Maker gedeckt werden müssen. Die oben genannten Eigenschaften des eigentlichen unterliegenden Wertpapierpreises werden hierdurch nicht beeinflusst. Die beobachteten Preise schwanken lediglich in einer kleinen Bandbreite um den tatsächlichen Wert, so dass der Preisprozess des tatsächlichen Wertes nicht direkt beobachtet werden kann.

Roll geht ferner davon aus, dass der Markt als effizient bezeichnet werden kann, falls der den Preisen zugrunde liegende Wert (i.S.v. Spreadmitte) zufällig fluktuiert.

Als weitere Annahmen gelten dann⁵⁵²:

Annahme 9.3: konstante Spreadbreite

Die Spreadbreite bleibt konstant.

Annahme 9.4: zufälliges Bieten

Trader bieten auf beiden Spreadseiten zufällig.

Annahme 9.5: Gleichverteilung der Preisänderungen

Alle entstehenden Preispfade besitzen die gleiche Wahrscheinlichkeit.

Daraus folgt insgesamt, dass sich bei Preisänderungen Bid und Ask gleichermaßen ändern. Der Preis kann nur zwischen Spreadober- und unterseite, die hier als konstant angenommen werden, hin- und herspringen.

Glosten/Milgrom kommen zu dem Ergebnis, dass bei der Berücksichtigung asymmetrischer Informationen zukünftige Preise nicht von den aktuellen Preisen unabhängig seien⁵⁵³. Somit sei Rolls Technik

⁵⁵¹ Roll (1984), S. 1128

⁵⁵² Roll (1984), S. 1128

⁵⁵³ Glosten/Milgrom (1985), S. 83

nicht länger anwendbar, weshalb Glosten/Milgrom einen alternativen Schätzer auf Basis asymmetrischer Informationen vorschlagen⁵⁵⁴. Da im Folgenden jedoch ein reiner Auktionsmarkt und somit kein Market Maker-Markt modelliert werden soll und von der Annahme ausgegangen wird, dass asymmetrische Informationen auf Marktebene nur schwer identifizierbar bzw. verifizierbar sind, wird trotz der Einwände der Ansatz von Roll weiterverfolgt.

9.2.2 Roll-Modell als stochastischer Prozess der Preise

Roll gibt in seinem Modell einige Annahmen und Eigenschaften eines stochastischen Prozesses an, ohne diesen aber umfassend formal zu beschreiben. Deshalb soll der zugehörige stochastische Prozess im Folgenden näher beschrieben werden:

Mögliche Preis-Pfade

Es gilt, den stochastischen Prozess $\{P_t | t \in T\}$ bzw. dessen Pfade näher zu beschreiben. Dazu betrachtet Roll die Darstellung möglicher Preis-Pfade⁵⁵⁵:

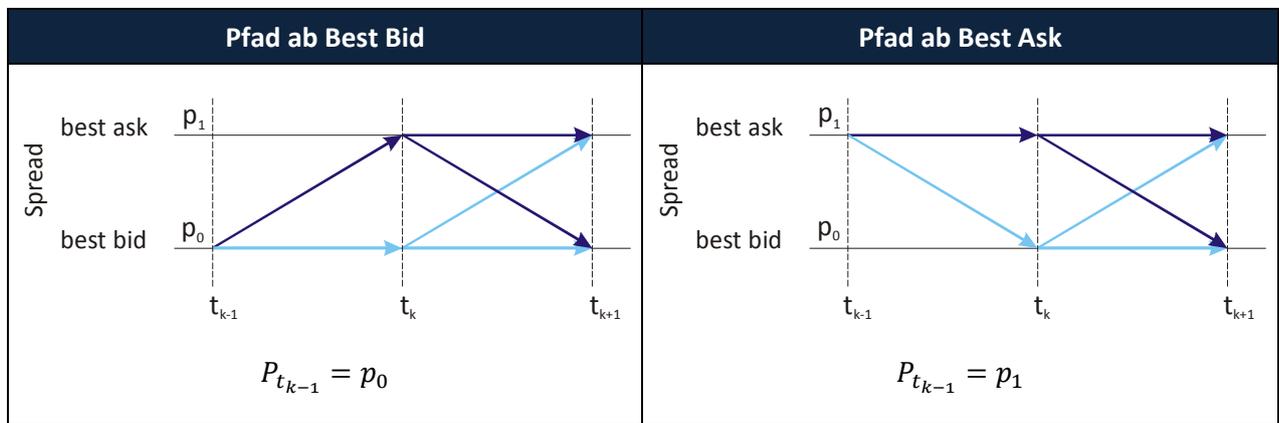


Abb. 9.1: Preispfade im Roll-Modell

Durch das Modell erfolgt eine Begrenzung der Alternativen auf die Spreadober- und unterseite. So kann ein Akteur etwa nur von der Unterseite (Alternative 1) nur auf die Oberseite (Alternative 2) wechseln oder auf der Unterseite verharren. Es ist unter den Modellbedingungen jedoch nicht möglich, dass der nächste Preis etwa eine Tick Size unterhalb der Spreadunterseite liegt.

Roll-Prozess und Trinomialprozess (3-Nomial-Prozess)

1. Darstellung eines begrenzten Trinomialprozesses in Matrixschreibweise

In der Darstellung des Trinomialprozesses in Abb. 3.2 nimmt die Anzahl möglicher Zustände zu jedem Zeitpunkt t gegenüber dem vorherigen Zeitpunkt $t - 1$ um jeweils 2 Zustände zu.

Zur Modellierung eines stochastischen Prozesses als möglicher Markov-Prozess in Matrixdarstellung und in Anlehnung an das Roll-Modell ist jedoch eine Begrenzung der möglichen Zustände erforderlich. Deshalb sei der Trinomialprozess zur Veranschaulichung im Folgenden zunächst auf 5 Zustände begrenzt und die Trajektorien sollen an den Grenzen (also den Zuständen 0 und 4) reflektiert werden.

⁵⁵⁴ O'Hara (1995), S. 65; Glosten/Milgrom (1985), S. 83

⁵⁵⁵ zur Notation siehe auch Kapitel 3.1.2

Sei also $\{P_t | t \in T\}$ der stochastische Preisprozess mit der diskrete Menge der Handelszeitpunkte $T = \{t_0, t_1, \dots, t_N | t_0 < t_1 < \dots < t_N\}$, $N \in \mathbb{N}$ und der Indexmenge der möglichen Zustände $\mathcal{L} = \{0, \dots, L\}$ sowie der Menge der möglichen Zustände $\mathcal{P} = \{p_l | l \in \mathcal{L}, p_l \in \mathbb{R}\}$ mit der Indexmenge der Zustände. Dabei soll im Folgenden $l = 0$ in der Regel der Spreadunterseite entsprechen. Ist ferner $Z_t \in \{1; 0; -1\}$ die Menge der Inkremente in einem einfachen Trinomialprozess und gilt ferner $Prob(Z_t = 1) = \pi^u$, $Prob(Z_t = -1) = \pi^d$, $Prob(Z_t = 0) = \pi^c = 1 - \pi^u - \pi^d$ ⁵⁵⁶, dann ergibt für einen einfachen beschränkten Trinomialprozess mit $L = 4$ etwa:

Die Übergangsmatrix des begrenzten Trinomialprozesses Π_B und die Übergangswahrscheinlichkeiten π_{ij} von Zustand i in Zustand j für aufeinander folgende Handelszeitpunkte bei einer Reflektionswahrscheinlichkeit in p_0 von $\pi^d + \pi^c$ und in p_4 von $\pi^c + \pi^u$ für $(a_{ij})_{i,j \in \mathcal{L}}$ ⁵⁵⁷ kann beschrieben werden als:

$$\Pi_B = (\pi_{ij})_{i,j \in \mathcal{L}} = \begin{pmatrix} \pi^d + \pi^c & \pi^u & 0 & 0 & 0 \\ \pi^d & \pi^c & \pi^u & 0 & 0 \\ 0 & \pi^d & \pi^c & \pi^u & 0 \\ 0 & 0 & \pi^d & \pi^c & \pi^u \\ 0 & 0 & 0 & \pi^d & \pi^c + \pi^u \end{pmatrix}$$

Ausgehend von einer Anfangsverteilung $\pi(0)' = (0, 0, 1, 0, 0)$, mit $Prob(P_t = p_2) = 1$, ergibt sich zunächst für $\pi(1)' = (0, \pi^d, \pi^c, \pi^u, 0)$ und im weiteren Verlauf für $\pi(2)' = ((\pi^d)^2, 2 \cdot \pi^d \cdot \pi^c, 2 \cdot \pi^d \cdot \pi^u + (\pi^c)^2, 2 \cdot \pi^c \cdot \pi^u, (\pi^u)^2)$, was jeweils der oben dargestellten Trinomialverteilung entspricht.

Zur Vereinfachung sei für die weiteren Betrachtungen angenommen, dass $\pi^d = \pi^c = \pi^u = \frac{1}{3}$ gelte, also die Wahrscheinlichkeiten für eine Aufwärts-, Abwärts- und gleichbleibende Bewegung gleich groß seien. Dann ergibt sich für obige Übergangsmatrix für 5 Zustände:

$$\Pi_B = (\pi_{ij})_{i,j \in \mathcal{L}} = \begin{pmatrix} 2 \cdot \pi^u & \pi^u & 0 & 0 & 0 \\ \pi^u & \pi^u & \pi^u & 0 & 0 \\ 0 & \pi^u & \pi^u & \pi^u & 0 \\ 0 & 0 & \pi^u & \pi^u & \pi^u \\ 0 & 0 & 0 & \pi^u & 2 \cdot \pi^u \end{pmatrix}$$

Die Auswirkungen der Reflexion an den Grenzen etwa bzgl. einer etwaigen Stationarität soll hier zunächst noch nicht näher analysiert werden.

2. Darstellung des Roll-Modells als Ausschnitt aus einem Trinomialprozesses

(a) allgemeine Darstellung

Der oben dargestellte Roll-Prozess kann offensichtlich als Ausschnitt des Trinomialprozesses betrachtet werden, wie folgende Grafik verdeutlicht (hier zwischen p_2 und p_3).

⁵⁵⁶ siehe auch Kapitel 3.1.2.3

⁵⁵⁷ in Anlehnung an Beyer et al. (1988), S. 26; zur Definition von $(a_{ij})_{i,j \in \mathcal{L}}$ siehe auch Kapitel 3.1.2.1

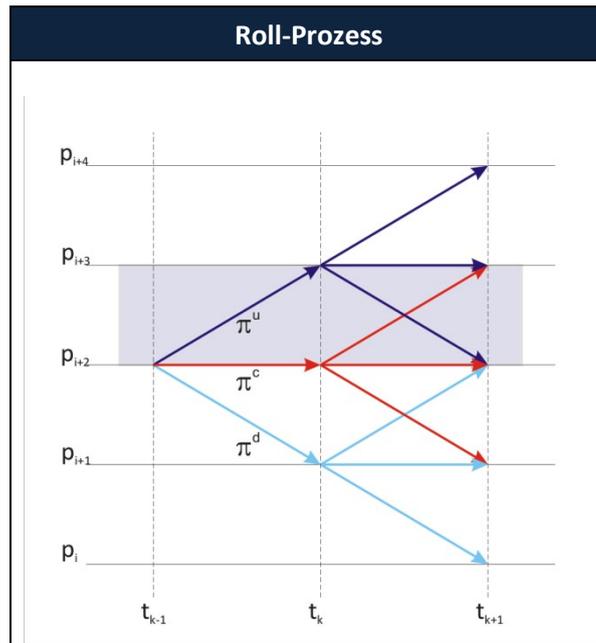


Abb. 9.2: Roll-Prozess als Trinomialprozess-Ausschnitt

(b) Beschränkung der Zustände im allgemeinen Trinomialprozess

Beschränkt man nun die Anzahl der Zustände in der oben dargestellten Prozessbeschreibung auf $L = 1$, so erhält man für die Übergangsmatrix zunächst:

$$\Pi_B = (\pi_{ij})_{i,j \in \mathcal{L}} = \begin{pmatrix} 2\pi^u & \pi^u \\ \pi^u & 2\pi^u \end{pmatrix}$$

(c) Wahrscheinlichkeiten im Roll-Modell

Roll geht in seinem Modell davon aus, dass alle möglichen Pfade die gleiche Wahrscheinlichkeit besitzen.⁵⁵⁸ Es gilt also für die Übergangswahrscheinlichkeiten unabhängig vom aktuellen Zustand:

		P_{t+1}	
		p_0	p_1
P_t	p_0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
	p_1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Tab. 9.1: Übergangswahrscheinlichkeiten Preise 2x2-Roll-Prozess

Für das Roll-Modell ergibt sich folglich

$$\Pi_R^n = \Pi_R = (\pi_{ij})_{i,j \in \mathcal{L}} = \begin{pmatrix} \pi^u & \pi^u \\ \pi^u & \pi^u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

⁵⁵⁸ Roll (1984), S. 1128

Im Roll-Modell wird mithin prinzipiell eine andere Übergangsmatrix für den Prozess verwandt, als bei einem beschränkten Trinomialprozess mit den oben dargestellten Reflexionswahrscheinlichkeiten. Allerdings lässt sich auch zeigen, dass gilt:

$$\Pi_B = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} (\Pi_B)^t = \Pi_B^* = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Die ergodische Verteilung der Übergänge des beschränkten Trinomialprozesses entspricht also letztlich der von Roll verwandten Übergangsmatrix mit gleichen Wahrscheinlichkeiten⁵⁵⁹.

Welche Auswirkungen dies hat, soll im Folgenden analysiert werden.

(d) Momente

Ausgehend von obiger Darstellung sei zunächst s definiert als Spreadbreite mit $s = p_1 - p_0$.

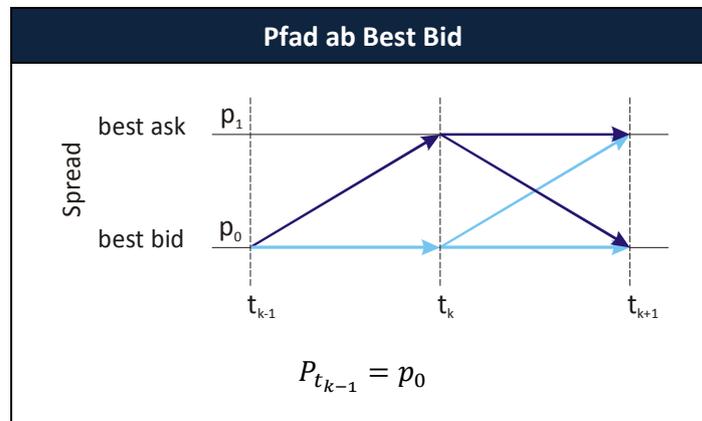


Abb. 9.3: Preisfaden im Roll-Modell ab Best Bid

Unter der Annahme, dass $p_0 = 0$ und somit $p_0 = s$ ist und eine stationäre Verteilung mit $\pi^d = \pi^c = \frac{1}{2}$ zu Grunde gelegt werden kann, folgt:

- $E(P_t) = \frac{1}{2} \cdot s$
- $Var(P_t) = \frac{1}{4} \cdot s^2$ und
- $Cov(P_t, P_{t+1}) = 0$ ⁵⁶⁰.

Roll-Modell als stochastischer Prozess der Preisänderungen

Für die Bestimmung des Maßes für die Spreadbreite verwendet Roll jedoch nicht den stochastischen Prozess der Preise, sondern den stochastischen Prozess der Preisänderungen bzw. Zuwächse.

⁵⁵⁹ zur ergodischen Verteilung siehe Kapitel 3.1.2.1

⁵⁶⁰ Details siehe Anhang 9.1

(a) Allgemeine Darstellung

Für Preisänderungen gibt es vier mögliche Zustände, nämlich $-s$ (Bewegung von der Spreadoberseite zur Spreadunterseite), s (Bewegung von der Spreadunterseite zur Spreadoberseite) und 0_o bzw. 0_u (Verharren auf der Spreadoberseite oder Spreadunterseite). Im Gegensatz zur einfachen Trinomialverteilung sind hier jedoch die Änderungen nicht gleichwahrscheinlich, da nicht jeder Zustand von jedem anderen Zustand aus erreicht werden kann. So kann etwa eine Aufwärtsbewegung nur erfolgen, wenn der vorherige Zustand $-s$ oder 0_u war. Der Prozess ist zwar stationär, verfügt aber wegen der Zustandsabhängigkeit nicht über die Markov-Eigenschaft.

Der Prozess kann ausschnittsweise grafisch wie folgt dargestellt werden:

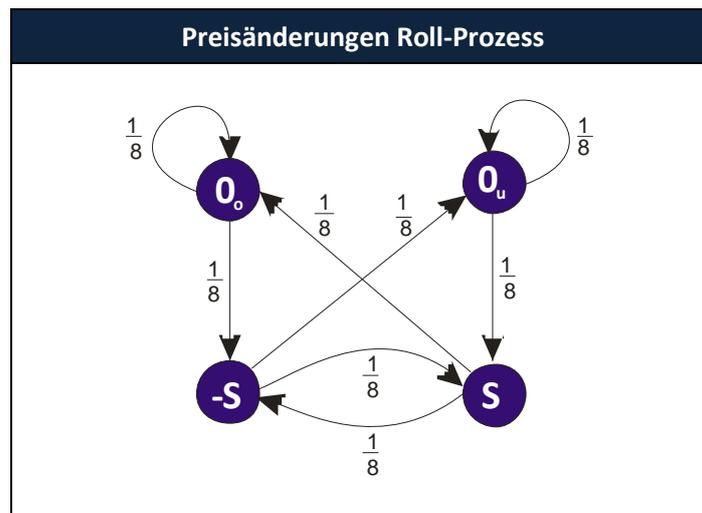


Abb. 9.4: Zustandsübergänge Preisänderungen Roll-Prozess

Die Verteilung der Preisänderungen ist somit nicht unabhängig vom betrachteten Zustand bzw. Zeitpunkt.

Da die konstanten Bewegungen an Spreadober- und unterseite jedoch betragsmäßig übereinstimmen und die Wahrscheinlichkeiten für eine Aktion auf Ask- und Bidseite als gleich groß angenommen werden, fasst Roll diese zusammen⁵⁶¹.

(b) gemeinsame Wahrscheinlichkeiten im Roll-Modell

Unter diesen Annahmen betrachtet Roll mögliche Preispfade in einem 2-Zeitpunkt-Modell. Er erhält als „Matrix der kombinierten gemeinsamen Wahrscheinlichkeiten“⁵⁶²:

		ΔP_{t+1}		
		$-s$	0	$+s$
ΔP_t	$-s$	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
	$+s$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0

Tab. 9.2: gemeinsame Wahrscheinlichkeiten Preisänderungen 2x2-Roll-Prozess

⁵⁶¹ Roll (1984), S. 1129

⁵⁶² Zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten und der Momente siehe auch Anhang 9.1

(c) Momente

$$E(\Delta P_t) = 0$$

$$\text{Var}(\Delta P_t) = \frac{1}{2} \cdot s^2 \text{ und}$$

$$\text{Cov}(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = -\frac{1}{4} \cdot s^2.$$

(d) Ergebnis

Daraus ergibt sich für die effektive Spreadbreite („Roll-Spanne“):

$$\text{Cov}(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = -\frac{s^2}{4} \Leftrightarrow s = 2 \cdot \sqrt{-\text{Cov}(\Delta P_t, \Delta P_{t+1})}$$

Roll weist darauf hin, dass der so ermittelte „effektive Spread“ nicht unbedingt dem „quoted Spread“ – also der tatsächlich gebotenen Spanne – entsprechen muss. Der effektive Spread sei viel mehr der Spread, der für den „geldgewichteten Durchschnittsinvestor“, der auf den beobachteten Preisen handelt, geboten wird.

9.2.3 Empirische Ergebnisse

9.2.3.1 Allgemeines

Es stellt sich nunmehr die Frage, wie gut der Roll-Schätzer mit der Realität übereinstimmt.

Roll erwähnt, dass es für die Ermittlung des Bid-Ask-Spreads erforderlich sei, eben diese Marktdaten zu sammeln, was dort aufgrund der aufwändigen und kostspieligen Vorgehensweise vermieden würde. Zur Validierung wird stattdessen eine indirekte Vorgehensweise gewählt, bei der die Beziehung der täglichen und wöchentlichen Returns zur jeweiligen Unternehmensgröße untersucht wird. Es wird dabei davon ausgegangen, dass die Unternehmensgröße mit dem am Aktienmarkt gehandelten Volumen positiv korreliert und das Volumen wiederum mit der Spreadgröße negativ korreliert ist. In der Tat sind die tatsächliche Unternehmensgröße und der geschätzte Spread stark negativ korreliert.

Durch diese Vorgehensweise wird jedoch nur ein vager Zusammenhang hergestellt, der nur eingeschränkt als Beleg für die Korrektheit des Roll-Schätzers angesehen werden kann. Dies hängt einerseits damit zusammen, dass nur die Beziehung zwischen den Variablen, nicht aber die Größenordnung angemessen untersucht wird, und andererseits damit, dass nicht reale Spreaddaten verwandt werden. Zudem werden lediglich Daten auf Tagesbasis verwandt. Die Spreadgröße ändert sich im Verlauf eines Tages jedoch häufig, so dass eine Momentaufnahme der Spreadgröße, etwa am Tagesende, zu einer stark verzerrten Darstellung führen würde.

9.2.3.2 Ermittlung des Spreads

Im Gegensatz zur Roll-Analyse soll im Folgenden eine Validierung der Roll-Schätzer anhand realer Spreaddaten erfolgen.

Die Spreaddaten wurden aus den IBIS-Daten für die Monate 03/93 und 04/93 für alle DAX-Aktien ermittelt. Es handelt sich bei dem Datensatz um Intraday-Daten aller am Markt durchgeführten Aktionen. Aus diesen Daten wurde das Orderbuch für den gesamten täglichen Handelszeitraum regeneriert. Der jeweilige Tages-Spread für eine Aktie wurde als zeitgewichteter Spread über alle Aktionen berechnet. Der Gesamtsread einer Aktie wurde dann als arithmetisches Mittel der Tages-Spreads über die 42 vorhandenen Handelstage errechnet. Somit steht ein relativ exakter empirischer Wert für die Spreadbreiten zur Verfügung.

Roll berechnet den effektiven Spread nicht über die Kovarianzen der Preisänderungen, sondern über die Kovarianzen der Returns und erhält so einen prozentualen Bid-Ask-Spread. Die Roll-Spanne wird in dieser Analyse ebenfalls über die Kovarianzen der Returns berechnet. Um jedoch die Roll-Spannen mit den absoluten IBIS-Spannen vergleichen zu können, wurden diese mit den Durchschnittspreisen der jeweiligen Aktien multipliziert.

9.2.3.3 Ergebnisse

Für 7 von 30 Aktien ist die Roll-Spanne nicht definiert, da $Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) > 0$ (siehe Anhang 9.2). Dies ist jedoch lediglich für sehr handelsschwache Aktien (weniger als ca. 1.000 Transaktionen über 2 Monate) der Fall. Positive Kovarianzen der Preisänderungen deuten prinzipiell auf Momentum hin. Momentum innerhalb eines Tages ist für Wertpapiere mit wenigen Preisen täglich durchaus plausibel. Eine genauere Aussage bedürfte einer detaillierteren Analyse, auf die in diesem Zusammenhang verzichtet wird.

Der Zusammenhang zwischen Rollspanne und tatsächlicher IBIS-Spanne lässt sich wie folgt darstellen:⁵⁶³

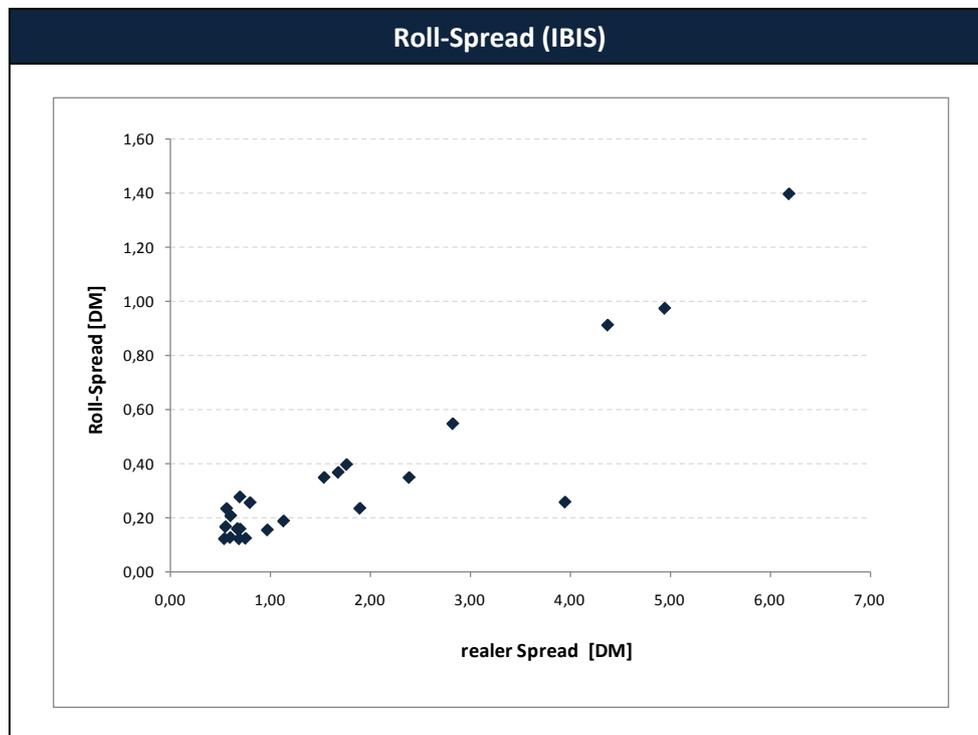


Abb. 9.5: Roll-Spread vs. Realer Spread

Die Korrelation zwischen Roll-Spanne und IBIS-Spread (unter Ausschluss der nicht definierten Werte) beträgt 0,91. Insofern scheint die Roll-Spanne ein sehr guter Schätzer für die tatsächliche Spanne zu sein.

Betrachtet man jedoch die absoluten Beträge, so fällt auf, dass die Roll-Spannen durchschnittlich lediglich nur 23 % der realen IBIS-Spannen betragen. Wenn der Roll-Spread zu niedrig geschätzt wird, wird offensichtlich auch der Faktor a in $Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = -\frac{s^2}{a} \Leftrightarrow s = \sqrt{a} \cdot \sqrt{-Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1})}$ zu niedrig bestimmt, da die empirische Kovarianz zwar nicht repräsentativ sein kann, aber für den Datensatz gegeben ist. Mithin erscheint das Roll-Modell in diesem Fall die Realität nicht hinreichend

⁵⁶³ Die Datenpunkte, für die die Roll-Spannen nicht definiert sind, wurden nicht berücksichtigt.

exakt abzubilden und müsste dahingehend modifiziert werden, dass der Faktor a systematisch realitätsnäher abgebildet wird.

Dass der reale Spread den theoretischen nach obigem Modell ermittelten deutlich übersteigt, könnte u.U. auch darauf zurückzuführen sein, dass die Tick Size unter IBIS mit 10 Pf wesentlich zu groß ist. Bei einer kleineren Tick Size könnten näher aneinander liegende Alternativen berücksichtigt werden und somit die Spreadbreite verkleinern. Unter XETRA wurde die Tick Size auf 1 ct reduziert. Es lagen jedoch keine angemessenen Daten zur Überprüfung der dargestellten These vor. Deshalb wird im Folgenden ausschließlich versucht, durch Modellanpassungen eine höhere Realitätsnähe zu erzielen.

9.3 Erweiterungen des Roll-Modells

9.3.1 Erhöhte Reflexionswahrscheinlichkeiten

9.3.1.1 Erweiterte Annahmen

Marktteilnehmer beziehen in die Erwägungen bzgl. der möglichen Preisalternativen des nächsten Preises und somit der Preisbestimmung für die eigene nächste Order nicht nur die Preisalternativen Spreadunterseite und Spreadoberseite ein. Diese beiden Alternativen sind unter den im Roll-Modell berücksichtigten Annahmen jedoch die beiden einzig möglichen, sofern keine neue Informationen zu einer Verschiebung des Spreads führen.

Bei einer Preisentscheidung ist es allerdings typisch, abzuwägen, ob der aktuelle Preis der „richtige“ ist, oder ob der Preis oberhalb oder unterhalb des aktuellen Preises liegen müsste, selbst wenn diese Preise aufgrund der aktuellen Marktsituation – also hier der fixen Spreadlage – nicht erreicht werden können. Seien also beispielsweise Alternative p_{i+1} die Spreadoberseite, Alternative p_i die Spreadunterseite und Alternative p_{i-1} ein Preis unterhalb der Spreadunterseite. Der aktuelle Preis zum Zeitpunkt t_k sei p_i .

Aufgrund der Annahmen des Roll-Modells ergibt sich, dass der „nächste Preis“ nur entweder Alternative p_i („aktueller Preis“) oder Alternative p_{i+1} sein kann. Dann steht die Alternative p_{i-1} („richtiger Preis unterhalb des aktuellen“) gar nicht zur Verfügung.

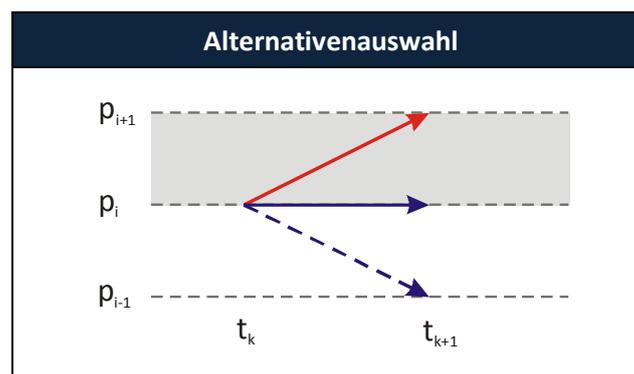


Abb. 9.6: Alternativenauswahl und Wahrscheinlichkeiten bei 2 Zuständen p_i und p_{i+1}

Es liegt jedoch nahe, dass ein Akteur stattdessen der Alternative p_i („aktueller Preis ist richtig“) eine höhere Bedeutung als der Alternative p_{i+1} beimisst. Insofern kann die Alternative p_i mit einer höheren Wahrscheinlichkeit als die Alternative p_{i+1} gewichtet werden. O.B.d.A. kann für p_i die doppelte Wahrscheinlichkeit von p_{i+1} angenommen werden, da p_i im Prinzip zwei Alternativen – nämlich p_i selbst und „Preis niedriger“ – repräsentiert. Ähnliche Überlegungen gelten analog für die Wahrscheinlichkeiten, falls der aktuelle Preis p_{i+1} ist.

Unter der Annahme, dass $p_i = 0$ ist, wäre $p_{i+1} = s$. Dann aber ergibt sich für die Übergangswahrscheinlichkeiten der Preise:

		P_{t+1}	
		$p_i = 0$	$p_{i+1} = s$
P_t	$p_i = 0$	2/3	1/3
	$p_{i+1} = s$	1/3	2/3

Tab. 9.3: Übergangswahrscheinlichkeiten Preise 2x2-Reflexion

Diese Übergangswahrscheinlichkeiten entsprechen wiederum den Übergangswahrscheinlichkeiten in dem oben dargestellten beschränkten Trinomialprozess. Insofern kann die Verwendung der beschränkten Trinomialverteilung durch eine wahrnehmungsbasierte Erklärung motiviert werden.

9.3.1.2 Auswirkungen auf die Ergebnisse

Somit ändern sich auch die gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung zwischen den Preisänderungen. Für die Preisänderungen ergibt sich entsprechend:

		ΔP_{t+1}		
		$-s$	0	$+s$
ΔP_t	$-s$	0	2/18	1/18
	0	2/18	8/18	2/18
	$+s$	1/18	2/18	0

Tab. 9.4: gemeinsame Wahrscheinlichkeiten Preisdifferenzen 2x2-Reflexion

Es ergibt sich $Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = \frac{1}{18}(-s^2 - s^2) = -\frac{s^2}{9}$ und letztlich: $s = 3 \cdot \sqrt{-Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1})}$.

Folglich erhöht sich die Spreadbreite um 50 % gegenüber dem Roll-Modell mit gleichen Wahrscheinlichkeiten.

9.3.2 zusätzliche Alternativen im Spread

9.3.2.1 Allgemeines

Das Roll-Modell soll im folgenden Schritt realen Verhältnissen weiter angenähert werden. Dazu wird weiterhin von den Annahmen des Roll-Modells ausgegangen. Lediglich die Annahme, dass der beobachtete Spread konstant ist (Annahme 9.3: *konstante Spreadbreite*) und der Preis somit lediglich zwischen zwei Werten hin- und herspringen kann, wird fallengelassen:

- An Börsen existiert grundsätzlich eine kleinste Handelseinheit (z.B. IBIS: 10 Pf, XETRA: 1 ct).
- Die typischen Sprünge zwischen Geboten - insbesondere beim Überbieten des jeweils besten Gebots - können ein Vielfaches dieser kleinsten Einheit betragen. So betragen beispielsweise die Preissprünge bei der Allianz-Aktie im IBIS-Handel 5 DM, also das 50-fache der kleinsten Handelseinheit. Die typischen Sprünge entsprechen quasi der „kleinsten wahrgenommenen Einheit“.
- Die Spreadbreite beträgt ein Vielfaches dieser kleinsten wahrgenommenen Einheit und kann mit jeder Quote/jeder Transaktion variieren.

Annahme 9.6: keine preisrelevanten Informationen

Es wird im Folgenden davon ausgegangen, dass keine neuen preisrelevanten Informationen auftreten und sich die Lage des Spreads nicht ändert.

9.3.2.2 Eine zusätzliche Alternative

Da an realen Börsen eine kleinste Einheit (Tick Size) existiert und der Spread zumeist ein Mehrfaches der Tick Size breit ist, somit also Preisalternativen innerhalb des Spreads vorhanden sein können, soll das Roll-Modell entsprechend angepasst werden. Die Breite des Spreads im Roll-Modell beträgt dann genau eine Tick Size oder ein Vielfaches.

Dazu wird zunächst ein weiterer Zustand exakt in der Spreadmitte eingefügt. Anschaulich kann dies so interpretiert werden, dass ausgehend von den Alternativen Spreadoberseite und Spreadunterseite eine Verfeinerung der Wahrnehmung durch die Berücksichtigung einer weiteren Alternative in der Mitte der bisherigen Alternativen erfolgt. Dies ist nur möglich, falls die Spreadbreite mindestens dem Doppelten der Tick Size entspricht. Dann sind nunmehr drei Alternativen bzw. Zustände als Ergebnis der Preisermittlung möglich und die Genauigkeitsauswahlregel kann direkt mit den betrachteten Alternativen zum Tragen kommen.

Annahme 9.7: Zustandserreichbarkeit

Jeder Zustand ist von jedem anderen zu erreichen.

Es soll nun untersucht werden, welche Auswirkungen diese Erweiterung auf die Schätzung des Bid-Ask-Spreads nach dem Roll-Modell hat.

(a) grafische Darstellung

Analog zum Prozess im Roll-Modell kann der zu betrachtende Prozess je nach Ausgangszustand etwa wie folgt dargestellt werden:

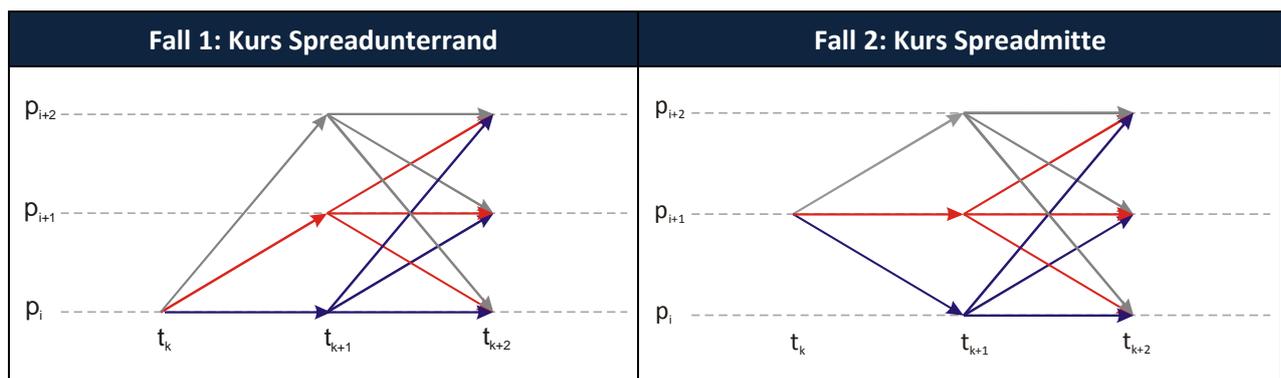


Abb. 9.7: Preisprozess 3 Zustände

Der Fall „Kurs am Spreadoberrand“ lässt sich analog zu Fall 1 in umgekehrter Richtung auf der Spreadoberseite darstellen.

Der nunmehr zu betrachtende Prozess basiert aufgrund der zusätzlichen Alternative nicht mehr auf einem Trinomialprozess⁵⁶⁴, sondern quasi auf einem Fünf-Nomial-Prozess mit Grenzen:

⁵⁶⁴ siehe hierzu auch Abb. 3.2

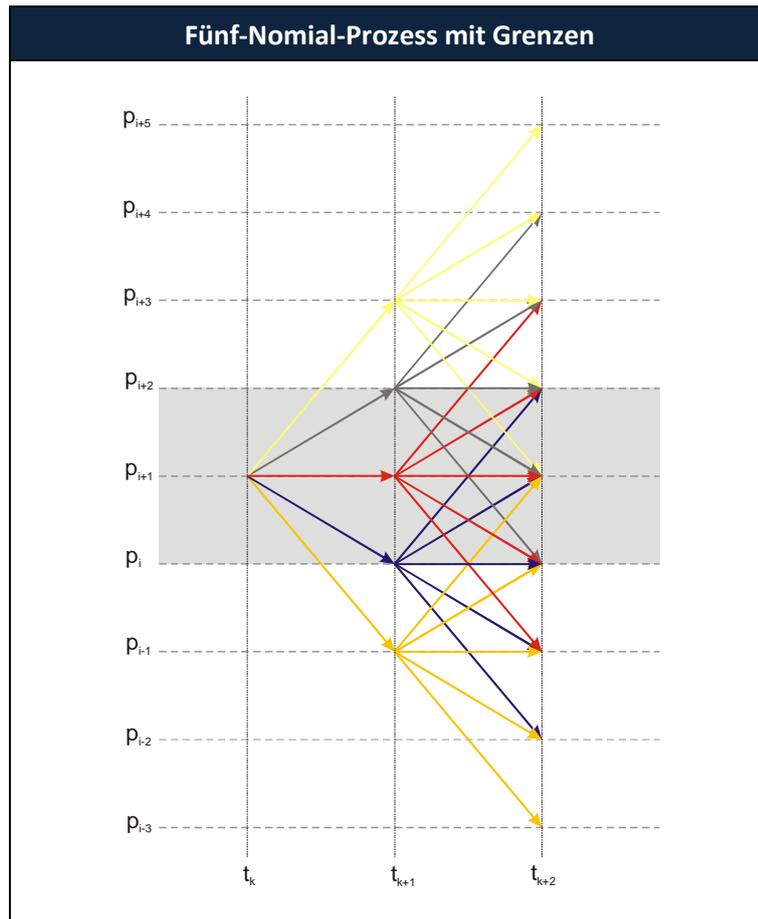


Abb. 9.8: Ausschnitt Fünf-Nomial-Prozess

(b) Prozess mit gleichen Übergangswahrscheinlichkeiten

1. Preise

Nimmt man o.B.d.A. an, dass gilt $p_i = 0$ und der Abstand zwischen den möglichen Zuständen jeweils der halben Spreadbreite (also $s/2$) entspricht, so ist $p_{i+1} = s/2$ und $p_{i+2} = s$. Die Übergangswahrscheinlichkeiten für Preise ergeben sich wie folgt:

		P_{t+1}		
		0	$s/2$	s
P_t	0	1/3	1/3	1/3
	$s/2$	1/3	1/3	1/3
	s	1/3	1/3	1/3

Tab. 9.5: gleiche Übergangswahrscheinlichkeiten Preis 3x3

Die Momente des Preisprozesses sind nunmehr⁵⁶⁵

$$E(P_t) = \frac{1}{2} \cdot s$$

$$Var(P_t) = \frac{1}{6} \cdot s^2 \text{ und } Cov(P_t, P_{t+1}) = 0.$$

⁵⁶⁵ zur Berechnung siehe Anhang 9.1

2. Preisdifferenzen

Für die gemeinsame Verteilung der Wahrscheinlichkeiten der Preisdifferenzen ergibt sich⁵⁶⁶:

		ΔP_{t+1}				
		$-s$	$-s/2$	0	$s/2$	s
ΔP_t	$-s$	0	0	1	1	1
	$-s/2$	0	1	2	2	1
	0	1	2	3	2	1
	$s/2$	1	2	2	1	0
	s	1	1	1	0	0

Tab. 9.6: gemeinsamen Wahrscheinlichkeiten Preisdifferenzen 3x3

Für die Momente ergibt sich dann⁵⁶⁷

$$E(\Delta P_t) = 0$$

$$Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = -\frac{1}{6} \cdot s^2$$

Als Ergebnis erhält man

$$Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = -\frac{s^2}{6} \Leftrightarrow s = 2,4495 \cdot \sqrt{-Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1})}$$

Der Schätzer für die Spreadbreite erhöht sich gegenüber dem Roll-Modell durch die Berücksichtigung des weiteren Zustands „Spreadmitte“ um 22,5% (= 2,4495/2).

⁵⁶⁶ In der folgenden Tabelle der Übergangswahrscheinlichkeiten ist lediglich der Zähler der Wahrscheinlichkeiten dargestellt. Der Nenner beträgt für alle Wahrscheinlichkeiten 27.

Die Wahrscheinlichkeit für $\Delta p_t = -\frac{s}{2} \rightarrow \Delta p_{t+1} = \frac{s}{2}$, also $Prob\left(\Delta P_{t+1} = \frac{s}{2} \mid \Delta P_t = -\frac{s}{2}\right) = \frac{2}{27}$, ergibt sich beispielsweise wie folgt:

- Um in einem ersten Schritt eine Preisänderung von $-\frac{s}{2}$ erreichen zu können, muss die Ausgangsposition entweder s (Fall 1) oder $\frac{s}{2}$ (Fall 2) gewesen sein.
- Fall 1: Der Wechsel von s nach $\frac{s}{2}$ - also um $-\frac{s}{2}$ - hat bezogen auf den Ausgangspunkt s eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{3}$. Der folgende Wechsel für $\Delta p_{t+1} = \frac{s}{2}$ - also von $\frac{s}{2}$ zu s - hat ebenfalls eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{3}$. Die Wahrscheinlichkeit für diesen Pfad bezogen auf den Ausgangspunkt s beträgt somit $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$. Insgesamt muss bezogen auf alle möglichen Pfade berücksichtigt werden, dass der Ausgangspunkt auch bei $\frac{s}{2}$ oder 0 hätte liegen können und die gemeinsame Verteilung aller Alternativen betrachtet werden muss. Daher ist die Gesamtwahrscheinlichkeit bezogen auch alle möglichen Pfade: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$
- Fall 2: der Wechsel von $\frac{s}{2}$ nach 0 hat eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{3}$, der weitere Wechsel von 0 nach $\frac{s}{2}$ hat ebenfalls eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{3}$. Zusammen ergibt sich: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$
- Beide Pfade zusammen haben somit eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{27} + \frac{1}{27} = \frac{2}{27}$

⁵⁶⁷ zur Berechnung siehe Anhang 9.1

(c) Prozess mit erhöhten Reflexionswahrscheinlichkeiten (spezifisches Alternativenmodell)

Diese Konstellation entspricht exakt den dargestellten Überlegungen mit fünf Preisalternativen, die zur Preisermittlung herangezogen werden.

Ausgehend von der 5-Nomial-Verteilung ergeben sich auch hier mögliche, für die Preisermittlung relevante Alternativen außerhalb des Spreads. Es wird angenommen, dass die außerhalb des Spreads liegenden Alternativen wahrnehmungstechnisch berücksichtigt werden und - wie bereits im 2-Zustandsfall - zu erhöhten Wahrscheinlichkeiten für Preispfade am Spreadrand führen.

In dem in *Abb. 9.9* dargestellten Fall befindet sich beispielsweise der Spread zwischen den Alternativen p_i und p_{i+2} (Spreadmitte = Alternative p_{i+1}). Ferner sind zwei weitere in Erwägungen gezogene Alternativen unterhalb der Spreadunterseite dargestellt, da der letzte Kurs im Beispiel zum Preis von Alternative p_i zu Stande gekommen ist. Technisch mögliche Alternativen sind unter den o.g. Annahmen aber lediglich die Alternativen p_i , p_{i+1} und p_{i+2} , da die Lage des Spreads fix vorgegeben ist und der nächste Preis im Spread oder am Spreadrand liegen muss. Da die Alternativen unterhalb des Spreads nicht erreichbar sind, wird das Gewicht dieser Alternativen der Alternative p_i am nächsten Spreadrand zugerechnet. Alternative p_i wäre damit dreimal wahrscheinlicher als die Alternativen p_{i+1} oder p_{i+2} .

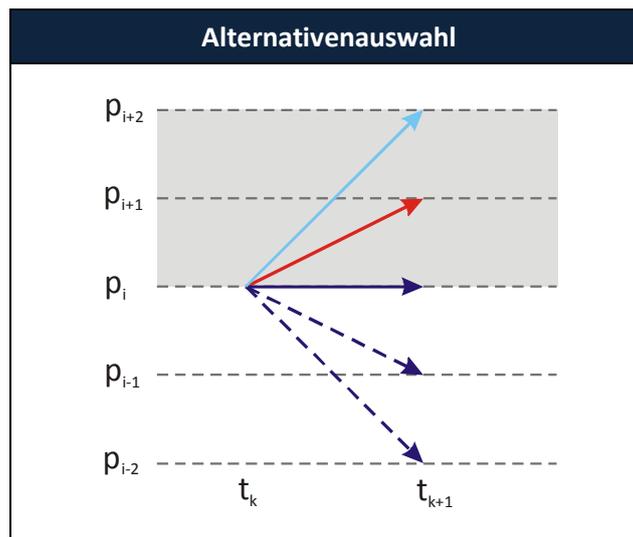


Abb. 9.9: Alternativenauswahl und Wahrscheinlichkeiten 3 Zustände

Als realisierbare Preispfade verbleiben bei 3 möglichen Zuständen und einem Start in p_{i+1} dann:

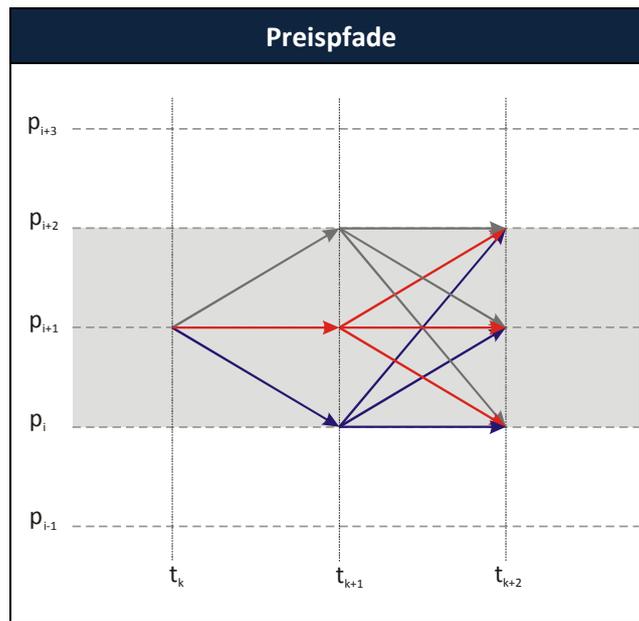


Abb. 9.10: Preispfade 3 Zustände

Nimmt man nun wiederum o.B.d.A. an, dass $p_i = 0$ ist und der Abstand zwischen den möglichen Zuständen jeweils der halben Spreadbreite (also $s/2$) entspricht, so ist $p_{i+1} = s/2$ und $p_{i+2} = s$. Für die Übergangswahrscheinlichkeiten der Preise folgt dann:

		P_{t+1}		
		0	$s/2$	s
P_t	0	3/5	1/5	1/5
	$s/2$	2/5	1/5	2/5
	s	1/5	1/5	3/5

Tab. 9.7: Übergangswahrscheinlichkeiten Preise erhöhte Reflexion 3x3

Damit ergibt sich für die gemeinsamen Wahrscheinlichkeiten der Preisänderungen⁵⁶⁸:

⁵⁶⁸ Die Wahrscheinlichkeit für $\Delta p_{r_t} = -\frac{s}{2} \rightarrow \Delta p_{r_{t+1}} = 0$, also $Prob\left(\Delta P_{t+1} = 0 \mid \Delta P_t = -\frac{s}{2}\right) = \frac{7}{75}$, ergibt sich beispielsweise wie folgt:

- Um in einem ersten Schritt eine Preisänderung von $-\frac{s}{2}$ erreichen zu können, muss die Ausgangsposition entweder s (Fall 1) oder $\frac{s}{2}$ (Fall 2) gewesen sein.
- Fall 1: Der Wechsel von s nach $\frac{s}{2}$ - also um $-\frac{s}{2}$ - hat bezogen auf den Ausgangspunkt s eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{5}$. Der folgende Wechsel für $\Delta p_{t+1} = 0$ - also von $\frac{s}{2}$ zu $\frac{s}{2}$ - hat eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{5}$. Die Wahrscheinlichkeit für diesen Pfad bezogen auf den Ausgangspunkt s beträgt somit $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$. Insgesamt muss bezogen auf alle möglichen Pfade berücksichtigt werden, dass der Ausgangspunkt auch bei $\frac{s}{2}$ oder 0 hätte liegen können. Daher ist die Gesamtwahrscheinlichkeit bezogen auf alle möglichen Pfade: $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{75}$
- Fall 2: der Wechsel von $\frac{s}{2}$ nach 0 hat eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{2}{5}$, der weitere Wechsel von 0 nach 0 hat eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{3}{5}$. Zusammen ergibt sich: $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{6}{75}$
- Beide Pfade zusammen haben somit eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{75} + \frac{6}{75} = \frac{7}{75}$.

/75		ΔP_{t+1}				
		$-s$	$-s/2$	0	$s/2$	s
ΔP_t	$-s$	0	0	3	1	1
	$-s/2$	0	2	7	4	2
	0	3	5	19	5	3
	$s/2$	2	4	7	2	0
	s	1	1	3	0	0

Tab. 9.8: gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung Preisänderungen erhöhte Reflexion 3x3

und für die Momente der Preisänderungen

$$E(\Delta P_t) = 0$$

$$Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = -\frac{2}{25} \cdot s^2$$

Als Ergebnis folgt für die Spreadbreite:

$$Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = -\frac{2}{25} \cdot s^2 \Leftrightarrow s = 3,5355 \cdot \sqrt{-Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1})}$$

Somit erhöht sich die Spreadbreite gegenüber dem 2-Zustandsfall mit erhöhten Reflexionswahrscheinlichkeiten um weitere 17,9%.

9.3.2.3 Weitere zusätzliche Alternativen

Wenn die Spreadbreite ein Mehrfaches der Tick Size beträgt, stehen innerhalb des Spreads weitere mögliche Alternativen für einen neuen Preis bzw. für die Bestimmung eines Orderpreises zur Verfügung. Die Berücksichtigung dieser Alternativen bei der Bestimmung des Preises kann nach dem oben beschriebenen Mechanismus auf Basis der Prominenztheorie insofern möglich sein, als dass zunächst eine Alternative im Spread mental eingefügt wird und danach durch weitere Verfeinerungen⁵⁶⁹ jeweils weitere Alternativen generiert werden.

Es wurden die Auswirkungen weiterer Alternativen im Spread auf die theoretische Spreadbreite sowohl für gleiche Übergangswahrscheinlichkeiten als auch für erhöhte Reflexionswahrscheinlichkeiten ermittelt⁵⁷⁰. Dabei ergibt sich für den Faktor \sqrt{a} :

Anzahl Alternativen	\sqrt{a} gleiche Wahrscheinlichkeiten	\sqrt{a} erhöhte Reflexions- wahrscheinlichkeiten
2	2	3
3	2,4495	3,5355
4	2,6833	3,6358
5	2,8284	3,7947
6	2,9277	3,8387
7	3	3,8704

Tab. 9.9: Alternativen und Spreadfaktor

⁵⁶⁹ durch Halbierung der Distanzen zwischen den bereits berücksichtigten Alternativen bzw. Unter- / Überbieteteffekte
⁵⁷⁰ Details siehe Anhang 9.3

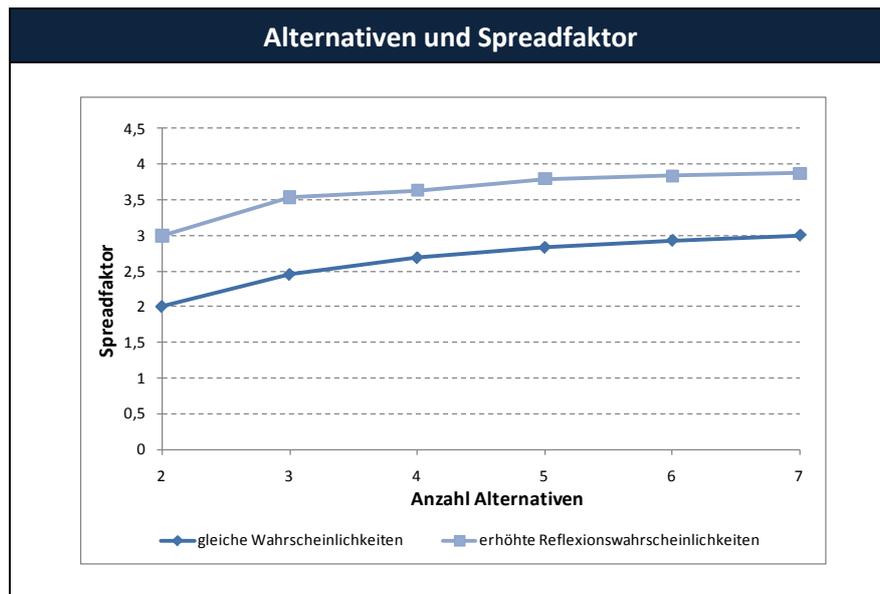


Abb. 9.11: Zusammenhang zwischen Anzahl Alternativen und Spreadfaktor

Die grafische Darstellung des Ergebnisses zeigt, dass die Änderung der Reflexionswahrscheinlichkeiten die größten Auswirkungen auf die theoretische Spreadbreite hat – gefolgt von dem Einfügen der ersten Alternative im Spread. Das Einfügen weiterer Alternativen hat nur noch geringere Bedeutung, die mit zunehmender Anzahl eingefügter Alternativen abnimmt.

Gegenüber dem Roll-Modell kann durch das Einfügen von hier maximal 7 zusätzlichen Alternativen und die gleichzeitige Erhöhung der Reflexionswahrscheinlichkeiten der Faktor \sqrt{a} in der Spreaddefinition $s = \sqrt{a} \cdot \sqrt{-Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1})}$ lediglich von 2 auf maximal 3,87 erhöht werden. Folglich würde sich durch die Modifikationen der Modell-Spread knapp verdoppeln. Da jedoch zuvor die absoluten Roll-Spannen lediglich 23% der realen Spreads betragen haben, würde sich durch das modifizierte Modell zwar eine deutliche Realitätsannäherung auf ca. 46% ergeben, aber die Berücksichtigung weiterer Aspekte für eine möglichst exakte Modellanpassung erforderlich sein.

9.3.3 Zusätzliche Alternativen mit realen Wahrscheinlichkeiten

Das bisherige modifizierte Roll-Modell geht beim Einfügen zusätzlicher Alternativen von einem nominal-Prozess mit gleichen Zustandswahrscheinlichkeiten aus. Im Rahmen der Erhöhung der Reflexionswahrscheinlichkeiten wurde die Verteilung dieser Zustandswahrscheinlichkeiten verändert, was zu einer deutlichen Erhöhung des Spreadfaktors geführt hat.

Es stellt sich mithin die Frage, ob mit einer weiteren Anpassung der Zustandswahrscheinlichkeiten bzw. der gemeinsamen Wahrscheinlichkeiten eine weitere Realitätsannäherung erzielt werden könnte. Im Vorgriff auf das im Folgenden entwickelte ISP-Modell, in dem für den Spread fünf relevante Zustände⁵⁷¹ mit speziell begründeten, gegenüber den bisherigen Modellmodifikationen realitätsnäheren Übergangswahrscheinlichkeiten definiert werden, soll bereits an dieser Stelle ein Vergleich der ISP-Spannen mit den realen Spannen dargestellt werden.

Nach dem ISP-Modell ergibt sich beispielsweise folgende Matrix der Übergangswahrscheinlichkeiten $\Pi = (\pi_{ij})_{i,j \in \mathcal{L}}$ der Deutschen Bank-Aktie (DBK) unter IBIS:

⁵⁷¹ o.B.d.A. sei die Spreadunterseite $p_0 = 0$ und die Spreadoberseite $p_4 = s$. Dann ist der Abstand zwischen den möglichen Zuständen jeweils $s/4$ und somit ist $p_1 = s/4$ und $p_2 = s/2$ und $p_3 = 3s/4$.

Π	i				
	0	1	2	3	4
0	80,7%	2,0%	5,7%	2,0%	9,6%
1	31,6%	68,4%	0,0%	0,0%	0,0%
2	10,9%	2,1%	73,9%	2,1%	10,9%
3	0,0%	0,0%	0,0%	68,4%	31,6%
4	9,6%	2,0%	5,7%	2,0%	80,7%

Tab. 9.10: Übergangswahrscheinlichkeiten DBK

Und letztlich folgende Verteilung der Zustandswahrscheinlichkeiten π_i :

i	0	1	2	3	4
π_i	36,4%	5,6%	16,0%	5,6%	36,4%

Tab. 9.11: Zustandswahrscheinlichkeiten DBK

Aus der Matrix der Übergangswahrscheinlichkeiten des ISP-Modells für DBK erhält man durch etwaige Rundung der Wahrscheinlichkeiten zwecks vereinfachter Berechnung folgende Matrix:

		P_{t+1}				
		0	$s/4$	$s/2$	$3s/4$	s
P_t	0	80/100	2/100	6/100	2/100	10/100
	$s/4$	31/100	69/100	0/100	0/100	0/100
	$s/2$	11/100	2/100	74/100	2/100	11/100
	$3s/4$	0/100	0/100	0/100	69/100	31/100
	s	10/100	2/100	6/100	2/100	80/100

Tab. 9.12: Übergangswahrscheinlichkeiten Preise 5x5

Hieraus ergibt sich für die gemeinsamen Wahrscheinlichkeiten der Preisdifferenzen:

		ΔP_{t+1}								
		$-s$	$-3s/4$	$-s/2$	$-s/4$	0	$s/4$	$s/2$	$3s/4$	s
ΔP_t	$-s$	0	0	0	0	800	20	60	20	100
	$-3s/4$	0	0	0	62	138	0	0	0	0
	$-s/2$	0	0	66	12	1.324	34	132	22	110
	$-s/4$	0	0	0	62	2.756	124	186	62	310
	0	800	160	1.294	2.447	27.798	2.447	1.294	160	800
	$s/4$	310	62	186	124	2.756	62	0	0	0
	$s/2$	110	22	132	34	1.324	12	66	0	0
	$3s/4$	0	0	0	0	138	62	0	0	0
	s	100	20	60	20	800	0	0	0	0

Tab. 9.13: gemeinsame Wahrscheinlichkeiten Preisdifferenzen 5x5

und letztlich die Kovarianz⁵⁷²

⁵⁷² Der Quotient von 50.000 ergibt sich aus dem Produkt des Quadrates des Quotienten der Übergangswahrscheinlichkeiten (100 · 100) und der Anzahl der Zustände (5).

$$\begin{aligned} Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) &= E(\Delta P_t \cdot \Delta P_{t+1}) - E(\Delta P_t) \cdot E(\Delta P_{t+1}) \\ &= \frac{\left(\frac{s}{4}\right)^2}{50.000} \cdot (-10.788) - 0 \cdot 0 = -\frac{10.788}{50.000} \cdot \left(\frac{s}{4}\right)^2 = -\frac{10.788}{50.000 \cdot 16} \cdot s^2 = -0,013485 \cdot s^2 \end{aligned}$$

und somit die Spreadbreite:

$$Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = -0,013485 \cdot s^2 \Leftrightarrow s = 8,6114 \cdot \sqrt{-Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1})}$$

Der Spreadfaktor beträgt für den speziellen Fall der Deutschen Bank $\sqrt{a} = 8,6114$. Für andere Wertpapiere weicht der Faktor nicht erheblich ab⁵⁷³, weshalb auf detailliertere Darstellung verzichtet wird. Wendet man den DBK-Faktor vereinfacht auf alle Aktien an, so ergibt sich im Wesentlichen das gleiche Bild wie für die Roll-Spannen – jedoch mit wesentlich realitätsnäheren absoluten Spreads:

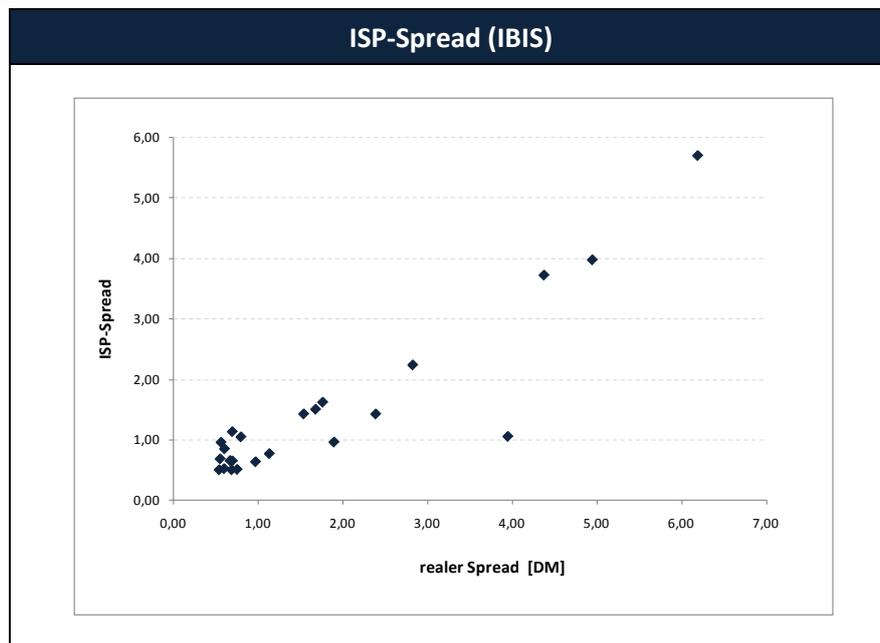


Abb. 9.12: Vergleich ISP-Spread / realer Spread

Die Korrelation zwischen realem Spread und ISP-Spread beträgt - wie bei der Roll-Spanne - weiterhin 91 %, da lediglich der Spreadfaktor verändert wurde. Die durchschnittliche absolute Spreadbreite beträgt beim ISP-Modell jedoch nunmehr 92 % der realen Spreadbreite und gestaltet sich im Mittel damit deutlich realitätsnäher als der Roll-Spread mit lediglich 23 %⁵⁷⁴. Bei den einzelnen Abweichungen fällt auf, dass beim ISP-Modell die Spreadbreite für viel gehandelte Aktien überschätzt und für weniger gehandelte Aktien unterschätzt wird. Dieser Effekte soll in diesem Kontext nicht tiefergehend analysiert werden.

$$\begin{aligned} Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) &= E(\Delta P_t \cdot \Delta P_{t+1}) - E(\Delta P_t) \cdot E(\Delta P_{t+1}) = \frac{\left(\frac{s}{4}\right)^2}{50.000} \cdot (-80 - 480 - 240 - 1600 + 186 + 264 + \\ & 24 - 68 - 528 - 132 - 880 + 62 - 124 - 372 - 186 - 1240 - 1240 - 186 - 372 - 124 + 62 - 880 - 132 - \\ & 528 - 68 + 24 + 264 + 186 - 1600 - 240 - 480 - 80) - 0 \cdot 0 \end{aligned}$$

⁵⁷³ Für den hier nicht weiter dargestellten Fall von Daimler (DAI) ergibt sich beispielsweise ein Faktor von 9,1668

⁵⁷⁴ zu den Details siehe Anlage 9.2

9.3.4 Zwischenfazit

Das Roll-Modell bietet einen wesentlichen Ansatz zur Beschreibung von Marktmechanismen an kontinuierlichen Börsen und einer daraus abgeleiteten Schätzung der Spreadbreiten. Das Roll-Modell wurde in der Literatur bisher noch nicht anhand realer Intraday-Daten empirisch überprüft. Eine entsprechende Analyse für den elektronischen Aktienmarkt IBIS ergab, dass das Roll-Modell zumindest für diesen Markt den Spread deutlich zu gering schätzt.

Wie aus der Diskussion um wahrnehmungsbedingte Alternativenauswahl ersichtlich wurde, sind für den Entscheidungsprozess 3-5 Alternativen relevant. Erweitert man das Roll-Modell entsprechend um Zustände im Spread bei Annahme gleichverteilter Preisänderungen, so wird der Spread-Schätzer erhöht. Eine weitere Erhöhung des Spreadschätzers ergibt sich aus der Anpassung der Reflexionswahrscheinlichkeiten am Spreadrand. Beide Modifikationen führen zu einer Annäherung an die realen Spreadwerte, jedoch verbleibt noch ein erheblicher Niveauunterschied.

Das ISP-Modell bietet mit der Berücksichtigung realer Zustandswahrscheinlichkeiten einen Ansatz, um mit dem Spreadschätzer annähernd ein reales Niveau zu erreichen. Im Folgenden wird das ISP-Modell im Detail vorgestellt.

9.4 Das ISP-Modell

9.4.1 Allgemeines

Für die elektronischen Aktienmärkte IBIS und XETRA wurden folgende Effekte aufgezeigt:

- (1) Die Häufigkeitsverteilung der Endziffern der Aktienpreise ist weit von einer Gleichverteilung entfernt. Die Endziffer 0 ist am häufigsten, gefolgt von 5, 2/3 und 7/8 sowie letztlich 1/4 und 6/9. Dieser Effekt ist ein Spezialfall des Stock Price Clusterings.
- (2) Spreadbreite, Standardabweichung der Preisänderungen und Anteil Round Fractions der Preise korrelieren deutlich. Insofern ist ein Zusammenhang zwischen der Genauigkeit der Preissetzung und der Preisentwicklung bzw. dem Marktmechanismus erkennbar.
- (3) Zumindest bei einigen IBIS/XETRA-Aktien ist der grafische Compass Rose-Effekt, bei dem Ursprungsstrahlen in der grafischen Darstellung aufeinanderfolgender Renditeänderungen besonders ausgeprägt sind, deutlich beobachtbar.
- (4) Es existieren unterschiedliche Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen aufeinanderfolgenden Preisen. Preisänderungen sind von dem jeweils letzten Preis abhängig.
- (5) Die Spreadbreite lässt sich offensichtlich mit Hilfe eines modifizierten Roll-Modells, das auf einem n-nomial-Prozess mit Grenzen basiert, angemessen abschätzen.

Alle aufgezeigten Effekte lassen sich wahrnehmungsbedingt motivieren. Die Effekte lassen den Mechanismus der Preisentwicklung einer Aktie als reinen Random Walk zumindest fraglich erscheinen. Deshalb stellt sich die Frage, ob sich die Preise zumindest partiell - also innerhalb kurzer Zeitintervalle - als Random Walk entwickeln. Umgekehrt könnte ein „Mikroeffekt“ eine Abweichung vom Random Walk innerhalb sehr kurzer Zeiträume bewirken, längerfristig hingegen ein Random Walk erkennbar sein.

Zur weiteren Analyse wird zunächst das ISP-Modell für die Entwicklung der Preise innerhalb der Grenzen des wahrgenommenen Spreads quasi als „Mikroeffekt“ dargestellt. Dazu werden die Eigenschaften des Roll-Modells näher betrachtet. Daran anschließend wird aus dem Roll-Modell das ISP-Modell entwickelt, indem es um wahrnehmungsmotivierte und biotechnische Zustände erweitert wird. Realitätsnahe Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen den Zuständen und die Wahrscheinlichkeit der Zustände selbst werden abgeleitet.

Das Modell geht von der besonderen Bedeutung der eigentlichen Preise - also nicht der Preisänderungen - aus. Preise werden direkt wahrgenommen. Durch die logarithmische Wahrnehmung⁵⁷⁵ werden automatisch mental aus den Preisen Preisdifferenzen gebildet. Eine direkt Wahrnehmung der Preisdifferenzen erscheint hingegen auch deshalb als unwahrscheinlich, weil einerseits eine zusätzliche gedankliche Operation durch die Differenzbildung zwischen aufeinanderfolgenden Preisen erfolgen müsste, die den Wahrnehmungsprozess erheblich verkomplizieren würde, und andererseits Preisdifferenzen offensichtlich schwerer mental zugänglich sind, als die eigentlichen Preise. Dass der Marktmechanismus der betrachteten Märkte offensichtlich ebenso auf Preisen und nicht auf Preisdifferenzen beruht, wird ebenfalls durch die oben dargestellten Effekte unterstützt. Mithin stehen im Folgenden auch die Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen den Preisen und nicht die gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Preisdifferenzen im Mittelpunkt der Analysen. Durch eine Simulation werden Validität und Eigenschaften des ISP-Modells überprüft.

9.4.2 2 Zustände

Im Roll-Modell wird von lediglich 2 Zuständen ausgegangen. Der zu Grunde liegende Prozess ist auf den Preisänderungen definiert. Gemäß Annahme 9.2: *Stationarität* ist etwa die Wahrscheinlichkeitsverteilung der beobachteten Preisänderungen - zumindest für kurze Zeitintervalle - stationär. Der ISP-Prozess wird jedoch nicht auf der Basis von Preisänderungen, sondern auf der Basis der eigentlichen Preise definiert, da die Wahrnehmung der Preisänderungen als zu komplex in der Verarbeitung angesehen wird.

Es soll im Folgenden analysiert werden, für welche Zustandswahrscheinlichkeiten die Stationaritätsbedingung erfüllt ist bzw. wann der Prozess homogene Übergangswahrscheinlichkeiten besitzt:

Da für eine stationäre Markov-Kette $Prob(X_n = i) = Prob(X_0 = i) = \pi_i$ und somit $\pi = \pi \cdot \Pi$ gelten muss, folgt⁵⁷⁶:

$$(\pi_1, \pi_2) \cdot \begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} \\ \pi_{21} & \pi_{22} \end{pmatrix} = (\pi_1, \pi_2) \text{ mit } \pi_1 + \pi_2 = 1.$$

Da für die Übergangsmatrix ferner gilt, dass die Summe der Übergangswahrscheinlichkeiten von einem Zustand in alle Folgezustände 1 ergeben muss, also

$$\begin{aligned} \pi_{11} + \pi_{12} &= 1 \Rightarrow \pi_{11} = 1 - \pi_{12} =: \pi_1^* \text{ und} \\ \pi_{21} + \pi_{22} &= 1 \Rightarrow \pi_{22} = 1 - \pi_{21} =: \pi_2^*, \end{aligned}$$

folgt weiter:

$$(I) \quad (\pi_1, \pi_2) \cdot \begin{pmatrix} \pi_1^* & 1 - \pi_1^* \\ 1 - \pi_2^* & \pi_2^* \end{pmatrix} = (\pi_1, \pi_2)$$

und somit

$$(Ia) \quad \pi_1 \cdot \pi_1^* + \pi_2 \cdot (1 - \pi_2^*) = \pi_1$$

$$(Ib) \quad \pi_1 \cdot (1 - \pi_1^*) + \pi_2 \cdot \pi_2^* = \pi_2$$

⁵⁷⁵ siehe etwa Albers (1997), S. 5

⁵⁷⁶ zur Notation siehe auch Kapitel 3.1.2. Die Indexmenge der möglichen Zustände sei nunmehr $\mathcal{L} = \{1, \dots, L\}$ mit zunächst $L = 2$

(1) Übergangswahrscheinlichkeiten bei gegebener Zustandsverteilung

In einem ersten Schritt soll dargestellt werden, ob und wenn ja welche Übergangswahrscheinlichkeiten bei vorgegebenen, wohldefinierten Zustandswahrscheinlichkeiten π_1 und π_2 existieren, so dass die Stationaritätsbedingung erfüllt ist. Dann führt die Auflösung des linearen Gleichungssystems (I) nach π_1^* und π_2^* zu:

$$(IIa) \quad \pi_1 \cdot \pi_1^* - \pi_2 \cdot \pi_2^* = \pi_1 - \pi_2$$

$$(IIb) \quad -\pi_1 \cdot \pi_1^* + \pi_2 \cdot \pi_2^* = \pi_2 - \pi_1$$

Wie leicht zu erkennen ist, gilt (IIa) = -(IIb). Die Gleichungen sind also linear abhängig, d.h. es ergibt sich eine mehrdeutige Lösung. Sei also π_2^* beliebig gewählt, dann ergibt sich für π_1^* :

$$(III) \quad \pi_1^* = \frac{\pi_1 - \pi_2 + \pi_2 \cdot \pi_2^*}{\pi_1} = 1 - \frac{\pi_2}{\pi_1} + \frac{\pi_2}{\pi_1} \cdot \pi_2^*, \quad 0 < \pi_1^* \leq 1$$

Es können folgende Fälle unterschieden werden:

(1a) $\pi_1 = \pi_2$

Wenn nun gelten soll, dass $\pi_1 = \pi_2$ (also eine gleichverteilte Anfangsverteilung), dann muss gelten:

$$(IV) \quad \pi_1^* = 1 - \frac{\pi_1}{\pi_1} + \frac{\pi_1}{\pi_1} \cdot \pi_2^* = 1 - 1 + \pi_2^* = \pi_2^*$$

Wenn nun aber gilt $\pi_1^* = \pi_2^*$ folgt für die Übergangsmatrix:

$$\begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} \\ \pi_{21} & \pi_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pi_1^* & 1 - \pi_2^* \\ 1 - \pi_1^* & \pi_2^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pi_1^* & 1 - \pi_1^* \\ 1 - \pi_1^* & \pi_1^* \end{pmatrix}$$

In diesem Fall muss die Übergangsmatrix symmetrisch sein.

(1b) $\pi_1 \neq \pi_2$

Bedingung (III) kann nicht weiter vereinfacht werden. Die parametrische Lösung kann grafisch - hier mit einigen hervorgehobenen Beispielen - dargestellt werden.

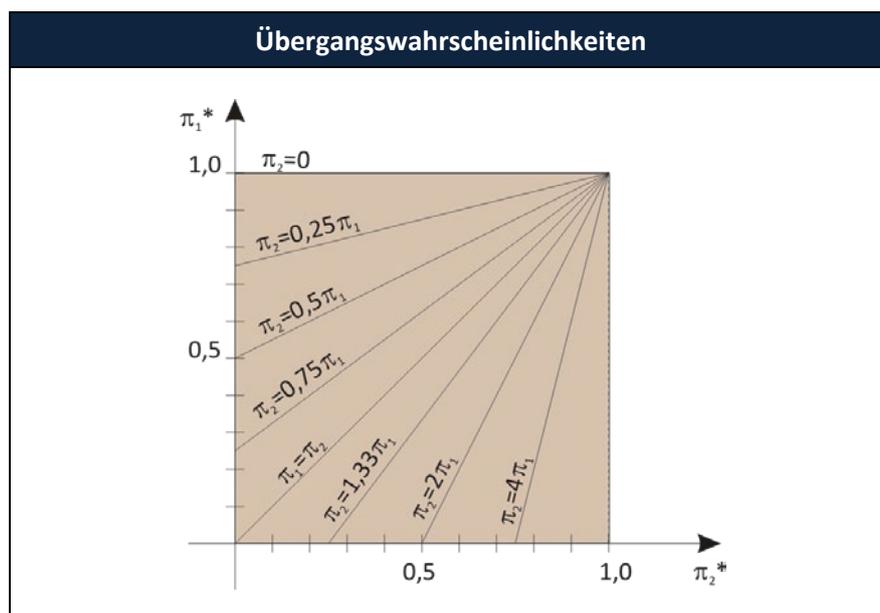


Abb. 9.13: Übergangswahrscheinlichkeiten bei gegebener Zustandsverteilung

Außerhalb des markierten Bereiches sind die Wahrscheinlichkeiten für π_1^* und π_2^* nicht definiert und somit ist dort keine stationäre Lösung existent. Umgekehrt existiert für viele Zustandsverteilungen eine Übergangsmatrix, so dass die Stationaritätsbedingung erfüllt ist.

(2) Stationaritätsanforderungen an die Zustandswahrscheinlichkeiten

In einem zweiten Schritt soll nunmehr betrachtet werden, welche stationären Verteilungen bei gegebener Übergangsmatrix, also gegebenen Parametern π_1^* und π_2^* , existieren. Dann führt die Auflösung des linearen Gleichungssystems (I) nach π_1 und π_2 zu:

$$(Va) \quad \pi_1 \cdot \pi_1^* + \pi_2 \cdot (1 - \pi_2^*) = \pi_1$$

$$(Vb) \quad \pi_1 \cdot (1 - \pi_1^*) + \pi_2 \cdot \pi_2^* = \pi_2$$

Und weiter zu:

$$(VIa) \quad (\pi_1^* - 1) \cdot \pi_1 + (1 - \pi_2^*) \cdot \pi_2 = 0$$

$$(VIb) \quad (1 - \pi_1^*) \cdot \pi_1 + (\pi_2^* - 1) \cdot \pi_2 = 0$$

Auch hier ist zu erkennen, dass (VIa) = - (VIb) gilt und somit die Gleichungen linear abhängig sind. D.h. es ergibt sich eine mehrdeutige Lösung. Wählt man nun π_2 beliebig (zwischen 0 und 1), dann gilt:

$$(VII) \quad \pi_1 = \frac{(\pi_2^* - 1)}{(\pi_1^* - 1)} \cdot \pi_2, \quad 0 \leq \pi_1^* < 1$$

Dies entspricht (III) jedoch nach π_1 anstelle von π_1^* aufgelöst und kann ebenfalls parametrisch grafisch dargestellt werden.

