



OTTO VON GUERICKE  
UNIVERSITÄT  
MAGDEBURG

FAKULTÄT FÜR  
ELEKTROTECHNIK UND  
INFORMATIONSTECHNIK

## Modellbasierte Regelung magnetisch gelagerter Rundtische

### Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

### Doktoringenieur

(Dr.-Ing.)

von Thomas Schallschmidt

(Dipl.Wirtsch.-Ing.)

geb. am 23.06.1974 in Bernburg

genehmigt durch die Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der  
Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. F.Palis

2. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. W.Schumacher

Promotionskolloquium am : 25.09.2012



---

# Vorwort

In diesem Vorwort möchte ich all denen danken, die direkt oder auch indirekt zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Während der durchaus langen Zeit der Entstehung und technischen Umsetzung des magnetisch gelagerten Rundtisches, der die Basis dieser Arbeit darstellt, haben mir sehr viele Freunde und Kollegen geholfen, alle zu nennen würde den Rahmen eines solchen Vorwortes sprengen.

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Allgemeine Elektrotechnik und Elektrische Aktorik der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg.

Mein Dank gilt vor allem Herrn Prof. F. Palis, der mich hinsichtlich der Arbeit wissenschaftlich begleitet hat und immer ein offenes Ohr für die auftretenden Probleme hatte.

Prof. W. Schumacher danke ich für die Übernahme des Zweitgutachtens.

Weiterhin danke ich den Mitgliedern unserer Arbeitsgruppe und den Kollegen des Lehrstuhls für Allgemeine Elektrotechnik und Elektrische Aktorik sowohl im wissenschaftlichen als auch im administrativen und technischen Bereich. Das besonders kollegiale und freundliche Arbeitsklima sowie die immer währende Bereitschaft, auftretende Schwierigkeiten zu beseitigen, haben zum Abschluss dieser Arbeit beigetragen.

Besonderer Dank gilt meiner Frau Yvonne und meinen Kindern Ole und Hannah für die moralische Unterstützung und ihre Geduld während der Endphase dieser Arbeit sowie meinen Eltern Werner und Gisela Schallschmidt, die meinen Werdegang ermöglicht haben.

## Danke



---

# Eigenständigkeitserklärung

Ich erkläre hiermit, dass ich die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe; die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht.

Insbesondere habe ich nicht die Hilfe einer kommerziellen Promotionsberatung in Anspruch genommen. Dritte haben von mir weder unmittelbar noch mittelbar geldwerte Leistungen für Arbeiten erhalten, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorgelegten Dissertation stehen.

Die Arbeit wurde bisher weder im Inland noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form als Dissertation eingereicht und ist als Ganzes auch noch nicht veröffentlicht.

Magdeburg, den 16.03.2012



---

# Inhaltsverzeichnis

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Titelseite</b>                               | <b>2</b>  |
| <b>Vorwort</b>                                  | <b>3</b>  |
| <b>Erklärung</b>                                | <b>5</b>  |
| <b>Inhaltsverzeichnis</b>                       | <b>9</b>  |
| <b>Kurzfassung</b>                              | <b>15</b> |
| <b>Abstract</b>                                 | <b>15</b> |
| <b>1. Einleitung</b>                            | <b>17</b> |
| 1.1. Motivation . . . . .                       | 18        |
| 1.2. Gliederung und Aufbau der Arbeit . . . . . | 19        |
| <b>2. Stand der Technik</b>                     | <b>21</b> |
| 2.1. Magnetisch gelagerte Maschinen . . . . .   | 21        |
| 2.2. Magnetisch gelagerte Rundtische . . . . .  | 25        |
| <b>3. Modellbildung</b>                         | <b>31</b> |
| 3.1. Lagrange Bewegungsgleichung . . . . .      | 33        |
| 3.2. Streckenidentifikation . . . . .           | 41        |
| 3.2.1. Aktorkennlinie . . . . .                 | 42        |
| 3.2.2. Inverse Kennlinie . . . . .              | 44        |
| 3.3. Koordinatentransformation . . . . .        | 48        |
| 3.3.1. Aktormatrizen . . . . .                  | 49        |
| 3.3.2. Sensormatrizen . . . . .                 | 53        |

|  |            |
|--|------------|
| 3.3.3. Massenmatrix . . . . .                              | 55         |
| 3.4. Nichtlineares Streckenmodell . . . . .                | 56         |
| <b>4. Versuchsanlage</b>                                   | <b>57</b>  |
| 4.1. Mechanischer Aufbau . . . . .                         | 57         |
| 4.2. Aktoren . . . . .                                     | 58         |
| 4.3. Stellglied . . . . .                                  | 59         |
| 4.4. Reglerbaugruppe . . . . .                             | 63         |
| 4.5. Sensorik . . . . .                                    | 65         |
| 4.6. Antrieb . . . . .                                     | 66         |
| 4.7. Anlagenparameter . . . . .                            | 67         |
| <b>5. Regelung</b>   | <b>69</b>  |
| 5.1. Kompensation der Haltekraft . . . . .                 | 70         |
| 5.2. Kaskadenstruktur . . . . .                            | 72         |
| 5.2.1. Optimale lineare Reglereinstellungen . . . . .      | 73         |
| 5.3. Feedbacklinearisierung . . . . .                      | 78         |
| <b>6. Modellbasierte Sollwertaufschaltungen</b>            | <b>87</b>  |
| 6.1. Sollwertrechner - computed force method . . . . .     | 88         |
| <b>7. Implementierung und experimentelle Verifizierung</b> | <b>93</b>  |
| 7.1. Realisierung der Transformationen . . . . .           | 93         |
| 7.2. Umsetzung der inversen Aktorkennlinie . . . . .       | 97         |
| 7.3. Ansteuerung der Zentriermagneten . . . . .            | 100        |
| 7.4. Experimentelle Verifizierung . . . . .                | 102        |
| 7.4.1. Streckenverhalten . . . . .                         | 102        |
| 7.4.2. Sensitivität der Steifigkeit . . . . .              | 107        |
| <b>8. Zusammenfassung und Ausblick</b>                     | <b>111</b> |
| <b>Literaturverzeichnis</b>                                | <b>115</b> |
| <b>Abbildungsverzeichnis</b>                               | <b>121</b> |

|                                       |            |
|---------------------------------------|------------|
| <b>Tabellenverzeichnis</b>            | <b>124</b> |
| <b>A. Anhang</b>                      | <b>127</b> |
| A.1. Leistungsprinzip . . . . .       | 127        |
| A.2. Schnittansicht MRT . . . . .     | 129        |
| A.3. Parameter der Magneten . . . . . | 130        |



---

# Abkürzungsverzeichnis

Kurzzeitig verwendete Formelzeichen sowie gegebenenfalls abweichende Bedeutungen werden im Text erläutert.

$a$  Stärke der Nichtlinearität

$A_{5TM}^8$  Koordinatentransformation der Position von 5 auf 8 DOF der Tragmagneten

$A_{5ZM}^8$  Koordinatentransformation der Position von 5 auf 8 DOF der Zentriermagneten

$A_{5HM}^8$  Koordinatentransformation der Position von 5 auf 8 DOF der Haltemagneten

$A_{5TMF}^8$  Koordinatentransformation der Kräfte von 5 auf 8 DOF der Tragmagneten

$A_{5ZMF}^8$  Koordinatentransformation der Kräfte von 5 auf 8 DOF der Zentriermagneten

$A_{5HMF}^8$  Koordinatentransformation der Kräfte von 5 auf 8 DOF der Haltemagneten

$A_{5S}^8$  Koordinatentransformation der Sensorabstände von 5 auf 8 DOF

$A_{8S}^5$  Koordinatentransformation der Sensorabstände von 8 auf 5 DOF

$BO$  Betragsoptimum

$CFC$  Continuous Function Chart

|            |  |
|------------|--|
| $\delta_M$ | Luftspalt pro Magnet                           |
| $F_g$      | Gewichtskraft                                  |
| $F_h$      | Haltekraft                                     |
| $F_{mag}$  | Magnetkraft                                    |
| $F_z$      | zentrierende Kraftkomponente                   |
| $I_q$      | I-Anteil des Lageregelkreises                  |
| $J_{xx}$   | Trägheitsmoment der x-Achse                    |
| $J_{yy}$   | Trägheitsmoment der y-Achse                    |
| $k_i$      | Kraft-Strom-Faktor                             |
| $k_s$      | Kraft-Weg-Faktor                               |
| $L_f$      | Lie-Ableitung der Funktion $h(x)$ nach $f(x)$  |
| $L_g$      | Lie-Ableitung der Funktion $h(x)$ nach $g(x)$  |
| $M$        | Massenmatrix                                   |
| $m$        | Masse  |
| $P_{dq}$   | P-Verstärkung des Geschwindigkeitsregelkreises |
| $P_q$      | P-Verstärkung des Lageregelkreises             |
| $Q$        | generalisierter Kraft-Momentenvektor 5 DOF     |
| $R_{mag}$  | magnetische Widerstand                         |
| $r_s$      | Radius der Sensorenanordnung                   |
| $r_{TM}$   | Radius der Magnetanordnung                     |
| $SO$       | Symmetrische Optimum                           |
| $SISO$     | Single Input - Single Output System            |

|             |  |
|-------------|--|
| $T_\Sigma$  | Summenzeitkonstante                          |
| $T_i$       | Zeitkonstante des Stellgliedes               |
| $q$         | generalisierter Lagevektor 5 DOF             |
| $\dot{q}$   | generalisierter Geschwindigkeitsvektor 5 DOF |
| $\ddot{q}$  | generalisierter Beschleunigungsvektor 5 DOF  |
| $x$         | x-Koordinate                                 |
| $y$         | y-Koordinate                                 |
| $z$         | z-Koordinate                                 |
| $\varphi_x$ | Koordinate für die Drehung um die x-Achse    |
| $\varphi_y$ | Koordinate für die Drehung um die y-Achse    |
| $\varphi_z$ | Koordinate für die Drehung um die z-Achse    |



---

# Kurzfassung

Im Focus der Arbeit steht ein magnetisch gelagerter Maschinenrundtisch. Die Lagerung des Rotors erfolgt in 5 Freiheitsgraden mit 16 Elektromagneten, wobei die Halte- und Zentrierfunktion kombiniert ist. Ein Schwerpunkt der Untersuchungen bildet der modellbasierte Regelungsentwurf, der auf der Kompensation der messtechnisch ermittelten Nichtlinearität der Strecke basiert. Die so linearisierte Strecke wird mit einer regelungstechnisch optimierte Kaskadenstruktur stabilisiert und abschließend auf einem industriellen Standardsystem implementiert. Die gezeigte Vorgehensweise bildet die Basis für eine vereinfachte Inbetriebnahme solcher Anlagen.

Keywords: Magnetlager, Werkzeugmaschine, modellbasierte Regelung

# Abstract

The main focus of the work is a magnetic bearing system for a rotary table. The table is supported by 16 current controlled magnets and stabilized in 5 DOF . A special construction is proposed where levitation and centering magnets are combined. Special emphasis is laid on control system design. Non-linearity of the current-force characteristic is analyzed, compensated and experimentally investigated. High performance cascade structure control systems is shown. Finally the control system is implemented on standard components. The shown procedure is a basis to simplified commissioning of such systems

Keywords: Magnetic bearings, Machine tool drives, Modelbased control



---

# 1. Einleitung

Schon seit Jahrzehnten wird auf dem Gebiet der magnetischen Lagerung geforscht und werden anwendungsorientierte Applikationen entwickelt. Zum heutigen Tage kann man feststellen, dass die Grundlagenforschung prinzipiell als abgeschlossen betrachtet werden kann, da mittlerweile mehrere Hersteller wie beispielweise SKF, Levitec, EAAT Chemnitz und die MECOS Traxler AG eine solche Technik in ihrem Sortiment aufgenommen haben und kommerziell vertreiben. Auch der immer wieder aufgeführte Transrapid ist nur ein Beispiel für die mittlerweile industrielle Nutzung dieser Art der Lagertechnik.

Bevor jedoch eine solche Lagerung zum Einsatz kommt, muss für den entsprechenden Anwendungsfall zwischen den Vor- und den Nachteilen dieser Technik abgewogen werden. Zu den Vorteilen gehören eindeutig die Berührungslosigkeit, die Verschleißfreiheit und die über die Regelung einstellbare Dämpfung und Steifigkeit. Dem gegenüber steht immer noch der erhöhte Kostenaufwand einer solchen Anwendung. Zieht man z.B. ein konventionelles Lager zum Vergleich heran, so wird sicherlich erst dann ein Magnetlager eingesetzt, wenn dessen Vorteile die Nachteile überwiegen.

Im Werkzeugmaschinenbau werden derzeit unter anderem Bearbeitungsspindeln für das Polieren von optischen Oberflächen, Verdichter und Pumpen magnetisch gelagert.

In erster Linie geht es aber nicht darum konventionelle Lager zu ersetzen sondern um maschinelle Neuentwicklungen. Magnetische Lager sind z.B. nicht an eine Rotation gebunden und können somit auch in solchen neuen Konzepten eingesetzt werden. Ein Beispiel hierfür ist die magnetisch gelagerte Linearführung in der Arbeit von [Ruskowski, 2004].

Für die Regelung von magnetischen Lagerungen gibt es in der Literatur eine Vielzahl von Ansätzen. Angefangen bei linearen PD-Reglern über optimale Regelungen

$H_2$  und  $H_\infty$  [Palis, 2005] bis hin zu nichtlinearen adaptiven Fuzzyreglern. Voraussetzung für eine Reglersynthese bildet dabei immer das Modell der Regelstrecke, welches ebenfalls auf unterschiedlichsten Wegen ermittelt werden kann.

Existiert ein hinreichend genaues Modell der Regelstrecke, so können auch die modellgestützten Verfahren angewendet werden. Häufig werden dabei lineare Modelle eingesetzt, die durch eine Taylorreihenlinearisierung des nichtlinearen Modells gewonnen werden. Durchlaufen die Systemgrößen jedoch während des Betriebes einen großen Wertebereich, so sollten eher die nichtlinearen Modelle Berücksichtigung finden.

Die Anwendung solcher Verfahren werden in [Rothfuss, 1997] und [Zeitzy, 2010] gezeigt und sollen auch Gegenstand dieser Arbeit sein.

### 1.1. Motivation

Der Einsatz einer solchen Technik für Werkzeugmaschinenrundtische ist schon in früheren Arbeiten [Petzold, 2007] vorgestellt worden. Hierbei handelte es sich um erste Prototypen einer solchen Maschine, bei denen ausgehend von einem linearisierten Streckenmodell, PID- und Zustandsregler umgesetzt wurden.

Die prinzipielle Funktionalität einer solchen Technik ist dadurch schon bewiesen worden, dennoch sind für den endgültigen industriellen Einsatz noch Verbesserungen notwendig.

Um sich dem Vergleich mit konventionellen Rundtischen zu stellen, ist neben einem guten Stör- und Führungsverhalten auch eine einfache Inbetriebnahme der instabilen Strecke anzustreben. Des Weiteren sollte die notwendige Steuerung und Regelung auf industriell verfügbaren Standardlösungen umgesetzt werden.

Ein wichtiger Ansatz für die Realisierung der genannten Ziele ist, die Kompensation der Nichtlinearität über den gesamten Arbeitsbereich und die Kombination von linearen und nichtlinearen Ansätzen der Regelungstechnik.

Ziel muss sein, den höheren gerätetechnischen Aufwand durch eine höhere Verfügbarkeit und Robustheit dieser Anlage gegenüber der konventionellen Technik zu rechtfertigen und eine intelligente Werkzeugmaschine zu entwickeln.

---

## 1.2. Gliederung und Aufbau der Arbeit

Ausgehend von der Herleitung der Bewegungsgleichung wird zusammen mit den Koordinatentransformationen und der nichtlinearen Aktorcharakteristik ein nichtlineares Modell des magnetisch gelagerten Rundtisches aufgestellt. Die messtechnisch ermittelte Aktorkennlinie wird invertiert und für die Kompensation auf Basis der Feedbacklinearisierung der Nichtlinearität genutzt.

Die so linearisierte Strecke wird mit Hilfe einer Kaskadenregelung und einem Sollwertgenerator, deren Einstellregeln auf der Summenzeitkonstante  $T_{\Sigma}$  basieren, geregelt.

Anschließend wird diese Regelung auf einer Standardbaugruppe umgesetzt und es wird auf Besonderheiten bei der Implementierung hingewiesen. Die Arbeit endet mit der Verifikation der experimentellen Ergebnisse, der Zusammenfassung und einem Ausblick.



---

## 2. Stand der Technik

### 2.1. Magnetisch gelagerte Maschinen

Magnetlagerungen sind seit mehreren Dekaden Gegenstand der Forschung und werden mittlerweile in verschiedenster Art und Weise in sehr unterschiedlichen technischen Bereichen eingesetzt. Prinzipiell kann man zwischen *aktiven* und *passiven* magnetischen Lagerungen unterscheiden, wobei sich die Klassifikation auf das Vorhandensein einer Regelung bezieht.

Bei passiven Magnetlagern werden entweder die abstoßenden oder anziehenden Kräfte zwischen Dauermagneten oder die Anziehungskräfte zwischen Dauermagneten und ferromagnetischen Materialien ausgenutzt. Eine Regelung ist hierbei nicht vorhanden. Ferromagnetische Stoffe können mit dieser Art der magnetischen Lagerung nicht in allen Freiheitsgraden gleichzeitig in Schwebelage gehalten werden, das wurde schon von Samuel Earnshaw [Earnshaw, 1842] 1842 nachgewiesen. Meist werden die Permanentmagnetlager ergänzend zu aktiven Magnetlagern oder zur Entlastung konventioneller Lagerungen verwendet. Nur in der Kombination von Permanentmagneten und Hochtemperatursupraleitern kann eine stabile Lagerung in 5 DOF erreicht werden. Ein Supraleiter hat bei tiefen Temperaturen keinen elektrischen Widerstand und aufgrund des Meißner-Ochsenfeld Effekt werden alle Feldlinien aus ihm heraus gedrängt und er erhält somit diamagnetische Eigenschaften.