(2a) $\pi_1^* = \pi_2^*$

In diesem Fall gilt unmittelbar $\pi_1 = \pi_2$

(2b) $\pi_1^* \neq \pi_2^*$

Zur Vereinfachung der Darstellung wird wieder $\pi_2^* = 1 - \pi_{21}$ und $\pi_1^* = 1 - \pi_{12}$ gesetzt und es folgt $\pi_1 = \frac{\pi_{21}}{\pi_{12}} \cdot \pi_2$.

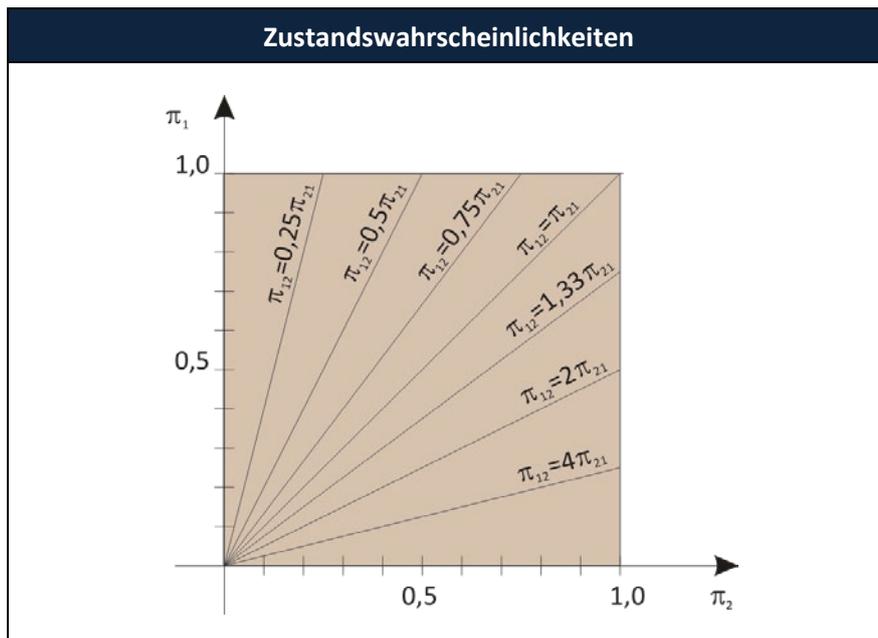


Abb. 9.14: Zustandswahrscheinlichkeiten bei gegebener Übergangsmatrix

Bei gegebenen Parametern der Übergangsmatrix existieren offensichtlich grundsätzlich auch stationäre Verteilungen.

9.5 5 Zustände

9.5.1 Allgemeines

Im Folgenden soll ein realitätsnäheres Modell für die Preisentwicklung im Spread auf Basis des oben beschriebenen modifizierten Roll-Modells dargestellt werden.

Modell-Annahmen

Die Annahme 9.1: *Informationseffizienz* - Annahme 9.5: *Gleichverteilung der Preisänderungen* des Roll-Modells bleiben erhalten. Insbesondere wird von einer stationären Verteilung der Zustände ausgegangen.

Die stationäre Verteilung der Zustandswahrscheinlichkeiten entspricht zu einem beliebigen Zeitpunkt offensichtlich nicht einer Gleichverteilung. In der Regel treten die Endziffern am jeweiligen Spreadrand häufiger auf. Erst danach folgen die Wahrscheinlichkeiten für die Spreadmitte und letztlich die Wahrscheinlichkeiten für die beiden Spreadviertel. Dies ist auch implizit aus den Analysen zum Stock Price Clustering ersichtlich, da etwa bei Volkswagen bei einer Spreadbreite von 50 Pf die „Endziffern“ 0 Pf und 50 Pf (Spreadrand) am häufigsten auftreten – gefolgt von etwa 20/30 Pf als Spreadmitte und 10 Pf bzw 40 Pf als Spreadviertel.

Es wird also eine Übergangsmatrix gesucht, die die realen Daten möglichst gut abbildet und gleichzeitig eine stationäre Verteilung liefert, die nicht einer Gleichverteilung entspricht, sondern die genannten Wahrscheinlichkeitsbedingungen erfüllt.

Effekte

Die Übergangsmatrix für das Spreadmodell setzt sich aus 2 Effekten zusammen:

1. modifiziertes Roll-Modell mit zusätzlichem Zustand in der Spreadmitte und ggf. erhöhten Reflexionswahrscheinlichkeiten (im Folgenden Alternativen-Modell)
2. Über-/Unterbietmechanismus

Beide Effekte und deren Zusammenwirken sollen beschrieben und die Eigenschaften des resultierenden Spread-Modells diskutiert werden.

9.5.2 Alternativen-Modell

(1) spezifisches Alternativen-Modell

Aus dem spezifischen Alternativen-Modell⁵⁷⁷ ergab sich für die Übergangswahrscheinlichkeiten der Preise⁵⁷⁸:

⁵⁷⁷ siehe Kapitel 9.3.2.2 und Tab. 9.7

⁵⁷⁸ Zur Notation siehe Kapitel 3.1.2. Insbesondere ist π_i die Wahrscheinlichkeit von Zustand i einer stationären Markov-Kette und π_{ij} die Übergangswahrscheinlichkeit von Zustand i in Zustand j mit $i, j \in \mathcal{L}$

		P_{t+1}		
		0	s/2	S
P_t	0	3/5	1/5	1/5
	s/2	2/5	1/5	2/5
	s	1/5	1/5	3/5

Tab. 9.14: Übergangsmatrix spezifisches Alternativenmodell

Es gelte ferner für die Zustandswahrscheinlichkeiten $\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1$.

Bei gegebener Matrix der Übergangswahrscheinlichkeiten muss dann für eine stationäre Verteilung gelten:

$$(\pi_1 \quad \pi_2 \quad \pi_3) = (\pi_1 \quad \pi_2 \quad \pi_3) \cdot \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}, \text{ also}$$

$$(i) \quad -\frac{2}{5}\pi_1 + \frac{2}{5}\pi_2 + \frac{1}{5}\pi_3 = 0$$

$$(ii) \quad +\frac{1}{5}\pi_1 - \frac{4}{5}\pi_2 + \frac{1}{5}\pi_3 = 0$$

$$(iii) \quad +\frac{1}{5}\pi_1 + \frac{2}{5}\pi_2 - \frac{2}{5}\pi_3 = 0$$

daraus folgt

$$(i') \quad \pi_1 = \pi_2 + \frac{1}{2}\pi_3$$

$$(ii') \quad \pi_1 = 4\pi_2 - \pi_3$$

$$(i')=(ii') \quad \pi_2 + \frac{1}{2}\pi_3 = 4\pi_2 - \pi_3 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\pi_3 = 3\pi_2 \Leftrightarrow \pi_3 = 2\pi_2$$

$$\text{in (iii)} \quad \frac{1}{5}\pi_1 + \frac{2}{5}\pi_2 - \frac{4}{5}\pi_2 = 0 \Leftrightarrow \pi_1 = 2\pi_2$$

$$\text{da} \quad \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1, \pi_3 = 2\pi_2 \text{ und } \pi_1 = 2\pi_2$$

$$\text{folgt} \quad 2\pi_2 + \pi_2 + 2\pi_2 = 1 \Leftrightarrow \pi_2 = \frac{1}{5}$$

$$\text{und} \quad \pi_1 = \pi_3 = \frac{2}{5}.$$

Die Wahrscheinlichkeit in der stationären Verteilung, sich am Spreadrand aufzuhalten ist somit auf beiden Seiten doppelt so hoch wie in der Spreadmitte.

(2) Verallgemeinertes Alternativenmodell (Modell 1)

Die Übergangsmatrix des spezifischen Alternativenmodells kann allgemeiner formuliert werden als⁵⁷⁹:

$$\Pi = (\pi_{ij})_{i,j \in \mathcal{L}} = \begin{pmatrix} a_1 & a_3 & a_2 \\ a_4 & a_5 & a_4 \\ a_2 & a_3 & a_1 \end{pmatrix}$$

⁵⁷⁹ Grundsätzlich ist a_{ij} mit $i, j \in \mathbb{N}_0$ in Kapitel 3.1.2 definiert als die Elemente der Übergangsmatrix. In Anlehnung daran werden hier Parameter für die Elemente der Übergangsmatrix als laufend indizierte „ a_k “ beschrieben.

Dabei sei angenommen, dass $a_3 = 1 - a_1 - a_2$. Die Parameter können wie folgt interpretiert werden:

Parameter	Interpretation
a_1	Wahrscheinlichkeit, am Spreadrand zu verbleiben. Es kann davon ausgegangen werden, dass diese für die Spreadunterseite und -oberseite jeweils gleichgroß ist. Auf Basis der empirischen Daten ist diese Wahrscheinlichkeit sehr hoch.
a_2	Wahrscheinlichkeit, von einer Spreadseite auf die jeweils andere zu springen. Dies ist grundsätzlich immer dann der Fall, wenn zunächst auf einen Spreadseite ein Kauf und unmittelbar danach auf der anderen Spreadseite ein Verkauf stattfindet bzw. umgekehrt.
$a_3 = 1 - a_1 - a_2$	Wahrscheinlichkeit von jeweils einer Spreadseite in die Spreadmitte zu springen
a_4	Wahrscheinlichkeit, von der Spreadmitte auf eine der Spreadseiten zu springen
$a_5 = 1 - 2a_4$	Wahrscheinlichkeit, in der Spreadmitte zu verbleiben.

Tab. 9.15: Interpretation der Parameter im verallgemeinerten Alternativenmodell

Dabei gelte im Folgenden die Nichtnegativitätsbedingung $a_i \geq 0, \forall i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ⁵⁸⁰.

Die in Tab. 9.14 angegebene Übergangsmatrix des spezifischen Alternativenmodells ergibt sich dann als Spezialfall des verallgemeinerten Alternativen-Modells, wenn gilt

$$a_1 = \frac{3}{5}, a_2 = \frac{1}{5}, a_3 = 1 - a_1 - a_2 = \frac{1}{5}, a_4 = \frac{2}{5}, a_5 = \frac{1}{5}$$

Für die verallgemeinerte Matrix ergibt sich:

- (i) $(a_1 - 1) \cdot \pi_1 + a_4 \cdot \pi_2 + a_2 \cdot \pi_3 = 0$
- (ii) $(1 - a_1 - a_2) \cdot \pi_1 + (a_5 - 1) \cdot \pi_2 + (1 - a_1 - a_2) \cdot \pi_3 = 0$
- (iii) $a_2 \cdot \pi_1 + a_4 \cdot \pi_2 + (a_1 - 1) \cdot \pi_3 = 0$

Aufgrund der fünf verwandten Parameter bei drei Bestimmungsgleichungen erscheint eine Bestimmung der allgemeinen stationären Verteilung nicht weiterführend zu sein. Deshalb soll eine weitere Spezifizierung durchgeführt werden:

An realen Märkten lassen sich jedoch auch Preise mit Endziffern beobachten, die zwischen den durch das Alternativenmodell mit 3 Zuständen vorgegebenen Preisen liegen und offensichtlich von den Marktteilnehmern als Alternativen gewählt werden. Um dieses Marktverhalten besser analysieren zu können, wird deshalb im Folgenden zwischen je zwei benachbarten Zuständen ein weiterer Zustand (4 und 2) eingeführt. Die Bedeutung dieser Zustände und die Integration in das Modell werden erst im folgenden Kapitel näher erläutert. Die fünf Zustände sind dann:

⁵⁸⁰ der Parameter a_6 wird später diskutiert.

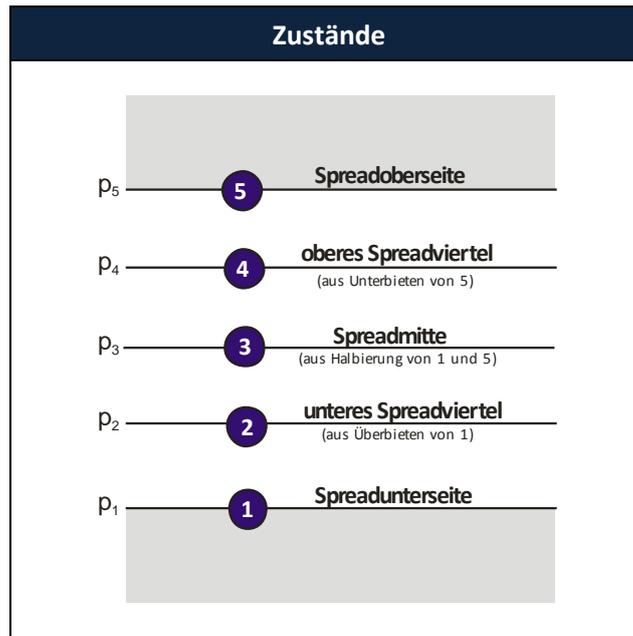


Abb. 9.15: Zustände im verallgemeinerten Alternativenmodell

Die bezeichneten Zustände sollen anhand eines Beispiels erläutert werden:

- Die Spreadunterseite (Zustand 1 bzw. p_1) habe die Preisendziffer 0, während die Spreadoberseite (Zustand 2) die Preisendziffer 5 habe.
- Durch Halbierung dieser Preisspanne erhält man 2,5, was jedoch als Endziffer aufgrund der Tick Size nicht zulässig sein soll. Anstelle dessen soll Zustand 3 (Spreadmitte) in gleichem Maße durch die Endziffern 2 und 3 repräsentiert werden.
- Dann entspricht Zustand 2 der Endziffer 1 und Zustand 3 der Endziffer 4.

Somit ergibt sich zunächst für obige Übergangsmatrix aus dem Alternativen-Modell folgende Erweiterung:

$$\Pi_R = (\pi_{ij})_{i,j \in \mathcal{L}} = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & a_3 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & 0 & a_5 & 0 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & 0 & a_3 & 0 & a_1 \end{pmatrix}$$

Dies entspricht als Graph:

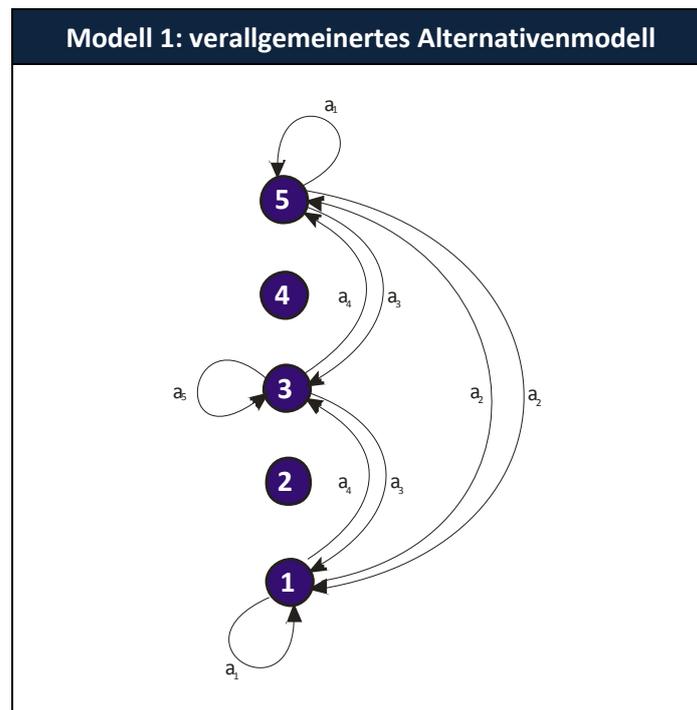


Abb. 9.16: Zustandsübergänge im verallgemeinerten Alternativenmodell

Von jedem Zustand aus kann jeder andere direkt erreicht werden. Ferner besteht für jeden Zustand die Möglichkeit, dass der Prozess in dem Zustand verharret.

9.5.3 Über-/Unterbietmechanismus

(1) grundsätzlich Überlegungen

Es stellt sich nunmehr die Frage, wie diese Zwischenzustände 2 und 4 erreicht und verlassen werden können und insbesondere welches die Ursache hierfür ist.

Attrahierende Zustände

Es ist aus den obigen Analysen bereits erkennbar, dass die Spreadränder offensichtlich eine größere Bedeutung als die Zustände innerhalb des Spreads für den Prozess haben. Diese Punkte sind offensichtlich besonders attraktiv.

Es kann somit davon ausgegangen werden, dass diese Punkte eine attrahierende Wirkung im Prozess haben. Das bedeutet, dass einerseits die Wahrscheinlichkeit relativ hoch ist, dass der Prozess in diesen Zuständen verharret und andererseits die Wahrscheinlichkeit hoch ist, diese attrahierenden Zustände von anderen Zuständen aus zu erreichen. Letzteres gilt insbesondere für die Zwischenzustände.

Über-/Unterbieten

Wie bereits geschildert, kann davon ausgegangen werden, dass Marktteilnehmer eine Preis-Zeitpräferenz bezüglich einer möglichen Transaktion besitzen. Bei einer hohen Zeitpräferenz wird der Teilnehmer einen sofortigen Abschluss durchführen und auf das jeweils beste Gebot der gegenüber-

liegenden Marktseite eingehen, während er bei einer hohen Preispräferenz relativ unabhängig von der Marktsituation einen Preis wählen wird, der auch einen größeren Abstand zu Spread haben kann.

Bei einer „mittleren“ Preis- und Zeitpräferenz wird ein Teilnehmer versuchen zu verhandeln. „Verhandlungen“ können hier durch eine Annäherung des Preises an die gegenüberliegende Marktseite dargestellt werden. Dies ist durch das Unterbieten des bisher besten Gebotes auf der Verkaufsseite oder durch ein Überbieten des bisher besten Gebotes auf der Kaufseite möglich.

Dieser Über-/Unterbiet-Effekt muss nicht in erster Linie durch wahrnehmungsbedingte Preissetzung motiviert sein, sondern kann auch durch den „Willen zum Verhandeln“ erklärt werden. So beschreiben etwa Niederhoffer/Osborne, dass Limit und Stop Orders an amerikanischen Märkten auf ungerade Achtel gesetzt werden sollten, typischerweise $7/8$ für Verkauforders und $1/8$ für Kauforders⁵⁸¹.

Prinzipiell kann davon ausgegangen werden, dass der Effekt vornehmlich an den Attraktionspunkten - hier also an der Spreadunter- bzw. Oberseite - zu beobachten ist. Das Über-/Unterbieten an diesen Punkten bedeutet letzten Endes, dass wahrnehmungstechnisch eigentlich der Preis des Attraktionspunktes gewählt, aber eben noch durch zusätzliche bietstrategische Überlegungen verfeinert wird.

(2) einfacher Mechanismus (Modell 2)

(2a) Annahmen

In einem ersten Schritt soll ein einfacher Über-/Unterbietmechanismus diskutiert werden:

Für die Wahrscheinlichkeiten des Unter-/Überbietens sollen zunächst folgende Annahmen gelten:

Annahme 9.8: Überbieten Spreadunterseite

Die Wahrscheinlichkeit des Überbietens an der Spreadunterseite - also die Wahrscheinlichkeit von Zustand 1 in den Zustand 2 zu gelangen - beträgt $1 - a_1 - a_2 - a_3$. Es handelt sich quasi um die Restwahrscheinlichkeit falls das System ausgehend von der Spreadunterseite eben nicht zur Oberseite und nicht in die Spreadmitte springt. Anschaulich wäre dies etwa eine Transaktion, die aus dem Überbieten der Spreadunterseite um eine „Einheit“ entstanden ist.

Annahme 9.9: keine Sprünge zwischen Unter- und Überbietzustand

Die Wahrscheinlichkeit, um von Zustand 1 in den Zustand 4 zu gelangen ist deshalb 0, weil zunächst angenommen wird, dass nach einem Überbieten an der Spreadunterseite keine Verfeinerung an der Oberseite und somit keine Transaktion im Zustand 4 stattfindet.

Annahme 9.10: Rücksprung zu attrahierenden Zuständen

Ferner wird angenommen, dass nach einer Transaktion im Zustand 2 immer wieder direkt eine Transaktion im Zustand 1 stattfindet, da eine Transaktion in Zustand 2 nur durch ein verfeinertes Überbieten von Zustand 1 zustande kommt, nach der Transaktion in Zustand 2 das entsprechende Gebot nicht mehr vorhanden ist und somit die Spreadunterseite auf das „normale Niveau“ zurückspringt.

Annahme 9.11: Unterbieten

Die o.g. Annahmen gelten umgekehrt auch für die Übergangswahrscheinlich ab den Zuständen 4 und 5.

⁵⁸¹ Niederhoffer/Osborne (1966b), S. 914

(2b) Übergangsmatrix

Diese Annahmen führen zu folgender Übergangsmatrix:

$$\Pi_{\dot{U}} = (\pi_{ij})_{i,j \in \mathcal{L}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 - a_1 - a_2 - a_3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - a_1 - a_2 - a_3 & 0 \end{pmatrix}$$

Oder in grafischer Darstellung:

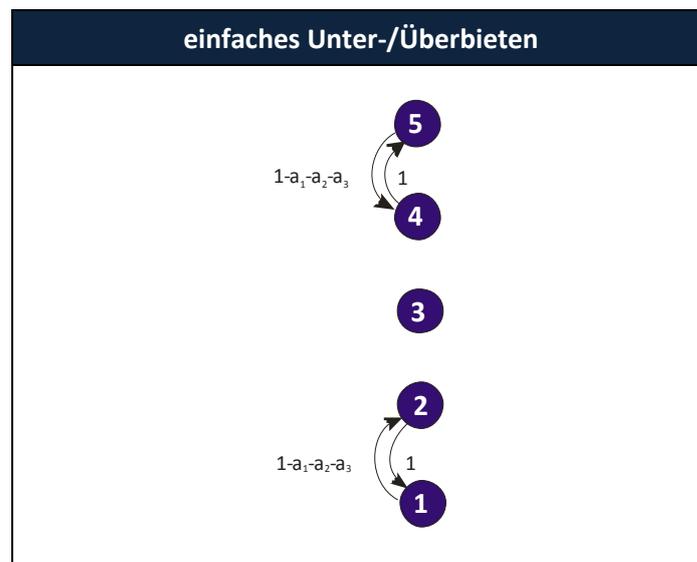


Abb. 9.17: Zustandsübergänge Unter-/Überbieten

Die kombinierte Übergangsmatrix beider Effekte (Modell 1 und einfacher Unter-/Überbietmechanismus) ergibt sich dann als:

$$\Pi = \Pi_R + \Pi_{\dot{U}} = (\pi_{ij})_{i,j \in \mathcal{L}} = \begin{pmatrix} a_1 & 1 - a_1 - a_2 - a_3 & a_3 & 0 & a_2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & 0 & a_5 & 0 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_2 & 0 & a_3 & 1 - a_1 - a_2 - a_3 & a_1 \end{pmatrix}$$

Oder grafisch:

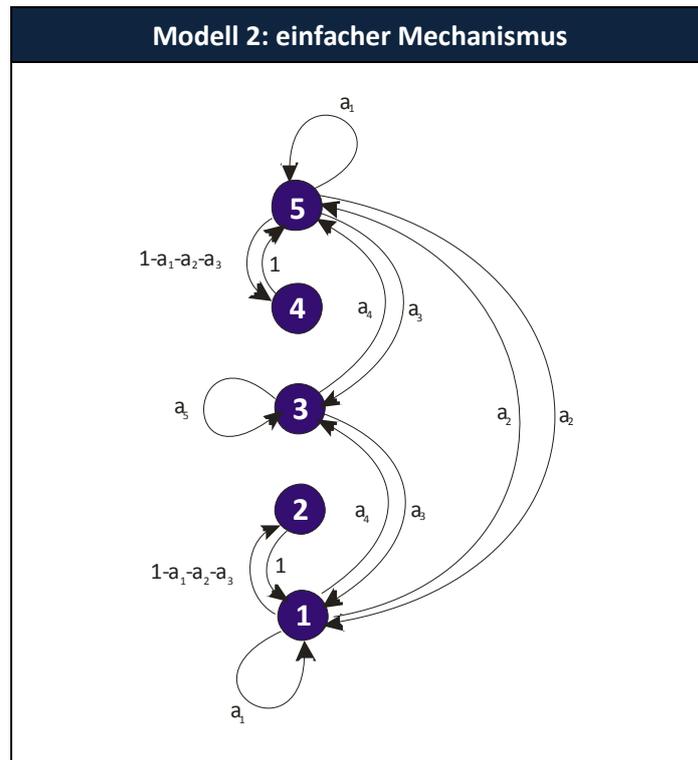


Abb. 9.18: Zustandsübergänge Modell 2 gesamt

Hier wird deutlich, dass zwar jeder Zustand von jedem anderen erreicht werden kann, dies allerdings für die Zustände 2 und 4 nicht direkt möglich ist. Das Erreichen dieser Zustände ist nur über einen der Attraktionszustände möglich.

(2c) stationäre Verteilung

Erreichbarkeit von Zuständen

Ein Zustand j heißt vom Zustand i aus erreichbar ($i \rightarrow j$), falls ein $n \in \mathbb{N}$ existiert mit $\pi_{ij}^{(n)} > 0$ für $i \neq j$ ⁵⁸² und $i, j \in \mathcal{L}$. Die Zustände i und j heißen gegenseitig erreichbar oder verbunden ($i \leftrightarrow j$), falls ein $n, m \in \mathbb{N}$ existiert, so dass $\pi_{ij}^{(n)} > 0$ und $\pi_{ji}^{(m)} > 0$.⁵⁸³

Jede disjunkte Teilmenge einer Zerlegung des Zustandsraumes, in der jeder Zustand von jedem anderen Zustand aus erreichbar ist, heißt Klasse. Eine Markov-Kette, die nur eine Klasse besitzt, heißt irreduzibel⁵⁸⁴. Eine Menge M von Zuständen heißt irreduzibel, falls $\exists n \in \mathbb{N}$, so dass $\pi_{ij}^{(n)} > 0; \forall i, j \in M$.

Aus Abb. 9.18: *Zustandsübergänge Modell 2 gesamt* geht hervor, dass alle betrachteten Zustände gegenseitig erreichbar sind und die Markov-Kette somit genau eine Klasse bildet und irreduzibel ist.

⁵⁸² $\pi_{ij}^{(n)}$ ist die n -stufige Übergangswahrscheinlich von Zustand i in Zustand j und Element der Matrix Π^n , Heller et al. (1978), S. 24

⁵⁸³ Heller et al. (1978), S. 35; Waldmann/Stocker (2004), S. 24

⁵⁸⁴ Waldmann/Stocker (2004), S. 25

Die Zufallsvariable $T_j = \inf\{n \in \mathbb{N} | P_n = j\}$ ist die Ersteintrittszeit in den Zustand j und bezeichnet den Zeitpunkt n , zu dem j erstmals angenommen wird.⁵⁸⁵

$f_{ij} := \text{Prob}_i(T_j < \infty) = 1 - \lim_{t \rightarrow \infty} \text{Prob}_i(T_j > t)$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Markov-Kette ausgehend vom Zustand i den Zustand j in endlicher Zeit erreicht wird⁵⁸⁶. f_{ii} ist dann die Rückkehrwahrscheinlichkeit von Zustand i .

Ein Zustand i heißt rekurrent, wenn $\text{Prob}_i(P_n = i \text{ für unendlich viele } n) = 1$ (bzw. $f_{ii} = 1$) und transient, wenn $\text{Prob}_i(P_n = i \text{ für unendlich viele } n) = 0$ (bzw. $f_{ii} < 1$). Rekurrente Zustände treten also unendlich häufig im Zeitverlauf auf bzw. es gilt $\text{Prob}_i(T_i < \infty) = 1$, während transiente Zustände nur endlich häufig erreicht werden bzw. es gilt $\text{Prob}_i(T_i < \infty) < 1$.⁵⁸⁷ Alle Zustände im oben dargestellten Modell 2 sind rekurrent.

Für rekurrente Zustände kann eine weitere Unterscheidung erfolgen: $\mu_{ij} = E_i(T_j)$ ist die mittlere Ersteintrittszeit in den Zustand j , sofern dieser Zeitpunkt existiert, also gilt $\text{Prob}_i(T_j < \infty) = 1$. μ_{ii} ist die mittlere Rückkehrzeit in Zustand i . Ein positiver Zustand i heißt positiv-rekurrent, falls $\mu_{ii} < \infty$ und null-rekurrent, falls $\mu_{ii} = \infty$.⁵⁸⁸

Stationäre Verteilung

Es gilt dann des Weiteren⁵⁸⁹:

Sei $\{P_t | t \in T\}$ eine irreduzible Markov-Kette mit endlichem Zustandsraum. Dann existiert eine stationäre Verteilung; sie ist eindeutig und es gilt $\pi_i = \frac{1}{\mu_{ii}} > 0$ für alle $i \in \mathcal{L}$.

Da $\{P_t | t \in T\}$ offensichtlich irreduzibel ist, kann von der Existenz einer stationären Verteilung ausgegangen werden. Auf eine Berechnung über die mittleren Rückkehrzeiten wird verzichtet.

Die Berechnung der stationären Verteilung zu obiger Übergangsmatrix ergibt sich aus:

$$\begin{aligned}
 & (\pi_1 \quad \pi_2 \quad \pi_3 \quad \pi_4 \quad \pi_5) \cdot \begin{pmatrix} a_1 & 1 - a_1 - a_2 - a_3 & a_3 & 0 & a_2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & 0 & a_5 & 0 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_2 & 0 & a_3 & 1 - a_1 - a_2 - a_3 & a_1 \end{pmatrix} \\
 & = (\pi_1 \quad \pi_2 \quad \pi_3 \quad \pi_4 \quad \pi_5) \\
 & \quad \text{mit } \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 = 1.
 \end{aligned}$$

Also

$$\begin{aligned}
 \text{(i)} \quad & (a_1 - 1) \cdot \pi_1 + \pi_2 + a_4 \cdot \pi_3 + a_2 \cdot \pi_5 = 0 \\
 \text{(ii)} \quad & (1 - a_1 - a_2 - a_3) \cdot \pi_1 - \pi_2 = 0 \\
 \text{(iii)} \quad & a_3 \cdot \pi_1 + (a_5 - 1) \cdot \pi_3 + a_3 \cdot \pi_5 = 0 \\
 \text{(iv)} \quad & -\pi_4 + (1 - a_1 - a_2 - a_3) \cdot \pi_5 = 0
 \end{aligned}$$

⁵⁸⁵ Waldmann/Stocker (2004), S. 26

⁵⁸⁶ Waldmann/Stocker (2004), S. 26

⁵⁸⁷ Waldmann/Stocker (2004), S. 25, S. 28

⁵⁸⁸ Waldmann/Stocker (2004), S. 32

⁵⁸⁹ Waldmann/Stocker (2004), S. 36; Heller et al. (1978), S. 72

$$(v) \quad a_2 \cdot \pi_1 + a_4 \cdot \pi_3 + \pi_4 + (a_1 - 1) \cdot \pi_5 = 0$$

es folgt also

$$(i'): \quad \pi_2 = -((a_1 - 1) \cdot \pi_1 + a_4 \cdot \pi_3 + a_2 \cdot \pi_5)$$

$$(ii'): \quad \pi_2 = (1 - a_1 - a_2 - a_3) \cdot \pi_1$$

$$(iii'): \quad \pi_3 = -\frac{1}{(a_5 - 1)} \cdot (a_3 \cdot \pi_1 + a_3 \cdot \pi_5), \quad 0 < a_5 < 1$$

$$(iv'): \quad \pi_4 = (1 - a_1 - a_2 - a_3) \cdot \pi_5$$

$$(v'): \quad \pi_4 = -(a_2 \cdot \pi_1 + a_4 \cdot \pi_3 + (a_1 - 1) \cdot \pi_5)$$

und somit

$$(vi): (i') = (ii'):$$

$$-((a_1 - 1) \cdot \pi_1 + a_4 \cdot \pi_3 + a_2 \cdot \pi_5) = (1 - a_1 - a_2 - a_3) \cdot \pi_1$$

$$\Leftrightarrow -a_4 \cdot \pi_3 - a_2 \cdot \pi_5 = -a_2 \cdot \pi_1 - a_3 \cdot \pi_1$$

$$\Leftrightarrow \pi_3 = -\frac{1}{a_4} \cdot ((-a_2 - a_3) \cdot \pi_1 + a_2 \cdot \pi_5) = \frac{a_2 + a_3}{a_4} \cdot \pi_1 - \frac{a_2}{a_4} \cdot \pi_5, \quad 0 < a_4$$

$$(vii): (v') = (iv'):$$

$$-((a_1 - 1) \cdot \pi_5 + a_4 \cdot \pi_3 + a_2 \cdot \pi_1) = (1 - a_1 - a_2 - a_3) \cdot \pi_5$$

$$\Leftrightarrow -a_4 \cdot \pi_3 - a_2 \cdot \pi_1 = -a_2 \cdot \pi_5 - a_3 \cdot \pi_5$$

$$\Leftrightarrow \pi_3 = -\frac{1}{a_4} \cdot ((-a_2 - a_3) \cdot \pi_5 + a_2 \cdot \pi_1) = \frac{a_2 + a_3}{a_4} \cdot \pi_5 - \frac{a_2}{a_4} \cdot \pi_1$$

$$(viii): (vi) = (vii)$$

$$\frac{a_2 + a_3}{a_4} \cdot \pi_1 - \frac{a_2}{a_4} \cdot \pi_5 = \frac{a_2 + a_3}{a_4} \cdot \pi_5 - \frac{a_2}{a_4} \cdot \pi_1$$

$$\Leftrightarrow (2a_2 + a_3) \cdot \pi_1 = (2a_2 + a_3) \cdot \pi_5$$

$$\Leftrightarrow \pi_1 = \pi_5$$

Dies gilt unabhängig von der Größe von allen Übergangswahrscheinlichkeiten!

Daher folgt aus (ii) = (iv) und einsetzen von (viii), dass gelten muss

$$\pi_2 = \pi_4 = (1 - a_1 - a_2 - a_3) \cdot \pi_1$$

Da hier nunmehr angenommen wird, dass $a_i > 0$ ($\forall i$), ist $(1 - a_1 - a_2 - a_3) < 1$ und es muss dann gelten

$$\pi_2 = \pi_4 < \pi_1 = \pi_5$$

Also sind die Zustandswahrscheinlichkeiten am Spreadrand höher als die der Spreadviertel.

Außerdem gilt nach (iii') und (viii):

$$\pi_3 = -\frac{1}{a_5 - 1} \cdot (a_3 \cdot \pi_1 + a_3 \cdot \pi_5) = \frac{2a_3}{1 - a_5} \cdot \pi_1$$

Sofern nun $2a_3 < 1 - a_5$, ist $\pi_3 < \pi_1 = \pi_5$, andernfalls ist π_3 gleich oder größer als die „Randwahrscheinlichkeiten“.

Zusammenfassend ergibt sich also für die stationäre Verteilung:

$$\pi_2 = \pi_4 < \pi_1 = \pi_5 \text{ und } \pi_3 = \frac{2a_3}{1-a_5} \cdot \pi_1$$

(3) verallgemeinerter Mechanismus (Modell 3)

(3a) Annahmen

Die oben aufgeführten Annahmen im einfachen Über-/Unterbietmodell sollen im Folgenden verallgemeinert werden. Dies soll jeweils anhand der Spreadunterseite erläutert werden, gilt aber respektive auch für die Spreadoberseite in gleicher Weise:

Annahme 9.12: Sprünge zwischen Spreadrand und gegenüberliegendem Unter-/Überbietzustand

Über- und Unterbieten kann auf beiden Spreadseiten stattfinden. Der zugehörige Ordereingang erfolgt kontinuierlich.

Daher soll nunmehr die obige Annahme 9.9: *keine Sprünge zwischen Unter- und Überbietzustand* fallengelassen werden. Ein Sprung von der Spreadunterseite (Zustand 1) zum Unterbiet-Zustand 4 an der Spreadoberseite soll möglich sein und zwar mit gleicher Wahrscheinlichkeit wie zum Überbiet-Zustand 1 an der Spreadunterseite, da davon ausgegangen wird, dass das Unter- und das Überbieten jeweils gleich wahrscheinlich sind.

Annahme 9.13: Wiederholung von Unter-/Überbietzuständen

Desweiteren soll Annahme III. fallengelassen werden. Es soll nunmehr möglich sein, dass eine Transaktion im Verfeinerungszustand mehrmals hintereinander auftritt. Dies ist in folgenden Fällen möglich:

- Es wird etwa an der Spreadunterseite überboten. Danach findet ein Trade im Zustand 2 statt. Der zunächst aktuelle Spread springt an der Unterseite auf Zustand 1 zurück. Es wird jedoch sofort wieder überboten und der nächste Trade findet wieder in Zustand 2 statt. Oder:
- Es wird etwa an der Spreadunterseite überboten. Ein weiterer Teilnehmer bietet auf Zustand 2 und die Order wird aufgrund der Orderbuchprioritäten an 2. Stelle zum gleichen Preis eingestellt. Danach wird die beste Order gematcht. Die Spreadunterseite verbleibt aber aufgrund des zuvor zweitbesten Gebotes in Zustand 2. Der nächste Trade findet wiederum in Zustand 2 statt.

Aufgrund dieser möglichen Konstellation wird a_6 als weiterer Parameter zur Beschreibung der Übergangswahrscheinlichkeiten eingeführt:

Parameter	Interpretation
a_6	Wahrscheinlichkeit für den Rücksprung von Zustand 2 in den Zustand 1 bzw. von Zustand 4 in Zustand 5.

Tab. 9.16: Interpretation des Zusatzparameters im erweiterten Alternativenmodell

Folglich beträgt die Rückkehrwahrscheinlichkeit von Zustand 2 nach Zustand 1 bzw. von Zustand 4 nach Zustand 5: $1 - a_6$.

Annahme 9.14: Sprung von der Spreadmitte zu Unter-/Überbietzuständen

Da der Überbietzustand 2 letzten Endes den Attraktionszustand 1 mit repräsentiert, soll es möglich sein, von der Spreadmitte in den Überbietzustand zu wechseln. Dies ist immer dann der Fall, wenn der Attraktionszustand nicht zur Verfügung steht, weil er überboten wurde.

Annahme 9.15: keine Sprünge von Unter-/Überbietzuständen zur Spreadmitte und untereinander

Es ist prinzipiell auch denkbar, Zustandsübergänge von den Unter-/ Überbietzuständen zur Spreadmitte, untereinander oder zur gegenüberliegenden Spreadseite zuzulassen. Dieses wird unter realen Bedingungen auch nicht ausschließbar sein.

Im Folgenden werden diese Möglichkeiten jedoch nicht zugelassen, da sie von untergeordneter Bedeutung für den prinzipiellen Mechanismus sind und die Berücksichtigung den Mechanismus zu komplex gestalten würde. Intuitiv lässt sich dies dadurch begründen, dass das System nach dem Überbieten zunächst zur Spreadunterseite zurückkehren muss, bevor es zu einer Preiserhöhung kommen kann. Das Überbieten wird schließlich durchgeführt, um einen Trade auf der Spreadunterseite zu induzieren. Ist dies nicht erreichbar, kann davon ausgegangen werden, dass das „Verhandlungsangebot“ zurückgenommen wird.

Ferner müsste in diesem Fall besser von einem gebotsorientierten Ansatz und nicht von einem tradeorientierten Ansatz ausgegangen werden.

(3b) Übergangsmatrix

Die zusätzlichen Annahmen führen nunmehr zu folgender Übergangsmatrix für das Über-/Unterbieten:

$$\Pi_{\dot{U}} = (\pi_{ij})_{i,j \in \mathcal{L}} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3) & 0 & \frac{1}{2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3) & 0 \\ 1 - a_6 & a_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \cdot (1 - a_5 - 2a_4) & 0 & \frac{1}{2} \cdot (1 - a_5 - 2a_4) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_6 & 1 - a_6 \\ 0 & \frac{1}{2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3) & 0 & \frac{1}{2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3) & 0 \end{pmatrix}$$

oder grafisch:

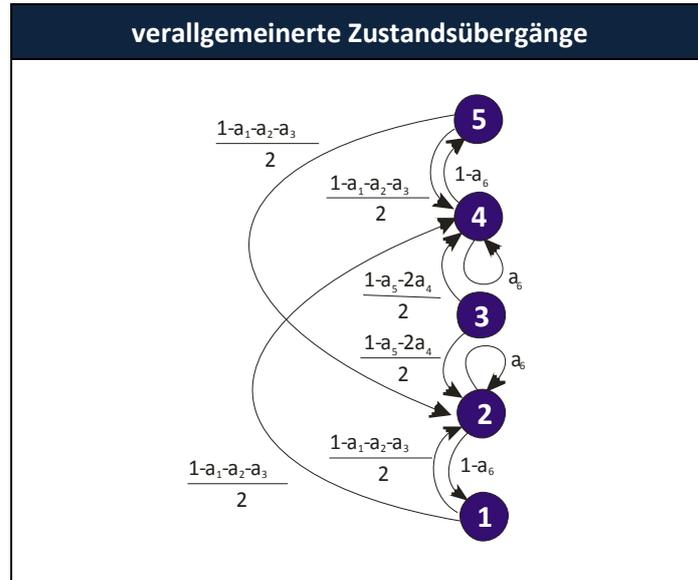


Abb. 9.19: zusätzliche Zustandsübergänge verallgemeinerter Mechanismus

Die kombinierte Übergangsmatrix für beide Effekte (modifiziertes Roll-Modell aus Abb. 9.16 und Über-/Unterbietmechanismus mit verallgemeinerten Zustandsübergängen aus Abb. 9.19) gestaltet sich dann wie folgt:

$$\Pi = \Pi_R + \Pi_{\check{U}} = (\pi_{ij})_{i,j \in \mathcal{L}} = \begin{pmatrix} a_1 & \frac{1}{2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3) & a_3 & \frac{1}{2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3) & a_2 \\ 1 - a_6 & a_6 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & \frac{1}{2} \cdot (1 - a_5 - 2a_4) & a_5 & \frac{1}{2} \cdot (1 - a_5 - 2a_4) & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & a_6 & 1 - a_6 \\ a_2 & \frac{1}{2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3) & a_3 & \frac{1}{2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3) & a_1 \end{pmatrix}$$

bzw. in grafischer Darstellung als:

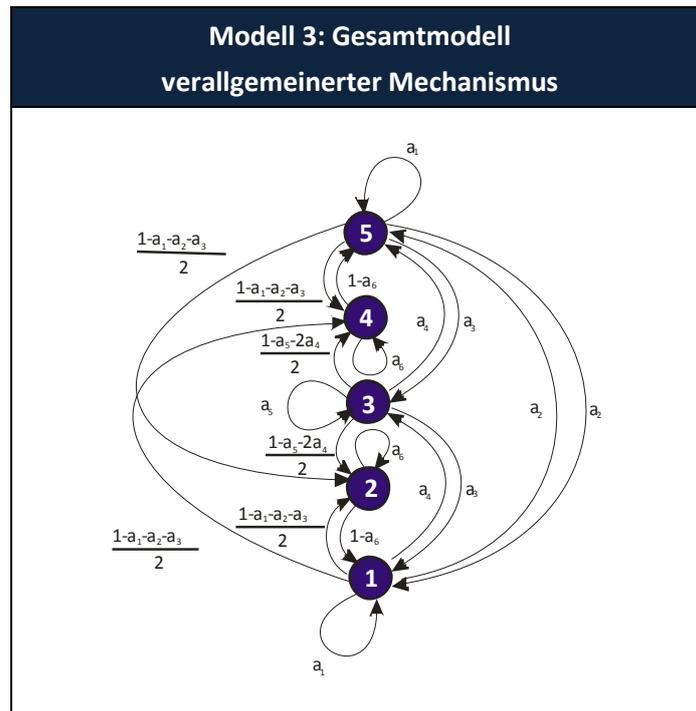


Abb. 9.20: Zustandsübergänge verallgemeinerter Mechanismus

Wiederum ist jeder Zustand von jedem anderen aus erreichbar, jedoch nicht immer direkt. Die Über-/Unterbiezustände sind nur von den Attraktionszuständen und von der Spreadmitte aus erreichbar.

(3c) stationäre Verteilung

Somit ergibt sich bei obiger Übergangsmatrix für die Berechnung der stationären Verteilung:

$$(\pi_1 \quad \pi_2 \quad \pi_3 \quad \pi_4 \quad \pi_5) \cdot \begin{pmatrix} a_1 & \frac{1}{2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3) & a_3 & \frac{1}{2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3) & a_2 \\ 1 - a_6 & a_6 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & \frac{1}{2} \cdot (1 - a_5 - 2a_4) & a_5 & \frac{1}{2} \cdot (1 - a_5 - 2a_4) & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & a_6 & 1 - a_6 \\ a_2 & \frac{1}{2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3) & a_3 & \frac{1}{2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3) & a_1 \end{pmatrix} \\
 = (\pi_1 \quad \pi_2 \quad \pi_3 \quad \pi_4 \quad \pi_5)$$

mit $\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 = 1$.

also

- (i) $(a_1 - 1) \cdot \pi_1 + (1 - a_6) \cdot \pi_2 + a_4 \cdot \pi_3 + a_2 \cdot \pi_5 = 0$
- (ii) $\frac{1}{2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3) \cdot \pi_1 + (a_6 - 1) \cdot \pi_2 + \frac{1}{2} \cdot (1 - a_5 - 2a_4) \cdot \pi_3 + \frac{1}{2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3) \cdot \pi_5 = 0$
- (iii) $a_3 \cdot \pi_1 + (a_5 - 1) \cdot \pi_3 + a_3 \cdot \pi_5 = 0$

$$(iv) \quad \frac{1}{2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3) \cdot \pi_1 + \frac{1}{2} \cdot (1 - a_5 - 2a_4) \cdot \pi_3 + (a_6 - 1) \cdot \pi_4 + \frac{1}{2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3) \cdot \pi_5 = 0$$

$$(v) \quad a_2 \cdot \pi_1 + a_4 \cdot \pi_3 + (1 - a_6) \cdot \pi_4 + (a_1 - 1) \cdot \pi_5 = 0$$

es folgt:

$$(i') \quad \pi_2 = -\frac{1}{1-a_6} \left((a_1 - 1) \cdot \pi_1 + a_4 \cdot \pi_3 + a_2 \cdot \pi_5 \right), \quad 0 < a_6 < 1$$

$$(ii') \quad \pi_2 = -\frac{1}{2a_6-2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3) \cdot \pi_1 - \frac{1}{2a_6-2} \cdot (1 - a_5 - 2a_4) \cdot \pi_3 - \frac{1}{2a_6-2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3) \cdot \pi_5$$

$$(iii') \quad \pi_3 = \frac{1}{a_5-1} \cdot (-a_3 \cdot \pi_1 - a_3 \cdot \pi_5), \quad a_5 \neq 1$$

$$(iv') \quad \pi_4 = -\frac{1}{2a_6-2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3) \cdot \pi_1 - \frac{1}{2a_6-2} \cdot (1 - a_5 - 2a_4) \cdot \pi_3 - \frac{1}{2a_6-2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3) \cdot \pi_5$$

$$(v') \quad \pi_4 = -\frac{1}{1-a_6} \cdot \left((a_1 - 1) \cdot \pi_5 + a_4 \cdot \pi_3 + a_2 \cdot \pi_1 \right)$$

aus (ii') und (iv') folgt unmittelbar:

$$(vi) \quad \pi_2 = \pi_4$$

wenn aber nun $\pi_2 = \pi_4$ ist, muss auch gelten (i') = (v'), also

$$(vii) \quad -\frac{1}{1-a_6} \left((a_1 - 1) \cdot \pi_1 + a_4 \cdot \pi_3 + a_2 \cdot \pi_5 \right) = -\frac{1}{1-a_6} \cdot \left((a_1 - 1) \cdot \pi_5 + a_4 \cdot \pi_3 + a_2 \cdot \pi_1 \right)$$

$$\Leftrightarrow (a_1 - 1) \cdot \pi_1 + a_4 \cdot \pi_3 + a_2 \cdot \pi_5 = (a_1 - 1) \cdot \pi_5 + a_4 \cdot \pi_3 + a_2 \cdot \pi_1$$

$$\Leftrightarrow (a_1 - a_2 - 1) \cdot \pi_1 = (a_1 - a_2 - 1) \cdot \pi_5, \quad a_1 - a_2 \neq -1$$

$$\Leftrightarrow \pi_1 = \pi_5$$

Dies gilt ebenfalls unabhängig von der Größe von allen Übergangswahrscheinlichkeiten.

Außerdem gilt nach (iii') und wegen $\pi_1 = \pi_5$:

$$(viii) \quad \pi_3 = \frac{1}{a_5-1} \cdot (-a_3 \cdot \pi_1 - a_3 \cdot \pi_5) = \frac{2a_3}{1-a_5} \cdot \pi_1$$

Dies ist dieselbe Bedingung wie beim einfachen Mechanismus.

Um nun zu eine Aussage über die Beziehung zwischen den Randwahrscheinlichkeiten $\pi_1 = \pi_5$ und den Wahrscheinlichkeiten der Zwischenzustände $\pi_2 = \pi_4$ zu gelangen, kann man etwa in $\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 = 1$ (vi), (vii) und (viii) einsetzen:

$$(ix) \quad \pi_1 + \pi_2 + \frac{2a_3}{1-a_5} \cdot \pi_1 + \pi_2 + \pi_1 = 1$$

$$\Leftrightarrow 2\pi_2 = 1 - \left(2 + \frac{2a_3}{1-a_5} \right) \cdot \pi_1$$

$$\Leftrightarrow \pi_2 = \frac{1}{2} - \left(1 + \frac{a_3}{1-a_5} \right) \cdot \pi_1$$

Auf eine tiefere Analyse der Beziehung zwischen $\pi_1 = \pi_5$ und $\pi_2 = \pi_4$ wird an dieser Stelle verzichtet.

Folglich ist festzustellen, dass das Einfügen der weiteren Übergangswahrscheinlichkeiten im verallgemeinerten Mechanismus keine wesentlichen Auswirkungen auf die stationäre Verteilung hat: Die Wahrscheinlichkeiten für die Zustände in der stationären Verteilung für Spreadober- und unterseite

sowie für Unter- und Überbietzustand bleiben jeweils gleich. Die Bedingungen für erhöhte Wahrscheinlichkeiten für die Spreadränder gestalten sich jedoch etwas komplizierter.

9.6 Empirische Ergebnisse

9.6.1 Vorgehensweise

Das oben dargestellte ISP-Modell soll anhand der IBIS-Daten qualitativ empirisch überprüft werden:

- Dazu werden die Parameter a_1 bis a_6 , die für die Bestimmung der Übergangswahrscheinlichkeiten der Übergangsmatrix Π erforderlich sind, aus den Preisdaten geschätzt.
- Mit Hilfe der Parameter wird die Übergangsmatrix berechnet.
- Für die Übergangsmatrix wird bestimmt, nach welchem Zeitraum sich eine stabile Verteilung der Preise ergeben würde.
- Diese theoretische Preisverteilung wird mit der empirisch ermittelten Preisverteilung qualitativ verglichen.

9.6.2 Daten

Das ISP-Modell basiert im verallgemeinerten Ansatz auf den Zuständen 1 bis 5 gemäß Kapitel 9.5.2. Diese Zustände sollen bestimmten Preisen an realen Börsen entsprechen. Die für das Modell erforderlichen Preise sind aktienindividuell zu bestimmen und abhängig von der Genauigkeit der Preissetzung der Aktie. Die relevanten Preise müssen dann durch eine angemessene Abbildung auf die fünf Zustände des Modells abgebildet werden, um Aussagen über die Validität des ISP-Modells treffen zu können.

(a) Datenauswahl

Für die Analyse wurden als Basisdaten Transaktionsdaten aus dem IBIS-Datensatz für Zeitintervalle mit einer Länge von 1 min betrachtet. Als Preisrepräsentant am Ende des jeweiligen Intervalls wurde der letzte Transaktionspreis vor dem Intervall-Ende gewählt. Sofern im Intervall keine Transaktion stattfand, wurde der letzte gültige Preis – also der Preis bei der letzten Transaktion – vor dem entsprechenden Intervall gewählt. Dieser Preis kann ggf. mehrere Intervalle zurückliegen. Die Spreadmitte am Intervall-Ende bietet zwar prinzipiell ein exaktes, weil zeitnäheres Maß für den Preis am Intervall-Ende, gibt jedoch aufgrund der Durchschnittsbildung zwischen dem besten Bid und dem besten Ask nicht zwingend einen real möglichen Preis wieder.

(b) Abbildung der Preise auf die ISP-Zustände

Für die im Folgenden betrachteten Aktien von Volkswagen (VOW), Siemens (SIE), Deutsche Bank (DBK) und Daimler (DAI) aus dem IBIS-Datensatz beträgt die Genauigkeit der Preissetzung jeweils 20 Pf⁵⁹⁰. Der wahrgenommene Spread lässt sich mangels eines direkten Maßes nicht exakt bestimmen, aus der Preisentwicklung und der Preisgenauigkeit ergibt sich jedoch eine etwaige Breite des wahrgenommenen Spreads für alle vier Aktien von 50 Pf.

Bei einer Spreadblockbreite von 50 Pf ergeben sich bezogen auf die Endziffern der Preise jeweils 2 Spreadblockintervalle, nämlich für die Preise [0 Pf, 50 Pf] der „Endziffern-Spreadblock A“ [0, 5] und für die Preise [50 Pf, 100 Pf] der „Spreadblock B“ [5, 0], wobei 0 Pf und 100 Pf jeweils die gleiche Endziffer 0 repräsentieren.

⁵⁹⁰ siehe auch Kapitel 5.3

Die Abbildung der Preise auf die ISP-Zustände erfolgt in 2 Schritten:

Schritt 1: Zuordnung der Preise eines Spreadblocks zu „Zwischen-Zuständen“

Im Spreadblock A (*Spreadblock B*) sind insgesamt jeweils sechs Endziffern ($\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ bzw. $\{5, 6, 7, 8, 9, 0\}$) enthalten, die auf die fünf oben genannten Zustände ($\{1^*, 2^*, 3^*, 4^*, 5^*\}$) verteilt werden:

- Für die Spreadränder wird jeweils die Endziffer 0 auf den Zwischen-Zustand 1^* und die Endziffer 5 auf den Zwischen-Zustand 5^* abgebildet.
- Die Endziffern 2 und 3 (*7 und 8*) werden als Spreadmitte angesehen und folglich beide auf den Zwischenzustand 3^* abgebildet.
- Die Endziffer 4 (*9*) wird als Unterbietung der Endziffer 5 (*0*) auf den Zwischenzustand 4^* und die Endziffer 1 (*6*) als Überbietung von Endziffer 0 (*5*) auf den Zwischenzustand 2^* abgebildet.

Schritt 2: Durchschnittsbildung

Die Verteilung der Endziffern in den empirischen Daten ist jedoch nicht symmetrisch. So ist etwa die Endziffer 0 bei allen Aktien wesentlich häufiger als die Endziffer 5. Diese Asymmetrie ist dadurch begründbar, dass nicht alle Marktteilnehmer mit der gleichen Genauigkeit Preise setzen. Um diesen realen Effekt dem vereinfachten ISP-Modell, in dem von einer Preissetzung aller Teilnehmer mit der gleichen Genauigkeit ausgegangen wird, anzupassen, wird für die Endzustände 1 und 5 (*2 und 4*) jeweils der Mittelwert der Zwischenzustände 1^* und 5^* (*2* und 4**) gewählt.

Die Abbildung kann insgesamt grafisch wie folgt dargestellt werden:

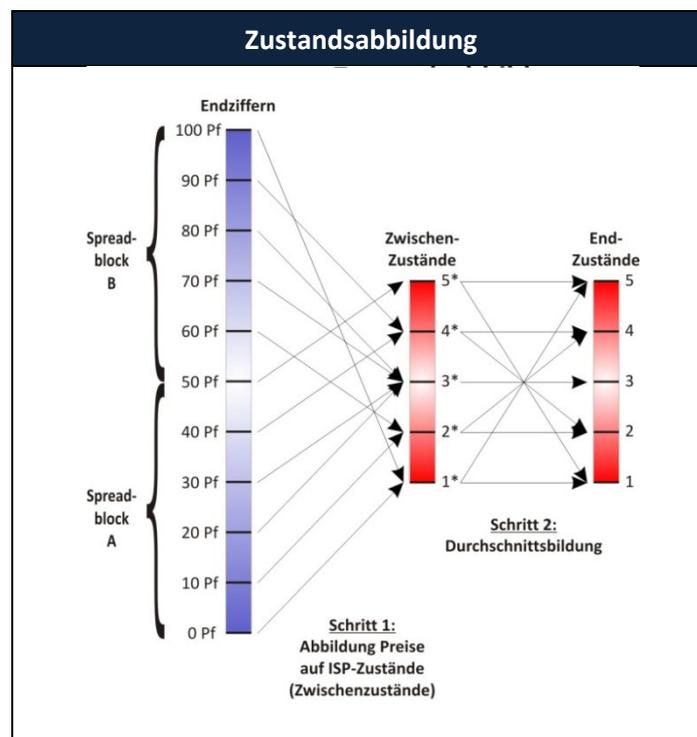


Abb. 9.21 Zustandsabbildung ISP

9.6.3 Ergebnisse

9.6.3.1 Übergangsmatrizen (Modell 3)

(a) Bestimmung der empirischen Übergangsmatrizen

Bei der Bestimmung der Übergangsmatrizen erfolgte die Abbildung auf die ISP-Zustände prinzipiell ebenfalls nach dem oben dargestellten Schema am Beispiel Deutsche Bank (DBK) in folgenden Schritten:

1. Bestimmung der absoluten Häufigkeiten der Übergänge zwischen den Endziffern der Preise der Minutenintervalle

Endziffer	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe	
0	7.163	74	105	125	97	747	103	106	144	54	8.718	
1	139	447	9	2	7	59	9	9	7	3	691	
2	133	31	615	19	15	59	4	14	8	7	905	
3	105	16	16	621	22	61	11	10	18	14	894	
4	75	8	13	7	409	82	5	4	7	11	621	
5	699	87	101	90	43	5.148	52	73	110	77	6.480	
6	89	7	9	6	4	76	495	9	12	7	714	
7	82	3	14	9	9	85	15	540	22	11	790	
8	129	11	14	9	9	110	16	18	733	22	1.071	
9	104	7	9	6	6	53	4	7	10	330	536	
											21.147	21.420

Tab. 9.17: absolute Endziffern-Häufigkeiten

2. Abbildung Endziffern auf ISP-Zustände Schritt 1

Bei der Abbildung bleiben Übergänge in Bereiche außerhalb des aktuellen Spreadblocks unberücksichtigt⁵⁹¹. Es werden nur die unterlegten Felder aus Abb. 9.17 einbezogen.

Endziffern	1	2	3	4	5	Summe
1	7.163	126	413	174	747	8.623
2	215	942	32	14	148	1.351
3	433	78	2.584	70	331	3.496
4	128	12	37	739	186	1.102
5	699	190	441	97	5.148	6.575
						21.147

Tab. 9.18: Abbildung Endziffern auf ISP-Zustände

3. Bestimmung der empirischen einschrittigen Übergangsmatrix (ohne Schritt 2 der Abbildung)

$\Pi^* := (\pi_{ij}^*)_{i,j \in \mathcal{L}}$ mit $\pi_{ij}^* \geq 0, \forall i, j$ und $\sum_j \pi_{ij}^* = 1, \forall i$ (Zeilensumme = 1).

Π^*	1	2	3	4	5
1	83,1%	1,5%	4,8%	2,0%	8,7%
2	15,9%	69,7%	2,4%	1,0%	11,0%
3	12,4%	2,2%	73,9%	2,0%	9,5%
4	11,6%	1,1%	3,4%	67,1%	16,9%
5	10,6%	2,9%	6,7%	1,5%	78,3%

Tab. 9.19: Übergangsmatrix

⁵⁹¹ Es bleiben somit lediglich 1,3% der Daten unberücksichtigt.

4. Schätzung der Modellparameter mit Hilfe von Π^* und Bestimmung der Übergangsmatrix unter Berücksichtigung von Schritt 2

Die gesuchte Übergangsmatrix ist

Π	1	2	3	4	5
1	a_1	$\frac{1}{2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3)$	a_3	$\frac{1}{2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3)$	a_2
2	$1 - a_6$	a_6	0	0	0
3	a_4	$\frac{1}{2} \cdot (1 - a_5 - 2a_4)$	a_5	$\frac{1}{2} \cdot (1 - a_5 - 2a_4)$	a_4
4	0	0	0	a_6	$1 - a_6$
5	a_2	$\frac{1}{2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3)$	a_3	$\frac{1}{2} \cdot (1 - a_1 - a_2 - a_3)$	a_1

Tab. 9.20: Übergangsmatrix Modellparameter

Die Parameter werden in Anlehnung an Schritt 2 der Abbildung der Endziffern auf die (End-) Zustände wie folgt bestimmt:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{1}{2} \cdot (\pi_{11}^* + \pi_{55}^*) \\
 a_2 &= \frac{1}{2} \cdot (\pi_{15}^* + \pi_{51}^*) \\
 a_3 &= \frac{1}{2} \cdot (\pi_{13}^* + \pi_{53}^*) \\
 a_4 &= \frac{1}{2} \cdot (\pi_{31}^* + \pi_{35}^*) \\
 a_5 &= \pi_{33}^* \\
 a_6 &= \frac{1}{2} \cdot (\pi_{22}^* + \pi_{44}^*)
 \end{aligned}$$

Dann ergibt sich für die Übergangsmatrix Π letztlich:

Π	1	2	3	4	5
1	80,7%	2,0%	5,7%	2,0%	9,6%
2	31,6%	68,4%	0,0%	0,0%	0,0%
3	10,9%	2,1%	73,9%	2,1%	10,9%
4	0,0%	0,0%	0,0%	68,4%	31,6%
5	9,6%	2,0%	5,7%	2,0%	80,7%

Tab. 9.21: Übergangsmatrix Π

(b) Bestimmung der theoretischen Wahrscheinlichkeiten der stationären Verteilung auf Basis der Übergangsmatrix

Es stellt sich zunächst die Frage, in wie weit die ermittelte Übergangsmatrix Π zumindest asymptotisch zu einer stationären Verteilung der Zustandswahrscheinlichkeiten π_j führt.

Annahme 9.16: Homogenität der Markov-Kette

Es wird hier angenommen, dass die Markov-Kette homogen sei, also gelte: $\pi_{ij}(t, t + 1)$ sei unabhängig vom Zeitpunkt t .

Für die Stationarität folgt dann gemäß dem Ergodentheorem für Markov-Ketten⁵⁹²:

⁵⁹² Beyer et al. (1988), S. 25

Es seien π_{ij} die Übergangswahrscheinlichkeiten einer homogenen Markovschen Kette mit einer endlichen Anzahl von Zuständen $i, j \in \mathbb{Z}$. Wenn ein $n_0 = s - r \in \mathbb{N}$ gibt⁵⁹³, so dass die Übergangswahrscheinlichkeiten $\pi_{ij}(n_0)$ mindestens für einen Zustand j die Bedingung $\min_i \pi_{ij}(n_0) = b$, $b > 0$, erfüllen, existieren Wahrscheinlichkeiten π_j , so dass $\lim_{n \rightarrow \infty} \pi_{ij}(n) = \pi_j$, $j \in \mathbb{Z}$ mit $\sum_j \pi_j = 1$ gilt.

Die Homogenität der Markov-Kette wird angenommen. Die Anzahl der betrachteten Zustände ist endlich, nämlich 5. Insofern sind die Voraussetzungen des Theorems gegeben.

Die Matrix $\Pi = \pi_{ij}(1)$ erfüllt die Bedingung des Ergodentheorems offensichtlich nicht, da für jeden Zustand j ein Zustand i mit einer Wahrscheinlichkeit von 0 vorhanden ist:

Π	1	2	3	4	5
1	80,7%	2,0%	5,7%	2,0%	9,6%
2	31,6%	68,4%	0,0%	0,0%	0,0%
3	10,9%	2,1%	73,9%	2,1%	10,9%
4	0,0%	0,0%	0,0%	68,4%	31,6%
5	9,6%	2,0%	5,7%	2,0%	80,7%

Tab. 9.22: Matrix Π

Betrachtet man jedoch $\Pi^2 = \pi_{ij}(2)$, so ergibt sich, dass für jeden Zustand j gilt: $\min_i \pi_{ij}(2) > 0$

Π^2	1	2	3	4	5
1	67,3%	3,2%	9,4%	3,2%	16,8%
2	47,1%	47,4%	1,8%	0,6%	3,0%
3	18,6%	3,4%	55,9%	3,4%	18,6%
4	3,0%	0,6%	1,8%	47,4%	47,1%
5	16,8%	3,2%	9,4%	3,2%	67,3%

Tab. 9.23: Matrix Π^2

Und somit $\lim_{n \rightarrow \infty} \pi_{ij}(n) = \pi_j$, $j \in \mathbb{Z}$ mit $\sum_j \pi_j = 1$ existieren muss. In der Tat findet man im Beispiel etwa ab $\Pi^{32} = \pi_{ij}(32)$, dass die Übergangswahrscheinlichkeiten offensichtlich unabhängig vom Zustand i sind und somit eine ergodische Verteilung $\pi_j = (0,364 \quad 0,056 \quad 0,160 \quad 0,056 \quad 0,364)$ existiert:

Π^{32}	1	2	3	4	5
1	36,4%	5,6%	16,0%	5,6%	36,4%
2	36,4%	5,6%	16,0%	5,6%	36,4%
3	36,4%	5,6%	16,0%	5,6%	36,4%
4	36,4%	5,6%	16,0%	5,6%	36,4%
5	36,4%	5,6%	16,0%	5,6%	36,4%

Tab. 9.24: Matrix Π^{32}

9.6.3.2 Zustandsverteilungen (Modell 3)

Zum Vergleich mit der ergodischen Verteilung werden die empirischen Zustandsverteilungen ermittelt:

1. Bestimmung der absoluten Häufigkeiten der Endziffern

Es wurden zunächst die absoluten Häufigkeiten der Endziffern für die Intervall-Längen (bzw. Spreadblockbreiten) von 1 min bis 32 min ermittelt: Dabei wurde mit der Betrachtung jeweils täglich ab Handelsbeginn angefangen. In einem ersten Schritt wurde die Intervall-Länge von 1 min analysiert, die Endziffer des Preises am Ende des jeweiligen Intervalls - also nach 1 min,

⁵⁹³ zur Notation siehe auch Kapitel 3.1.2.1

2 min, 3 min, ... - bestimmt und die absoluten Häufigkeiten pro Endziffer erfasst. Dieselbe Betrachtung wurde sodann für die weiteren Intervall-Längen bis 32 min jeweils ab Handelsanfang durchgeführt. Nicht vollständige Intervalle am Tagesende wurden aus der Analyse ausgeschlossen.

Da sich die ergodische Verteilung bei hinreichender Ergebnisgenauigkeit nach (spätestens) 32 min ergeben hat, wäre es prinzipiell hinreichend, die Verteilung der Endziffern nur für eine Intervall-Länge von 32 min zu bestimmen. Um jedoch einen Überblick über die Varianz des Ergebnisses in Abhängigkeit von der Intervall-Länge zu erhalten und um eine Durchschnittsbetrachtung vornehmen zu können, wurden auch die anderen Intervall-Längen in die Analyse einbezogen.

DBK Dauer in min	Endziffer										Summe
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	8.686	691	909	894	623	6.491	719	801	1.071	536	21.421
2	4.346	345	461	443	310	3.231	368	397	536	273	10.710
3	2.906	226	296	306	204	2.180	227	262	353	180	7.140
4	2.206	181	224	220	159	1.592	184	201	258	130	5.355
5	1.740	133	192	171	125	1.291	147	158	219	108	4.284
6	1.454	111	150	152	105	1.080	115	133	177	93	3.570
7	1.270	101	135	119	81	916	104	114	153	67	3.060
8	1.131	95	106	107	69	785	86	104	130	64	2.677
9	959	76	96	105	62	725	83	86	125	63	2.380
10	865	70	98	85	66	640	77	86	105	50	2.142
11	791	63	86	84	50	574	71	78	99	51	1.947
12	728	64	77	76	56	549	49	58	81	47	1.785
13	671	55	72	67	51	509	50	56	78	38	1.647
14	641	54	67	56	43	444	54	60	73	38	1.530
15	573	47	56	58	40	439	47	46	80	42	1.428
16	593	45	47	55	29	380	38	57	60	34	1.338
17	501	37	46	59	29	393	44	50	68	33	1.260
18	478	37	44	58	37	351	44	47	63	31	1.190
19	455	35	44	48	28	358	38	44	52	25	1.127
20	428	38	47	39	32	326	36	46	53	26	1.071
21	442	37	36	38	24	302	37	37	52	15	1.020
22	388	32	45	47	25	278	37	46	51	24	973
23	367	36	40	43	27	276	33	41	46	22	931
24	380	32	30	39	24	274	23	25	42	23	892
25	338	21	40	28	25	271	29	29	49	26	856
26	341	28	36	32	30	244	23	29	40	20	823
27	324	32	32	28	14	236	37	29	40	21	793
28	334	29	30	26	21	215	26	30	41	13	765
29	314	26	31	21	23	222	20	24	44	13	738
30	279	19	32	27	23	222	31	25	36	20	714
31	311	24	31	31	18	179	25	27	28	17	691
32	288	21	18	27	16	195	22	26	34	22	669

Tab. 9.25: absolute Häufigkeiten

2. Abbildung der Endziffern auf die ISP-Zustände (Schritt 1)

Nach Durchführung der Abbildung und Berechnung der relativen Anteile ergibt sich aus den absoluten Häufigkeiten aus Tab. 9.25:

DBK Dauer in min	Zustand				
	1	2	3	4	5
1	40,5%	6,6%	17,2%	5,4%	30,3%
2	40,6%	6,7%	17,2%	5,4%	30,2%
3	40,7%	6,3%	17,0%	5,4%	30,5%
4	41,2%	6,8%	16,9%	5,4%	29,7%
5	40,6%	6,5%	17,3%	5,4%	30,1%
6	40,7%	6,3%	17,1%	5,5%	30,3%

DBK Dauer in min	Zustand				
	1	2	3	4	5
7	41,5%	6,7%	17,0%	4,8%	29,9%
8	42,2%	6,8%	16,7%	5,0%	29,3%
9	40,3%	6,7%	17,3%	5,3%	30,5%
10	40,4%	6,9%	17,5%	5,4%	29,9%
11	40,6%	6,9%	17,8%	5,2%	29,5%
12	40,8%	6,3%	16,4%	5,8%	30,8%
13	40,7%	6,4%	16,6%	5,4%	30,9%
14	41,9%	7,1%	16,7%	5,3%	29,0%
15	40,1%	6,6%	16,8%	5,7%	30,7%
16	44,3%	6,2%	16,4%	4,7%	28,4%
17	39,8%	6,4%	17,7%	4,9%	31,2%
18	40,2%	6,8%	17,8%	5,7%	29,5%
19	40,4%	6,5%	16,7%	4,7%	31,8%
20	40,0%	6,9%	17,3%	5,4%	30,4%
21	43,3%	7,3%	16,0%	3,8%	29,6%
22	39,9%	7,1%	19,4%	5,0%	28,6%
23	39,4%	7,4%	18,3%	5,3%	29,6%
24	42,6%	6,2%	15,2%	5,3%	30,7%
25	39,5%	5,8%	17,1%	6,0%	31,7%
26	41,4%	6,2%	16,6%	6,1%	29,6%
27	40,9%	8,7%	16,3%	4,4%	29,8%
28	43,7%	7,2%	16,6%	4,4%	28,1%
29	42,5%	6,2%	16,3%	4,9%	30,1%
30	39,1%	7,0%	16,8%	6,0%	31,1%
31	45,0%	7,1%	16,9%	5,1%	25,9%
32	43,0%	6,4%	15,7%	5,7%	29,1%
avg	40,9%	6,6%	17,1%	5,3%	30,1%

Tab. 9.26: Abbildung Endziffern auf ISP-Zustände (I)

Es zeigt sich qualitativ, dass die Anteile für jeden Zustand etwa um das arithmetische Mittel (avg) über alle Intervall-Längen schwanken. Für die Intervall-Länge von 32 min ist etwa die relative Häufigkeit für Zustand 3 gegenüber dem Durchschnittswert (avg) relativ gering. Da außerdem keine eindeutige Tendenz in den Häufigkeiten mit zunehmender Intervall-Länge festzustellen ist, soll in den weiteren Analysen auch das arithmetische Mittel als Repräsentant für die Zustands-häufigkeiten verwandt werden.

3. Abbildung der Endziffern auf die ISP-Zustände (Schritt 2)

Ferner ist ersichtlich, dass die relative Häufigkeit für Zustand 1 deutlich größer als die für Zustand 5 und die relative Häufigkeit für Zustand 2 etwas größer als die für Zustand 4 ist. Deshalb wird der 2. Schritt der Abbildung der Endziffern auf die ISP-Zustände auf den 32 min- und den avg-Wert aus (2.) angewandt:

DBK Dauer in min	Zustand				
	1	2	3	4	5
32	36,1%	6,1%	15,7%	6,1%	36,1%
avg	35,5%	6,0%	17,1%	6,0%	35,5%

Tab. 9.27: Abbildung Endziffern auf ISP-Zustände (II)

9.6.3.3 Vergleich ISP-Modell vs. empirische Verteilungen

(1) Gesamtvergleich

Der Vergleich der empirischen Ergebnisse mit den Modellergebnissen zeigt für das Beispiel DBK unter Berücksichtigung aller Daten insgesamt qualitativ relativ geringe Abweichungen der empirischen Verteilung gegenüber der ISP-Verteilung⁵⁹⁴:

(a) Vergleich mit 32-min-Verteilung

DBK	Zustand				
	1	2	3	4	5
Empirische Verteilung 32 min	36,1%	6,1%	15,7%	6,1%	36,1%
ISP-Verteilung (Π^{32})	36,4%	5,6%	16,0%	5,6%	36,4%
Absolute Abweichung	-0,3%	0,5%	-0,3%	0,5%	-0,3%
Relative Abweichung	-0,8%	8,2%	-1,9%	8,2%	-0,8%

Tab. 9.28: Vergleich empirische 32-min-Verteilung vs. ISP

(b) Vergleich mit mittlerer Verteilung

DBK	Zustand				
	1	2	3	4	5
Empirische Verteilung avg	35,5%	6,0%	17,1%	6,0%	35,5%
ISP-Verteilung (Π^{32})	36,4%	5,6%	16,0%	5,6%	36,4%
Absolute Abweichung	-0,9%	0,4%	1,1 %	0,4%	-0,9%
Relative Abweichung	-2,5%	6,7%	6,4%	6,7%	-2,5%

Tab. 9.29: Vergleich mittlere empirische Verteilung vs. ISP

Zwischen der 32-min-Verteilung und der durchschnittlichen Verteilung ergeben sich leichte Unterschiede - insbesondere bzgl. der Wahrscheinlichkeiten von Zustand 3, die geringe mögliche Schwankungen in Abhängigkeit von der Datenauswahl aufzeigen. Insofern ergibt sich insgesamt eine qualitative Bestätigung des ISP-Modells bei der Berücksichtigung aller Daten des Datensatzes im Vergleich.

In Anhang 9.4 (a) – 9.4 (c) sind die entsprechend ähnlichen Ergebnisse für die Aktien von Daimler (DAI), Volkswagen (VOW) und Siemens (SIE) dargestellt. Die Abweichungen variieren z.T. zwischen 32-min-Verteilung und avg-Verteilung deutlicher, was auf eine deutliche Sensitivität des Ergebnisses bzgl. leichter Schwankungen hindeutet.

Für die 32-min- und avg-Verteilungen ist teilweise zu beobachten, dass die Wahrscheinlichkeiten für die Zustände 1 und 5 i.d.R. im ISP-Modell leicht überschätzt werden, während die Wahrscheinlichkeiten für die Zustände 2, 4 und insbesondere 3 leicht unterschätzt werden. Das heißt, dass im empirischen Ergebnis offensichtlich zumindest teilweise etwas feinere Preise gewählt werden, als es vom ISP-Modell vorhergesagt wird.

Da die empirischen Ergebnisse jedoch deutlich um die ISP-Verteilungen schwanken kann von einem geringfügigen „Preissetzungsfehler“ ausgegangen werden.

Würde man im ISP-Modell zusätzlich den Sprung vom Über-/Unterbietzustand (2/4) zur Spreadmitte und zur jeweils gegenüberliegenden Seite zulassen, könnte sich das Ergebnis ggf. verbessern. Aufgrund der Zunahme der Komplexität des Modells und zusätzlich erforderlicher Parameter wurde jedoch auf eine weitere Analyse in diesem Punkt verzichtet.

⁵⁹⁴ Die Summe der absoluten Abweichungen ist aufgrund von Rundungsdifferenz von 0 abweichend

(2) Teilvergleich

Für eine Validierung wäre es grundsätzlich angemessener, nicht alle Daten sowohl bei der Bestimmung der empirischen Verteilung als auch bei der Bestimmung der ISP-Modellparameter zu berücksichtigen. Daher wurde zusätzlich zur bisherigen Analyse der Datensatz in 2 Teile aufgeteilt und die Analyse für die 32-min-Verteilung durchgeführt:

(c) Vergleich ISP-Verteilung ersten Hälfte mit empirischer Verteilung zweiten Hälfte

DBK	Zustand				
	1	2	3	4	5
Empirische Verteilung 32 min	36,7%	6,0%	14,6%	6,0%	36,7%
ISP-Verteilung (Π^{32})	35,8%	6,2%	16,1%	6,2%	35,8%
Absolute Abweichung	0,9%	-0,2%	-1,4%	-0,2%	0,9%
Relative Abweichung	2,6%	-3,6%	-9,9%	-3,6%	2,6%

Tab. 9.30: Hälftenvergleich empirische 32-min-Verteilung vs. ISP

(d) Vergleich ISP-Verteilung zweiten Hälfte mit empirischer Verteilung ersten Hälfte

DBK	Zustand				
	1	2	3	4	5
Empirische Verteilung 32 min	35,5%	6,1%	16,8%	6,1%	35,5%
ISP-Verteilung (Π^{32})	37,1%	4,9%	16,0%	4,9%	37,1%
Absolute Abweichung	-1,6%	1,2%	0,7%	1,2%	-1,6%
Relative Abweichung	-4,5%	19,9%	4,4%	19,9%	-4,5%

Tab. 9.31: Hälftenvergleich mittlere empirische Verteilung vs. ISP

Die absoluten Anteile nehmen für die empirische Verteilung und das ISP-Modell qualitativ vergleichbare Größenordnungen an.

Die relativen Abweichungen sind jedoch z.T. deutlich höher als für die Gesamtbetrachtung. Die Vorzeichen der Abweichungen zwischen den Ergebnissen (c) und (d) sind umgekehrt. Dies deutet auf eine unterschiedliche Charakteristik der Preisentwicklung zwischen der ersten und der zweiten Hälfte der Daten hin. Der größere Anteil der Zustände 1 und 5 in der zweiten Hälfte lässt darauf schließen, dass in der zweiten Hälfte eine etwas gröbere Preissetzung über alle Marktteilnehmer erfolgt ist. Da ferner die Varianz der Preisänderungen in der zweiten Hälfte⁵⁹⁵ deutlich geringer als in der ersten Hälfte⁵⁹⁶ war, kann darauf geschlossen werden, dass der Handel in der zweiten Hälfte etwas „ruhiger“ war und weniger über- bzw. unterboten wurde. Dies ist in der Gesamtkursentwicklung bei DBK allerdings nur bedingt erkennbar.

⁵⁹⁵ $Var(\Delta p^{2.Hälfte}) = 0,048$

⁵⁹⁶ $Var(\Delta p^{1.Hälfte}) = 0,067$

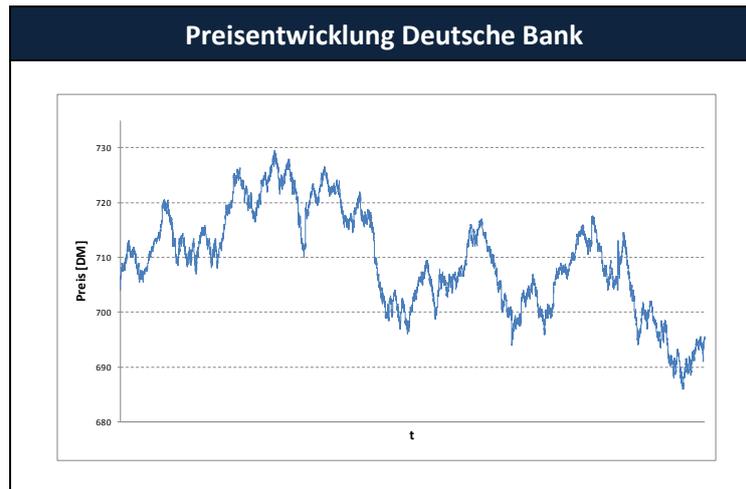


Abb. 9.22: Preisentwicklung DBK (IBIS)

Dennoch bleibt anzumerken, dass aufgrund der unterschiedlichen Preischarakteristiken der Vergleich unter Berücksichtigung der Teilung des Datensatzes zu keinen wesentlichen Zusatzkenntnissen führt.

In weiteren Analysen könnte jedoch eine Fallunterscheidung für fallende, steigende und konstante Tendenzen sowie für Cluster unterschiedlicher Volatilitäten erfolgen.

(3) Vergleich Modell 3 vs. einfachere Modelle

Der Einfluss der zusätzlichen Bedingungen im Modell 3 gegenüber den Modellen 1 und 2 soll analysiert werden. Dazu wurden die stationären Verteilungen des ISP-Modells für 1 und 2 über Π^{32} beispielhaft für DBK ermittelt. Die Ergebnisse werden mit Modell 3 verglichen:

1. Einfaches verallgemeinertes Alternativenmodell (Modell 1)

$$\Pi_R = (\pi_{ij})_{i,j \in \mathcal{L}} = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & a_3 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & 0 & a_5 & 0 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & 0 & a_3 & 0 & a_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 1 - a_1 - a_2 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}(1 - a_5) & 0 & a_5 & 0 & \frac{1}{2}(1 - a_5) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & 0 & 1 - a_1 - a_2 & 0 & a_1 \end{pmatrix}$$

2. Modell mit Unter-/Überbietmechanismus (Modell 2)

$$\begin{aligned} \Pi &= \Pi_R + \Pi_U = (\pi_{ij})_{i,j \in \mathcal{L}} = \begin{pmatrix} a_1 & 1 - a_1 - a_2 - a_3 & a_3 & 0 & a_2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & 0 & a_5 & 0 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_2 & 0 & a_3 & 1 - a_1 - a_2 - a_3 & a_1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a_1 & 1 - a_1 - a_2 - a_3 & a_3 & 0 & a_2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}(1 - a_5) & 0 & a_5 & 0 & \frac{1}{2}(1 - a_5) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_2 & 0 & a_3 & 1 - a_1 - a_2 - a_3 & a_1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

3. Vergleich der Modelle

Wertpapier	Zustand	Modell 1			Modell 2			Modell 3		
		1 = 5	2 = 4	3	1 = 5	2 = 4	3	1 = 5	2 = 4	3
DBK	Empirische Verteilung avg	35,5%	6,0%	17,1%	35,5%	6,0%	17,1%	35,5%	6,0%	17,1%
	ISP-Verteilung	36,5%	0,0%	27,0%	39,7%	1,6%	17,5%	36,4%	5,6%	16,0%
	Absolute Abweichung	-1,0%	6,0%	-10,0%	-4,2%	4,4%	-0,4%	-0,9%	0,4%	1,0%
DAI	Empirische Verteilung avg	36,6%	5,0%	16,8%	36,6%	5,0%	16,8%	36,6%	5,0%	16,8%
	ISP-Verteilung	37,1%	0,0%	25,9%	40,3%	1,3%	16,8%	37,2%	5,0%	15,5%
	Absolute Abweichung	-0,5%	5,0%	-9,0%	-3,7%	3,7%	0,0%	-0,6%	-0,1%	1,3%
VOW	Empirische Verteilung avg	30,3%	7,7%	24,0%	30,3%	7,7%	24,0%	30,3%	7,7%	24,0%
	ISP-Verteilung	33,0%	0,0%	34,0%	36,6%	1,9%	23,2%	32,4%	7,3%	20,5%
	Absolute Abweichung	-2,7%	7,7%	-10,0%	-6,2%	5,8%	0,8%	-2,1%	0,3%	3,5%
SIE	Empirische Verteilung avg	32,3%	7,5%	20,5%	32,3%	7,5%	20,5%	32,3%	7,5%	20,5%
	ISP-Verteilung	35,1%	0,0%	29,9%	38,6%	1,9%	19,1%	34,4%	7,1%	17,1%
	Absolute Abweichung	-2,8%	7,5%	-9,4%	-6,3%	5,6%	1,3%	-2,2%	0,4%	3,4%

Tab. 9.32: Modellvergleich

Aus dem Vergleich geht hervor, dass naturgemäß Modell 1, aber auch Modell 2 die Wahrscheinlichkeiten für die Unter- und Überbietzustände 2 und 4 offensichtlich systematisch unterschätzen. Modell 3 liefert somit mit Abstand das realitätsnaheste Ergebnis.

9.7 Simulation

Nachdem nunmehr die qualitative Übereinstimmung der empirischen Ergebnisse mit der ISP-Übergangsmatrix mit geschätzten Parametern dargestellt wurde, soll im Weiteren das Verhalten der Markov-Kette auf Basis ISP-Übergangsmatrix anhand einer Simulation näher betrachtet werden. Die Simulation wurde am Beispiel der Volkswagen-Aktie in folgenden Schritten durchgeführt.

- Die ISP-Übergangsmatrix wurde für Volkswagen für den gesamten Datensatz bestimmt (siehe auch Anhang 9.4 (a)).
- Die Simulation wurde jeweils für die Zeiträume 10 min, 20 min und 32 min durchgeführt, d.h. es wurde 10/20/32 Mal die Übergangsmatrix auf den Anfangszustand angewandt. Diese Vorgehensweise wurde jeweils 20.000 ausgehend von jedem der 5 Anfangszustände durchgeführt.
- Es wurden die absoluten und relativen Häufigkeiten der Endziffern am Ende der Zeitintervalle ermittelt.
- Um Zufallsschwankungen weitgehend auszuschließen wurde die Simulation jeweils nochmals 20-mal wiederholt und das arithmetische Mittel über alle 20 Ergebnisse gebildet.

Die Simulation führt zu folgendem Ergebnis:

10 min	Endzustand				
	Anfangszustand	1	2	3	4
1	35,1%	7,2%	20,6%	7,2%	29,8%
2	40,8%	9,2%	18,7%	6,5%	24,7%
3	31,5%	7,3%	22,0%	7,3%	31,8%
4	24,8%	6,5%	18,8%	9,2%	40,7%
5	29,8%	7,3%	20,5%	7,4%	35,1%

Tab. 9.33: Simulationsergebnis 10 min

20 min		Endzustand				
Anfangszustand	1	2	3	4	5	
1	32,5%	7,3%	20,5%	7,3%	32,3%	
2	33,0%	7,4%	20,5%	7,3%	31,8%	
3	32,3%	7,3%	20,5%	7,2%	32,7%	
4	31,9%	7,3%	20,6%	7,3%	32,9%	
5	32,2%	7,3%	20,6%	7,3%	32,5%	

Tab. 9.34: Simulationsergebnis 20 min

32 min		Endzustand				
Anfangszustand	1	2	3	4	5	
1	32,4%	7,3%	20,5%	7,4%	32,4%	
2	32,5%	7,3%	20,5%	7,3%	32,3%	
3	32,4%	7,3%	20,5%	7,4%	32,4%	
4	32,4%	7,3%	20,6%	7,3%	32,4%	
5	32,4%	7,4%	20,5%	7,3%	32,5%	

Tab. 9.35: Simulationsergebnis 32 min

Für ein Zeitintervall von 10 min ist eine deutliche Abhängigkeit vom Anfangszustand festzustellen. Das Ergebnis stabilisiert sich nach 20 min und nach 32 min ist quasi eine vollständige Unabhängigkeit vom Anfangszustand der Simulation erreicht.

Ferner stimmt das Simulationsergebnis erwartungsgemäß mit dem theoretischen Ergebnis aus Π^{32} überein:

VOW	Zustand				
	1	2	3	4	5
ISP-Verteilung (Π^{32})	32,4%	7,3%	20,5%	7,3%	32,4%

Tab. 9.36: Vergleich Simulationsergebnis vs. ISP

9.8 Zusammenfassung

Aus dem Roll-Modell wurde auf Basis der Überlegungen aus Kapitel 8 das deutlich exaktere ISP-Modell abgeleitet, das den Preisbildungsmechanismus innerhalb eines Preisbereichs – des wahrgenommenen Spreads – beschreibt. Das ISP-Modell bietet ferner einen Erklärungsansatz für den dargestellten Preismechanismus.

Desweiteren zeigt das ISP-Modell eine relativ hohe qualitative Übereinstimmung mit empirischen Ergebnissen über verschiedene Wertpapiere und beschreibt somit den Preismechanismus für kurze Zeiträume offensichtlich relativ exakt. Um die Preisentwicklung auch außerhalb des ISP-Bereiches und somit eine Gesamtentwicklung angemessen darstellen zu können, ist eine entsprechende Erweiterung erforderlich, die im Folgenden betrachtet werden soll.

10 Der äußere Spreadprozess (ASP)

10.1 Motivation

Bisher wurde der Prozess der Preisentwicklung innerhalb des wahrgenommenen Spreads als ISP dargestellt. Der Prozess beschreibt unter den o.g. Annahmen jedoch lediglich die Preisentwicklung innerhalb eines durch den wahrgenommenen Spread vorgegebenen Intervalls, welches eben von der Spreadunterseite zur Spreadoberseite reicht.

Dieses Intervall bleibt im Rahmen des ISP-Modells im Zeitablauf konstant. Der Preis bewegt sich nur innerhalb der schmalen Bandbreite. Ein Ausbrechen des Preises aus dem vorgegebenen Intervall ist mit der bisherigen Modellierung nicht möglich. Das Modell kann somit die Entwicklung der Marktpreise nicht in Gänze angemessen abbilden.

Deshalb wird im Folgenden der Modellansatz dahingehend verallgemeinert, dass neben dem inneren Spreadprozess (ISP) ein äußerer Spreadprozess (ASP) beschrieben werden soll. Der ASP skizziert die Funktionsweise des Prozesses der Preisentwicklung beim Ausbrechen aus dem durch den ISP spezifizierten Bereich durch sogenannte Spreadsprünge.

10.2 Spreadsprünge

10.2.1 Definitionen

Im Rahmen des inneren Spreadprozesses bewegt sich der Preis eines Wertpapiers in einem Preisintervall der Spreadbreite s zwischen der Spreadoberseite und der Spreadunterseite.

Spreadblock

Überschreitet der Preis nunmehr diese Spreadunter- oder oberseite, entstehen jeweils geschlossene Preisbereiche – im Folgenden *Spreadblöcke* genannt. Innerhalb eines Spreadblocks bewegt sich der Preis nach dem ISP zwischen Ober- und Untergrenze. Es kann definiert werden:

$J = \{0, 1, 2, \dots\}$	Indexmenge der zeitlich aufeinander folgenden Spreadblöcke
$SB = \{sb_j j \in J\}$	Menge der zeitlich aufeinander folgenden Spreadblöcke
$T = \{t_0, t_1, t_2, \dots\}$	Menge äquidistanter Messzeitpunkte ($t_n - t_{n-1} = c$, hier: $c = 1 \text{ min}, n \in \mathbb{N}_0$)
$\mathcal{P} = \{p_0, p_1, p_2, \dots\}$	Menge äquidistanter Preise ($p_k - p_{k-1} = ts$, hier: $ts = \text{tick size} = 10 \text{ Pf}, k \in \mathbb{N}$)
s	konstante Breite der Spreadblöcke als Vielfaches der Tick Size
$p(t) \in \mathcal{P}$	Preis zum Zeitpunkt t
$G = \{0, 1, 2, \dots\}$	Indexmenge der Spreadgrenzen
$\mathcal{P}^{sb} = \{p_g^{sb} g \in G\} \subset \mathcal{P}$	Menge der äquidistanten Spreadgrenzen mit $p_g^{sb} - p_{g-1}^{sb} = s$
$p_u^{sb}(sb_j), p_o^{sb}(sb_j) \in \mathcal{P}^{sb}$	Untere/obere Preisgrenze von $sb_j, j \in J$
$t(sb_j) \in T$	Zeitpunkt des Verlassens von sb_j und somit des erstmaligen Überschreitens der Grenzen von sb_j , falls also erstmalig gilt:

$$p(t) > p_o^{sb}(sb_j) \text{ oder } p(t) < p_u^{sb}(sb_j), j \in J$$

$$l(sb_j) = t(sb_j) - t(sb_{j-1}) \quad \text{Blocklänge } sb_j, j \in J$$

Ein Spreadblock soll dabei einen Preisbereich mit einer konstanten *Blockbreite* s und einer variablen *Blocklänge* beschreiben. Die Blockbreite s entspricht der Breite des wahrgenommenen Spreads⁵⁹⁷. Die Blocklänge bezeichnet einen Zeitraum zwischen dem Eintreten des Preises in das durch die Spreadober- und -unterseite beschriebene Preisintervall und dem Austreten aus dem Block⁵⁹⁸.

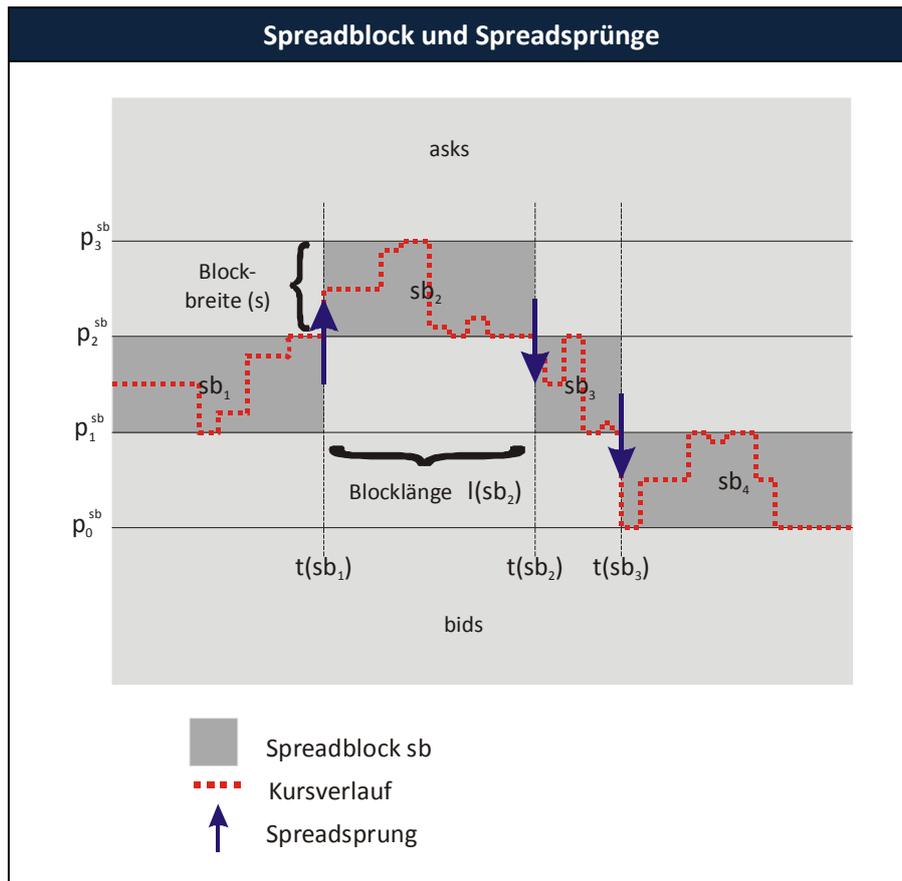


Abb. 10.1: Preisprozess und Spreadblöcke

Spreadsprünge

Verlässt der Preis einen Spreadblock, erfolgt ein Spreadsprung in einen nächsten Spreadblock (z.B. $sb_1 \rightarrow sb_2$).

Die Definition des Zeitpunktes $t(sb_j)$ des Verlassens eines Spreadblock sb_j ist insofern nicht eindeutig, als dass die Obergrenze eines Spreadblocks der Unterseite eines möglichen folgenden Spreadblocks entsprechen kann⁵⁹⁹. Daher sei angenommen, dass der Preis einen Spreadblock nicht verlässt

⁵⁹⁷ in der Grafik beispielsweise $p_1^{sb} - p_2^{sb} = s$

⁵⁹⁸ in der Grafik beispielsweise die Zeitspanne $l(sb_j) = t(sb_j) - t(sb_{j-1})$

⁵⁹⁹ im grafischen Beispiel entspricht etwa p_2^{sb} sowohl der Oberseite von Spreadblock sb_1 als auch der Unterseite von Spreadblock sb_2

– also den Spreadblock nicht beendet – solange er sich im Preisintervall $[p_u^{sb}(sb_j), p_o^{sb}(sb_j)]$ befindet.

Über- oder unterschreitet der aktuelle Preis $p(t)$ die Grenzen des Spreadblocks sb_j , gilt also entweder $p(t) > p_o^{sb}(sb_j)$ oder $p(t) < p_u^{sb}(sb_j)$, so ist $t(sb_j) = t$ der Zeitpunkt des Verlassens eines Spreadblocks sb_j und somit der Zeitpunkt eines Spreadsprungs in den Spreadblock sb_{j+1} . Der Zeitpunkt des Spreadsprungs sei definitionsgemäß dem Spreadblock sb_{j+1} zugerechnet, so dass sich der Zeitraum des Spreadblocks j als $[t(sb_{j-1}), t(sb_j)]$ ergibt. Ein Spreadsprung liegt also immer dann vor, wenn der neue Preis nicht mehr im alten Spreadintervall liegt. Es ist dann insbesondere anzumerken, dass etwa ein Sprung von einer Spreadseite auf die andere Spreadseite keinen Spreadsprung im Sinne der obigen Definition darstellt.

Falls der Preis - ggf. längere Zeit - auf eine Spreadseite springt und dann in den benachbarten Spreadblock wechselt, wird das Verharren auf dem Spreadrand dem vorherigen Spreadblock zugerechnet. Es wird somit keine retrograde Anpassung der Spreadblöcke vorgenommen, obwohl der entsprechende Preis zu beiden benachbarten Spreadblöcken gehören könnte. Andere Zurechnungsmöglichkeiten würden sich prinzipiell im Durchschnitt ausgleichen, da die Vorgehensweise am Anfang und am Ende eines Spreadblocks in gleicher Weise Anwendung finden würde.

10.2.2 Wahrnehmungstechnische Interpretation der Spreadblöcke

10.2.2.1 Mögliche Spreadsprung-Ursachen

Roll ist in seinem Modell davon ausgegangen, dass Preisänderungen und somit eine Verschiebung des Spreads bzw. ein Spreadsprung nur dann auftreten, wenn unerwartete Informationen eintreffen (siehe Implikation 2). Typischerweise wird in diesem Zusammenhang von fundamentalen Informationen zum entsprechenden Wertpapier ausgegangen.

Im Zusammenhang mit dem hier dargestellten Modellansatz soll jedoch nicht deterministisch von einem Spreadsprung aufgrund neu eingetreffener Fundamentalinformationen ausgegangen werden. Vielmehr erfolge ein Spreadsprung stochastisch aufgrund des Marktmechanismus.

Dabei kann die Verschiebung der über alle Marktteilnehmer gemittelten wahrgenommenen Wertpapierbewertung ebenso eine Rolle spielen, wie ein eher zufällig bedingter - ggf. kurzfristiger - Spreadwechsel aufgrund kurzfristig nicht in ausreichendem Maße zur Verfügung stehender Orders. Während jedoch letztere Effekte eher von kurzer Dauer sein dürften, würde eine Verschiebung der durchschnittlichen Bewertung nachhaltiger wirken.

Die Verschiebung der durchschnittlichen Marktbewertung kann auf Basis neuer Informationsbewertungen durch die Marktteilnehmer erfolgen. Dabei muss jedoch der Informationsbegriff relativ weit gefasst werden. Aus wahrnehmungstechnischer Sicht könnte bzgl. „neuer Informationen“ etwa davon ausgegangen werden, dass

- neue fundamentale Informationen die Bewertung eines Wertpapiers beeinflussen,
- neue Teilnehmer in den Handel des entsprechenden Wertpapiers temporär eintreten bzw. Teilnehmer den Handel durch Löschung der Orders verlassen,
- bereits vorhandene, aber noch nicht oder kaum berücksichtigte Informationen in die Überlegungen der Marktteilnehmer nachhaltig einbezogen werden

und zu einer Bewertungsänderung bzw. Neugewichtung der Informationen führen.

Als Konsequenz einer solchen Neugewichtung über alle Marktteilnehmer verschiebt sich der Bereich relevanter Alternativen und es erfolgt ein Sprung des wahrgenommenen Spreads:

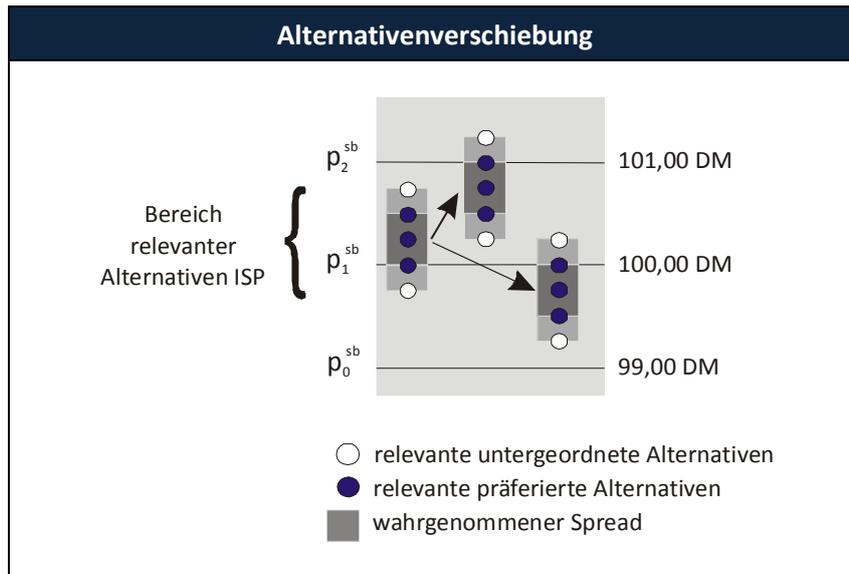


Abb. 10.2: Verschiebung des Bereichs relevanter Alternativen

Im Folgenden soll daher von einem weit gefassten Informationsbegriff ausgegangen werden.

Annahme 10.1: stochastische Spreadsprünge

Spreadsprünge treten rein stochastisch auf und können auf einer Neubewertung der insgesamt zu einem Zeitpunkt zur Verfügung stehenden Informationen basieren.

10.2.2.2 Definition ASP-Zustandsraum

Auf Basis dieser Annahme ergibt sich für den ASP die Notwendigkeit einer Ergänzung des Zustandsraumes gegenüber dem ISP, da bei der preislichen Abgrenzung im Zustandsraum das Problem der Grenzüberschneidungen besteht. So kann eben etwa $p_u^{sb}(sb_j) = p_o^{sb}(sb_{j+1})$ bzw. $p_o^{sb}(sb_j) = p_u^{sb}(sb_{j+1})$ gelten, was eine eindeutige Zuordnung der Preise der Spreadgrenzen zu einem Spreadblock verhindert. Es ergibt sich ferner das Problem, dass ein ASP-Zustand eben kein einzelner Preis, sondern ein Preisintervall der Breite s sein soll. Daher kann definiert werden:

$$M = \{ \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$$

Indexmenge der Preisintervalle. Dabei sei definitionsgemäß im Rahmen einer Normierung das Preisintervall $m = 0$ das Intervall, das den ersten betrachteten Preis - also den Anfangskurs - enthält.

$$\Omega^{SB} = \{ \omega_m^{SB} | m \in M \}$$

Zustandsraum der Spreadblöcke

$$\omega_m^{SB} = m$$

ω_m^{SB} ist der Zustand, der das m -te Spreadblock-Preis-Intervall bezogen auf das erste Preis-Intervall repräsentiert. Ein solches Preis-Intervall entspricht den Preisen zwischen zwei aufeinander folgenden Spreadgrenzen (also etwa $[p_g^{sb}, p_{g+1}^{sb}]$, $g \in G$) der relevanten (präferierten) Alternativen im ISP und besteht aus $s + 1$ Preisen - nämlich den präferierten Alternativen sowie den Unter-/Überbietzuständen.

Ist also beispielsweise der erste betrachtete Preis im zu Grunde liegenden Datensatz $p_0 = 275,3 \text{ DM}$, so repräsentiert $\omega_0^{SB} = 0$ bei einer Spreadbreite $s = 50 \text{ Pf}$ das Intervall zwischen dem unterhalb und dem oberhalb von p_0 liegenden auf eine Genauigkeit von s gerundeten Preis: $[p_0^{sb}, p_1^{sb}] = [275,0 \text{ DM}; 275,5 \text{ DM}]$. Aufgrund der Normierung auf das Preisintervall des Anfangspreises ent-

spricht ferner $\omega_m^{SB} = m$ der Entfernung eines Zustandes vom Anfangszustand. Für das Beispiel repräsentiert dann des weiteren ω_0^{SB} das Intervall $[275,0; 275,5]$ mit den Alternativen $\{275,0; 275,1; 275,2; 275,3; 275,4; 275,5\}$.

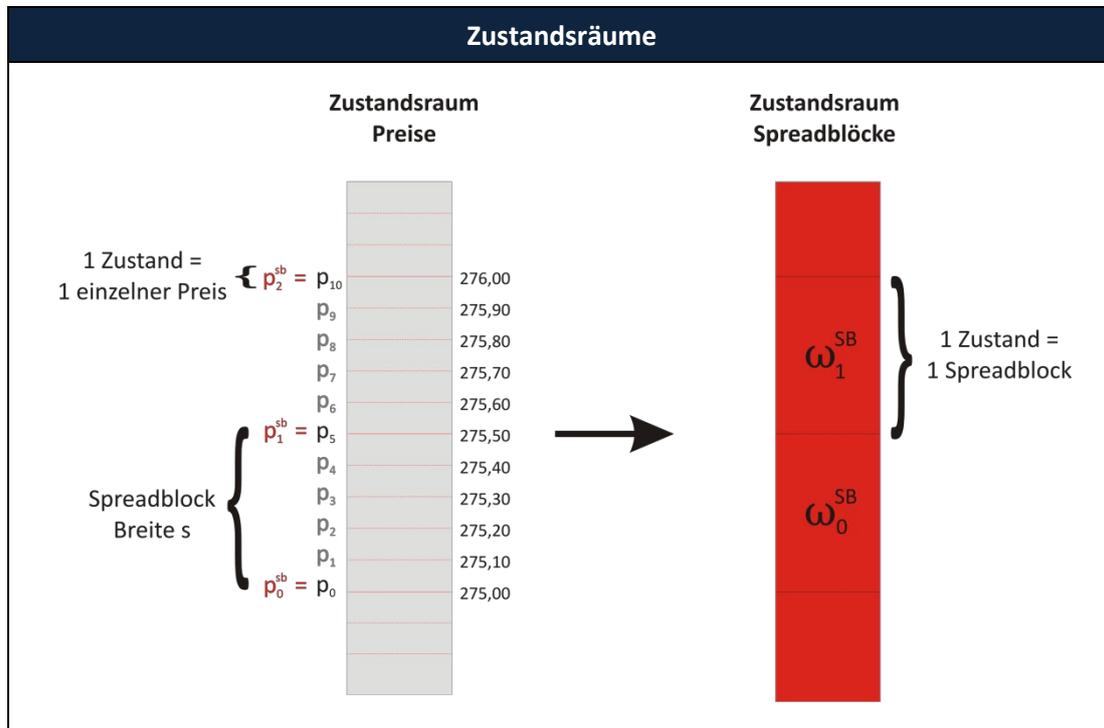


Abb. 10.3: Zustandsraum Preise und Spreadblöcke

Definiert man nun ferner

$$\omega^{SB}(sb_j, p_{t(sb_{j-1})}) \in \Omega^{SB}$$

Zustand im Spreadblock-Zustandsraum, der dem Spreadblock j in Abhängigkeit vom ersten Preis im Spreadblock $p_{t(sb_{j-1})}$ ⁶⁰⁰ zugeordnet wird. Dieser Zustand entspricht dem Abstand des Spreadblocks j vom ersten Spreadblock gemessen als Vielfaches von s und ist im Gegensatz zu ω_m^{SB} bezogen auf eine konkrete Realisation j

so ergibt sich das Problem, den Zustand $\omega^{SB}(sb_j, p_{t(sb_{j-1})})$ für jeden Spreadblock aufgrund der Problematik der Grenzüberschneidungen und zeitlichen Abhängigkeiten eindeutig zu ermitteln. Der Spreadblock-Zustandsraum lässt sich wie folgt veranschaulichen:

⁶⁰⁰ $t(sb_{j-1})$ ist der Endzeitpunkt des Spreadblocks $j-1$, der unmittelbar vor dem aktuellen Spreadblock j liegt. Dieser Zeitpunkt entspricht dem Anfangszeitpunkt des aktuellen Spreadblocks.

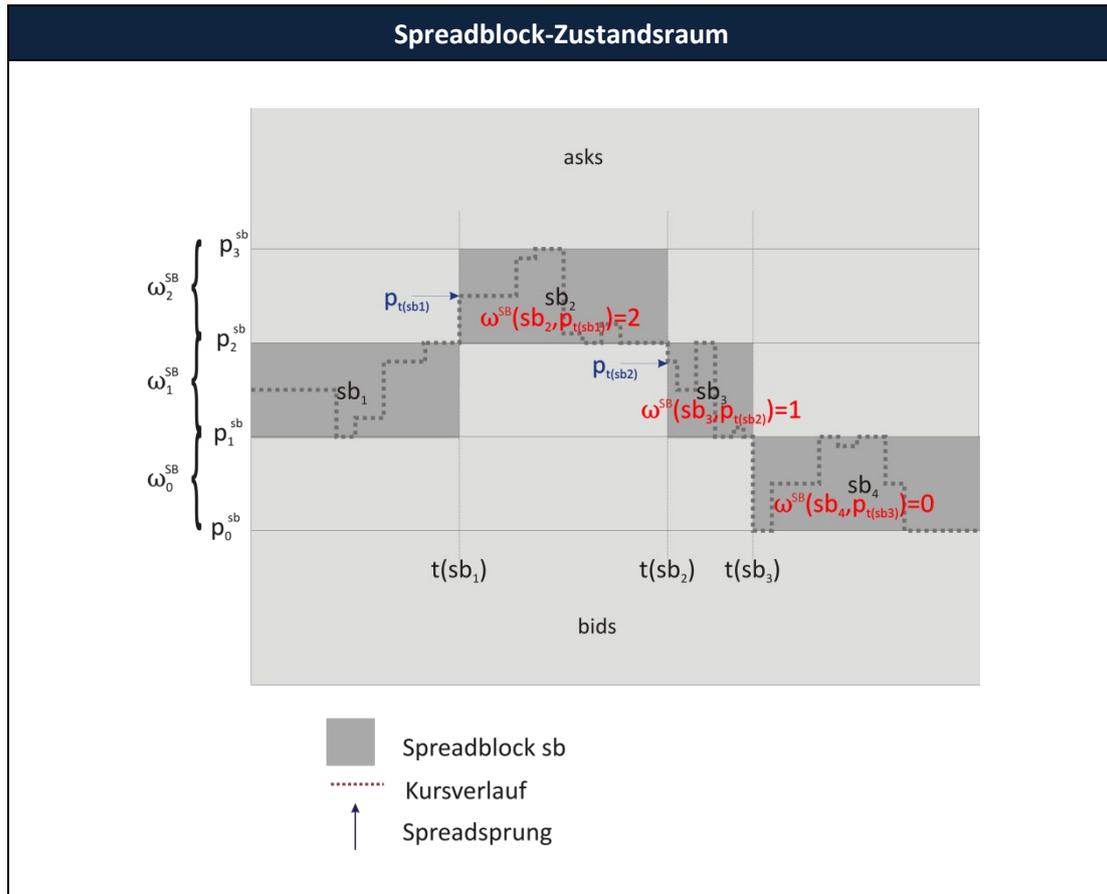


Abb. 10.4: Spreadblock-Zustandsraum

Zur Bestimmung der Spreadblöcke in den empirischen Daten wurde folgender Algorithmus verwandt:

Abb. 10.5: Spreadblock-Bestimmung

Insgesamt kann die Bestimmung der Länge $l(sb_j)$ und der Zustände $\omega^{SB}(sb_j, p_{t(sb_{j-1})})$ der Spreadblöcke durch folgenden Algorithmus mit dem Parameter s (Spreadbreite) beschrieben werden:

Spreadblock-Bestimmung	
1	<p><i>Start sb</i> beginne mit erstem Spreadblock:</p> <ul style="list-style-type: none"> • setze aktuelle Spreadblockbreite (hier $s = 50 Pf$) • setze $j := 0$ und $\omega^{SB}(sb_0, p_0) := 0$ • bestimme $[p_u^{sb}(sb_0), p_o^{sb}(sb_0)]$ in Abhängigkeit vom Anfangspreis p_0
2	<p><i>Erweiterung sb</i> Betrachte einen weiteren Preis p_t Falls $p_u^{sb}(sb_j) \leq p_t \leq p_o^{sb}(sb_j)$:</p> <ul style="list-style-type: none"> • erweitere die aktuelle Spreadblock-Länge bis zum Zeitpunkt $t(sb_j)$ • weiter mit Schritt 2 <p>sonst: weiter mit Schritt 3</p>

Spreadblock-Bestimmung

- 3 *Spreadwechsel*
 Falls $p_t > p_o^{sb}(sb_j)$ oder $p_t < p_u^{sb}(sb_j)$:
- setze den Wechselzeitpunkt $t(sb_j) := t$
 - erhöhe j
 - berechne für neuen Spreadblock j den Zustand $\omega^{SB}(sb_j, p_t)$ und die Preisgrenzen $[p_u^{sb}(sb_j), p_o^{sb}(sb_j)]$ in Abhängigkeit von p_t ⁶⁰¹
- weiter mit Schritt 2 bis alle Transaktionszeitpunkte berücksichtigt

Für den äußeren Spreadprozess ergeben sich folgende Fragen:

- Nach welcher Zeitspanne erfolgt jeweils ein Spreadsprung?
- Wie weit –also über wie viele Spreads- erfolgt der Spreadsprung?

10.2.3 Daten

Für die Bestimmung der Spreadsprünge wurden Minutendaten des IBIS-Datensatzes verwandt. Als Preise wurden nicht die jeweils letzten Transaktionspreise, sondern die Spreadmitten am Periodenende nach je einer Minute bestimmt, da diese als exaktere Darstellung der „aktuellen“ Preise in Abhängigkeit von der Marktsituation angesehen wurden. Im Gegensatz dazu kann sich der „aktuelle“ Preis zwischen zwei Transaktionen deutlich ändern, weshalb von der Verwendung von Tag-Daten abgesehen wurde.

Handelsunterbrechungen - insbesondere Tageswechsel und Wochenenden - wurden nicht berücksichtigt, um Verzerrungen zu vermeiden.

10.2.4 Dauer der Spreadblöcke

10.2.4.1 Empirische Verteilung der Zeitdauern der Spreadblöcke

Der Preisprozess der Wertpapierpreise innerhalb eines Spreadblocks wurde mit dem ISP bereits beschrieben. Der ASP soll hingegen den Sprung-Prozess der Spreadblöcke, also nicht mehr der eigentlichen Preise, beschreiben. Um jedoch den ASP beschreiben zu können, ist es erforderlich, die Zeitpunkte der Spreadsprünge und somit die Dauer der jeweiligen Spreadblöcke zu bestimmen.

Die Dauer eines Spreadblocks - also die Blocklänge $l(sb_l)$ - ist grundsätzlich abhängig von der zu Grunde gelegten angenommenen Spreadbreite s , die der Breite des wahrgenommenen Spreads entspricht. Es kann davon ausgegangen werden, dass mit zunehmender angenommener Spreadbreite s auch die (durchschnittliche) Dauer eines Spreadblocks zunimmt. Die wahrgenommene Spreadbreite s kann aufgrund der in Kapitel 8.3.5 dargestellten Beziehung aus der Genauigkeit der Preise des jeweiligen Wertpapiers geschätzt werden.

Für die vier umsatzstärksten Aktien ergibt sich bei einer angenommenen Spreadbreite von 50 Pf folgendes Bild für die Dauern der Spreadblöcke:

⁶⁰¹ falls aktuelle Position auf dem Spreadrand:
 dann: Falls aktueller Kurs = letzter Kurs
 dann: kein Spreadwechsel
 sonst: aktuelle Spreadnummer := gerundete aus aktuellem Kurs berechnete Spreadnummer
 falls neue Spreadnummer > letzte Spreadnummer
 dann: aktuelle Spreadnummer dekrementieren
 sonst: Spreadnummer := gerundete aus aktuellem Kurs berechnete Spreadnummer

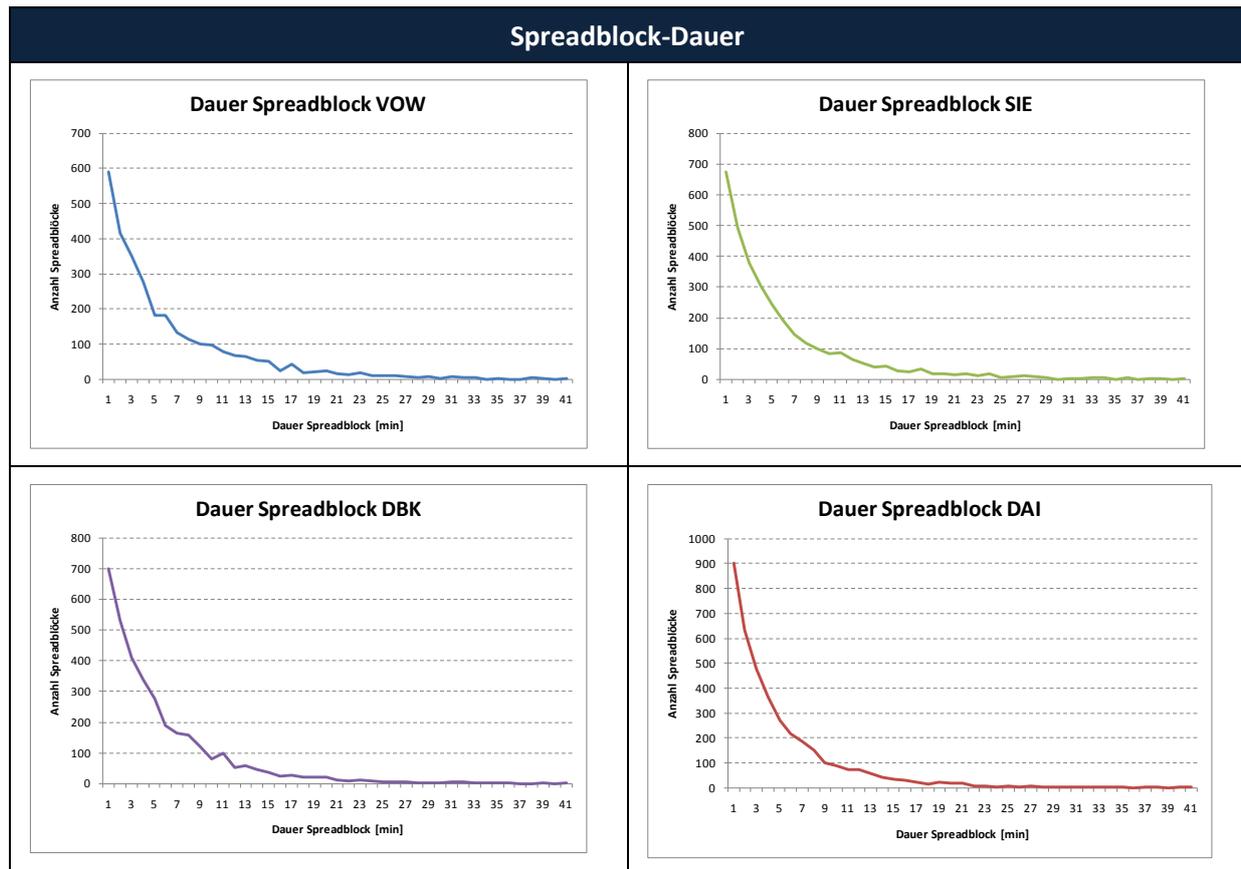


Abb. 10.6: Spreadblock-Dauer verschiedener Aktien unter IBIS

Die Ergebnisse sind für alle betrachteten Wertpapiere qualitativ ähnlich. Kurze Spreadblockdauern treten sehr häufig auf. Mit zunehmender Dauer nimmt die Häufigkeit deutlich ab. Im Folgenden soll der funktionale Zusammenhang analysiert, beschrieben und erklärt werden.

10.2.4.2 Spreadsprünge als Poisson-Prozess

Ankunftsprozesse von seltenen Ereignissen werden i.d.R. als Poisson-Prozesse mit poissonverteilten Ereignissen bzw. Ankunftsrate und exponentialverteilten Wartezeiten modelliert. Im Zusammenhang mit Wertpapiermärkten wird so beispielsweise von poissonverteilten Orderankunftsrate ausgegangen⁶⁰². In diesem Zusammenhang könnte der Poisson-Prozess insbesondere als Sprungkomponente in einem Diffusions-Sprung-Prozess angesehen werden⁶⁰³.

Die Eigenschaften des Poisson-Prozesses lassen sich etwa nach Heller bzw. Fahrmeir wie folgt definieren⁶⁰⁴:

⁶⁰² Flemisch (2006), S. 25

⁶⁰³ Loistl (1993), S. 132

⁶⁰⁴ Heller et al. (1978), S. 155; Fahrmeir (1981), S. 80 ff.

Eigen-schaft	Allgemeine Eigenschaften Poisson-Prozess (Heller)	Eigenschaften im Rahmen eines stochastischen Prozesses $\{P_t t \geq 0\}$
(E1)	Das System entwickelt sich in zeitlich homogener Weise. Die zukünftige Entwicklung hängt nur vom gegenwärtigen Zustand ab und nicht von der gesamten vorangegangenen Entwicklung.	$\{P_t t \geq 0\}$ ist ein homogener Markov-Prozess
(E2)	Ereignisse, die mit der Entwicklung des Systems während verschiedener disjunkter Zeiträume zusammenhängen, sind unabhängig voneinander.	$\{P_t t \geq 0\}$ hat unabhängige Zuwächse
(E3)	Alle Zustände des Systems können eindeutig durch nicht-negative Zahlen beschrieben werden.	$\Omega = \{0, 1, 2, \dots\}$
(E4)	<p>Ausgehend vom Zustand i ist eine Zustandsänderung nur möglich nach $i + 1$.</p> <ul style="list-style-type: none"> Die Wahrscheinlichkeit einer Zustandsänderung während einer kleinen Zeitspanne der Länge Δt verhält sich annähernd proportional zu Δt. Dabei ist der Proportionalitätsfaktor λ unabhängig vom jeweiligen Zustand i. Mehr als eine Zustandsänderung (beispielsweise von i über $i + 1$ nach $i + 2$) treten während der Zeit Δt nur mit einer vernachlässigbar kleinen Wahrscheinlichkeit der Ordnung $o(\Delta t)$ auf. 	<p>Es existiert eine Konstante $\lambda > 0$, so dass für alle $i \in \Omega$ und für alle $t, \Delta t \geq 0$ gilt:</p> $\pi_{ij}(\Delta t) = \pi_{ij}(t, t + \Delta t) = \text{Prob}(P_{t+\Delta t} = j P_t = i)$ $= \begin{cases} 0, & 0 \leq j \leq i - 1 \quad (\text{Zustand zurück}) \\ 1 - \lambda \cdot \Delta t + o(\Delta t), & j = i \quad (\text{Zustand konstant}) \\ \lambda \cdot \Delta t + o(\Delta t), & j = i + 1 \quad (1 \text{ Zustand weiter}) \\ o(\Delta t), & j \geq i + 2 \quad (> 1 \text{ Zustand weiter}) \end{cases}$

Tab. 10.1: Eigenschaften Poisson-Prozess

Im Kontext des ASP entsprechen die Ereignisse den Spreadsprüngen. Sind die Voraussetzungen für einen Poisson-Prozess gegeben, ließen sich somit die Wartezeiten auf den jeweils nächsten Spread-sprung und somit die Dauern der Spreadblöcke als exponentialverteilte Wartezeiten modellieren. Die Voraussetzungen und Anpassungsmöglichkeiten sollen im Folgenden diskutiert werden.

Serielle Abhängigkeiten

Für die Spreadsprung-Differenzen etwa bei der Volkswagen-Aktie ergibt sich folgendes Autokorrelo-gramm:

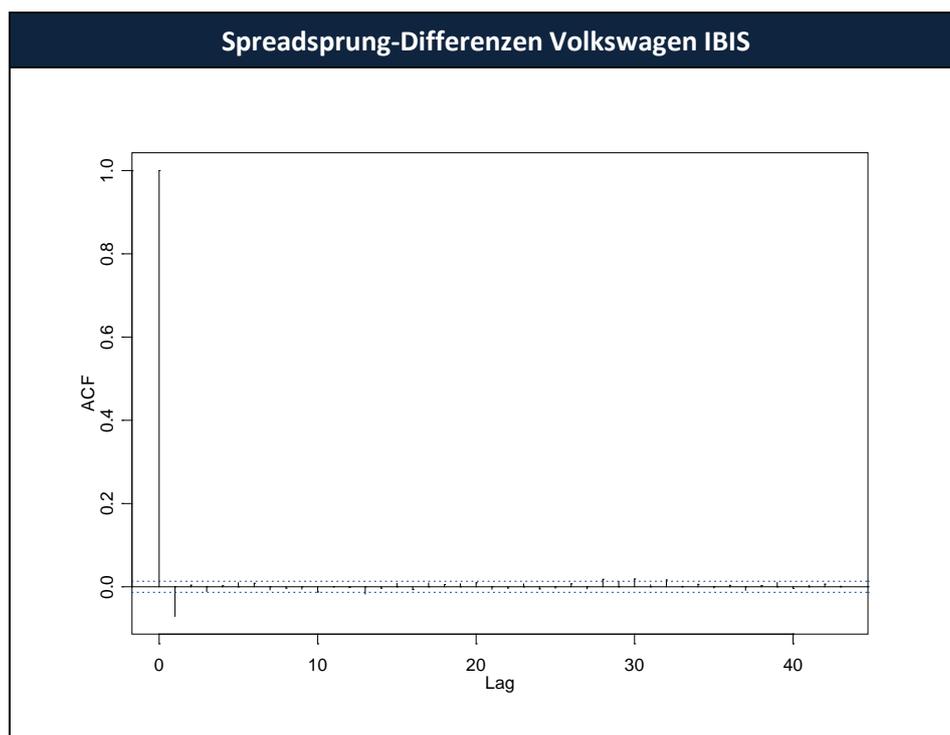


Abb. 10.7: Autokorrelation Spreadsprungdifferenzen

Es ist lediglich eine äußerst geringe vernachlässigbare negative Korrelation zum Lag 1 zu erkennen. Für alle weiteren Lags beträgt die Korrelation weniger als 0,02. Die Autokorrelogramme für SIE, DBK und DAI⁶⁰⁵ ergeben das gleiche Bild, wobei die Korrelation zum Lag 1 noch schwächer ausgeprägt ist. Dass im Autokorrelogramm prinzipiell keine Zusammenhänge der Entwicklungen zwischen aufeinander folgenden Spreadsprüngen verschiedener Zeitverzögerungen zu erkennen sind, deutet auf eine gewisse Unabhängigkeit der Spreadsprünge hin. Somit erscheint die Eigenschaft (E2) plausibel gegeben zu sein. Im Autokorrelogramm sind ferner keine Zyklen zu erkennen, was als Hinweis auf eine gewisse Homogenität (E1) angesehen werden könnte.

Eindeutige, nicht negative Zustände

Jeder Preis ist eindeutig und Preise können nicht negativ sein. Da ein Spreadblock die Zusammenfassung von Preisen in einem Preisintervall darstellt, gilt die Annahme analog auch für den Prozess der Spreadsprünge (E3).

Zustandsänderungen

Wie viele Spreadsprünge in einer Zeitspanne Δt erfolgen bzw. wie hoch die Wahrscheinlichkeit für eine Zustandsänderung in Δt ist, hängt grundsätzlich von der Dauer der Zeitspanne ab.

Für die ursprünglichen Preise ergibt sich dies intuitiv aus der Funktionsweise des laufenden Handels. Aus dem Verlauf der Transaktions-Preise kann jedoch nicht zwingend auf Frequenz der Spreadsprünge geschlossen werden, da die Motivation bzw. Ursache für einen Spreadsprung eine andere sein kann: Während für Preise im Rahmen des ISP der Liquiditätshandel das Hauptmotiv darstellen dürfte, basieren Spreadsprünge annahmegemäß eher auf neu auftretenden Informationen bzw. auf einer Neubewertung vorhandener Informationen. Sowohl das Eintreffen neuer Informationen als auch eine fortlaufende Neubewertung vorhandener Informationen kann jedoch o.B.d.A. als proportional zur Zeit angenommen werden.

Ob in einem Zeitintervall der Länge Δt typischerweise genau ein Spreadsprung erfolgt und in seltenen Fällen ggf. mehrere, ist im Wesentlichen von der Wahl der Zeitspanne Δt abhängig. Deshalb wurde beispielhaft für die Volkswagen-Aktie im IBIS-Datensatz und ein Zeitintervall von $\Delta t = 1 \text{ min}$ analysiert, wie viele Spreadsprünge pro Zeitintervall auftreten. Dazu wurde - im Gegensatz zur obigen Analyse der Spreadsprünge am jeweiligen Intervall-Ende - für jede einzelne Transaktion bestimmt, ob durch den neuen Preis ein Spreadwechsel ausgelöst wurde, da jede Transaktion bzw. jeder neue Kurs einem Ereignis entspricht. Anschließend wurde die Anzahl der Spreadwechsel pro Intervall mit folgendem Ergebnis bestimmt:

Anzahl Spreadsprünge in $\Delta t = 1 \text{ min}$	Anzahl Intervalle
0	19.232
1	2.004
2	127
3	19
4	4
5	1
Gesamtergebnis	21.387

Tab. 10.2: Zustandsänderungen pro Intervall für Volkswagen IBIS

⁶⁰⁵ hier nicht dargestellt

Es ist zu erkennen, dass in insgesamt 2.155 Intervallen mindestens ein Spreadsprung stattfindet. In 93% dieser Intervalle handelt es sich um exakt einen Spreadsprung, in 5,9% um 2 Spreadsprünge und in 1,1% um mehr als 2 Spreadsprünge. Somit ist die Bedingung (E4), nach der in einem Zeitintervall Δt mehr als eine Zustandsänderung nur (sehr) selten auftreten darf, offensichtlich bei den betrachteten Daten für $\Delta t = 1 \text{ min}$ weitgehend erfüllt.

Fazit

Insgesamt kann offensichtlich davon ausgegangen werden, dass dem Prozess der Spreadsprünge ein Poisson-Prozess zugrunde gelegt werden kann.

Anmerkungen

Loistl gibt zu bedenken, dass die Modellierung der Entwicklung von Aktienpreisen als reine Markov-Prozesse und insbesondere Poisson-Prozesse mit unabhängigen, stationären Zuwächsen problematisch sein könnte, da Trends und Saisoneinflüsse ausgeschlossen werden⁶⁰⁶. Im hier betrachteten sehr kurzfristigen Bereich scheinen Trends und insbesondere Saisoneinflüsse jedoch von untergeordneter Bedeutung zu sein. Ferner soll die Modellierung lediglich zur Verdeutlichung des Marktmechanismus und nur mittelbar zur kurzfristigen Preisprognose verwandt werden.

Der Poisson-Prozess ist ein spezieller, diskreter, homogener Markov-Prozess mit stationären Übergangswahrscheinlichkeiten⁶⁰⁷. Es handelt sich um einen reinen Zählprozess. Über den Poisson-Prozess werden im Kontext der Spreadsprünge lediglich die Zeitpunkte bzw. die Anzahl der Spreadsprünge bis zu einem Zeitpunkt modelliert, nicht jedoch der Zustand, also der Spreadblock, in dem sich das System zu einem gegebenen Zeitpunkt befindet.

10.2.4.3 Exponentialverteilte Wartezeiten

(a) Theoretischer Zusammenhang

Gesucht ist die Wartezeit zwischen zwei Spreadsprüngen und somit die Dauer eines Spreadblocks.

Geht man davon aus, dass es sich bei dem Prozess der Spreadsprünge um einen Poisson-Prozess handelt, so ist die Anzahl der Ereignisse - also der Spreadsprünge - beschrieben durch die Zufallsvariable Y in einem Zeitintervall der Länge Δt poissonverteilt mit dem Parameter $\lambda \Delta t$: $Prob(Y = y) = \frac{(\lambda \Delta t)^y}{y!} e^{-\lambda \Delta t}$ mit $y = 0, 1, 2, \dots$ ⁶⁰⁸.

Dann beschreibt eine Zufallsvariable X die exponentialverteilte Wartezeit zwischen zwei aufeinander folgenden Spreadsprüngen mit $X \sim Exp(\lambda)$ ⁶⁰⁹. Für die Verteilungsfunktion der Wartezeit ergibt sich $Prob(X \leq x) = 1 - Prob(X = 0)$, wobei $Prob(X = 0) = \frac{(\lambda x)^0}{0!} e^{-\lambda x} = e^{-\lambda x}$ eben der Wahrscheinlichkeit entspricht, dass in einem Intervall das Ereignis gar nicht auftritt⁶¹⁰. Somit ist $Prob(X \leq x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$ und die Dichtefunktion ist $f(x; \lambda) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$. Die Standardexponentialverteilung $X \sim Exp(1)$ besitzt die Momente $E(X) = \frac{1}{\lambda}$ und $E(X^2) = \frac{2}{\lambda^2}$.

⁶⁰⁶ Loistl (1993), S. 132

⁶⁰⁷ Fahrmeir (1981), S. 93

⁶⁰⁸ siehe etwa Schlittgen (2003), S. 221

⁶⁰⁹ Es bleibt anzumerken, dass bisher prinzipiell die Parametermenge der Zeitpunkte als diskret angenommen wurde. Die Exponentialverteilung ist jedoch eine stetige Verteilung und wurde anstelle der geometrischen Verteilung im Hinblick auf spätere zeitstetige Analysen als Modellierungsbasis ausgewählt.

⁶¹⁰ Schlittgen (2003), S. 222

(b) Modellansatz

Es stellt sich nunmehr die Frage, ob die in Abb. 10.6 dargestellten empirischen Dichten mit denen einer Exponentialverteilung als übereinstimmend betrachtet werden können.

Dazu wurde ein Regressionsansatz gewählt, der auch deshalb als geeignet erscheint, da mit zunehmender Dauer zwischen den Ereignissen von einem zunehmenden Einfluss einer Störgröße bzw. stochastischen Komponenten ausgegangen werden kann.

Vorgehensweise

- Um erhebliche Ergebnisverzerrungen zu vermeiden, werden bis zu 5% der Datenpunkte mit den längsten Wartezeiten eliminiert. Im hier dargestellten Beispiel für Volkswagen werden etwa 1,7% der Datenpunkte - also 54 der 3.046 Punkte - als Ausreißer betrachtet und nicht in die weiteren Analysen einbezogen, so dass die ersten 30 Minuten-Intervalle verbleiben.
- Im Regressionsmodell wird die Anzahl bzw. die Häufigkeiten der auftretenden Spread-sprünge Y in Abhängigkeit von der (vorgegebenen) Länge der Wartezeiten X betrachtet, also: $Anzahl\ Spreadsprünge \sim a + b \cdot f(Wartezeit)$ bzw. $Y \sim a + b \cdot f(X)$ mit $f(X)$ als geeignete Transformation der Wartezeiten. Unter Berücksichtigung der Störgröße U_ν ⁶¹¹ als Zusammenfassung aller anderen Einflussfaktoren ergibt sich dann $Y_\nu = a + b \cdot f(x_\nu) + U_\nu$ mit U_ν unabhängig identisch verteilt mit $E(U_\nu) = 0$ und $Var(U_\nu) = \sigma^2$ ⁶¹². Die Parameter \hat{a} und \hat{b} werden empirisch ermittelt und dienen als Schätzwerte der Modellparameter. Sie sind Realisationen von Funktionen der Zufallsvariablen Y_ν .
- Es wurden Intervall-Längen von $\Delta t = 1\ min$ betrachtet. In jedem Intervall sollte maximal ein Spreadwechsel möglich sein. Die Exponentialverteilung ist eine stetige Verteilung, d.h. hier konkret, dass prinzipiell zu jedem Zeitpunkt in einem Intervall ein Spreadsprung erfolgen kann. Zu welchem Zeitpunkt im Intervall der Spreadsprung erfolgt, ist nicht näher festgelegt. Es sei hier angenommen, dass für den Zeitpunkt des Spreadsprungs im Intervall eine Gleichverteilung gelte. Daher wird als Repräsentant eines Intervalls die Intervallmitte gewählt und berechnet - also etwa für das Intervall (0 min, 1 min] der Repräsentant 0,5 min. Die Intervallmitten entsprechen den unabhängigen, im vorhinein festgelegten Wartezeitlängen x_ν .
- Die empirischen absoluten und relativen Häufigkeiten für die entsprechenden Intervalle wurden ermittelt (siehe auch Abb. 10.6). Die relativen Häufigkeiten stellen zugleich die Beobachtungswerte y_ν dar.
- Wie dargestellt, ist zu erwarten, dass die Häufigkeit der Spreadsprünge exponentialverteilt ist und somit grundsätzlich folgenden Zusammenhang zu den festgelegten Wartezeiten aufweist: $y_\nu = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x_\nu}$. Da als Basis ein linearer Regressionsansatz gewählt wird, muss zunächst eine Linearisierung durch eine geeignete Transformation erfolgen⁶¹³, so dass sich folgendes Regressionsmodell ergibt: $\ln(Y_\nu) = a + b \cdot (\ln(\lambda) - \lambda \cdot x_\nu) + U_\nu$ mit dem Schätzer $\hat{\lambda} = \frac{1}{\hat{x}}$.

(c) Ergebnisse

Die Regression führt zu folgendem Ergebnis: Das Modell erklärt im Beispiel von Volkswagen 96,7% der Abweichungen (Details siehe Anhang 10.1). Die F-Statistik ($F = 836,4$) deutet auf einen signifikanten Modellzusammenhang hin (p -Wert = 0). Die t-Statistiken zeigen auf, dass die Modellparameter

⁶¹¹ $\nu = 1, \dots, n$ und n =Anzahl der Beobachtungen

⁶¹² zur Notation siehe auch Schlittgen (2003), S. 423f.

⁶¹³ siehe etwa Schlittgen (2003), S. 446 ff.

ebenfalls signifikant sind. Für die drei weiteren umsatzstarken Aktien ergeben sich ähnlich deutliche Signifikanz-Werte (siehe Anhang 10.1)

Somit kann insgesamt offensichtlich davon ausgegangen werden, dass die Wartezeiten exponentialverteilt sind.

10.2.4.4 Unterschiede zum Wiener Prozess

Nachdem deutlich wurde, dass die Wartezeiten für Spreadsprünge als exponentialverteilt modelliert werden können, stellt sich nunmehr die Frage, ob bei der Verteilung der Wartezeiten Unterschiede zum Random Walk festzustellen sind.

(a) Bestimmung der Wartezeiten bei einem Wiener Prozess

Dazu soll ein Wiener Prozesses mit $\{P_t | t \in T\}$ und $P_t \sim N(0, c^2 t), \forall t \geq 0$ im Zeitverlauf beobachtet werden. Betrachtet man einen Spreadblock der Breite s und startet den Prozess mehrfach in der Spreadmitte, so ergeben sich in Abhängigkeit von den Parametern der zu Grunde liegenden Normalverteilung Trajektorien. Es stellt sich nun die Frage, wann diese Trajektorien typischerweise den betrachteten Spreadblock verlassen, also Werte annehmen, die dessen Obergrenze übersteigen oder Untergrenze unterschreiten.

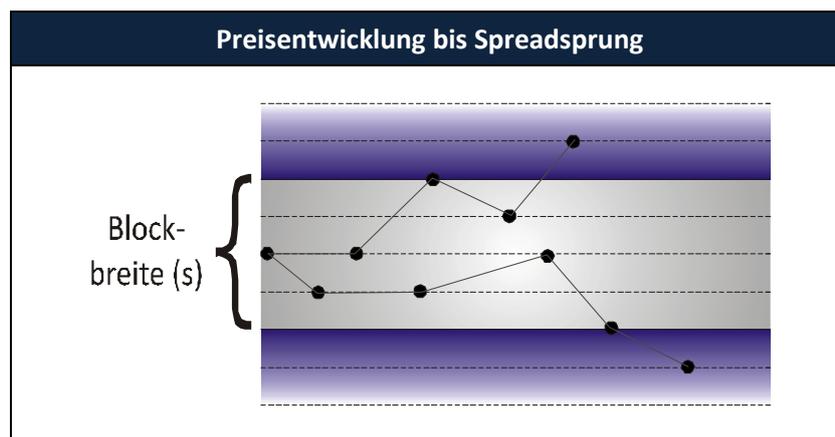


Abb. 10.8: Preisverläufe bis zum Verlassen eines Spreadblocks (Spreadsprung)

Gesucht ist dann die Verteilung der Wartezeiten bis zu diesen Spreadsprung-Ereignissen, welche mit der aus obigen Überlegungen resultierenden Exponentialverteilung zu vergleichen ist.

Die Dichtefunktion eines Wiener Prozesses nimmt beispielsweise folgende Form an:

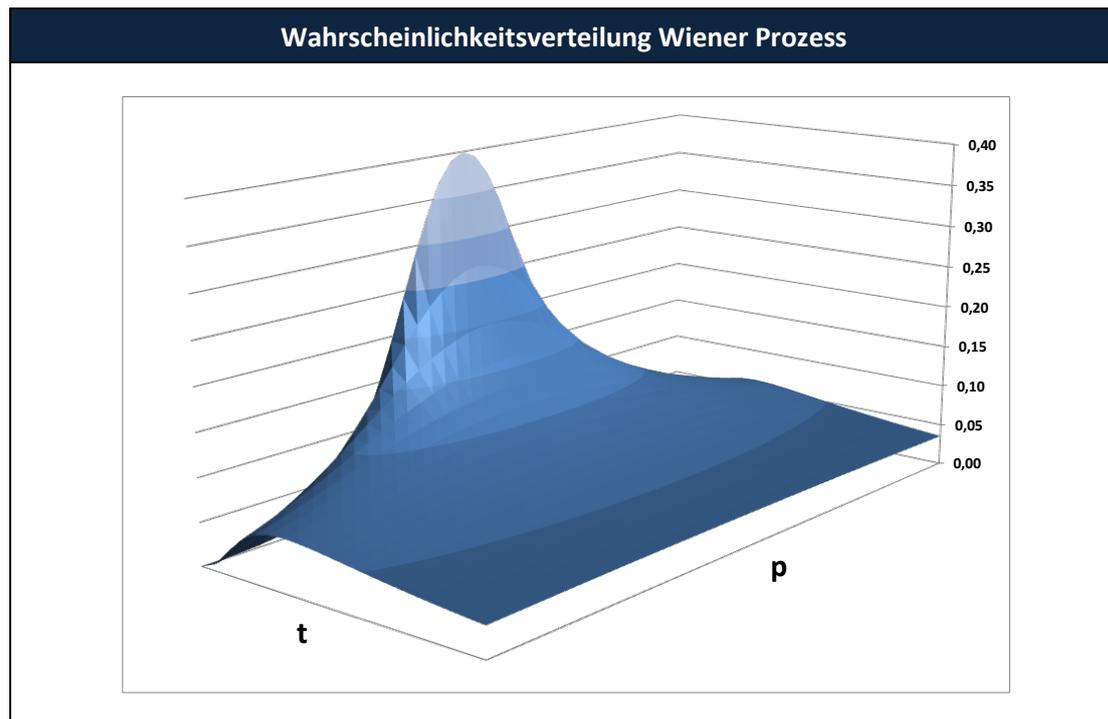


Abb. 10.9: Beispiel Wahrscheinlichkeitsverteilung Wiener Prozess

Es sei angenommen, dass der Startpunkt des Prozesses in der Spreadmitte bei dem Wert 0 liege. Dann verlässt der Preis pr_t den zugehörigen Spreadblock, wenn $pr_t < -\frac{s}{2}$ oder $pr_t > \frac{s}{2}$ ist. Die Wahrscheinlichkeit für das Verlassen des Spreadblocks zu einem Zeitpunkt t entspricht dann $1 - Prob\left(-\frac{s}{2} \leq pr_t \leq \frac{s}{2}\right)$, also der Gegenwahrscheinlichkeit zum Verbleib im Spread. Während die Grenzen $-\frac{s}{2}$ und $\frac{s}{2}$ über die Zeit konstant bleiben, steigt die Verlassens-Wahrscheinlichkeit mit steigendem t . Sie entspricht anschaulich der Fläche unter der Dichtefunktion von P_t zum Zeitpunkt t an beiden Rändern außerhalb der Grenzen.

Zur Berechnung dieser Fläche ist die Bestimmung der Verteilungsfunktion von P_t zum Zeitpunkt t erforderlich. Dem Wiener Prozess liegt eine Normalverteilung zugrunde, die durch $P \sim N(\mu, \sigma^2)$ mit der Dichtefunktion $f(pr) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(pr-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ und der Verteilungsfunktion $F(pr) = Prob(P \leq pr) = \int_{-\infty}^{pr} f(t) dt$ gegeben ist. Die Verteilungsfunktion der Normalverteilung lässt sich jedoch nicht analytisch berechnen und durch bekannte Funktionen in geschlossener Form beschreiben⁶¹⁴. Daher wird die Normalverteilung standardisiert: $Z \sim N(0, 1)$ mit $\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \phi(t) dt = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ und $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$. Es gilt dann $F(pr) = \Phi\left(\frac{pr-\mu}{\sigma}\right) = \Phi(z)$. Wegen der Symmetrieeigenschaft gilt ferner $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$.

Der Verlauf der oben beschriebenen Flächen unter der Dichtefunktion von P_t spiegelt im Zeitverlauf die Verteilungsfunktion der Wartezeiten bis zu dem Ereignis „Spreadsprung“, also Verlassen des Spreadblocks, wider. Um nun die Verteilung der Wartezeiten bestimmen zu können, muss die „Fläche“ außerhalb des Spreadblocks zu verschiedenen Zeitpunkten an geeigneten Stützstellen numerisch berechnet werden.

Sei nun $\bar{a}_s = \frac{s}{2}$ der im Zeitverlauf konstant zu haltende Abstand vom im Zeitverlauf ebenfalls konstanten Erwartungswert des Preises $\mu = E(P_t)$, welcher o.B.d.A. mit $\mu = 0$ angenommen wird. Sei

⁶¹⁴ Fahrmeir et al. (2007), S. 294

ferner $\pi_s(t)$ die Wahrscheinlichkeit für das Verbleiben des Preises in den Spreadgrenzen. Dann ist die Wahrscheinlichkeit $\bar{\pi}_s(t) = 1 - \pi_s(t)$ gesucht, mit der das Intervall $-\bar{a}_s \leq P \leq \bar{a}_s$ verlassen wird, also $\bar{\pi}_s(t) = 1 - \text{Prob}(-\bar{a}_s \leq P \leq \bar{a}_s)$. Allgemein gilt für die Quantile einer standardisierten Normalverteilung $pr_p = \mu \pm z_p \cdot \sigma$. Da die Standardabweichung im Fall des Wiener-Prozesses jedoch zeitabhängig ist und $\bar{a}_s = \frac{s}{2} = \text{const}$ ist, ergibt sich $\bar{a}_s = \mu \pm z_s(t) \cdot \sigma(t) = \frac{s}{2} = \text{const}$ ⁶¹⁵. Da weiterhin für den Wiener Prozess $\mu = 0$ und $\sigma(t) = \sqrt{\sigma(t)^2} = \sqrt{c^2 t} = c\sqrt{t}$ gilt, folgt $\bar{a}_s = z_s(t) \cdot c\sqrt{t} = \text{const}$ und somit $z_s(t) = \frac{\bar{a}_s}{c\sqrt{t}}$.

O.B.d.A. kann $c = 1$ angenommen werden. Im Fall etwa der Volkswagen-Aktie beträgt der wahrgenommene Spread $s = 50 \text{ Pf}$. Daher kann weiter beispielsweise angenommen werden $\pm \bar{a}_s = \pm \frac{s}{2} = \pm 0,25 \text{ DM}$. Somit ist in dem hier betrachteten Beispiel $\bar{\pi}_s(t) = 1 - \text{Prob}(-0,25 \leq P \leq 0,25) = 1 - \pi_s(t)$. Dazu ist für jede Stützstelle $z(t) = \frac{0,25}{\sqrt{t}}$ zu berechnen und $\bar{\pi}_s(t) = 1 - \pi_s(t) = 1 - (\Phi(z_s(t)) - \Phi(-z_s(t)))$ zu bestimmen, wobei $\Phi(z_s(t)) - \Phi(-z_s(t))$ der Wahrscheinlichkeit, bis zum Zeitpunkt t im Spread zu verbleiben, entspricht.

Folglich hat $\bar{\pi}_s(t)$ über alle t den Charakter einer Verteilungsfunktion der Wartezeiten bis zum Verlassen des Spreads, also bis zum Spreadsprung.

(b) Vergleich der Wartezeiten

Für die Exponentialverteilung für das Beispiel Volkswagen wird hier unter Ausschluss von 2,8% Ausreißern geschätzt $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{x}} = 0,1532$.⁶¹⁶

In folgender Grafik sind die Verteilungen der Wartezeiten der ermittelten Exponentialverteilung und der Verteilungen aus dem Wiener Prozess mit verschiedenen Varianten für den Parameter c dargestellt:

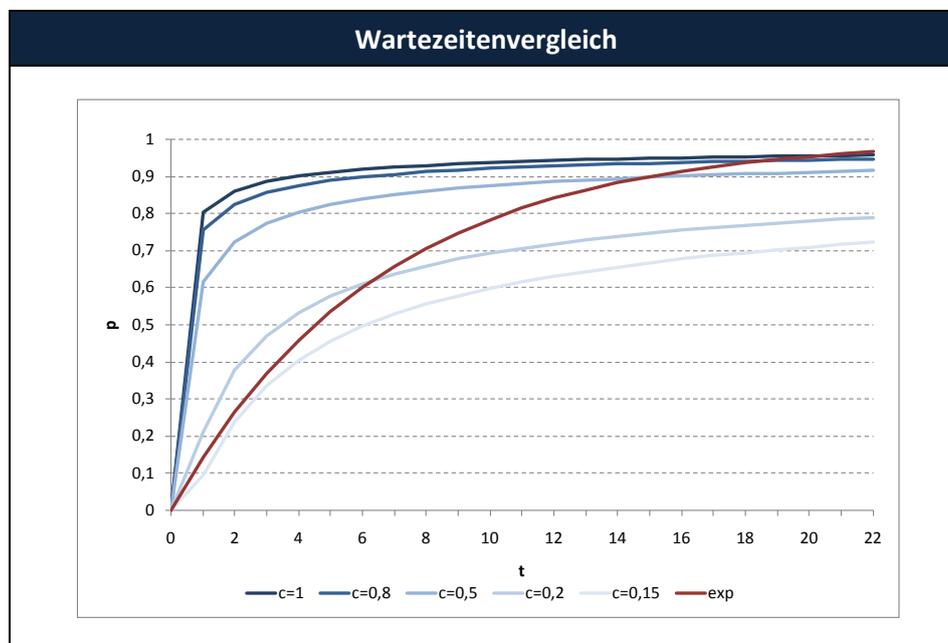


Abb. 10.10: Wartezeitenvergleich (I): Wiener Prozess und ASP

⁶¹⁵ Da die Standardabweichung zeitabhängig ist und $Z \cdot \sigma(t) = \text{const}$, muss folglich Z ebenfalls zeitabhängig sein.

⁶¹⁶ siehe etwa Schlittgen (2003), S. 222, S. 295

Es ist deutlich zu erkennen, dass es sich unabhängig von der Wahl des Parameters c offensichtlich um unterschiedliche Verteilungen handelt.

Da die Wahl des Parameters c für die Interpretation der Unterschiede von Bedeutung ist, wurde der Parameter für die Volkswagen-Aktie geschätzt, indem für unterschiedliche Intervall-Längen zunächst die Standardabweichungen der Preisdifferenzen und dann das Verhältnis der Standardabweichungen zur Länge der Zeitintervalle ermittelt wurde:

t [min]	\sqrt{t}	$\sigma^2(t)$	$\sigma(t)$	$c = \frac{\sigma(t)}{\sqrt{t}}$
1	1,0000	0,0277	0,1665	0,1665
2	1,4142	0,0574	0,2396	0,1694
4	2,0000	0,1288	0,3588	0,1794
8	2,8284	0,2757	0,5251	0,1856
16	4,0000	0,5535	0,7440	0,1860
32	5,6569	1,0810	1,0397	0,1838
64	8,0000	2,3395	1,5295	0,1912
128	11,3137	4,7919	2,1890	0,1935
Mittelwert				0,1819

Tab. 10.3: Ermittlung Parameter c

c weist eine leicht steigende Tendenz im Zeitverlauf auf. Als Schätzer für einen angemessenen c -Wert wird hier der Mittelwert $c = 0,1819$ gewählt. Es ergibt sich somit folgendes Bild:

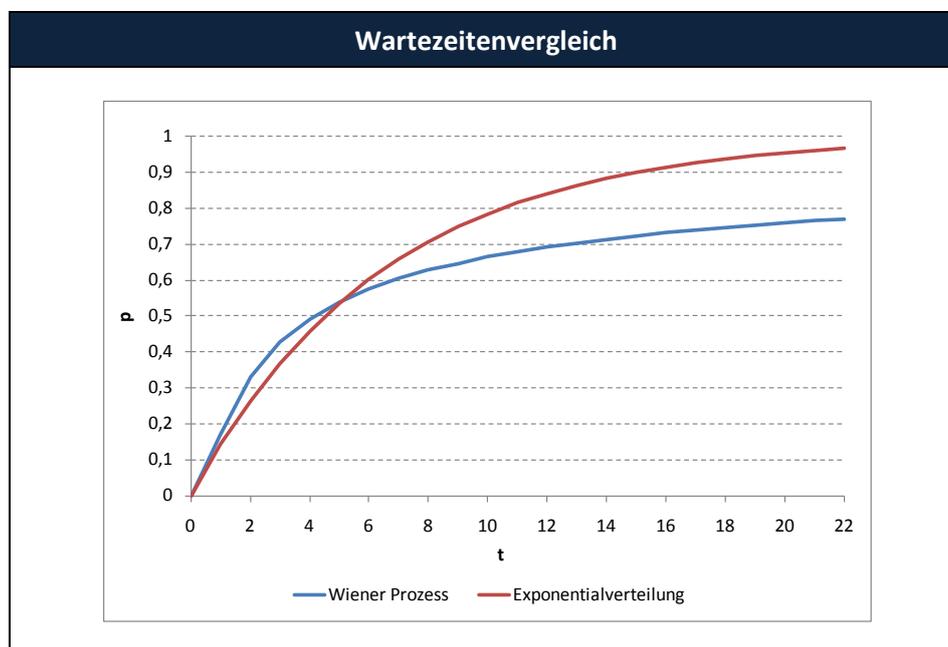


Abb. 10.11: Wartezeitenvergleich (II): Wiener Prozess vs. ASP

Während zu Beginn des Prozesses die Wahrscheinlichkeit für ein Verlassen des Spreadblocks beim Wiener Prozess deutlich höher ist, übersteigt die exponentialverteilte Verlassenswahrscheinlichkeit die des Wiener Prozesses ab einer Zeit von etwa 5 Minuten.

Da der Schätzer für den Wert des Parameters c jedoch aus den realen Daten ermittelt wurde, die ja, wie oben beschrieben, zu einer exponentialverteilten Wartezeit des Spreadsprungs führen, kann der

Schätzer als verzerrt angesehen werden. Wenn bei $c = 0,1819$ bereits die anfängliche Sprungwahrscheinlichkeit bei einem Wiener Prozess höher ist und insbesondere beim ISP-Prozess offensichtlich die (Spread-)Grenzen die Varianz der Preise vermindern, so kann davon ausgegangen werden, dass der korrekte Parameterwert für c wahrscheinlich deutlich unterschätzt wurde und c bei einem tatsächlich zu Grunde liegenden Wiener Prozess somit deutlich höher wäre. In jedem Fall ist die anfängliche Sprungwartezeit eines Wiener Prozesses offensichtlich deutlich kürzer als bei den empirisch ermittelten Sprungwartezeiten. Somit würde ein Wiener Prozess zu einer erheblich schnelleren Diffusion führen.

Da bereits im dargestellten Beispiel so erhebliche Abweichungen aufgetreten sind, dass eine Übereinstimmung der Verteilungen offensichtlich ausgeschlossen werden kann, sowie aufgrund der Komplexität des Problems, wurde auf weitere Analysen verzichtet.