Die Wirkungsweise aktiver magnetischer Lagerungen wurde schon im Patent des deutschen Ingenieurs Kemper im Jahre 1937 [Kemper, 1937] beschrieben. So kann der Schwebezustand eines Körpers aufrechterhalten werden, wenn der Abstand zwischen Körper und Magnet gemessen, mit einer Referenzlage verglichen und die so gebildete Regeldifferenz über einen Regler mit nachgeschaltetem Leistungsverstärker als Stromsollwert der Spule des Elektromagneten zugeführt wird. Diese

Beschreibung steht für das elektromagnetische Schweben auf Basis der Reluktanzkraft.

In der Arbeit von [Schweitzer et al., 1993] werden die Grundlagen, Eigenschaften und klassische Regelungsstrategien für aktive elektromagnetische Lager ausführlich dargestellt. Ausgehend von der linearisierten Strecke werden PD bzw. PID-Regler für die Stabilisierung der Position genutzt und der Zusammenhang zwischen den Regelparametern und den Lagereigenschaften, Dämpfung und Steifigkeit, erläutert.

Die Regelung von aktiven magnetischen Lagerungen ist auch Gegenstand weiterer zahlreicher Arbeiten. Beginnend bei der klassischen linearen Regelungstechnik wurden auch nichtlineare Regelungsstrategien untersucht. In der Arbeit von [Yen and Chung, 2000] wurde ein Magnetlager mittels Sliding-Mode-Regelung stabilisiert. Ein anderer Ansatz ist eine Zustandsregelung [Mizuno et al., 1996] bzw. robuste Zustandsregelung [Draganov et al., 2005] oder eine Zustandsregelung mit Feedbacklinearisierung wie bei [Burgos et al., 2006] und [Palis, 2005].

Weitere Forschungsarbeiten beschäftigen sich mit maschinellen Neuentwicklungen, unter Verwendung von aktiven Magnetlagern. In der Arbeit von [Schmülling, 2009] steht die Entwicklung und der Entwurf eines linearen elektromagnetischen Führungssystems für Aufzüge unter Berücksichtigung von Zuverlässigkeit, Laufruhe und im Besonderen der Sicherheit der Fahrkorbinsassen im Focus der Betrachtungen. Die speziellen Anforderungen, die sich aus sehr hohen Gebäuden ergeben, führen in diesem Fall zu einem neuen Einsatzgebiet der Magnetlagerung im Aufzugsbau. Die in dieser Arbeit vorgestellten elektromagnetischen Linearführungen führen zu den bekannten Vorteilen von Magnetführungen, sie sind verschleißfrei und benötigen keine Schmiermittel. Ein weiterer Vorteil ist die aus der Reibungsfreiheit resultierende Geräuschreduzierung, die zu einem höheren Fahrkomfort führt.

Im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 516 werden am Institut für Fertigungstechnik und Werkzeugmaschinen (IFW) der Leibniz Universität Hannover aktive Linearführungen für Mikrosysteme untersucht. Die Systeme sind für Positionieraufgaben im Nanobereich konzipiert. Im Beitrag von [Kayapinar, 2010] wird die Vorgehensweise bei der Miniaturisierung und der prinzipielle Versuchsaufbau ge-

---

zeigt. Hierfür wurde vor dem Aufbau der eigentlichen Micromagnetführung, eine äquivalente makroskopische Magnetführung gebaut, die mit vier geregelten Tragmagneten den Läufer im Schwebezustand hält. Die Übertragung der Ergebnisse auf Microsysteme geht einher mit steigenden Anforderungen an die Regelaufgabe. Die zu messenden Luftspalte von wenigen Mikrometern müssen hochauflösend über die Sensorik mit entsprechender Messgüte erfasst oder gegebenenfalls durch Signalaufbereitung weiterverarbeitet werden. Die kleine Läufermasse führt zudem zu einer steigenden Reglerfrequenz.

Am Institut für Regelungstechnik der TU Braunschweig wird derzeit die Magnetlagerung von Querkraftmaschinen untersucht,[Hülsmann, 2007]. Die axialen Lagerkräfte werden hierbei durch ein Magnetlager aufgebracht und die radialen Lagerkräfte durch einen lagerlosen Querkraftmotor erzeugt. Dieser Motor verfügt neben der Antriebswicklung noch über zusätzliche Tragwicklungen. Diese Kombination von Magnetlagerung und Motor führt letztendlich zu einer Reduzierung der Systemkomponenten und somit zu einer Kostenersparnis. Die Anforderungen an die zu entwerfende Regelung werden dabei durch die Nichtlinearitäten der Lagerung und des Motors definiert.

In der Dissertation von [Weißbacher, 2010] der RWTH Aachen wurde der Entwurf und die Umsetzung von Magnetlagersystemen für schwere schnelllaufende Teilchenstrahlchopper untersucht. Hier steht auch eine neue Lösung für einen Teilchenstrahlchopper für Neutronenstreuexperimente in der Materialforschung mit modernen Magnetlagersystemen im Mittelpunkt der Betrachtung. Mittels einer aktiven Lagerung werden die veränderte technischen Anforderungen bezüglich der Rotormasse und der zu realisierenden hohen Drehzahl erfüllt.

Die Hochschule Görlitz/Zittau arbeitet, unterstützt durch die Siemens-AG, an magnetisch gelagerten Industriedampfturbinen. Hierfür wurde eine Versuchsanlage aufgebaut, in der die Magnetlager unter simulierten Kraftwerksbedingungen erprobt und untersucht werden. Ziel ist es die ölgeschmierten Lager der Turbinen durch Magnetlager zu ersetzen und industriell einzusetzen.

Die hier aufgeführten Forschungsarbeiten zeigen, dass die Magnetlagertechnik in immer mehr neue technische Einsatzgebiete einfließt. Ergänzend hierzu sind die schon am Markt verfügbaren kommerziell nutzbaren Magnetlager zu nennen.

Bekanntestes und immer wieder genanntes Beispiel einer solchen Lagerung ist der Transrapid, dessen Funktion auf der Emslander Versuchstrecke schon 1988 nachgewiesen wurde und der seit Dezember 2002 in Shanghai zwischen Messezentrum (SNIEC) und Flughafen Pudong eingesetzt wird.

Eine weitere wirtschaftlich eingesetzte Anwendung für elektromagnetische Lager sind Schwungradspeicher. Neben industriellen Anbietern wie der Levitec GmbH [Levitec, 2012], wird auf diesem Gebiet hinsichtlich der Speicherzeit und Sicherheit an der TU Wien geforscht. Untersucht werden die Grundlagen für ein Long Term Storage (LTS)-Flywheel zur dezentralen Zwischenspeicherung von elektrischer Energie. Ziel ist es eine wesentlich höhere Speicherzeit und Betriebssicherheit bei geringen Systemkosten zu erreichen.

Die Firma Mecos Traxler AG [Mecos Traxler AG, 2012] bietet in einer neuen Produktlinie (Magnetic bearing and Motor Controller with Spindle) integrierte Magnetlager-Systeme an. Hierbei befindet sich das Steuergerät direkt in der Maschine und bildet eine universelle Plattform für z.B. Turbomolekularpumpen bzw. Anwendungen mit kleinem Formfaktor.

---

## 2.2. Magnetisch gelagerte Rundtische

Im Mittelpunkt dieser Arbeit stehen magnetisch gelagerte Maschinenrundtische, [Schallschmidt et al., 2007a]. Bislang sind drei Prototypen mit einer solchen Lagerung in Zusammenarbeit mit lokalen Unternehmen und Lehrstühlen der Otto-von-Guericke Universität Magdeburg entstanden. Alle drei Maschinen unterscheiden sich in der Konstruktion der Lagerung und in anderen technischen Parametern voneinander. Sie stellen verschiedene Ausbau- bzw. Entwicklungsstufen dar. Die ersten beiden Prototypen sind in Abbildung 2.1 dargestellt.

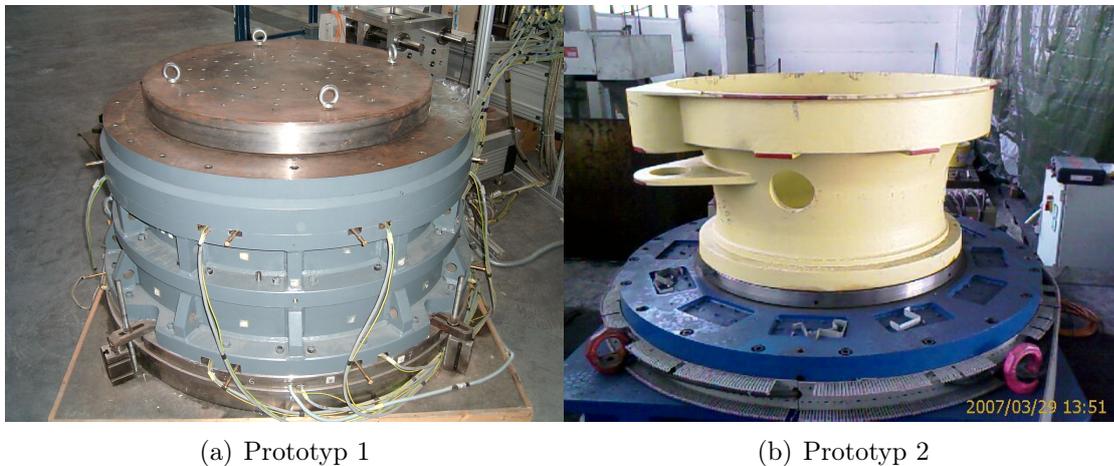


Abbildung 2.1.: Rundtischprototypen

Der Prototyp 1 war Gegenstand der Dissertation von Olaf Petzold, [Petzold, 2007]. Diese Maschine ist ca. 1000 mm hoch und hat einen Durchmesser von 1000 mm. Sie besteht aus acht Halte-/Tragmagnet und zwei Zentriermagnetenpaarungen, die einen Rotor mit einer Masse von ca. 1300 kg magnetisch lagern. Alle Magnete sind als Hybridmagneten ausgeführt und werden in Differenzanordnung angesteuert. Als Stellglieder dienen 4 Quadranten-Gleichstromsteller mit einer Taktfrequenz von 8 kHz, einer Zwischenkreisspannung von 240 V und einem maximalen Dauerstrom von 30 A. Als Drehantrieb dient ein Torquemotor mit einem Außendurchmesser von 1030 mm, 176 Polen und einer maximalen Drehzahl von  $68 \text{ min}^{-1}$ . In der Mitte der Anlage ist das zentrale Fanglager angeordnet, welches den Kontakt zwischen Rotor und Magneten im Störfall verhindert. Die Rotorposition wird

## 2. Stand der Technik

---

mit Hilfe von 6 Wirbelstromsensoren mit anschließender Koordinatentransformation in den 5 Freiheitsgraden  $(x, y, z, \varphi_x, \varphi_y)$  gemessen.

Die Magnetlagerregelung ist auf einem Linux-PC mit RTAI-Echtzeit-Kernel implementiert und die Kopplung zur Regelstrecke erfolgt über AD- und DA-Messkarten, [Palis et al., 2008c].

Mit dem Prototyp 1 wurde die prinzipielle Machbarkeit einer solchen Rundtischlagerung nachgewiesen, ein industrieller Einsatz erfolgte jedoch nicht.

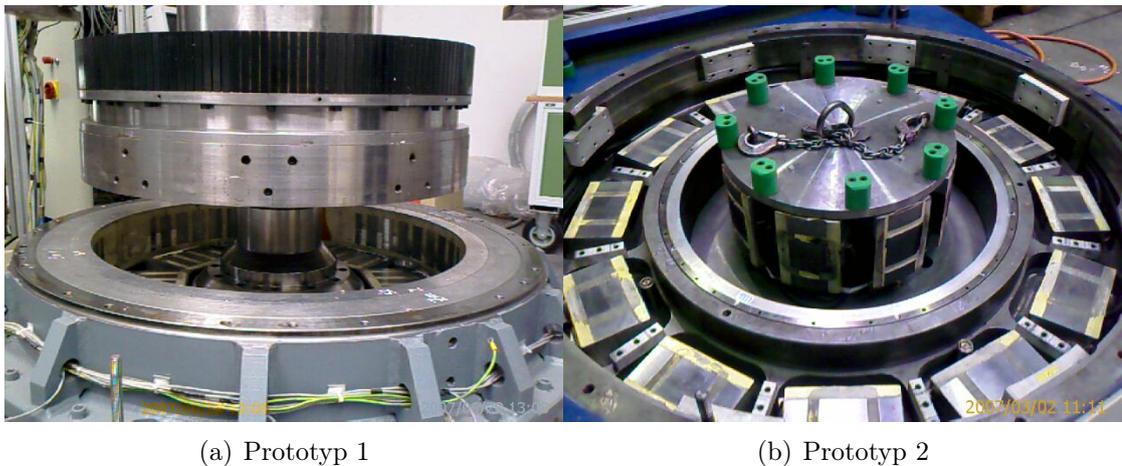


Abbildung 2.2.: Rundtischprototypen Innenansicht

Die Erfahrungen aus der Konstruktion und der Inbetriebnahme des ersten Prototypen wurden bei der Entwicklung des zweiten Prototypen berücksichtigt. Einige Komponenten, wie die Sensorik und der Direktantrieb, wurden übernommen und bei diesem Prototypen ebenfalls eingesetzt. Auch die Hybridmagnettechnik wurde wieder verwendet.

Veränderungen gab es vor allem bei der Anordnung der Zentriermagneten, den Fanglagern und der eingesetzten Regelungsbaugruppe.

Die Zentriermagneten wurden nun in der Mitte der Anlage platziert und die Fanglager befinden sich sowohl zwischen den einzelnen Magneten und am Rand des Gehäuses. Durch diese veränderte Anordnung hat der Rotor eine definierbare „Nullposition“, wenn er auf den unteren Fanglagern aufliegt. Insgesamt ist die Konstruktion in den Abmessungen mit 400 mm Höhe flacher und kann mit einem Durchmesser

---

von 2000 mm auch wesentlich größere Aufspannplatten und Werkstücke tragen. Die Regelung wurde bei diesem Rundtisch auf einem echtzeitfähigen dSPACE-System umgesetzt. Die Nutzung dieser Hardware ermöglicht die direkte Programmierung in Matlab/Simulink ohne Einbußen bei der Echtzeitfähigkeit zu haben. Die Konfiguration ermöglicht Abtastzeiten von bis zu 0.5 ms. Derzeit befindet sich die Anlage im industriellen Testfeld, wo bislang die Tragfähigkeit und der Einfluß der Rotation auf die Lagerung unter Last bei verschiedenen Reglerstrukturen untersucht wurden.

Der Permanentmagnetanteil der Hybridmagneten in den beiden ersten Prototypen realisiert zwar eine magnetische Vorspannung und in Folge dessen ist im Arbeitspunkt auch ein geringerer Strom für die Regelung notwendig, er erschwert aber auch die Fertigung der Magnete bzw. die Montage der Rundtischeinzelteile. In einer spannbearbeitenden Industrie und in stark mit Metallstaub und Ruß belasteten Umgebungen, sind zusätzliche Maßnahmen hinsichtlich der Abdichtung der Anlage notwendig.

Im dritten Prototypen wurde aus diesem Grund auf den Permanentmagnetanteil verzichtet und stattdessen in jeden Magneten eine zweite Spule installiert die, mit einem konstanten Strom gespeist, den Permanentmagnetanteil ersetzt. Außerdem wurde die Anzahl der Magnete reduziert bzw. die Funktionalität des Haltens und des Zentrierens durch schräg angeordnete Magneten kombiniert. Für die Regelung und zur Stromversorgung wurden industrielle Standardbaugruppen verwendet, wodurch diese Anlage schon als industrienaher Prototyp gelten kann.

Für den industriellen Einsatz werden Maschinenrundtische in vielen Varianten angeboten. Zum Vergleich mit den vorgestellten magnetisch gelagerten Varianten sind in Abbildung 2.3 zwei NC-Rundtische dargestellt, die vergleichbare technische Parameter liefern.



(a) Fibrodyn



(b) TC 1000T

Abbildung 2.3.: Direkt angetriebene NC-Rundtische

Beide Maschinen werden direkt über einen Torquemotor angetrieben und in verschiedenen Baugrößen angeboten. Der Fibrodyn- Rundschalttisch ist ein Produkt der Fibro GmbH und ist für hochdynamische und hochgenaue Dreh- und Positionieraufgaben in Werkzeugmaschinen konzipiert. Der TC 1000T ist ebenfalls ein Rundschalttisch und wird von der Weiss GmbH angeboten. Diese konventionellen Tische sind mit Wälzlagern ausgestattet. Zusätzlich wird meist eine hydraulische Klemmung des Rotors mitangeboten, so dass die angreifenden Bearbeitungskräfte nicht allein vom Motor und vom Lager aufgenommen werden müssen.

Hinsichtlich magnetisch gelagerter Maschinenrundtische gibt es von der Schaeffler AG eine Konzeptuntersuchung, [Schaeffler Technologies AG & Co. KG, 2007]. Hierbei handelt es sich um eine Kombination von passiven Magnet- und Wälzlagern in Rundtischachsen. Das Ziel dieser Kombination ist insbesondere die Tragfähigkeit und die Grenzdrehzahl, sowie die Lagerlebensdauer zu steigern. Hierzu werden neben der konventionellen Wälzlagerung, konzentrische Ringe aus Permanentmagneten, sowohl im Maschinenbett, als auch auf dem drehenden Rundtisch so angebracht, dass sich die Magnete gegenseitig abstoßen. Hierdurch entsteht eine konstante, vom Drehwinkel unabhängige Kraft, die einen gewissen Teil der

---

Gewichtskraft, die auf den Tisch und somit auf das Wälzlager wirkt, kompensiert und somit zu einer Entlastung führt.