10.2.5 Sprungweiten

Nachdem sich die Wartezeiten für die Spreadsprünge und somit der Sprungprozess als exponentialverteilt ergeben haben, stellt sich nunmehr die Frage, welche Verteilung sich für die Größe der Spreadsprünge - also für die „Sprungweiten“ - ergibt. Ein Spreadsprung kann dabei grundsätzlich über mehrere Spreadbreiten erfolgen - insbesondere am Tagesanfang.

Die Sprungweiten sind dabei sowohl abhängig von der Länge der betrachteten Intervalle Δt als auch von der vorgegebenen Größe eines Spreadblocks s . Die Größe des Spreadblocks ergibt sich in Anlehnung an den Schätzer für die empirische Spreadbreite. Die Intervall-Länge wurde im Rahmen der oben dargestellten Betrachtungen auf $\Delta t = 1 \text{ min}$ festgelegt. Die Abhängigkeit der Sprungweiten von s und Δt soll hier nicht näher analysiert werden, da lediglich das Sprungprinzip verdeutlicht werden soll. Es ist jedoch anzunehmen, dass Spreadsprünge in Frequenz und Weite mit zunehmender Größe der Intervall-Längen und abnehmender Spreadbreite zunehmen.

Für die Analyse wurden die vier umsatzstärksten Aktien ausgewählt und eine Größe des Spreadblocks von $s = 50 \text{ Pf}$ angenommen. Dann ergibt sich:

Aktie	Sprungweite [s]						Anzahl Spreadsprünge gesamt	Anteil Intervall mit Spreadsprünge n
	≤ -3	-2	-1	1	2	≥ 3		
VOW	0,3%	0,8%	47,9%	49,3%	1,5%	0,3%	3.057	14,3%
DAI	0,6%	3,5%	46,5%	46,1%	2,6%	0,7%	3.904	18,2%
SIE	0,3%	1,5%	49,5%	46,9%	1,4%	0,5%	3.305	15,4%
DBK	0,4%	2,4%	47,8%	46,9%	1,9%	0,6%	3.511	16,4%

Tab. 10.4: Spreadsprungweiten

Insgesamt ist für die betrachteten Wertpapiere zu erkennen, dass Spreadsprünge in etwa 15% der Intervalle stattfinden, Aufwärts- und Abwärtsbewegungen eine weitgehend symmetrische Verteilung aufweisen und der Betrag der Sprungweite in durchschnittlich mindestens 95% der Fälle genau eine Spreadbreite beträgt. Es findet also in der Regel ein Sprung zu einem direkt angrenzenden Spreadblock statt. Alle größeren Sprünge liegen wahrscheinlich am Tagesanfang oder in Zeiträumen mit einem starken Drift, können jedoch bei einer idealtypischen Modellierung zunächst offensichtlich vernachlässigt werden. Auf die Überprüfung der statistischen Signifikanz wurde aufgrund des deutlichen Ergebnisses verzichtet.

Die Diffusionskomponente des ASP kann somit grundsätzlich als einfache Irrfahrt mit den o.g. Annahmen modelliert werden:

- (1) $Z_t \in \{1, -1\}$
- (2) Z_t unabhängig identisch verteilt
- (3) Z_t unabhängig vom Anfangswert X_0
- (4) $Prob(Z_t = 1) = \pi, Prob(Z_t = -1) = 1 - \pi = \pi', \forall t, \pi \in [0,1]$

Wie bereits im Autokorrelogramm der Spread sprungdifferenzen dargestellt, besteht zwischen den Spread sprung-Differenzen aufeinanderfolgender Zeitpunkte quasi kein Zusammenhang, was auf eine gewisse Unabhängigkeit hindeutet. Aufgrund der weitgehenden Symmetrie kann ferner o.B.d.A. $\pi = 0,5$ angenommen werden.

10.2.6 Sprungfolgen

Obwohl die Autokorrelationsanalyse der Spread sprung-Differenzen auf keine deutlichen seriellen Zusammenhänge hinweist, soll die Reihenfolge der Spread sprünge ähnlich wie bei der Analyse der Compass Rose analysiert werden. Es ergibt sich für die Sprünge am Ende der 1-min-Intervalle etwa für Volkswagen für die absoluten Häufigkeiten der Sprungfolgen folgendes Bild:

Sprung- weiten t	t+1							Gesamt- ergebnis
	≤ -3	-2	-1	0	1	2	≥ 3	
≤ -3		1		4	1	2		8
-2			2	14	7			23
-1	1	2	66	1.180	211	3		1.463
0	6	19	1.201	15.894	1.202	30	9	18.361
1	1	1	181	1.237	78	9	1	1.508
2			13	27	5			45
≥ 3				6	4	1		11
Gesamt- ergebnis	8	23	1.463	18.362	1.508	45	10	21.419

Tab. 10.5: Sprungfolgen

Die Übergänge von +1/-1 nach 0 und umgekehrt sind offensichtlich nahezu gleichverteilt. Es ist eine geringfügige Tendenz zu Mean Reversion - hier gelb markiert - zu erkennen, da nach +1 häufiger -1, nach -1 häufiger +1 folgt. Der Effekt des „sofortigen Rücksprungs“ ist deutlich häufiger zu beobachten als der Effekt, dass zwei Spread sprünge in die gleiche Richtung unmittelbar aufeinander folgen („Momentum“). Ein Grund für diesen Effekt könnte ein „irrtümlicher Wechsel“ in den benachbarten Spread block sein, welcher aufgrund einer mangelnden Anzahl von Geboten am Spread rand zustande kommen könnte. Da der Effekt aber in relativen Häufigkeiten nicht so stark ausgeprägt ist, wird auf eine detailliertere Analyse verzichtet.

Für die weiteren umsatzstarken Aktien ergibt sich (ohne Berücksichtigung der wenigen Ausprägungen von Spread sprünge > 1 bzw. > 2) ein ähnliches Bild:

Deutsche Bank				
Sprung- weite t	t+1			Gesamt- ergebnis
	-1	0	1	
-1	121	1.347	190	1.658
0	1.348	15.094	1.324	17.766
1	189	1.341	100	1.630
gesamt	1.658	17.782	1.614	

Tab. 10.6: Sprungfolgen Deutsche Bank

Sprung- weite t	t+1			Gesamt- ergebnis
	-1	0	1	
-1	116	1.310	197	1.596
0	1.301	15.481	1.242	17.974
1	203	1.248	87	1.629
gesamt	1.596	17.975	1.629	

Tab. 10.7: Sprungfolgen Siemens

Für DAI ergibt sich bereits ein leicht verändertes Bild. Die Matrix der Spreadsprungfolgen deutet auf eine weitere Streuung der Sprünge hin:

Sprung- Weite t	t-1					Gesamt- ergebnis
	-2	-1	0	1	2	
-2	3	18	88	23	2	134
-1	27	153	1.426	195	9	1.810
0	98	1.400	14.510	1.400	69	17.477
1	6	223	1.389	164	16	1.798
2	1	16	73	7	3	100
gesamt	135	1.810	17.486	1.789	99	

Tab. 10.8: Sprungfolgen Daimler

Die weitere Streuung kann im Wesentlichen darauf zurückgeführt werden, dass die Preiswahrnehmung für DAI deutlich größer ist, als bei den anderen umsatzstarken Aktien. Der empirisch ermittelte Spread von etwa 80 Pf weicht bereits deutlich vom hier angenommenen wahrgenommen Spread in Höhe von 50 Pf ab. Der beschriebene leichte „Mean Reversion-Effekt“ verwischt ebenfalls. Die Grundstruktur der Spreadsprung-Matrix bleibt jedoch offensichtlich erhalten.

10.3 Grenzen

10.3.1 Motivation

Für den äußeren Spreadprozess (ASP) wurden bisher die Wartezeiten der Spreadsprünge und die Sprungweiten analysiert. Es stellt sich nunmehr die Frage, ob der Diffusionsprozess der Spreadblöcke ausschließlich der beschriebenen einfachen Irrfahrt folgt, oder ob weitere - ggf. wahrnehmungsbedingte - Grenzen existieren und welchen Einfluss diese Grenzen auf den ASP haben.

10.3.2 Häufigkeiten gerundeter Preise

(a) IBIS

Um einen ersten Eindruck von der Existenz möglicher Grenzen zu erlangen, wurde beispielhaft für Volkswagen im IBIS-Datensatz die rund 13.800 Preisdifferenzen in Bezug auf den Anfangspreis⁶¹⁷ im Zeitverlauf und als absolute Häufigkeiten grafisch dargestellt:

⁶¹⁷ hier 276,00 DM

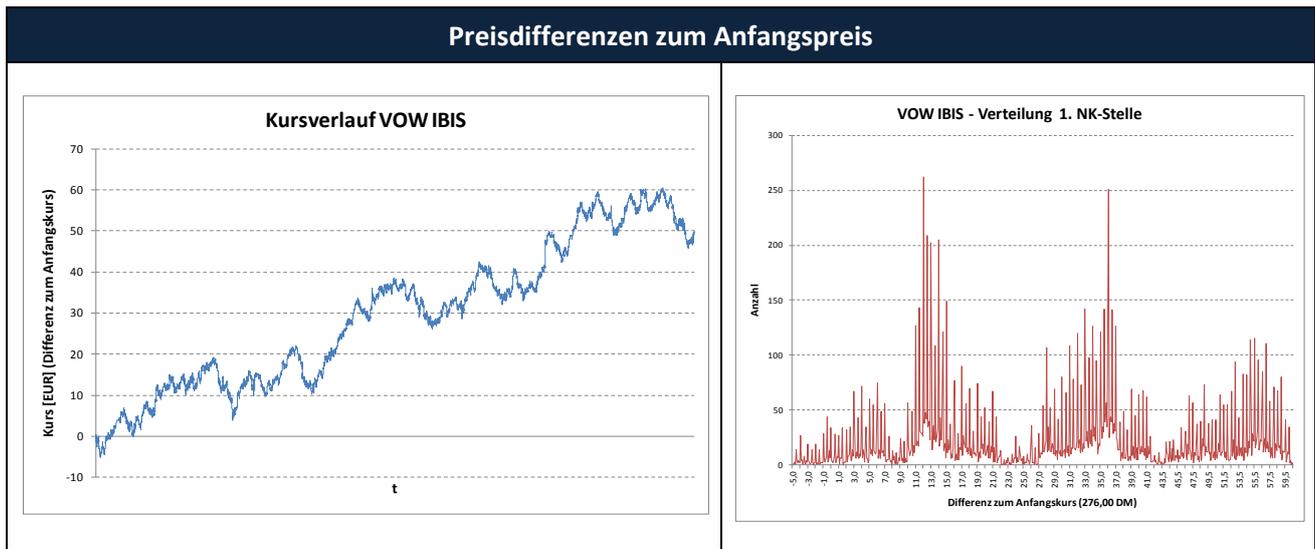


Abb. 10.12: Preisdifferenzen zum Anfangspreis

Es wird deutlich, dass sich der Preis in einigen Bereichen länger aufhält, als in anderen. So ist etwa eine Konzentration der Preise in den Preisdifferenz-Bereichen 11,00 – 15,00 DM und 33,00 – 37,00 DM zu beobachten.

In den absoluten Preisdifferenzhäufigkeiten sind Peaks bei allen Vielfachen von 50 Pf erkennbar, die z.T. nochmals stark unterschiedlich ausgeprägt sind. Diese Peaks sind wie oben beschrieben wahrnehmungsbedingt motivierbar und könnten als Ergebnis des ISP entstehen. Um jedoch weitere wahrnehmungsbedingte Grenzen erkennen zu können, muss zunächst diese feine Frequenz „herausgefiltert“ werden.

Als erste einfache Filterung sollen die Preise gerundet werden, um die Preise zu Preisbereichen zusammenzufassen. Da die Tick Size der IBIS-Daten 10 Pf beträgt wird auf die nächst größere Dezimalstelle, also 1 DM, gerundet. Die Rundung erfolgt einerseits kaufmännisch und andererseits durch abrunden. Durch das Abrunden werden die Preishäufigkeiten quasi genau auf die 1-DM-Stelle, also die erste Vorkomma-Stelle abgebildet. Durch ein einfaches Runden würden hingegen alle Preise im Umfeld eines Preises mit besonderer wahrnehmungsbedingter Attraktion - wie z.B. 250,00 EUR - auf eben diesen Preis abgebildet.

Sofern bei dieser Vergrößerung die gleichen wahrnehmungsspezifischen Mechanismen bzgl. der Häufigkeit der Zahlenverwendung greifen, würde dieses unmittelbar dadurch erkennbar sein, dass etwa die Differenzen ... -1, 4, 9, 14, 19, ... besonders häufig auftreten müssten, da diese bei einem Anfangspreis von 276,00 DM die Vielfachen von 5 DM repräsentieren.

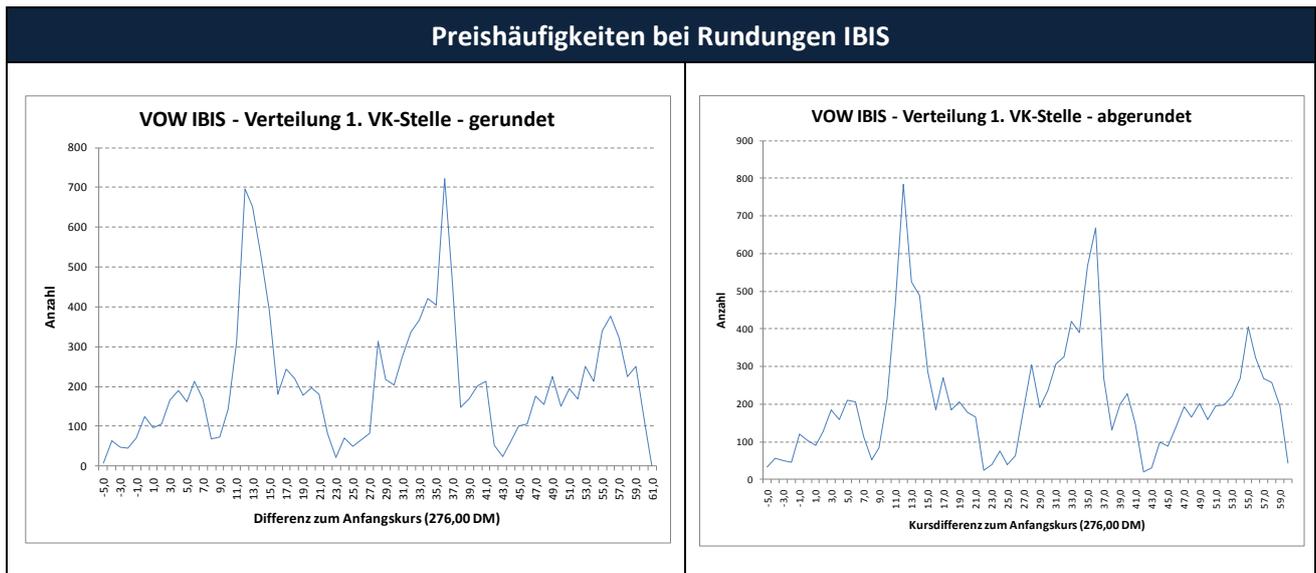


Abb. 10.13 Preishäufigkeiten bei Rundungen IBIS

Es wird bei beiden Rundungsmechanismen deutlich, dass in diesem Beispiel die Maxima bei Differenzen von etwa 12 EUR, 36 EUR und 55 EUR existieren und einige weitere Peaks erkennbar sind, was möglicherweise auf die Existenz von weiteren Grenzen hindeutet. Es kann weiterhin zumindest als fragwürdig angesehen werden, ob mit Hilfe eines Random Walks eine solche Verteilung generiert werden kann.

Allerdings ist auch die oben beschriebene 5 DM-Differenz-Struktur offensichtlich kaum erkennbar. Folglich müssten ggf. vorhandene weitere Grenzen auch durch weitere Kriterien und nicht nur eine absolute Zahlenwahrnehmung bedingt sein. So wäre es etwa möglich, dass bei größeren Betrachtungen eine logarithmische Zahlenwahrnehmung anstelle der bereits dargestellten linearen Wahrnehmung tritt.

(b) XETRA

Da der IBIS-Datensatz mit den Daten für 2 Monate nur einen sehr begrenzten Umfang hat, wurde die obige Analyse ebenfalls für die über XETRA häufig gehandelten Wertpapiere Volkswagen, Daimler und Allianz mit jeweils rund 200.000 Kursdaten durchgeführt.

Unter XETRA beträgt die Tick Size 1 ct, daher wurden die Rundungen für die 1. Nachkommastelle (10 ct) und nicht wie bei IBIS für die 1. Vorkommastelle durchgeführt. Um einfache Strukturen auf noch größerer Ebene darzustellen, wurde zusätzlich die gleiche Analyse für die 1. Vorkommastelle (1 EUR) durchgeführt. Für die Preishäufigkeiten bei Abrundungen ergibt sich beispielsweise folgendes Bild (zu den weiteren detaillierten Ergebnissen siehe Anhang 10.2):

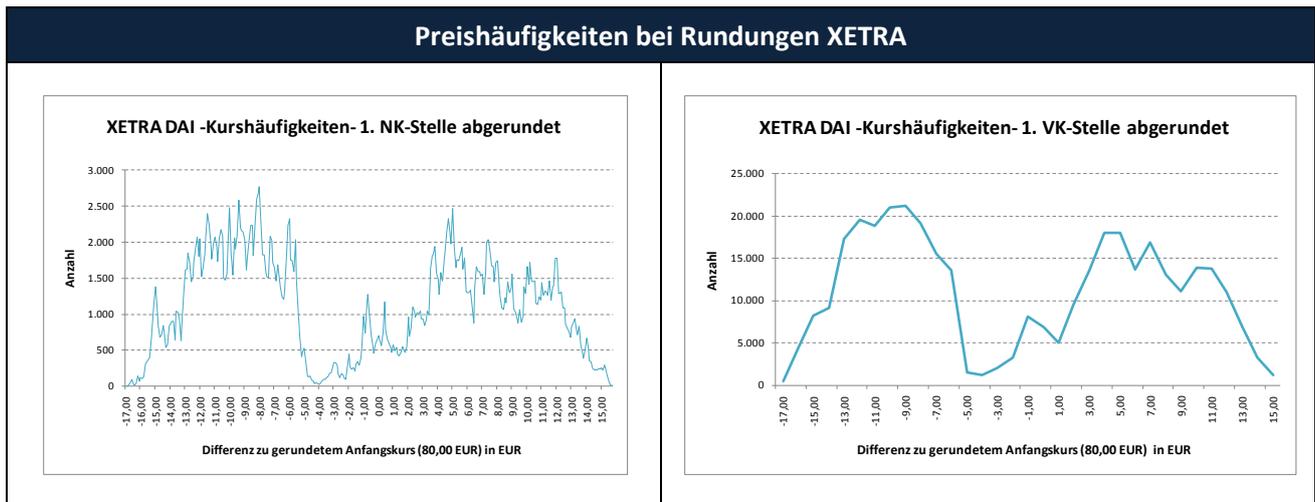


Abb. 10.14: Preishäufigkeiten bei Rundungen XETRA

Für die 1. Nachkommastelle sind ähnliche Strukturen wie bereits unter IBIS zu erkennen: Es existieren größere Bereiche, in denen sich der Preis häufiger aufhält - etwa -13 bis -6 EUR und 4 bis 12 EUR Preisdifferenz zum Referenzpreis. Innerhalb dieser Bereiche sind wiederum kürzere Bereiche mit relativ größeren Häufigkeiten sichtbar – beispielsweise 4 bis 5,50 EUR und 6,50 EUR bis 8 EUR. In diesen kürzeren Bereichen befinden sich wiederum Peaks, also bevorzugte Preise bzw. Bereiche um einen Preis mit höherer Wahrscheinlichkeit.

Die Rundung auf die 1. Vorkommastelle führt zu einer Glättung der beobachteten Peaks, bestätigt aber ansonsten die Beobachtungen für die 1. Nachkommastelle. Es ergibt sich insgesamt jedoch auch anhand dieses Ergebnisses kein offensichtlicher Ansatzpunkt zur Identifizierung möglicher weiterer Grenzen.

(c) Fazit

Offensichtlich sind nicht alle Preise „gleichberechtigt“. Neben der besonderen Bedeutung der Endziffern 0 Pf und 50 Pf müssen offensichtlich weitere Strukturen in den Preisen eine Rolle spielen, da bestimmte Preisbereiche deutlich häufiger auftreten als andere und somit die Vermutung nahelegt, dass weitere Grenzen außer denen des ISP existieren könnten.

Die Analyse der Häufigkeiten gerundeter Preise führt jedoch nicht zur eindeutigen Identifizierung möglicher Grenzen. Es sind also keine absoluten Grenzen an bestimmten Preisschwellen erkennbar.

Ferner kann das häufige Auftreten einzelner (gerundeter) Ziffern durch zwei unterschiedliche Effekte hervorgerufen werden:

1. Die entsprechende Ziffer ist eine absolute Grenze. Der (gerundete) Preis stößt häufig auf diese Grenze oder verharrt dort, ohne sie längerfristig zu überschreiten.
2. Die entsprechende Ziffer ist eine „Durchgangsziffer“. Der (gerundete) Preis schwankt um diese Grenze. Der Wert ist zwar häufiger zu beobachten, „verwischt“ jedoch durch die Schwankungen.

10.3.3 Häufigkeiten der Spread Sprünge

Anstelle der Rundung der Preise bietet sich die Betrachtung der Entwicklung bzw. Häufigkeiten der durch den ASP gebildeten Spread Sprünge als Filterung bzw. Glättung an.

Die Auswertung der Spread Sprünge im Zeitverlauf und die Häufigkeiten der Spreadblöcke ab dem Anfangsspreadblock ergeben beispielhaft für Volkswagen im IBIS-Datensatz folgendes Bild:

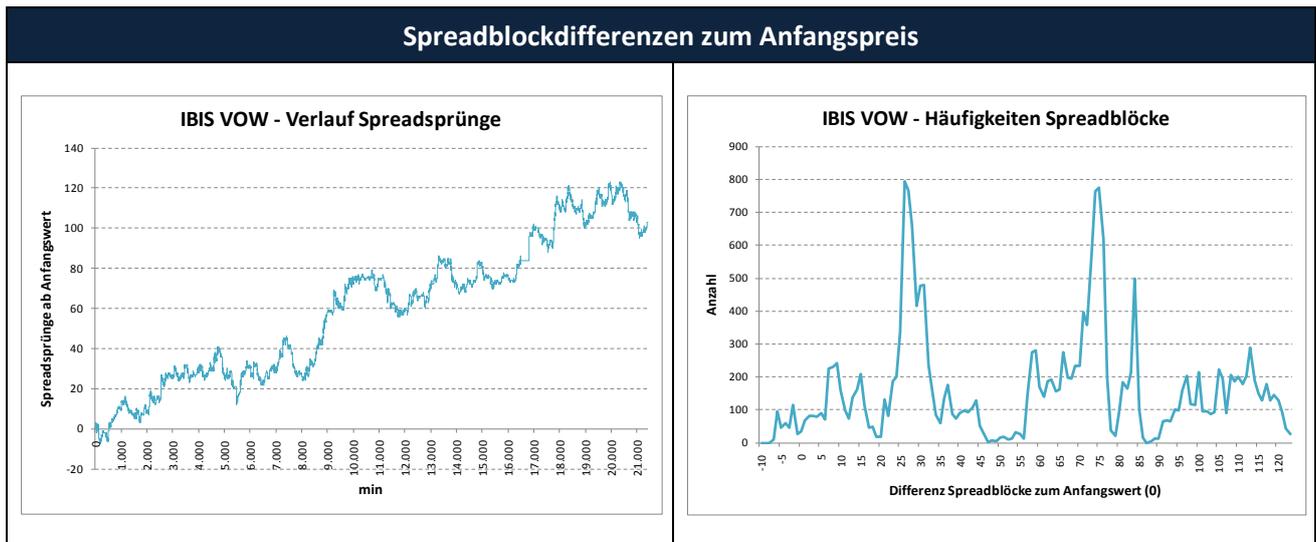


Abb. 10.15: Spreadblockdifferenzen zum Anfangspreis IBIS (Volkswagen)

Die Ergebnisse ähneln stark der Auswertung für die Rundungen der 1. Vorkomma-Stelle, zumal jeweils zwei aufeinander folgende Spreadblöcke ein Intervall von 1 DM abdecken. Insofern stellt die Darstellung der Spreadblöcke eine Verfeinerung dar.

Eine klarere Struktur von Grenzen lässt sich dennoch nicht erkennen, wengleich auch hier die Peaks auf erhöhte Wahrscheinlichkeiten für einzelne Bereiche hindeuten. Sollten mithin weitere Grenzen bestehen, sind diese offensichtlich nicht linear strukturiert. Ein Erklärungsansatz könnte in einer gleitenden Preiswahrnehmung oder zunehmend heterogener Genauigkeit der Preisantworten der unterschiedlichen Marktteilnehmer beim Übergang zwischen zwei Preisbereichen bestehen.

Bei der Betrachtung der Grafik des Spreadprung-Verlaufs fällt ferner auf, dass die Generierung eines solchen Verlaufs als Trajektorie eines Random Walks offensichtlich eher unwahrscheinlich ist. Es stellt sich mithin die Frage, welche Unterschiede erkennbar sind und welche Konsequenzen hieraus folgen.

10.3.4 Low Volatility Blocks (LVB)

10.3.4.1 Mikrostruktur der Spreadsprünge

Weitere Einblicke in die „Mikrostruktur“ der Spreadsprünge verschafft die Betrachtung kürzerer Abschnitte aus dem Spreadprungverlauf:

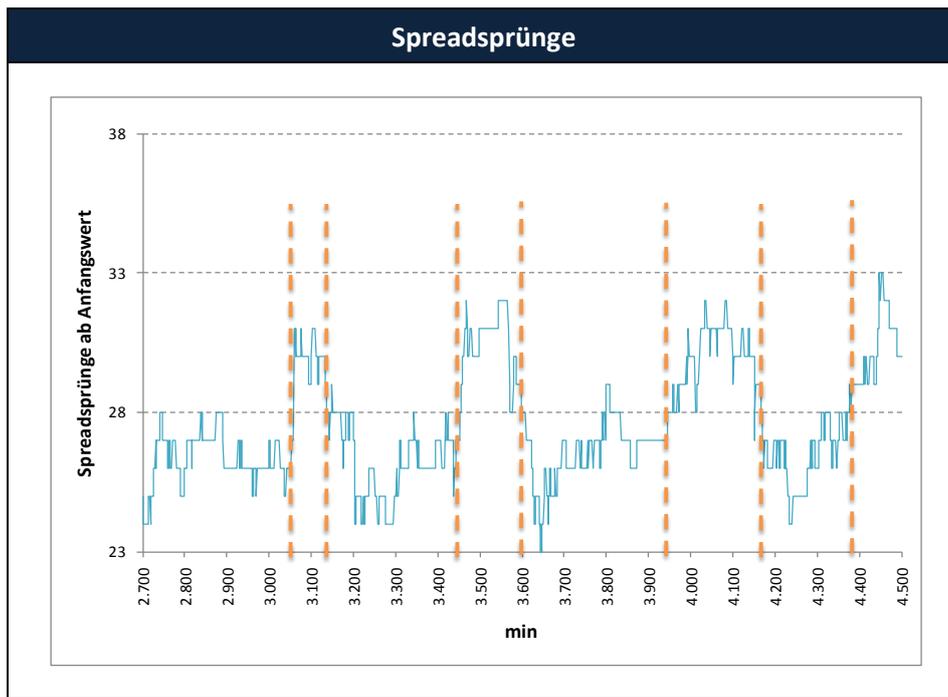


Abb. 10.16: Verlauf Spreadsprünge Volkswagen (IBIS)

Es ist zu erkennen, dass sich der Preis z.T. sehr lange in bestimmten geringen Bandbreiten aufhält - z.B. bewegen sich die Preise im Zeitraum 2700-4500 min, also etwa 3,5 Handelstagen lang, zwischen den Spreadblöcken 23 und 33. Dabei ist Spreadblock 23 bzw. 33 der Spreadblock, der 23 bzw. 33 Spreadblockbreiten oberhalb des ersten insgesamt betrachteten Preises liegt. Dieses entspricht einer Bandbreite von nur rund 5 DM (= 2% vom Preis).

In der Volkswagen-Beispiel-Grafik der Mikrostruktur der Spreadsprünge ist nicht nur erkennbar, dass sich der Preis sehr lange im Bereich der Spreadblöcke 23-33 aufhält und somit eine niedrige Volatilität ausweist. Es ist ebenfalls erkennbar, dass der Bereich etwa in 2 kleinere Bereiche (hier die Spreadblöcke 23 – 28 und 28 – 33) mit für sich genommen eigenen Grenzen und relativ langer Verweildauer zwischen den Grenzen aufgeteilt werden kann. Aus der relativ langen Verweildauer folgt wiederum eine wahrscheinlich geringe Volatilität.

Auch hier stellt sich die maßgebliche Frage, ob Grenzen in der Entwicklung der Preise bzw. Spreadblöcke identifiziert werden können. Es ist die Idee der folgenden Analyse, die Entwicklung der Spreadblöcke - ähnlich der Analyse der Spreadblöcke selbst - in Bereiche jeweils fixer Breite im Zustandsraum zu unterteilen und dann für unterschiedliche Breiten nach einem möglichen Kriterium für generellere Grenzen zu suchen.

10.3.4.2 Wahrnehmungsbedingte Entscheidungseinflüsse auf gröberer Ebene

Mit der Interpretation der Spreadsprung-Ursachen in Kapitel 10.2.2 wird zwar eine mögliche wahrnehmungstechnische Begründung für die Spreadsprünge gegeben. Es wird jedoch nicht aufgezeigt, ob weitere wahrnehmungsbedingte Aspekte auf einer gröberen (Meta-)Ebene für die Preisbildung - hier konkret für mögliche weitere Grenzen - von Bedeutung sein könnten.

In Kapitel 4 wurde beschrieben, dass die Genauigkeit der Antworten insbesondere bei iterierten Entscheidungen schwanken kann, da das Signal (bzw. einzelne Informationen des Signals) ebenso wie die Wahrnehmungsfunktion zeitabhängig sein können. Dies kann im konkreten Fall des Aktienhandels etwa folgende Auswirkungen haben:

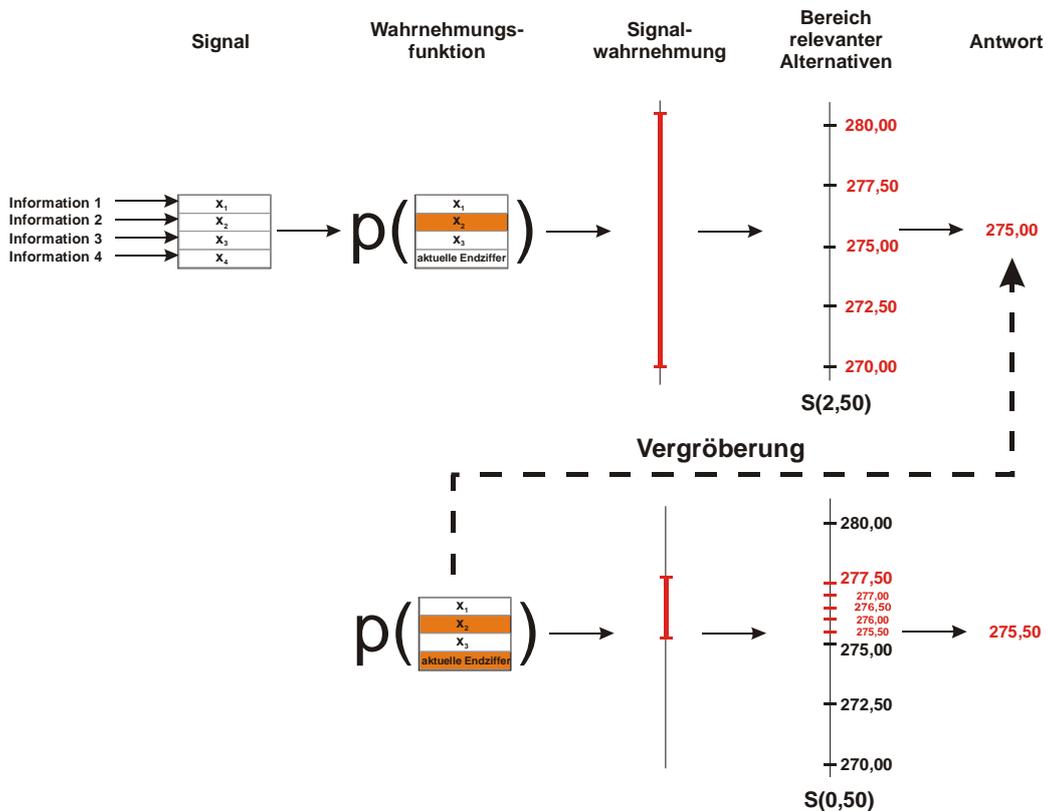
1. Signalveränderungen

Informationen des Signals könnten sich im Zeitverlauf ändern. So könnten beispielsweise neue Fundamentalinformationen auftreten oder ein nicht unerhebliches, neues Ordervolumen in das Orderbuch eingehen. Folglich wird der Antwortprozess bei maßgeblichen Signaländerungen auch bei gleichbleibender Wahrscheinlichkeitsfunktion neu durchlaufen. Die Antwortgenauigkeit kann sich bei zunehmender Diffusität des Signals aufgrund der durch die neue Information ggf. entstehenden zunehmenden Ungewissheit auch vergrößern. Es würden dann 3 - 5 gröbere Alternativen berücksichtigt und folglich weitere Grenzen im Entscheidungsprozess entstehen.

2. Veränderungen in der Wahrnehmungsfunktion

Neben möglichen Verfeinerungen durch eine stärkere Gewichtung zusätzlicher Informationen in der Wahrnehmungsfunktion, kann es auch durch Komplexitätsreduktion und somit geringere Gewichtung vorhandener Informationen im Zeitverlauf zu einer temporären Vergrößerung von Antworten kommen.

Dieses ist etwa dann der Fall, wenn beispielsweise die Endziffer der letzten Transaktion bisher in den Preisentscheidungen eine Rolle gespielt hat, der Marktteilnehmer diese Information aber nunmehr nicht weiter berücksichtigen will, da anderweitige vorhandene Informationen - wie etwa die Größenordnung des Preises - in den Vordergrund seiner Entscheidung rücken. Folglich könnte die Information über die Endziffer der letzten Transaktion „ausgeblendet“ werden und sich somit ggf. die Antwortgenauigkeit vergrößern, wie in folgender Grafik nochmals illustriert wird:



Über alle Marktteilnehmer kann davon ausgegangen werden, dass bei den Preisentscheidungen die relativ feinen Antworten im ISP von gröberen Antworten aufgrund von Änderungen in Signal oder Wahrnehmungsfunktion quasi überlagert werden. Die gröberen Antworten müssen dabei nicht zwingend auf der gleichen Skala gegeben werden.

Annahme 10.2: Spreadblöcke als ASP-Zustände

Neben der Entscheidung über einen konkreten Preis wird hier angenommen, dass die Teilnehmer auf einer größeren Ebene (ASP) zusätzlich über die grundsätzliche Angemessenheit der Lage des kompletten Intervalls relevanter Alternativen entscheiden und diese Entscheidungen den ISP quasi überlagern.

Es wird deshalb angenommen, dass die Marktteilnehmer auf dieser größeren ASP-Ebene nicht in Preisen - wie beim ISP -, sondern im Zustandsraum quasi in weitgehend disjunkten Preis-Intervallen „denken“ und diese Intervalle den oben beschriebenen Spreadblöcken entsprechen.

Aus solchen Preis-Intervallen könnte dann wiederum ein beliebiger Wert als Response gewählt werden und somit den konkreten Spreadblock für die feinere Preisentscheidung im ISP vorgeben. Jeder der Werte des Preis-Intervalls würde den „wahrgenommenen Intervallwert“ repräsentieren. Hieraus folgt, dass alle Responses des Intervalls zusammen eine Grenze darstellen könnten. Einzelne absolute Werte wären für den ASP-Prozess somit von untergeordneter Bedeutung. Die Grenzen wären dann nicht einzelne Preise bzw. Ziffern, sondern komplette Preis-Intervalle in ISP-Breite.

Somit würden die Alternativen im ASP quasi-disjunkten Preisintervallen entsprechen, deren Ränder wiederum unscharf sein können. Die Marktteilnehmer würden auf der größeren ASP-Ebene wiederum zwischen 3-5 Alternativen (Spreadblöcken) entscheiden, die die neuen „größeren“ Grenzen bestimmen würden. Innerhalb dieser Grenzen würden nunmehr die Spreadblöcke und nicht die einzelnen Preise „fluktuieren“. Durch die Zeitpunkte des Verlassens dieser Grenzen würden neue, größere Blöcke gebildet werden.

Insgesamt würde sich der Prozess ähnlich dem ISP, jedoch auf einem größeren, den ISP überlagernden Niveau, bewegen.

10.3.4.3 Definition Low Volatility Block (LVB)

Die Sprungstellen zwischen den hier angenommenen Bereichen sind in Abb. 10.16 gestrichelt markiert. Da die Bereiche jeweils Zeit-Intervalle mit geringer Preis-Volatilität darstellen, sollen sie im Folgenden als Low Volatility Blocks (LVB) bezeichnet werden.

Analog zur Terminologie der Spreadblöcke kann dann definiert werden:

lvb_i	Low Volatility Block i
b	konstante Breite LVB (Anzahl Spreadblöcke)
$l(lvb_i)$	Blocklänge lvb_i
$\omega_u^{SB}(lvb_i), \omega_o^{SB}(lvb_i) \in \Omega^{SB}$	Untere/obere Grenze lvb_i
$t(lvb_i) \in T$	Zeitpunkt des Verlassens von lvb_i , falls also $\omega^{SB}(sb_j, p_{t(sb_{j-1})}) > \omega_o^{SB}(lvb_i)$ oder $\omega^{SB}(sb_j, p_{t(sb_{j-1})}) < \omega_u^{SB}(lvb_i)$

Ein LVB-Sprung ist somit der Wechsel von lvb_i in einen benachbarten lvb_{i+1} zum Zeitpunkt $t(lvb_i)$.

(1) Zeitpunkt der Festlegung der Grenzen

Beim Abschluss eines LVBS wird direkt die Unter- und die Obergrenze des folgenden LVBS festgelegt.

(2) LVB-Grenzen und Quasi-Disjunktheit der LVBS

Für die Spreadblöcke wird wie bei der Vorgehensweise im ISP von einer zuvor definierten Überschneidung der LVBS ausgegangen. Bereits im ISP konnten die Grenzen in Abhängigkeit von der Marktsituation jeweils zwei benachbarten Spreadblöcken zugeordnet werden. So konnte etwa ein „Grenzpreis“ von 275,50 DM sowohl dem Spreadblock [275,00 DM; 275,50 DM] als auch dem Spreadblock [275,50 DM; 275,00 DM] aufgrund der Rand-Unschärfe der Spreadblöcke zugeordnet werden.

Annahme 10.3: unscharfe LVB-Grenzen

Die Grenzen der LVBS werden ebenfalls als „unscharf“ angenommen, d.h. dass die Teilnehmer einzelne Rand-Spreadblöcke in Abhängigkeit von der Marktsituation je 2 benachbarten LVBS zuordnen können. Die Annahme der Unschärfe der Grenzen kann anschaulich damit begründet werden, dass den Marktteilnehmern an den LVB-Rändern eine eindeutige Zuordnung eines Spreadblocks zum jeweiligen LVB schwerer fällt, als etwa in der Mitte des LVBS.

Für die Überschneidung wird im Folgenden unabhängig von der definierten LVB-Breite eine Breite von genau einem Spreadblock angenommen. Es gelte also $\omega_o^{SB}(lvb_i) = \omega_u^{SB}(lvb_{i+1})$ bzw. $\omega_u^{SB}(lvb_i) = \omega_o^{SB}(lvb_{i+1})$. Insofern werden hier lediglich „quasi-disjunkte LVBS“ generiert.

Beispiel:

Annahmen:

- Spreadblockbreite: 0,50 DM
- LVB-Breite: 6 Spreadblöcke
- Anfangspreis: 275,00 DM
- Spreadblock Nr. 0 = sb_0 = Preis-Intervall [275,00 DM; 275,50 DM],
Spreadblock Nr. 1 = sb_1 = Preis-Intervall [275,50 DM; 276,00 DM] usw.

Ergebnis:

- LVB Nr. 0 = $lvb_0 = [sb_0, sb_5] = [275,00 DM, 278,00 DM]$
- LVB Nr. 1 = $lvb_1 = [sb_5, sb_{10}] = [277,50 DM, 280,50 DM]$
- Der Spreadblock 5 ([277,50 DM; 278,00 DM]) gehört somit sowohl zu lvb_0 als auch zu lvb_1

(3) Festlegung der Höhe der Grenzen des ersten LVBS

Bei der Suche nach generellen Grenzen kann bei disjunkten LVBS die Definition der Grenzen des ersten LVBS unter Umständen von besonderer Bedeutung für die Identifizierung der Grenzen und die Analyse wahrnehmungsbedingter Einflussfaktoren sein.

Der Einfluss der LVB-Grenzen soll am Beispiel der Volkswagen-Aktie unter IBIS erläutert werden: Ist beispielsweise der erste betrachtete Preis $p_o = 276,30 DM$, so ergibt sich bei $s = 50 Pf$, dass der erste betrachtete Spreadblock sb_0 das Intervall $[p_u^{sb}(sb_0), p_o^{sb}(sb_0)] = [276,00; 276,50]$ im Zustandsraum umfasst. Wählt man nun ferner eine LVB-Breite (beispielsweise $b = 5$ Spreadblöcke), so ergibt sich die Frage, bei welcher Untergrenze der erste Spreadblock beginnen müsste, welche Kriterien für die Auswahl der Grenze von Bedeutung sein können und ob die Grenzwahl einen Einfluss auf das Ergebnis hat.

Annahme 10.4: Untergrenze LVBS

Die Untergrenze des ersten LVBS entspricht dem Vielfachen der LVB-Breite, das direkt unterhalb des ersten Preises liegt.

Beispiel: Der 1. Spreadblock [276,00; 276,50] würde bei $s = 50 Pf$ einen Abstand von 522 Spreadblöcken von 0 DM aufweisen. Bei einer LVB-Breite von $b = 5$ Spreadblöcken würde in diesem Fall die Unterseite des ersten LVBS dem Spreadblock 520 ([275,00 DM; 275,50 DM]) entsprechen. Folglich würde die LVB-Oberseite bei Spreadblock 524 ([277,00 DM; 277,50 DM]) liegen. Durch den LVB würde das Preisintervall [275,00 DM; 277,50 DM] abgedeckt.

Dieser Ansatz geht implizit durch die Normierung in Abhängigkeit von der Breite des LVBS davon aus, dass die gesuchten generellen Grenzen Vielfache der LVB-Breiten sind. Hierdurch ergibt sich eine Unabhängigkeit des Ergebnisses vom ersten Spreadblock und somit vom Anfangspreis.

Neben den hier dargestellten Rahmenbedingungen wurden ferner die Auswirkungen der Auswahl anderer Anfangspreise als Untergrenze des ersten LVBS und die Zulässigkeit des Überschneidens von Preisintervallen aufeinanderfolgender LVBS analysiert. Die Ergebnisse sind in Anhang 10.3 dargestellt.

Algorithmus 10.1: quasi-disjunkte LVBS

Parameter:

- Konstante LVB-Breite b : Die Vorgabe einer Breite von 10 bedeutet z.B., dass 10 aufeinanderfolgende Spreadblöcke und somit 11 Spreadblockgrenzen enthalten sind
- Schärfe/Varianz $1 - \alpha$: 90 % bedeutet etwa, dass die Länge eines LVB so ausgewählt wird, dass 90% aller Daten innerhalb der Grenzen des LVB liegen

Ablauf:

Quasi-disjunkte LVBS	
1	<p><i>Start LVB</i> Setze die LVB-Breite b und die Schärfe α. Beginne mit erstem Spreadblock. Bestimme die Untergrenze des ersten LVB als Vielfaches der LVB-Breite</p>
2	<p><i>Erweiterung LVB</i> Füge weiteren Spreadblock hinzu und erweitere die aktuelle LVB-Länge $l(lvb_i)$ solange, bis der aktuelle Spreadblock die vorgegebene LVB-Breite b übersteigt, falls also gilt: $\omega^{SB}(sb_j, p_{t(sb_{j-1})}) > \omega_o^{SB}(lvb_i)$ oder $\omega^{SB}(sb_j, p_{t(sb_{j-1})}) < \omega_u^{SB}(lvb_i)$</p>
3	<p><i>Abschluss LVB</i> Dann schließe den LVB, weise allen Punkten in dem LVB die aktuelle Untergrenze $\omega_u^{SB}(lvb_i)$ und die aktuelle Obergrenze $\omega_o^{SB}(lvb_i)$ zu und beginne einen neuen LVB wie unter 1.</p>
4	<p><i>Zusammenlegung LVB</i> Prüfe⁶¹⁸ bei einem LVB-Wechsel, ob in der Verteilung der Spreadblöcke der beiden vorhergehenden LVBS eine $(1 - \alpha)$-Umgebung der vorgegebenen LVB-Breite b vorhanden ist (bei mehreren wähle das Intervall mit der höchsten Dichte): Falls ja, lege die beiden vorhergehenden Intervalle zusammen, um möglichst lange LVBS zu generieren.</p>

⁶¹⁸ ab dem 3. LVB

Anmerkung:

Durch diesen Algorithmus wird ein Spreadblock auf der Grenze eines LVBs jeweils dem zuletzt gültigen LVB zugewiesen. Ein Sprung in einen neuen LVB erfolgt erst nach dem Überschreiten des Grenzspreadblocks, also eben wenn $\omega^{SB}(sb_j, p_{t(sb_{j-1})}) > \omega_0^{SB}(lvb_i) = \omega_u^{SB}(lvb_{i+1})$ oder $\omega^{SB}(sb_j, p_{t(sb_{j-1})}) < \omega_u^{SB}(lvb_i) = \omega_0^{SB}(lvb_{i+1})$. Dabei wird unterstellt, dass für einen Teilnehmer eine LVB-Grenze erst dann „mental überschritten“ ist, wenn er den neuen Spreadblock eindeutig einem neuen LVB zuordnen kann.

Weitere Anwendungsbereiche der Algorithmen

Die dargestellten Algorithmen könnten ferner als relativ einfache Basis für weitere Analysen zum Volatility Clustering und zur Identifizierung von Preistendenzen verwandt werden.

10.3.5 Ergebnisse

Das von der Parameterwahl abhängige Ergebnis der oben dargestellten Algorithmen wird im Folgenden anhand einiger Beispiele visualisiert.

Da im Weiteren lediglich Ausschnitte des Verlaufs der LVBs gezeigt werden, soll das folgende Beispiel zunächst einen Überblick über einen disjunkten Gesamtverlauf für Volkswagen bei einer gewählten LVB-Breite von $b = 10$ Spreadblöcken und einer Schärfe von $\alpha = 0\%$ (keine Ausreißer zulässig) geben:

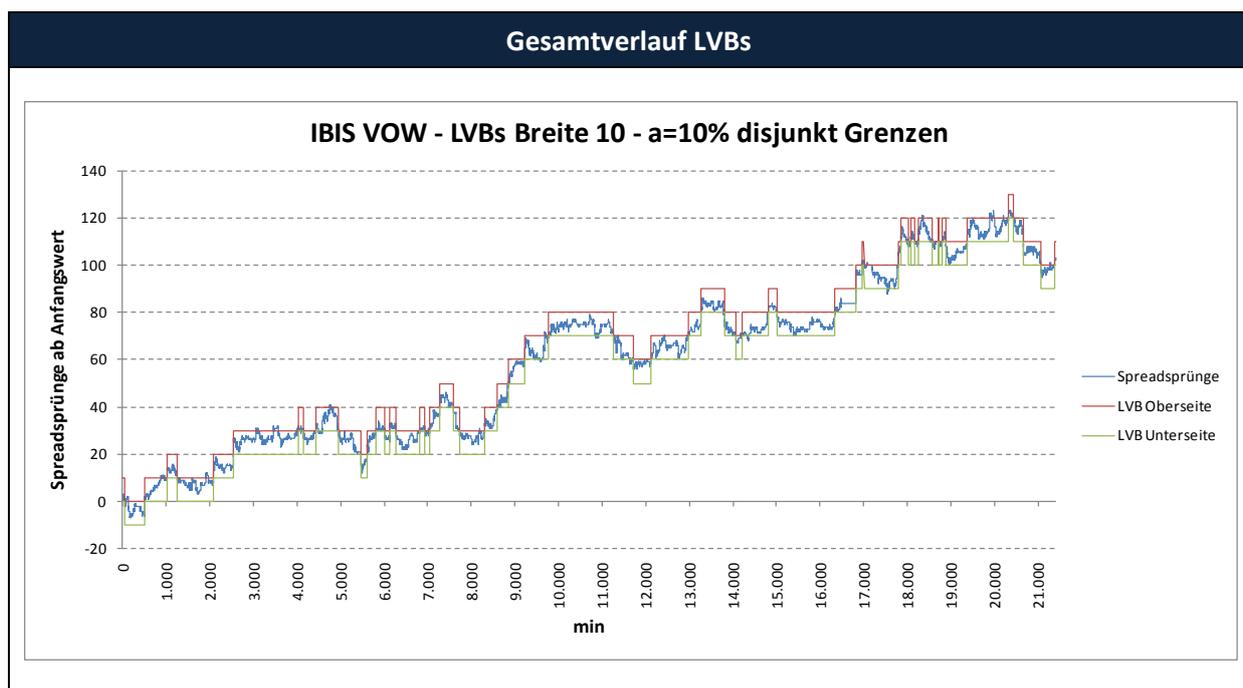


Abb. 10.18: Gesamtverlauf LVBs Volkswagen (IBIS)

Für den gesamten Verlauf über 2 Monate kommt es offensichtlich bei der LVB-Breite von 10 Spreadblöcken (= 5 DM = ca. 1,8% vom absoluten Preis) zu relativ wenigen LVB-Wechseln, nämlich insgesamt 58. Die Spreadblöcke - und somit die Preise - bewegen sich über relativ lange Zeiträume in den Grenzen.

Um einen Eindruck von den Auswirkungen verschiedener Parameterkonstellationen zu erhalten, werden im Weiteren Ausschnitte des obigen Beispiels Volkswagen mit unterschiedlichen Parameterwerten illustriert.

(a) Variation der Schärfe a

In dem folgenden Beispiel wurde für Volkswagen bei disjunkten Intervallen der Schärfeparameter a von 0% auf 10% erhöht (bei einer LVB-Breite von 5 anstelle von 10):

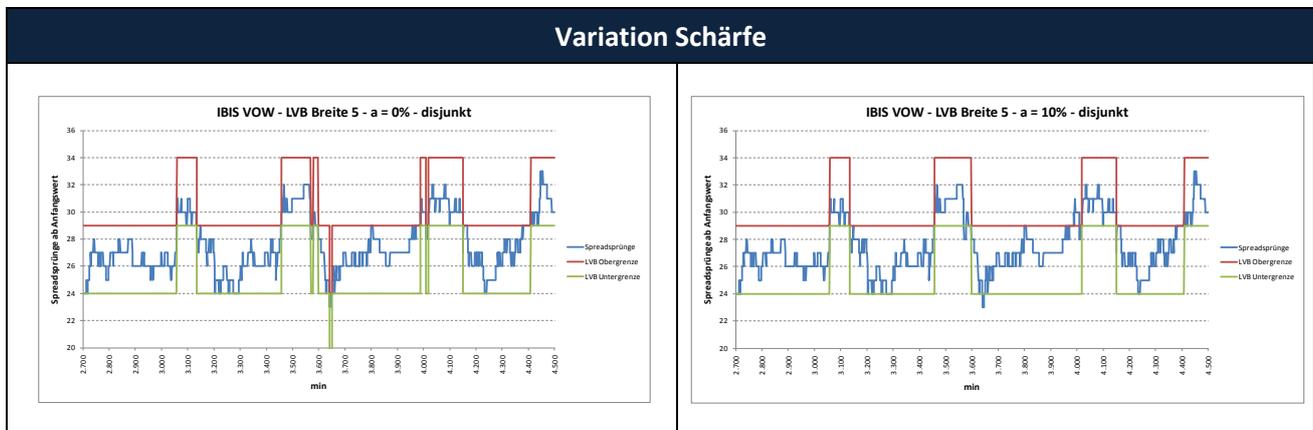


Abb. 10.19: Beispiel Variation Schärfeparameter Volkswagen (IBIS)

Die LVB-Grenzen bleiben weitgehend gleich. Es ist allerdings etwa im Bereich (3.550; 3.650) zu erkennen, dass hier aufgrund der zugelassenen Unschärfe mehrere LVBS zusammengefasst worden sind.

Durch die Vorgabe der Grenzen entstehen ferner bei nicht zugelassener Unschärfe für offensichtlich kurzzeitige „Ausreißer“ einzelne LVBS. Lässt man hier aber eine Unschärfe von $a=10\%$ zu, so verringert sich die Anzahl der LVBS im betrachteten Beispiel von 125 auf nur noch 61, während sich die durchschnittliche Länge von 168 min auf 362 min etwa verdoppelt.

(b) Variation der LVB-Breite

Es stellt sich nunmehr die Frage, welchen Einfluss die Variation der LVB-Breite (gemessen in Spread-Blöcken) hat und ob ggf. eine oder mehrere LVB-Breiten als mögliches Optimum betrachtet werden können.

Da eine LVB-Breite als optimal bezeichnet werden kann, wenn bei dieser Breite relativ zu anderen Breiten möglichst lange LVBS entstehen, kann eine relativ geringe mittlere LVB-Länge bzw. eine relativ geringe Anzahl an LVBS⁶¹⁹ auf ein solches Optimum hindeuten.

⁶¹⁹ Da die Gesamtlänge des betrachteten Zeitraums für alle LVB-Breiten konstant bleibt, sind die Kriterien „geringe mittlere LVB-Länge“ und „geringe LVB-Anzahl“ weitgehend gleichbedeutend.

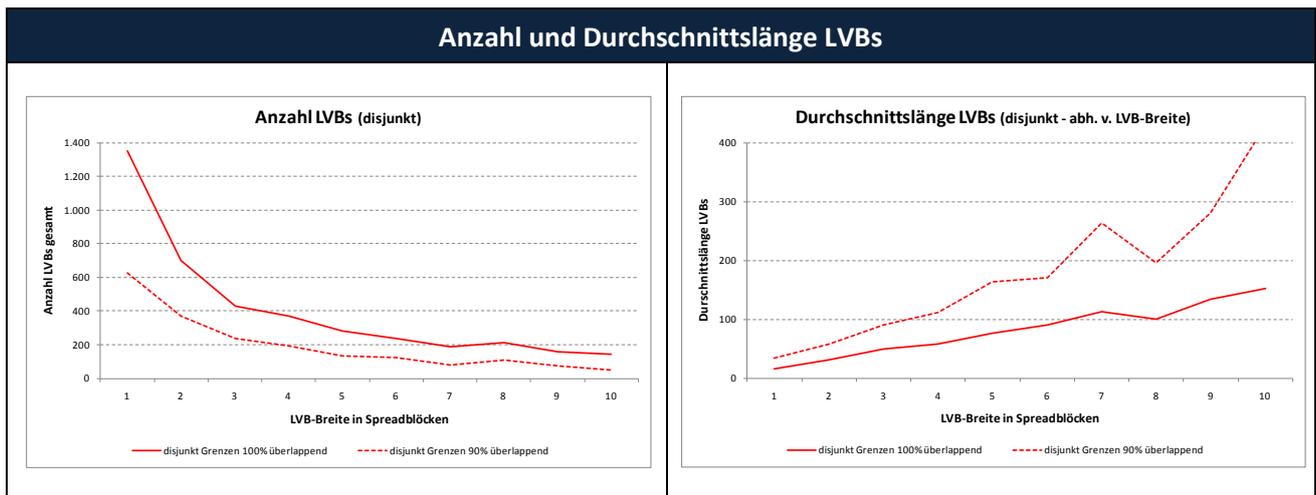


Abb. 10.20: Anzahl und Durchschnittslänge LVBs Volkswagen (IBIS)

Es ist zu beobachten, dass die Anzahl der LVBs für den Gesamtzeitraum kontinuierlich mit steigender LVB-Breite abnimmt, wobei jedoch keine besonders auffälligen Minima für bestimmte LVB-Breiten zu erkennen sind.

Bei der Betrachtung der LVB-Längen zeichnet sich bei einer LVB-Breite von 8 ein deutliches relatives Minimum ab. Da sich dieser Effekt jedoch bei den LVB-Anzahlen nicht widerspiegelt, kann von einem Sondereffekt - etwa aufgrund der Durchschnittsbildung - ausgegangen werden, der wegen der anderweitigen qualitativen Übereinstimmung und der entgegengesetzten Suche nach einem Maximum der LVB-Längen nicht weiter analysiert wurde.

Das Zulassen einer Unschärfe von $\alpha = 10\%$ halbiert in etwa die Anzahl der LVBs und verdoppelt die Längen.

Insgesamt kann somit festgehalten werden:

- Die LVB-Anzahl sinkt deutlich und die LVB-Länge steigt mit steigender LVB-Breite. Auf die Herleitung einer funktionalen Beziehung wurde an dieser Stelle verzichtet.
- Das Zulassen einer 10%igen Unschärfe verringert die LVB-Anzahl und erhöht die durchschnittliche LVB-Länge deutlich.
- Eine optimale LVB-Breite nach oben genanntem Kriterium⁶²⁰ ist nicht offensichtlich erkennbar.

Somit wird insgesamt deutlich, dass die These, dass eine bestimmte LVB-Breite wahrnehmungsbedingt bevorzugt wird, augenscheinlich durch diese Analyse nicht gestützt wird.

(c) LVB-Breite und Zugehörigkeitsfunktionen

Da die optimale LVB-Breite auf Basis der Analysen zu den LVB-Längen und -Anzahlen nicht eindeutig ermittelt werden konnte, soll im Folgenden ein anderer Ansatz auf Basis von Überlegungen aus dem Bereich Fuzzy Logic gewählt werden, um qualitative Unterschiede zwischen LVB-Breiten herzuleiten:

Gemäß obigem wahrnehmungstechnischen Erklärungsansatz entscheiden Marktteilnehmer auf Basis eines (mehrdimensionalen) diffusen Signals im Rahmen des erweiterten NRP über eine numerische Antwort in Form eines Gebotes. Dabei berücksichtigen die Teilnehmer Entscheidungsalternativen auf verschiedenen Ebenen. Diese Entscheidungsalternativen sind im Rahmen des ISP die Preise und im Rahmen des ASP die Spreadblöcke.

⁶²⁰ Geringe LVB-Anzahl respektive große LVB-Länge relativ zu anderen LVB-Breiten

Für die Wahl der optimalen LVB-Breite stellt sich die Frage, ob ein bestimmter Spreadblock genau einem LVB zugeordnet werden kann. Die Teilnehmer müssen mithin mental die folgende Frage beantworten: „Gehört der Spreadblock zum LVB oder nicht?“. Basierend auf dem beschriebenen diffusen Signal kann davon ausgegangen werden, dass auch die Antworten der Marktteilnehmer nicht als eindeutig angesehen werden können.

Es kann davon ausgegangen werden, dass die Antworten ähnlich wie in der beschriebenen Schwellentheorie der Psychophysik auf nicht trennscharf, sondern gleitend gegeben werden: Ausgehend von einem eindeutigen Antwortwert bei niedrigem Stimulus steigt die Zuordnung in einem Übergangsbereich mit steigendem Stimulus zu einem anderen Wert fließend bis wiederum ein eindeutiger Antwortwert bei einem hohen Stimulus gewählt wird.

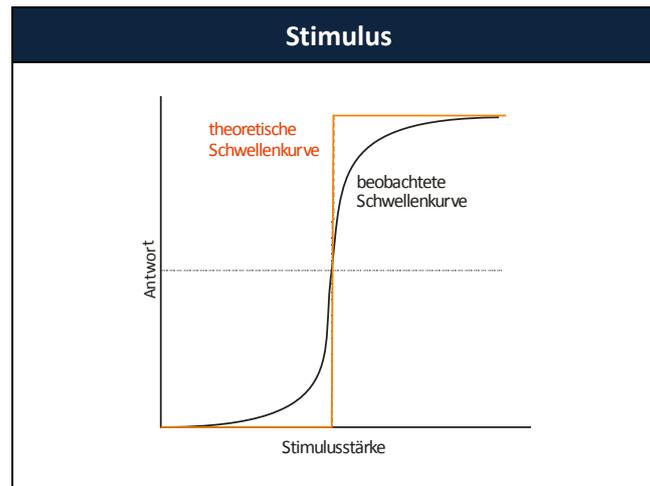


Abb. 10.21: Stimulus-Response-Zusammenhang

Die Antworten sind im Übergangsbereich unscharf. Ein solches Antwortverhalten kann über beliebige Wertebereiche mit Hilfe unscharfer Mengen aus dem Bereich der Fuzzy Logic beschrieben werden:

Zadeh beschreibt eine unscharfe Menge als eine Klasse von Objekten mit entsprechenden Zugehörigkeitsgraden, die durch eine Zugehörigkeitsfunktion (bzw. charakteristische Funktion) charakterisiert wird, die jedem Objekt einen Zugehörigkeitsgrad zwischen 0 und 1 zuordnet.⁶²¹ Er definiert unscharfe Menge wie folgt:

Definition unscharfe Mengen (fuzzy sets):

„Let X be a space of points (objects), with a generic element of X denoted by x ($X = \{x\}$).

A fuzzy set (class) A in X is characterized by a membership (characteristic) function $f_A(x)$ which associates each point in X a real number in the interval $[0,1]$ with the value of $f_A(x)$ at x representing the „grade of membership“ of x in A . Thus, the nearer the value of $f_A(x)$ to unity, the higher the grade of membership of x in A .“⁶²²

Auf unscharfen Mengen lassen sich wiederum verschiedene Verknüpfungen mit entsprechenden Eigenschaften definieren, z.B. die Vereinigung zweier fuzzy sets, die wiederum einen fuzzy set bilden:

„The union of two fuzzy sets A and B with respective membership functions $f_A(x)$ and $f_B(x)$ is a fuzzy set C , written as $C = A \cup B$, whose membership function is related to those of A and B by $f_C(x) = \max[f_A(x), f_B(x)]$, $x \in X$.“⁶²³

⁶²¹ Zadeh (1965), S. 338

⁶²² Zadeh (1965), S. 339

⁶²³ Zadeh (1965), S. 340

Bamberg/Coenenberg weisen auf die Bedeutung unscharfer Mengen im Rahmen von Entscheidungen hin⁶²⁴:

„Eine unscharfe Menge ist durch eine Zugehörigkeitsfunktion definiert, die im Beispiel der Aktionsmenge besagt, dass bestimmte Aktionen⁶²⁵ auf jeden Fall zu berücksichtigen sind (Wert der Zugehörigkeitsfunktion = 1), gewisse Aktionen möglicherweise (Zugehörigkeitsfunktion zwischen 0 und 1) und gewisse Aktionen sicher auszuschließen sind (Zugehörigkeitsfunktion = 0).“

Im Kontext der Zuordnung von Spreadblöcken zu LVBs würde die Menge X der Menge der Spreadblöcke bezogen auf einen LVB entsprechen. Für jeden Spreadblock könnte dann mit Hilfe einer Zugehörigkeitsfunktion $f_A(x)$ beschrieben werden, in wie weit die Marktteilnehmer im Durchschnitt den Grad der Zugehörigkeit des Spreadblocks zum LVB einschätzen.

Geht man nun etwa bei einer LVB-Breite von 6 für den LVB 0 aus, so stellt sich die Frage, in wie weit die Spreadblöcke 0 bis 5 dem LVB 0 zugeordnet werden können. In Annahme 10.3: *unscharfe LVB-Grenzen* wurde bereits dargestellt, dass sich die LVBs um jeweils einen Spreadblock überschneiden sollen, da die Abgrenzung zwischen den LVBs als unscharf angesehen werden kann. Im obigen Beispiel betrifft diese Überschneidung die Rand-Spreadblöcke 0 bzw. 5, die auch den LVBs -1 bzw. 1 zugeordnet werden könnten. Insofern kann der Zugehörigkeitsgrad dieser Spreadblöcke zum LVB 0 als geringer angenommen werden, als der der „zentralen“ Spreadblöcke 1, 2, 3 und 4, die hier anahmegemäß mit Sicherheit dem LVB 0 zugeordnet werden könnten. Für die „zentralen“ Spreadblöcke ergäbe sich im hier betrachteten Idealfall $f_A(1) = f_A(2) = f_A(3) = f_A(4) = 1$. O.B.d.A könnte für die Rand-Spreadblöcke $f_A(0) = f_A(5) = \frac{1}{2}$ angenommen werden. Es ergibt sich eine trapezförmige Fuzzy-Menge:

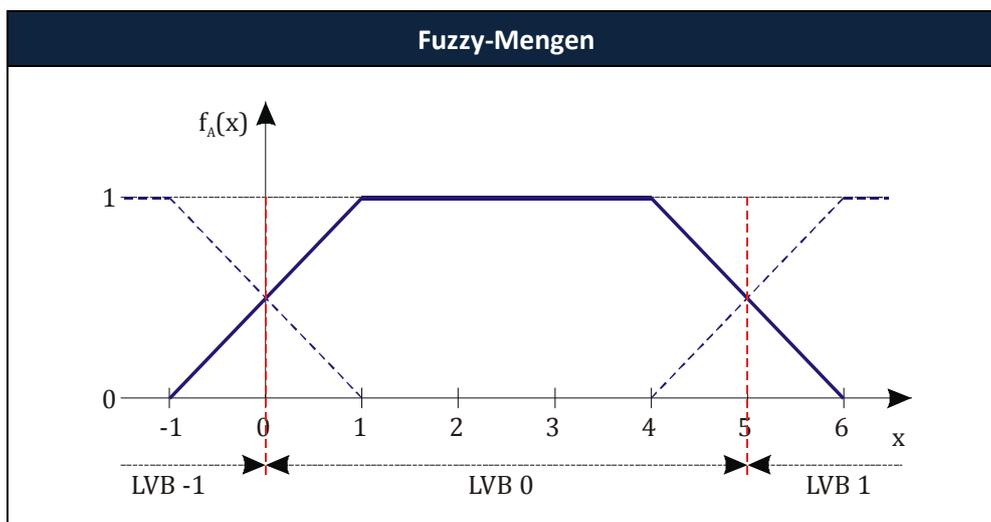


Abb. 10.22: Fuzzy-Mengen

Wenn nunmehr die Häufigkeitsverteilung der Spreadblöcke innerhalb des LVBs in etwa die dargestellte Form annimmt, kann davon ausgegangen werden, dass die Zuordnung der Marktteilnehmer weitgehend eindeutig gemäß der obigen Annahmen ist.

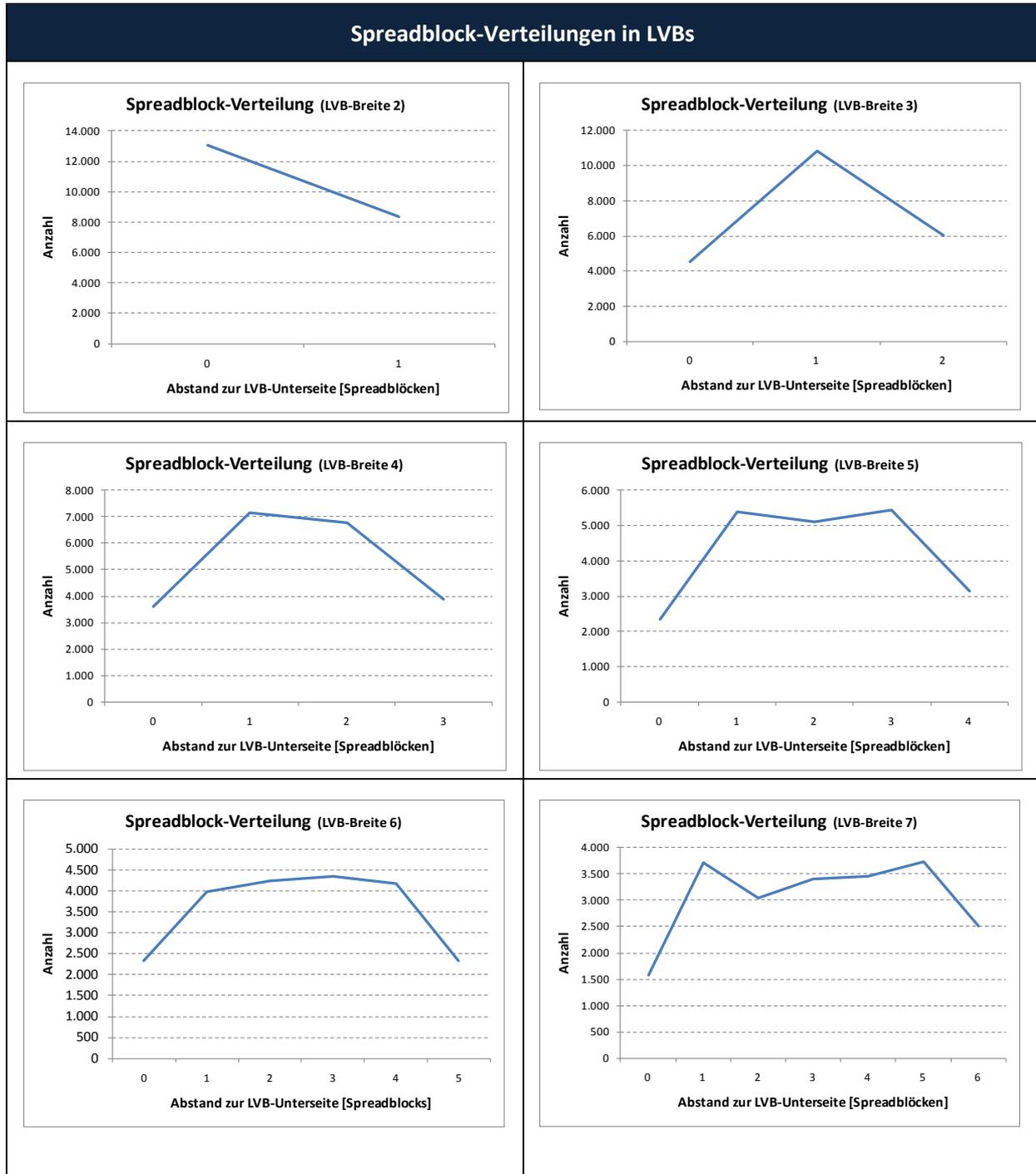
Weicht die Häufigkeitsverteilung hingegen deutlich von der Zugehörigkeitsfunktion ab, treten also beispielsweise erhebliche Unterschiede in den Häufigkeiten der „zentralen“ Spreadblöcke auf, wäre folglich die Zugehörigkeit der Spreadblöcke zum entsprechenden LVB nicht eindeutig beschreibbar.

⁶²⁴ Bamberg (2006), S. 40

⁶²⁵ Unter einer „Aktion“ kann in diesem Zusammenhang die Zuordnung eines Spreadblocks zu einem LVB verstanden werden.

Die entstehende unscharfe Menge könnte sich dann etwa aus einer Verknüpfung zweier oder mehrerer unscharfer Mengen ergeben haben, was jedoch ausschließen würde, dass es sich bei dem Ergebnis um genau eine unscharfe „Basis-“Menge der obigen Trapezform handelt.

Die Spreadblock-Häufigkeiten innerhalb der LVBs ergeben bei vorgegebener LVB-Breite - gemessen als Abstand des Spreadblocks von der LVB-Unterseite - für Volkswagen unter IBIS bei quasi-disjunkten, an den Rändern leicht überlappenden LVBs folgendes Bild ⁶²⁶:



⁶²⁶ Die qualitativ ähnlichen, entsprechenden Verteilungen für SIE, DAI und DBK sind in Anhang 10.3 dargestellt.

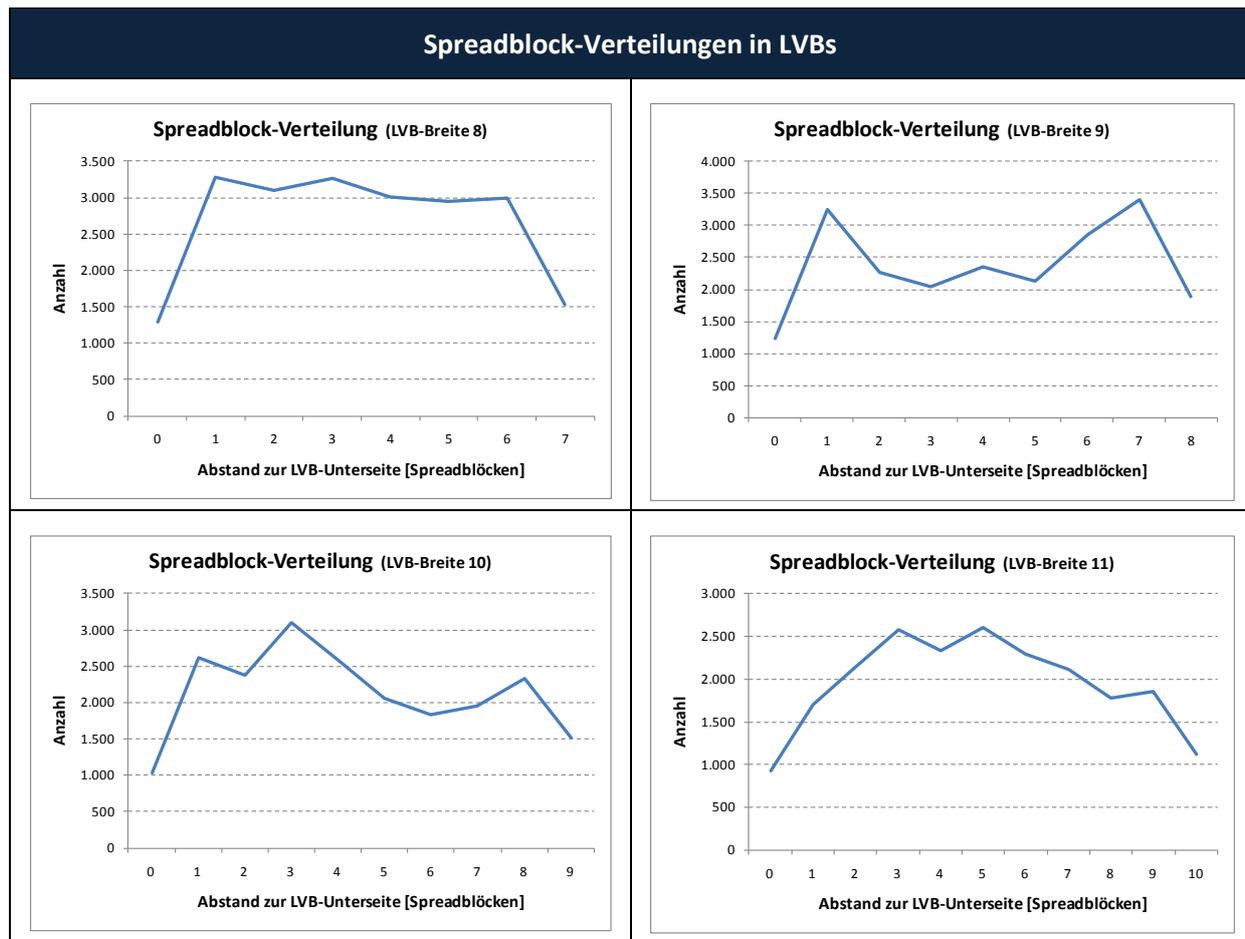


Abb. 10.23: Spreadblock-Verteilungen bezogen auf LVB-Breiten

Es ist zu erkennen, dass bis zu einer LVB-Breite von 6 Spreadblöcken die jeweilige Häufigkeitsverteilung qualitativ der oben dargestellten Zugehörigkeitsfunktion entspricht. Bei größeren Breiten treten z.T. sehr deutliche Unterschiede in den Häufigkeiten der „zentralen“ Spreadblöcke auf.

Dieses Ergebnis lässt darauf schließen, dass Teilnehmer durchschnittlich bis zu einer LVB-Breite von 6 eine eindeutige Zuordnung der Spreadblöcke mental treffen könnten. Insofern kann hier für Volkswagen die LVB-Breite 6 als optimale Breite angesehen werden.

10.4 Zusammenfassung

Im Rahmen des ISP wurde ein Preisbildungsmechanismus innerhalb des Bereichs des wahrgenommenen Spreads („Mikrobewegung“) diskutiert und validiert. Bei den betrachteten Wertpapieren verlässt der Preis etwa bei jeder 10. Transaktion (also etwa alle 10 min) einen solchen Spreadbereich bzw. Spreadblock. Es findet ein Sprung i.d.R. in einen benachbarten Spreadblock statt.

Im Rahmen der ASP-Analysen wurde die „Makrobewegung“ der Spreadblöcke als zweiter wesentlicher Bestandteil der Preisbildungsmechanismen betrachtet. Auf Basis der empirischen Befunde zu den Preisprozessen, insbesondere den Betrachtungen zur Compass Rose und den sichtbaren langen Bereichen ohne wesentliche Spreadverschiebungen, ist festzustellen, dass offensichtlich auch im ASP Grenzen existieren. Es existieren Bereiche, in denen sich der Preis ungewöhnlich lange aufhält. Dies ist eine Beobachtung, die als Vorhersage bei einem Random Walk nur sehr geringe Wahrscheinlichkeiten aufweisen würde.

Das Phänomen zeitraumspezifischer unterschiedlicher Volatilitäten ist grundsätzlich als Volatility-Clustering bekannt. Eine derartige Volatilitätseigenschaft impliziert als solches bereits die Generierung von Fat Tails und widerspricht somit bereits der Random Walk-Hypothese. Ein entsprechendes

Analysewerkzeug bietet die Klasse der GARCH-Modelle in der Zeitreihenanalyse. Mit Hilfe dieser Modelle kann eine entsprechende Zeitreihe – i.d.R. einzelner Preise – statistisch beschrieben werden. An dieser Stelle richtet sich der Fokus jedoch weniger auf die Beschreibung des Phänomens als vielmehr auf die mögliche wahrnehmungsbedingte Erklärung:

Der Prozess

Die Idee einer wahrnehmungsbedingten Preisentwicklung außerhalb des ISP kann wie folgt skizziert werden:

Die grundsätzliche Funktionsweise des Preismechanismusses innerhalb des Spreads ist über den ISP modelliert. Bei Verlassen des bisherigen Spreads werden ca. 5 weitere Alternativen als Bandbreite für Kurse berücksichtigt. Die Alternativen werden auf einem größeren Wahrnehmungsniveau als beim ISP ermittelt. Dabei werden vorhandene Informationen in der Wahrnehmungsfunktion offensichtlich anders gewichtet. So spielen wahrscheinlich etwa die Endziffern des letzten Preises und der ISP-Bietmechanismus keine bedeutende Rolle mehr, während weitere Informationen wie etwa die absolute durchschnittliche Kurshöhe oder das Volumen an Bedeutung gewinnen. Die Alternativen sind in diesem Fall keine einzelnen Preise, sondern ganze Spreadblöcke. Die Alternativen bilden zusammen LVBs mit entsprechenden Grenzen auf einem größeren Genauigkeitsniveau als beim ISP. Die Spreadblöcke schwanken ohne zusätzliche Information innerhalb der LVBs und werden im Rahmen des ASP beschrieben. Die Übergänge zwischen den Spreadblöcken und somit der grobe Preisprozess im Rahmen des ASP müssen sich grundsätzlich von denen des ISP unterscheiden, da Unter- und Überbieteffekte in diesem Makroprozess von untergeordneter Bedeutung sind. Durch die wahrscheinlichen Grenzen der LVBs wird dann ein zumindest partieller Mean Reversion-Effekt generiert.

Darüber hinaus existiert ein dritter, gröberer und hier nicht näher betrachteter Prozess, der die Schwankungen zwischen den LVBs generiert. Dieser Prozess könnte ggf. informationsgesteuert ablaufen und dann entsprechend einen Momentum-Effekt erzeugen. Die Informationen können markt-exogen (z.B. Fundamentaldaten) oder marktendogen (z.B. Änderung der Handelsaktivitäten) sein.

LVB-Grenzen

Die Grenzen und auch die Breite der LVBs konnten jedoch nicht exakt ermittelt werden. Das kann u.a. folgende Ursachen haben:

- Grenzen können unscharf sein und sich überlappen. Das heißt insbesondere, dass Grenzen ggf. keine scharfen Zahlen, sondern eher Intervalle sind, die sich eben aus dem eNRP ergeben. Absolute Preise spielen dann nur eine untergeordnete Rolle.
- Die Separierung von Bereichen kann wegen mittelfristiger Informationsänderung schwierig sein. Wenn man von zufälligen, „wertmäßig“ normalverteilten Informationen ausgeht, müsste der Sprungprozess der LVBs einem Random Walk folgen. Da die Informationen aber nicht direkt beobachtbar sind und die Datenbasis einen zu geringen Umfang hat, wird hier auf eine entsprechende Analyse verzichtet.

Da sich keine direkten absoluten Grenzen aus den zu Grunde liegenden Daten ableiten ließen, wurden mögliche LVB-Bereiche über entsprechende Algorithmen identifiziert. Auf Basis dieser Analyse ist eine LVB-Breite von 6 Spreads - zumindest im Falle von Volkswagen - wahrscheinlich. Diese Anzahl würde im Bereich der von Simon erwähnten Anzahl bei Entscheidungen berücksichtigten 5-7 Alternativen liegen.

Geht man nunmehr von unscharfen Intervallen als zumindest mittelfristigen Wahrnehmungsgrenzen aus, liegt der Schluss nahe, dass Preise generell nicht als Punkte, sondern als Intervalle verstanden werden könnten. Dies würde jedoch auch dazu führen, dass gänzlich neue Instrumente zur Bewertung und Preisfindung Berücksichtigung finden müssten. Ferner müssten die für Kapitalmärkte ä-

ßerst relevanten Arbitrage-Überlegungen in Bezug auf die Berücksichtigung unscharfer Informationen ergänzt werden.

Insgesamt ist somit ein mehrstufiger wahrnehmungsbasierter Preisprozess skizziert. Die Eigenschaften des ASP lassen sich empirisch veranschaulichen und qualitativ beschreiben. Eine detaillierte quantitative Darstellung ist jedoch aufgrund der unscharfen Grenzen noch nicht möglich.

11 Fazit und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Preisprozesse an den elektronischen Aktienmärkten IBIS und XETRA mit dem Marktmodell der Continuous Double Auction analysiert. Dabei wurden in einem Überblick Ansätze, Erklärungsbeiträge und Schwächen klassischer Kapitalmarktmodelle, der Marktstrukturtheorie und der Behavioral Finance für Preisprozesse dargestellt. Auf Basis der Modellierung numerischer Wahrnehmung wurde ein behavioristischer Ansatz entwickelt, der die wesentlichen Erklärungen bestehender Theorien integriert, ergänzt und zu einem geschlossenen Modell zusammenfasst. Mit Hilfe dieses Modells können verschiedene bekannte Kapitalmarktphänomene und die Preismechanismen einzelner Wertpapiere erklärt werden. Die Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

Bei allen klassischen Modellen stehen Gleichgewichtsbetrachtungen im Vordergrund, die Entwicklung des Preises eines Wertpapiers wird hingegen nicht explizit erklärt. Zwar kann man etwa im Rahmen von MPT und CAPM davon ausgehen, dass es das primäre Ziel von Marktteilnehmern ist, optimale Portfolios zusammenzustellen und dass dieses auch Auswirkungen auf die Preisentwicklung einzelner Wertpapiere haben kann, jedoch ist diese Beziehung eher als indirekt und kaum ausschließlich anzusehen. Die Preisbildungsmechanismen einzelner Wertpapiere werden über die in die Modelle eingehenden Annahmen quasi vorausgesetzt. Umso bedeutender erscheint es, diese Basisannahmen auf Validität zu überprüfen, was bereits vielfach in der Literatur durchgeführt wurde, und Gemeinsamkeiten und Unterschiede zu realen Preisbildungsmechanismen hervorzuheben.

In *Kapitel 5* wurde das Phänomen des Stock Price Clusterings diskutiert. Stock Price Clustering bezeichnet einen Effekt, der im Gegensatz zu den klassischen Annahmen aufzeigt, dass Wertpapierkurse nicht gleichverteilt sind. Dieser Effekt tritt auch an den elektronischen Märkten IBIS und XETRA auf. Es wird im Rahmen empirischer Analysen dargestellt, dass die Preisendziffer 0 am häufigsten auftritt, gefolgt von der Endziffer 5 sowie 2/3/7/8 und schließlich 1/4/6/9. Das Clustering ist mit unterschiedlicher Intensität bei allen betrachteten Wertpapieren sowohl für Trades als auch für Gebote zu beobachten. Es lässt sich nicht mit der natürlichen Zahlenverteilung gemäß Benford's Law erklären. Bisher wurde Clustering an vielen Märkten lediglich festgestellt, eine fundierte Erklärung ist hingegen in der Literatur kaum zu finden. Der Vergleich mit einem Laborexperiment zu Antwortprozessen bei diffusen numerischen Informationen zeigt jedoch, dass die Verteilung der Preise an den betrachteten Märkten als Ergebnis des zuvor beschriebenen eNRP angesehen werden kann. Insofern lässt sich zunächst die Verteilung einzelner Preise als durch den Wahrnehmungsprozess der Teilnehmer verhaltensbedingt motivieren und der eNRP auf Wertpapiermärkte übertragen.

Eine der wesentlichen Kenngrößen des Handels ist der Spread. In einer Vielzahl von Veröffentlichungen wurden bisher Determinanten der Spreadgröße abgeleitet und empirisch zumeist mit Hilfe von Regressionsmodellen untersucht. Eine erhebliche Signifikanz und Genauigkeit lassen die meisten Modelle allerdings vermissen. In *Kapitel 6* wurde eine Analyse anhand der verfügbaren Hochfrequenzdaten für IBIS durchgeführt, bei der die Spreadbreite erstmalig relativ exakt als zeitgewichteter Durchschnitt der hälftigen Bid-Ask-Distanz nach jeder Aktion gemessen wird. Dabei wird ein hochsignifikanter Zusammenhang in einem sehr einfachen Modell zwischen den Variablen „Spreadbreite“, „Standardabweichung der Preisänderungen“ und „Anteil der sogenannten Round Fractions“ - in diesem Zusammenhang etwa der Anteil von Preisen mit einer Genauigkeit von mindestens 10 Pf- diag-

nostiziert. Wenngleich die Ursache-Wirkungszusammenhänge durch die Analysen nicht eindeutig geklärt werden können, kann dennoch davon ausgegangen werden, dass sowohl die Spreadbreite als auch Standardabweichung der Preisänderungen auf den Anteil der Round Fractions zurückgeführt werden könnten. Da der Anteil an Round Fractions zugleich als Maß für die Genauigkeit der Preisantworten als Ergebnis des eNRP angesehen werden kann, läge es folglich nahe, einen Zusammenhang zwischen der Zahlenwahrnehmung der Marktteilnehmer und der Spreadbreite zu vermuten. Somit würde eine direkte Auswirkung eines wahrnehmungsbedingten Teilnehmerverhaltens offensichtlich.

Ein weiteres, in *Kapitel 7* dargestelltes Phänomen an Wertpapiermärkten ist das der sogenannten Compass Rose, das sich im Gegensatz zum Stock Price Clustering nicht nur auf Preise jeweils zu einem Zeitpunkt, sondern vielmehr auf Preise zweier aufeinander folgender Zeitpunkte bezieht. Die Compass Rose ist ein grafisches Muster im Phasenportrait aufeinanderfolgender Wertpapier>Returns, bei dem strahlenförmige vom Ursprung ausgehende Linien zu beobachten sind. Das Phänomen wird in der Literatur zumeist auf einen mit einem Zahlenrundungsmechanismus gekoppelten Random Walk zurückgeführt. Es wird dabei jedoch weder der Rundungsmechanismus selbst sowie dessen Ursachen noch die Gültigkeit der Random-Walk-Hypothese untersucht. Wesentlich ist jedoch der Punkt, dass nicht die Struktur der Returns, sondern die der zugrunde liegenden Preisdifferenzen verbunden mit einer leichten Änderung der Preisniveaus für das Auftreten der Compass Rose ursächlich sind und die Preisdifferenzen selbst wiederum von den Preisen abhängen. Eine Art Compass Rose lässt sich dabei auch direkt für die Preisdifferenzen beobachten. Im Rahmen einer empirischen Analyse wurde deutlich, dass die Preisdifferenzen nicht als normalverteilt angesehen werden können und somit die Random-Walk-Hypothese nicht als uneingeschränkt valide angesehen werden kann. Dieses kann u.a. auch auf die wahrnehmungsbasierte ungleiche Verteilung der Preisendziffern zurückgeführt werden, was eben ferner einen Erklärungsansatz für einen etwaig vermuteten Rundungsprozess liefern kann. Da insbesondere Preisdifferenzen von den Endziffern der jeweils ersten der beiden betrachteten Preise abhängig sind, kann gefolgert werden, dass aufeinanderfolgende Preise im Gegensatz zu den klassischen Annahmen der Kapitalmarktmodelle nicht stochastisch unabhängig sind. Zusätzlich können selbst bei der Betrachtung der Preisdifferenzen leichte Mean Reversion- und Momentum-Effekte beobachtet werden, die für sich genommen ebenfalls auf verhaltensbasierte Preisbildung schließen lassen. Insgesamt sind verhaltensbasierte Aspekte offensichtlich auch für die Preisbildung aufeinanderfolgender Zeitpunkte von erheblicher Bedeutung.

Gegenstand von *Kapitel 8* ist die detaillierte Betrachtung der Marktmechanismen. Insbesondere wird auf mögliche Preise und Preisbereiche für die Platzierung einer Order im jeweils aktuellen Orderbuch eingegangen. Dabei werden grundsätzliche Ausführungswahrscheinlichkeiten und Möglichkeiten strategischen Bietens für Orders bei bestimmten Preisen diskutiert. Basierend auf diesen Überlegungen wird der in Kapitel 4 beschriebene erweiterte Numerical Response Process im Kontext des Marktmechanismus von kontinuierlichen doppelten Auktionen an elektronischen Börsen angewandt und daraus Annahmen und Implikationen für Orderalternativen und Spreads für ein verhaltensbasiertes Modell der Preisbildungsmechanismen abgeleitet.

Der im Weiteren hergeleitete Preisbildungsmechanismus für Wertpapiere setzt sich aus zwei wesentlichen Komponenten zusammen: der Preisentwicklung auf einem feinen Niveau im bzw. am aktuellen Spread innerhalb einer „Spread-Box“ bzw. eines Spreadblocks - als Innerer Spreadprozess (ISP) bezeichnet - und der Preisentwicklung auf einem gröberen Niveau, welches sich durch Versatz der Spreadblöcke ergibt - Äußerer Spread-Prozess (ASP) genannt.

Richard Roll hat ein einfaches Modell zur Bestimmung effektiver Spreadbreiten entwickelt, welches die Preisentwicklung zwischen Spreadunter- und -oberseite als stochastischen Prozess beschreibt. Da dieses Konzept die tatsächlichen Preismechanismen im Spread nur sehr rudimentär abbildet und die theoretischen Ergebnisse kaum mit den hier erstmals exakt bestimmten empirischen Ergebnissen übereinstimmen, wurde basierend auf einigen Grundannahmen des Roll-Konzeptes das ISP-Modell

entwickelt. Das in *Kapitel 9* dargestellte ISP-Modell beschreibt den verhaltensbasierten Preisbildungsmechanismus innerhalb des sogenannten wahrgenommenen Spreads, in dem mindestens 3 wahrgenommene Preisalternativen liegen. Das ISP-Modell wird als stationäre Markov-Kette mit Bietalternativen und Übergangswahrscheinlichkeiten, die sich aus den Annahmen aus *Kapitel 8* herleiten, implementiert. Neben den Bietalternativen „Spreadoberseite“, „Spreadunterseite“ und „Spreadmitte“ werden ergänzend innere Über- und Unterbietzustände für die Spreadränder betrachtet. Die empirische Überprüfung des Modells durch qualitativen Vergleich und Simulation zeigt eine weitgehende Übereinstimmung der stationären theoretischen Preisverteilung mit der empirisch ermittelten Verteilung der Preisendziffern.

Verlässt der Preispfad einen Spreadblock und wechselt in einen benachbarten Spreadblock entsteht ein hier so benannter Spreadsprung. Im Rahmen der Darstellung des ASP-Modells werden in *Kapitel 10* die Spreadsprünge sowie der (stochastische) Prozess, dem aufeinander folgende Spreadblöcke genügen, beschrieben. In diesem Zusammenhang wurden die Dauern von Spreadblöcken bestimmt und die Spreadsprünge als Possion-Prozess modelliert. Hierbei ergaben sich wiederum deutliche Unterschiede zum Random Walk-basierten Wiener Prozess. Der Prozess aufeinander folgender Spreadblöcke ist - genau wie der ISP-Prozess - offensichtlich ebenfalls kein Random Walk. Es wird anhand empirischer Befunde und verhaltensbasierter Annahmen beschrieben, dass im ASP Bereiche mit sehr geringer Volatilität - sogenannte Low Volatility Blocks (LVB) - existieren. Da die Preisgrenzen solcher LVBs jedoch offensichtlich unscharf bzw. zeitlich instabil sind, ist eine eindeutige Charakterisierung der LVBs und somit eine eindeutige weitere Beschreibung des ASP komplex. Mit Hilfe von Überlegungen zu eingeschränkt rationalem Verhalten kann jedoch gefolgert werden, dass die Breite eines LVB etwa 6 Spreadblöcke betragen muss. Es kann somit zumindest festgehalten werden, dass im ASP-Prozess offensichtlich weitere (LVB-) Grenzen - ähnlich den ISP-Spreadblockgrenzen - bestehen und sich somit im „Marko“-ASP-Prozess ein ähnlicher Mechanismus wie im „Mikro“-ISP-Prozess ergibt.

Aufbauend auf den in dieser Arbeit dargestellten Ergebnissen besteht insbesondere in folgenden Bereichen weiteres Analysepotenzial: Da bei dem hier dargestellten Ansatz alle Informationen außer preisendogener Informationen nicht berücksichtigt wurden, besteht die Frage, welche Auswirkungen andere preisrelevanten Informationen auf die Preisprozesse haben und wie sich diese Informationen in den vorliegenden Modellansatz integrieren lassen. Insbesondere würden sich temporäre Drifts und andere nicht erklärbare Entwicklungen für eine nähere Untersuchung anbieten. Die Charakteristik der LVBs bedarf einer detaillierteren Beschreibung – insbesondere bezüglich des Varianzverhaltens, der Identifikation von (informationsbedingten) Grenzen sowie von Mean Reversion und Momentum-Effekten im „Makrobereich“. Es stellt sich ferner die Frage, in wie weit die Erkenntnisse für strategisches Bieten von Bedeutung sind und welche Vorteile sich hierdurch erzielen lassen würden. Weiteres Analysepotenzial bieten die Bedeutung der Zeiträume zwischen den Transaktionen und die nähere Bestimmung von Wende- und Durchgangspunkten⁶²⁷.

Insgesamt wird deutlich, dass zumindest die Standardannahmen der Unabhängigkeit der Preise und der Normalverteilung der Renditen im Kurzfristbereich problematisch sind. Das ISP/ASP-Modell ist auf diese Annahmen nicht angewiesen. Mit dem ISP/ASP-Modell ist erstmalig ein umfassender, verhaltensbasierter Preisbildungsmechanismus im Kurzfristbereich dargestellt, empirisch analysiert und die zugehörigen Eigenschaften im Detail diskutiert.

⁶²⁷ Erste für diese Arbeit nicht relevante Beobachtungen sind in Anhang 11 als weitere Ergebnisse dargestellt.

Anhang

Anhang 2.1 Datensatzbeschreibung IBIS

Nr.	Bedeutung	Beschreibung	Beispiel
1	Tagesdatum		19930310 = 10.03.1993
2	Zeitpunkt der Aktion	Uhrzeit, zu der die Aktion stattgefunden hat. Die Uhrzeit wird auf Hundertstelsekunden genau als bis zu 8-stellige Zahl gespeichert	9311215 = 9.31 Uhr 12 Sekunden, 15 Hundertstel
3	Funktionstyp der Eingabe	einstellige Zahl: 1 = Eingabe oder Änderung 2 = Löschung	1
4	Information über die Art der Aktion	zweistellige Zeichenfolge: 01 oder 31: Bid 02 oder 32: Ask 03 oder 33: Ask und Bid gleichzeitig 05 oder 35: Kauf im Telefonhandel 06 oder 36: Verkauf im Telefonhandel A2 oder D2: Kauf bestes Ask A3 oder D3: Kauf über Zeilenauswahl A6 oder D6: Kauf amtliches Ask AC oder DC: Abräumfunktion Kauf A4 oder D4: Verkauf bestes Bid A5 oder D5: Verkauf über Zeilenauswahl A7 oder D7: Verkauf amtliches Ask AD oder DD: Abräumfunktion Verkauf	
5	IBIS-Code des Erfassers	8-stellige Zeichenkette aus Großbuchstaben zur Kennzeichnung des Teilnehmers, der die Aktion eingegeben hat	MLZGCTIL
6	Börsenplatz	einstellige Zahl 1 = Kassenverein Berlin 2 = Kassenverein München 3 = Kassenverein Hamburg oder Bremen 4 = Kassenverein Düsseldorf 5 = nicht besetzt 6 = Kassenverein Stuttgart 7 = Kassenverein Frankfurt 8 = Kassenverein Hannover	
7	Wertpapier-Kennnummer	6-stellige Nummer, die allgemein zur Identifizierung des Wertpapiers verwendet wird.	550000 = Daimler
8	erfasster Kurs	reelle Zahl mit bis zu 6 Vorkomma- und 4 Nachkommastellen, die den Preis eines angebotenen Stücks in DM repräsentiert	341,50
9	Geschäftsvolumen	bis zu 9-stellige Zahl, die die Anzahl der angebotenen Wertpapiere in Stück angibt	1000
10	Makler-Kennzeichen	Zeichenkette der Länge 1: A = amtlicher Makler F = Freimakler leer = sonstiger Teilnehmer	A
11	Courtage	kennzeichnet, ob das Gebot courtagepflichtig ist. C = Gebot courtagepflichtig leer = Gebot nicht courtagepflichtig	C
12	IBIS-Code des Kontrahenten	8-stellige Zeichenkette aus Großbuchstaben zur Kennzeichnung des Teilnehmers, der bei einem Geschäftsabschluss der Kontrahent ist. Dieses Feld ist bei Quote-Aktionen leer.	MLAGCVVM
13	Art des Wertpapiers	A = Aktie/Optionsschein R = Rentenpapier	R

Anhang 2.2 Datensatzbeschreibung XETRA-Daten

TAKnz		Anzahl
Ausg	ausgesetzt	1
Ex	EX-Ankündigung	44
A	???	1.989
E	Eröffnungskurs	1.503
EA	Eröffnungskursauktion	5.901
IA	Intraday-Auktionskurs	6.107
S	Schlusskurs	1.667
SA	Schlussauktion	6.127
V	variabler Kurs	4.738.747
VA	Auktionskurs nach Volati-	330

Nr.	Bedeutung	Beschreibung	Formathinweise
1	WPNR	Wertpapierkennnummer	
2	KURSDAT	Börsentag der Notierung	JJJJMMTT
3	ZEIT	Uhrzeit	HH:MM:SS.SS
4	KURS	variabler Kurs	
5	UMS	Umsatz in Stück	
6	KURSKZ	Kurskennzahl	E = Eröffnungskurs EA = Eröffnungskursauktion VA = Auktionskurs nach Volatilitätsunterbrechung IA = Intraday-Auktionskurs V = variabler Kurs S = Schlusskurs SA = Schlussauktion Ex = Ex-Ankündigung Ausg = ausgesetzt

Anhang 2.3 Übersicht IBIS-Daten

Wertpapierkennnummer WKN	Bezeichnung Wertpapier	Anzahl Kurse	Durchschnittskurs [DM]	Maximum Kurs [DM]	Minimum Kurs [DM]	Anfangskurs [DM]	Endkurs [DM]	Standardabweichung Kurs	Varianz Kurs	Gesamtvolumen [Stück]	Durchschnittsvolumen pro Transaktion	Umsatz [DM]
0515100	BASF	3.985	236,51	243,70	221,50	232,50	222,80	4,1630	17,3303	4.712.500	1.183	1.115.485.750
0519000	BMW-ST	1.336	481,96	503,00	461,00	495,50	467,50	9,9579	99,1599	830.500	622	400.117.550
0543900	Continental	645	209,13	222,50	189,00	221,40	191,20	7,9046	62,4832	260.000	403	54.280.420
0550000	Daimler-Benz	10.679	598,85	631,00	561,00	605,00	576,30	22,1904	492,4146	8.136.500	762	4.871.381.250
0550700	Dt.Babcock-ST	226	156,39	166,00	142,50	164,50	142,50	5,6308	31,7058	67.500	299	10.552.050
0551200	Degussa	462	330,85	354,00	313,00	353,00	323,00	9,7526	95,1138	193.500	419	64.807.010
0575200	Bayer	5.402	274,02	282,50	255,50	273,50	257,00	5,3615	28,7461	6.562.500	1.215	1.802.127.650
0575800	Hoechst	3.293	249,16	267,00	228,00	264,00	237,30	8,2455	67,9890	3.274.000	994	814.276.400
0593700	MAN-ST	546	289,04	319,00	251,00	290,50	255,00	15,8602	251,5449	194.800	357	56.576.470
0604843	Henkel-Vz	237	554,99	637,50	530,00	578,00	530,00	15,0870	227,6185	62.300	263	34.506.890
0627500	Karstadt	496	538,26	574,00	500,00	549,00	512,00	19,3744	375,3679	153.000	308	82.395.140
0648300	Linde	504	773,54	802,00	712,00	774,00	716,00	19,9269	397,0813	124.900	248	96.587.400
0656000	Mannesmann	4.539	255,25	268,00	244,40	253,00	253,90	5,2856	27,9377	3.796.500	836	969.175.550
0660200	Metallgesellschaft	156	317,74	338,00	286,00	330,00	288,00	15,0874	227,6304	33.400	214	10.558.780
0695200	Preussag	829	355,29	374,00	332,00	372,00	334,00	9,5492	91,1870	414.900	500	147.116.240
0703700	RWE-ST	1.129	396,88	411,70	386,00	408,00	390,40	5,6078	31,4479	837.500	742	332.626.700
0717200	Schering	950	762,10	785,00	734,00	736,50	753,60	11,2499	126,5612	318.300	335	242.146.600
0723600	Siemens	12.270	646,12	673,20	614,10	663,90	617,00	14,4826	209,7471	10.530.500	858	6.827.343.400
0748500	Thyssen	2.900	173,89	182,00	161,60	180,00	170,80	4,0449	16,3615	2.880.500	993	501.103.350
0761440	Veba	3.270	382,36	394,50	370,00	385,50	384,50	5,4447	29,6450	2.608.500	798	997.629.600
0762620	Viag	1.342	355,66	371,00	334,50	362,00	338,20	7,5248	56,6225	656.700	489	233.535.500
0766400	VW-ST	13.867	305,55	336,50	271,00	276,00	326,00	17,4149	303,2780	12.152.000	876	3.716.955.500
0781900	Kaufhof-ST	395	466,95	493,00	436,80	436,80	457,00	13,1529	172,9981	122.400	310	57.192.990
0802000	Bayer.Hypobank	1.261	440,82	454,50	411,50	443,90	413,00	9,8185	96,4036	609.700	484	268.788.850
0802200	Bayer.Vereinsbank	1.078	459,29	470,10	426,00	456,00	426,00	6,5918	43,4517	577.200	535	265.796.200
0803200	Commerzbank	4.508	296,56	307,60	284,00	284,00	290,90	5,3038	28,1303	4.079.500	905	1.209.990.700
0804010	Deutsche-Bank	12.001	709,57	729,50	686,00	704,00	695,00	9,2691	85,9164	9.291.500	774	6.593.587.000
0804610	Dresdner-Bank	2.574	405,01	422,00	378,00	399,50	382,90	9,3431	87,2928	2.036.500	791	825.648.550
0823210	Lufthansa-ST	718	110,44	117,00	102,50	115,50	107,50	3,5251	12,4261	368.100	513	40.746.510
0840400	Allianz-NA	3.643	2.239,72	2.390,00	2.110,00	2.300,00	2.142,00	69,5304	4.834,4766	620.800	170	1.389.769.760

Anhang 2.4 Übersicht XETRA-Daten

WKN	Wertpapier	Anzahl von TAKurs	ErsterWert von TAKurs	LetzterWert von TAKurs	Mittelwert von TAKurs	Max von TAKurs	Min von TAKurs	StdAbw von TAKurs	Summe von TAVol	Mittelwert von TAVol	Umsatz
500340	Addidas-Salomon	93.292	90,20	74,32	83,74	106,29	66,00	8,6807	59.747.143	640	5.009.571.739
514000	Deutsche Bank - Name	101.934	66,42	83,74	68,53	90,49	60,78	5,8628	186.625.836	1.831	12.752.629.356
515100	BASF	183.160	32,65	51,20	40,49	53,46	29,95	5,2003	421.894.941	2.303	16.917.334.236
519000	BMW-ST	109.505	621,00	31,00	350,77	770,00	25,50	323,1288	123.882.945	1.131	10.811.473.486
535000	Dresdner Bank - Name	35.718	45,30	55,00	48,89	56,50	44,11	2,5664	61.469.116	1.721	3.012.084.634
542500	Degussa-Hüls	51.453	36,50	40,00	36,67	44,88	30,35	3,0482	45.004.756	875	1.668.318.105
555700	Dt. Telekom	308.237	27,75	71,00	43,33	71,77	27,75	8,1340	1.010.194.141	3.277	43.247.582.705
575200	Bayer	209.081	35,25	47,10	38,59	47,65	29,74	3,6510	445.292.241	2.130	17.141.853.368
575800	Hoechst	130.401	34,20	30,50	41,41	49,97	28,50	2,9920	354.426.183	2.718	14.737.349.995
578580	Fresenius Medial	27.449	61,00	86,90	70,22	90,44	44,55	10,6946	21.809.254	795	1.508.417.349
593700	MAN-ST	68.106	254,00	36,85	55,21	267,50	23,10	67,1959	72.314.813	1.062	2.608.342.639
604843	Henkel-Vz	65.512	75,00	66,20	67,49	81,80	57,21	4,8974	56.364.928	860	3.826.007.756
627500	Karstadt	39.437	454,76	39,94	244,25	488,00	33,23	186,0038	19.721.564	500	2.383.886.966
648300	Linde	51.877	524,96	54,90	218,16	684,00	46,20	235,4296	36.589.331	705	3.454.381.054
656000	Mannesmann	185.484	99,00	145,70	130,03	161,80	97,00	13,2817	215.982.695	1.164	28.001.056.515
656030	Mannesmann - Name	161.518	146,10	242,00	184,77	242,00	139,00	32,8878	192.903.658	1.194	35.466.926.393
695200	Preussag	85.374	387,00	56,59	124,90	530,00	45,25	157,0061	85.161.020	997	5.786.458.238
703700	RWE-ST	134.825	45,00	38,80	40,70	51,55	35,20	3,0031	275.145.722	2.041	11.234.674.236
710000	DaimlerChrysler – Na	359.786	83,00	77,00	78,91	95,79	63,26	8,9806	710.325.312	1.974	56.604.327.207
716463	SAP – VZO	205.331	397,00	599,00	391,63	634,00	256,11	77,6104	85.380.960	416	33.178.569.050
717200	Schering	72.512	106,00	120,85	110,12	128,13	95,20	6,3208	45.201.779	623	4.985.137.234
723600	Siemens	150.474	55,01	78,11	67,33	82,15	53,20	7,5614	280.472.866	1.864	18.755.592.266
723610	Siemens – Name	112.420	78,31	127,00	93,41	127,90	75,60	14,7615	168.840.781	1.502	15.644.817.524
725750	Metro – Stamm	115.156	68,00	53,40	57,85	78,50	47,60	6,9175	151.720.393	1.318	8.864.989.809
748500	Thyssen	22.170	157,50	176,00	166,78	187,00	138,00	11,0776	10.407.003	469	1.751.656.111
750000	Thyssen Krupp	94.934	17,90	30,15	22,56	33,60	17,20	3,3815	233.089.290	2.455	5.230.448.619
761440	Veba	184.133	51,90	48,45	52,47	63,25	41,30	4,8685	345.549.836	1.877	18.185.499.740
762620	Viag	88.534	509,50	18,20	240,70	553,00	14,68	230,2168	150.686.475	1.702	7.531.079.748
766400	VW-ST	221.965	68,80	55,77	59,21	80,00	45,69	6,9500	339.032.435	1.527	20.209.921.188
802200	Bayer.Vereinsbank	131.690	67,00	68,00	59,18	72,90	47,55	4,8592	221.241.360	1.680	13.077.580.223
803200	Commerzbank	167.091	26,80	36,70	31,55	37,89	24,04	3,5260	405.170.550	2.425	12.764.855.636
804010	Deutsche-Bank	191.366	48,70	66,57	54,51	67,70	44,95	6,0376	423.225.352	2.212	23.060.203.053
804610	Dresdner-Bank	118.885	34,30	45,39	39,62	48,10	30,00	4,4517	261.984.815	2.204	10.405.713.848
823212	Lufthansa VNA	139.834	19,15	23,70	19,83	25,10	16,05	1,8433	340.926.194	2.438	6.743.593.900
840400	Allianz-NA	213.832	318,50	334,00	284,47	355,00	234,80	23,6805	118.018.196	552	33.660.993.505
843002	Münchner Rück VNA	129.895	418,70	254,50	208,21	465,00	158,00	57,6987	71.594.835	551	14.552.302.547

Anhang 3.1 Überblick Modelle der Behavioral Finance

In der folgenden Tabelle ist ein Überblick über die bedeutendsten Arbeiten in Anlehnung an Perridon Steiner zusammengestellt⁶²⁸:

Modell	Hauptaussagen	Autor
(a) Modelle zur Meinungsbildung		
Optimism and Wishful Thinking	<ul style="list-style-type: none"> Unrealistisch positive Einschätzung der eigenen Fähigkeiten und Zukunftsaussichten Mehr als die Hälfte aller Subjekte meint überdurchschnittlich begabt zu sein, was objektiv nicht stimmt. 	Weinstein, Unrealistic Optimism, (1980)
Overconfidence	<ul style="list-style-type: none"> Zu großes Vertrauen in eigenes Urteilsvermögen Probleme bei Schätzung von Wahrscheinlichkeiten 	Alpert, Raiffa, Probability Assessors, (1992) Fischhoff, Slovic, Lichtenstein, Knowing with certainty (1977) Weber (1990)
Representativeness	<ul style="list-style-type: none"> Menschen neigen zur Verwendung von Heuristiken (nicht mit Sicherheit garantierte Lösung für komplexe Probleme) Die Beurteilung von Wahrscheinlichkeiten erfolgt auf Basis von Ähnlichkeiten. Systematische Fehler: vorgegebene Wahrscheinlichkeiten werden ignoriert, die Gesamtverteilung ausgeblendet Vernachlässigung der Stichprobengröße (zu schnelles Schließen anhand weniger Daten auf gesamten Prozess) Geschätzte Übereinstimmung zwischen Wirklichkeit und Modell führt zu Fehlurteilen 	Kahneman und Tversky (1974)
Conjunction Fallacy	<ul style="list-style-type: none"> Die Wahrscheinlichkeit von 2 konjunktiv verknüpften Ereignissen wird höher als die Summe der Einzel-Wahrscheinlichkeiten eingestuft 	Kahneman/Tversky (1983) Bar-Hiller (1973)
Gambler's Fallacy	<ul style="list-style-type: none"> Unabhängige Ereignisse werden als abhängig angesehen 	Jarvik (1951) Hofstätter (1990)
Conservatism	<ul style="list-style-type: none"> Überbewertung vorgegebener Wahrscheinlichkeiten Beharrungsvermögen bestehender Informationen gegenüber neuen Informationen 	Edwards, Conservatism (1968) Slovic (1972)
(a) Status-Quo-Bias / Justifiability-Bias (b) Drive for consistency	<ul style="list-style-type: none"> Orientierung am Status Quo, der beibehalten werden soll Als rational empfundenes Verhalten wird als gerechtfertigt angesehen, auch wenn Status Quo wegen aktueller Informationen nicht mehr adäquat ist. Zu (b) Konsistenzstreben (Beibehalten der bisherigen Situation) 	Slovic (1975) Tversky (1972) Hartman/Samuelson (1988) Zu (b) Aronson (1978)
Anchoring/Adjustment	<ul style="list-style-type: none"> Abschätzungen von einem Startwert/selbstvorgegebenem Richtwert mit Anpassungen vom Startwert aus Der Startwert wird durch den Entscheider oder das Problem vorgegeben Anpassungen erfolgen unzureichend, da erste Informationen zu stark gewichtet werden. 	Kahneman, Tversky (1974) Anderson/Barrios (1961)
Belief Perseverance	<ul style="list-style-type: none"> Zu striktes und zu langes Festhalten an einmal gebildeter Meinung Menschen widerstreben der Suche nach widerlegenden Beweisen 	Lord, Biased Assimilation (1979)

⁶²⁸ in Anlehnung an Perridon (2007), S. 285 ff.

Modell	Hauptaussagen	Autor
	<ul style="list-style-type: none"> Der Confirmation Bias wirkt noch stärker: Uminterpretieren von Gegenbeweisen 	
Availability Bias	<ul style="list-style-type: none"> Wahrscheinlichkeits-Abschätzung: bevorzugter Zugriff auf gut zugängliche, frei verfügbare Quellen Kurz zurückliegende Ereignisse werden zu stark gewichtet Die Wahrscheinlichkeits-Einschätzung für ein Ereignis steigt mit höherer Aufmerksamkeit. 	Kahneman/Tversky (1973) Heider (1958) Slovic et al. (1974/78)
Selective perception (Selektive Wahrnehmung)	<ul style="list-style-type: none"> Übergewichtung von Informationswahrnehmung, die eigenen Vorstellungen und Erwartungen entsprechen 	Anderson/Jacobson (1965) Brunner/Postman (1949)
Information-Sources-Effects	<ul style="list-style-type: none"> Die wahrgenommene Übereinstimmung (auch nicht unabhängiger) Informationsquellen verstärkt das Vertrauen. Informationsquellen werden nicht mehr überprüft. Abhängige Informationen werden als unabhängig wahrgenommen. 	Kahneman/Tversky (1972/73) Slovic (1977/80)
Risk Return Paradox	<ul style="list-style-type: none"> Ein positiver Zusammenhang zwischen erwarteter Rendite und Risiko ist z.T. nicht gegeben. Es erfolgt eine Bewertung mit Referenzpunkten (target level) → unterhalb (oberhalb) des Referenzpunktes negativ (positiv) 	Bowman (1990) March/Shapira (1987)
Illusion of Control	<ul style="list-style-type: none"> Subjektive Wahrnehmung von Zusammenhängen (Kontingenzen) zwischen Handlungen und Konsequenzen Man meint, man hat Einfluss und könne vorhersagen. 	Braun/Singer (1985) Rotter (1966) Thaler/Johnson (1990)
(a) Curse of Knowledge (Fluch des Wissens) (b) Hindsight Bias (Spezialfall von (a))	<ul style="list-style-type: none"> (a) Die a-priori-Einschätzung durch a-posteriori-Betrachtung verzerrt. Im Nachhinein werden dafür viele Erklärungen gefunden. (b) Eine a-priori geschätzte Wahrscheinlichkeit wird durch eine a-posteriori Wahrscheinlichkeits-Schätzung korrigiert Besser informierte Teilnehmer geben verzerrte Schätzungen der schlechter informierten Teilnehmer ab 	(a) Fischhoff (1976) (b) Cramer/Loewenstein/Weber (1985-1990)
Winner's Curse	<ul style="list-style-type: none"> Erstpreisauktion mit verdeckten Geboten zur Schätzung des wahren Wertes Zu hohes Gebot im Verhältnis zu geschätztem, erwarteten Wert → Adverse Selection 	Thaler (1988) Kagel/Levin (1986) Ball/Blazerman/Caroll (1991)
Overconfidence (s.o.)	<ul style="list-style-type: none"> Übereinschätzung von Expertenwissen Eine Korrektur ist teilweise über Anreize möglich. 	Camerer/Hogarth (1999)
(b) Modelle zur Präferenzbildung		
Prospect Theory	<ul style="list-style-type: none"> Annahmen über Präferenzen von Investoren Die Empirie führt zu anderen Ergebnissen als der Erwartungswert der Nutzenfunktion (von Neumann/ Morgenstern) und somit zu einer vom Erwartungsnutzen unabhängigen Theorie Entscheidungssituationen mit mindestens 2 unsicheren Alternativen: $(x, p; y, q)$ Bewertung: $V(x, p; y, q) = \pi(p) \cdot v(x) + \pi(q) \cdot v(y)$ mit π = Wahrscheinlichkeitsfunktion, v = Wertfunktion (1) Nutzen wird über Gewinn und Verlust sowie Wahrscheinlichkeiten definiert, nicht über Endvermögen (wie beim Bernoulli-Prinzip) Es erfolgt eine relative Wahrnehmung zum vorherigen Zustand, nicht eine absolute (2) Krümmung der Wertfunktion: Gewinne werden konkav (risikoavers), Verluste konvex (risikofreudig) wahrgenommen (Verlustaversion) (3) Nicht lineare Wahrscheinlichkeitstransformation: kleine Wahrscheinlichkeiten werden übergewichtet $\pi(p) > p$ 	Kahneman/Tversky, Prospect Theory, (1979): Advances (1992)

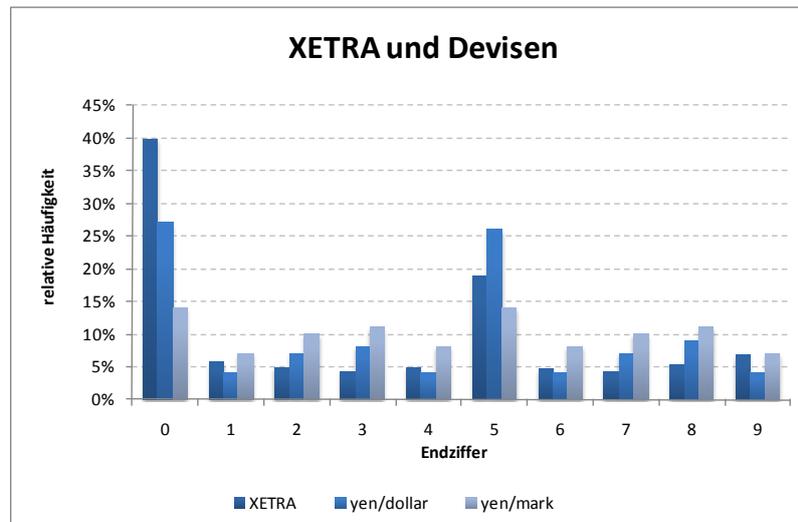
Modell	Hauptaussagen	Autor
(a) Loss Aversion (b) Reference Point	<ul style="list-style-type: none"> (b) Gewinne und Verluste werden relativ zu einem Referenzpunkt (Status Quo) bewertet, nicht absolut (a) Verluste werden stärker bewertet als Gewinne gleicher Größe 	Kahneman/Tversky (1979/80/89) Staw (1976) Garland/Newport (1991)
Disparity between willingness to accept and willingness to pay	<ul style="list-style-type: none"> Nicht durch Einkommen oder Transaktionskosten begründbare Differenz zwischen Kauf- und Verkaufspreis bei einem Entscheider für ein Gut 	Knez/Smith (1985/87) Knetsch (1978)
Endowment-Effect (a) Long Term Endowment Effect (b) Instant Endowment Effect = Dispositions-Effect	<ul style="list-style-type: none"> Zögern eines Anlegers, ein Gut aus seinem Besitz zu verkaufen (a) Gefühlsmäßige Verbundenheit mit dem Gut (b) kfr. Endowment-Effect (Ursache: loss aversion) 	Thaler (1980) Kahneman/Kentsch/Thaler (1986/90) Staw (1976)
Opportunity cost Effect	<ul style="list-style-type: none"> Direkte Kosten werden stärker gewichtet als Opportunitätskosten 	Kahneman/Tversky (1979/82) Thaler (1980) Hackman/Brown (1974)
Sunk cost Effect	<ul style="list-style-type: none"> Stärkere Berücksichtigung bereits angefallener Kosten 	Thaler (1980/85) Samuelson Zeckhauser (1988) Garland/Newport (1991)
Regret Avoidance	<ul style="list-style-type: none"> Potentielle Verluste werden noch nicht realisiert aus Enttäuschung über den Eintritt des Ereignisses und die vorherige Fehlentscheidung 	Kahneman/Tversky (1982) Mass/Weibler (1988)
Framing	<ul style="list-style-type: none"> Der Framing-Effekt ist ein wichtiger Teil der Prospect Theory. Danach hat die Präsentationsart einen deutlichen Einfluss auf eine Entscheidung. Informationswahrnehmung wird etwa beeinflusst durch: Kontrast einer Information zur Umwelt, der 1. Information in einer Kette von Informationen, der letzten Information, gleichzeitige Informationen, der Darstellung als Verlust oder entgangener Gewinn Die normative Theorie geht hingegen davon aus, dass die Entscheidung unabhängig vom Problem ist. 	Tversky, Kahneman, Framing (1986) Copeland/Friedman (1987) Levin/Johnson (1986) Shefrin/Statman (1993)
Mental Accounting	<ul style="list-style-type: none"> Verschiedene Informationen werden auf verschiedenen „mental“ Konten gespeichert und je nach Konto ggf. abweichend bewertet. Referenzgrößen für Bewertungen werden nur innerhalb der einzelnen Konten gebildet. Interdependenzen zwischen den Konten werden vernachlässigt. 	Thaler, Mental Accounting (1999) Shafrin/Thaler (1984/85/90) Garland/Newport (1991)
Narrow Accounting	<ul style="list-style-type: none"> Wichtige Eigenschaft des Mental Accounting Tendenz, einzelne Entscheidungssituationen unabh. vom gesamten Gewinn oder aktuellen Vermögen zu sehen. 	Redelmeier, Tversky: Multiple Prospects (1992)
Ambiguity Aversion Situations of ambiguity Ellsberg-Paradox	<ul style="list-style-type: none"> Eine Alternative mit sicherer Eintritts-Wahrscheinlichkeit wird gegenüber einer Alternative mit unsicherer Eintritts-Wahrscheinlichkeit bevorzugt. Menschen mögen Situationen nicht, in denen sie die Wahrscheinlichkeits-Verteilung der Spielergebnisse nicht kennen. Anleger wollen möglichst eindeutige Empfehlungen. Ambiguität ist ein zusätzlicher Risikofaktor aufgrund der Verletzung des Unabhängigkeitsaxioms Bisher wurde von bekannten und objektiven Wahrscheinlichkeiten ausgegangen. Hier sind Wahrscheinlichkeiten nicht mehr objektiv bestimmbar. Savage geht von einem subjektiven erwarteten Nutzen aus. Empirische Ergebnisse zeigen jedoch eine Theorieverlet- 	Savage (1964) Ellsberg (1961) Fellner (1961) Cramer/Weber (1991) Heat/Tversky (1991) Foc/Tversky (1995)

Modell	Hauptaussagen	Autor
	<p>zung: ein subjektiver erwarteter Nutzen erlaubt nicht das Vertrauen gegenüber einer Wahrscheinlichkeits-Verteilung auszudrücken.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Heat/Tversky (1991): Der Grad der Ambiguität hängt von Einschätzung der eigenen Kompetenz zur Vorhersage ab. • Foc/Tversky (1995): Ein Verweis auf kompetentere/ erfahrungsreichere Teilnehmer hat Auswirkung auf Ergebnis. 	
Allais-Paradox	<ul style="list-style-type: none"> • Gemeinsamkeiten zwischen 2 Alternativen haben Einfluss auf Entscheidungen • Eine nicht-lineare Nutzenwahrnehmung steht im Widerspruch zum Unabhängigkeitsaxiom 	Allais, (1953/79/88)
Preference Reversal	<ul style="list-style-type: none"> • Von 2 Zufallsverteilungen mit gleichem Erwartungswert: <ul style="list-style-type: none"> ○ 1. Kleine Chance auf großen Gewinn ○ 2. Große Chance auf kleinen Gewinn wird die 2. gewählt. • Dies steht im Widerspruch zur Angabe des niedrigsten Verkaufspreises (höherer Preis für 1.) • Als Erklärungsansatz wird die Stimulus-Response-Hypothese (Framing) vertreten. 	Tversky/Kahneman/Slovic (1968/69/71/90) Tversky/Thaler (1990) Grether/Plott (1979)
Competence Hypothesis	<ul style="list-style-type: none"> • Gegenteil vom Ambiguitätsaversion bei Teilnehmern, die sich besonders qualifiziert sehen 	
Weighting of Probabilities	<ul style="list-style-type: none"> • Wahrscheinlichkeiten (WS) werden entgegen der Erwartungsnutzentheorie gewichtet: Es erfolgt eine Überbewertung niedriger WS gegenüber Unmöglichkeit und eine Unterbewertung hoher WS gegenüber Sicherheit. • Folglich wird hohen Gewinnchancen ein niedriger Wert beigemessen. 	Currim/Sarin (1989) Kahneman/Tversky (1989, 79/82) Staw (1976)
Certainty-Effect	<ul style="list-style-type: none"> • Bei „mittlerer“ Wahrscheinlichkeit lieber sicheren, geringeren Gewinn wählen 	
Reflection Effect	<ul style="list-style-type: none"> • Wechsel der Risikobereitschaft zwischen Gewinnen und Verlusten 	
Communication Mode Preference Paradox	<ul style="list-style-type: none"> • Der verbale Ausdruck für Risiko (Wahrscheinlichkeit) wird gegenüber numerischer Information bevorzugt. 	March/Shapira (1987)

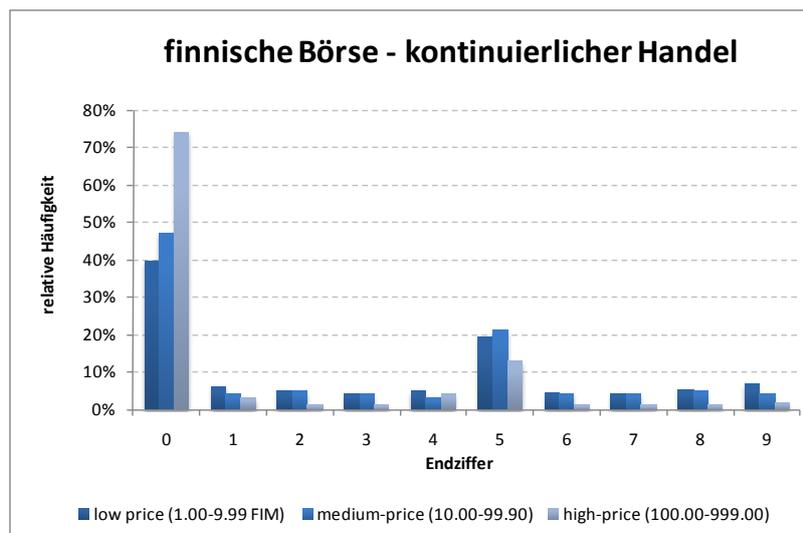
Anhang 4.1 Endziffernwahrscheinlichkeiten nach Benford's Law

Ziffer	1. Stelle	2. Stelle	3. Stelle	4. Stelle
0		11,97%	10,18%	10,02%
1	30,10%	11,39%	10,14%	10,01%
2	17,61%	10,88%	10,10%	10,01%
3	12,49%	10,43%	10,06%	10,01%
4	9,69%	10,03%	10,02%	10,00%
5	7,92%	9,67%	9,98%	10,00%
6	6,69%	9,34%	9,94%	9,99%
7	5,80%	9,04%	9,90%	9,99%
8	5,12%	8,76%	9,86%	9,99%
9	4,58%	8,50%	9,83%	9,98%

Anhang 5.1 Endbeträge weitere Börsen

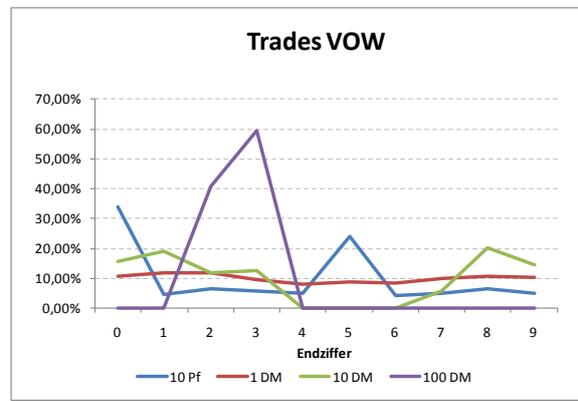
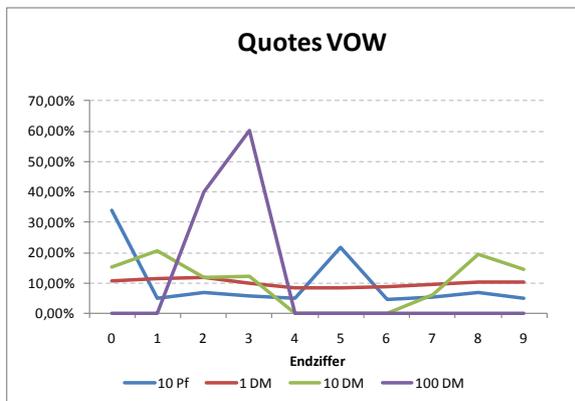
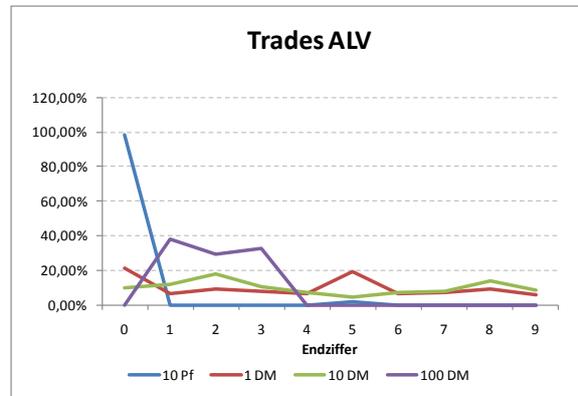
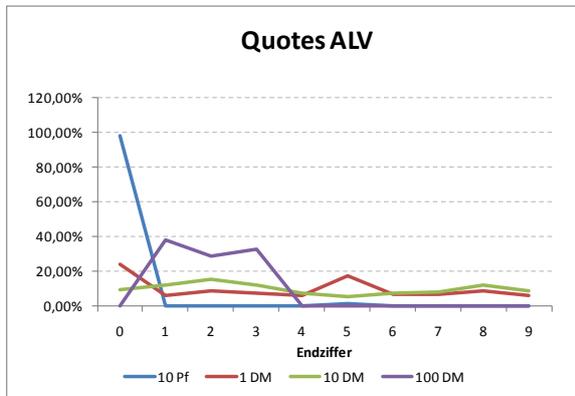
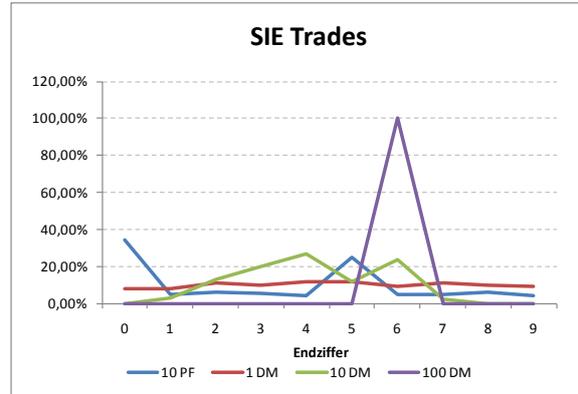
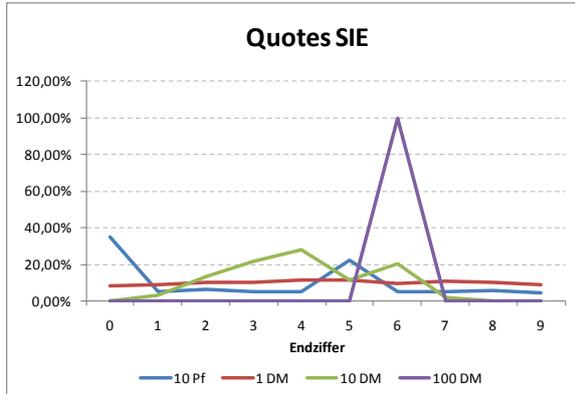


Quelle: XETRA-Datensatz und Grossman (1997), S. 35-36



Quelle: Booth (2000), S. 745

Anhang 5.2 Vergleich Genauigkeiten Quotes und Trades IBIS



Anhang 5.3a Pfennigendbeträge Quotes IBIS

Aktie	Anzahl Quotes	0 Pf	10 Pf	20 Pf	30 Pf	40 Pf	50 Pf	60 Pf	70 Pf	80 Pf	90 Pf
Allianz-NA	9.592	0,98	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00
BASF	10.448	0,31	0,04	0,07	0,06	0,05	0,21	0,06	0,07	0,08	0,05
Bayer	13.868	0,28	0,06	0,08	0,08	0,06	0,19	0,06	0,07	0,07	0,06
Bayer.Hypobank	3.906	0,61	0,01	0,02	0,01	0,01	0,29	0,01	0,01	0,02	0,01
Bayer.Vereinsbank	3.427	0,64	0,01	0,02	0,01	0,00	0,25	0,01	0,01	0,02	0,01
BMW-ST	6.316	0,68	0,02	0,01	0,01	0,01	0,23	0,01	0,01	0,01	0,01
Commerzbank	11.746	0,40	0,03	0,05	0,05	0,04	0,25	0,04	0,04	0,06	0,04
Continental	2.721	0,70	0,01	0,02	0,01	0,01	0,21	0,01	0,01	0,02	0,01
Daimler-Benz	31.651	0,43	0,04	0,05	0,04	0,03	0,25	0,04	0,04	0,05	0,03
Degussa	1.839	0,79	0,00	0,01	0,01	0,00	0,18	0,00	0,00	0,01	0,00
Deutsche-Bank	32.241	0,40	0,04	0,05	0,04	0,04	0,24	0,04	0,04	0,05	0,04
Dresdner-Bank	7.910	0,50	0,03	0,04	0,03	0,02	0,26	0,03	0,03	0,04	0,02
Dt.Babcock-ST	1.553	0,62	0,00	0,02	0,02	0,01	0,25	0,01	0,02	0,03	0,01
Henkel-Vz	1.107	0,87	0,00	0,00	0,00	0,00	0,11	0,00	0,00	0,00	0,00
Hoechst	9.033	0,37	0,05	0,06	0,06	0,04	0,22	0,05	0,06	0,06	0,04
Karstadt	2.239	0,88	0,00	0,00	0,00	0,00	0,10	0,00	0,00	0,00	0,00
Kaufhof-ST	1.814	0,89	0,01	0,01	0,00	0,00	0,08	0,00	0,00	0,00	0,00
Linde	2.223	0,92	0,00	0,00	0,00	0,00	0,06	0,00	0,00	0,00	0,00
Lufthansa-ST	2.681	0,48	0,03	0,04	0,04	0,02	0,29	0,02	0,03	0,05	0,02
MAN-ST	2.619	0,73	0,01	0,01	0,00	0,01	0,21	0,01	0,00	0,01	0,01
Mannesmann	13.570	0,39	0,04	0,06	0,05	0,04	0,25	0,04	0,05	0,07	0,04
Metallgesellschaft	1.120	0,80	0,00	0,01	0,00	0,00	0,17	0,00	0,00	0,01	0,01
Preussag	2.746	0,65	0,01	0,02	0,01	0,00	0,26	0,01	0,01	0,01	0,01
RWE-ST	3.977	0,51	0,02	0,03	0,03	0,02	0,27	0,03	0,03	0,04	0,02
Schering	3.347	0,87	0,00	0,00	0,00	0,00	0,10	0,00	0,00	0,00	0,00
Siemens	32.806	0,35	0,05	0,06	0,05	0,05	0,22	0,05	0,05	0,06	0,05
Thyssen	9.412	0,33	0,05	0,07	0,06	0,05	0,23	0,05	0,05	0,07	0,04
Veba	9.255	0,35	0,05	0,07	0,06	0,04	0,24	0,04	0,06	0,06	0,04
Viag	4.110	0,61	0,01	0,02	0,02	0,01	0,28	0,01	0,02	0,02	0,01
VW-ST	37.041	0,34	0,05	0,07	0,06	0,05	0,22	0,05	0,06	0,07	0,05

Anhang 5.3b Pfenningbeträge Transaktionen IBIS

Aktie	Anzahl Transaktionen	0 Pf	10 Pf	20 Pf	30 Pf	40 Pf	50 Pf	60 Pf	70 Pf	80 Pf	90 Pf
Allianz-NA	3.643	0,98	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00
BASF	3.985	0,26	0,04	0,07	0,06	0,05	0,24	0,07	0,08	0,08	0,05
Bayer	5.402	0,24	0,06	0,08	0,09	0,06	0,21	0,06	0,07	0,07	0,05
Bayer.Hypobank	1.261	0,60	0,01	0,02	0,01	0,01	0,30	0,00	0,02	0,02	0,01
Bayer.Vereinsbank	1.078	0,60	0,01	0,03	0,01	0,01	0,30	0,01	0,01	0,02	0,01
BMW-ST	1.336	0,61	0,02	0,01	0,01	0,01	0,30	0,01	0,01	0,02	0,01
Commerzbank	4.508	0,37	0,03	0,05	0,05	0,04	0,29	0,04	0,04	0,07	0,03
Continental	645	0,64	0,02	0,02	0,01	0,01	0,25	0,01	0,02	0,02	0,02
Daimler-Benz	10.679	0,42	0,04	0,05	0,04	0,03	0,28	0,03	0,04	0,05	0,03
Degussa	462	0,76	0,00	0,01	0,00	0,00	0,20	0,00	0,00	0,02	0,01
Deutsche-Bank	12.001	0,39	0,04	0,05	0,04	0,04	0,26	0,04	0,04	0,05	0,04
Dresdner-Bank	2.574	0,47	0,03	0,04	0,02	0,02	0,31	0,03	0,03	0,03	0,02
Dt.Babcock-ST	226	0,50	0,00	0,01	0,03	0,00	0,34	0,03	0,01	0,05	0,01
Henkel-Vz	237	0,86	0,00	0,01	0,00	0,00	0,12	0,00	0,00	0,00	0,00
Hoechst	3.293	0,34	0,04	0,06	0,05	0,04	0,25	0,05	0,06	0,06	0,04
Karstadt	496	0,86	0,00	0,00	0,00	0,00	0,13	0,00	0,00	0,00	0,00
Kaufhof-ST	395	0,84	0,01	0,00	0,00	0,00	0,14	0,00	0,01	0,00	0,00
Linde	504	0,92	0,00	0,00	0,00	0,00	0,06	0,00	0,00	0,00	0,00
Lufthansa-ST	718	0,45	0,02	0,04	0,04	0,02	0,32	0,02	0,03	0,04	0,02
MAN-ST	546	0,70	0,01	0,01	0,00	0,00	0,25	0,00	0,00	0,01	0,01
Mannesmann	4.539	0,37	0,03	0,05	0,06	0,04	0,27	0,03	0,04	0,07	0,04
Metallgesellschaft	156	0,71	0,00	0,01	0,01	0,00	0,23	0,00	0,00	0,03	0,01
Preussag	829	0,60	0,02	0,02	0,01	0,01	0,29	0,01	0,02	0,01	0,00
RWE-ST	1.129	0,45	0,02	0,04	0,03	0,03	0,33	0,03	0,03	0,04	0,01
Schering	950	0,85	0,00	0,00	0,01	0,00	0,13	0,00	0,00	0,00	0,00
Siemens	12.270	0,34	0,05	0,06	0,06	0,04	0,25	0,05	0,05	0,06	0,04
Thyssen	2.900	0,30	0,04	0,07	0,06	0,05	0,25	0,05	0,05	0,08	0,05
Veba	3.270	0,32	0,05	0,07	0,05	0,04	0,28	0,04	0,06	0,05	0,03
Viag	1.342	0,55	0,01	0,03	0,02	0,01	0,32	0,01	0,03	0,02	0,01
VW-ST	13.867	0,34	0,04	0,06	0,06	0,05	0,24	0,04	0,05	0,06	0,05

Anhang 5.3c Endbeträge Transaktionen XETRA

WKN	Wertpapier	Summe	0 ct	1 ct	2 ct	3 ct	4 ct	5 ct	6 ct	7 ct	8 ct	9 ct
500340	Addidas-Salomon	93.292	0,49	0,06	0,03	0,03	0,03	0,20	0,04	0,03	0,03	0,06
514000	Deutsche Bank - Name	101.934	0,27	0,07	0,07	0,06	0,07	0,19	0,07	0,06	0,07	0,08
515100	BASF	183.160	0,29	0,07	0,07	0,06	0,06	0,20	0,06	0,06	0,07	0,07
519000	BMW-ST	109.505	0,54	0,04	0,04	0,03	0,04	0,15	0,04	0,03	0,04	0,05
535000	Dresdner Bank - Name	35.718	0,32	0,06	0,06	0,05	0,06	0,20	0,05	0,05	0,06	0,08
542500	Degussa-Hüls	51.453	0,39	0,06	0,05	0,04	0,05	0,21	0,05	0,04	0,05	0,07
555700	Dt. Telekom	308.237	0,29	0,07	0,07	0,06	0,06	0,19	0,06	0,06	0,07	0,08
575200	Bayer	209.081	0,28	0,06	0,07	0,06	0,07	0,20	0,06	0,06	0,07	0,07
575800	Hoechst	130.401	0,34	0,06	0,06	0,05	0,06	0,21	0,05	0,05	0,06	0,07
578580	Fresenius Medial	27.449	0,58	0,04	0,03	0,02	0,02	0,18	0,03	0,02	0,03	0,05
593700	MAN-ST	68.106	0,39	0,06	0,05	0,04	0,05	0,19	0,05	0,04	0,06	0,07
604843	Henkel-Vz	65.512	0,46	0,05	0,04	0,03	0,04	0,20	0,04	0,03	0,04	0,07
627500	Karstadt	39.437	0,61	0,04	0,03	0,02	0,03	0,13	0,03	0,02	0,03	0,05
648300	Linde	51.877	0,51	0,05	0,04	0,03	0,04	0,15	0,03	0,03	0,04	0,07
656000	Mannesmann	185.484	0,52	0,05	0,03	0,02	0,03	0,23	0,03	0,02	0,03	0,06
656030	Mannesmann - Name	161.518	0,54	0,05	0,03	0,02	0,03	0,21	0,03	0,02	0,03	0,05
695200	Preussag	85.374	0,45	0,05	0,04	0,04	0,04	0,19	0,04	0,04	0,05	0,07
703700	RWE-ST	134.825	0,34	0,06	0,06	0,05	0,06	0,20	0,05	0,05	0,06	0,08
710000	DaimlerChrysler - Na	359.786	0,32	0,06	0,06	0,05	0,06	0,20	0,05	0,05	0,07	0,07
716463	SAP - VZO	205.331	0,71	0,04	0,01	0,01	0,01	0,12	0,01	0,01	0,02	0,05
717200	Schering	72.512	0,51	0,05	0,03	0,02	0,03	0,20	0,03	0,02	0,03	0,06
723600	Siemens	150.474	0,35	0,06	0,05	0,05	0,05	0,21	0,05	0,05	0,06	0,07
723610	Siemens - Name	112.420	0,36	0,06	0,05	0,04	0,05	0,21	0,05	0,05	0,06	0,07
725750	Metro - Stamm	115.156	0,39	0,06	0,05	0,04	0,05	0,21	0,05	0,04	0,05	0,08
748500	Thyssen	22.170	0,66	0,04	0,02	0,01	0,02	0,15	0,01	0,01	0,02	0,06
750000	Thyssen Krupp	94.934	0,25	0,07	0,07	0,07	0,07	0,18	0,07	0,07	0,08	0,08
761440	Veba	184.133	0,33	0,06	0,06	0,05	0,05	0,21	0,05	0,05	0,06	0,07
762620	Viag	88.534	0,50	0,05	0,04	0,04	0,04	0,14	0,04	0,04	0,05	0,06
766400	VW-ST	221.965	0,35	0,06	0,05	0,05	0,05	0,21	0,05	0,05	0,06	0,07
802200	Bayer.Vereinsbank	131.690	0,38	0,06	0,05	0,04	0,05	0,21	0,05	0,04	0,05	0,07
803200	Commerzbank	167.091	0,25	0,07	0,07	0,07	0,07	0,18	0,07	0,07	0,07	0,08
804010	Deutsche-Bank	191.366	0,29	0,07	0,06	0,06	0,06	0,20	0,06	0,06	0,07	0,08
804610	Dresdner-Bank	118.885	0,33	0,06	0,06	0,05	0,06	0,21	0,05	0,05	0,06	0,07
823212	Lufthansa VNA	139.834	0,24	0,07	0,08	0,07	0,07	0,17	0,07	0,07	0,08	0,08
840400	Allianz-NA	213.832	0,63	0,04	0,02	0,01	0,02	0,18	0,02	0,01	0,02	0,05
843002	Münchner Rück VNA	129.895	0,64	0,04	0,02	0,01	0,02	0,15	0,02	0,02	0,02	0,06

Anhang 5.4a absolute Genauigkeiten Quotes IBIS

(Angaben gerundet)

Wertpapier	Anzahl Quotes	10 Pf	20 Pf	50 Pf	1 DM	2 DM	5 DM	10 DM	20 DM	50 DM	> 50 DM	absolute Genauigkeit
Allianz-NA	9.592	0,00	0,00	0,02	0,25	0,31	0,18	0,09	0,10	0,02	0,03	1,00
BASF	10.448	0,20	0,28	0,21	0,13	0,11	0,03	0,03	0,01	0,00	0,00	0,10
Bayer	13.868	0,24	0,29	0,19	0,11	0,12	0,03	0,00	0,02	0,00	0,00	0,10
Bayer.Hypobank	3.906	0,03	0,06	0,29	0,24	0,24	0,06	0,02	0,02	0,04	0,00	0,50
Bayer.Vereinsbank	3.427	0,04	0,07	0,25	0,24	0,27	0,06	0,06	0,01	0,01	0,00	0,50
BMW-ST	6.316	0,04	0,04	0,23	0,25	0,27	0,07	0,03	0,05	0,00	0,01	0,50
Commerzbank	11.746	0,14	0,20	0,25	0,15	0,15	0,03	0,03	0,00	0,00	0,04	0,20
Continental	2.721	0,04	0,05	0,21	0,26	0,28	0,08	0,05	0,02	0,00	0,01	0,50
Daimler-Benz	31.651	0,14	0,18	0,25	0,17	0,17	0,05	0,01	0,03	0,00	0,00	0,20
Degussa	1.839	0,01	0,02	0,18	0,29	0,31	0,09	0,02	0,07	0,01	0,00	0,50
Deutsche-Bank	32.241	0,17	0,19	0,24	0,15	0,16	0,04	0,02	0,01	0,00	0,02	0,20
Dresdner-Bank	7.910	0,10	0,14	0,26	0,19	0,20	0,05	0,01	0,02	0,00	0,03	0,20
Dt.Babcock-ST	1.553	0,04	0,09	0,25	0,25	0,26	0,05	0,03	0,00	0,03	0,00	0,50
Henkel-Vz	1.107	0,01	0,01	0,11	0,28	0,34	0,13	0,04	0,03	0,05	0,00	1,00
Hoechst	9.033	0,17	0,24	0,22	0,14	0,15	0,04	0,01	0,01	0,03	0,00	0,20
Karstadt	2.239	0,01	0,01	0,10	0,30	0,34	0,12	0,05	0,06	0,01	0,00	1,00
Kaufhof-ST	1.814	0,01	0,02	0,08	0,29	0,37	0,11	0,05	0,06	0,01	0,00	1,00
Linde	2.223	0,01	0,00	0,06	0,29	0,36	0,14	0,04	0,08	0,00	0,01	1,00
Lufthansa-ST	2.681	0,08	0,15	0,29	0,18	0,18	0,05	0,06	0,00	0,00	0,00	0,20
Mannesmann	13.570	0,15	0,22	0,25	0,15	0,16	0,04	0,01	0,00	0,02	0,00	0,20
MAN-ST	2.619	0,03	0,02	0,21	0,27	0,30	0,08	0,04	0,04	0,00	0,02	0,50
Metallgesellschaft	1.120	0,01	0,03	0,17	0,25	0,33	0,10	0,06	0,05	0,00	0,01	0,50
Preussag	2.746	0,03	0,06	0,26	0,25	0,24	0,06	0,03	0,02	0,04	0,00	0,50
RWE-ST	3.977	0,09	0,13	0,27	0,20	0,20	0,05	0,03	0,00	0,00	0,03	0,20
Schering	3.347	0,01	0,01	0,10	0,28	0,35	0,11	0,05	0,06	0,02	0,00	1,00
Siemens	32.806	0,20	0,23	0,22	0,13	0,14	0,04	0,02	0,01	0,01	0,00	0,20
Thyssen	9.412	0,19	0,25	0,23	0,14	0,11	0,05	0,00	0,03	0,00	0,00	0,20
Veba	9.255	0,18	0,24	0,24	0,14	0,13	0,04	0,01	0,03	0,00	0,00	0,20
Viag	4.110	0,03	0,07	0,28	0,23	0,24	0,06	0,03	0,01	0,03	0,00	0,50
VW-ST	37.041	0,20	0,25	0,22	0,13	0,14	0,03	0,02	0,01	0,00	0,00	0,20
gesamt	276.318	0,15	0,19	0,22	0,17	0,18	0,05	0,02	0,02	0,01	0,01	0,20

Anhang 5.4b absolute Genauigkeit Transaktionen IBIS

Wertpapier	Anzahl Transaktionen	10 Pf	20 Pf	50 Pf	1 DM	2 DM	5 DM	10 DM	20 DM	50 DM	> 50 DM	absolute Genauigkeit
Allianz-NA	3.643	0,00	0,00	0,02	0,25	0,33	0,19	0,08	0,10	0,01	0,02	1,00
BASF	3.985	0,21	0,29	0,24	0,10	0,08	0,03	0,04	0,01	0,00	0,00	0,10
Bayer	5.402	0,24	0,31	0,21	0,09	0,11	0,02	0,00	0,02	0,00	0,00	0,10
Bayer.Hypobank	1.261	0,03	0,07	0,30	0,24	0,23	0,05	0,02	0,02	0,05	0,00	0,50
Bayer.Vereinsbank	1.078	0,03	0,06	0,30	0,24	0,24	0,04	0,07	0,01	0,01	0,00	0,50
BMW-ST	1.336	0,04	0,04	0,30	0,23	0,24	0,07	0,03	0,04	0,00	0,01	0,50
Commerzbank	4.508	0,15	0,20	0,29	0,14	0,13	0,02	0,03	0,00	0,00	0,04	0,20
Continental	645	0,06	0,06	0,25	0,23	0,25	0,08	0,06	0,00	0,00	0,01	0,50
Daimler-Benz	10.679	0,13	0,18	0,28	0,17	0,16	0,04	0,01	0,03	0,00	0,00	0,20
Degussa	462	0,01	0,03	0,20	0,31	0,26	0,10	0,02	0,07	0,01	0,00	0,50
Deutsche-Bank	12.001	0,16	0,19	0,26	0,14	0,16	0,04	0,02	0,01	0,00	0,02	0,20
Dresdner-Bank	2.574	0,09	0,13	0,31	0,17	0,19	0,05	0,01	0,02	0,00	0,03	0,20
Dt.Babcock-ST	226	0,04	0,11	0,34	0,27	0,18	0,02	0,00	0,00	0,04	0,00	0,50
Henkel-Vz	237	0,00	0,01	0,12	0,31	0,36	0,10	0,03	0,03	0,04	0,00	1,00
Hoechst	3.293	0,17	0,25	0,25	0,13	0,13	0,03	0,01	0,01	0,03	0,00	0,20
Karstadt	496	0,01	0,00	0,13	0,29	0,34	0,12	0,06	0,05	0,00	0,00	1,00
Kaufhof-ST	395	0,01	0,01	0,14	0,25	0,38	0,10	0,03	0,07	0,01	0,00	1,00
Linde	504	0,01	0,01	0,06	0,27	0,36	0,15	0,04	0,08	0,00	0,02	1,00
Lufthansa-ST	718	0,07	0,17	0,32	0,16	0,17	0,05	0,07	0,00	0,00	0,00	0,20
Mannesmann	4.539	0,14	0,22	0,27	0,15	0,16	0,03	0,01	0,00	0,02	0,00	0,20
MAN-ST	546	0,02	0,02	0,25	0,26	0,31	0,07	0,03	0,03	0,00	0,02	0,50
Metallgesellschaft	156	0,01	0,04	0,23	0,22	0,34	0,09	0,03	0,03	0,00	0,00	0,50
Preussag	829	0,04	0,07	0,29	0,27	0,16	0,05	0,03	0,02	0,07	0,00	0,50
RWE-ST	1.129	0,08	0,14	0,33	0,18	0,20	0,03	0,03	0,00	0,00	0,02	0,20
Schering	950	0,01	0,01	0,13	0,27	0,34	0,11	0,05	0,06	0,01	0,00	1,00
Siemens	12.270	0,18	0,23	0,25	0,12	0,14	0,04	0,01	0,01	0,01	0,00	0,20
Thyssen	2.900	0,19	0,26	0,25	0,13	0,08	0,05	0,00	0,03	0,00	0,00	0,20
Veba	3.270	0,16	0,23	0,28	0,13	0,13	0,03	0,01	0,02	0,00	0,00	0,20
Viag	1.342	0,04	0,09	0,32	0,21	0,22	0,06	0,03	0,01	0,03	0,00	0,50
VW-ST	13.867	0,19	0,24	0,24	0,12	0,15	0,03	0,02	0,01	0,00	0,00	0,20
gesamt	95.954	0,14	0,19	0,25	0,15	0,16	0,05	0,02	0,02	0,01	0,01	0,20

Anhang 5.4c Relative (RG) und absolute (AG) Genauigkeit der Kurse der Aktionen pro Aktie IBIS

	Umsatz ⁶²⁹	Trades		Quotes	
	in TDM	RG	AG	RG	AG
Allianz-NA	1.389,8	0,000457	1	0,000457	1
BASF	1.115,5	0,000448	0,1	0,000443	0,1
Bayer	1.802,1	0,000368	0,1	0,000370	0,1
Bayer.Hypobank	268,8	0,001122	0,5	0,001119	0,5
Bayer.Vereinsbank	265,8	0,001083	0,5	0,001083	0,5
BMW-ST	400,1	0,001036	0,5	0,001029	0,5
Commerzbank	1.210,0	0,000665	0,2	0,000664	0,2
Continental	54,3	0,002375	0,5	0,002331	0,5
Daimler-Benz	4.871,4	0,000324	0,2	0,000326	0,2
Degussa	64,8	0,001574	0,5	0,001555	0,5
Deutsche-Bank	6.593,6	0,000278	0,2	0,000278	0,2
Dresdner-Bank	825,6	0,000500	0,2	0,000505	0,2
Dt.Babcock-ST	10,6	0,003115	0,5	0,003039	0,5
Henkel-Vz	34,5	0,001766	1	0,001766	1
Hoechst	814,3	0,000778	0,2	0,000776	0,2
Karstadt	82,4	0,001805	1	0,001788	1
Kaufhof-ST	57,2	0,002100	1	0,002087	1
Linde	96,6	0,001280	1	0,001283	1
Lufthansa-ST	40,7	0,001846	0,2	0,001872	0,2
MAN-ST	56,6	0,001751	0,5	0,001721	0,5
Mannesmann	969,2	0,000773	0,2	0,000772	0,2
Metallgesellschaft	10,6	0,002906	0,5	0,001522	0,5
Preussag	147,1	0,001390	0,5	0,001383	0,5
RWE-ST	332,6	0,000511	0,2	0,000510	0,2
Schering	242,1	0,001297	1	0,001291	1
Siemens	6.827,3	0,000297	0,2	0,000300	0,2
Thyssen	501,1	0,001112	0,2	0,001112	0,2
Veba	997,6	0,000511	0,2	0,000514	0,2
Viag	233,5	0,001394	0,5	0,001383	0,5
VW-ST	3.717,0	0,000598	0,2	0,000601	0,2