Diese aufgezählten Aktivitäten hinsichtlich magnetisch gelagerter Maschinen zeigen deutlich, dass die Entwicklungs- bzw. Forschungsarbeit noch nicht abgeschlossen ist und sich immer neue Anwendungsfelder für elektromagnetische Lagerungen ergeben.



---

## 3. Modellbildung

Im Rahmen der Modellbildung wird das Verhalten mathematisch beschrieben und bildet die Grundlage für den Entwurf der Regelung. Im Laufe der Entwicklung von magnetisch gelagerten Rundtischen sind derzeit drei Prototypen mit einer solchen Lagerung entstanden. Der in dieser Arbeit betrachtete magnetisch gelagerte Rundtisch ist in der Abbildung 3.1 als dreidimensionale CAD-Zeichnung dargestellt und ermöglicht einen Blick auf die wesentlichen Komponenten des Lagers. Neben den oberen und unteren elektromagnetischen Lagerpunkten ist der Rotor mit Aufspannplatte zu erkennen. Die Kombination von Zentrier- und Haltefunktion, durch die geneigte Anordnung der unteren Magnete, wird ebenfalls verdeutlicht.

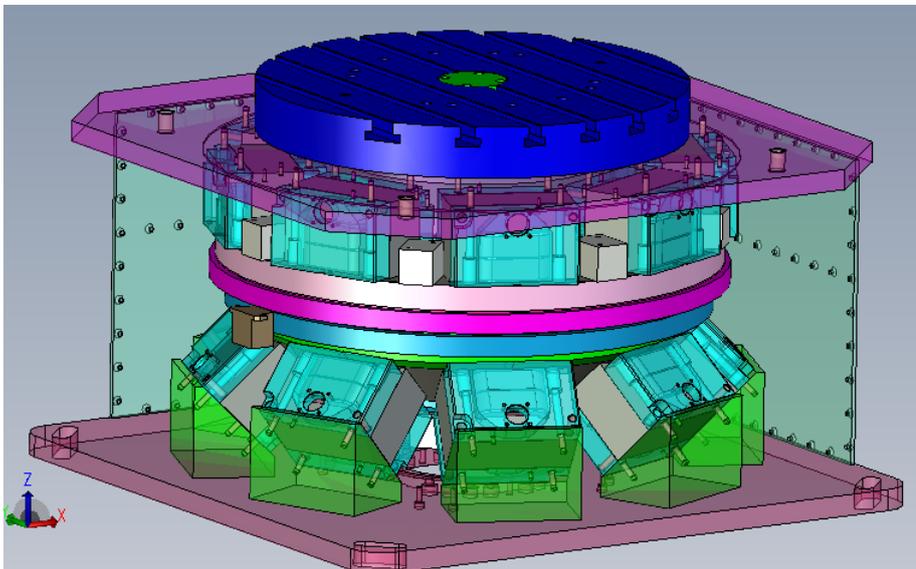


Abbildung 3.1.: Magnetlager 5 DOF<sup>1</sup>

### 3. Modellbildung

---

Die oberen Magnete realisieren die Lagerung des Rotors in  $(z, \varphi_x, \varphi_y)$ . Hierbei entspricht die  $z$ - Achse dem Heben und Senken des Rotors und die  $\varphi_x$ - und  $\varphi_y$ -Achse repräsentieren die Drehung des Rotors um die  $x$ - und  $y$ - Achse. Prinzipiell kann das Modell in die in Abbildung 3.2 dargestellten Teilsysteme zerlegt werden. Mit den 16 Elektromagneten, die acht Lagerpunkten entsprechen, ist das elektromagnetische System mathematisch überbestimmt. Durch Anwendung einer Koordinatentransformation, auf die in einem nachfolgenden Abschnitt noch eingegangen wird, entsteht ein mathematisch bestimmtes System mit 5 Freiheitsgraden.

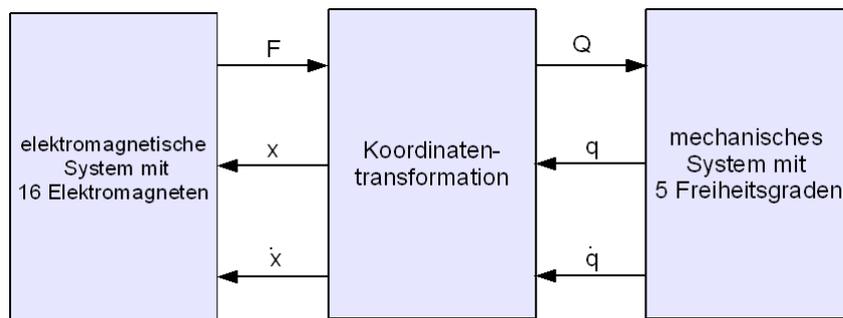


Abbildung 3.2.: Teilsysteme

Die Kräfte der 16 Magnete können im Vektor  $F = (F_1, F_2, \dots, F_{16})^T$  zusammengefasst werden. Über eine Koordinatentransformation der Kräfte  $A_{16F}^5$  wird daraus der generalisierte Kraft- und Momentenvektor  $Q$  der Freiheitsgrade  $(x, y, z, \varphi_x, \varphi_y)^T$  gebildet. Die Lage  $q$  und die Geschwindigkeit  $\dot{q}$  des mechanischen Systems werden ebenfalls über eine Koordinatentransformation  $A_5^{16}$  auf den Weg  $x$  und die Geschwindigkeit  $\dot{x}$  der einzelnen Magnete zurück transformiert.

Im Folgenden wird nun die Bewegungsgleichung des mechanischen Systems, die Koordinatentransformation und die Identifikation der Nichtlinearität beschrieben und daraus das Modell des Gesamtsystems entwickelt.

---

<sup>1</sup>Konstruktionszeichnung der FEMCOS-Ingenieurbüro mbH Magdeburg

---

### 3.1. Lagrange Bewegungsgleichung

Ausgehend von einer eindimensionalen Lagerung wird über den Lagrangeansatz die Bewegungsgleichung aufgestellt. Die Annahmen und Zusammenhänge gelten ebenfalls für Lager höherer Ordnung, sind aber im eindimensionalen Fall verständlicher. Im Bild 3.3 ist ein prinzipieller Aufbau einer solchen vereinfachten Lagerung dargestellt.

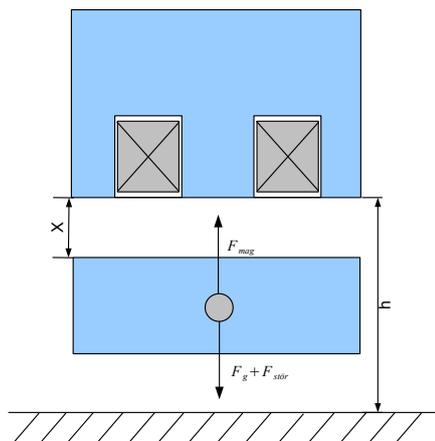


Abbildung 3.3.: Magnetlager 1DOF

Eine solche Anordnung besitzt einen Freiheitsgrad und ist in den meisten Demonstrationsversuchsständen anzufinden. Das Prinzip einer magnetischen Lagerung wird einfach veranschaulicht. Im Normalfall heben sich die Kräfte, die am Schwebekörper angreifen, gegenseitig auf.

Es gilt:

$$F_{mag} = F_{stoer} + F_g \quad (3.1)$$

Die Besonderheit einer solchen einfachen Anordnung besteht darin, dass die Störkräfte, die in Richtung der Magnetkraft wirken, die Gewichtskraft nicht überschreiten dürfen, da sonst die Stabilität nicht mehr gegeben ist. Ausgehend von der Annahme, dass der Weg vom Eisenjoch zum Rotor und vom Rotor zum Eisenjoch im Mittel gleich  $2x$  entspricht, errechnet sich der magnetische Widerstand  $R_{mag}$  einer

### 3. Modellbildung

---

solchen Anordnung, mit Hilfe der Querschnittsfläche  $A$  und der Permeabilität  $\mu_0$  aus:

$$R_{mag} = R_{magLUFT_1} + R_{magLUFT_2} = \frac{2x}{\mu_0 A} \quad (3.2)$$

Für die wegabhängige Induktivität mit einer Windungszahl  $N$  gilt dann folgendes:

$$L(x) = \frac{N^2}{R_{mag}} \quad (3.3)$$

Unter Anwendung der so definierten Größen  $L(x)$  und  $R_{mag}$  kann über den Lagrange-Ansatz die Bewegungsgleichung für ein solches System ermittelt werden.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = Q_i - \frac{\partial F_{dis}}{\partial \dot{q}_i} \quad (3.4)$$

wobei sich  $\mathcal{L}$  aus der Differenz von kinetischer und potentieller Energie ergibt :

$$\mathcal{L} = W_{kin} - W_{pot} \quad (3.5)$$

Für diese Systemenergien gelten dann folgende Zusammenhängen:

$$W_{kin} = \frac{L(x)}{2} \cdot i^2 + \frac{m}{2} \cdot \dot{x}^2 \quad W_{pot} = m \cdot g(h - x) \quad (3.6)$$

Die Freiheitsgrade  $q_n$  und die generalisierten Kräfte  $Q_n$  werden wie folgt festgelegt:

$$q_1 = q = \int i dt \quad Q_1 = U - iR \quad (3.7)$$

$$q_2 = x \quad Q_2 = 0 \quad (3.8)$$

damit ergibt sich  $\mathcal{L}$  zu:

$$\mathcal{L} = \frac{L(x)}{2} i^2 + \frac{m}{2} \dot{x}^2 - m \cdot g(h - x) \quad (3.9)$$

---

Ableitungen zu  $q_1 = q$

Die Ladung  $q$  entspricht dem Integral des Stromes, somit ist die erste zeitliche Ableitung von  $q$  der Strom  $i$ .

$$q_1 = \int i dt \quad \dot{q} = i \quad (3.10)$$

eingesetzt in das Lagrange-Funktional:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (i dt)} = U - i \cdot R \quad (3.11)$$

$$\frac{d}{dt} (L(x)i) = U - i \cdot R \quad (3.12)$$

$$\frac{d}{dt} (L(x(t))i(t)) = U - i \cdot R \quad (3.13)$$

und lösen nach der Kettenregel ergibt dann:

$$\frac{dL}{dx} \frac{dx}{dt} \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} = U - i \cdot R \quad (3.14)$$

Mit der zuvor ermittelten wegabhängigen Induktivität:

$$L = \frac{N^2 \mu_0 A}{2x} = \frac{N^2 \mu_0 A}{2} x^{-1} = a \cdot x^{-1} \quad (3.15)$$

Im Faktor  $a$  sind somit alle festen Parameter, wie die Windungszahl  $N$ , die Fläche  $A$  und die Permeabilität  $\mu_0$  enthalten.

$$\frac{-a}{x^2} \dot{x} i + L \frac{di}{dt} = U - i \cdot R \quad (3.16)$$

### 3. Modellbildung

---

und durch das Auflösen nach der höchsten Ableitung, ergibt sich die Bewegungsgleichung für den ersten Freiheitsgrad,

$$\frac{di}{dt} = L^{-1}(U - i \cdot R + \frac{a}{x^2} \dot{x} i) \quad (3.17)$$

welche dem nachfolgenden Signalflussplan entspricht:

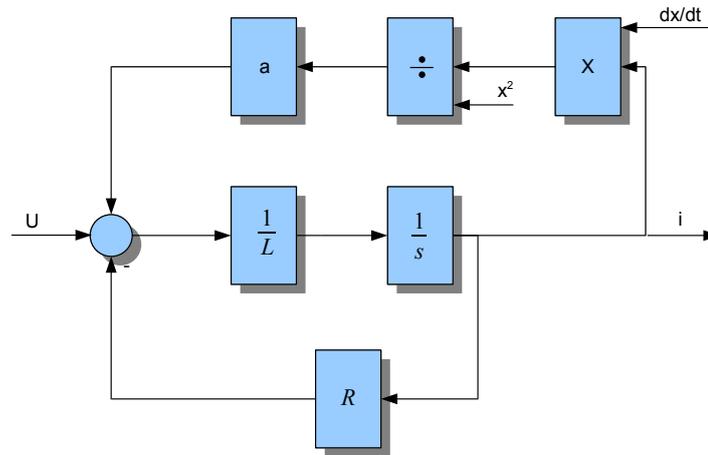


Abbildung 3.4.: elektrische Teil 1DOF

Ableitungen zu  $q_2 = x$

Das Lagrange-Funktional hierfür lautet:

$$\mathcal{L} = \frac{L(x)}{2} i^2 + \frac{m}{2} \dot{x}^2 - m \cdot g \cdot h + m \cdot g \cdot x \quad (3.18)$$

und ergibt eingesetzt.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 0 \quad (3.19)$$

das ergibt

$$m\ddot{x} - \left( \frac{\partial(L(x))}{\partial x} \frac{i^2}{2} + mg \right) = 0 \quad (3.20)$$

---

Ersetzt man  $L$  durch  $a \cdot x^{-1}$  und stellt nach der höchsten Ableitung um, erhält man die Bewegungsgleichung für den zweiten Freiheitsgrad.

$$m\ddot{x} - mg + \frac{a}{2} \frac{i^2}{x^2} = 0 \quad (3.21)$$

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} \left( mg - \frac{a}{2} \frac{i^2}{x^2} \right) \quad (3.22)$$

Der dazugehörige Signalflussplan ist in Abbildung 3.5 dargestellt.

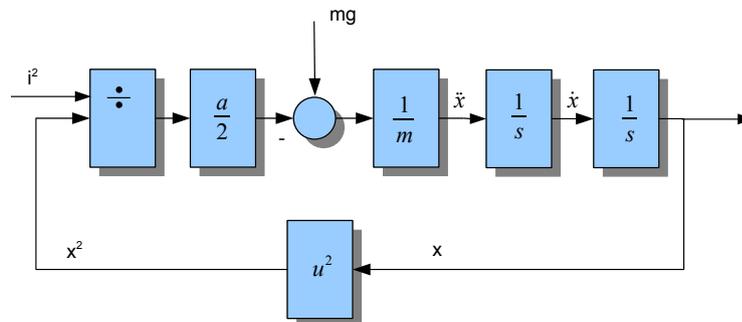


Abbildung 3.5.: mechanischer Teil 1DOF

Beide Signalflusspläne zusammen ergeben das Modell eines spannungsgesteuerten Magnetlagers.

Sowohl in der Demonstrationsanlage als auch am magnetisch gelagerten Rundtisch wird eine unterlagerte Stromregelung verwendet. Das dynamische Verhalten dieser Regelung wird durch das Übertragungsverhalten des Stellgliedes und der Zeitkonstante  $\frac{L(x)}{R}$  des elektrischen Teils des Magnetlagers, Abbildung 3.4, beeinflusst. In Abhängigkeit vom Luftspalt, verändert sich die Induktivität der Anlage, Gleichung 3.15, und es ist ein veränderliches dynamisches Verhalten des Stromregelkreises zu erwarten.

### 3. Modellbildung

---

In vorangegangenen Arbeiten wurde dieses Verhalten durch Verwendung einer Differenzansteuerung der Magnete kompensiert,[Petzold, 2007],[Ruskowski, 2004]. Das Prinzip einer Differenzansteuerung ist in Abbildung 3.6 dargestellt.

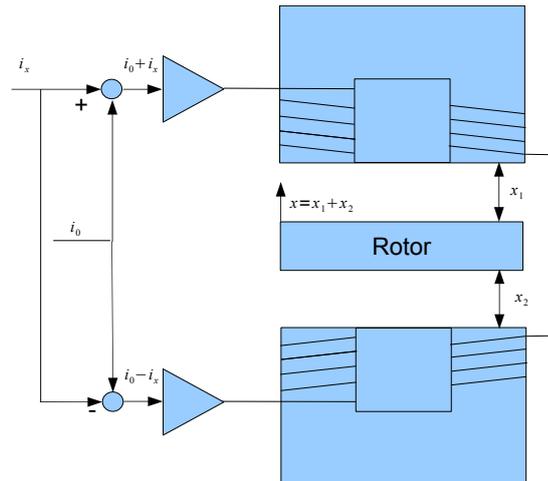


Abbildung 3.6.: Differenzansteuerung

Die Luftspalte  $x_1$  und  $x_2$  der gegenüber angeordneten Magnete, ergeben in der Summe den konstanten Arbeitsluftspalt  $x$ . Beide Magnete werden mit dem Regelstrom  $i_x$  und dem Vormagnetisierungsstrom  $i_0$  bestromt. Der obere Magnet wird mit der Summe beider Ströme und der untere Magnet mit der Differenz der Ströme versorgt. Die Magnete sind räumlich getrennt, elektrisch aber gemeinsam zu betrachten. Somit ist die Induktivität  $L(x)$  über den gesamten Arbeitsluftspalt konstant und das dynamische Verhalten der Stromregelung ändert sich im Bezug auf den Luftspalt nicht mehr. Das Übertragungsverhalten des elektrischen Teils des Magnetlagers kann dann meist als ein Verzögerungsglied erster Ordnung genähert werden.