⁶²⁹ im Untersuchungszeitraum 03-04/1993

Anhang 5.4d absolute Genauigkeiten Transaktionen XETRA

WKN	Wertpapier	Anzahl Transaktionen	1 ct	2 ct	5 ct	10 ct	20 ct	50 ct	1 EUR	2 EUR	5 EUR	> 5 EUR	absolute Genauigkeit
500340	Addidas-Salomon	93.292	0,19	0,12	0,20	0,15	0,16	0,07	0,04	0,04	0,01	0,01	0,02
514000	Deutsche Bank - Name	101.934	0,28	0,26	0,19	0,10	0,10	0,03	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01
515100	BASF	183.160	0,26	0,25	0,20	0,11	0,11	0,03	0,02	0,02	0,00	0,00	0,01
519000	BMW-ST	109.505	0,17	0,15	0,15	0,10	0,09	0,09	0,09	0,09	0,03	0,04	0,02
535000	Dresdner Bank - Name	35.718	0,26	0,23	0,20	0,12	0,12	0,04	0,02	0,02	0,00	0,01	0,01
542500	Degussa-Hüls	51.453	0,23	0,18	0,21	0,13	0,14	0,05	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01
555700	Dt. Telekom	308.237	0,27	0,26	0,19	0,11	0,11	0,03	0,02	0,02	0,00	0,01	0,01
575200	Bayer	209.081	0,27	0,26	0,20	0,10	0,11	0,03	0,01	0,02	0,00	0,01	0,01
575800	Hoechst	130.401	0,24	0,22	0,21	0,12	0,12	0,04	0,02	0,02	0,00	0,01	0,01
578580	Fresenius Medial	27.449	0,14	0,10	0,18	0,16	0,17	0,11	0,06	0,05	0,02	0,02	0,02
593700	MAN-ST	68.106	0,22	0,19	0,19	0,13	0,12	0,06	0,03	0,03	0,01	0,01	0,01
604843	Henkel-Vz	65.512	0,20	0,14	0,20	0,15	0,15	0,07	0,04	0,04	0,01	0,01	0,01
627500	Karstadt	39.437	0,15	0,10	0,13	0,12	0,10	0,11	0,11	0,10	0,04	0,04	0,02
648300	Linde	51.877	0,19	0,15	0,15	0,11	0,10	0,08	0,07	0,08	0,03	0,04	0,02
656000	Mannesmann	185.484	0,16	0,09	0,23	0,16	0,18	0,07	0,04	0,04	0,01	0,02	0,02
656030	Mannesmann - Name	161.518	0,16	0,09	0,21	0,15	0,17	0,08	0,05	0,05	0,02	0,02	0,02
695200	Preussag	85.374	0,20	0,16	0,19	0,12	0,12	0,07	0,05	0,05	0,01	0,02	0,01
703700	RWE-ST	134.825	0,25	0,21	0,20	0,12	0,12	0,04	0,02	0,02	0,00	0,00	0,01
710000	DaimlerChrysler – Na	359.786	0,25	0,23	0,20	0,12	0,12	0,04	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01
716463	SAP - VZO	205.331	0,12	0,05	0,12	0,14	0,14	0,15	0,10	0,11	0,03	0,03	0,05
717200	Schering	72.512	0,17	0,11	0,20	0,16	0,17	0,08	0,04	0,04	0,01	0,02	0,02
723600	Siemens	150.474	0,23	0,21	0,21	0,13	0,12	0,04	0,02	0,02	0,00	0,01	0,01
723610	Siemens - Name	112.420	0,23	0,20	0,21	0,13	0,13	0,04	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01
725750	Metro - Stamm	115.156	0,23	0,18	0,21	0,13	0,14	0,05	0,03	0,02	0,01	0,01	0,01
748500	Thyssen	22.170	0,13	0,05	0,15	0,15	0,17	0,14	0,07	0,09	0,02	0,03	0,05
750000	Thyssen Krupp	94.934	0,28	0,29	0,18	0,09	0,09	0,03	0,02	0,02	0,00	0,01	0,01
761440	Veba	184.133	0,24	0,22	0,21	0,12	0,12	0,04	0,02	0,02	0,00	0,01	0,01
762620	Viag	88.534	0,19	0,17	0,14	0,10	0,09	0,10	0,07	0,09	0,02	0,03	0,02
766400	VW-ST	221.965	0,23	0,21	0,21	0,13	0,13	0,04	0,02	0,02	0,01	0,00	0,01
802200	Bayer.Vereinsbank	131.690	0,23	0,18	0,21	0,13	0,14	0,05	0,02	0,03	0,00	0,01	0,01
803200	Commerzbank	167.091	0,28	0,28	0,18	0,10	0,10	0,02	0,01	0,01	0,01	0,00	0,01
804010	Deutsche-Bank	191.366	0,27	0,24	0,20	0,11	0,11	0,03	0,02	0,02	0,00	0,00	0,01
804610	Dresdner-Bank	118.885	0,24	0,21	0,21	0,12	0,12	0,04	0,02	0,02	0,01	0,00	0,01
823212	Lufthansa VNA	139.834	0,29	0,30	0,17	0,09	0,09	0,03	0,01	0,01	0,00	0,01	0,01
840400	Allianz-NA	213.832	0,13	0,06	0,18	0,16	0,17	0,12	0,07	0,07	0,02	0,02	0,05
843002	Münchner Rück VNA	129.895	0,14	0,07	0,15	0,16	0,17	0,12	0,07	0,07	0,02	0,02	0,02
	gesamt	4.762.371	0,22	0,19	0,19	0,12	0,13	0,06	0,03	0,04	0,01	0,01	0,02

Anhang 6.1 Modelle Spread-Determinanten

Modell		Demsetz I (1968)			
Markt/Daten		Zufallsstichprobe von 200 Aktien NYSE			
Bestimmtheitsmaß	R ²	0,576			
F-Wert	F	-			
Anzahl Beobachtungen	n	-			
Modell		$S = a + b_1 \cdot P + b_2 \cdot \ln(T) + b_3 \cdot M + \varepsilon_t$			
Abhängige Variable	<i>S</i>	Spreadbreite gemessen in \$/Aktie			
Parameter		Determinante	Koeffizient	t-Wert	
	<i>P</i>	Preis/Aktie	Kurs	0,0080709	12,15
	<i>T</i>	Anzahl Transaktionen/Tag mit $T = 9,5 + 0,02 N$	Handelsaktivität	-0,11527	6,46
	<i>M</i>	Anzahl Markets/Market Maker	Wettbewerb	0,022906	0,97
		Konstante		0,38027	5,80

Modell		Demsetz II (1968)			
Markt/Daten		Zufallsstichprobe von 200 Aktien NYSE			
Bestimmtheitsmaß	R ²	0,542			
F-Wert	F	-			
Anzahl Beobachtungen	n	-			
Modell		$S = a + b_1 \cdot P + b_2 \cdot \ln(N) + b_3 \cdot M + \varepsilon_t$			
Abhängige Variable	<i>S</i>	Spreadbreite gemessen in \$/Aktie			
Parameter		Determinante	Koeffizient	t-Wert	
	<i>P</i>	Preis/Aktie	Kurs	0,0088554	13,24
	<i>M</i>	Anzahl Markets/Market Maker	Wettbewerb	-0,029691	1,21
	<i>N</i>	Anzahl Shareholders	Handelsaktivität	-0,080911	5,10
		Konstante		0,48411	5,65

Modell		Schmidt/Treske (2002)			
Markt/Daten		IBIS 1992, intraday			
Bestimmtheitsmaß	R ²	0,87			
F-Wert	F	-			
Anzahl Beobachtungen	n	238.025			
Modell		$\ln(S) = a + b_1 \cdot \ln(volume) + \varepsilon_t$			
Abhängige Variable	<i>S</i>	Spreadbreite			
Parameter		Determinante	Koeffizient	t-Wert	
	<i>volume</i>	Transaktionsvolumen in EUR	Kurs	9,5	
		Konstante			

Modell		Iversen (1994)			
Markt/Daten		Matis			
Anzahl Beobachtungen	n	360.000 in 30 Aktien			
Modell		$\ln(S_g) = a + b_1 \cdot D + \varepsilon_t$			
Abhängige Variable	S_g	gestellte Spanne			
Unabhängige Variable D	a	b_1	t-Wert	R^2	F-Wert
ln(Umsatz)	4,0477	-0,4413	-12,0527	0,8384	145,2671
DTB-Dummy	0,0317	-0,6872	-5,5625	0,5250	30,9417
Konkurrenten	0,4382	-0,1191	-5,4340	0,5132	29,5230
ln(Renditevarianz)	3,9968	0,5289	2,3390	0,1635	5,4709
ln(Kurs)	0,3930	-0,1179	-0,7140	0,0179	0,5098
Abhängige Variable	S_M	Markt-Spanne			
Unabhängige Variable D	a	b_1	t-Wert	R^2	F-Wert
ln(Umsatz)	5,5314	-0,6140	-12,2573	0,8429	150,2423
DTB-Dummy	0,0055	-1,0810	-7,6086	0,6740	57,8899
Konkurrenten	0,5624	-0,1741	-6,0952	0,5702	37,1514
ln(Renditevarianz)	4,7441	0,6482	2,0219	0,1274	4,0882
ln(Kurs)	-0,2223	-0,0522	-0,2262	0,0018	0,0512

Modell		Benston/Hagerman (1974)			
Markt/Daten		National Stock Summary			
Bestimmtheitsmaß	R^2	0,78			
F-Wert	F	286,4			
Anzahl Beobachtungen	n	314			
Modell		$\ln(S) = a + b_1 \cdot \ln(PS) + b_2 \cdot \ln(NS) + b_3 \cdot \ln(ND) + b_4 \cdot \ln(UR) + \varepsilon_t$			
Abhängige Variable	S	Spreadbreite			
Parameter		Determinante	Koeffizient	t-Wert	
	PS	Durchschnittskurs	Kurs	0,594	25,82
	NS	Anzahl Aktionäre	Handelsaktivität	-0,165	-6,35
	ND	Anzahl Konkurrenten	Wettbewerb	-0,268	-8,38
	UR	unsystematisches Risiko	Risiko	0,137	7,21
		Konstante		0,59	50,90

Modell		Branch/Freed I (1977)			
Markt/Daten		NYSE			
Bestimmtheitsmaß	R ²	0,48			
F-Wert	F	-(DF 1728)			
Anzahl Beobachtungen	n	-			
Modell		$\frac{S}{P} = a + b_1 \cdot V + b_2 \cdot C + b_3 \cdot \frac{B}{P} + b_4 \cdot N + b_5 \cdot \frac{1}{P} + \varepsilon_t$			
Abhängige Variable	S	Spreadbreite in % vom Kurs			
Parameter		Determinante	Koeffizient	t-Wert	
	V	Volumen = Anzahl Aktien	Handelsaktivität	-0,000000379	2,96
	C	Anzahl Märkte	Wettbewerb	-0,000101	7,43
	$\frac{B}{P}$	Schlusskurs/Kurs Vortag	Risiko	0,0711	5,14
	N	Anzahl Wertpapiere	Wettbewerb	0,0000466	6,38
	$\frac{1}{P}$	Kurs	Kurs	0,131	34,49
		Konstante		0,00898	12,08

Modell		Branch/Freed II (1977)			
Markt/Daten		AMEX			
Bestimmtheitsmaß	R ²	0,69			
F-Wert	F	-(DF 937)			
Anzahl Beobachtungen	n	-			
Modell		$\frac{S}{P} = a + b_1 \cdot V + b_2 \cdot C + b_3 \cdot \frac{B}{P} + b_4 \cdot N + b_5 \cdot \frac{1}{P} + \varepsilon_t$			
Abhängige Variable	S	Spreadbreite in % vom Kurs			
Parameter		Determinante	Koeffizient	t-Wert	
	V	Volumen = Anzahl Aktien	Handelsaktivität	-0,000000686	2,69
	C	Anzahl Märkte	Wettbewerb	-0,000744	0,85
	$\frac{B}{P}$	Schlusskurs/Kurs Vortag	Risiko	0,119	5,39
	N	Anzahl Wertpapiere	Wettbewerb	0,0000572	1,11
	$\frac{1}{P}$	Kurs	Kurs	0,107	41,40
		Konstante		0,018	5,66

Modell		Hamilton I (1991)			
Markt/Daten		NASDAQ			
Bestimmtheitsmaß	R ²	0,37			
F-Wert	F	-			
Anzahl Beobachtungen	n	-			
Modell		$S_g = a + b_1 \cdot K + b_2 \cdot \ln(H_2) + b_3 \cdot \ln(H_1) + b_4 \cdot \ln(R) + b_5 \cdot \ln(IA) + b_6 \cdot \ln(MM) + \varepsilon_t$			
Abhängige Variable	S_g	gestellte Spanne	Determinante	Koeffizient	Standardfehler
Parameter					
	K	Kurs	Kurs	0,0609	0,0044
	H_2	Aktien im Umlauf	Wettbewerb	-0,0675	0,0199
	H_1	Gehandelte Aktien	Handelsaktivität	-0,0344	0,0157
	R	Risiko	Risiko	0,0307	0,0114
	IA	Institutionelle Anleger	Wettbewerb	-0,1747	0,0408
	MM	Anzahl Konkurrenten	Wettbewerb	-0,0655	0,0336
		Konstante		1,0082	

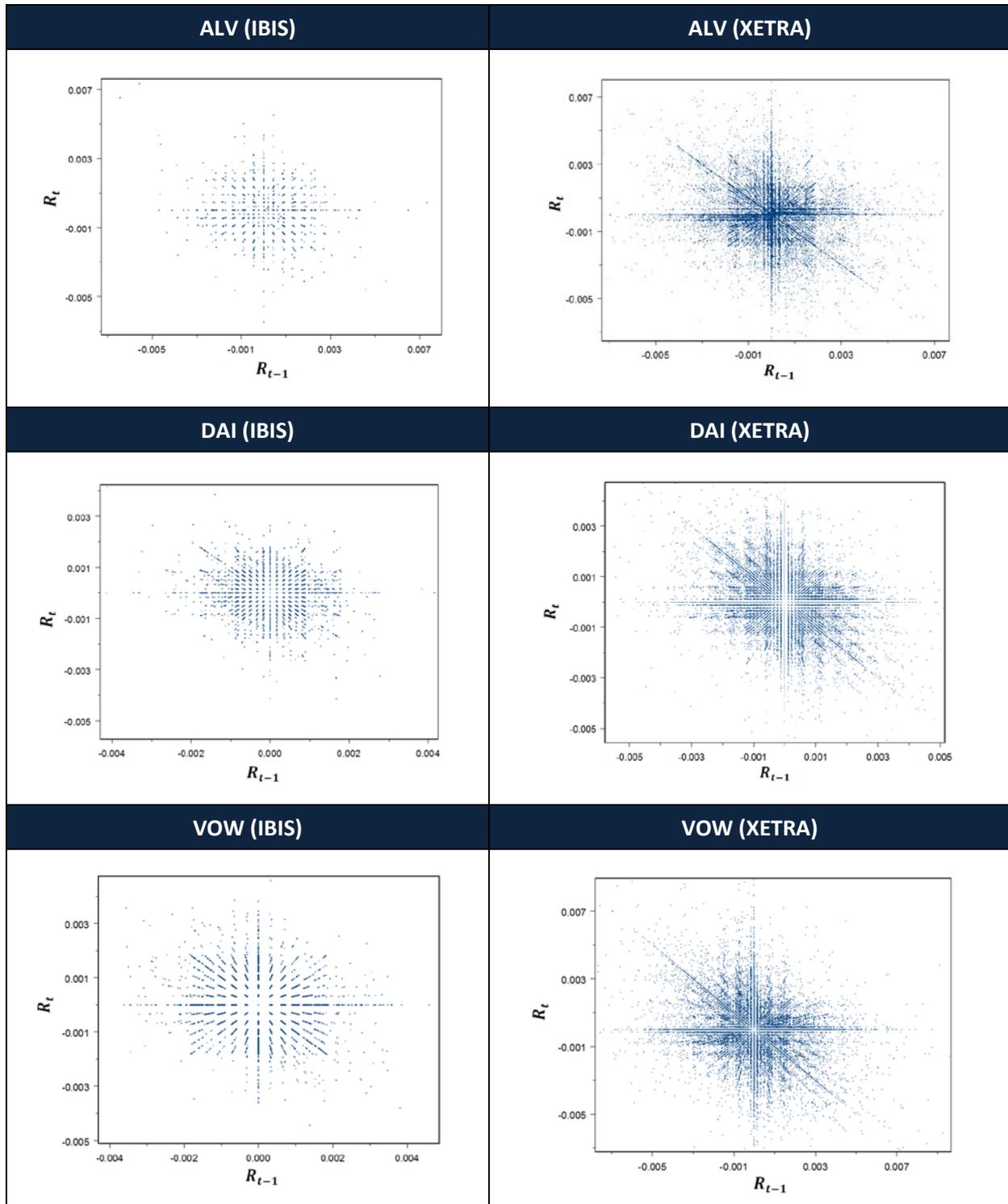
Modell		Hamilton II (1991)			
Markt/Daten		NASDAQ			
Bestimmtheitsmaß	R ²	0,36			
F-Wert	F	-			
Anzahl Beobachtungen	n	-			
Modell		$S_M = a + b_1 \cdot K + b_2 \cdot \ln(H_2) + b_3 \cdot \ln(H_1) + b_4 \cdot \ln(R) + b_5 \cdot \ln(IA) + b_6 \cdot \ln(MM) + \varepsilon_t$			
Abhängige Variable	S_M	Markt-Spanne	Determinante	Koeffizient	Standardfehler
Parameter					
	K	Kurs	Kurs	0,0436	0,0036
	H_2	Aktien im Umlauf	Wettbewerb	-0,0359	0,0125
	H_1	Gehandelte Aktien	Handelsaktivität	0,0216	0,0058
	R	Risiko	Risiko	0,0011	0,0115
	IA	Institutionelle Anleger	Wettbewerb	-0,1560	0,0343
	MM	Anzahl Konkurrenten	Wettbewerb	-0,2550	0,0381
		Konstante		0,8773	

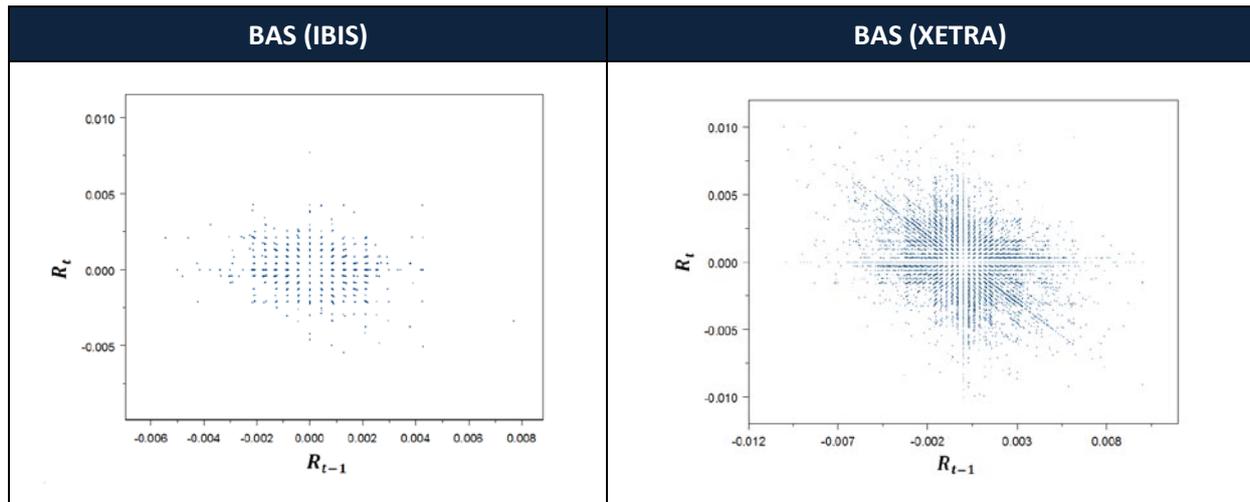
Anhang 6.2 Vergleich der Spreadmodelle

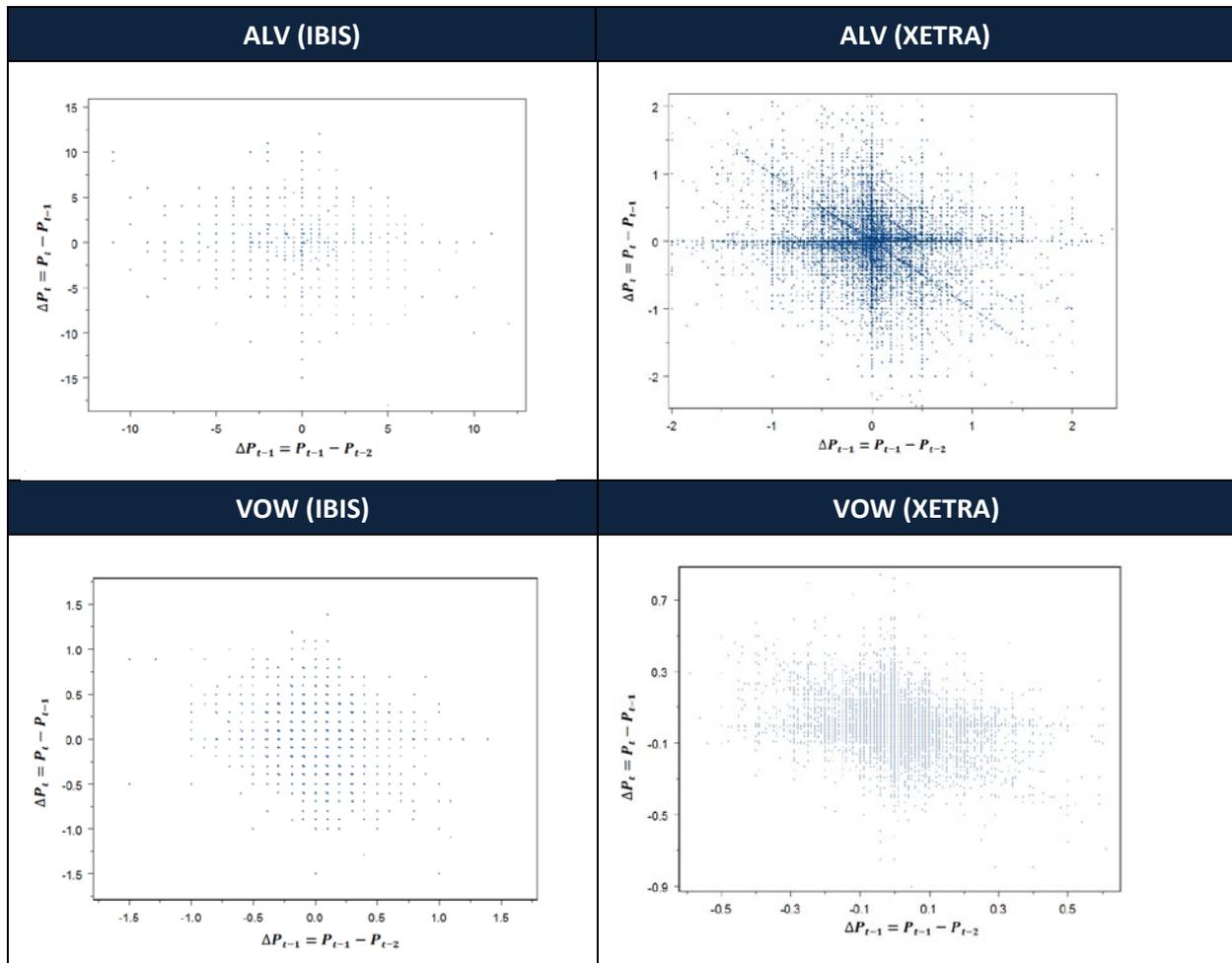
Autor	Jahr	Markt	R ²	Handelsaktivität	Risiko/ Preisabweichungen/ sonstige	Wettbewerb zwischen Marktteilnehmern	Kurs	Möglichkeit von Aktienoptionen	Konstante	abh. Variable
Harris	1991	NYSE/ AMEX	0,329	Markt-Kapitalisierung LogMkVal: -0,219 (-2,01) Anzahl Transaktionen 1/SQRT(Trans): -11,5 (9,3)	Standardabweichung Preisänderungen STDDP: 1,92 (5,3)		Durchschnittspreis AvePrice: 0,0489 (2,74)		0,138 (9,1)	Anzahl round factions
Demsetz	1968	NYSE	0,576	Anzahl Transaktionen / Tag ln(T): 0,12 (6,46)		Anzahl Market Maker M: -0,23 (0,97)	Preis P: 0,08 (12,15)		0,38 (5,80)	Spreadbreite in \$/Aktie: ln(S)
Demsetz	1968	NYSE	0,542	Anzahl Shareholder ln(N): -0,08 (5,10)		Anzahl Market Maker M: -0,03 (1,21)	Preis P 0,09 (13,24)		0,48 (5,65)	Spreadbreite in \$/Aktie: ln(S)
Iversen	1994	Matis	0,8384 0,5250 0,5132 0,1635 0,0179	ln(Umsatz): 4,0477 (-12,05)	ln(Renditevarianz): 3,9968 (2,3390)	Konkurrenten: 0,4382 (-5,4340)	ln(Kurs): 0,3930 (-0,7140)	DTB-Dummy: 0,0317 (-5,56)		gestellte Spanne: ln(S)
Iversen	1994	Matis	0,8329 0,6740 0,5702 0,1274 0,0018	ln(Umsatz): 5,5314 (-12,26)	ln(Renditevarianz): 4,7441 (2,0219)	Konkurrenten: 0,5624 (-6,0952)	ln(Kurs): -0,2223 (-0,2262)	DTB-Dummy: 0,0055 (-6,10)		Markt- Spanne: ln(S)
Benston/ Hagerman	1974	National Stock Summary	0,78	Anzahl Aktionäre ln(H): -0,165 (-6,35)	unsystematisches Risiko URisk 0,137 (7,21)	Anzahl Konkurrenten ln(MM) -0,268 (-8,38)	Durchschnittskurs ln(K): 0,594 (25,82)		0,59	Spreadbreite in \$/Aktie: ln(S)
Branch/ Feed	1977	NYSE	0,48	Anzahl gehandelter Aktien H: -0,00000004 (2,96)	Risiko R: 0,0711 (5,14)	Anzahl Märkte W: -0,000101 (7,43) Anzahl gehandelter Aktien WP: 0,0000466 (6,39)	Kurs 1/K: 0,131 (34,49)		0,00898	Spreadbreite als % vom Kurs S
Branch/ Feed	1977	AMEX	0,68	Anzahl gehandelter Aktien H: -0,0000007 (2,69)	Risiko R: 0,119 (5,39)	Anzahl Märkte W: -0,000744 (0,85) Anzahl gehandelter Aktien WP: 0,0000572 (1,11)	Kurs 1/K: 0,107 (41,40)		0,018	Spreadbreite als % vom Kurs S
Hamilton	1991	NASDAQ	0,37	Aktien in Umlauf ln(H2): -0,0675	Risiko ln(r): 0,0307	gehandelte Aktien ln(H1): -0,0344 Anzahl institutioneller Anleger ln(IA): -0,1747 Anzahl Konkurrenten ln(MM) -0,0655	Kurs K: 0,0609		1,0082	gestellte Spanne S
Hamilton	1991	NASDAQ	0,36	Aktien in Umlauf ln(H2): -0,0359	Risiko ln(r): 0,0307	gehandelte Aktien ln(H1): 0,0216 Anzahl institutioneller Anleger ln(IA): -0,1560 Anzahl Konkurrenten ln(MM): -0,2550	Kurs K: 0,0436		0,8773	Marktspanne M

Anhang 7.1: Datensätze Compass Rose-Analysen

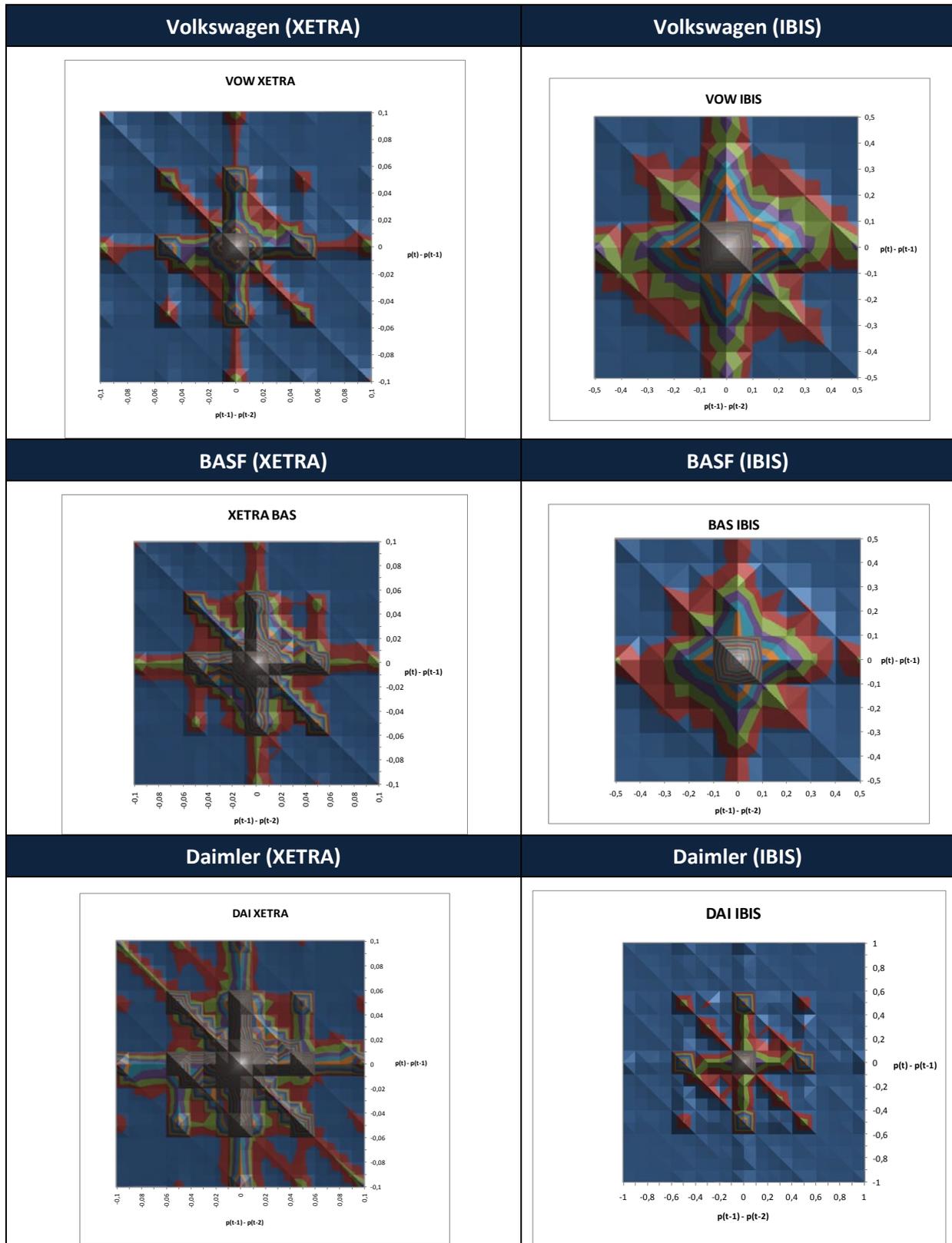
Autor	Börse	Jahr	Daten	Ergebnis bzgl. Datenbasis
Crack / Ledoit	NYSE	1996	<ul style="list-style-type: none"> ▪ 2123 stocks, 19./20.10.1993 in einem Bild ▪ Berkshire Hathaway 14.10.76-31.12.93 ▪ Tagesdaten (4229 points) ▪ Weyerhaeuser ▪ 6.12.63-31.12.93 ▪ 5-Tages-Lagdaten (7562 points) ▪ und Tagesdaten (7558 points) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ CR robustes Phänomen unabhängig von Tick Size
Krämer/Runde	-	1997	<ul style="list-style-type: none"> ▪ nur Simulation 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ -
Szpiro	foreign exchange \$/DM	1998	<ul style="list-style-type: none"> ▪ high frequency time series of Bid and Ask quotes (averaged) ▪ 1,5 Mio. Beobachtungen ▪ 1.10.92-31.9.93 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ CR hat Ähnlichkeit mit theoretischem Bild
Lee	31 future Börsen CME CBOT CSCE	1999	<ul style="list-style-type: none"> ▪ 118 future contracts (daily price series) ▪ Major Market Index (5-Minute-Intraday) (CME) ▪ S&P Index future contracts (CME) ▪ 30-year U.S. Treasury Bonds, 5-year U.S. Treasury Notes (CBOT) ▪ Sugar Contracts (CSCE) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ CR nur in einigen futures zu erkennen ▪ CR Intraday für MMI erkennbar
Wang/Wang	-	2002	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Nur Simulation 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ -
Wang/Hudson/Keasy	UK, stocks	2000	<ul style="list-style-type: none"> ▪ UK FTSE 100, Marks&Spencer ▪ 15 min-Daten, 01.05.98-30.04.99 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ CR-Wahrscheinlichkeit steigt mit Tick/Vola und Anzahl Beobachtungen
Gleason	forex	2000	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Bridge-CRB Database: 52 daily spot forex rates; bis zu 27 Jahre ▪ DJ Telerates service: 1-min, 5-min, 1h for EUR, GBP, CHF, JPY / USD 04.11.98-22.01.99 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ CR abhängig von Tick/Vola
Wöhrmann	DAX	2005	<ul style="list-style-type: none"> ▪ 1h>Returns der 30 DAX-Aktien ▪ Simulation 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ CR beobachtbar

Anhang 7.2: Compass Rose Returns

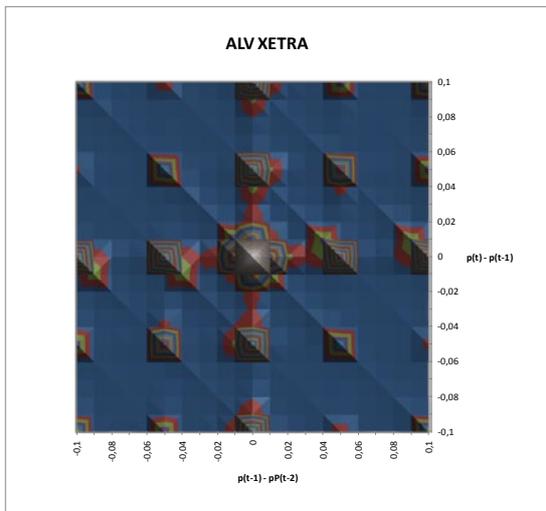


Anhang 7.3a: Compass Rose Preisdifferenzen (2D)

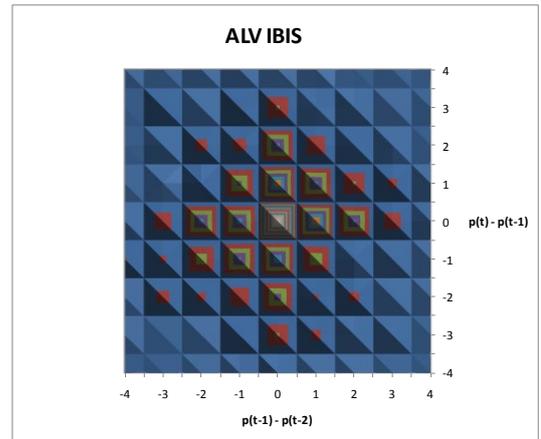
Anhang 7.3b: Compass Rose Preisdifferenzen (3D)



Allianz (XETRA)

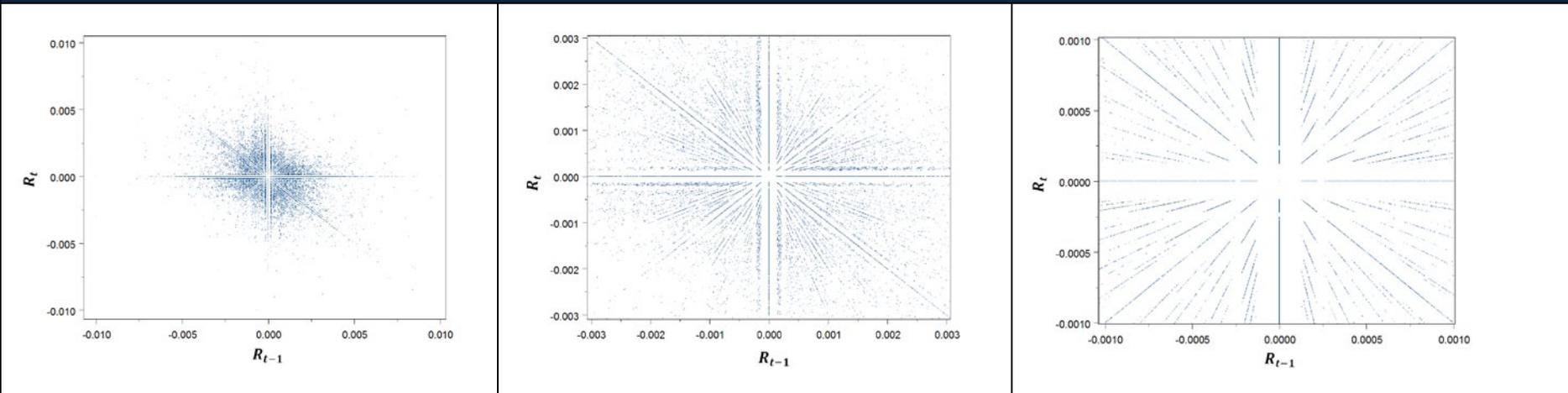


Allianz (IBIS)

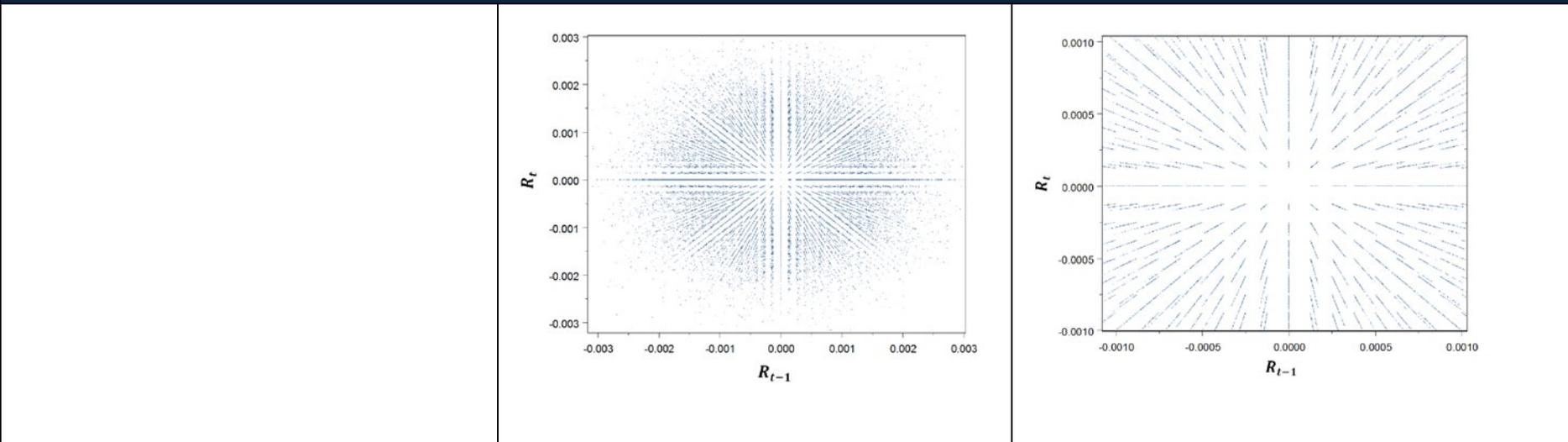


Anhang 7.4: Simulation Compass Rose

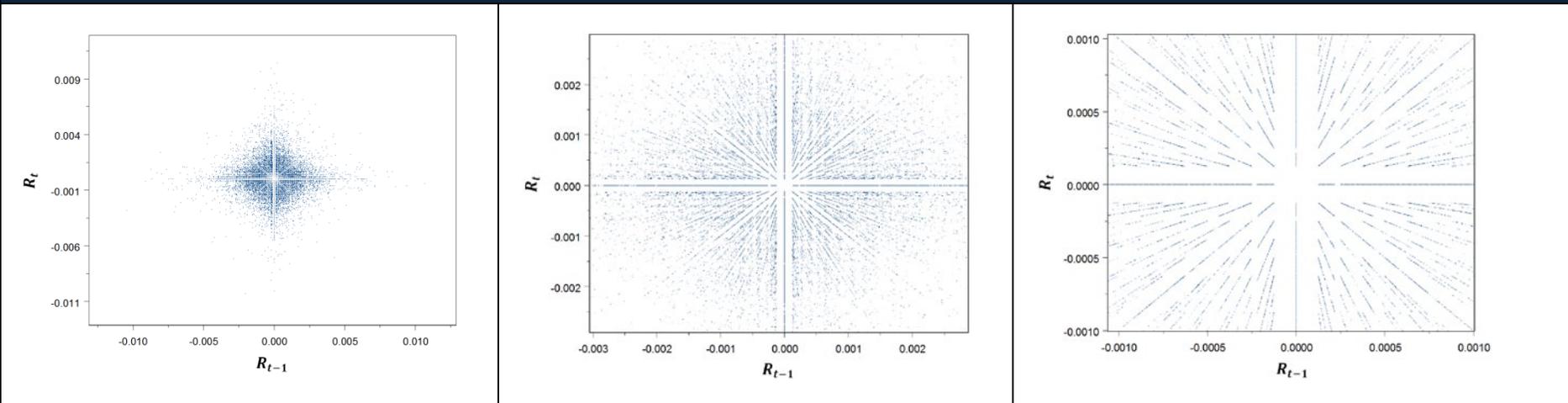
Volkswagen (XETRA) - Originaldaten



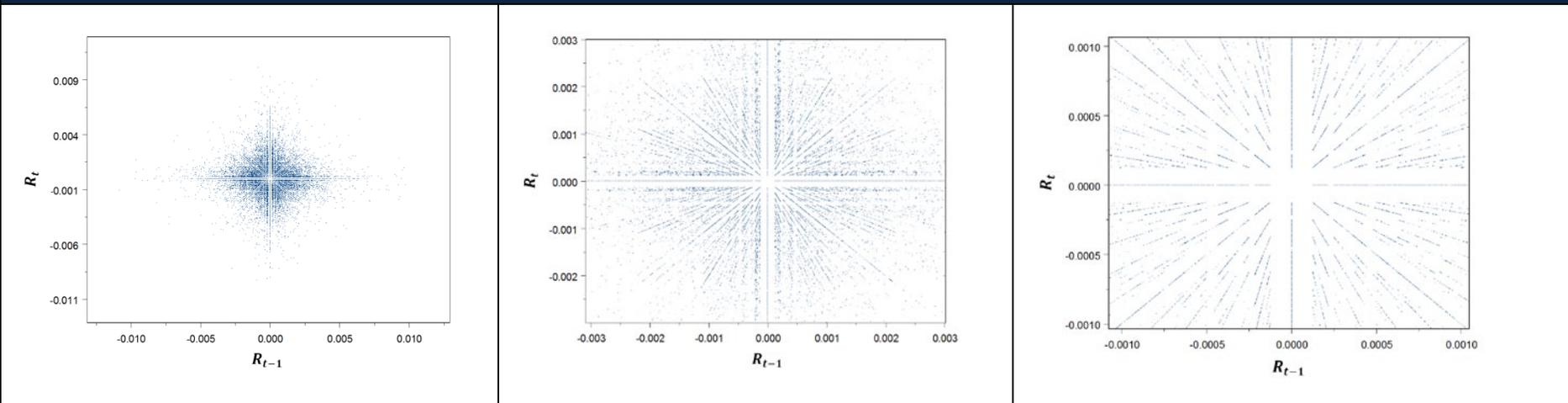
Volkswagen (XETRA) - Normalverteilung (2 Nachkommastellen) (Varianz: 0,0037164550 - min: 45,69 EUR - max: 80,00 EUR)



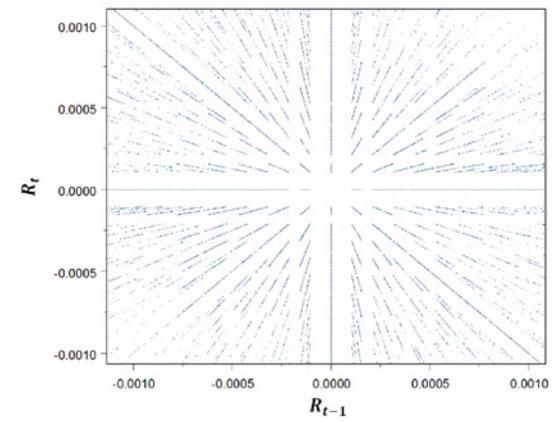
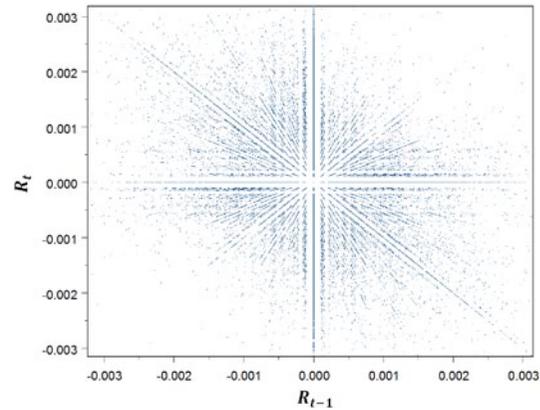
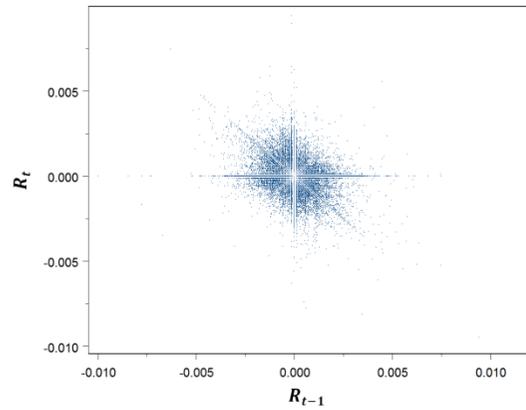
Volkswagen (XETRA) - Empirische Verteilung (einfach) (min: 45,69 EUR – max: 80,00 EUR)



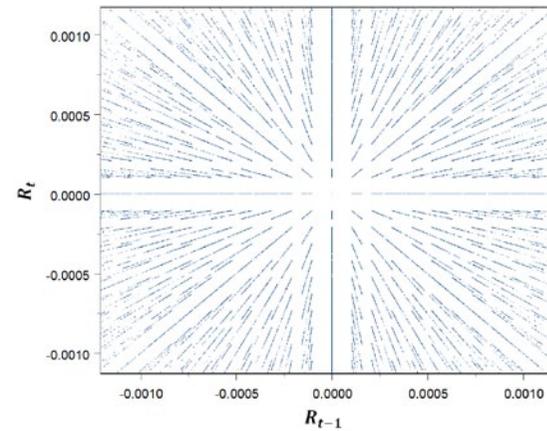
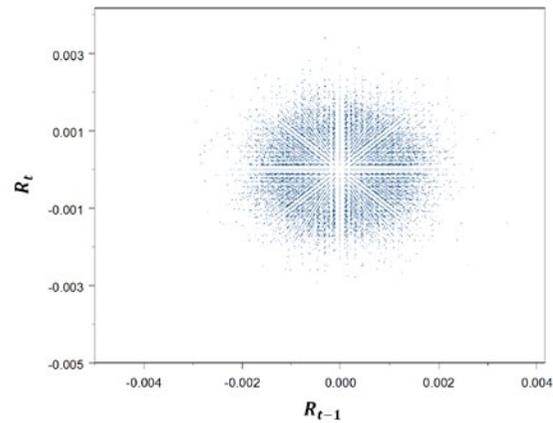
Volkswagen (XETRA) - Empirische Verteilung (zustandsabhängig) (min: 45,69 EUR – max: 80,00 EUR)



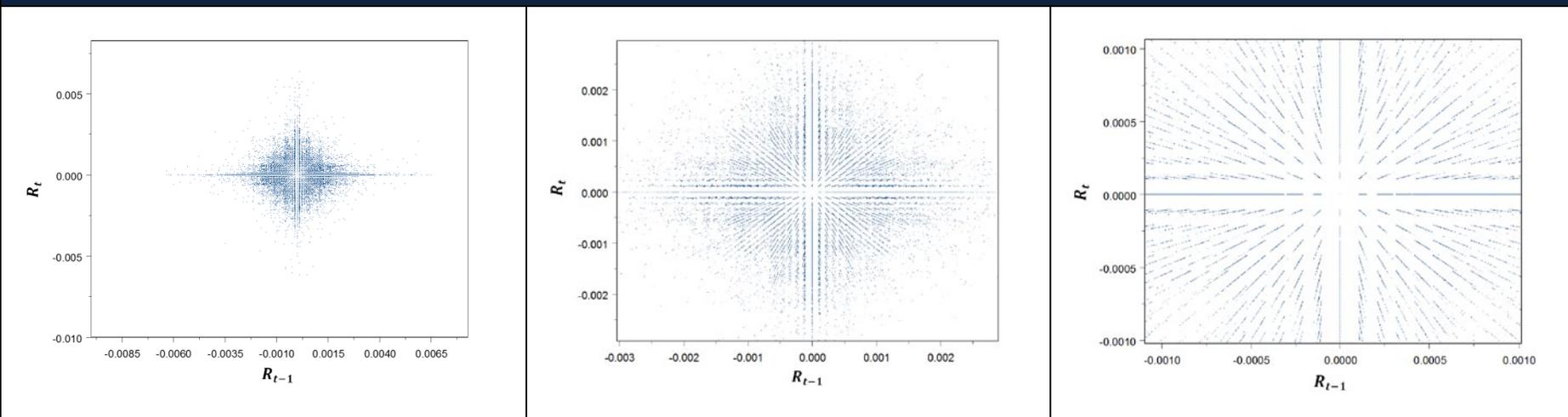
Daimler (XETRA) - Originaldaten



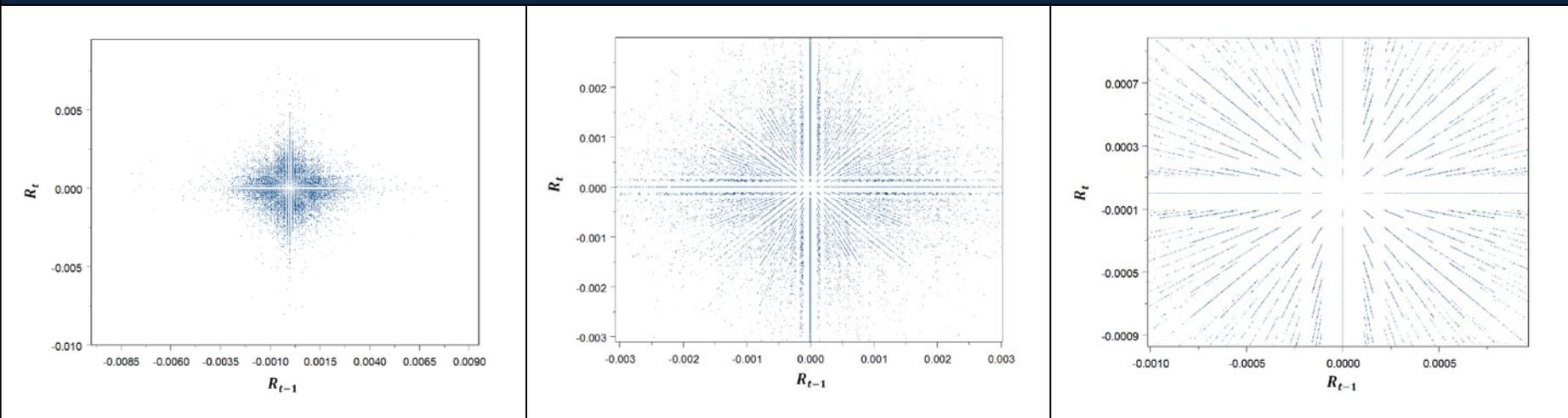
Daimler (XETRA) - Normalverteilung (2 Nachkommastellen) (Varianz: 0,0026915626 - min: 63,26 EUR - max: 95,79 EUR)



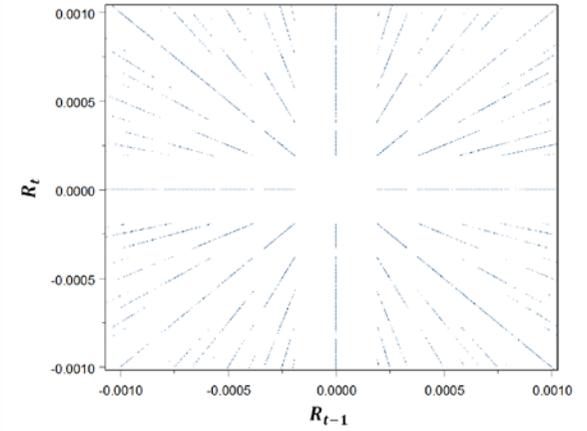
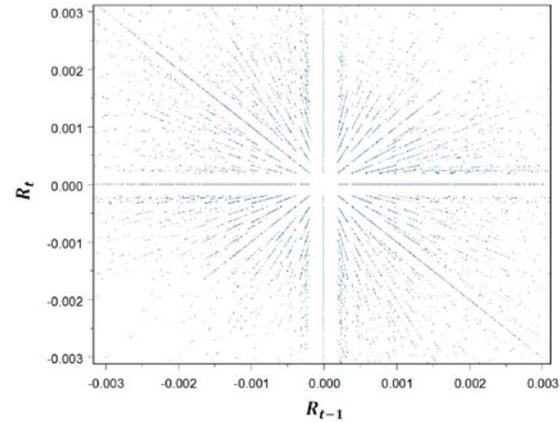
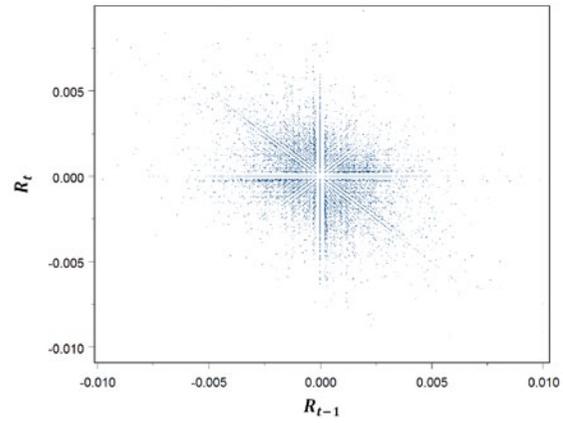
Daimler (XETRA) - Empirische Verteilung (einfach) (min: 63,26 EUR – max: 95,79 EUR)



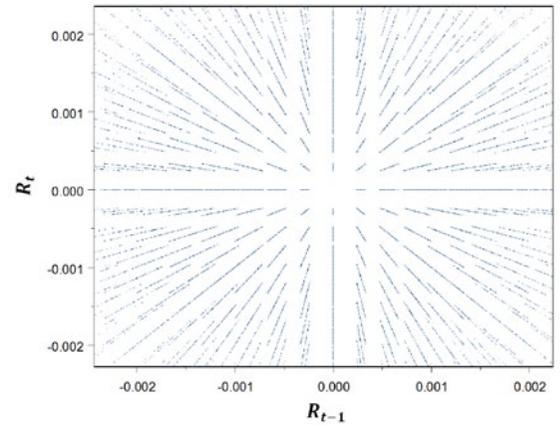
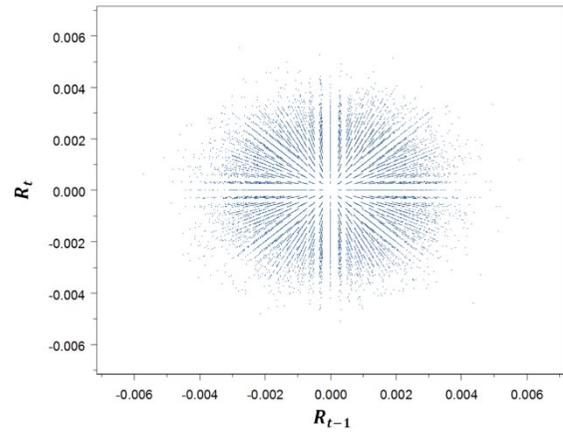
Daimler (XETRA) - Empirische Verteilung (zustandsabhängig) (min: 63,26 EUR – max: 95,79 EUR)



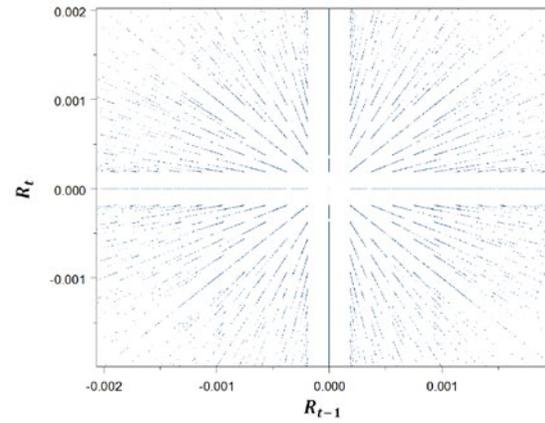
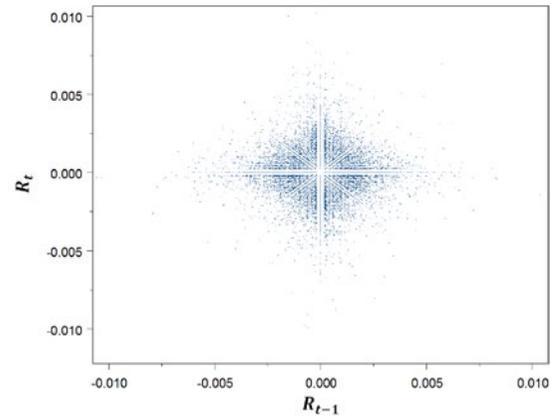
BASF (XETRA) - Originaldaten



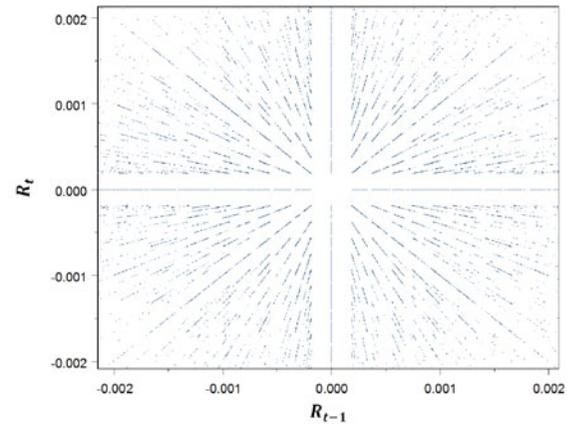
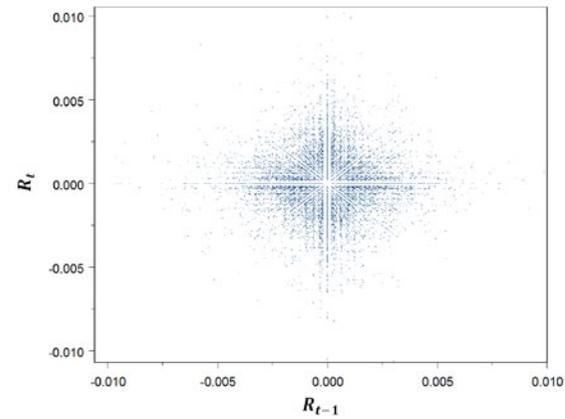
BASF (XETRA) - Normalverteilung (2 Nachkommastellen) (Varianz: 0,0019568382 - min: 29,95 EUR - max: 53,46 EUR)



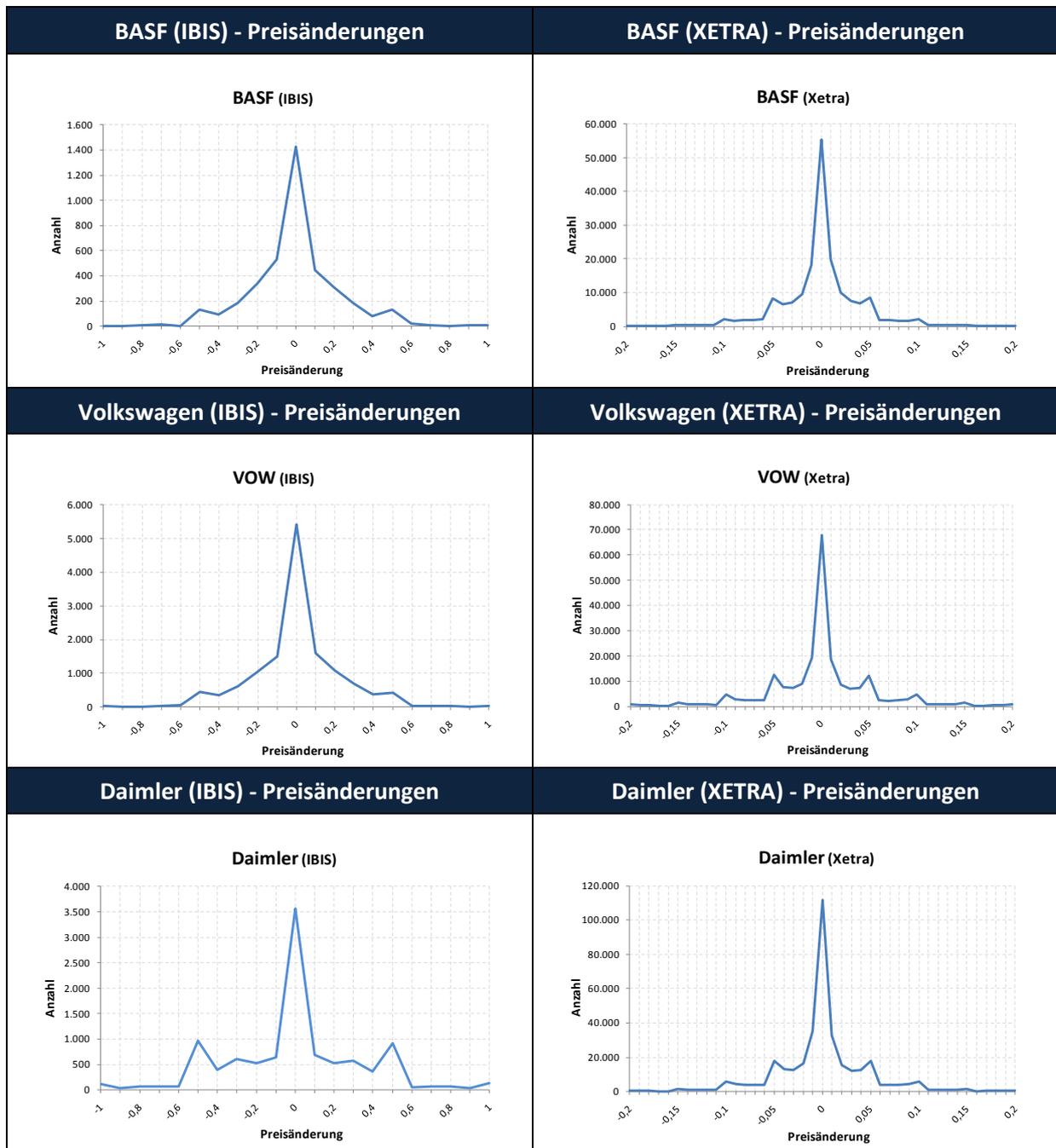
BASF (XETRA) - Empirische Verteilung (einfach) (min: 29,95 EUR – max: 53,46 EUR)



BASF (XETRA) - Empirische Verteilung (zustandsabhängig) (min: 29,95 EUR – max: 53,46 EUR)



Anhang 7.5: Verteilung der Preisdifferenzen



Anhang 7.6: BASF (XETRA) – Preisänderungen nach Endziffern

p(t)-p(t-1)	Endziffer (t-1)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-0,1	1.302	41	32	26	34	505	33	27	45	27
-0,09	627	34	21	22	197	226	25	30	31	429
-0,08	562	31	32	169	104	206	28	23	429	186
-0,07	420	31	254	105	97	220	17	342	192	178
-0,06	382	228	119	87	103	156	405	164	220	148
-0,05	3.670	159	147	111	86	3.511	214	145	170	142
-0,04	1.862	99	189	116	1.104	1.620	237	162	163	1.020
-0,03	1.596	160	138	1.218	399	1.681	232	169	1.123	376
-0,02	2.071	137	2.036	586	526	1.491	211	1.327	655	382
-0,01	2.232	4.078	1.817	1.319	885	1.759	2.866	1.238	1.107	969
0	20.649	2.895	3.068	2.463	2.677	12.285	2.750	2.473	3.096	3.029
0,01	2.169	965	1.205	1.378	3.226	1.981	919	1.440	2.014	4.653
0,02	2.163	406	658	1.466	244	1.608	567	675	2.100	146
0,03	1.806	396	1.102	152	199	1.781	486	1.206	142	152
0,04	1.990	961	155	170	231	1.812	1.202	100	160	127
0,05	3.978	157	161	177	219	3.450	87	103	122	133
0,06	397	142	179	181	359	182	121	90	108	205
0,07	443	174	204	349	30	203	103	98	223	24
0,08	546	181	416	14	30	214	100	152	23	24
0,09	618	411	22	33	27	253	187	19	35	27
0,1	1.280	28	34	25	30	513	22	22	34	44

Anhang 8.1: Preisermittlung im fortlaufenden Handel unter XETRA

Regel	eintreffende Order	gegenüberliegende Orderbuchseite	Ausführung zu
1	Market	ausschließlich Market	Referenzpreis ⁶³⁰
2	Market Limit Market-to-Limit	ausschließlich Limit	höchstes Kauf bzw. niedrigstes Verkaufslimit
3	Market-to-Limit	Market Market + Limit keine Orders	abgewiesen
4a	(a) Market (b) Limit (c) Limit	(a) Market + Limit (b) nur Market (c) Market + Limit	Market Order <ul style="list-style-type: none"> ▪ nicht ausgeführte Kauf-Market-Order => Referenzpreis oder höher ▪ nicht ausgeführte Verkauf-Market-Order => Referenzpreis oder niedriger Ausführung nicht ausgeführter Market Orders mit nächster Transaktion <ol style="list-style-type: none"> (1) mit Referenzpreis als virtuellem Preis (2) sonst nach Preis-/Zeitpriorität
5	(a) Order (b) Limitorder	(a) leer (b) schlechterer Preis als das beste Limit der gegenüberliegenden Seite	keine Ausführung

⁶³⁰ Der Referenzpreis ist der jeweils letzte festgestellte Preis, also der Preis, zu dem die letzte Transaktion durchgeführt wurde.

Anhang 8.2: empirische Genauigkeiten und Spreadbreiten

WKZ	Aktie	absolute Genauigkeit Trades	absolute Genauigkeit Orders	Abweichung absolute Genauigkeit	Anteil Round Fractions Trades	2x absolute Genauigkeit + 1 Stufe	Spreadbreite
575200	BAY	0,1	0,1	-	24,2%	0,4	0,54
515100	BAS	0,1	0,1	-	26,5%	0,4	0,56
748500	THY	0,2	0,2	-	29,8%	1	0,60
761440	VEB	0,2	0,2	-	32,3%	1	0,69
575800	HFA	0,2	0,2	-	33,6%	1	0,75
766400	VOW	0,2	0,2	-	34,0%	1	0,55
723600	SIE	0,2	0,2	-	34,1%	1	0,60
656000	MMV	0,2	0,2	-	36,6%	1	0,70
803200	CBK	0,2	0,2	-	36,9%	1	0,67
804010	DBK	0,2	0,2	-	39,3%	1	0,69
550000	DAI	0,2	0,2	-	41,5%	1	0,80
823210	LHA	0,2	0,2	-	44,7%	1	1,04
703700	RWE	0,2	0,2	-	44,8%	1	1,13
804610	DRB	0,2	0,2	-	47,1%	1	0,97
550700	DBC	0,5	0,5	-	50,4%	2	2,08
762620	VIA	0,5	0,5	-	55,1%	2	1,71
802000	BHW	0,5	0,5	-	59,9%	2	1,53
695200	PRS	0,5	0,5	-	60,2%	2	1,99
802200	BVM	0,5	0,5	-	60,4%	2	1,76
519000	BMW	0,5	0,5	-	61,0%	2	1,88
543900	CON	0,5	0,5	-	63,6%	2	2,32
593700	MAN	0,5	0,5	-	70,0%	2	2,38
551200	DGS	0,5	0,5	-	75,8%	2	2,85
660200	MET	0,5	1	+ 1 Stufe	71,2%	2	4,46
781900	KFH	1	1	-	84,1%	4	4,90
717200	SCH	1	1	-	84,6%	4	3,94
604843	HEN	1	1	-	86,5%	4	5,09
627500	KAR	1	1	-	86,5%	4	4,51
648300	LIN	1	1	-	92,3%	4	4,35
840400	ALV	1	1	-	98,2%	4	6,21

Anhang 9.1: Berechnung der Momente des Roll-Prozesses

1. Der Roll-Prozess

1.1 Momente des Roll-Prozesses auf Preisen

$$(1) E(P_t) = 0 \cdot \frac{1}{2} + s \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot s$$

$$(2) \text{Var}(P_t) = E(P_t^2) - E(P_t)^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\left(0 - \frac{1}{2} \cdot s\right)^2 + \left(s - \frac{1}{2} \cdot s\right)^2 \right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot s^2 + s^2 - s^2 + \frac{1}{4} \cdot s^2 \right) = \frac{1}{4} \cdot s^2$$

$$(3) \text{Cov}(P_t, P_{t+1}) = E\left((P_t - E(P_t)) \cdot (P_{t+1} - E(P_{t+1}))\right)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (p_t^i - E(P_t)) \cdot (p_{t+1}^j - E(P_{t+1})) \cdot P(P_t = p_t^i, P_{t+1} = p_{t+1}^j) \\ &= E(P_t \cdot P_{t+1}) - E(P_t) \cdot E(P_{t+1}) \\ &= \left(\left(0 - \frac{1}{2} \cdot s\right) \cdot \left(0 - \frac{1}{2} \cdot s\right) + \left(0 - \frac{1}{2} \cdot s\right) \cdot \left(s - \frac{1}{2} \cdot s\right) + \left(s - \frac{1}{2} \cdot s\right) \cdot \left(0 - \frac{1}{2} \cdot s\right) + \left(s - \frac{1}{2} \cdot s\right) \cdot \left(s - \frac{1}{2} \cdot s\right) \right) \\ &= \frac{1}{4} \cdot s^2 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot s^2 + \frac{1}{4} \cdot s^2 \right) + s^2 - s^2 + \frac{1}{4} \cdot s^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot s^2 - s^2 + \frac{1}{2} \cdot s^2 = 0 \end{aligned}$$

1.2 Momente des Roll-Prozesses auf Preisänderungen

$$(1) E(\Delta P_t) = -s \cdot \frac{1}{4} + 0 \cdot \frac{1}{4} + 0 \cdot \frac{1}{4} + s \cdot \frac{1}{4} = 0$$

$$(2) \text{Var}(\Delta P_t) = (-s - 0)^2 \cdot \frac{1}{4} + (0 - 0)^2 \cdot \frac{1}{4} + (0 - 0)^2 \cdot \frac{1}{4} + (s - 0)^2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot s^2$$

$$(3) \text{Cov}(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = E(\Delta P_t \cdot \Delta P_{t+1}) - E(\Delta P_t) \cdot E(\Delta P_{t+1})$$

$$\begin{aligned} &= \left(s^2 \cdot 0 + (-s) \cdot 0 \cdot \frac{1}{8} - s^2 \cdot \frac{1}{8} + (-s) \cdot 0 \cdot \frac{1}{8} + 0 \cdot 0 \cdot \frac{1}{4} + s \cdot 0 \cdot \frac{1}{8} - s^2 \cdot \frac{1}{8} + s \cdot 0 \cdot \frac{1}{8} + s^2 \cdot 0 \right) - 0 \cdot 0 \\ &= -\frac{1}{8} \cdot s^2 - \frac{1}{8} \cdot s^2 = -\frac{1}{4} \cdot s^2 \end{aligned}$$

2. Eine zusätzliche Alternative

2.1 gleiche Übergangswahrscheinlichkeiten

2.1.1 Preise

$$(1) E(P_t) = 0 \cdot \frac{1}{3} + \frac{s}{2} \cdot \frac{1}{3} + s \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \cdot s$$

$$\begin{aligned} (2) \text{Var}(P_t) &= \frac{1}{3} \cdot \left(\left(0 - \frac{1}{2} \cdot s\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot s - \frac{1}{2} \cdot s\right)^2 + \left(s - \frac{1}{2} \cdot s\right)^2 \right) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot s^2 + \frac{1}{4} \cdot s^2 - \frac{1}{2} \cdot s^2 + \frac{1}{4} \cdot s^2 + s^2 - s^2 + \frac{1}{4} \cdot s^2 \right) = \frac{1}{6} \cdot s^2 \end{aligned}$$

$$(3) \text{Cov}(P_t, P_{t+1}) = E\left((P_t - E(P_t)) \cdot (P_{t+1} - E(P_{t+1}))\right)$$

$$= \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (p_t^i - E(P_t)) \cdot (p_{t+1}^j - E(P_{t+1})) \cdot P(P_t = p_t^i, P_{t+1} = p_{t+1}^j) = E(P_t \cdot P_{t+1}) - E(P_t) \cdot E(P_{t+1})$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\left(0 - \frac{1}{2} \cdot s\right) \cdot \left(0 - \frac{1}{2} \cdot s\right) + \left(0 - \frac{1}{2} \cdot s\right) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot s - \frac{1}{2} \cdot s\right) + \left(0 - \frac{1}{2} \cdot s\right) \cdot \left(s - \frac{1}{2} \cdot s\right) + \left(\frac{1}{2} \cdot s - \frac{1}{2} \cdot s\right) \cdot \left(0 - \frac{1}{2} \cdot s\right) \right. \\
&\quad + \left(\frac{1}{2} \cdot s - \frac{1}{2} \cdot s\right) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot s - \frac{1}{2} \cdot s\right) + \left(\frac{1}{2} \cdot s - \frac{1}{2} \cdot s\right) \cdot \left(s - \frac{1}{2} \cdot s\right) + \left(s - \frac{1}{2} \cdot s\right) \cdot \left(0 - \frac{1}{2} \cdot s\right) \\
&\quad \left. + \left(s - \frac{1}{2} \cdot s\right) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot s - \frac{1}{2} \cdot s\right) + \left(s - \frac{1}{2} \cdot s\right) \cdot \left(s - \frac{1}{2} \cdot s\right) \right) \\
&= \frac{1}{4} \cdot s^2 - \frac{1}{4} \cdot s^2 + \frac{1}{4} \cdot s^2 - \frac{1}{2} \cdot s^2 + \frac{1}{4} \cdot s^2 - \frac{1}{4} \cdot s^2 + \frac{1}{4} \cdot s^2 + \frac{1}{4} \cdot s^2 - \frac{1}{4} \cdot s^2 - \frac{1}{4} \cdot s^2 + \frac{1}{4} \cdot s^2 + \frac{1}{2} \cdot s^2 - \frac{1}{4} \cdot s^2 - \frac{1}{2} \\
&\quad \cdot s^2 + \frac{1}{4} \cdot s^2 - \frac{1}{2} \cdot s^2 + \frac{1}{4} \cdot s^2 + \frac{1}{2} \cdot s^2 - \frac{1}{2} \cdot s^2 - \frac{1}{4} \cdot s^2 + \frac{1}{4} \cdot s^2 + s^2 - \frac{1}{2} \cdot s^2 - \frac{1}{2} \cdot s^2 + \frac{1}{4} \cdot s^2 \\
&= 0
\end{aligned}$$

2.1.2 Preisdifferenzen

$$(1) E(\Delta P_t) = \frac{1}{5} \cdot (-s) + \frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot s\right) + \frac{1}{5} \cdot 0 + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot s + \frac{1}{5} \cdot s = 0$$

$$(2) Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = E(\Delta P_t \cdot \Delta P_{t+1}) - E(\Delta P_t) \cdot E(\Delta P_{t+1})$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{27} \cdot \left(-s \cdot \frac{s}{2} + (-s) \cdot s + \left(-\frac{s}{2}\right) \cdot \left(-\frac{s}{2}\right) + 2 \cdot \left(-\frac{s}{2}\right) \cdot \frac{s}{2} + \left(-\frac{s}{2}\right) \cdot s + \frac{s}{2} \cdot (-s) + 2 \cdot \frac{s}{2} \cdot \left(-\frac{s}{2}\right) + \frac{s}{2} \cdot \frac{s}{2} + s \cdot (-s) + s \cdot \right. \\
&\quad \left. \left(-\frac{s}{2}\right) \right) - 0 \cdot 0 \\
&= \frac{1}{27} \cdot \left(-\frac{s^2}{2} - s^2 + \frac{s^2}{4} - \frac{s^2}{2} - \frac{s^2}{2} - \frac{s^2}{2} + \frac{s^2}{4} - s^2 - \frac{s^2}{2} \right) = -\frac{9}{27 \cdot 2} \cdot s^2 = -\frac{1}{6} \cdot s^2
\end{aligned}$$

bzw.

$$Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = E(\Delta P_t \cdot \Delta P_{t+1}) - E(\Delta P_t) \cdot E(\Delta P_{t+1})$$

$$= \frac{c^2}{27} \cdot (-2 - 4 + 1 - 2 - 2 - 2 - 2 + 1 - 4 - 2) - 0 \cdot 0$$

$$= -\frac{18}{27} \cdot c^2 = -\frac{18}{27 \cdot 4} \cdot s^2 = -\frac{18}{108} \cdot s^2 = -\frac{1}{6} \cdot s^2$$

2.2 erhöhte Reflexionswahrscheinlichkeiten

$$(1) E(\Delta P_t) = \frac{1}{5} \cdot (-s) + \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot s\right) + \frac{1}{5} \cdot 0 + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot s + \frac{1}{5} \cdot s = 0$$

$$(2) Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = E(\Delta P_t \cdot \Delta P_{t+1}) - E(\Delta P_t) \cdot E(\Delta P_{t+1})$$

$$= \frac{c^2}{75} \cdot (-2 - 4 + 2 - 4 - 4 - 4 - 4 + 2 - 4 - 2) - 0 \cdot 0$$

$$= -\frac{24}{27} \cdot c^2 = -\frac{24}{27 \cdot 4} \cdot s^2 = -\frac{2}{25} \cdot s^2$$

Anhang 9.2: Roll-Spannen

Aktie	WKN	WKZ	realer Spread	Roll-Spread	Faktor	ISP-Spread (mit DBK-Faktor)	Faktor
BASF	0515100	BAS	0,56	0,23	41,7%	0,95	170,0%
BMW-ST	0519000	BMW	1,89	0,23	12,4%	0,96	50,4%
Continental	0543900	CON	2,32	nicht definiert			
Daimler-Benz	0550000	DAI	0,79	0,26	32,1%	1,04	130,9%
Dt.Babcock-ST	0550700	DBC	2,10	nicht definiert			
Degussa	0551200	DGS	2,82	0,55	19,4%	2,23	79,0%
Bayer	0575200	BAY	0,54	0,12	22,6%	0,50	92,4%
Hoechst	0575800	HFA	0,75	0,12	16,4%	0,50	67,0%
MAN-ST	0593700	MAN	2,39	0,35	14,6%	1,42	59,5%
Henkel-Vz	0604843	HEN	5,08	nicht definiert			
Karstadt	0627500	KAR	4,48	nicht definiert			
Linde	0648300	LIN	4,37	0,91	20,8%	3,72	85,0%
Mannesmann	0656000	MMV	0,69	0,16	22,7%	0,64	92,5%
Metallgesellschaft	0660200	MET	4,50	nicht definiert			
Preussag	0695200	PRS	1,98	nicht definiert			
RWE-ST	0703700	RWE	1,13	0,19	16,6%	0,76	67,6%
Schering	0717200	SCH	3,95	0,26	6,5%	1,05	26,6%
Siemens	0723600	SIE	0,60	0,21	34,4%	0,84	140,2%
Thyssen	0748500	THY	0,60	0,13	21,2%	0,52	86,4%
Veba	0761440	VEB	0,69	0,12	17,7%	0,50	72,3%
Viag	0762620	VIA	1,68	0,37	21,9%	1,50	89,3%
VW-ST	0766400	VOW	0,55	0,17	30,2%	0,68	123,2%
Kaufhof-ST	0781900	KFH	4,94	0,97	19,7%	3,97	80,3%
Bayer.Hypobank	0802000	BHB	1,54	0,35	22,7%	1,42	92,5%
Bayer.Vereinsbank	0802200	BVH	1,76	0,40	22,5%	1,61	91,7%
Commerzbank	0803200	CBK	0,67	0,16	23,9%	0,65	97,4%
Deutsche-Bank	0804010	DBK	0,69	0,28	39,9%	1,13	162,7%
Dresdner-Bank	0804610	DRB	0,97	0,15	15,9%	0,63	65,0%
Lufthansa-ST	0823210	LHA	1,04	nicht definiert			
Allianz-NA	0840400	ALV	6,19	1,40	22,6%	5,70	92,1%

Anhang 9.3: zusätzliche Alternativen

(1) 2 zusätzliche Alternativen

(1a) Prozess mit gleichen Wahrscheinlichkeiten

		P_{t+1}			
		0	$s/3$	$2s/3$	s
P_t	0	1/4	1/4	1/4	1/4
	$s/3$	1/4	1/4	1/4	1/4
	$2s/3$	1/4	1/4	1/4	1/4
	s	1/4	1/4	1/4	1/4

Auf die Berechnung der Momente für die Preisdifferenzen wird hier verzichtet, auch hier gilt:

$$\text{Cov}(P_t, P_{t+1}) = 0 \text{ und } E(P_t) = \frac{s}{2}$$

Preisdifferenzen

Zur Vereinfachung der Darstellung gelte: $c = \frac{1}{3} \cdot s$

		ΔP_{t+1}						
		-3c	-2c	-c	0	c	2c	3c
ΔP_t	-3c	0	0	0	1	1	1	1
	-2c	0	0	1	2	2	2	1
	-c	0	1	2	3	3	2	1
	0	1	2	3	4	3	2	1
	c	1	2	3	3	2	1	0
	2c	1	2	2	2	1	0	0
	3c	1	1	1	1	0	0	0

$$(2) \text{Cov}(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = E(\Delta P_t \cdot \Delta P_{t+1}) - E(\Delta P_t) \cdot E(\Delta P_{t+1})$$

$$= \frac{c^2}{64} \cdot (-3 - 6 - 9 + 2 - 4 - 8 - 6 + 2 + 2 - 3 - 4 - 3 - 3 - 4 - 3 + 2 + 2 - 6 - 8 - 4 + 2 - 9 - 6 - 3) - 0 \cdot 0$$

$$= -\frac{80}{64} \cdot c^2 = -\frac{80}{64 \cdot 9} \cdot s^2 = -\frac{80}{576} \cdot s^2$$

$$\text{Cov}(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = -\frac{80}{576} \cdot s^2 \Leftrightarrow s = 2,6833 \cdot \sqrt{-\text{Cov}(\Delta P_t, \Delta P_{t+1})}$$

(1b) Prozess mit erhöhten Wahrscheinlichkeiten

		P_{t+1}			
		0	s/3	2s/3	S
P_t	0	4/28	1/28	1/28	1/28
	s/3	3/28	1/28	1/28	2/28
	2s/3	2/28	1/28	1/28	3/28
	s	1/28	1/28	1/28	4/28

		ΔP_{t+1}						
		-3c	-2c	-c	0	c	2c	3c
ΔP_t	-3c	0	0	0	4	1	1	1
	-2c	0	0	3	9	3	4	2
	-c	0	2	4	14	7	5	3
	0	4	6	8	34	8	6	4
	c	3	5	7	14	4	2	0
	2c	2	4	3	9	3	0	0
	3c	1	1	1	4	0	0	0

$$Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = E(\Delta P_t \cdot \Delta P_{t+1}) - E(\Delta P_t) \cdot E(\Delta P_{t+1})$$

$$= \frac{c^2}{188} \cdot (-3 - 6 - 9 + 6 - 6 - 16 - 12 + 4 + 4 - 7 - 10 - 9 - 9 - 10 - 7 + 4 + 4 - 12 - 16 - 6 + 6 - 9 - 6 - 3) - 0 \cdot 0$$

$$= -\frac{128}{188} \cdot c^2 = -\frac{128}{188 \cdot 9} \cdot s^2 = -\frac{128}{1692} \cdot s^2$$

$$Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = -\frac{136}{1692} \cdot s^2 \Leftrightarrow s = 3,6358 \cdot \sqrt{-Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1})}$$

(2) 3 zusätzliche Alternativen

(2a) Prozess mit gleichen Wahrscheinlichkeiten

		P_{t+1}				
		0	s/4	s/2	3s/4	s
P_t	0	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
	s/4	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
	s/2	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
	3s/4	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5
	s	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5

Auf die Berechnung der Momente für die Preisdifferenzen wird hier verzichtet, auch hier gilt:

$$Cov(P_t, P_{t+1}) = 0 \text{ und } E(P_t) = \frac{s}{2}$$

Preisdifferenzen

Zur Vereinfachung der Darstellung gelte: $c = \frac{1}{4} \cdot s$

		ΔP_{t+1}								
		-4c	-3c	-2c	-c	0	c	2c	3c	4c
ΔP_t	-4c	0	0	0	0	1	1	1	1	1
	-3c	0	0	0	1	2	2	2	2	1
	-2c	0	0	1	2	3	3	3	2	1
	-c	0	1	2	3	4	4	3	2	1
	0	1	2	3	4	5	4	3	2	1
	c	1	2	3	4	4	3	2	1	0
	2c	1	2	3	3	3	2	1	0	0
	3c	1	2	2	2	2	1	0	0	0
	4c	1	1	1	1	1	0	0	0	0

$$Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = E(\Delta P_t \cdot \Delta P_{t+1}) - E(\Delta P_t) \cdot E(\Delta P_{t+1})$$

$$= \frac{c^2}{125} \cdot (-4 - 8 - 12 - 16 + 3 - 6 - 12 - 18 - 12 + 4 + 4 - 6 - 12 - 12 - 8 + 3 + 4 + 3 - 4 - 6 - 6 - 4 - 4 - 6 - 6 - 4 + 3 + 4 + 3 - 8 - 12 - 12 - 6 + 4 + 4 - 12 - 18 - 12 - 6 + 3 - 16 - 12 - 8 - 4) - 0 \cdot 0$$

$$= -\frac{250}{125} \cdot c^2 = -\frac{250}{125 \cdot 16} \cdot s^2 = -\frac{1}{8} \cdot s^2$$

$$Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = -\frac{1}{8} \cdot s^2 \Leftrightarrow s = 2,8284 \cdot \sqrt{-Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1})}$$

(2b) Prozess mit erhöhten Wahrscheinlichkeiten

		ΔP_{t+1}								
		-4c	-3c	-2c	-c	0	c	2c	3c	4c
ΔP_t	-4c	0	0	0	0	5	1	1	1	1
	-3c	0	0	0	4	11	3	3	4	2
	-2c	0	0	3	5	17	5	7	5	3
	-c	0	2	4	6	23	10	8	6	4
	0	5	7	9	11	53	11	9	7	5
	c	4	6	8	10	23	6	4	2	0
	2c	3	5	7	5	17	5	3	0	0
	3c	2	4	3	3	11	4	0	0	0
	4c	1	1	1	1	5	0	0	0	0

$$Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = E(\Delta P_t \cdot \Delta P_{t+1}) - E(\Delta P_t) \cdot E(\Delta P_{t+1})$$

$$= \frac{c^2}{405} \cdot (-4 - 8 - 12 - 16 + 12 - 9 - 18 - 36 - 24 + 12 + 10 - 10 - 28 - 30 - 24 + 6 + 8 + 6 - 10 - 16 - 18 - 16 - 16 - 18 - 16 - 10 + 6 + 8 + 6 - 24 - 30 - 28 - 10 + 10 + 12 - 24 - 36 - 18 - 9 + 12 - 16 - 12 - 8 - 4) - 0 \cdot 0$$

$$= -\frac{450}{405} \cdot c^2 = -\frac{450}{405 \cdot 16} \cdot s^2 = -\frac{15}{216} \cdot s^2$$

$$Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = -\frac{15}{216} \cdot s^2 \Leftrightarrow s = 3,7947 \cdot \sqrt{-Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1})}$$

(3) 4 zusätzliche Alternativen**(3a) Prozess mit gleichen Wahrscheinlichkeiten**

		P_{t+1}					
		0	$s/5$	$2s/5$	$3s/5$	$4s/5$	s
P_t	0	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
	$s/5$	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
	$2s/5$	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
	$3s/5$	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
	$4s/5$	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
	s	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

Auf die Berechnung der Momente für die Preisdifferenzen wird hier verzichtet, auch hier gilt:

$$\text{Cov}(P_t, P_{t+1}) = 0 \text{ und } E(P_t) = \frac{s}{2}$$

Preisdifferenzen

Zur Vereinfachung der Darstellung gelte: $c = \frac{1}{5} \cdot s$

		ΔP_{t+1}										
		-5c	-4c	-3c	-2c	-c	0	c	2c	3c	4c	5c
ΔP_t	-5c	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
	-4c	0	0	0	0	1	2	2	2	2	2	1
	-3c	0	0	0	1	2	3	3	3	3	2	1
	-2c	0	0	1	2	3	4	4	4	3	2	1
	-c	0	1	2	3	4	5	5	4	3	2	1
	0	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1
	c	1	2	3	4	5	5	4	3	2	1	0
	2c	1	2	3	4	4	4	3	2	1	0	0
	3c	1	2	3	3	3	3	2	1	0	0	0
	4c	1	2	2	2	2	2	1	0	0	0	0
	5c	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0

$$\text{Cov}(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = E(\Delta P_t \cdot \Delta P_{t+1}) - E(\Delta P_t) \cdot E(\Delta P_{t+1})$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{c^2}{216} \cdot (-5 - 10 - 15 - 20 - 25 + 4 - 8 - 16 - 24 - 32 - 20 + 6 + 6 - 9 - 18 - 27 - 24 - 15 + 6 + 8 \\
 &\quad + 6 - 8 - 16 - 18 - 16 - 10 + 4 + 6 + 6 + 4 - 5 - 8 - 9 - 8 - 5 - 5 - 8 - 9 - 8 - 5 \\
 &\quad + 4 + 6 + 6 + 4 - 10 - 16 - 18 - 16 - 8 + 6 + 8 + 6 - 15 - 24 - 27 - 18 - 9 + 6 + 6 \\
 &\quad - 20 - 32 - 24 - 16 - 8 + 4 - 25 - 20 - 15 - 10 - 5) - 0 \cdot 0
 \end{aligned}$$

$$= -\frac{630}{216} \cdot c^2 = -\frac{630}{216 \cdot 25} \cdot s^2 = -\frac{7}{60} \cdot s^2$$

$$\text{Cov}(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = -\frac{7}{60} \cdot s^2 \Leftrightarrow s = 2,9277 \cdot \sqrt{-\text{Cov}(\Delta P_t, \Delta P_{t+1})}$$

(3b) Prozess mit erhöhten Wahrscheinlichkeiten

		ΔP_{t+1}										
		/725										
ΔP_t		-5c	-4c	-3c	-2c	-c	0	c	2c	3c	4c	5c
		-5c	0	0	0	0	0	6	1	1	1	1
-4c	0	0	0	0	5	13	3	3	3	4	2	
-3c	0	0	0	4	6	20	5	5	7	5	3	
-2c	0	0	3	5	7	27	7	10	8	6	4	
-c	0	2	4	6	8	34	13	11	9	7	5	
0	6	8	10	12	14	76	14	12	9	8	6	
c	5	7	9	11	13	34	8	6	4	2	0	
2c	4	6	8	10	7	27	7	5	3	0	0	
3c	3	5	7	5	5	20	6	4	0	0	0	
4c	2	4	3	3	3	13	5	0	0	0	0	
5c	1	1	1	1	1	6	0	0	0	0	0	

$$Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = E(\Delta P_t \cdot \Delta P_{t+1}) - E(\Delta P_t) \cdot E(\Delta P_{t+1})$$

$$= \frac{c^2}{725} \cdot (-5 - 10 - 15 - 20 - 25 + 20 - 12 - 24 - 36 - 64 - 40 + 24 + 18 - 15 - 30 - 63 - 60 - 45 + 18 + 20 + 14 - 14 - 40 - 48 - 48 - 40 + 8 + 12 + 12 + 8 - 13 - 22 - 27 - 28 - 25 - 25 - 28 - 27 - 22 - 13 + 8 + 12 + 12 + 8 - 40 - 48 - 48 - 40 - 14 + 14 + 20 + 18 - 45 - 60 - 63 - 30 - 15 + 18 + 24 - 40 - 64 - 36 - 24 - 12 + 20 - 25 - 20 - 15 - 10 - 5) - 0 \cdot 0$$

$$= -\frac{1230}{725} \cdot c^2 = -\frac{1230}{725 \cdot 25} \cdot s^2 = -\frac{246}{3625} \cdot s^2$$

$$Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = -\frac{246}{3625} \cdot s^2 \Leftrightarrow s = 3,8387 \cdot \sqrt{-Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1})}$$

(4) 5 zusätzliche Alternativen

(4a) Prozess mit gleichen Wahrscheinlichkeiten

		P_{t+1}						
		0	s/5	s/3	s/2	2s/3	5s/6	s
P_t	0	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7
	s/6	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7
	s/3	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7
	s/2	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7
	2s/3	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7
	5s/6	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7
	s	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7	1/7

Auf die Berechnung der Momente für die Preisdifferenzen wird hier verzichtet, auch hier gilt:

$$Cov(P_t, P_{t+1}) = 0 \text{ und } E(P_t) = \frac{s}{2}$$

Preisdifferenzen

Zur Vereinfachung der Darstellung gelte: $c = \frac{1}{6} \cdot s$

/343		ΔP_{t+1}												
		-6c	-5c	-4c	-3c	-2c	-c	0	c	2c	3c	4c	5c	6c
ΔP_t	-6c	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
	-5c	0	0	0	0	0	1	2	2	2	2	2	2	1
	-4c	0	0	0	0	1	2	3	3	3	3	3	2	1
	-3c	0	0	0	1	2	3	4	4	4	4	3	2	1
	-2c	0	0	1	2	3	4	5	5	5	4	3	2	1
	-c	0	1	2	3	4	5	6	6	5	4	3	2	1
	0	1	2	3	4	5	6	7	6	5	4	3	2	1
	c	1	2	3	4	5	6	6	5	4	3	2	1	0
	2c	1	2	3	4	5	5	5	4	3	2	1	0	0
	3c	1	2	3	4	4	4	4	3	2	1	0	0	0
	4c	1	2	3	3	3	3	3	2	1	0	0	0	0
	5c	1	2	2	2	2	2	2	1	0	0	0	0	0
	6c	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0

$$Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = E(\Delta P_t \cdot \Delta P_{t+1}) - E(\Delta P_t) \cdot E(\Delta P_{t+1})$$

$$= \frac{c^2}{343} \cdot (-6 - 12 - 18 - 24 - 30 - 36 + 5 - 10 - 20 - 30 - 40 - 50 - 30 + 8 + 8 - 12 - 24 - 36 - 48 - 40 - 24 + 9 + 12 + 9 - 12 - 24 - 36 - 36 - 30 - 18 + 8 + 12 + 12 + 8 - 10 - 20 - 24 - 24 - 20 - 12 + 5 + 8 + 9 + 8 + 5 - 6 - 10 - 12 - 12 - 10 - 6 - 6 - 10 - 12 - 12 - 10 - 6 + 5 + 8 + 9 + 8 + 5 - 12 - 20 - 24 - 24 - 20 - 10 + 8 + 12 + 12 + 8 - 18 - 30 - 36 - 36 - 24 - 12 + 9 + 12 + 9 - 24 - 40 - 48 - 36 - 24 - 12 + 8 + 8 - 30 - 50 - 40 - 30 - 20 - 10 + 5 - 36 - 30 - 24 - 18 - 12 - 6) - 0 \cdot 0$$

$$= -\frac{1372}{343} \cdot c^2 = -\frac{1372}{343 \cdot 36} \cdot s^2 = -\frac{1372}{12348} \cdot s^2$$

$$Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = -\frac{1}{9} \cdot s^2 \Leftrightarrow s = 3 \cdot \sqrt{-Cov(\Delta P_t, \Delta P_{t+1})}$$

(3b) Prozess mit erhöhten Wahrscheinlichkeiten

/1183		ΔP_{t+1}												
		-6c	-5c	-4c	-3c	-2c	-c	0	c	2c	3c	4c	5c	6c
ΔP_t	-6c	0	0	0	0	0	0	7	1	1	1	1	1	1
	-5c	0	0	0	0	0	6	15	3	3	3	3	4	2
	-4c	0	0	0	0	5	7	23	5	5	5	7	5	3
	-3c	0	0	0	4	6	8	31	7	7	10	8	6	4
	-2c	0	0	3	5	7	9	39	9	13	11	9	7	5
	-c	0	2	4	6	8	10	47	16	14	12	10	8	6
	0	7	9	11	13	15	17	103	17	15	13	11	9	7
	c	6	8	10	12	14	16	47	10	8	6	4	2	0
	2c	5	7	9	11	13	9	39	9	7	5	3	0	0
	3c	4	6	8	10	7	7	31	8	6	4	0	0	0
	4c	3	5	7	5	5	5	23	7	5	0	0	0	0
	5c	2	4	3	3	3	3	15	6	0	0	0	0	0
	6c	1	1	1	1	1	1	7	0	0	0	0	0	0

$$\text{Cov}(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = E(\Delta P_t \cdot \Delta P_{t+1}) - E(\Delta P_t) \cdot E(\Delta P_{t+1})$$

$$= \frac{c^2}{1183} \cdot (-6 - 12 - 18 - 24 - 30 - 36 + 30 - 15 - 30 - 45 - 60 - 100 - 60 + 40 + 28 - 20 - 40 - 60$$

$$- 112 - 100 - 72 + 36 + 36 + 24 - 21 - 42 - 90 - 96 - 90 - 72 + 24 + 30 + 28 + 18$$

$$- 18 - 52 - 66 - 72 - 70 - 60 + 10 + 16 + 18 + 16 + 10 - 16 - 28 - 36 - 40 - 40$$

$$- 36 - 36 - 40 - 40 - 36 - 28 - 16 + 10 + 16 + 18 + 16 + 10 - 60 - 70 - 72 - 66$$

$$- 52 - 18 + 18 + 28 + 30 + 24 - 72 - 90 - 96 - 90 - 42 - 21 + 24 + 36 + 36 - 72$$

$$- 100 - 112 - 60 - 40 - 20 + 28 + 40 - 60 - 100 - 60 - 45 - 30 - 15 + 30 - 36 - 30$$

$$- 24 - 18 - 12 - 6) - 0 \cdot 0$$

$$= -\frac{2842}{1183} \cdot c^2 = -\frac{2843}{1183 \cdot 36} \cdot s^2 = -\frac{2843}{42588} \cdot s^2$$

$$\text{Cov}(\Delta P_t, \Delta P_{t+1}) = -\frac{2843}{42588} \cdot s^2 \Leftrightarrow s = 3,8704 \cdot \sqrt{-\text{Cov}(\Delta P_t, \Delta P_{t+1})}$$

Anhang 9.4 (a): Volkswagen (VOW)

(a) Bestimmung der empirischen Übergangsmatrizen

1. absoluten Häufigkeiten der Übergänge

Endziffer	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
0	6.360	74	153	129	96	423	71	107	162	82	7.657
1	140	527	22	15	10	46	6	10	8	5	789
2	175	41	927	38	32	93	15	7	14	7	1.349
3	110	27	49	776	34	122	10	11	10	4	1.153
4	66	14	17	29	634	142	7	10	12	7	938
5	373	80	130	120	83	4.265	98	112	124	67	5.452
6	65	8	15	19	13	98	599	32	20	18	887
7	106	7	10	10	12	110	36	740	42	26	1.099
8	147	5	14	12	12	106	36	45	985	42	1.404
9	115	6	12	5	12	47	9	25	27	434	692
										21.105	21.420

2. Abbildung Endziffern auf ISP-Zustände Schritt 1

Endziffern	1	2	3	4	5	Summe
1	6.360	172	518	163	423	7.636
2	238	1.126	89	28	111	1.592
3	501	140	3.602	134	468	4.845
4	113	23	98	1.068	257	1.559
5	373	151	519	165	4.265	5.473
						21.105

3. Bestimmung der empirischen einschrittigen Übergangsmatrix

Π^*	1	2	3	4	5
1	83,3%	2,3%	6,8%	2,1%	5,5%
2	14,9%	70,7%	5,6%	1,8%	7,0%
3	10,3%	2,9%	74,3%	2,8%	9,7%
4	7,2%	1,5%	6,3%	68,5%	16,5%
5	6,8%	2,8%	9,5%	3,0%	77,9%

4. Übergangsmatrix Π Modell 3

Π	1	2	3	4	5
1	80,6%	2,5%	8,1%	2,5%	6,2%
2	30,4%	69,6%	0,0%	0,0%	0,0%
3	10,0%	2,8%	74,3%	2,8%	10,0%
4	0,0%	0,0%	0,0%	69,6%	30,4%
5	6,2%	2,5%	8,1%	2,5%	80,6%

5. Bestimmung von Π^{32}

Π^{32}	1	2	3	4	5
1	32,4%	7,3%	20,5%	7,3%	32,4%
2	32,4%	7,3%	20,5%	7,3%	32,4%
3	32,4%	7,3%	20,5%	7,3%	32,4%
4	32,4%	7,3%	20,5%	7,3%	32,4%
5	32,4%	7,3%	20,5%	7,3%	32,4%

(b) Zustandsverteilungen

absoluten Häufigkeiten der Endziffern und ISP-Zustand

VOW	Endziffer											Zustand				
	Dauer in min	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe	1	2	3	4
1	7.622	797	1.356	1.160	938	5.453	889	1.102	1.408	696	21.421	35,6%	7,9%	23,5%	7,6%	25,5%
2	3.825	393	677	576	469	2.709	435	557	717	352	10.710	35,7%	7,7%	23,6%	7,7%	25,3%
3	2.523	276	448	397	317	1.806	287	377	478	231	7.140	35,3%	7,9%	23,8%	7,7%	25,3%
4	1.913	201	332	292	228	1.331	218	282	374	184	5.355	35,7%	7,8%	23,9%	7,7%	24,9%
5	1.509	153	283	243	168	1.114	175	221	285	133	4.284	35,2%	7,7%	24,1%	7,0%	26,0%
6	1.257	132	229	202	158	900	138	190	242	122	3.570	35,2%	7,6%	24,2%	7,8%	25,2%
7	1.093	108	195	173	131	766	130	168	201	95	3.060	35,7%	7,8%	24,1%	7,4%	25,0%
8	959	99	169	145	115	652	106	150	186	96	2.677	35,8%	7,7%	24,3%	7,9%	24,4%
9	833	98	138	135	106	596	109	114	176	75	2.380	35,0%	8,7%	23,7%	7,6%	25,0%
10	755	74	144	114	89	537	93	120	146	70	2.142	35,2%	7,8%	24,5%	7,4%	25,1%
11	718	72	121	91	83	483	72	110	118	79	1.947	36,9%	7,4%	22,6%	8,3%	24,8%
12	627	64	109	114	78	438	73	95	124	63	1.785	35,1%	7,7%	24,8%	7,9%	24,5%
13	594	70	101	81	78	405	66	84	113	55	1.647	36,1%	8,3%	23,0%	8,1%	24,6%
14	533	52	99	86	75	389	64	85	105	42	1.530	34,8%	7,6%	24,5%	7,6%	25,4%
15	517	54	99	79	52	345	57	75	105	45	1.428	36,2%	7,8%	25,1%	6,8%	24,2%
16	508	43	89	64	61	307	46	78	96	46	1.338	38,0%	6,7%	24,4%	8,0%	22,9%
17	435	42	86	61	53	339	57	72	79	36	1.260	34,5%	7,9%	23,7%	7,1%	26,9%
18	425	47	71	77	43	287	49	64	87	40	1.190	35,7%	8,1%	25,1%	7,0%	24,1%
19	416	34	82	53	41	272	58	56	73	42	1.127	36,9%	8,2%	23,4%	7,4%	24,1%
20	383	39	74	52	37	268	40	58	77	43	1.071	35,8%	7,4%	24,4%	7,5%	25,0%
21	363	44	64	69	45	245	42	57	59	32	1.020	35,6%	8,4%	24,4%	7,5%	24,0%
22	361	33	60	41	39	232	38	59	70	40	973	37,1%	7,3%	23,6%	8,1%	23,8%
23	330	21	62	50	43	238	46	47	65	29	931	35,4%	7,2%	24,1%	7,7%	25,6%
24	322	35	48	61	37	215	37	47	60	30	892	36,1%	8,1%	24,2%	7,5%	24,1%
25	305	25	55	54	38	221	32	49	46	31	856	35,6%	6,7%	23,8%	8,1%	25,8%
26	308	35	48	37	41	191	31	49	58	25	823	37,4%	8,0%	23,3%	8,0%	23,2%
27	293	25	50	51	36	194	33	39	51	21	793	36,9%	7,3%	24,1%	7,2%	24,5%
28	260	29	50	43	36	195	30	44	55	23	765	34,0%	7,7%	25,1%	7,7%	25,5%
29	246	28	55	51	35	197	30	29	48	19	738	33,3%	7,9%	24,8%	7,3%	26,7%
30	248	24	48	39	27	169	27	49	54	29	714	34,7%	7,1%	26,6%	7,8%	23,7%
31	224	26	48	45	32	181	34	27	53	21	691	32,4%	8,7%	25,0%	7,7%	26,2%
32	262	14	47	32	23	161	21	36	54	19	669	39,2%	5,2%	25,3%	6,3%	24,1%
avg												35,7%	7,8%	24,0%	7,6%	24,9%

Abbildung der Endziffern auf die ISP-Zustände (Schritt 2)

VOW	Zustand				
Dauer in min	1	2	3	4	5
32	31,6%	5,8%	25,3%	5,8%	31,6%
Avg	30,3%	7,7%	24,0%	7,7%	30,3%

(c) Vergleich

Vergleich mit 32-min-Verteilung

VOW	Zustand				
	1	2	3	4	5
Empirische Verteilung 32 min	31,6%	5,8%	25,3%	5,8%	31,6%
ISP-Verteilung (\bar{n}^{32})	32,4%	7,3%	20,5%	7,3%	32,4%
Absolute Abweichung	-0,8%	-1,6%	4,7%	-1,6%	-0,8%
Relative Abweichung	-2,5%	-27,4%	18,7%	-27,4%	-2,5%

Vergleich mit mittlerer Verteilung

VOW	Zustand				
	1	2	3	4	5
Empirische Verteilung avg	30,3%	7,7%	24,0%	7,7%	30,3%
ISP-Verteilung (\bar{n}^{32})	32,4%	7,3%	20,5%	7,3%	32,4%
Absolute Abweichung	-2,1%	0,3%	3,5%	0,3%	-2,1%
Relative Abweichung	-6,9%	4,4%	14,5%	4,4%	-6,8%

Anhang 9.4 (b): Siemens (SIE)

(a) Bestimmung der empirischen Übergangsmatrizen

1. absoluten Häufigkeiten der Übergänge

Endziffer	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
0	6.176	86	144	129	99	510	107	118	142	69	7.580
1	137	550	21	21	10	58	8	14	14	7	840
2	129	37	761	33	24	111	9	15	26	7	1.152
3	108	26	36	688	26	116	4	8	15	7	1.034
4	65	10	22	20	490	94	10	18	17	6	752
5	526	91	104	95	70	5.111	82	99	115	73	6.366
6	89	13	16	18	3	105	542	21	18	11	836
7	89	8	22	11	11	98	30	645	27	27	968
8	147	13	12	13	11	106	38	17	811	30	1.198
9	114	6	14	6	8	57	6	13	13	457	694
										21.050	21.420

2. Abbildung Endziffern auf ISP-Zustände Schritt 1

Endziffern	1	2	3	4	5	Summe
1	6.176	168	487	172	510	7.513
2	242	1.092	81	21	147	1.583
3	441	131	3.018	107	463	4.160
4	122	16	68	947	208	1.361
5	526	198	459	139	5.111	6.433
						21.050

3. Bestimmung der empirischen einschrittigen Übergangsmatrix

Π^*	1	2	3	4	5
1	82,2%	2,2%	6,5%	2,3%	6,8%
2	15,3%	69,0%	5,1%	1,3%	9,3%
3	10,6%	3,1%	72,5%	2,6%	11,1%
4	9,0%	1,2%	5,0%	69,6%	15,3%
5	8,2%	3,1%	7,1%	2,2%	79,4%

4. Übergangsmatrix Π Modell 3

Π	1	2	3	4	5
1	80,8%	2,4%	6,8%	2,4%	7,5%
2	30,7%	69,3%	0,0%	0,0%	0,0%
3	10,9%	2,9%	72,5%	2,9%	10,9%
4	0,0%	0,0%	0,0%	69,3%	30,7%
5	7,5%	2,4%	6,8%	2,4%	80,8%

5. Bestimmung von Π^{32}

Π^{32}	1	2	3	4	5
1	34,4%	7,1%	17,1%	7,1%	34,4%
2	34,4%	7,1%	17,1%	7,1%	34,4%
3	34,4%	7,1%	17,1%	7,1%	34,4%
4	34,4%	7,1%	17,1%	7,1%	34,4%
5	34,4%	7,1%	17,1%	7,1%	34,4%

(b) Zustandsverteilungen

1. absolute Häufigkeiten der Endziffern und ISP-Zustände

SIE	Endziffer											Zustand				
	Dauer in min	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe	1	2	3	4
1	7.517	847	1.160	1.034	753	6.399	837	973	1.204	697	21.421	35,1%	7,9%	20,4%	6,8%	29,9%
2	3.726	430	581	519	386	3.196	428	489	602	353	10.710	34,8%	8,0%	20,5%	6,9%	29,8%
3	2.531	280	398	336	241	2.116	280	330	398	230	7.140	35,4%	7,8%	20,5%	6,6%	29,6%
4	1.857	224	289	252	202	1.583	220	246	307	175	5.355	34,7%	8,3%	20,4%	7,0%	29,6%
5	1.489	168	225	211	146	1.307	160	198	236	144	4.284	34,8%	7,7%	20,3%	6,8%	30,5%
6	1.270	142	192	169	120	1.041	139	168	211	118	3.570	35,6%	7,9%	20,7%	6,7%	29,2%
7	1.103	120	170	145	96	905	109	139	167	106	3.060	36,0%	7,5%	20,3%	6,6%	29,6%
8	915	108	151	130	100	797	110	122	152	92	2.677	34,2%	8,1%	20,7%	7,2%	29,8%
9	845	92	134	120	81	696	98	108	127	79	2.380	35,5%	8,0%	20,5%	6,7%	29,2%
10	725	98	110	105	81	651	86	97	116	73	2.142	33,8%	8,6%	20,0%	7,2%	30,4%
11	690	81	110	98	59	561	81	93	115	59	1.947	35,4%	8,3%	21,4%	6,1%	28,8%
12	617	74	103	84	61	528	75	89	92	62	1.785	34,6%	8,3%	20,6%	6,8%	29,6%
13	572	66	80	85	58	508	56	68	89	65	1.647	34,7%	7,4%	19,6%	7,5%	30,8%
14	547	61	84	68	46	468	57	65	87	47	1.530	35,8%	7,7%	19,9%	6,1%	30,6%
15	487	55	74	67	54	438	49	71	80	53	1.428	34,1%	7,3%	20,4%	7,5%	30,7%
16	468	55	66	66	61	385	50	65	75	47	1.338	35,0%	7,8%	20,3%	8,1%	28,8%
17	409	61	68	61	44	381	53	55	75	53	1.260	32,5%	9,0%	20,6%	7,7%	30,2%
18	419	49	68	62	35	344	49	59	61	44	1.190	35,2%	8,2%	21,0%	6,6%	28,9%
19	376	41	74	55	38	347	45	52	66	33	1.127	33,4%	7,6%	21,9%	6,3%	30,8%
20	348	47	48	52	48	328	54	52	56	38	1.071	32,5%	9,4%	19,4%	8,0%	30,6%
21	363	38	66	60	32	300	36	46	48	31	1.020	35,6%	7,3%	21,6%	6,2%	29,4%
22	325	38	53	53	29	287	44	51	65	28	973	33,4%	8,4%	22,8%	5,9%	29,5%
23	317	39	47	38	31	292	41	40	60	26	931	34,0%	8,6%	19,9%	6,1%	31,4%
24	295	31	51	45	36	271	42	40	45	36	892	33,1%	8,2%	20,3%	8,1%	30,4%
25	317	28	40	40	26	252	40	41	43	29	856	37,0%	7,9%	19,2%	6,4%	29,4%
26	289	31	47	44	36	229	30	33	50	34	823	35,1%	7,4%	21,1%	8,5%	27,8%
27	281	36	37	43	29	226	37	34	37	33	793	35,4%	9,2%	19,0%	7,8%	28,5%
28	261	31	49	41	22	232	30	33	42	24	765	34,1%	8,0%	21,6%	6,0%	30,3%
29	243	31	35	32	27	237	32	26	47	28	738	32,9%	8,5%	19,0%	7,5%	32,1%
30	247	29	38	34	31	205	28	39	43	20	714	34,6%	8,0%	21,6%	7,1%	28,7%
31	244	27	33	35	23	205	32	34	37	21	691	35,3%	8,5%	20,1%	6,4%	29,7%
32	231	29	29	26	28	194	32	35	36	29	669	34,5%	9,1%	18,8%	8,5%	29,0%
avg												34,7%	8,0%	20,5%	7,0%	29,9%

2. Abbildung der Endziffern auf die ISP-Zustände (Schritt 2)

SIE	Zustand				
Dauer in min	1	2	3	4	5
32	31,8%	8,8%	18,8%	8,8%	31,8%
Avg	32,3%	7,5%	20,5%	7,5%	32,3%

(c) Vergleich

Vergleich mit 32-min-Verteilung

SIE	Zustand				
	1	2	3	4	5
Empirische Verteilung 32 min	31,8%	8,8%	18,8%	8,8%	31,8%
ISP-Verteilung (Π^{32})	34,4%	7,1%	17,1%	7,1%	34,4%
Absolute Abweichung	-2,6%	1,8%	1,8%	1,8%	-2,6%
Relative Abweichung	-8,3%	20,0%	9,4%	20,0%	-8,3%

Vergleich mit mittlerer Verteilung

SIE	Zustand				
	1	2	3	4	5
Empirische Verteilung avg	32,3%	7,5%	20,5%	7,5%	32,3%
ISP-Verteilung (Π^{32})	34,4%	7,1%	17,1%	7,1%	34,4%
Absolute Abweichung	-2,2%	0,4%	3,4%	0,4%	-2,1%
Relative Abweichung	-6,7%	5,9%	16,6%	5,9%	-6,7%

Anhang 9.4 (c): Daimler (DAI)

(a) Bestimmung der empirischen Übergangsmatrizen

1. absolute Häufigkeiten der Übergänge

Endziffer	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe
0	7.686	56	113	109	83	777	68	106	101	48	9.147
1	85	452	6	5	5	48	2	9	9	4	625
2	118	19	736	10	11	88	6	14	11	6	1.019
3	108	4	16	584	7	61	6	9	11	4	810
4	77	6	8	2	387	55	4	6	8	3	556
5	744	74	99	69	52	5.233	51	48	85	60	6.515
6	61	2	16	6	1	55	391	8	7	2	549
7	70	8	9	6	5	73	11	548	17	10	757
8	114	3	11	12	2	81	8	7	759	16	1.013
9	84	1	5	7	3	44	2	2	5	276	429
										21.211	21.420

2. Abbildung Endziffern auf ISP-Zustände Schritt 1

Endziffern	1	2	3	4	5	Summe
1	7.686	107	355	143	777	9.068
2	140	843	26	7	109	1.125
3	380	42	2.677	44	333	3.476
4	121	8	17	663	139	948
5	744	142	375	100	5.233	6.594
						21.211

3. Bestimmung der empirischen einschrittigen Übergangsmatrix

Π^*	1	2	3	4	5
1	84,8%	1,2%	3,9%	1,6%	8,6%
2	12,4%	74,9%	2,3%	0,6%	9,7%
3	10,9%	1,2%	77,0%	1,3%	9,6%
4	12,8%	0,8%	1,8%	69,9%	14,7%
5	11,3%	2,2%	5,7%	1,5%	79,4%

4. Übergangsmatrix Π Modell 3

Π	1	2	3	4	5
1	82,1%	1,6%	4,8%	1,6%	9,9%
2	27,6%	72,4%	0,0%	0,0%	0,0%
3	10,3%	1,2%	77,0%	1,2%	10,3%
4	0,0%	0,0%	0,0%	72,4%	27,6%
5	9,9%	1,6%	4,8%	1,6%	82,1%

5. Bestimmung von Π^{32}

Π^{32}	1	2	3	4	5
1	37,2%	5,0%	15,5%	5,0%	37,2%
2	37,2%	5,0%	15,5%	5,0%	37,2%
3	37,2%	5,0%	15,5%	5,0%	37,2%
4	37,2%	5,0%	15,5%	5,0%	37,2%
5	37,2%	5,0%	15,5%	5,0%	37,2%

(b) Zustandsverteilungen

1. absolute Häufigkeiten der Endziffern und ISP-Zustände

DAI	Endziffer											Zustand				
	Dauer in min	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Summe	1	2	3	4
1	9.052	631	1.027	823	564	6.544	549	779	1.022	430	21.421	42,3%	5,5%	17,0%	4,6%	30,5%
2	4.513	315	507	416	282	3.300	274	379	511	213	10.710	42,1%	5,5%	16,9%	4,6%	30,8%
3	3.015	204	346	268	188	2.186	177	269	341	146	7.140	42,2%	5,3%	17,1%	4,7%	30,6%
4	2.268	162	258	208	143	1.640	131	189	254	102	5.355	42,4%	5,5%	17,0%	4,6%	30,6%
5	1.811	122	214	164	112	1.308	109	146	204	94	4.284	42,3%	5,4%	17,0%	4,8%	30,5%
6	1.510	94	169	138	97	1.096	97	127	164	78	3.570	42,3%	5,4%	16,8%	4,9%	30,7%
7	1.331	78	140	122	77	913	79	111	158	51	3.060	43,5%	5,1%	17,4%	4,2%	29,8%
8	1.125	78	144	95	75	827	70	92	119	52	2.677	42,0%	5,5%	16,8%	4,7%	30,9%
9	1.015	64	114	93	51	737	59	94	104	49	2.380	42,6%	5,2%	17,0%	4,2%	31,0%
10	910	56	100	84	61	664	50	69	104	44	2.142	42,5%	4,9%	16,7%	4,9%	31,0%
11	831	51	88	77	51	594	48	66	93	48	1.947	42,7%	5,1%	16,6%	5,1%	30,5%
12	772	44	84	68	46	541	47	64	82	37	1.785	43,2%	5,1%	16,7%	4,6%	30,3%
13	690	48	72	59	45	507	46	58	82	40	1.647	41,9%	5,7%	16,5%	5,2%	30,8%
14	669	35	64	62	37	465	39	49	85	25	1.530	43,7%	4,8%	17,0%	4,1%	30,4%
15	600	40	69	44	48	436	35	56	61	39	1.428	42,0%	5,3%	16,1%	6,1%	30,5%
16	558	38	75	48	35	414	37	48	59	26	1.338	41,7%	5,6%	17,2%	4,6%	30,9%
17	553	33	60	43	32	362	37	54	61	25	1.260	43,9%	5,6%	17,3%	4,5%	28,7%
18	513	26	61	50	24	366	30	42	53	25	1.190	43,1%	4,7%	17,3%	4,1%	30,8%
19	467	28	61	45	32	360	29	34	51	20	1.127	41,4%	5,1%	16,9%	4,6%	31,9%
20	464	30	53	35	26	339	21	31	47	25	1.071	43,3%	4,8%	15,5%	4,8%	31,7%
21	422	22	47	42	27	326	28	42	50	14	1.020	41,4%	4,9%	17,7%	4,0%	32,0%
22	409	24	43	37	23	311	24	36	48	18	973	42,0%	4,9%	16,9%	4,2%	32,0%
23	386	33	47	40	31	262	25	44	49	14	931	41,5%	6,2%	19,3%	4,8%	28,1%
24	377	19	52	27	28	285	20	32	35	17	892	42,3%	4,4%	16,4%	5,0%	32,0%
25	348	25	39	35	21	275	26	30	39	18	856	40,7%	6,0%	16,7%	4,6%	32,1%
26	332	21	31	30	27	272	23	24	40	23	823	40,3%	5,3%	15,2%	6,1%	33,0%
27	339	25	32	30	13	251	20	33	33	17	793	42,7%	5,7%	16,1%	3,8%	31,7%
28	334	17	32	31	21	237	16	20	44	13	765	43,7%	4,3%	16,6%	4,4%	31,0%
29	326	17	32	30	14	229	14	22	35	19	738	44,2%	4,2%	16,1%	4,5%	31,0%
30	290	15	39	27	26	220	19	26	30	22	714	40,6%	4,8%	17,1%	6,7%	30,8%
31	299	23	35	25	16	212	17	20	30	14	691	43,3%	5,8%	15,9%	4,3%	30,7%
32	273	22	34	22	21	206	19	26	30	16	669	40,8%	6,1%	16,7%	5,5%	30,8%
avg												42,6%	5,2%	16,8%	4,7%	30,7%

2. Abbildung der Endziffern auf die ISP-Zustände (Schritt 2)

DAI	Zustand				
Dauer in min	1	2	3	4	5
32	35,8%	5,8%	16,7%	5,8%	35,8%
Avg	36,6%	5,0%	16,8%	5,0%	36,6%

(c) Vergleich

Vergleich mit 32-min-Verteilung

DAI	Zustand				
	1	2	3	4	5
Empirische Verteilung 32 min	35,8%	5,8%	16,7%	5,8%	35,8%
ISP-Verteilung (Π^{32})	37,2%	5,0%	15,5%	5,0%	37,2%
Absolute Abweichung	-1,4%	0,8%	1,2%	0,8%	-1,4%
Relative Abweichung	-3,9%	13,7%	7,2%	13,7%	-3,9%

Vergleich mit mittlerer Verteilung

DAI	Zustand				
	1	2	3	4	5
Empirische Verteilung avg	36,6%	5,0%	16,8%	5,0%	36,6%
ISP-Verteilung (Π^{32})	37,2%	5,0%	15,5%	5,0%	37,2%
Absolute Abweichung	-0,6%	-0,1%	1,3%	-0,1%	-0,6%
Relative Abweichung	-1,6%	-1,2%	7,7%	-1,2%	-1,6%

Anhang 10.1: exponentialverteilte Wartezeiten**1. Volkswagen**

Intervallmitte x_v	absolute Häufigkeit Spreadblockdauer	relative Häufigkeit y_v	$\ln(y_v)$	$\ln(\lambda) - \lambda \cdot x_v$
0,5	579	0,19352	-1,64239	-1,82634
1,5	420	0,14037	-1,96344	-2,00214
2,5	347	0,11598	-2,15437	-2,17793
3,5	274	0,09158	-2,39057	-2,35372
4,5	181	0,06049	-2,80520	-2,52952
5,5	183	0,06116	-2,79421	-2,70531
6,5	135	0,04512	-3,09842	-2,88110
7,5	113	0,03777	-3,27631	-3,05690
8,5	100	0,03342	-3,39853	-3,23269
9,5	97	0,03242	-3,42899	-3,40848
10,5	80	0,02674	-3,62167	-3,58428
11,5	69	0,02306	-3,76959	-3,76007
12,5	65	0,02172	-3,82931	-3,93586
13,5	50	0,01671	-4,09167	-4,11166
14,5	54	0,01805	-4,01471	-4,28745
15,5	25	0,00836	-4,78482	-4,46324
16,5	42	0,01404	-4,26603	-4,63903
17,5	19	0,00635	-5,05926	-4,81483
18,5	21	0,00702	-4,95917	-4,99062
19,5	23	0,00769	-4,86820	-5,16641
20,5	17	0,00568	-5,17048	-5,34221
21,5	14	0,00468	-5,36464	-5,51800
22,5	18	0,00602	-5,11333	-5,69379
23,5	11	0,00368	-5,60580	-5,86959
24,5	11	0,00368	-5,60580	-6,04538
25,5	11	0,00368	-5,60580	-6,22117
26,5	7	0,00234	-6,05779	-6,39697
27,5	6	0,00201	-6,21194	-6,57276
28,5	9	0,00301	-5,80647	-6,74855
29,5	3	0,00100	-6,90509	-6,92435
30,5	8	0,00267	-5,92426	-7,10014

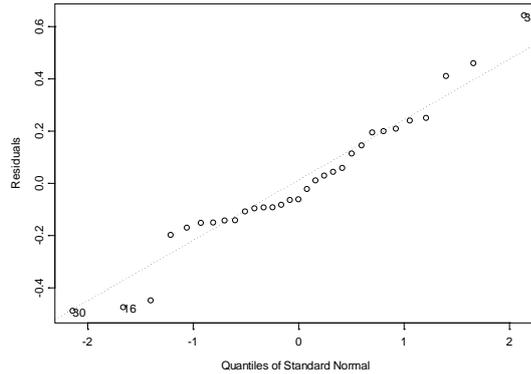
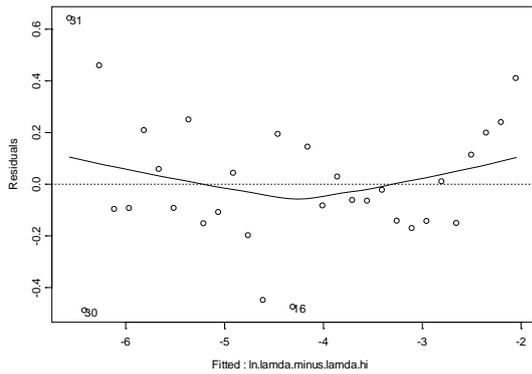
2992

Der Parameter λ wird geschätzt aus $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{x}} = 0,17579318$.

Es ergibt sich für das Modell $\ln(Y_v) = a + b \cdot (\ln(\lambda) - \lambda \cdot x_v) + U_v$:

	Value	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-0.4889	0.1401	-3.4908	0.0016
$\ln(\lambda) - \lambda \cdot x_v$	0.8560	0.0296	28.9204	0.0000

Residual standard error: 0.2591 on 29 degrees of freedom
 Multiple R-Squared: 0.9665
 F-statistic: 836.4 on 1 and 29 degrees of freedom, the p-value is 0

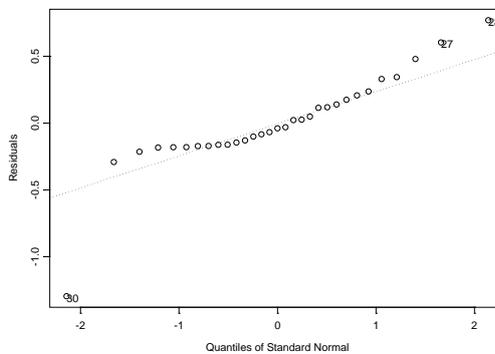
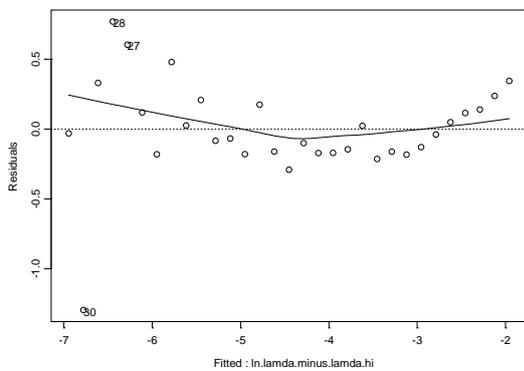


2. Siemens

Ausreißer: 1,7% = 56 Datenpunkte

	Value	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-0.4218	0.1846	-2.2842	0.0299
$\ln(\lambda) - \lambda \cdot x_v$	0.8746	0.0376	23.2605	0.0000

Residual standard error: 0.356 on 29 degrees of freedom
 Multiple R-Squared: 0.9491
 F-statistic: 541.1 on 1 and 29 degrees of freedom, the p-value is 0

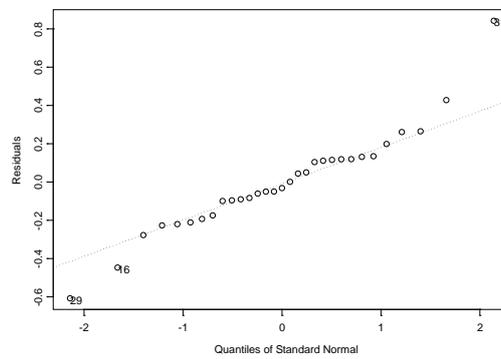
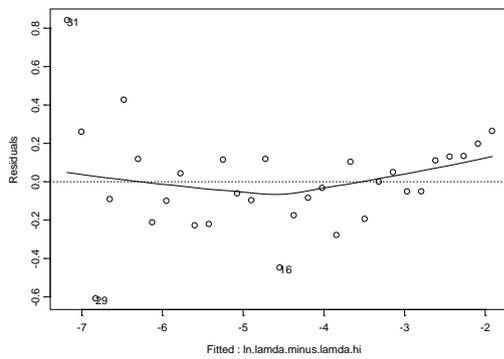


3. Deutsche Bank

Ausreißer: 1,1% = 46 Datenpunkte

	Value	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-0.3840	0.1362	-2.8190	0.0086
$\ln(\lambda) - \lambda \cdot x_v$	0.8895	0.0272	32.6721	0.0000

Residual standard error: 0.2675 on 29 degrees of freedom
 Multiple R-Squared: 0.9736
 F-statistic: 1067 on 1 and 29 degrees of freedom, the p-value is 0

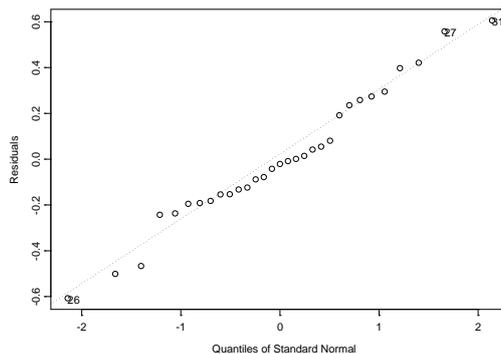
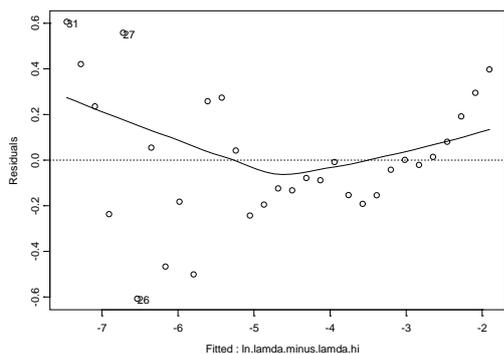


4. Daimler

Ausreißer: 0,9% = 39 Datenpunkte

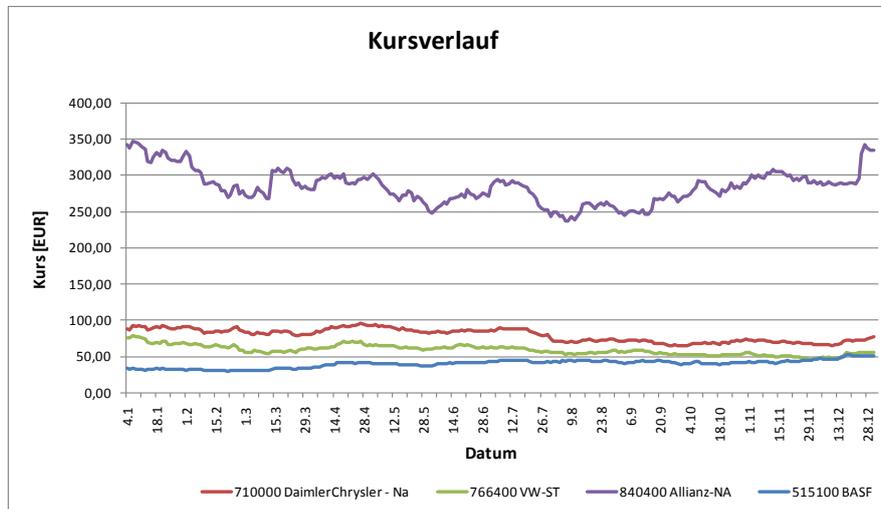
	Value	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-0.5011	0.1433	-3.4957	0.0015
$\ln(\lambda) - \lambda \cdot x_v$	0.8564	0.0273	31.3815	0.0000

Residual standard error: 0.2939 on 29 degrees of freedom
 Multiple R-Squared: 0.9714
 F-statistic: 984.8 on 1 and 29 degrees of freedom, the p-value is 0

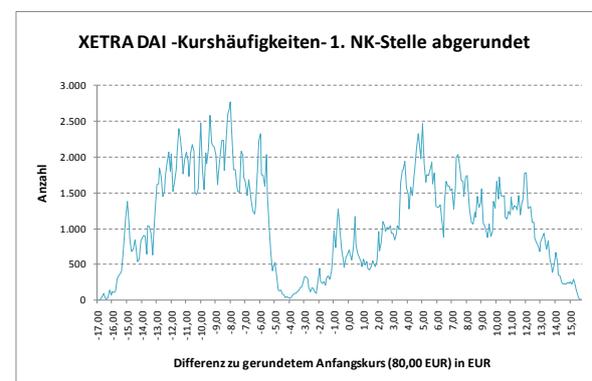
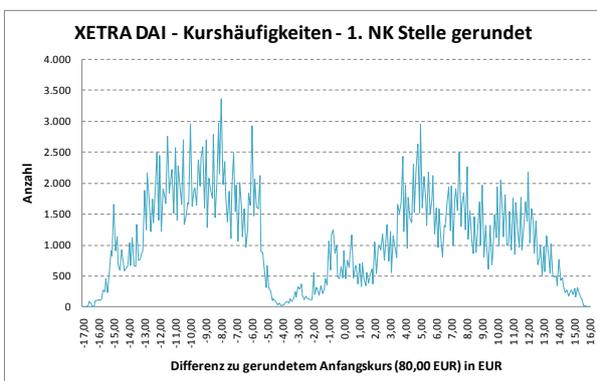
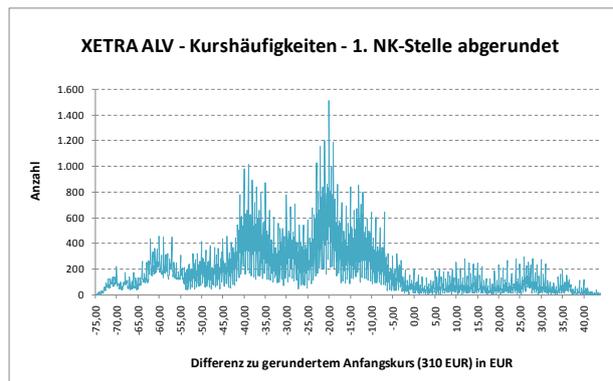
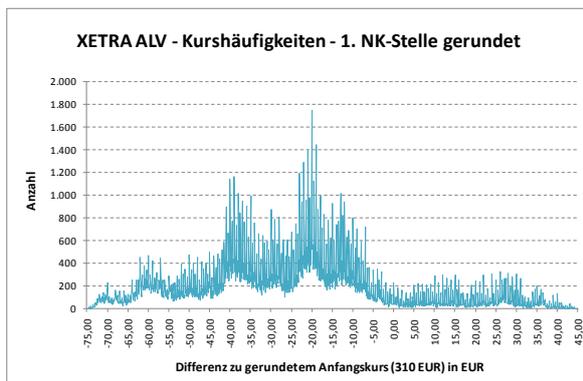


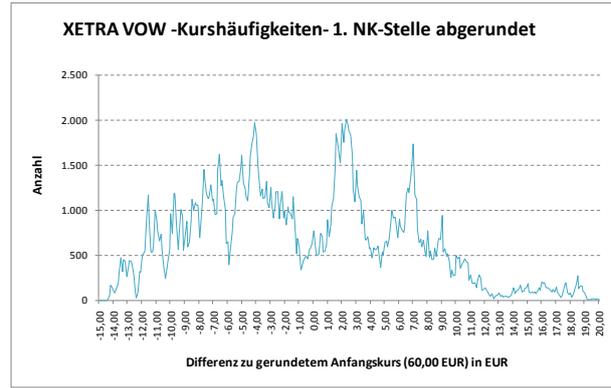
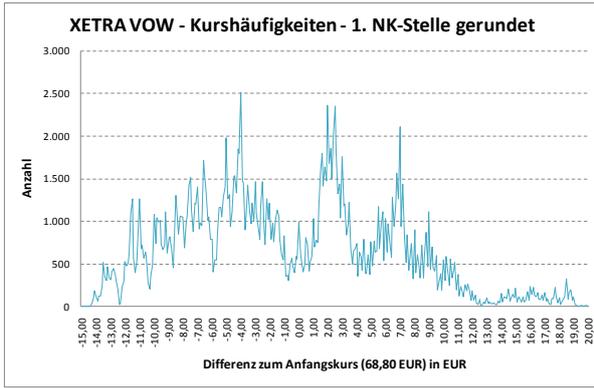
Anhang 10.2: Häufigkeiten der gerundeten Kurse unter XETRA

(1) Kursverlauf der betrachteten Aktien

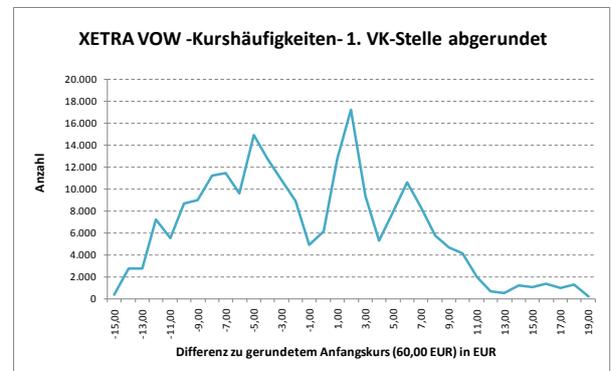
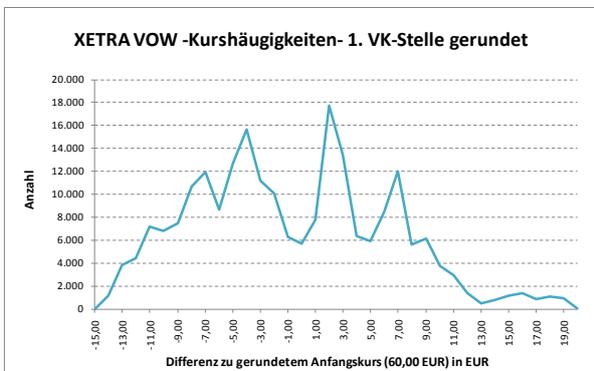
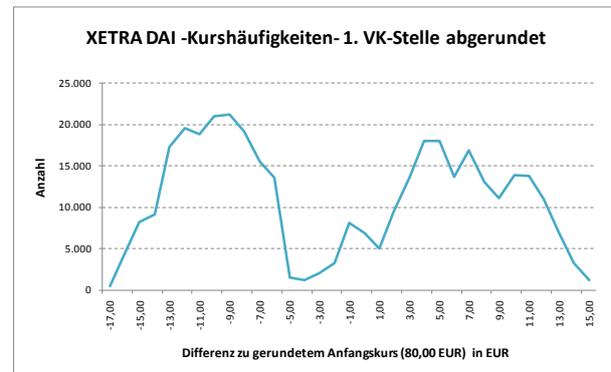
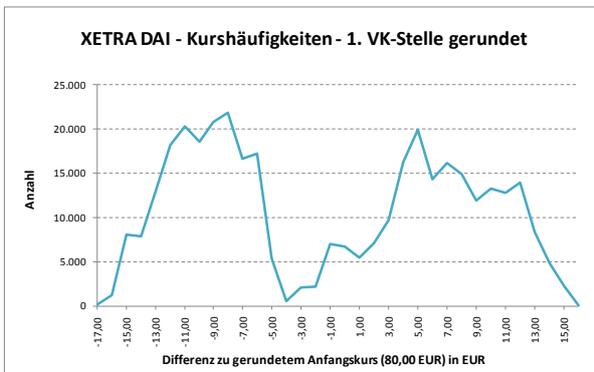
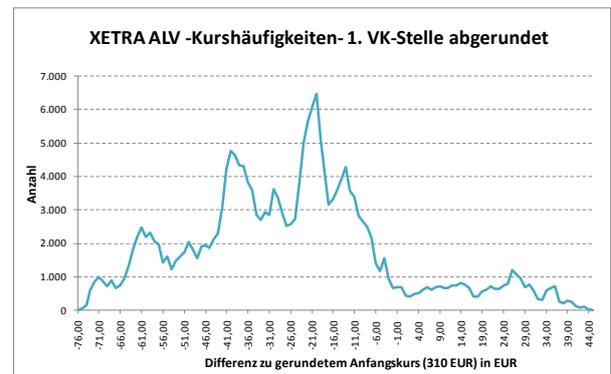
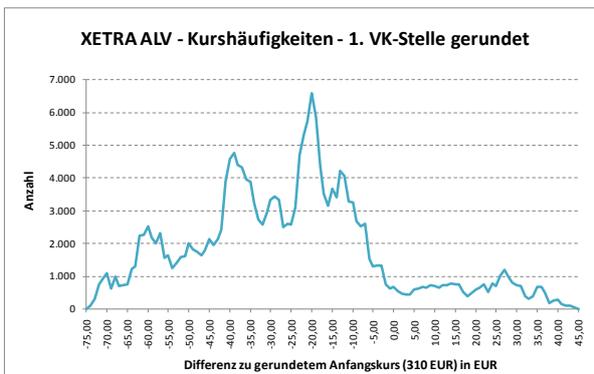


(2) 1. Nachkommastelle XETRA (10 ct)





(3) 1. Vorkommastelle XETRA (1 EUR)



Anhang 10.3: disjunkte LVBs mit vorgegebenem Anfangswert und überlappende LVBs

1. Allgemeines

In Kapitel 10 wurde der Algorithmus 10.2 zur Bestimmung der LVB-Grenzen für disjunkte LVBs mit auf Vielfache der LVB-Breite gerundeten Grenzen dargestellt. Dieser Ansatz kann dahingehend modifiziert werden, dass

- die Forderung nach der Disjunktheit der LVB aufgegeben und somit eine Überlappung zugelassen wird
- andere Anfangswerte außer der Vielfachen der LVB-Grenzen zugelassen werden.

Mithin stellt sich die Frage, welche Auswirkungen diese Relaxationen der Algorithmus-Rahmenbedingungen auf das Ergebnis haben.

2. Algorithmen

Algorithmus 10.2 (a) + 10.2 (b): disjunkte LVBs

In Varianten von Algorithmus 10.2 kann die Wahl der Untergrenze des ersten Spreadblocks sukzessive verändert werden. Es können in Abhängigkeit von der Lage des ersten Spreadblocks bzw. des ersten Preises insbesondere folgende weitere Möglichkeiten zusätzlich zu der Wahl von Vielfachen der Spreadblockbreite in Erwägung gezogen werden:

(a) LVB-Grenze als erster Spreadblock

Die Untergrenze des ersten LVBs entspricht der Untergrenze des Spreadblocks des ersten Preises.

Beispiel: Da der erste Spreadblock bei einem Anfangspreis von 276,30 DM das Preis-Intervall [276,00; 276,50] abdeckt, würde die LVB-Untergrenze des ersten LVBs eben diesem Intervall entsprechen, während die Obergrenze bei einer LVB-Breite von 5 Spreadblöcken dem Intervall [278,00; 278,50] entsprechen würde.

Dieser Ansatz geht davon aus, dass der erste Spreadblock und somit der erste beobachtete Preis die Bildung genereller Grenzen beeinflussen würde. Dieses kann jedoch schon deshalb als fragwürdig erachtet werden, weil nicht alle Teilnehmer von Beginn des Handelstages die Entwicklung in einer Aktie verfolgen.

(b) LVB-Grenze als sonstiger Spreadblock

Um bei der Suche nach einer optimalen LVB-Breite eine Unabhängigkeit von der Lage des ersten analysierten Spreadblocks zu erzielen, kann als weiterer Parameter ein Anfangswert für die Unter- bzw. Obergrenze des ersten LVBs verwandt werden. Beginnend von dem ersten Spreadblock würden dann alle weiteren Spreadblöcke so analysiert, dass der erste Spreadblock zunächst an der Unterseite des LVBs (wie unter (a) beschrieben) liegt und dann sukzessive bis zur Oberseite des ersten LVBs wan-

dert⁶³¹. Dann wird auf Basis der Ergebnisse versucht, eine Struktur der minimalen LVB-Anzahlen respektive maximalen LVB-Längen als Optimum zu bestimmen.

Beispiel: Die LVB-Unterseite wird zunächst wie unter (a) gewählt und die Anzahl der resultierenden LVBs für den Datensatz bestimmt. In einem zweiten Schritt wird die LVB-Unterseite so gewählt, dass der erste Spreadblock genau eine Spreadbreite über der unteren LVB-Grenze liegt. So ergibt sich der Spreadblock [275,50; 276,00] als LVB-Unterseite und es wird wiederum die Anzahl der resultierenden LVBs bestimmt. Diese Vorgehensweise wird solange fortgesetzt, bis der erste Spreadblock an der LVB-Oberseite und somit die LVB-Unterseite bei [273,50; 274,00] liegt.

Bei diesem Ansatz wird ein möglicherweise vorhandenes Optimum für die Unterseite des ersten LVBs und somit eine ex post Aussage über die Wahl der generellen Grenzen gesucht.

Algorithmus 10.3: überlappende LVB

In einer weiteren Variante zu Algorithmus 10.2 kann die Bedingung der Überschneidungsfreiheit der Preisbereiche aufeinanderfolgender LVBs aufgegeben und überlappende LVBs zugelassen werden. Es ergibt sich dann etwa folgender Algorithmus:

Parameter:

- Konstante LVB-Breite b : Die Vorgabe einer Breite von 10 bedeutet z.B., dass 10 aufeinanderfolgende Spreadblöcke und somit 11 Spreadblockgrenzen enthalten sind
- Schärfe/Varianz $1 - a$: 90 % bedeutet etwa, dass die Länge eines LVB so ausgewählt wird, dass 90% aller Daten innerhalb der Grenzen des LVB liegen

Ablauf:

1	<i>Start LVB</i> beginne mit erstem Spreadblock: setze aktuelle LVB-Breite = 1
2	<i>Erweiterung LVB</i> Füge weiteren Spreadblock hinzu und erweitere die aktuelle LVB-Länge $l(lvb_i)$ und die aktuelle LVB-Breite entsprechend dem Abstand des aktuellen Spreadblocks vom ersten Spreadblock des LVBs solange, bis die aktuelle LVB-Breite die vorgegebene LVB-Breite b übersteigt
3	<i>Abschluss LVB</i> Dann schließe den LVB, weise allen Punkten in dem LVB Min $(\omega_u^{SB}(lvb_i))$ und Max $(\omega_o^{SB}(lvb_i))$ des LVBs zu und beginne einen neuen LVB wie unter 1. (falls die Breite des aktuellen LVB kleiner ist als die vorgegebene LVB-Breite b , verbreitere die aktuelle LVB-Breite in Richtung des 1. Spreadblocks des neuen LVB)
4	<i>Zusammenlegung LVB</i> Prüfe ⁶³² bei einem LVB-Wechsel, ob in der Verteilung der Spreadblöcke der beiden vorhergehenden LVBs eine $(1 - a)$ -Umgebung der vorgegebenen LVB-Breite b vorhanden ist (bei mehreren wähle das Intervall mit der höchsten Dichte): Falls ja, lege die beiden vorhergehenden Intervalle zusammen, um möglichst lange LVBs zu generieren

⁶³¹ Für jede LVB-Breite wird somit ausgehend von 10.2 (b) der erste Spreadblock von der LVB-Unterseite mit einem Offset 0 bis zur LVB-Oberseite mit einem Offset von (LVB-Breite - 1) betrachtet.

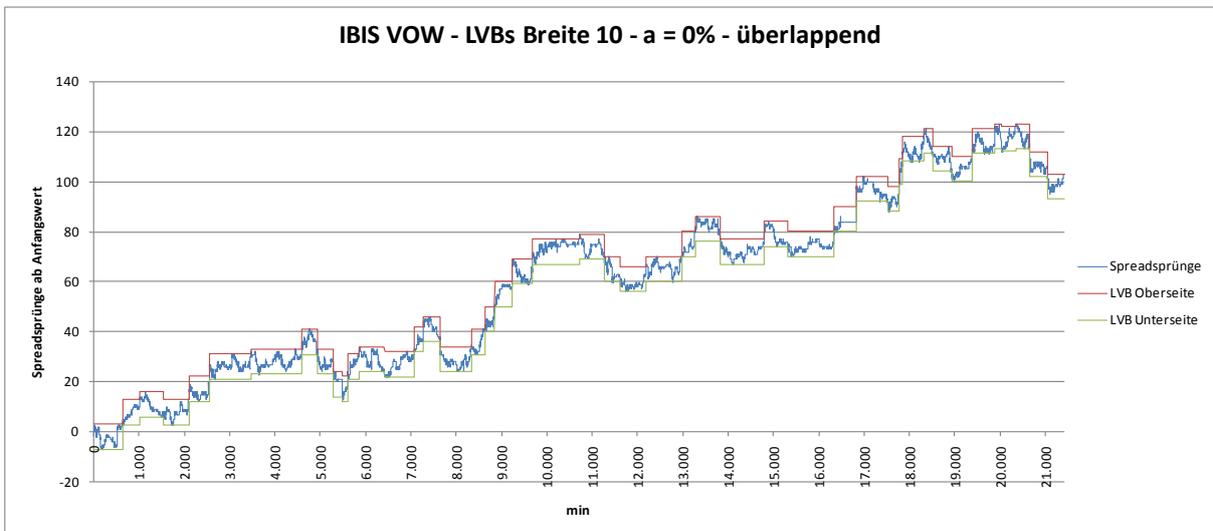
⁶³² ab dem 3. LVB

Der beschriebene Algorithmus lässt das Überlappen von LVBs zu, d. h. dass Überschneidungen der Grenzen möglich sind, also etwa $\omega_u^{SB}(lvb_{i-1}) < \omega_u^{SB}(lvb_i) < \omega_o^{SB}(lvb_{i-1})$ bei gleicher Breite b für die i und $i - 1$.

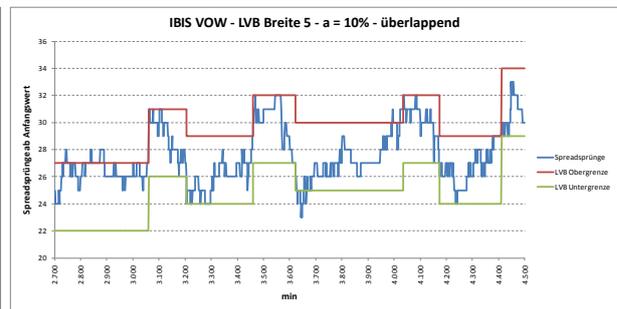
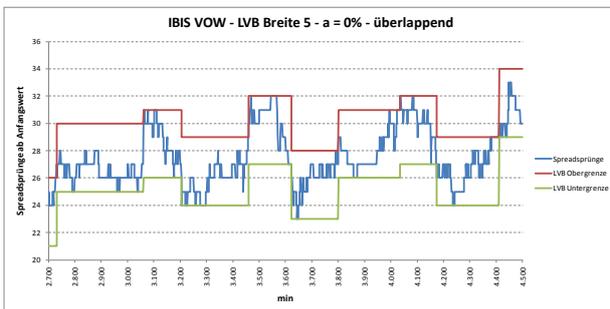
3. Ergebnisse

3.1 Auswirkungen von Überlappungen und Variationen des Schärfeparameters a

Durch das Zulassen von Überlappungen nach Algorithmus 10.3 ändert sich der Verlauf der LVB-Grenzen im oben betrachteten Beispiel – hier allerdings bei einer Schärfe von $a=0\%$ - im gesamten Zeitverlauf wie folgt:



Die Anzahl der LVB-Wechsel reduziert sich trotz der restriktiveren Schärfe⁶³³ von 58 auf 44. Zur Darstellung der Auswirkungen einer Veränderung des Schärfeparameters wurde in den folgenden Ausschnitts-Beispielen für Volkswagen bei zugelassener Intervallüberlappung der Schärfeparameter a von 0 % auf 10 % erhöht.



Die Grenzen bleiben -mit Ausnahme der Startgrenzen- ähnlich. Es ist allerdings im Bereich (3.650; 4.050) zu erkennen, dass hier aufgrund der zugelassenen Unschärfe zwei LVBs zusammengefasst worden sind.

⁶³³ a = 0 anstelle von a = 10

Lässt man hier eine Unschärfe von $\alpha=10\%$ zu, so verringert sich die Anzahl der LVBs im hier betrachteten Beispiel von 264 auf nur noch 129, während sich die durchschnittliche Länge von 81 min auf 166 min etwa verdoppelt.

3.2 Variation der LVB-Breite

Auch im Vergleich der unterschiedlichen Algorithmen stellt sich die Frage, welchen Einfluss die Variation der LVB-Breite (gemessen in Spreadblöcken) hat und ob ggf. eine oder mehrere LVB-Breiten als mögliches Optimum für einen der Algorithmen betrachtet werden können. Es werden die LVB-Anzahl und Durchschnittslänge der LVBs für die unterschiedlichen oben dargestellten Algorithmen betrachtet und Unterschiede analysiert werden, um festzustellen, welcher Algorithmus und welche LVB-Breite ggf. Besonderheiten erkennen lässt:

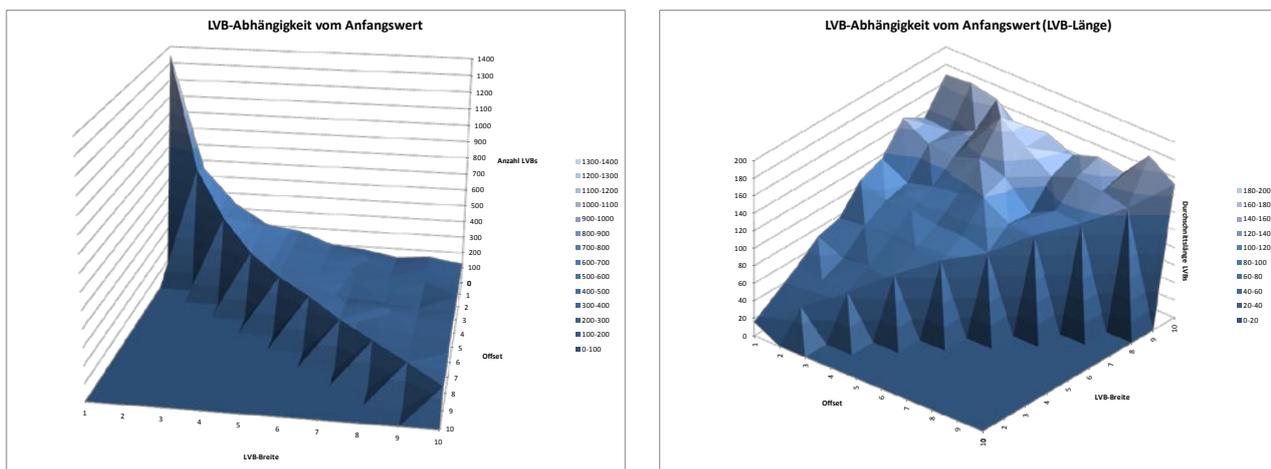
- Algorithmus 10.2: quasi-disjunkte LVBs mit Grenzen
- Algorithmus 10.2 (a): quasi-disjunkte LVBs ab Anfangswert (erster Wert)
- Algorithmus 10.2 (b): quasi-disjunkte LVBs ab Anfangswert (verschiedene Werte)
- Algorithmus 10.2 (c): voll-disjunkte LVBs mit Grenzen
- Algorithmus 10.3: überlappende LVBs

Es soll zunächst analysiert werden, welcher der aufgeführten Ansätze am ehesten als repräsentativ angesehen werden kann. Die Analyse bleibt weitgehend auf qualitative Aspekte beschränkt.

(1) Vergleich 10.2 (a) vs. 10.2 (b)

Es wird anfangs betrachtet, ob ein deutlicher Einfluss des Anfangswertes auf die LVB-Anzahl oder die LVB-Länge feststellbar ist. Es stellt sich also die Frage, ob der Sonderfall 10.2 (a) - also die Wahl des realen Anfangswertes - als Repräsentant für den disjunkten anfangswertbezogenen Algorithmus angesehen werden kann, oder ob ein anderweitiger, die LVB-Anzahl/Länge optimierender Pfad in Abhängigkeit von der LVB-Unter- oder Oberseite erkennbar ist.