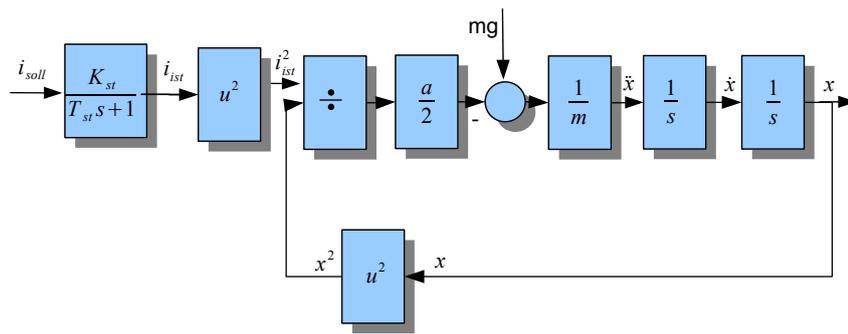


Abbildung 3.7.: stromgesteuertes Magnetlager

Bei der hier vorgestellten Anlage ist diese Art der Ansteuerung nur mit Einschränkungen realisierbar. Aufgrund der kombinierten Halte- und Zentriermagneten können nicht alle Magnetpaare in allen Freiheitsgraden gleichzeitig in Differenzansteuerung betrieben werden.

Je nach Anwendungsfall können entweder nur die Zentriermagneten, nur die Trag- und Haltemagneten oder eine Kombination davon in Differenzansteuerung realisiert werden.

Für die Erstinbetriebnahme wurde für den Rundtisch auf diese Art der Ansteuerung verzichtet, zeitgleich aber die Abhängigkeit des dynamischen Verhaltens der Stromregelung messtechnisch überprüft und im Kapitel 4 dargestellt.

Die Nichtlinearität eines Magnetlagers wird durch den Quotienten von  $\frac{i^2}{x^2}$  beschrieben. Die Stärke bzw. Wichtung dieses Zusammenhangs wird hingegen durch den Faktor  $a$  festgelegt. Somit kann durch Ermittlung des Faktors  $a$  die Stärke der Nichtlinearität des Lagers vollständig beschrieben werden.

Existiert eine Regelung, die das Magnetlager stabilisiert, so heben sich die Gewichtskraft  $F_g$  und die Magnetkraft  $F_{mag}$  im Arbeitspunkt auf. Ausgehend von der Bewegungsgleichung bzw. den am Körper angreifenden Kräften gilt somit.

$$F_g = F_{mag} \quad (3.23)$$

$$mg = \frac{a i_{AP}^2}{2 x_{AP}^2} \quad (3.24)$$

$$a = \frac{mg 2 x_{AP}^2}{i_{AP}^2} \quad (3.25)$$

Ausgehend von diesem Zusammenhang lässt sich für verschiedene Arbeitspunkte ein Wert für  $a$  bestimmen und ein Kennlinienfeld berechnen. In dem so aufgespannten Kennlinienfeld müssen sich alle Arbeitspunkte eines Magnetlagers wiederfinden.

In Abbildung 3.8 ist der beschriebene Zusammenhang visualisiert.

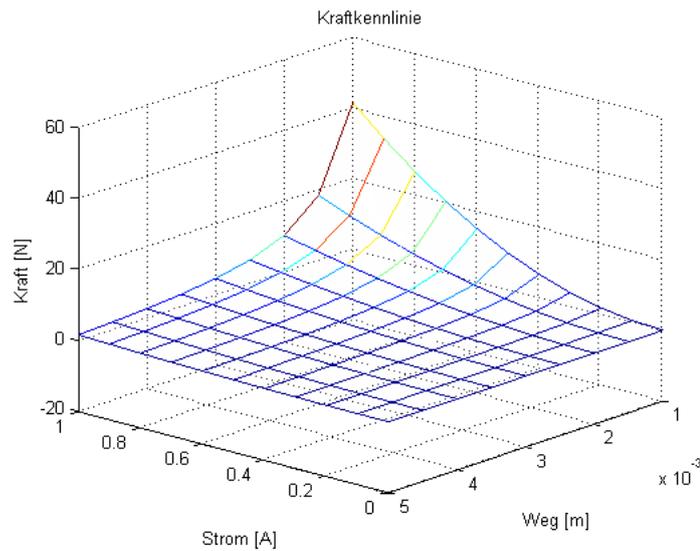


Abbildung 3.8.: Kraftkennlinie 1DOF

---

## 3.2. Streckenidentifikation

Für eine nichtlineare Streckenbeschreibung wird meist, wie im vorangegangenen Kapitel beschrieben, der quadratischen Zusammenhang zwischen Kraft, Strom und Luftspalt zu Grunde gelegt (Gleichung: 3.21). Die hierfür geltenden Annahmen, stimmen aber nur bedingt mit der Realität überein.

Um die reale Nichtlinearität  $F = f(x, i)$  der Strecke schon vor dem mechanischen Zusammenbau, experimentell ermitteln zu können, wurden die einzelnen Magnete in einem Prüfstand vermessen (Abbildung 3.9). Die Magnete wurden hierfür einzeln mit einem dazugehörigen Sekundärteil auf zwei gegenüberliegende Platten montiert. Der Abstand zwischen den Platten konnte dabei über eine Schraubverbindung variiert werden. Elektrisch wurden die Magneten an die auch später im Rundtisch eingesetzten Frequenzumrichter angeschlossen.

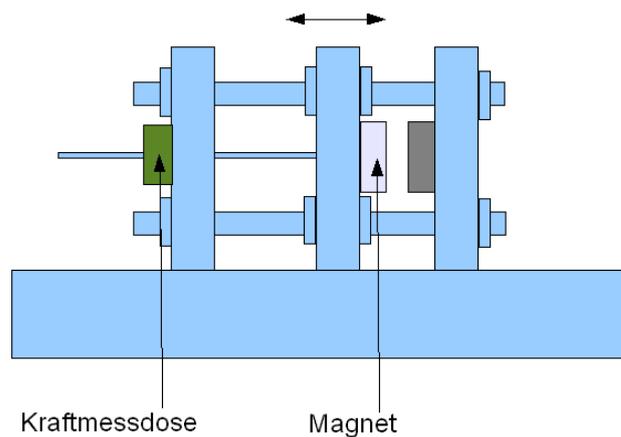


Abbildung 3.9.: Prüfstand

Eine in Krafrichtung montierte Kraftmessdose lieferte die Messwerte bei veränderlichen Abständen und Strömen.

### 3.2.1. Aktorkennlinie

Ergebnis dieser Messung ist die in Abbildung 3.10 dargestellte Strom-Abstand-Kraftkennlinie. Diese wird für jeden einzelnen Magneten aufgenommen und nachfolgend als Aktorkennlinie bezeichnet.

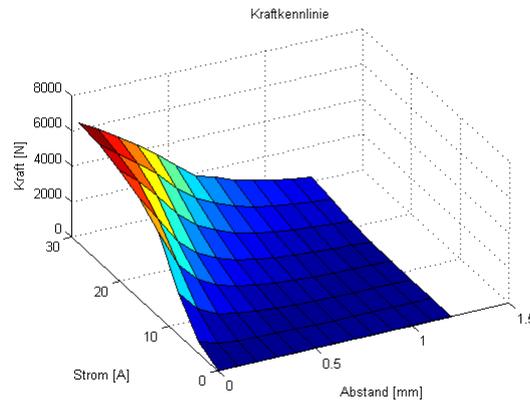
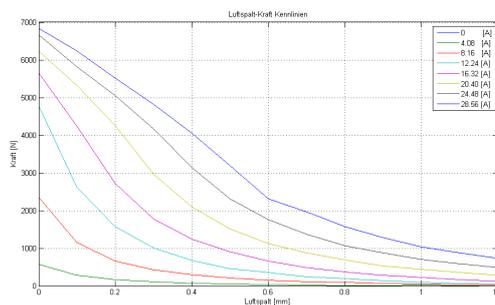
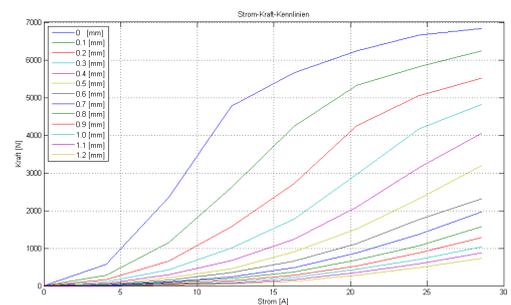


Abbildung 3.10.: Kraftkennlinie

Die so ermittelte 3D-Kennlinie zeigt deutlich, dass der funktionelle Zusammenhang zwischen Kraft, Luftspalt und Strom nur bedingt und nicht für den gesamten Arbeitsbereich quadratisch ist. Trägt man die gemessenen Werte für Abstand und Kraft sowie für Strom und Kraft jeweils in ein Diagramm ein, so ergeben sich Kennlinienfelder, aus denen sich für Strom-Luftspaltpaarungen jeweils die Kraft ableiten lässt.



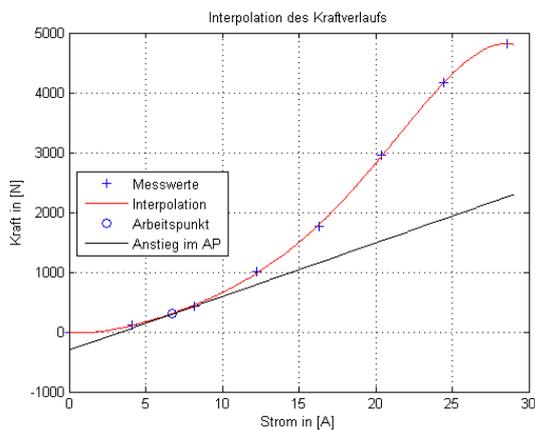
(a) Abstand-Kraft Kennlinienfeld



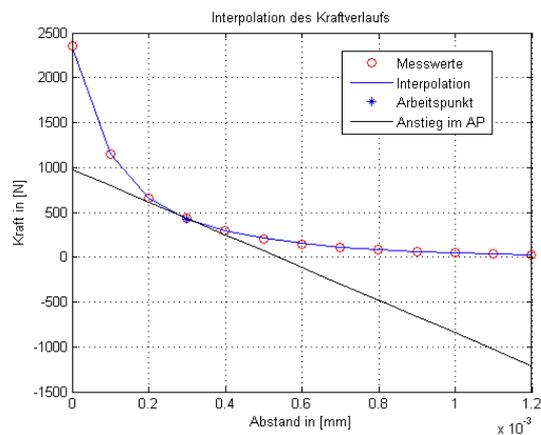
(b) AStrom-Kraft Kennlinienfeld

Abbildung 3.11.: Kennlinienfelder Abstand-Kraft und Strom-Kraft

In beiden Kennlinienfeldern wird der nichtlineare Zusammenhang zwischen Abstand, Strom und Kraft deutlich. Ausgehend von einer konstanten Rotormasse und damit konstanten Gewichtskraft, kann die in einem festgelegten Arbeitspunkt notwendige Magnetkraft eines jeden einzelnen Magneten ermittelt werden. Legt man beispielsweise den Abstand im Arbeitspunkt auf 0.3 mm fest, so ergibt sich über die zu kompensierende Gewichtskraft, der pro Magnet notwendige Strom im Arbeitspunkt.



(a) Strom-Kraft Kennlinie bei 0.3mm



(b) Abstand-Kraft Kennlinie bei 7 A

Abbildung 3.12.: Kennlinien im Arbeitspunkt

Für den linearen Reglerentwurf können dann die Kennlinien im Arbeitspunkt linearisiert und die entsprechenden Faktoren  $k_i$  (Strom-Kraft-Faktor) und  $k_s$  (Abstand-Kraft-Faktor) berechnet werden.

### 3.2.2. Inverse Kennlinie

Für die in dieser Arbeit angewendete Sollwertvorsteuerung und Feedbacklinearisierung soll die inverse Charakteristik der Aktorkennlinie genutzt werden. Diese kann auf verschiedenen Wegen berechnet bzw. ermittelt werden. Eine Möglichkeit bietet die in Abbildung 3.13 dargestellte Verschaltung.

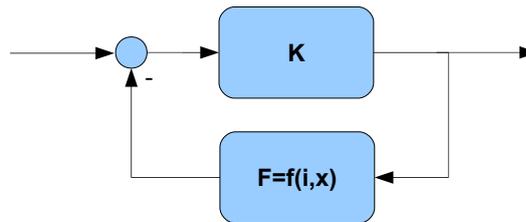


Abbildung 3.13.: inverse Struktur

Hier wird durch das Verschalten der Strom-Weg-Kraftkennlinie in den Rückwärtszweig und einer hohen Verstärkung im Vorwärtszweig (theoretisch  $K \rightarrow \infty$ ) die inverse Charakteristik errechnet. Problematisch bei dieser Variante ist die aufgrund der fehlenden Dynamik entstehende algebraische Schleife.

$$\frac{K}{1 + K \cdot f(i, x)} = \frac{1}{\frac{1}{K} + f(i, x)} \approx \frac{1}{f(i, x)} \quad (3.26)$$

Eine weitere Möglichkeit bietet die Nachbildung der inversen Struktur mit Hilfe eines Adaptive Neural Fuzzy Inference System (ANFIS). Diese Kombination verbindet ein Sugeno-Fuzzy System mit den Möglichkeiten und Lernalgorithmen von Künstlichen Neuronalen Netzen (KNN). Unter Verwendung der Methode der kleinsten Fehlerquadrate und des Backpropagationalgorithmus werden die Parameter des Fuzzy Systems berechnet. Der Inputlayer ist wie bei einem typischen Sugeno-Fuzzy-System strukturiert. Die Eingangsgrößen sind die Kraft  $F$  und der Luftspalt  $x$ , die über entsprechende Membershipfunktionen fuzzifiziert werden. Die Ausgangsfunktionen sind linear und gewichtet und ergeben jeweils einen Teilstrom  $i_i$ .

$$i_i = \alpha_i \cdot F + \beta_i \cdot x \quad (3.27)$$

---

Die Ausgangsgröße, der Strom  $i$ , ergibt sich dann anschließend aus dem gewichteten Durchschnitt aller Ausgänge und berechnet sich wie folgt.

$$i = \frac{\sum_{i=1}^N w_i \cdot i_i}{\sum_{i=1}^N w_i} \quad (3.28)$$

Diese Methode ist sehr aufwendig in der Berechnung der Daten und das Ergebnis ist von der gewählten Struktur und den verwendeten Membershipfunktionen abhängig. Des Weiteren hat sich gezeigt, dass die errechneten inversen Kennlinien in den Randbereichen immer manuell korrigiert werden mussten.

Eine weitere Variante für die Berechnung der inversen Struktur bietet die Verwendung der Daten, die bei der Vermessung der Magnete aufgenommen wurden und die Basis für die Aktorkennlinie bilden. Ist die Messung in einem genügend kleinen Raster erfolgt, ergeben sich genügend Messpunkte für den nachfolgend beschriebenen und letztendlich angewendeten Algorithmus. Jeder Messpunkt setzt sich aus den Daten für Position  $x$ , Kraft  $F$  und Strom  $i$  zusammen. Anfangs existiert eine Matrix mit den gemessenen Kraftwerten und zwei Vektoren für die Position bzw. den Luftspalt und den Strom. Die Kraft  $F$  ergibt sich dann immer aus den Paarungen von Strom  $i$  und Position  $x$ . Anders betrachtet existiert aber auch für den gesamten Kraftbereich jeweils ein Strom- und Positions Wert.

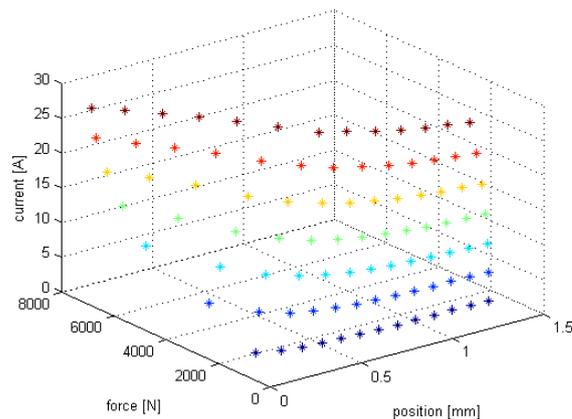


Abbildung 3.14.: inverse Kennlinie - 1. Stufe

### 3. Modellbildung

---

Für die Berechnung der inversen Aktorkennlinie muss nun ein Kraftvektor gebildet und die dazugehörige Strommatrix bestimmt werden. Der gesuchte, stetig ansteigend verlaufende Kraftvektor ergibt sich, wenn die Messwerte der Kraftmatrix steigend sortiert werden. Zusammen mit dem bekannten Positionsvektor ergibt sich die Größe der zu besetzenden Strommatrix. Anschließend werden die gemessenen Stromwerte den entsprechenden Kraft- und Positionswerten zugeordnet. Dadurch ergibt sich eine nicht vollbesetzte Strommatrix, wie sie in Abbildung 3.14 dargestellt ist. Wurde bei der Messung der Aktorkennlinie eine hinreichend kleine Schrittweite bei den Strömen gewählt, so wird schon in dieser ersten Stufe die inverse Charakteristik deutlich. Für einen funktionellen Zusammenhang, muß auf Basis der Messpunkte und der Endwerte interpoliert werden. Hierfür wurde eine kubische Methode gewählt. Bei dieser Methode wird unter Berücksichtigung der Endwerte und Meßwerte ein Funktional 3. Ordnung interpoliert. Einmal in Richtung der Kraft  $F$  und anschließend in Richtung der Position bzw. des Luftspaltes. Eventuelle Ausreißer bzw. Meßfehler werden dabei in ihrer Wirkung abgeschwächt.