Das Ergebnis der Analyse ist für eine Unschärfe von $\alpha=0\%$ in folgenden Grafiken zusammengefasst:



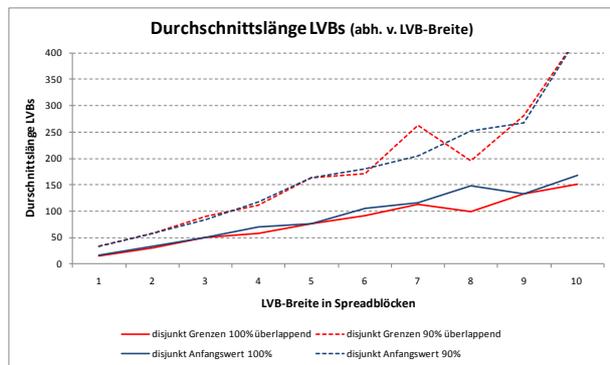
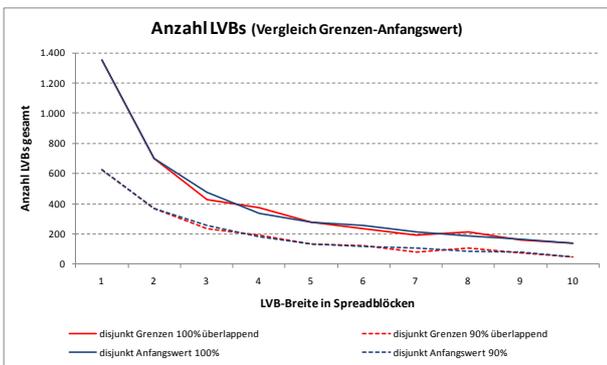
Es ist kein offensichtlicher Minimum-Pfad für die LVB-Anzahl respektive Maximum-Pfad für die LVB-Länge erkennbar – weder für einen absoluten Abstand zur LVB-Unterseite noch für einen relativen Abstand in Abhängigkeit von der LVB-Breite (wie etwa die LVB-Mitte). Die Schwankungen der LVB-Längen ergeben sich aus der wenig robusten Bildung von Durchschnittswerten. Es ergibt sich insgesamt keine eindeutige Abhängigkeit der LVB-Anzahl/Länge von einem besonderen Anfangswert. Deshalb kann 10.2 (a) o.B.d.A. für die weiteren Analysen als Repräsentant für die Klasse der durch 10.2 (b) generierbaren Alternativen angesehen werden.

Für eine Unschärfe von $\alpha=10\%$ (hier nicht dargestellt) ergibt sich etwa eine Halbierung der jeweiligen LVB-Anzahlen, aber keine strukturelle Veränderung.

Es ist ferner kein eindeutiges relatives Minimum für eine bestimmte LVB-Breite erkennbar, was darauf schließen lässt, dass offensichtlich keine der LVB-Breiten besonders bevorzugt wird.

(2) Vergleich 10.2 vs. 10.2 (a)

Vergleicht man in einem nächsten Schritt 10.2 und 10.2 (a) qualitativ, so lassen ebenfalls sich keine wesentlichen Unterschiede für die LVB-Anzahlen feststellen. Bei der Betrachtung der LVB-Längen zeichnet sich für 10.2 bei einer LVB-Breite von 8 und bei 10.2 (a) bei einer LVB-Breite von 9 jeweils ein deutliches Minimum ab. Da diese Effekte jedoch gegenläufig sind und sich bei den LVB-Anzahlen nicht widerspiegeln, kann von einem Sondereffekt aufgrund der nicht robusten Durchschnittsbildung ausgegangen werden, der aufgrund der anderweitigen qualitativen Übereinstimmung nicht weiter analysiert wurde.



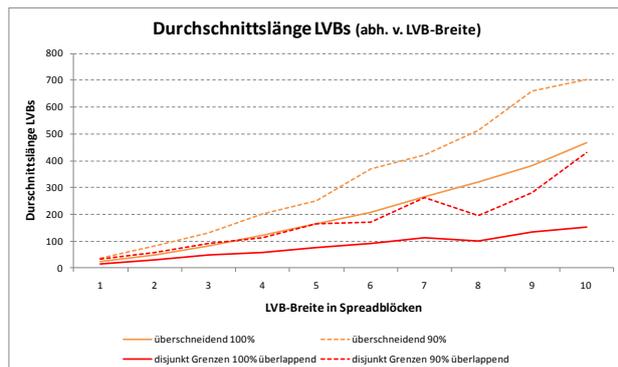
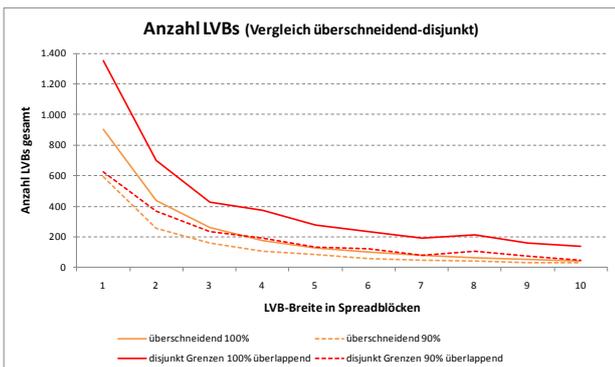
Das Zulassen einer Unschärfe von $\alpha=10\%$ halbiert in etwa die Anzahl der LVBS und verdoppelt die Längen in beiden Fällen. Kleine Unterschiede ergeben sich wahrscheinlich aus der Grundstruktur der Preise und der der Position des Anfangswertes.

Offensichtliche Besonderheiten für bestimmte LVB-Breiten sind auch hier mit Ausnahme der oben beschriebenen Abweichung in den Durchschnittslängen nicht erkennbar.

Da von einer Unabhängigkeit des Ergebnisses vom ersten beobachteten Preis ausgegangen werden soll, wird hier Algorithmus 10.2 präferiert.

(3) Vergleich 10.2 vs. 10.3

Vergleicht man nunmehr die Anzahl der LVBS zwischen den Alternativen 10.2 und 10.3, so lässt sich erwartungsgemäß feststellen, dass das Zulassen von beliebigen Überschneidungen zu einer deutlichen Reduzierung der LVB-Anzahl führt.

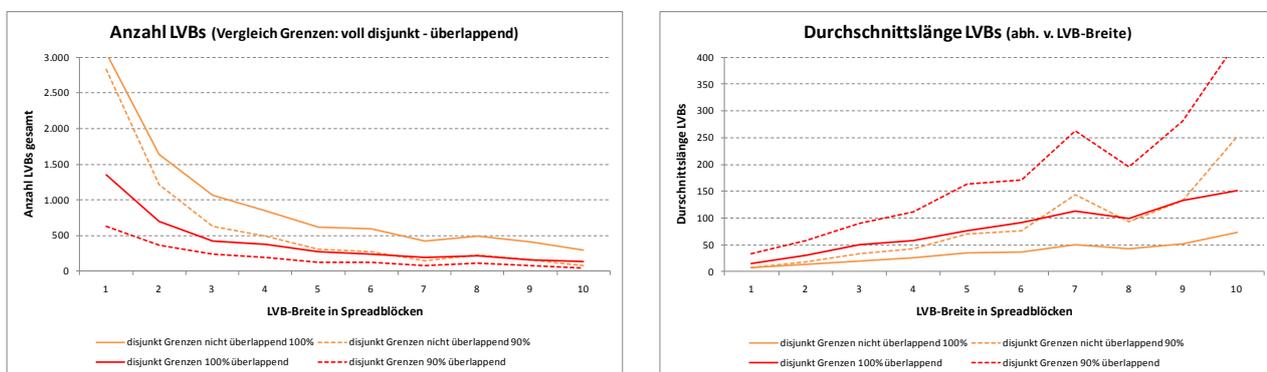


Das Zulassen einer 10%-igen Unschärfe führt zu einer erheblichen Reduktion der LVB-Anzahl respektive eine Erhöhung der LVB-Durchschnittslängen, die bei disjunkten Grenzen noch relativ deutlich größer ausfällt.

Es sind keine besonderen relativen Minima für einzelne LVB-Breiten mit Ausnahme des zu 10.2 unter (2) beschriebenen Effekts erkennbar.

(4) Vergleich 10.2 vs. 10.2 (c)

Anstelle der zugelassenen Überlappung von einem Spreadblock ist es ebenfalls möglich, keinerlei Überlappung zwischen den LVBs zuzulassen. In diesem Fall würde man davon ausgehen, dass die Marktteilnehmer einen bestimmten Spreadblock mit Sicherheit exakt einem LVB zuordnen könnten. Dann ergibt sich für die LVB-Anzahlen und –längen folgendes Bild:



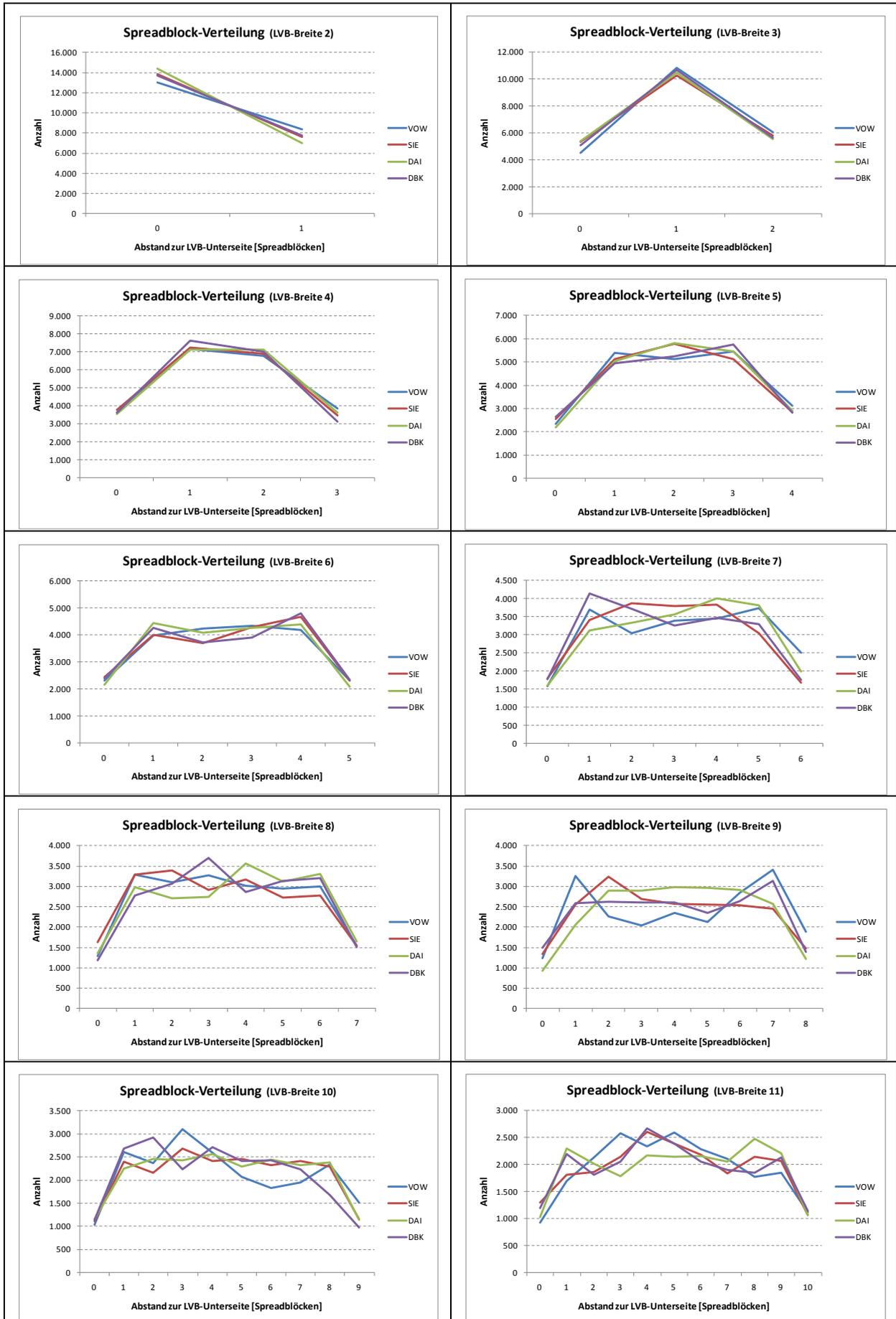
Die Entwicklung der LVB-Anzahl sowie der LVB-Länge erfolgt mit zunehmender LVB-Breite deutlich unstabiler als beim Zulassen von Überlappungen. Für die Anzahl ergeben sich geringfügige Minima bei den LVB-Breiten von 5 und 7 sowie für die LVB-Längen entsprechende Maxima. Der deutlich sichtbare Sprung bei den Längen kann jedoch auch hier auf die nicht robuste Mittelwertberechnung zurückgeführt werden.

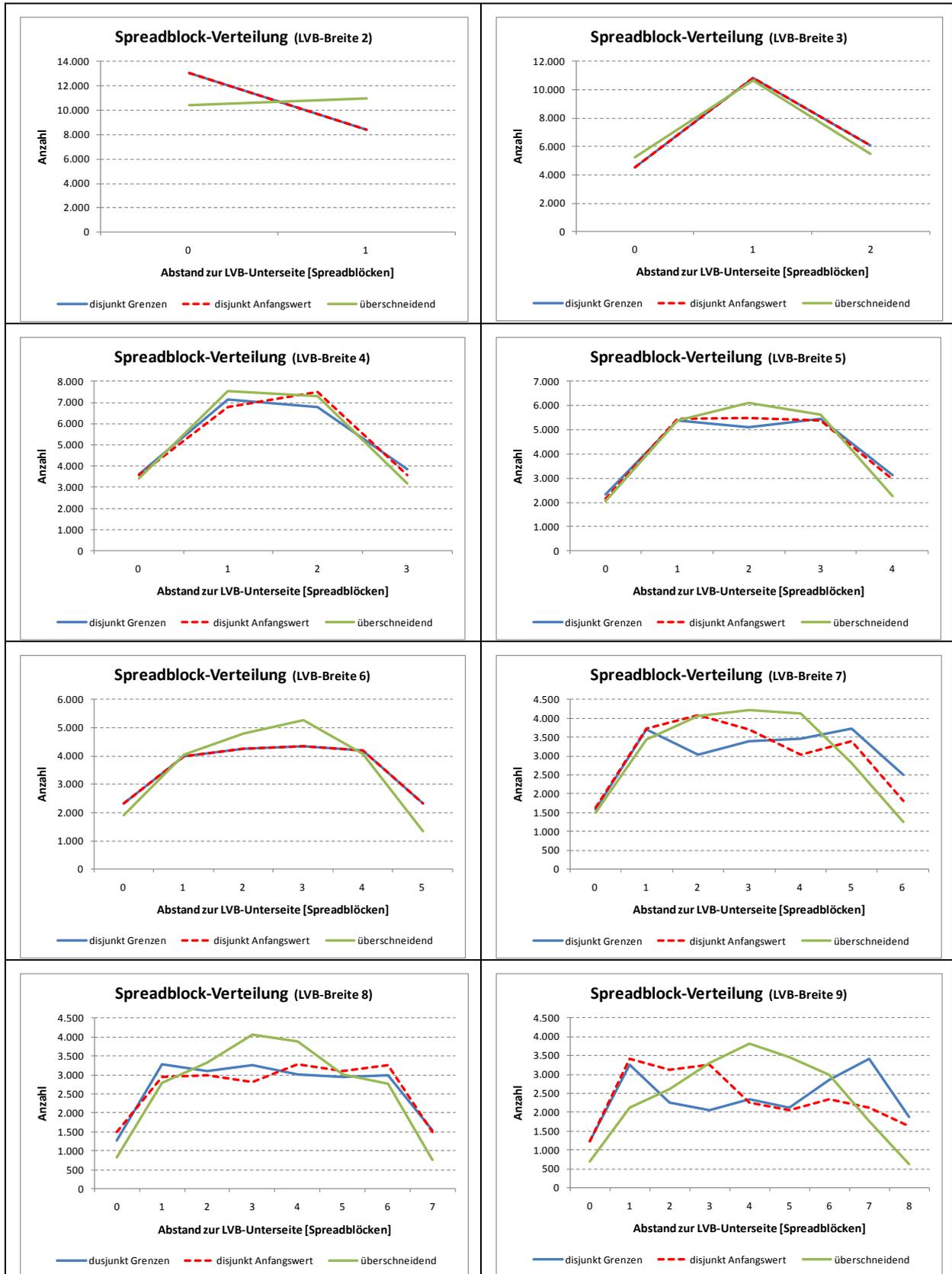
Insgesamt kann somit zusätzlich zu den Ergebnissen zu Algorithmus 10.2 festgehalten werden:

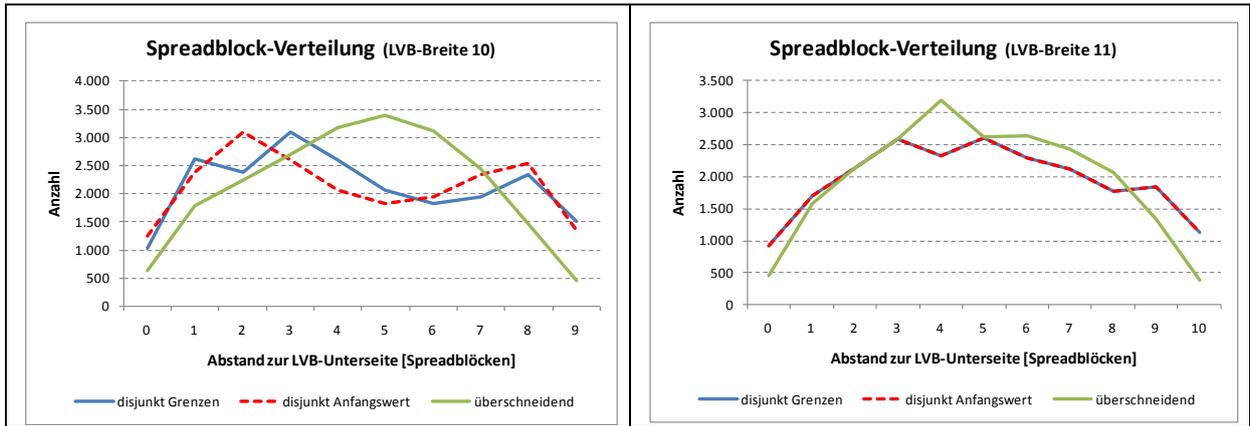
- Zwischen den Ergebnissen der Algorithmen 10.2 bis 10.2 (b) für disjunkte LVBs ergeben sich keine wesentlichen Unterschiede.
- Das Zulassen von Überschneidungen sowie das Zulassen einer 10%igen Unschärfe verringern die LVB-Anzahl und erhöhen die durchschnittliche LVB-Länge deutlich.
- Eine optimale LVB-Breite nach oben genanntem Kriterium⁶³⁴ ist auch hier nicht offensichtlich erkennbar.

Die These, dass eine bestimmte LVB-Breite wahrnehmungsbedingt bevorzugt wird, wird auch bei der Variation des Algorithmus nicht gestützt.

⁶³⁴ geringe LVB-Anzahl respektive große LVB-Länge relativ zu anderen LVB-Breiten







Weitere Ergebnisse

Anhang 11.1: Bedeutung der Zeit

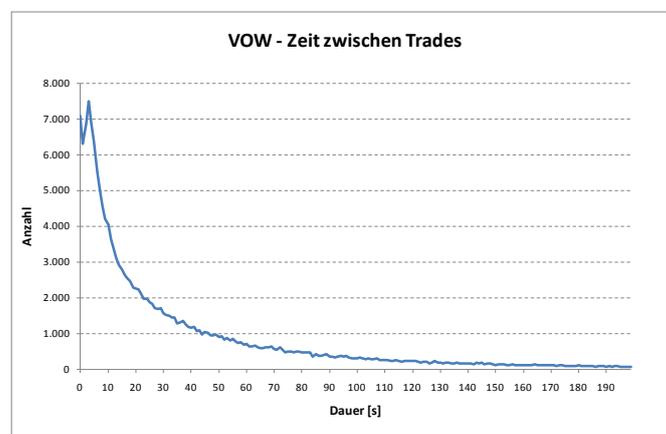
1. Allgemeines

Neben Preispräferenzen sind im Wertpapierhandel auch Zeitpräferenzen von Bedeutung. Wie bereits in Kapitel 8 dargestellt, kann festgestellt werden: je höher die Zeitpräferenz gegenüber der Preispräferenz ist, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit eines sofortigen Abschlusses. Demsetz bemerkt zum Zusammenhang zwischen Preis und Zeit⁶³⁵: „The lower the Ask and the Bid offered by a trader, ceteris paribus, the shorter the period he expects to wait before concluding an exchange with incoming Market Orders“.

Die Zeitpräferenzen spielen in obigen Überlegungen eine untergeordnete Rolle, sollen aber dennoch nicht unerwähnt bleiben. Zeitpräferenzen lassen sich direkt nur schwer identifizieren, da sie zwar durch Marktorders zum Ausdruck kommen, aber diese auch anders motiviert sein können. Indirekt können sich Zeitpräferenzen in den Zusammenhängen zwischen Preisen und den der jeweiligen Transaktion vor- bzw. nachgelagerten Zeiträumen zum nächsten Trade widerspiegeln.

2. Zeiten zwischen Trades

Die Zeitdauer zwischen den Trades - im Folgenden $\tau_{t,t-1}$ (mit t = Transaktionszeitpunkt) bezeichnet - ist im Wesentlichen annähernd exponentialverteilt, wie folgendes Beispiel für Volkswagen-XETRA qualitativ veranschaulicht:



3. Analyse der Zeiten vor und nach Transaktionen

Fragestellung und Analyse

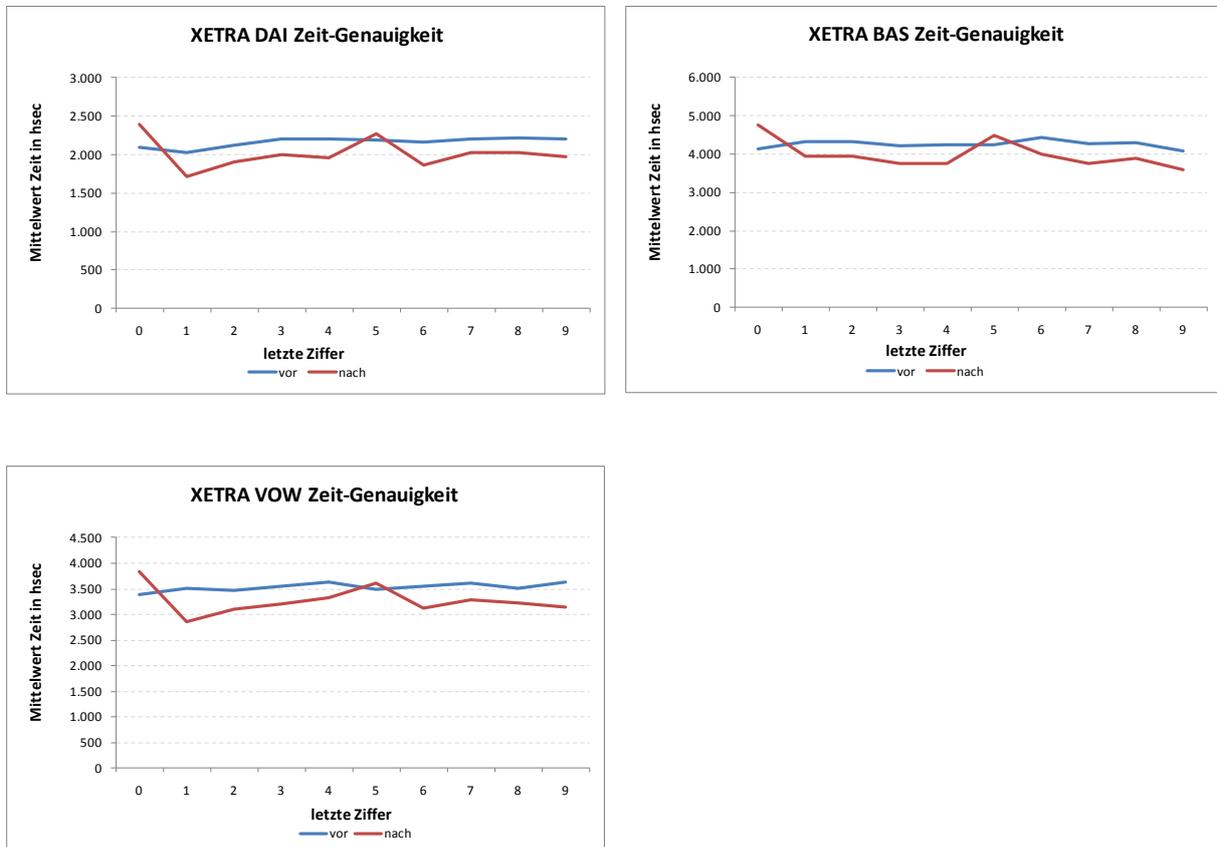
Es soll nun im Folgenden analysiert werden, ob die Zwischenzeiten zwischen der vorherigen und der aktuellen Transaktion $\tau_{t,t-1}$ sowie zwischen der aktuellen und der folgenden Transaktion $\tau_{t+1,t}$ mit dem Preis des aktuellen Trades p_t in Zusammenhang stehen. Dazu wird der jeweilige mittlere zeitli-

⁶³⁵ Demsetz (1968), S. 40

che Abstand vor und nach einer Transaktion zur benachbarten Transaktion bestimmt und in Abhängigkeit von der Endziffer des aktuellen Trades dargestellt.

Ergebnisse

Für die arithmetischen Mittelwerte der Zeiten zwischen den Transaktionen (alle Zeiten in Hundertstelsekunden) ergibt sich grafisch:



Insgesamt lässt sich qualitativ feststellen:

- Die Zeiten vor den jeweils betrachteten Transaktionen $\tau_{t,t-1}$ sind in Bezug auf die Endziffern des aktuellen Trades weitgehend gleichverteilt. Insofern lässt sich kein offensichtlicher Zusammenhang zwischen der Zeitspanne und dem Preis feststellen.
- Bei den Zeiten bis zur nächsten Transaktion nach einem Trade stellt sich die Situation anders dar: Die durchschnittliche Zeitspanne $\tau_{t+1,t}$ ist nach dem Auftreten der Endziffern 0 und 5 augenscheinlich deutlich länger als bei allen anderen Endziffern. Die längere Zeitspanne könnte darin begründet sein, dass nach dem Auftreten einer Endziffer 0 oder 5 typischerweise zunächst wieder ein Über-/Unterbietungsprozess beginnt, der die folgende Transaktion verzögert.
- Die Zeitspannen fallen nach den Endziffern 1 und 6 zumindest teilweise geringer als bei den anderen Endziffern aus. Die kürzeren Zeitspannen nach den Endziffern 1 und 6 könnten darauf zurückzuführen sein, dass nach einem Überbieten schnell ein Rücksprung auf den Spreadrand erfolgt. Für das Unterbieten trifft dies aber anscheinend in einem nicht so signifikanten Umfang auf.

Da die Gebotsdaten im XETRA-Datensatz nicht zur Verfügung standen und der IBIS-Datensatz einen zu geringen Umfang aufweist, wurde auf eine tiefere Analyse der obigen Thesen verzichtet.

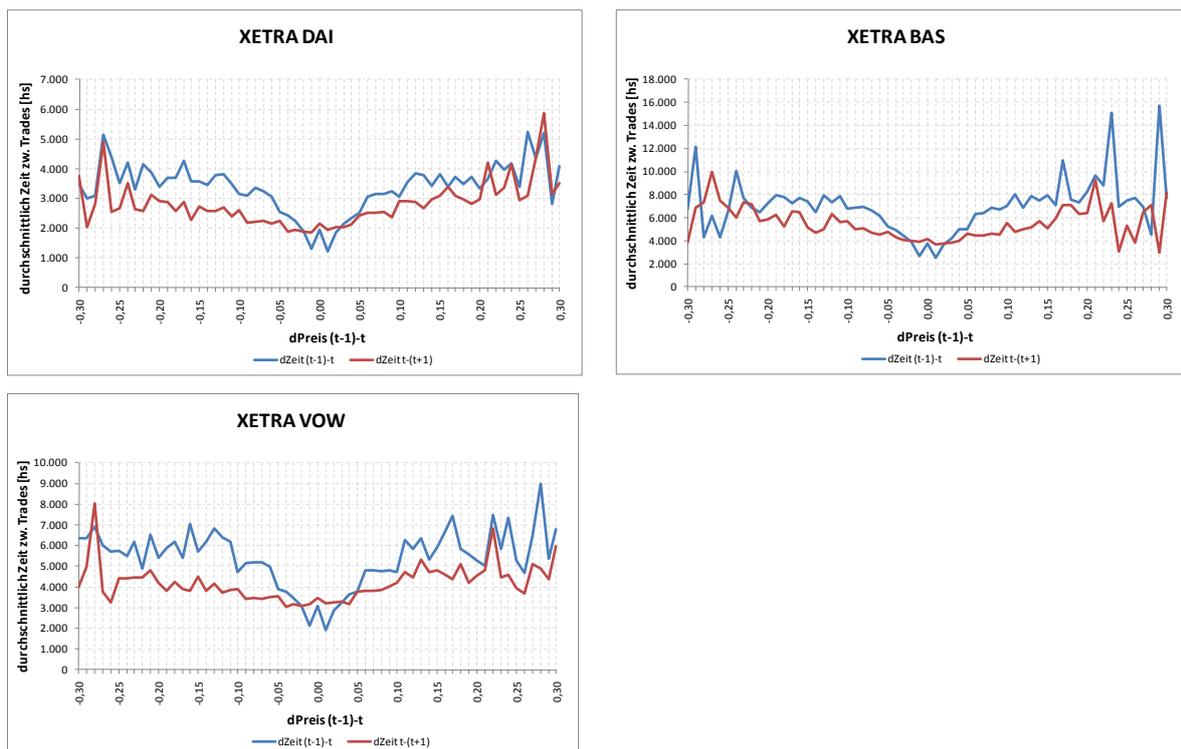
4. Analyse der Zeiten während und nach Preisdifferenzen

Fragestellung und Analyse

Neben der Betrachtung des Zusammenhanges zwischen Preisendziffern und nachfolgender Dauer bis zur nächsten Transaktion kann die Analyse des Zusammenhanges zwischen der Preisdifferenz aufeinanderfolgender Transaktionen $\Delta p_t = p_t - p_{t-1}$ und der Zeitspanne der Preisänderung $\tau_{t,t-1}$ bzw. der darauffolgenden Zeitspanne bis zur nächsten Transaktion $\tau_{t+1,t}$ weitere Einblicke in das Bietverhalten der Teilnehmer gewähren.

Ergebnisse

Es ergibt sich folgendes Bild:



Wiederum qualitativ kann festgehalten werden:

- Bei größeren Preisdifferenzen an den Rändern treten höhere Schwankungen auf. Die Schwankungen können u.a. auch auf die geringe, hier nicht dargestellte, Datenbasis zurückgeführt werden, die wiederum dadurch begründet ist, dass größere Preissprünge aus dem jeweiligen wahrgenommenen Spread heraus selten auftreten.
- Für die Zeitspannen nach der betrachteten Preisdifferenz zwischen $t - 1$ und t sind keine augenscheinlichen Besonderheiten erkennbar.
- Für die Zeitspannen während der Preisänderung ergibt sich prinzipiell:
 - Je größer die Preisdifferenz ist, desto größer ist die Zeitspanne für die Preisänderung – zumindest im Preisänderungsintervall $[-0,10; 0,10]$. Umgekehrt erfolgen Aktionen am oder im aktuellen Spread offensichtlich relativ zügig.
 - Preisänderungen von $-0,1$ und $+0,1$ und mit Abstrichen auch Preisdifferenzen von $-0,20$ und $+0,20$ erfolgen relativ schnell. Dieses deutet darauf hin, dass Über-/ Unterbieten sowie ggf. das Springen auf die andere Spreadseite bei kleinen Spannen signifikant schneller erfolgt und die wahrgenommenen Spreadgrenzen schneller wieder

erreicht werden. Diese Beobachtung erhärtet die These des schnellen Unter-/ Überbietens aus der vorherigen Betrachtung.

- Eine Preisänderung von 0, die zumeist auf das Verbleiben des Preises auf dem Spreadrand zurückzuführen sein dürfte, dauert länger als das Unter-/Überbieten.

Anhang 11.2: Durchgangspunkte und Wendepunkte

1. Preisniveaus

Fragestellung und Analyse

In der Diskussion um die Entwicklung von Wertpapierpreisen spielen zwei wesentliche Effekte eine bedeutende Rolle: Mean Reversion und Momentum.

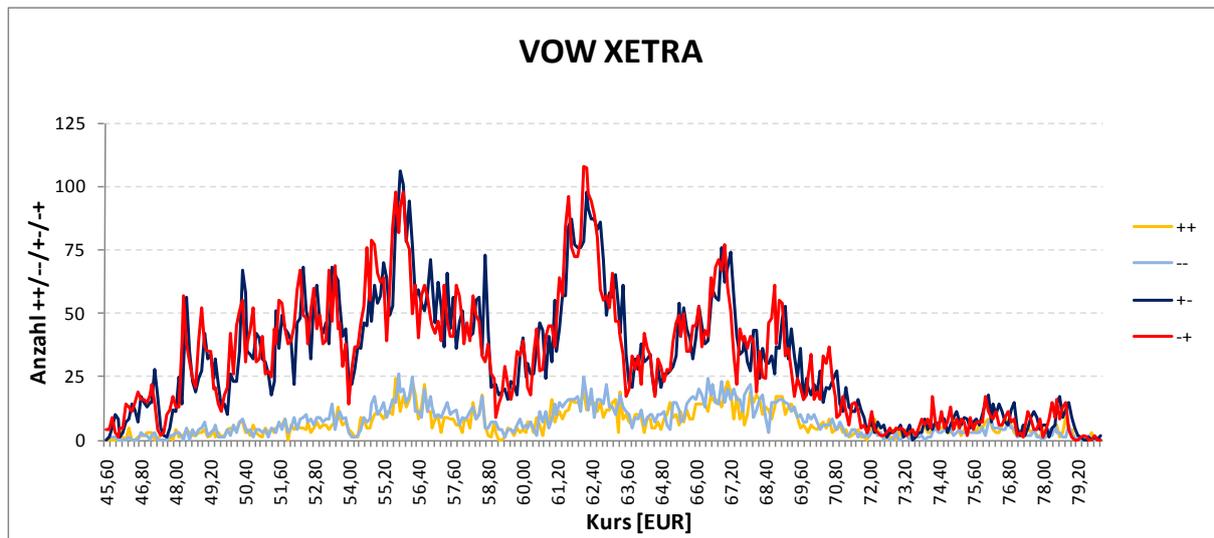
Nach der Mean Reversion-These kehren Preise nach einer unverhältnismäßigen Veränderung zu einem angemessen angesehenen Niveau zurück. Folglich müssten Wendepunkte bei den Preisen zu beobachten sein. Diese Wendepunkte müssen nicht bei bestimmten Preisniveaus liegen, könnten dies aber sehr wohl. Im ISP sind beispielsweise die Spreadränder Wendepunkte.

Nach der Momentum-These folgen auf Preisentwicklungen in eine bestimmte Richtung weitere Preisentwicklungen in die gleiche Richtung. Folglich sind die entsprechenden Zwischenpreise Durchlaufpunkte.

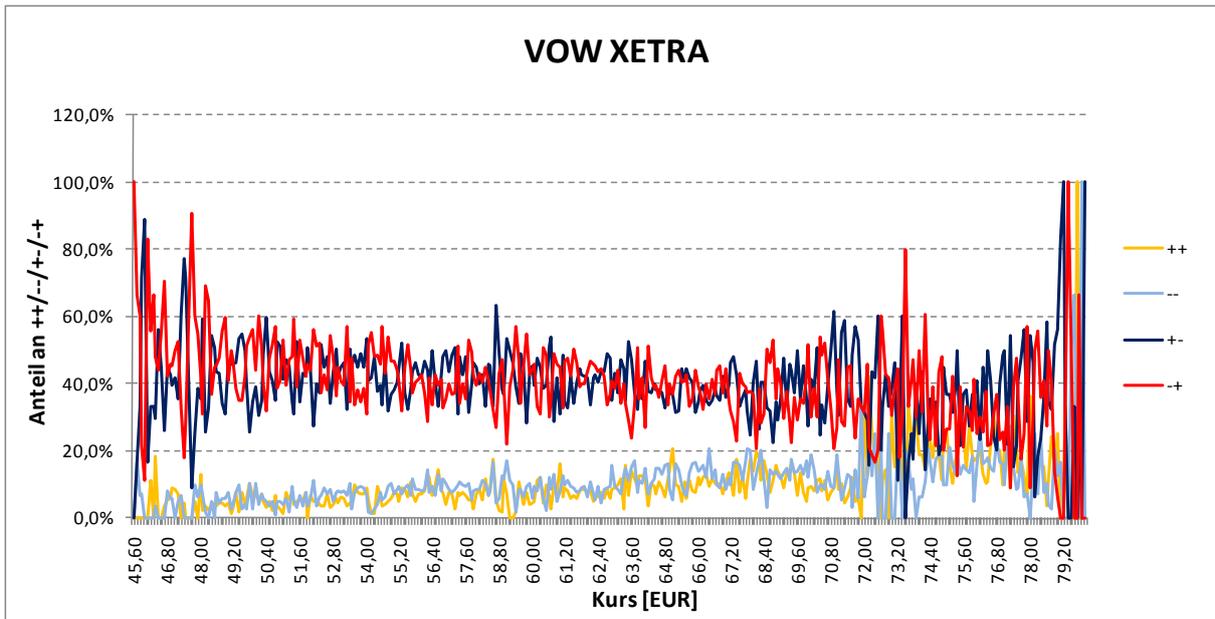
Es stellt sich somit die Frage, ob bestimmte Preise grundsätzlich als Wende- oder Durchlaufpunkte identifiziert werden können. Hierzu wurde eine qualitative Analyse der Tendenzen um einzelne Preise herum durchgeführt. Um eine hinreichende qualitative Aussagekraft zu erhalten, wurden die Preise durch Rundung auf 10 ct zu Klassen zusammengefasst. Die Tendenzen der gerundeten Preise vom letzten zum aktuellen und vom aktuellen zum folgenden Preis wurden ermittelt und sind im Folgenden als ++/+/-+/- dargestellt. Die Analyse wurde beispielhaft für den Volkswagen-XETRA-Datensatz durchgeführt.

Ergebnis

Die absoluten Häufigkeiten der Tendenzen zeigen zwar deutliche Extrema auf, die Aussagekraft ist jedoch begrenzt, da für eine Identifizierung der Wende-/Durchgangspunkte nur Extrema in den relativen Häufigkeiten relevant sind.



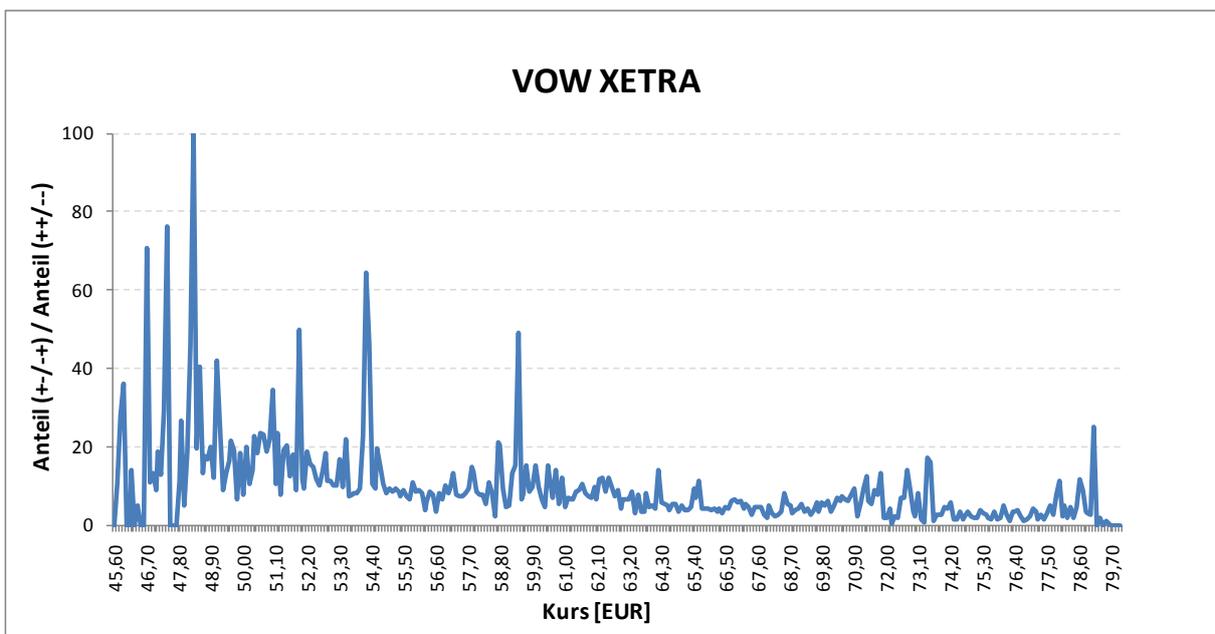
Skizziert man nun die relativen Anteile der Tendenzen, ergibt sich folgendes Bild:



Zwar schwanken die Anteile der jeweiligen Tendenzen deutlich aber offensichtlich eher unsystematisch und ein jeweils festes Niveau. Die deutlich stärkere Volatilität an den Rändern ist auf den geringeren Datenumfang in diesen Bereichen zurückzuführen.

Deutliche systematische Extrema sind nicht zu erkennen. Es ist jedoch augenscheinlich, dass für fast alle Preise der Anteil der Wendetendenzen (+-/-+) den Anteil der Durchgangstendenzen (++)/-/-) deutlich übersteigt.

Sofern einzelne Preisniveaus als ausgezeichnete Wendepunkte bestehen sollten, müsste sich ferner ein Maximum für den Quotienten der Wende- und Durchgangspunkte $\frac{\text{Anteil}(+-) + \text{Anteil}(-+)}{\text{Anteil}(++) + \text{Anteil}(-)}$ ergeben:



Die deutlichen Maxima ergeben sich bei genauerer Betrachtung lediglich an den Stellen, an denen wenige Preisinformationen vorhanden sind. Eine Systematik ist auch hier nicht zu erkennen. Aus diesem Grund wurde auf eine tiefere Analyse bzgl. absoluter Preisniveaus für Wende- und Durchgangspunkte verzichtet.

2. Vorzeichenwechsel Preisdifferenzen bei direkten Vorgängern/Nachfolgern

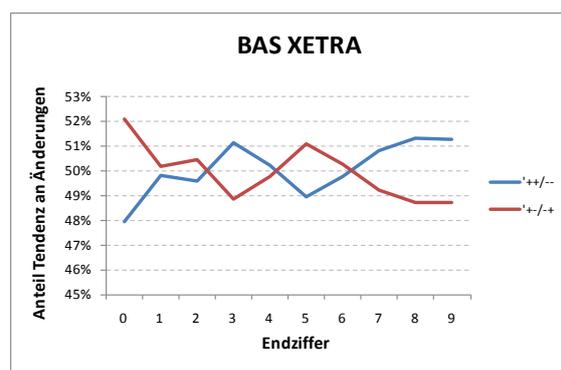
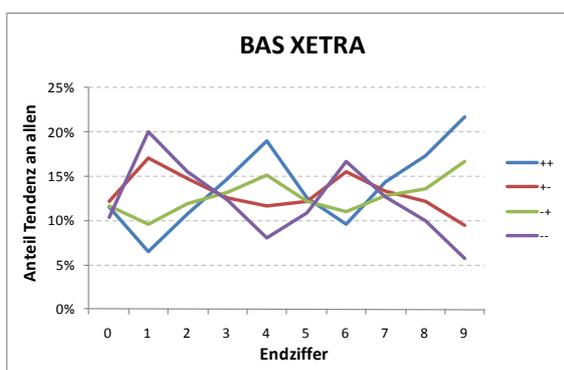
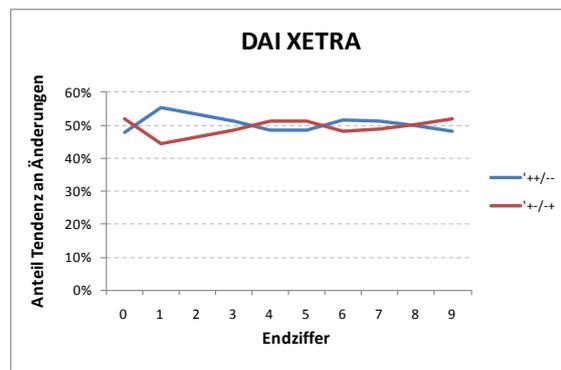
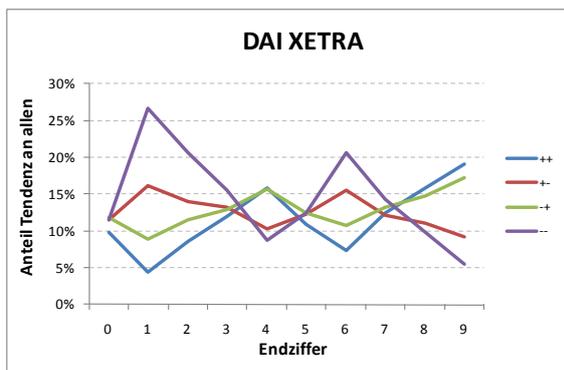
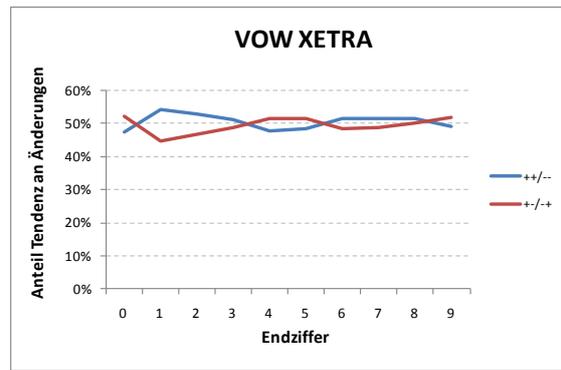
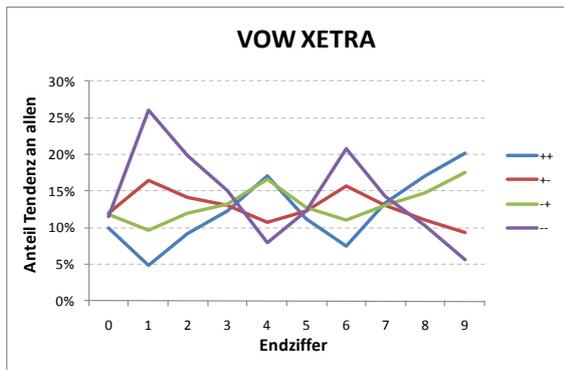
Fragestellung und Analyse

Da generelle, gerundete Preisniveaus nicht als Durchgangs- oder Wendepunkte identifiziert werden konnten, stellt sich die Frage, ob auf einer feineren Preisebene entsprechende Punkte erkennbar sind. Zu diesem Zweck wurde der Zusammenhang zwischen den Endziffern der Preise und der Tendenzen vor und nach einer Transaktion analysiert.

Als Tendenzen wurden Preissteigerungen (+), Preisverringerungen (-) und gleichbleibende Preise (o) jeweils vor und nach einem Trade in die Untersuchung einbezogen. Diese beiden Tendenzen pro Transaktion wurden zu einem Merkmal zusammengefasst (z.B. +o für eine Preissteigerung von der vorhergehenden zur aktuellen Transaktion ($p_t > p_{t-1}$) gefolgt von einem gleichbleibenden Preis von der aktuellen zur folgenden Transaktion ($p_{t+1} = p_t$)).

Umkehrpunkte müssten wiederum durch die Tendenzkombination bzw. das Merkmal +/-/+ und Durchlaufpunkte durch ++/-- gekennzeichnet sein. Es wurden jeweils die Anteile dieser Tendenzkombinationen an allen möglichen Tendenzen sowie eine ausschließliche Gegenüberstellung der Anteile ++/-- gegenüber +/-/+ ausgewertet.

Ergebnisse



Insgesamt ergibt sich qualitativ:

- Mit Ausnahme der Endziffern 0, 3, 5 und 7 sind die Preise mit den anderen Endziffern eher entweder positive oder negative Durchlaufpunkte (entweder ++ oder --) und ebenso entweder eher positive oder negative Wendepunkte (+- oder -+).
- Die Preise mit den Endziffern 1 und 6 (und mit Abstrichen 2) weisen einen hohen -- -Anteil und einen relativ geringen ++ -Anteil auf und scheinen somit typischerweise Durchgangspunkte in absteigenden Tendenzen zu sein.
- Das entgegengesetzte Bild ergibt sich für die Endziffern 4, 9 und mit Abstrichen 8. Die Preise mit diesen Endziffern wären danach Durchgangspunkte in aufsteigenden Tendenzen.
- Für die Endziffern 0 und 5 ergibt sich keine eindeutige Tendenz. Die relativen Häufigkeiten bzgl. aller Tendenzen sind in etwa gleich. Im direkten Vergleich ergibt sich für 0, 5 und mit Abstrichen auch 4 und 9, dass die Wendepunktmerkmale +/-+ leicht gegenüber den Durchgangspunktmerkmalen ++/-- überwiegen. Für BASF ist das Bild aufgrund der geringeren Preise etwas differenziert.

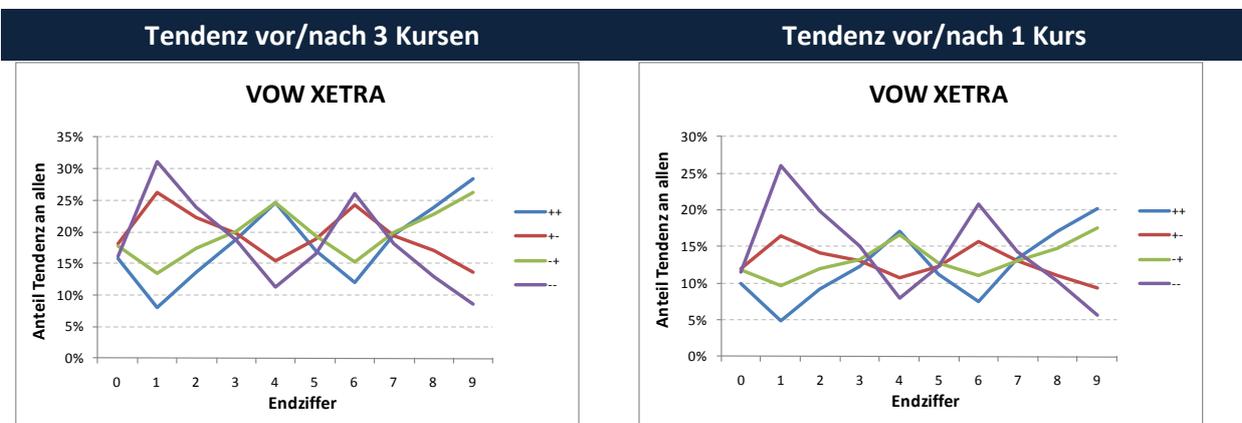
3. Vorzeichenwechsel Preisdifferenzen bei mehreren Vorgängern/Nachfolgern

Fragestellung und Analyse

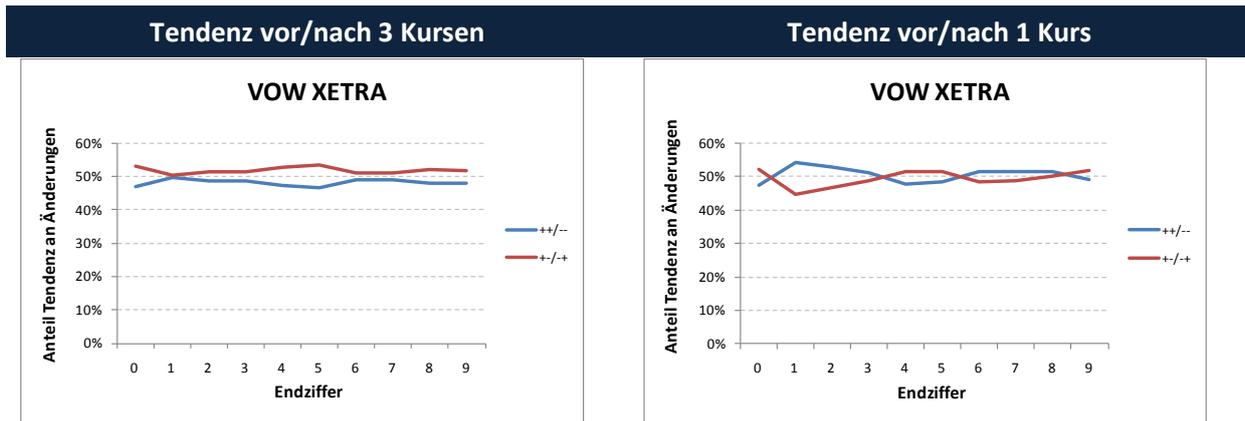
Da unter XETRA eine bereits relativ hohe Handelsfrequenz mit Transaktionsabständen von etwa 10 s für jedes Wertpapier stattgefunden haben, stellt sich die Frage, wie aussagefähig die Betrachtung von Tendenzen bei direkt aufeinanderfolgenden Trades ist.

Um die obigen Tendenzaussagen auch für weitergehende Zeiträume zu betrachten, wurden zusätzlich die Tendenzen zu der 3. Transaktion vor der aktuellen sowie der 3. Transaktion nach der aktuellen⁶³⁶ untersucht.

Ergebnisse



⁶³⁶ durch Vergleich von p_t mit p_{t-3} bzw. p_{t+3} mit p_t



Insgesamt lässt sich hier qualitativ feststellen:

- Da die relativen Häufigkeiten für „Nicht-Änderungen“ (o) mit längeren Betrachtungszeiträumen abnehmen, steigen die Anteile der Tendenzen „an allen“, wobei jedoch die grundsätzliche Struktur erhalten bleibt.
- Aufgrund der längeren Betrachtungszeiträume nimmt der relative Anteil der Wendepunkte zu, so dass sich die Wendepunktlinie im Diagramm der Tendenzanteile an den Änderungen generell oberhalb der Durchgangpunktlinie befindet.

Die grundsätzlichen Aussagen bleiben jedoch die gleichen wie für die Betrachtung der direkten Vorgänger und Nachfolger.

Literaturverzeichnis

- Admati, Anat R.; Pfleiderer Paul A. (1988):** A Theory of Intraday Pattern: Volume and Price Variability, *Review of Financial Studies*, Vol. 1 No. 1, 1988, S. 3-40
- Aitken, M.; Brown, P.; Buckland, C.; Izan, H.Y., Walter, T. (1996):** Price Clustering on the Australian Stock Exchange, *Pacific-Basin Finance Journal* Vol. 4, 1996, S. 297-314
- Albers, Wulf; Albers, Gisela (1983):** On the Prominence Structure in the Decimal System, in: Schulz, Ulrich (Hrsg.): *Decision Making under Uncertainty*, The Netherlands: Elsevier Science Publishers B.V., 1983, S. 271-287
- Albers, Wulf (1998a):** Foundation of a Theory of Prominence in the Decimal System, Part I-V, University of Bielefeld/IMW, working papers 265, 266, 269, 270, 271, 1997
- Albers, Wulf; Uphaus, Andreas; Vogt, Bodo (1998b):** A Model of Concession Behavior in the Sequence of Offers of the German Electrical Stock Exchange Trading Market (IBIS) based on the Prominence Structure of the Bid-Ask Spread, Universität Bielefeld/IMW, working paper 287, 1998
- Albers, Wulf (1999):** The Theory of Prominence as a Tool to Model Boundedly Rational Numerical Decision Processing, in: Gigerenzer, G.; Hammerstein, P.; Selten, R. (Hrsg.): *Bounded rationality: The Adaptive Toolbox*, Dahlem Workshop Reports, Berlin, 1999
- Amihud, Y.; Mendelson, H. (1980):** Dealership Market: Market-Making with Inventory, *Journal of Financial Economics* 8, 1980, S. 31-53
- Angel, James J. (1997):** Tick Size, Share Prices, and Stock Splits: *The Journal of Finance* Vol. 52, 1997, S. 655-681
- Ball, Clifford A.; Torous, Walter N.; Tschoegl, Adrian E. (1985):** The Degree of Price Resolution: The Case of the Gold Market, *The Journal of Futures Markets* Vol. 5 No. 1, 1985, S. 29-43
- Bamberg, Günther; Coenenberg, Adolf G. (2006):** *Betriebswirtschaftliche Entscheidungslehre*, 13. Auflage, München: Verlag Franz Vahlen, 2006
- Benford, Frank (1938):** The Law of Anomalous Numbers, *Proceedings of the American Philosophical Society* Vol. 78, 1938, S. 551-572
- Benston, George J.; Hagerman, R.L. (1974):** Determinants of the Bid-Asked Spreads in the Over-the-Counter-Market, *Journal of Financial Economics* Vol. 1, 1974, S. 353-364
- Beyer, O.; Girlich, H.-J.; Zschiesche, H.-U. (1988):** *Stochastische Prozesse und Modelle*, 3. Auflage, Leipzig: BSB Teubner Verlagsgesellschaft, 1988
- Bienert, Horst (1985):** *Der Marktprozeß an Aktienbörsen*, Wiesbaden: Gabler, 1985
- Black, Fischer (1986):** Noise, *The Journal of Finance* Vol. 41 No. 3, 1986, S. 529-543
- Booth, Geoffrey G.; Iversen, P.; Sarkar, S.K.; Schmidt, H.; Young, A. (1999):** Market structure and bid-ask spreads: IBIS vs. NASDAQ; in: *The European Journal of Finance* 5, 1999, S. 51-71
- Booth, Geoffrey G.; Kallunki, Juha-Pekka; Lin, Ji-Chai; Martikainen, Teppo (2000):** Internalization and Stock Price Clustering: Finnish evidence, *Journal of International Money and Finance* 19, 2000, S. 737-751
- Branch, Ben; Freed, Walter (1977):** Bid-Asked Spreads on the AMEX and the Big Board, *The Journal of Finance* Vol. 32 No. 1, 1977, S. 159-163

- Brealey, Richard A.; Myers, Stewart C. (2003):** Principles of Corporate Finance, 7th edition, New York: The McGraw-Hill, 2003
- Brown, Roger; Herrnstein, Richard J. (1984):** Grundriß der Psychologie; Berlin: Springer-Verlag, 1984
- Calonego, Bernadette (2008):** Tänzer auf dem Börsenparkett, in: Süddeutsche Zeitung vom 29.04.2008
- Christie, William G.; Schultz Paul H. (1994):** Why do NASDAQ Market Makers Avoid Odd-Eighth Quotes?, The Journal of Finance Vol. 49 No. 5, 1994, S. 1813-1840
- Christie, William G.; Harris, Jerrey H.; Schultz Paul H. (1994):** Why did NASDAQ Market Makers Stop Avoiding Odd-Eighth Quotes?, The Journal of Finance Vol. 49 No. 5, 1994, S. 1841-1860
- Cohen, Kalman J.; Maier, Steven F.; Schwartz Robert A., Whitcomb David K. (1981):** Transaction Costs, Order Placement Strategy and Existence of the Bid-Ask Spread, Journal of Political Economy Vol. 89 No. 2, 1981, S. 287-305
- Copeland, Thomas E.; Galai, Dan (1983):** Information Effects on the Bid-Ask-Spread, The Journal of Finance Vol. 38 No. 5, 1983, S. 1457-1469
- Copeland, Thomas E.; Weston, Fred J.; Shastri, Kuldeep (2008):** Finanzierungstheorie und Unternehmenspolitik, 4. Auflage, München/Pearson Studium, 2008
- Crack, Timothy Falcon; Ledoit, Oliver (1996):** Robust Structure Without Predictability: The „Compass Rose“ Pattern of the Stock Market, The Journal of Finance Vol. 51 No. 2, 1996, S. 751-762
- Cutler, D.; Poterba, J.; Summers, L. (1991):** Speculative dynamics, Review of Economic Studies Vol. 58, S. 529-546
- De Bondt Werner F.M.; Thaler, Richard (1985):** Does the Stock Market Overreact?, The Journal of Finance Vol. 40 No. 3, 1985, S. 793-805
- Demsetz, Harold (1968):** The Cost of Transacting, Quarterly Journal of Economics 82, 1968, S. 33-53
- Diekmann, Andreas (2004):** Not the First Digit! Using Benford's Law to Detect Fraudulent Scientific Data, working paper, Swiss Federal Institute of Technology Zurich, 2004
- Easley, David; O'Hara, Maureen (1987):** Price, Trade Size, and Information in Security Markets, Journal of Financial Economics 19, 1987, S. 69-90
- Fahrmeir, Ludwig; Kaufmann, Heinz Leopold; Ost, Friedemann (1981):** Stochastische Prozesse, München: Carl Hanser Verlag, 1981
- Fahrmeir, Ludwig; Künstler, Rita; Pigeot, Iris; Tutz, Gerhard (2007):** Statistik, 6. Auflage, Berlin: Springer, 2007
- Fama, Eugene. F. (1969):** Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work, The Journal of Finance, Vol. 25, No. 2, 1969, S. 383-417
- Flemisch, Marcus (2006):** Behavioral Finance und Market Making; Baden-Baden: Deutscher Wissenschafts-Verlag, 2006
- Franke, Jürgen; Härdle, Wolfgang; Hafner, Christian (2001):** Einführung in die Statistik der Finanzmärkte, Berlin: Springer, 2001
- Franke, Günther; Hax, Herbert (2004):** Finanzwirtschaft des Unternehmens, 5. Auflage, Berlin: Springer-Verlag, 2004
- Franke, Günter [Hrsg.] (2002):** Schmalenbach Business Review: German Financial Markets and Institutions: Selected Studies, Düsseldorf: Verlagsgruppe Handelsblatt, 2002,

- Foster F. Douglas, Viswanathan S. (1993):** Variations in Trading Volume, Return Volatility and Trading Costs: Evidence on Recent Price Formation Models, *The Journal of Finance* Vol. 48 No. 1, 1993, S. 187-211
- Garman, Mark B. (1976):** Market Microstructure, *Journal of Financial Economics* 3, 1976, S. 257-275
- Geyer, Dominique (2003):** Cheating behavior and the Benford's Law, working paper, Nantes Graduate School of Management, 2003
- Gigerenzer, G.; Hammerstein, P.; Selten, R. (Hrsg.) (2000):** Bounded rationality: The Adaptive Toolbox, Dahlem Workshop Reports, 2000
- Gleason, Kimberly C.; Lee, Chun I.; Mathur, Ike (2000):** An explanation for the Compass Rose pattern, *Economics Letters* 68, 2000, S.127-133
- Golsten, Lawrence R.; Harris Lawrence E. (1988):** Estimating the Components of the Bid/Ask Spread, *Journal of Financial Economics* 21, 1988, S. 123-142
- Glosten, Lawrence R.; Milgrom, Paul R. (1985):** Bid, Ask, and Transaction Prices in a Specialist Market with Heterogeneously Informed Traders, *Journal of Financial Economics* 14, 1985, S. 71-100
- Godek, Paul E. (1996):** Why Nasdaq market makers avoid odd-eighth quotes, *Journal of Financial Economics* Vol. 41, 1996, S. 465-474
- Göppel, Hermann; Nemtsev, S.; Lüdecke, T. (2000):** Datenbank-Handbuch, Beschreibung der Kursdaten für XETRA-Datensätze, Version 1.0, Institut für Entscheidungstheorie und Unternehmensforschung, Universität Karlsruhe, 2000
- Goodhart, Charles; Curcio, Richard (1991):** The clustering of bid/ask prices and the spread in foreign exchange markets, London: London School of Economics, Financial Market Group, Discussion Paper No. 10, 1991
- Goldstein, E. Bruce (2002):** Wahrnehmungspsychologie, Hrsg. Manfred Ritter, 2. dt. Auflage, Heidelberg/Spektrum, Akademischer Verlag, 2002
- Gottlieb Gary; Kalay Avner (1985):** Implications of the Discreteness of Observed Stock Prices, *The Journal of Finance* Vol. 40, 1985, S. 135-153
- Grossman, Sanford J.; Miller, Merton H.; Cone, Kenneth R.; Fischel, Daniel R.; Ross, David J. (1997):** Clustering and competition in asset markets, *Journal of Law and Economics*, 1997, S. 23-61
- Gwilym, Owain AP; Alibo, Evamena (2003):** Decreased Price Clustering in FTSE100 Future Contracts Following a Transfer from Floor to Electronic Trading, *Journal of Futures Markets* Vol. 23 No. 2, 2003, S. 647-659
- Hamilton, J.L. (1991):** The dealer market concepts of the bid-ask spread: A comparison for NASDAQ stocks, *The Journal of Financial Research* Vol. 14, 1991, S. 129-139
- Hansch, Oliver; Narayan, Naik Y.; Viswanathan, S. (1999):** Preferencing, Internalization, Best Execution, and Dealer Profits, *The Journal of Finance*, Vol. 54, No. 5, 1999, S. 1799-1828
- Harris, Lawrence (1991):** Stock Price Clustering and Discreteness, *The Review of Financial Studies* Vol. 4 No. 3, 1991, S. 389-415
- Hasbrouck, Joel (1988):** Trades, Quotes, Inventories and Information, *Journal of Financial Economics* 22, 1988, S. 229-252
- Haugen, Robert A. (2001):** Modern Investment Theory, 5th edition, New Jersey: Prentice Hall International, 2001
- Heller, Wolf-Dieter (1978); Lindenberg, Henner; Nuske, Manfred; Schriever, Karl-Heinz (1978):** Stochastische Systeme, Berlin: de Gruyter, 1978

- Hielscher, Udo (1993):** Börsen und Börsengeschäfte; in: Obst, Georg; Hintner, Otto; Klotten, Norbert; von Stein, Johann Heinrich (Hrsg.): Geld-, Bank- und Börsenwesen, 39. Auflage, Stuttgart: Schäffer-Poeschel, 1993
- Hill, Theodore P. (1998):** The First-Digit Phenomenon, *American Scientist* Vol. 86, 1998, S. 358-363
- Hill, Theodore P. (1996):** A Statistical Derivation of the Significant-Digit Law, *Statistical Science* 10, 1996, S. 354-363
- Hill, Theodore P. (1997):** Benford's Law, *Encyclopedia of Mathematical Supplement* Vol. 1, Kluwer, 1997, S. 102
- Hirth, Hans (2000):** Zur Theorie der Marktstruktur; Stuttgart: Schäffer-Poeschel, 2000
- Ho, Thomas S.Y.; Stoll, Hans R. (1983):** The Dynamics of Dealer Markets Under Competition, *The Journal of Finance* 38, 1983, S. 1053-1074
- Ho, Thomas; Stoll, Hans R. (1981):** Optimal Dealer Pricing under Transaction and Return Uncertainty, *Journal of Financial Economics* 9, 1981, S. 47-73
- Holden, Craig W.; Subrahmanyam, Avanidhar (1992):** Long-Lived Private Information and Imperfect Competition, *The Journal of Finance* Vol. 47 No. 1, 1992, S. 247-270
- Huang, Roger D.; Stoll Hans R. (1994):** Market Microstructure and Stock Return Predictions, *Review of Financial Studies* Vol. 7, S. 179-213
- Iversen, Peter (1994):** Geld-Brief-Spannen deutscher Standardwerte, Wiesbaden/Deutscher Universitäts-Verlag, 1994
- Jegadeesh, Narasimhan; Titman, Sheridan (1993):** Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency, *The Journal of Finance* Vol. 48 No. 1, 1993, S. 65-91
- Kahneman, Daniel; Tversky, Amos (1979):** Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk, *Econometrica* Vol. 47 No. 2, 1979, S. 263-291
- Kahneman, Daniel; Tversky, Amos (1982a):** Intuitive Prediction: Biases and corrective procedures, in: Kahneman, Daniel; Slovic, Paul; Tversky, Amos (1982b): *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases*, Cambridge: Cambridge University Press, 1982, S. 414-421
- Kahneman, Daniel; Slovic, Paul; Tversky, Amos (1982b):** *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases*, Cambridge: Cambridge University Press, 1982
- Kleidon, A.; Willig, R. (2003):** Why do Christie and Schultz infer collusion from their data? Working Paper, Cornerstone Research, New York; in: Gwilym, Owain AP; Alibo, Evamena: Decreased Price Clustering in FTSE100 Future Contracts Following a Transfer from Floor to Electronic Trading, *Journal of Futures Markets* Vol. 23 No. 2, 2003, S. 647-659
- Krämer, Walter; Runde, Ralf (1997):** Chaos and the Compass Rose, *Economics Letters* 54, 1997
- Kyle, A. S. (1985):** Continuous Auctions and Insider Trading, *Econometrica* Vol. 53, 1985, S. 1315-1336
- Laux, Helmut (2007):** Entscheidungstheorie, 6. Auflage, Berlin: Springer, 2007
- Lee, Chun I.; Gleason, Kimberly C.; Mathur, Ike (1999):** A comprehensive examination of the Compass Rose Pattern in Future Markets, *The Journal of Futures Markets* Vol. 19, 1999, S. 541-564
- Loistl, Otto (1993):** Kapitalmarkttheorie, 2. Auflage, München: Oldenbourg, 1993
- Lüdecke, Torsten (1996):** Struktur und Qualität von Finanzmärkten, Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag, 1996

- Madhavan, A. N. (1992):** Trading Mechanisms in Securities Markets; *The Journal of Finance* Vol. 47 No. 2, S. 607-641
- Miller, G.A. (1956):** *Psychol. Rev.* 63 No. 81, in: Simon (1974), S. 482
- Mitchell, Jason (2001):** Clustering and Psychological Barriers: The Importance of Numbers, *The Journal of Futures Markets* Vol. 21 No. 5, 2001, S. 395-428
- Newcomb, Simon (1881):** Note on the Frequency of Use of the Different digits in Natural Numbers, *American Journal Of Mathematics*, 1881, S. 39-41
- Niederhoffer, Victor (1965):** Clustering of Stock Prices, *Operations Research* 13, 1965, S. 258-265
- Niederhoffer, Victor (1966a):** A New Look at Clustering of Stock Prices, *The Journal of Business* 39, 1966, S. 309-313
- Niederhoffer Victor, Osborne, M.F.M. (1966b):** Market Making and Reversals on the Stock Exchange, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 61, 1966, S. 897-916
- Obst, Georg; Hintner, Otto; Klotten, Norbert; von Stein, Johann Heinrich (Hrsg.) (1993):** Geld-, Bank- und Börsenwesen, 39. Auflage, Stuttgart: Schäffer-Poeschel, 1993
- Oehler, Anderas (2000):** Behavioral Finance, *ÖBA*, 11, S. 978-989, in: Perridon, Louis; Steiner, Manfred (2007): *Finanzwirtschaft der Unternehmung*, 14. Auflage, München: Verlag Franz Vahlen, 2000
- O'Hara, Maureen (1995):** *Market Microstructure Theory*, Cambridge: Blackwell Publishers, 1995
- Osborne, M.F.M. (1962):** Periodic Structure in the Brownian Motion of Stock Prices, *Operations Research* 10, 1962, S. 345-379
- o.V. (2003):** XETRA Release 7.0, *Trader Quick Reference Guide*, Deutsche Börse AG, 2003
- o.V. (2004):** XETRA Release 7.1, *Marktmodell Aktien*, Deutsche Börse AG, 2004
- Perridon, Louis; Steiner, Manfred (2007):** *Finanzwirtschaft der Unternehmung*, 14. Auflage, München: Verlag Franz Vahlen, 2007
- Roll, Richard (1984):** A Simple Implicit Measure of the Effective Bid-Ask Spread in an Efficient Market, *The Journal of Finance* Vol. 39 No. 4, 1984, S. 1127-1139
- Sauermann, H. (Hrsg.) (1960):** *Beiträge zur experimentellen Wirtschaftsforschung*, Tübingen, J.C.B. Mohr (Paul Siebeck), 1960
- Schelling, Th. C. (1960):** *The Strategy of Conflict*, Cambridge, 1960, in: Selten, Reinhard: *Die Strategiemethode zur Erforschung des eingeschränkt rationalen Verhaltens im Rahmen eines Oligopol-experiments*, in: Sauermann, H. (Hrsg.): *Beiträge zur experimentellen Wirtschaftsforschung*, Tübingen, J.C.B. Mohr (Paul Siebeck), 1960, S. 136-168
- Schlittgen, Rainer (2003):** *Einführung in die Statistik*, 10. Auflage, München: Oldenbourg Verlag, 2003
- Schmidt, Hartmut; Iversen, Peter (1993a):** Automating German Equity Trading: Bid-Ask Spreads on Competing Systems, *Journal of Financial Services Research* 6, 1993, S. 373-397; in: Theissen, Erik: *Organisationsformen des Wertpapierhandels*; Wiesbaden: Gabler, 1998
- Schmidt, Hartmut; Iversen, Peter; Treske, Kai (1993b):** Parkett oder Computer?, *Zeitschrift für Bankrecht und Bankwirtschaft* 4, 1993, S. 209-221
- Schmidt, Hartmut; Treske, Kai (2002):** Inside Spreads vs. Individual Dealer Spreads: Components of the Bid-Ask Spread in the German Equity Market, in: Franke, Günter [Hrsg.] (2002): *Schmalenbach Business Review: German Financial Markets and Institutions: Selected Studies*, Düsseldorf: Verlagsgruppe Handelsblatt, 2002, S. 205-223

- Schmidt, Hartmut; Küster Simic, Andre (1999):** Orderbuchtransparenz, Abschlussunsicherheit und Bietverhalten, *Die Betriebswirtschaft (DBW)* 59 No. 2, 1999, S. 221-239
- Selten, Reinhard (1960):** Die Strategiemethode zur Erforschung des eingeschränkt rationalen Verhaltens im Rahmen eines Oligopol-experiments, in: Sauer mann, H. (Hrsg.): Beiträge zur experimentellen Wirtschaftsforschung, Tübingen, J.C.B. Mohr (Paul Siebeck), 1960, S. 136-168
- Seydel, Rüdiger (2000):** Einführung in die numerische Berechnung von Finanz-Derivaten, Berlin: Springer-Verlag, 2000
- Shiller, R. (1981):** Do Stock Prices Move Too Much to be Justified by Subsequent Changes in Dividends, *American Economic Review*, Vol. 71, 1981, S. 421-436
- Shleifer, Andrei (1999):** Inefficient Markets, Oxford: Oxford University Press, 1999
- Siegel, Jeremy J. (1998):** Stocks for the long run, New York/McGraw Hill, 1998
- Simon, Herbert A. (1974):** How Big Is a Chunk?, *Science, New Series*, Vol. 183 No. 4124, 1974, S. 482-488
- Spengler, Thomas; Vogt, Bodo (2008):** Analysing numerical responses – a model and its application to examples from personnel and organizational management, in: *Journal of neuroscience, psychology, and economics - München-Starnberg : Jahrbuch-Verl.*, Bd. 1.2008, 1, S. 17-32
- Spreemann, Klaus (2006):** Portfoliomanagement, 3. Auflage, München: Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2006
- Stevens, S. S. (1972):** Psychophysics and social scaling, Morristown, N. J.: Gen. Learn. Corp; in: Brown, Roger; Herrnstein, Richard J. (1984): *Grundriß der Psychologie*; Berlin: Springer-Verlag, 1984
- Stevenson, Richard A.; Bear, Robert M. (1970):** Commodity Futures: Trends or Random Walks?, *The Journal of Finance* 25, 1970, S. 65-81
- Stoll, Hans R. (1989):** Inferring the Components of the Bid-Ask-Spread: Theory and Empirical Tests, *The Journal of Finance* Vol. 44 No. 1, 1989, S. 115-134
- Szpiro, George G. (1988):** Tick Size, the Compass Rose and market nanostructure, *Journal of Banking & Finance* 22, 1988, S. 1559-1569
- Taylor, Shelley E. (1982):** The availability bias in social perception and interaction, in: Kahneman, Daniel; Slovic, Paul; Tversky, Amos (1982b): *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases*, Cambridge: Cambridge University Press, 1982, S. 190-200
- Theissen, Erik (1998):** Organisationsformen des Wertpapierhandels; Wiesbaden: Gabler, 1998
- Then Berg, F.R.; Rafeld, H. (2007):** Digitale Ziffernanalyse in deutschen Rechnungslegungsdaten, *ZIR (Zeitschrift für interne Revision)* Nr. 1, 2007, S. 26-34
- Thomas, Karl; Treutler, Hans-Jürgen (1993):** Kapitalmarkt, in: Obst, Georg; Hintner, Otto; Kloten, Norbert; von Stein, Johann Heinrich (Hrsg.): *Geld-, Bank- und Börsenwesen*, 39. Auflage, Stuttgart: Schäffer-Poeschel, 1993
- Tinic, Seha M.; West, Richard R. (1972):** Competition and the pricing of dealer services in the over-the-counter stock market, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 7(3), 1972, S. 1707-1727
- Tversky, Amos; Kahneman, Daniel (1973):** Availability: A heuristic for judging frequency and probability, *Cognitive Psychology*, No. 5, 1973, S. 207-232
- Tversky, Amos; Kahneman, Daniel (1974):** Judgement under Uncertainty: Heuristics and Biases, *Science*, Vol. 186, No. 4157, 1974, S. 1124-1131

- Vogt, Bodo; Albers, Wulf (1992):** Zur Prominenzstruktur bei Zahlenangaben bei diffuser numerischer Information – Ein Experiment mit kontrolliertem Grad der Diffusität, Universität Bielefeld/IMW, working paper 214, 1992
- Waldmann, Karl-Heinz; Stocker, Ulrike M. (2004):** Stochastische Modelle, Berlin: Springer-Verlag, 2004
- Wang, Eliza; Hudson, Robert; Keasey, Kevin (2000):** Tick Size and the Compass Rose: further insights, Economics Letters 68, 2000, S. 119-125
- Wang, Huaiqing; Wang, Chen (2002):** Visibility of the Compass Rose in financial asset Returns: A quantitative study, Journal of Banking & Finance 26, 2002, S. 1099-1111
- Wöhrmann, Peter (2005):** Predictability in Discrete Stock Prices, National Center of Competence in Research Financial Valuation and Risk Management, Working Paper 245, 2005
- Zadeh, Lotfi A. (1965):** Fuzzy Sets, Information and Control 8, 1965, S. 338-353
- Zimbardo, Philip G. (1992):** Psychologie, 5. Auflage, Berlin: Springer-Verlag, 1992