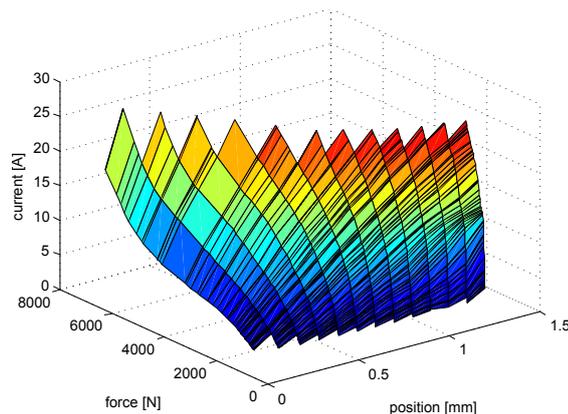


Abbildung 3.15.: inverse Kennlinie - 2. Stufe

In Abbildung 3.15 ist das grafische Ergebnis der ersten Interpolation in Krafrichtung dargestellt. Nach der Interpolation in Richtung der Luftspalte verfeinert sich die Darstellung wie Abbildung 3.16 zeigt. Abschließend müssen noch die nicht-besetzten Bereiche der Strommatrix gefüllt werden. Da die Interpolation unter Verwendung der Grenzwerte durchgeführt wurde, ist die Matrix für Werte größer als 28 Ampere nicht besetzt.

---

Im Ergebnis des beschriebenen Sortier- und Berechnungsalgorithmus entsteht eine inverse Kennlinie auf Basis der Messdaten mit hart definierten Grenzwerten, die sich aus der verwendeten Aktorik ergeben. Bei Verwendung dieser inversen Aktorkennlinie ist darauf zu achten, dass die Grenzwerte nicht überschritten werden. Die in dieser Arbeit verwendete Kaskadenstruktur bietet hierfür, durch Begrenzung der Stromsollwerte, die Möglichkeit dieses Kriterium einzuhalten.

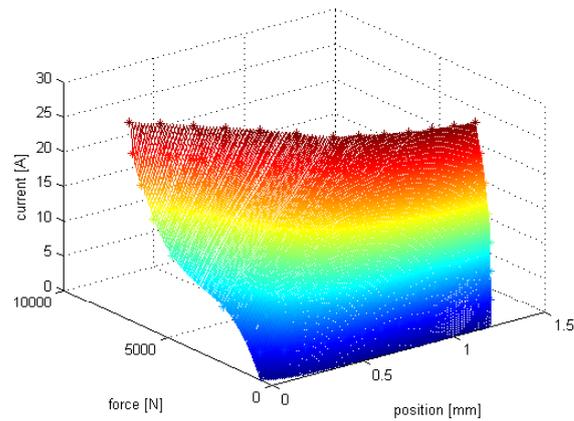


Abbildung 3.16.: inverse Kennlinie - 3. Stufe

### 3.3. Koordinatentransformation

Die Koordinatentransformation ist die Basis für das Regeln der Maschine in den 5 Freiheitsgraden  $(x, y, z, \varphi_x, \varphi_y)$ . Im ersten Schritt wird die Transformation der Position von 5 Freiheitsgraden auf die 16 Aktorabstände über die geometrischen Verhältnisse des Rundtisches ermittelt. Prinzipiell wird bei der Anordnung zwischen den Funktionen des Tragens, Haltens und Zentrierens unterschieden, woraus sich in Abhängigkeit der daran beteiligten Magneten die entsprechenden Matrizen ergeben. Im nachfolgenden Bild 3.17 ist die Draufsicht der Tragmagnet- und Sensoranordnung dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Sensoren genau auf der x- und y- Achse liegen, die z-Achse mit positiver Richtung nach oben definiert ist und die Tragmagneten gleichmäßig auf dem Kreisumfang verteilt sind.

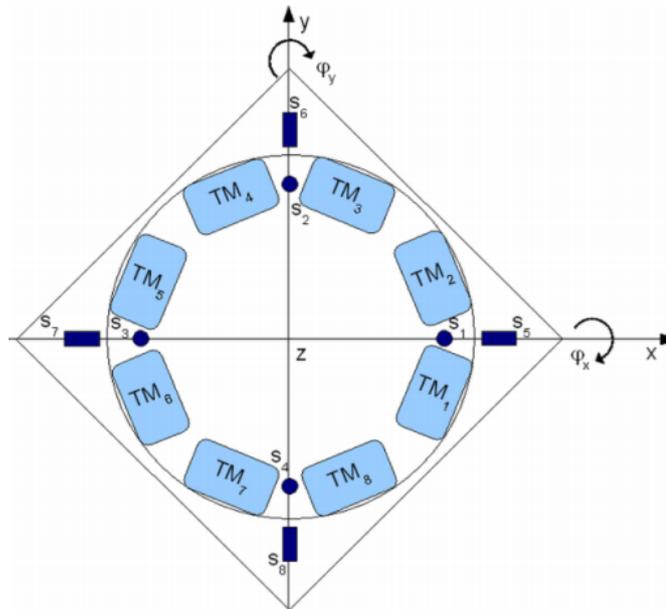


Abbildung 3.17.: Draufsicht

Bei dem so definierten Koordinatensystem ergibt sich somit folgender Zusammenhang: Wird der Rotor angehoben, so vergrößert sich der Wert für  $z$  und die Luftspalte der Tragmagneten  $\delta_{Mx}$  verkleinert sich. In der Ruhelage  $z = 0$  sind die Luftspalte der Magnete maximal  $\delta_M = \delta_{max}$ . Eine Drehung um  $\varphi_x$  und  $\varphi_y$  spiegelt sich ebenfalls in den Luftspalten der Tragmagneten wieder.

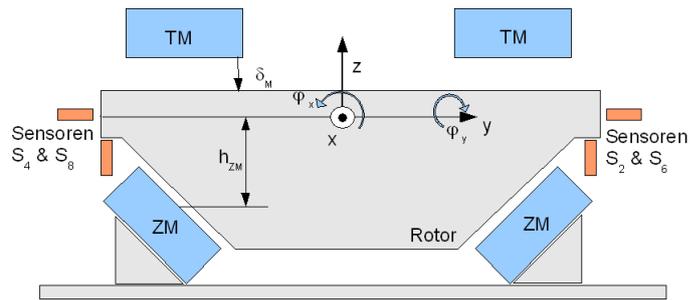


Abbildung 3.18.: Seitenansicht

Wird der Rotor seitlich bewegt, so verändern sich die Koordinaten  $x$  und  $y$  und damit der Luftspalt der Zentriermagnete. In der in Abbildung 3.18 dargestellten Seitenansicht ist die geneigte Anordnung der Zentriermagneten, und deren Verhältnis zum gewählten Rotorkoordinatensystem erkennbar.

### 3.3.1. Aktormatrizen

Die Teilansicht in Abbildung 3.19 dient zum besseren Verständnis der Berechnung der Aktormatrix der Tragmagneten. Die mit  $A_{5TM}^8$  bezeichnete Matrix dient zur Berechnung der Abstände über jedem Tragmagneten aus einer Hebel- und Winkelkombination der 5 Freiheitsgrade, wie in Gleichung 3.29 gezeigt.

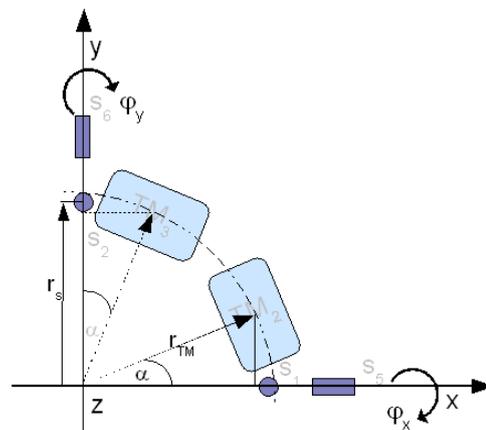


Abbildung 3.19.: Teilansicht Tragmagneten

### 3. Modellbildung

---

Der Radius  $r_{TM}$  ist dabei als Hebel und  $\alpha$  als Winkel der Tragmagnetanordnung definiert. Beide Größen sind über den Aufbau fest vorgegeben und somit konstant.

$$\begin{bmatrix} \delta_{M1} \\ \delta_{M2} \\ \delta_{M3} \\ \vdots \\ \delta_{M8} \end{bmatrix} = A_{5TM}^8 \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Wie aus Abbildung 3.18 erkennbar ist, befinden sich die Tragmagnete oberhalb des festgelegten Rotorkoordinatensystems. Aus diesem Grunde ergeben sich z.B. die negativen Vorzeichen für die z-Komponente in der  $A_{5TM}^8$  in Gleichung 3.30.

$$A_{5TM}^8 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & r_{TM} \sin \frac{\pi}{8} & r_{TM} \cos \frac{\pi}{8} \\ 0 & 0 & -1 & -r_{TM} \sin \frac{\pi}{8} & r_{TM} \cos \frac{\pi}{8} \\ 0 & 0 & -1 & -r_{TM} \cos \frac{\pi}{8} & r_{TM} \sin \frac{\pi}{8} \\ 0 & 0 & -1 & -r_{TM} \cos \frac{\pi}{8} & -r_{TM} \sin \frac{\pi}{8} \\ 0 & 0 & -1 & -r_{TM} \sin \frac{\pi}{8} & -r_{TM} \cos \frac{\pi}{8} \\ 0 & 0 & -1 & r_{TM} \sin \frac{\pi}{8} & -r_{TM} \cos \frac{\pi}{8} \\ 0 & 0 & -1 & r_{TM} \cos \frac{\pi}{8} & -r_{TM} \sin \frac{\pi}{8} \\ 0 & 0 & -1 & r_{TM} \cos \frac{\pi}{8} & r_{TM} \sin \frac{\pi}{8} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Demzufolge ergibt sich der Luftspalt über dem 1. Magneten  $\delta_{M1}$  aus der gewichteten Addition von  $-z + r_{TM} \sin \frac{\pi}{8} \cdot \varphi_x + r_{TM} \cos \frac{\pi}{8} \cdot \varphi_y$ .

Für die Simulation der nichtlinearen Strecke ist auch eine Berechnung der Kräfte und Momente im 5 DOF- Koordinatensystem aus den 8 Aktorkräften notwendig. Nach dem Leistungsprinzip (Kapitel A.1) wird hierfür die Transponierte von  $A_{5TM}^8$  genutzt und diese Transformationsmatrix wird im weiteren mit  $A_{8TMF}^5$  bezeichnet. Dabei stehen die Indizes  $TM$  und  $F$  für Tragmagnet und Kraft.

---


$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_{\varphi_x} \\ M_{\varphi_y} \end{bmatrix} = A_{8TMF}^5 \cdot \begin{bmatrix} F_{M1} \\ F_{M2} \\ F_{M3} \\ \vdots \\ F_{M8} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Die Zentrierung am RT3 ist, im Gegensatz zu den vorhergehenden Prototypen, über  $45^\circ$  geneigt angeordnete Magneten realisiert. Aus diesem Grund wird durch die unteren Magnete nicht nur eine Zentrierkraft, sondern auch eine Haltekraftkomponente erzeugt.

Diese doppelte Funktion spiegelt sich in zwei Transformationsmatrizen wieder. Eine Matrix für das Zentrieren  $A_{5ZM}^8$  und eine Matrix für das Halten  $A_{5HM}^8$ .

$$A_{5ZM}^8 = \begin{bmatrix} -\cos\frac{\pi}{8} & \sin\frac{\pi}{8} & 0 & \sin\frac{\pi}{8}h_{ZM} & \cos\frac{\pi}{8}h_{ZM} \\ -\cos\frac{\pi}{8} & -\sin\frac{\pi}{8} & 0 & -\sin\frac{\pi}{8}h_{ZM} & \cos\frac{\pi}{8}h_{ZM} \\ -\sin\frac{\pi}{8} & -\cos\frac{\pi}{8} & 0 & -\cos\frac{\pi}{8}h_{ZM} & \sin\frac{\pi}{8}h_{ZM} \\ \sin\frac{\pi}{8} & -\cos\frac{\pi}{8} & 0 & -\cos\frac{\pi}{8}h_{ZM} & -\sin\frac{\pi}{8}h_{ZM} \\ \cos\frac{\pi}{8} & -\sin\frac{\pi}{8} & 0 & -\sin\frac{\pi}{8}h_{ZM} & -\cos\frac{\pi}{8}h_{ZM} \\ \cos\frac{\pi}{8} & \sin\frac{\pi}{8} & 0 & \sin\frac{\pi}{8}h_{ZM} & -\cos\frac{\pi}{8}h_{ZM} \\ \sin\frac{\pi}{8} & \cos\frac{\pi}{8} & 0 & \cos\frac{\pi}{8}h_{ZM} & -\sin\frac{\pi}{8}h_{ZM} \\ -\sin\frac{\pi}{8} & \cos\frac{\pi}{8} & 0 & \cos\frac{\pi}{8}h_{ZM} & \sin\frac{\pi}{8}h_{ZM} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Der Wert  $h_{ZM}$  bezeichnet dabei die Höhe vom Mittelpunkt der Zentriermagneten zum Rotorkoordinatensystem, wie in Abbildung 3.18 gezeigt wird.

### 3. Modellbildung

---

Die Matrix  $A_{5HM}^8$  für das Halten lautet im Gegenzug dazu folgendermaßen:

$$A_{5HM}^8 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -r_{ZM} \sin \frac{\pi}{8} & -r_{ZM} \cos \frac{\pi}{8} \\ 0 & 0 & 1 & r_{ZM} \sin \frac{\pi}{8} & -r_{ZM} \cos \frac{\pi}{8} \\ 0 & 0 & 1 & r_{ZM} \cos \frac{\pi}{8} & -r_{ZM} \sin \frac{\pi}{8} \\ 0 & 0 & 1 & r_{ZM} \cos \frac{\pi}{8} & r_{ZM} \sin \frac{\pi}{8} \\ 0 & 0 & 1 & r_{ZM} \sin \frac{\pi}{8} & r_{ZM} \cos \frac{\pi}{8} \\ 0 & 0 & 1 & -r_{ZM} \sin \frac{\pi}{8} & r_{ZM} \cos \frac{\pi}{8} \\ 0 & 0 & 1 & -r_{ZM} \cos \frac{\pi}{8} & r_{ZM} \sin \frac{\pi}{8} \\ 0 & 0 & 1 & -r_{ZM} \cos \frac{\pi}{8} & -r_{ZM} \sin \frac{\pi}{8} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Wie schon bei der Tragmagnetanordnung errechnen sich die Matrizen für die Transformation der Kräfte aus den jeweiligen Transponierten. Es ergeben sich die Matrizen  $A_{8ZMF}^5$  und  $A_{8HMF}^5$ .

Da die Regelung in 5 DOF erfolgt, die Kräfte aber auf 8 Lagerpunkte wirken, ist es notwendig die Transformationsbeziehung der generalisierten Kräfte und Momente  $Q$  mit den Aktorkräften  $F$  zu ermitteln.

Dies bedeutet, die Matrizen  $A_{5TMF}^8, A_{5HMF}^8$  und  $A_{5ZMF}^8$  sind zu berechnen. Diese werden über die Pseudoinverse bestimmt, es gilt:

$$A_{5TMF}^8 = A_{8TMF}^{5+} \quad (3.34)$$

$$A_{5ZMF}^8 = A_{8ZMF}^{5+} \quad (3.35)$$

$$A_{5HMF}^8 = A_{8HMF}^{5+} \quad (3.36)$$

### 3.3.2. Sensormatrizen

An der realen Anlage wird die Position des Rotors über 8 Wirbelstromsensoren ermittelt. Wie schon bei der Bestimmung der Aktormatrizen, spiegelt sich hier ebenfalls die Geometrie bzw. die Anordnung der Sensoren im Bezug auf das festgelegte Rotorkoordinatensystem in die Matrizen wieder.

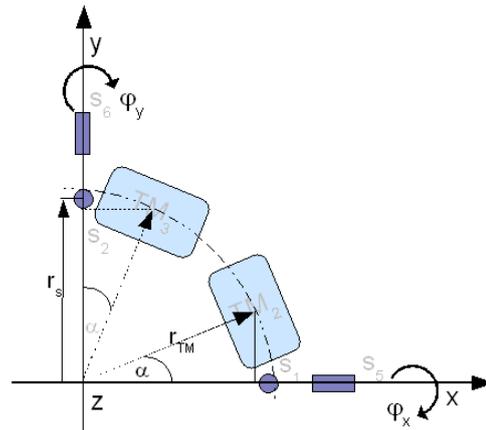


Abbildung 3.20.: Teilansicht Sensoren

Im ersten Schritt wird der Zusammenhang zwischen den 5 Freiheitsgraden und den 8 Sensorabständen ermittelt. Die Sensoren  $S_1, S_2, S_3, S_4$  sind unterhalb des Rotors kreisförmig mit einem Radius von  $r_s$  angebracht und messen in z-Richtung. Die Sensoren  $S_5$  bis  $S_8$  sind seitlich angebracht und bestimmen die Verschiebung des Rotors in der x- und y-Achse. Demzufolge lautet die Matrix  $A_{5S}^8$  folgendermaßen:

$$A_{5S}^8 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & -r_s \\ 0 & 0 & 1 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & r_s \\ 0 & 0 & 1 & -r_s & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Um aus den 8 Sensorabständen auf die 5 Koordinaten zu schließen, muss die Matrix  $A_{5G}^8$  invertiert werden. Da es sich hierbei um eine Matrix mit ungleicher Spalten- und Zeilenanzahl handelt, muss die Pseudoinverse gebildet werden.

$$A_{8S}^5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2r_s} & 0 & -\frac{1}{2r_s} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2r_s} & 0 & \frac{1}{2r_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Die 5 Freiheitsgrade ergeben sich nun aus den gemessenen Abständen der Sensoren über folgende Einzelgleichungen

$$x = \delta_{S_7} - \delta_{S_5} \quad (3.39)$$

$$y = \delta_{S_8} - \delta_{S_6} \quad (3.40)$$

$$z = 0.25 \cdot (\delta_{S_1} + \delta_{S_2} + \delta_{S_3} + \delta_{S_4}) \quad (3.41)$$

$$\varphi_x = \frac{1}{2r_s} \cdot \delta_{S_4} - \frac{1}{2r_s} \cdot \delta_{S_2} \quad (3.42)$$

$$\varphi_y = \frac{1}{2r_s} \cdot \delta_{S_1} - \frac{1}{2r_s} \cdot \delta_{S_3} \quad (3.43)$$

Ausgehend von diesen Gleichungen kann aus den Sensorwerten, die aktuelle Position des Rotors in den 5 Freiheitsgraden bestimmt werden.

---

### 3.3.3. Massenmatrix

Das mechanische Teilsystem ist der Rotor. Betrachtet man diesen als Starrkörper, so kann dieses System durch eine Massenmatrix  $M$ , einem Beschleunigungsvektor  $\ddot{q}$  und einem Kraft- und Momentenvektor  $Q$  beschrieben werden.

$$M \ddot{q} = Q \quad (3.44)$$

Die Massenmatrix für 5 Freiheitsgrade beschreibt die Trägheitseigenschaften des Rotors. Die Elemente der Matrix sind die beladungsabhängige Masse  $m$ , die Trägheitsmomente  $J_{xx}$  und  $J_{yy}$  und die Deviationsmomente  $J_{xy}$  und  $J_{yx}$ , die hier nicht dargestellt sind. Der Einfluss dieser Momente ist marginal.

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{yy} \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

### 3.4. Nichtlineares Streckenmodell

Unter Verwendung der im Kapitel 3.2 ermittelten Aktorkennlinien und den Transformationsbeziehungen aus dem Kapitel 3.3 kann ein erstes nichtlineares Streckenmodell aufgebaut werden. Im Bild 3.21 ist der Gesamtsignalfussplan für ein solches System dargestellt.

Neben der nichtlinearen Strecke ist noch ein linearer Kaskadenregler und die als  $PT_1$ -Glied genäherte Übertragungsfunktion der Stellglieder enthalten. Der Reglerentwurf und die Ermittlung des dynamischen Verhaltens der eingesetzten Frequenzumrichter wird in den nachfolgenden Kapiteln (4 und 5) beschrieben.

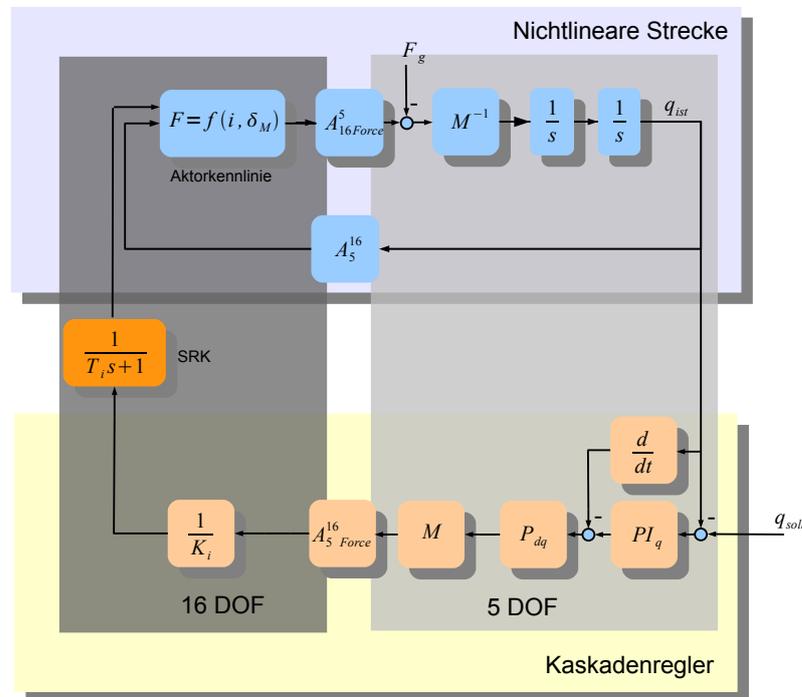


Abbildung 3.21.: Signalfussplan

Abbildung 3.21 ist der Ausgangspunkt für die Änderungen in der Reglerstruktur. Eine nichtlineare Regelstrecke wird von einem linearen Regler stabilisiert, der für einen bestimmten Arbeitspunkt entworfen wurde. Eine solche Struktur funktioniert, kann aber hinsichtlich des Führungs- und Störverhaltens und des Arbeitsbereiches des Reglers durch Strukturveränderungen verbessert werden.

---

## 4. Versuchsanlage

Das hier untersuchte Magnetlager kann in mehrere Baugruppen aufgeteilt werden. Jede dieser einzelnen Baugruppen ist für die Realisierung notwendig und steht für einen Freiheitsgrad in der Auslegung der Lagerung und dessen Anwendungsmöglichkeiten bzw. Eigenschaften. Prinzipiell kann zwischen mechanischen und elektrischen Komponenten unterschieden werden, die in Wechselwirkung zueinander stehen. Zu den elektrischen Komponenten zählen die Sensorik, die Regeleinrichtung/Steuerung, die Aktoren, der Antrieb und das Stellglied. Die mechanischen Komponenten beinhalten vor allem den Rotor, die Aufspannplatte und das Gehäuse, dessen Form und Abmessungen aber maßgeblich durch den Antrieb und die Aktoren bestimmt werden.

### 4.1. Mechanischer Aufbau

Das Magnetlager besteht aus 16 Elektromagneten, die einen Rotor mit einer Masse von 250 kg schwebend lagern. Die 16 Aktoren sind in einem zweiteiligen Gehäuse montiert, dessen Durchmesser 750 mm beträgt.

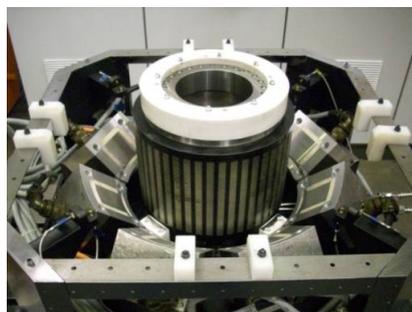


Abbildung 4.1.: unterer Gehäuseteil mit Aktoren und Stator des Motors

Für die Werkstückaufnahme kann am Rotor eine Aufspannplatte mit einem Durchmesser von 500 mm befestigt werden. Im Vergleich mit konventionellen Rundtischen, handelt es sich bei diesem Rundtisch um eine kleinere Ausführung. Im oberen demontierbaren Teil des Gehäuses (dem Deckel) sind die acht Tragsmagnete kreisförmig angeordnet. Der untere Teil des Gehäuses ist die Basis für die Befestigung der kombinierten Halte- und Zentriermagneten. Diese Aktoren realisieren zwei Funktionen und sind deshalb in einem Winkel von  $45^\circ$  angeordnet. Zwischen den Magneten befinden sich die Fanglager, die im Fall einer Störung eine Kollision von Rotor und Aktoren verhindern.

Der Antrieb ist bei dieser Rundtischversion als Außenläufer ausgeführt. Der Stator des Motors ist mittig angeordnet und das Sekundärteil ist mit dem Rotor der Lagerung verbunden. Im Bild 4.1 ist der innere Aufbau der Rundtischlagerung zu sehen.

## 4.2. Aktoren

Im Gegensatz zu vorangegangenen Ausbaustufen sind die Aktoren als reine Elektromagneten und somit ohne Permanentmagnetanteil ausgeführt. Sie bestehen aus einer Vormagnetisierungsspule, einer Regelspule und einer Messspule. Durch die Vormagnetisierungsspule kann das Lager vorgespannt bzw. die bekannte Gewichtskraft kompensiert werden. Die Regelspule dient zur Regulierung der am Rotor angreifenden Magnetkraft, die wiederum die angreifenden Bearbeitungskräfte ausgleichen soll. Die Messspule bietet die Möglichkeit den induzierten Strom auszuwerten und so Rückschluss auf die Kraft zu erhalten. Zusätzlich ist in den Magneten noch ein PTC-Widerstand integriert, über den die aktuelle Temperatur ausgelesen wird.

---

| Bezeichnung      | Spulenanschluss | Steckerkontakt | Litzen-Nr. |
|------------------|-----------------|----------------|------------|
| obere Spule      | Anfang-Mitte    | A-B            | 6-5        |
|                  | Mitte-Ende      | B-C            | 5-4        |
| untere Spule     | Anfang-Mitte    | D-E            | 11-10      |
|                  | Mitte-Ende      | E-F            | 10-9       |
| Messspule        |                 | I-J            | 2-1        |
| Temperaturfühler |                 | G-H            | 8-7        |

Tabelle 4.1.: Spulenanschluss

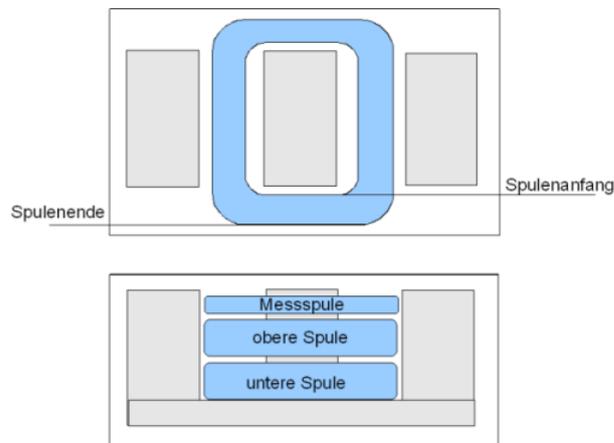


Abbildung 4.2.: schematischer Magnetaufbau - Draufsicht und Querschnitt

### 4.3. Stellglied

Normalerweise werden stromgeregelte Magnetlager durch Gleichstromsteller mit integriertem Stromregelkreis elektrisch versorgt. Diese Variante wurde auch bei den vorangegangenen Prototypen I und II eingesetzt. Die dort verwendeten Komponenten sind Transistorsteller mit einer Taktfrequenz von 8 kHz.

Bei der Realisierung des III. Prototypen wurden im Gegensatz zum bisherigen Ansatz anschlussfertige Frequenzumrichter gewählt, die mit einer Taktfrequenz von 16 kHz arbeiten und zudem über eine höhere Zwischenkreisspannung von 560 V verfügen.



Abbildung 4.3.: Umrichter

Im Bild 4.3 sind einige dieser Kompaktgeräte für den Schaltschrankeinbau dargestellt. Insgesamt wurden 19 Umrichter an dieser Versuchsanlage verbaut.

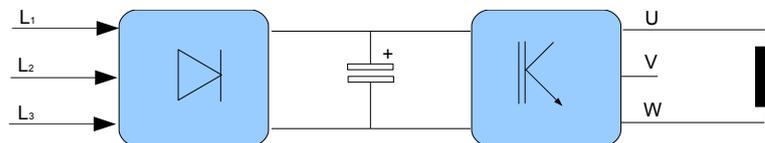


Abbildung 4.4.: Umrichter und Magnet

Diese hohe Anzahl ist der geforderten Flexibilität einer solchen Versuchsanlage geschuldet. Aus diesem Grund wird jeder Magnetaktor separat elektrisch versorgt. Zusätzlich werden die in Reihe geschalteten Vormagnetisierungsspulen der Tragsmagnete und die der kombinierten Zentrier- und Haltemagnete durch jeweils einen zusätzlichen Umrichter elektrisch gespeist. Aufgrund der einheitlichen Bedienstruktur und der Möglichkeit verschiedene Betriebsarten wählen zu können, kam der Frequenzumrichter auch für den Antrieb des Rundtisches zum Einsatz. Das Gerät verfügt über ein gutes dynamisches Ansprechverhalten, womit es sich für den Einsatz im anspruchsvollen Magnetlagerbereich qualifiziert. Um diesen Frequenzumrichter für die Versorgung der Aktoren einsetzen zu können, wird er in der Betriebsart *Servo* betrieben. Die interne Stromregelung arbeitet dann mit einer Abtastrate von  $6.25\mu\text{s}$ .

Pro Magnetaktor kann ein Nennstrom von  $I_{nenn} = 25\text{ A}$  bei einer Netzspannung von  $U_{nenn} = 400\text{ V}$  und einer Zwischenkreisspannung von  $U_{DC} = 560\text{ V}$  realisiert werden. Im nachfolgenden Bild 4.5 ist das Übergangsverhalten bei einem Sollwertsprung von 0 auf Nennstrom dargestellt.

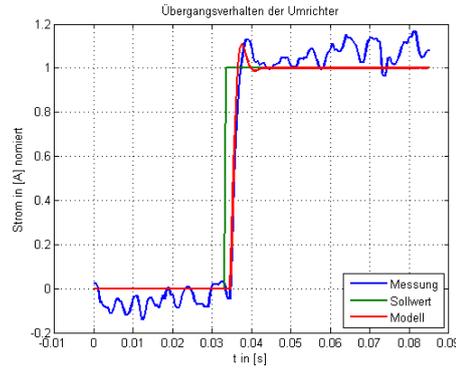


Abbildung 4.5.: Übergangverhalten

Dieses dynamische Verhalten konnte in der Modellbildung durch ein  $PT_2$ -Verhalten genähert werden. Der simulierte Verlauf zeigt eine hinreichend gute Übereinstimmung zu den gemessenen Werten. Die so ermittelte und in der Simulation verwendete Übertragungsfunktion  $G(s)_{Umrichter}$  lautet:

$$G(s)_{Umrichter} = \frac{1}{0.000001s^2 + 0.0015s + 1} \quad (4.1)$$

In den nachfolgenden Betrachtungen wird der Umrichter mit der dominierenden zweiten Zeitkonstante durch ein  $PT_1$ -Verhalten genähert.

Der Einfluss der Rotorposition bzw. des aktuellen Luftspaltes auf die positionsabhängige Induktivität und der damit verbunden die Änderung des elektrischen Teils der Regelstrecke wurde in einem Versuch überprüft.

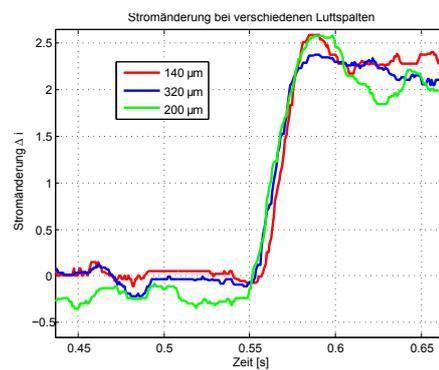


Abbildung 4.6.: Stromänderung in Abhängigkeit vom Luftspalt

#### 4. Versuchsanlage

---

Der Rotor wurde bei verschiedenen Arbeitspunkten  $140 - 320 \mu m$  um  $100 \mu m$  ausgelenkt und der sich einstellende Stromverlauf aufgenommen und verglichen. Es kann festgehalten werden, dass die Stromverläufe im wesentlichen den gleichen Verlauf haben, ein Einfluss auf die Induktivität ist erkennbar, in der praktischen Auslegung aber nicht von Bedeutung. Die genutzte Näherung ist für die weitere Betrachtungsweise somit zulässig.

---

## 4.4. Reglerbaugruppe

Einer der Schwerpunkte dieser Arbeit ist die technische Realisierung eines einfach implementierbaren Regelungskonzeptes. Dabei steht die Umsetzung dieser Regelungen auf am Markt verfügbaren Standardbaugruppen genauso im Focus, wie das Erfüllen von hohen Anforderungen an das Führungs- und Störverhalten der geregelten Anlage. Prinzipiell handelt es sich bei der Regeleinrichtung um ein echtzeitfähiges Rechnersystem, welches in einer definierten Zeit alle Operationen der Magnetlagerregelung unter Verwendung von Eingangswerten zuverlässig berechnet und das Ergebnis zeitsynchron wieder ausgibt.



Abbildung 4.7.: Regeleinrichtung FM 458

Folglich handelt es sich um ein digitales Regelungssystem mit einer diskreten Abtastzeit, welches über AD- und DA-Wandler bzw. Baugruppen an das Magnetlager gekoppelt ist. Bei der realisierten Versuchsanlage kamen verschiedene digitale Echtzeitsysteme zum Einsatz. Neben experimentellen dSPACE-Systemen wurden die Regelung auch auf industriellen Standardbaugruppen umgesetzt. Dabei wurde darauf geachtet, dass die AD- und DA-Baugruppen niedrige Wandlungszeiten und eine hinreichend hohe Quantisierung besitzen. Eine solche Wandlerbaugruppe erreicht eine minimale Abtastzeit von 0.5 ms und ist im Vergleich zu den im System wirkenden Zeitkonstanten sehr klein, so dass insgesamt von einer quasianalogen Regelung ausgegangen werden kann. Die Ansätze und Methoden der digitalen Regelung und der damit verbundenen Z-Transformation wurden insbesondere für Integrationen

#### 4. Versuchsanlage

angewendet, sollen hier aber nicht explizit erläutert werden. Für ein besseres Verständnis wird vorrangig von einer quasikontinuierlichen Regelung ausgegangen. Im Bild 4.8 ist ein Beispiel für eine realisierte Regelung dargestellt.

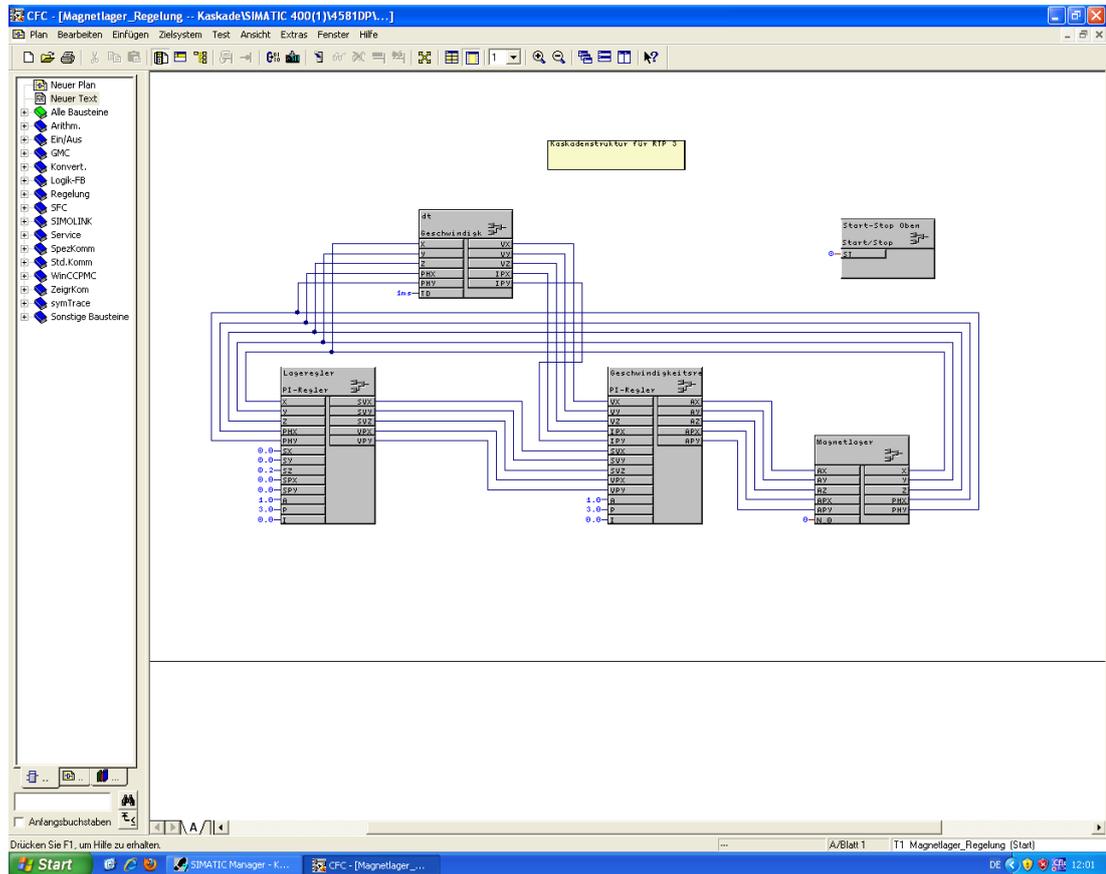


Abbildung 4.8.: CFC-Planübersicht

---

## 4.5. Sensorik

Die Sensorik umfasst vor allem die Sensoren für die Positionserkennung des Rotors. Hierfür werden robuste Wirbelstromsensoren mit einem Meßbereich von 2mm, bei einer Empfindlichkeit von  $8mV/\mu m$  eingesetzt. Die Aufnehmer gewährleisten eine genaue berührungsfreie Messung des Rotorabstandes an 8 Positionen. 4 Sensoren ermitteln die Position in der horizontalen und 4 Sensoren in der vertikalen Richtung. In Bild 4.9 ist eine der vier Sensorhalterungen dargestellt. Wie schon in Abschnitt 3.3.2 gezeigt, wird die redundante Information der Lage über eine Transformationsmatrix in die 5 Freiheitsgrade  $(x, y, z, \varphi_x, \varphi_y)$  umgerechnet.



Abbildung 4.9.: Sensorhalterung

Vor dem Einbau wurden alle Sensoren einzeln auf das am Rotor verwendete Material geeicht und eine Sensorkennlinie ermittelt. Sie dient als Basis für die Umrechnung der Spannungswerte des Messverstärkers auf die entsprechenden Abstandswerte. Bild 4.10 zeigt den linearen Verlauf dieser Kennlinie für den Arbeitsbereich der Lagerung.

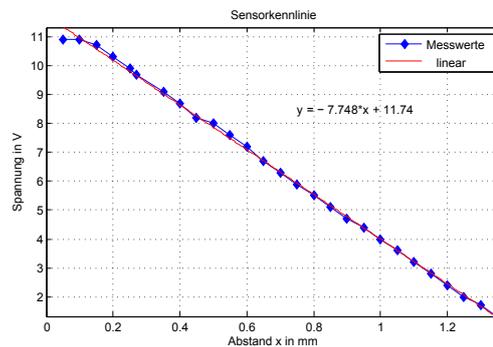


Abbildung 4.10.: Sensorkennlinie

## 4.6. Antrieb

Für den Antrieb des Rotors wurde ein Außenläufer-Synchronmotor gewählt. Es handelt sich hierbei um einen Motor mit hoher Leistungsdichte auf kleinem Bau- raum, dessen maximale Drehzahl  $250 \text{ min}^{-1}$  beträgt. Das permanentmagnetische Sekundärteil des Motors ist mit dem Rotor des Magnetlagers fest verbunden und der Ständer ist mittig zur Lagerung montiert, (Bild 4.11). Damit es bei einem Aus- fall der magnetischen Lagerung nicht zu einem mechanischen Kontakt zwischen Ständer und Läufer und damit zur Zerstörung des Motors kommen kann, sind zu- sätzlich Fanglager montiert. Mit Hilfe des Antriebs wird die Bewegung im sechsten Freiheitsgrad  $\varphi_z$ , die Drehung um die z-Achse, realisiert. Neben einem drehzahl- geregelten Betrieb ist auch ein lagegeregelter Betrieb möglich, so das Werkstücke positioniert werden können. Die Lage- bzw. Drehzahlinformation wird über ein am Rotor montierten Drehgeber ohne Eigenlagerung ermittelt.



Abbildung 4.11.: Montage des Rotors

---

## 4.7. Anlagenparameter

Abschließend werden die Anlagenparameter in Tabellenform zusammengefasst.

| Elektrische Baugruppen |    |                           |                                       |
|------------------------|----|---------------------------|---------------------------------------|
| Sensorik               | 8  | Wirbelstromsensoren       | $U_{sens} = 8 \text{ mV}/\mu\text{m}$ |
| Aktorik                | 16 | Elektromagneten           | $F_{AP} = 5000 \text{ N}$             |
| Antrieb                | 1  | Außenläufer-Synchronmotor | $n_{nenn} = 250 \text{ min}^{-1}$     |
| Stellglied             | 19 | Frequenzumrichter         | $I_{max} = 28 \text{ A}$              |
| Mechanische Baugruppen |    |                           |                                       |
| Gehäuse                | 1  | Höhe                      | $h = 500 \text{ mm}$                  |
|                        |    | Durchmesser               | $d = 750 \text{ mm}$                  |
| Rotor                  | 1  | Masse                     | $m = 250 \text{ kg}$                  |

Tabelle 4.2.: Anlagenparameter



Abbildung 4.12.: Prototyp 3

Mit den angegebenen Komponenten erreicht die Anlage eine maximale Tragkraft von ca. 4 t im Arbeitspunkt von 0.3 mm.



---

## 5. Regelung

In diesem Kapitel soll auf die Magnetlagerregelung eingegangen werden. Wie schon aus Kapitel 3.4 ersichtlich wird, kann die hier beschriebene Regelstrecke-Magnetlager als *Hammersteinsystem* beschrieben bzw. zerlegt werden. Die Nichtlinearität kann als Teil des Gesamtsystem modelliert werden und befindet sich vor einem zweiten linearen Teil. Diese Betrachtungsweise fließt in die nachfolgenden Überlegungen mit ein und bildet unter anderem die Grundlage bei der Methode der Feedbacklinearisierung.

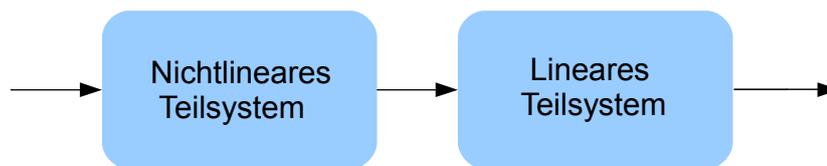


Abbildung 5.1.: Hammerstein-System

Ausgehend von einer Kaskadenstruktur werden die optimalen Reglereinstellungen nach den Methoden der linearen Regelungstechnik, *Betragsoptimum* und *symmetrisches Optimum*, ermittelt. Hierzu wird ein, um einen Arbeitspunkt, linearisiertes Modell verwendet. Nachfolgend wird die Linearisierung für den ganzen Arbeitsbereich mittels Feedbacklinearisierung unter Verwendung der inversen Aktorkennlinie umgesetzt. Abschließend wird ein Sollwertgenerator auf Basis der inversen Struktur entworfen und implementiert.

## 5.1. Kompensation der Haltekraft

Der konstruktive Aufbau des Magnetlagers führt zu einer Besonderheit, die beim Entwurf der Regelung der 5 Freiheitsgrade Berücksichtigung findet. Die unteren Magneten vereinen zwei grundlegende Funktionalitäten, die des Zentrierens und die des Haltens. Die durch diese Magnete entwickelte Kraft hat dadurch Einfluss auf alle 5 Freiheitsgrade. Aufgrund der  $45^\circ$  Anordnung, wird neben der zentrierenden Kraftkomponente  $F_Z$ , eine der Tragkraft der oberen Magnete entgegengesetzte Haltekraft  $F_H$  erzeugt.

Für die Realisierung einer einwandfrei funktionierenden Zentrierung des Rotors, muss diese Haltekraft kompensiert werden. Wie schon im Kapitel 3.3 gezeigt, werden die Transformationen einzeln aufgestellt und bieten damit die Möglichkeit, die Funktionalitäten auch getrennt zu betrachten. Unter Verwendung der aktuellen Rotorposition  $q$  kann mit der Aktormatrix  $A_{5HM}^8$  der aktuelle Luftspalt über jedem der Magneten berechnet werden. Zusammen mit dem aktuellen Stromsollwert der Zentrierung kann dann die Kraft  $F_H$  berechnet und anschließend im Regelkreis der Tragsmagneten vorzeichenbehaftet aufgeschaltet werden. Pro Magnet gilt dann folgender Zusammenhang:

$$F_{HMn} = a \frac{i_n^2}{\delta_n^2} \cdot \cos(45^\circ) \quad \text{für} \quad n = 1 \dots 8 \quad (5.1)$$

Im Ergebnis dieser Kompensation ergeben sich, wie schon in den vorangegangenen Prototypen, jeweils ein Regelkreis für die Freiheitsgrade  $x$  und  $y$  sowie ein Regelkreis für die Freiheitsgrade  $z, \varphi_x, \varphi_y$ . Die durch die Konstruktion verbundenen Funktionen des Haltens und Zentrierens werden durch Anwendung dieses Netzwerkes wieder getrennt. Neben dieser Art der Kompensation sind auch weitere Varianten realisierbar. Prinzipiell kann auch eine Differenzanordnung in der Zentrierung oder zwischen den Halte- und Tragsmagneten über so ein Netzwerk umgesetzt werden.

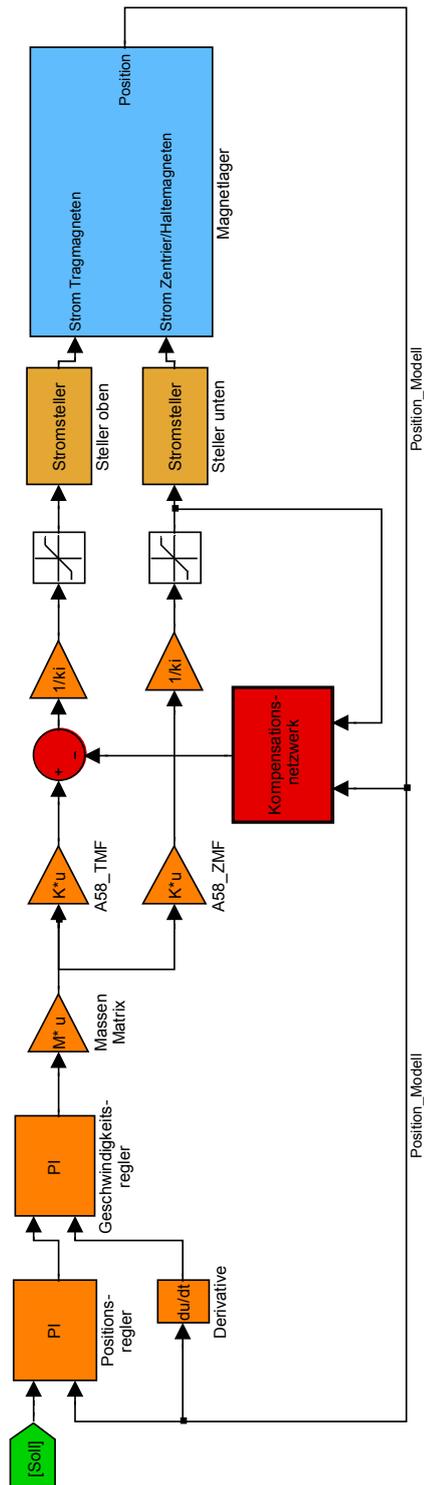


Abbildung 5.2.: Kompensationsnetzwerk

## 5.2. Kaskadenstruktur

Die Kaskadenstruktur ist eine Regelungsstruktur, die in der angewandten Antriebstechnik häufig Anwendung findet. Im Wesentlichen besteht sie aus mehreren unterlagerten Regelkreisen mit jeweils nur einer dominierenden Zeitkonstante und einer Störgröße, die durch die Verwendung von PI-Reglern einfach zu kompensieren sind [Riefenstahl, 2006]. Die Abbildung 5.3 zeigt den schematischen Aufbau einer solchen Systematik.

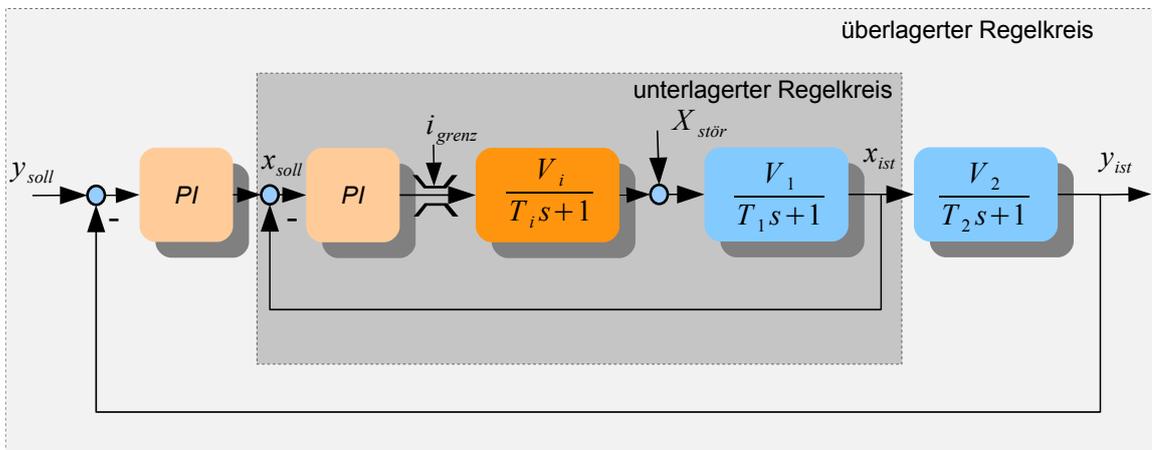


Abbildung 5.3.: allgemeine Darstellung der Kaskadenstruktur

Die Kaskadenregelung bieten aufgrund ihrer Struktur eine Reihe von praktischen Vorteilen, die nachfolgend kurz aufgezählt werden:

- Möglichkeit der schrittweisen Inbetriebnahme, von *innen* nach *außen*
- Einfache Begrenzung der Regelgrößen der unterlagerten Regelkreise durch Begrenzung der Sollwerte, z. B.  $i_{\text{grenz}}$
- Kompensation der Störgrößen, Streckenzeitkonstanten und Nichtlinearitäten im jeweiligen Regelkreis und damit Vermeidung der Rückwirkung auf den übergeordneten Regelkreis.
- Möglichkeit der Vorsteuerung der einzelnen Regelkreise durch Sollwertrechner

---

Als Nachteil einer solchen Regelung könnte gelten, dass die Ersatzzeitkonstante der unterlagerten Regelkreise maßgeblich die Dynamik der äußeren Regelkreise bestimmt und somit der Innere immer der Schnellste und der Äußere immer der Langsamste der Anordnung ist.

Im Vergleich mit einschleifigen Regelkreisen höherer Ordnung, kann die Kaskadenstruktur somit zwar dynamisch ungünstiger sein, bietet aber einen einfacheren Entwurf, sowie die Möglichkeit der gezielten Störgrößenkompensation durch die Erweiterung mit einem Störgrößenbeobachter bzw. einer Störgrößenvorsteuerung. Im Fall des hier untersuchten Magnetlagers teilt sich die Kaskadenregelung in den Stromregelkreis, den Geschwindigkeitsregelkreis und den Lage- bzw. Positionsregelkreis auf.

### 5.2.1. Optimale lineare Reglereinstellungen

Das Ziel einer optimalen Reglereinstellung ist, dass die Regelgröße nach einer Sollwertänderung bzw. einer Störgrößeneinwirkung möglichst schnell wieder dem Sollwert entspricht. Dabei soll der Übergangsvorgang möglichst gut gedämpft und ohne großes Überschwingen erfolgen. Um das zu erreichen, müssen die Zeitkonstanten und die Störgrößeneinwirkungen der Regelstrecke durch die Regeleinrichtung kompensiert werden. Als optimale lineare Reglereinstellungen sollen an dieser Stelle die Optimierungsverfahren *Betragsoptimum* und *Symmetrischen Optimum* eingesetzt werden.[Riefenstahl, 2006] Beide Verfahren basieren auf der Kompensation der Streckenzeitkonstanten. Die Anwendung der Einstellregeln des Betragsoptimums führen dabei zu einem verbesserten Führungsverhalten und bei einer Optimierung nach dem Symmetrischen Optimum wird das Störverhalten des Regelkreises verbessert. Im Zusammenhang mit der hier angewendeten Kaskadenstruktur sollten die inneren Regelkreise, wie Stromregelkreis und Geschwindigkeitsregelkreis, ein gutes Führungsverhalten besitzen, um den durch die überlagerten Regelkreise vorgegebenen Sollwerten optimal folgen zu können. Der äußerste Regelkreis, der Lageregelkreis, hingegen wird auf ein gutes Störverhalten optimiert, um die in der Struktur auftretenden Störungen schnell ausregeln zu können. Basis für die Anwendung dieser Optimierungsvorschriften ist ein lineares Streckenmodell. Ausgehend von den in Kapitel 3.2 ermittelten Arbeitspunktfaktoren  $k_i$  und  $k_s$  für den

Strom-Kraft- bzw. Abstand-Kraft-Zusammenhang kann für das Magnetlager ein linearisiertes Modell für jeden der 5 Freiheitsgrade  $q = (x, y, z, \varphi_x, \varphi_y)$  aufgestellt werden. Die Abbildung 5.4 zeigt das linearisierte Modell am Beispiel einer Achse. Zum besseren Verständnis wird in diesem Punkt auf die Darstellung der Koordinatentransformationen verzichtet. Im realen System müssen diese, wie im Kapitel 3.4, enthalten sein. Die Übertragungsfaktoren der Messglieder sind ebenfalls nicht explizit dargestellt, sie sind in den Verstärkungsfaktoren, wie z.B.  $V_i$ , der jeweiligen Regelkreise mit enthalten.

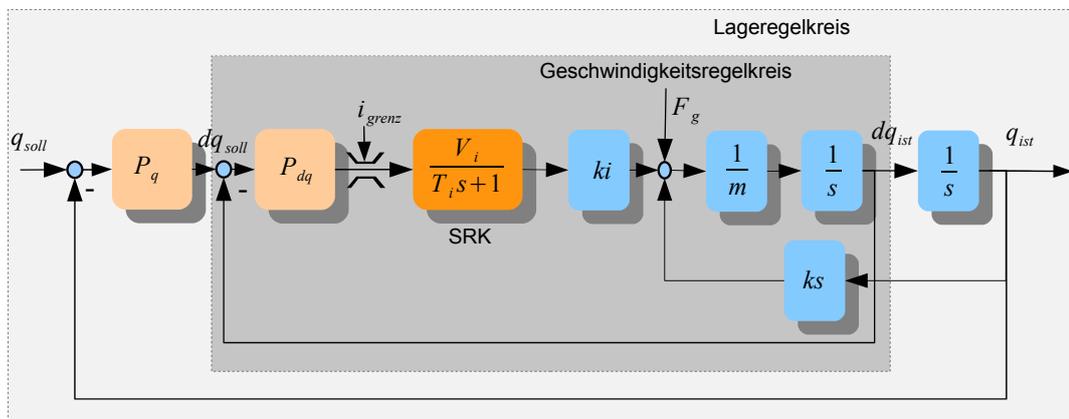


Abbildung 5.4.: Kaskadenstruktur des Lagers

Der innerste Regelkreis ist der Stromregelkreis, dieser wird im Umrichter geschlossen und das Übertragungsverhalten wurde schon im Kapitel 4.3 ermittelt und als  $PT_1$ -Verhalten genähert. Allgemein gilt:

$$G(s)_{SRK} = \frac{V_i}{T_i s + 1} \quad (5.2)$$

Die Ersatzzeitkonstante  $T_i$  dieses Regelkreises bestimmt maßgeblich die Dynamik des Gesamtsystems. Die Gesamtübertragungsfunktion des Geschwindigkeitsregelkreises lautet unter Berücksichtigung des Stromregelkreises:

$$G(s)_{dq} = \frac{1}{\frac{T_i m}{P_{dq} k_i V_i} s^2 + \frac{m}{k_i V_i P_{dq}} s + 1} \quad (5.3)$$

Wie schon zuvor erwähnt, wird dieser Regelkreis auf optimales Führungsverhalten eingestellt und somit lautet die Zielfunktion eines betragsoptimalen Geschwindigkeitsregelkreises wie folgt:

$$G(s)_{BO} = \frac{1}{2T_{\Sigma}^2 s^2 + 2T_{\Sigma} s + 1} \quad (5.4)$$

Dabei entspricht  $T_{\Sigma}$  der Summe der kleinen nicht direkt bestimmbar Zeitkonstanten im System. Vergleicht man die Koeffizienten der beiden Übertragungsfunktionen  $G(s)_{dq}$  und  $G(s)_{BO}$ , so wird ersichtlich, dass nur der Reglerparameter  $P_{dq}$  frei dimensionierbar ist und damit nur darüber die Dynamik des Regelkreises einstellbar ist.

$$P_{dq} = \frac{m}{2T_{\Sigma} k_i V_i} = \frac{T_i m}{2T_{\Sigma}^2 k_i V_i} \quad (5.5)$$

Damit die Gleichung 5.5 erfüllt ist, müssen die Zeitkonstanten vom Stromregelkreis und die Summenzeitkonstante gleich groß sein.

$$T_{\Sigma} = T_i \quad (5.6)$$

Setzt man den sich so ergebenden Zusammenhang im Signalflussplan um, so ergibt sich die nachfolgende Darstellung 5.5.

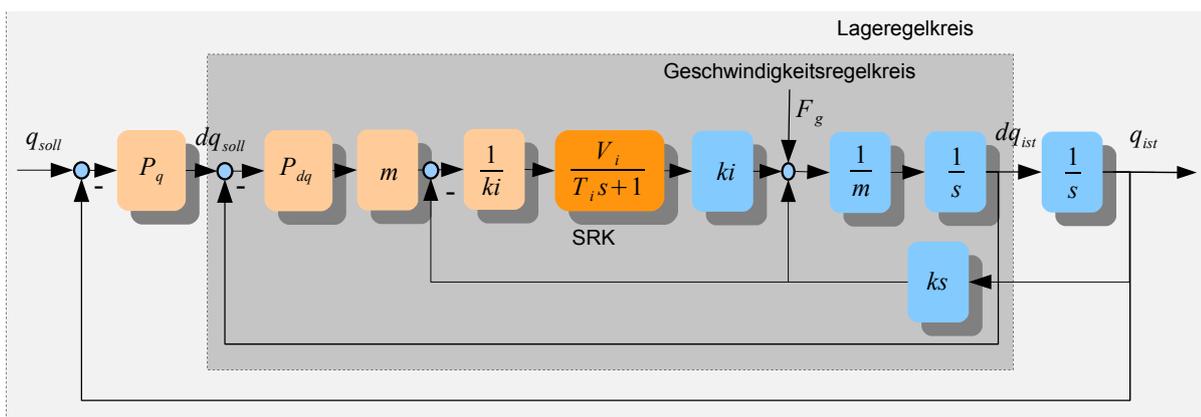


Abbildung 5.5.: Kaskadenstruktur des Lagers mit Kompensation

Hierbei wird deutlich, dass die bekannten Streckenparameter  $k_i, k_s$  und  $m$  durch diese Aufschaltung im Arbeitspunkt kompensiert werden und sich somit die Regelstrecke in der Folge vereinfacht.

Der betragsoptimal eingestellte Geschwindigkeitsregelkreis geht dann in den überlagerten Lageregelkreis als  $PT_1$ -Glied ein. Die Abbildung 5.6 zeigt den Lageregelkreis.

Laut den Einstellregeln für das symmetrische Optimum ergeben sich für den PI-Regler folgende Koeffizienten.

$$P_q = \frac{T_R}{T_N} \quad I_q = \frac{1}{T_N} \quad (5.7)$$

$$T_R = 4 \cdot 2 \cdot T_\Sigma \quad T_N = 8 \cdot (2 \cdot T_\Sigma)^2 \quad (5.8)$$

Im Lageregelkreis einen PI-Regler einzusetzen, folgt dem Schluss, dass eine Störung in der Regelstrecke, sich in einer Positionsveränderung wiederfindet. Um diesen Fehler statisch genau und dynamisch schnell auszuregeln fällt die Wahl auf diese Struktur. Typische Störungen im beschriebenen Magnetlagersystem ist eine Änderung der Rotormasse bzw. Störkräfte durch eine Werkstückbearbeitung. Je nachdem wo die Störungen im Regelkreis auftreten, werden sie unterschiedlich kompensiert. Im Geschwindigkeitsregelkreis wird unter Verwendung eines reduzierten Störgrößenbeobachters die dort wirkende Störung berechnet und durch Aufschaltung kompensiert. Positionsabweichungen des Rotors werden stationär durch den I-Anteil im Lageregelkreis minimiert bzw. vollständig ausgeregelt.

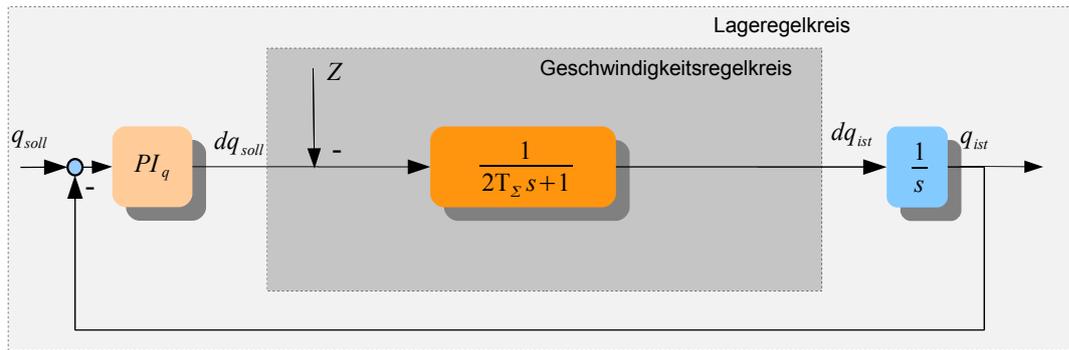


Abbildung 5.6.: Lageregelkreis

Abschliessend muss noch angemerkt werden, dass die Magnetlagerstrecke auch mit einem Zustandsregler in Kombination mit einem Beobachter stabilisiert werden kann. Diese Struktur wurde z.B. in den Arbeiten von [Petzold, 2007], [Ruskowski, 2004] angewendet. Nachteilig bei dieser Art der Regelung ist jedoch, dass es leicht zu einer Überkompensation kommen kann. Dabei wird dem geschlossenen Regelkreis eine zu hohe Dynamik abverlangt und somit die Summe der kleinen Zeitkonstanten  $T_\Sigma$  kompensiert, was technisch nicht möglich ist.

Bei Wahl dieser Struktur muss folglich eine solche Überkompensation beim Reglerentwurf beachtet bzw. kontrolliert werden.

Bei der hier angewendeten Methode ist diese Überkompensation nicht möglich.

### 5.3. Feedbacklinearisierung

Im Anschluss an den linearen Reglerentwurf für einen Arbeitspunkt basierend auf den Parametern  $k_i$  und  $k_s$ , soll nun gezeigt werden, dass die Regelstrecke für den gesamten Arbeitsbereich unter Anwendung der Feedbacklinearisierung linearisiert werden kann. Der vorangegangene Reglerentwurf bleibt bei einer gleichzeitigen Erweiterung des Arbeitsbereiches dabei bestehen. Für den hier gezeigten Anwendungsfall soll die Nichtlinearität der Aktorkennlinie durch Verwendung der inversen Charakteristik exakt kompensiert werden. Der Ausgangspunkt für diese Methodik ist das nichtlineare Streckenmodell auf Basis der Aktorkennlinie. Dieses nichtlineare System wird durch eine Zustandsraumtransformation in ein äquivalentes lineares System überführt. Da die Streckenparameter des Gesamtsystems für diese exakte Linearisierung bekannt sein müssen, kann hier von einem modellbasierten Verfahren ausgegangen werden.

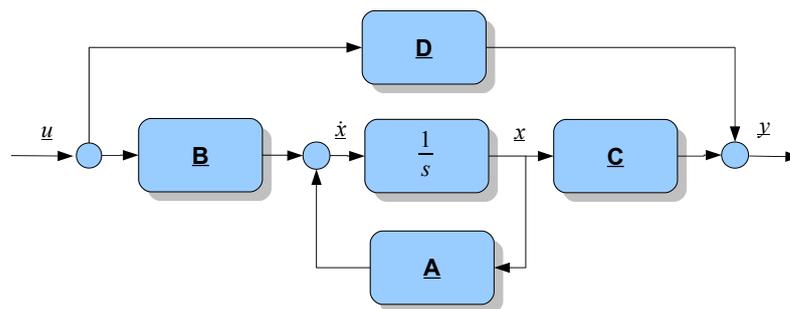


Abbildung 5.7.: lineare Zustandsraumdarstellung

Die Abbildung 5.7 zeigt ein lineares System in Zustandsraumdarstellung. Aus dem Signalfussplan wird deutlich, dass das System nur noch aus einem Integrator besteht und die Stellgröße zusammen mit den Zustandsrückführungen an derselben Stelle auf das System einwirken. Allgemein gelten für ein lineares *SISO*-System mit Vektoren in Steuer und Ausgangsmatrix folgende Gleichungen:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x}(t) + \underline{B}\underline{u}(t) \quad (5.9)$$

$$\underline{y} = \underline{C}\underline{x}(t) + \underline{D}\underline{u}(t) \quad (5.10)$$

---

Dabei sind  $\underline{A}$  die System-,  $\underline{B}$  die Steuer-,  $\underline{C}$  die Ausgangs-, und  $\underline{D}$  die Durchgangsmatrix. In technischen Systemen, so auch beim Magnetlager, ist die Durchgangsmatrix nicht vorhanden, d.h.  $\underline{D} = 0$ .

Diese Art der Darstellung lässt sich auch für affine nichtlineare Systeme erreichen. Hierfür wird eine nichtlineare Zustandsraumtransformation  $z = \Phi(x)$  gesucht, die invertierbar und stetig differenzierbar ist. Zur Bestimmung dieser Transformation werden die zeitlichen Ableitungen der Ausgangsgröße  $y$  so lange gebildet bis der Punkt des Stellgrößeneingriffs erreicht ist, [Palis, 2005].

Ausgangspunkt bildet das in den Gleichungen 5.11 ff. beschriebene beliebige nichtlineare System.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (5.11)$$

$$y = h(x) \quad (5.12)$$

mit  $x \in \mathfrak{R}^n$ ,  $u \in \mathfrak{R}$  und dem Ausgang  $y \in \mathfrak{R}$ .

Durch Ermittlung der zeitlichen Ableitungen von  $y$  ergibt sich die Zustandsraumtransformation . Die Gleichungen 5.13ff. zeigen die beschriebene Vorgehensweise.

Erste Zeitableitung:

$$\dot{y} = \frac{\partial h(x)}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial h(x)}{\partial x} (f(x) + g(x)u) = L_f h(x) + \underbrace{L_g h(x)}_{=0} u \quad (5.13)$$

Zweite Zeitableitung:

$$\ddot{y} = \frac{\partial L_f h(x)}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial L_f h(x)}{\partial x} (f(x) + g(x)u) = L_f(L_f h(x)) + \underbrace{L_g(L_f h(x))u}_{=0} \quad (5.14)$$

r-te Zeitableitung:

$$y^{(r)} = \frac{\partial L_f^{(r-1)} h(x)}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial L_f^{(r-1)} h(x)}{\partial x} (f(x) + g(x)u) = L_f^r h(x) + \underbrace{L_g(L_f^{r-1} h(x))u}_{\neq 0} \quad (5.15)$$

Die in 5.13 beschriebenen Ausdrücke  $L_f$  und  $L_g$  sind die Lie-Ableitung der skalaren Funktion  $h(x)$  entlang der Vektorfelder  $f(x)$  und  $g(x)$  [Kugi, 2010]. Die zeitlichen Ableitungen werden solange gebildet, bis der Stellgrößeneingriff erreicht ist. In diesem Moment gilt dann  $L_g L_f^{r-1} h(x) \neq 0$ . Unter Annahme dieser Bedingung kann dann das System 5.11 durch die Zustandsrückführung

$$u = \frac{1}{L_g(L_f^{(r-1)})} (-L_f^r h(x) + v(z)) \quad (5.16)$$

in ein lineares System mit neuem Eingang  $v$  und Ausgang  $y$  überführt werden. Hierbei ist  $r$  der relative Grad des Systems und zeigt an wie oft ein System differenziert werden muss, damit der Eingang  $u$  erreicht wird.

Das Magnetlager besitzt den vollen relativen Grad und damit keine Nulldynamik, da zwischen dem Ausgang und dessen Ableitungen  $y^{(r-1)}$  ein integraler Zusammenhang besteht, [Svaricek, 2006]. Für jede Integration im System wird eine neue Zustandsgröße  $z_1, z_2 \dots z_n$  eingeführt. Gleichung 5.17 zeigt diesen Zusammenhang.

$$z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ \dot{y} \\ \vdots \\ y^{r-1} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ \vdots \\ L_f^{(r-1)} h(x) \end{pmatrix}}_{\Phi(x)} \quad (5.17)$$

$\Phi(x)$  steht dabei für die Zustandstransformation. Durch Ermittlung der Rücktransformation  $x = \Phi^{-1}(z)$  können dann geeignete Sollwerte für den neue Eingang  $v$  bestimmt werden.

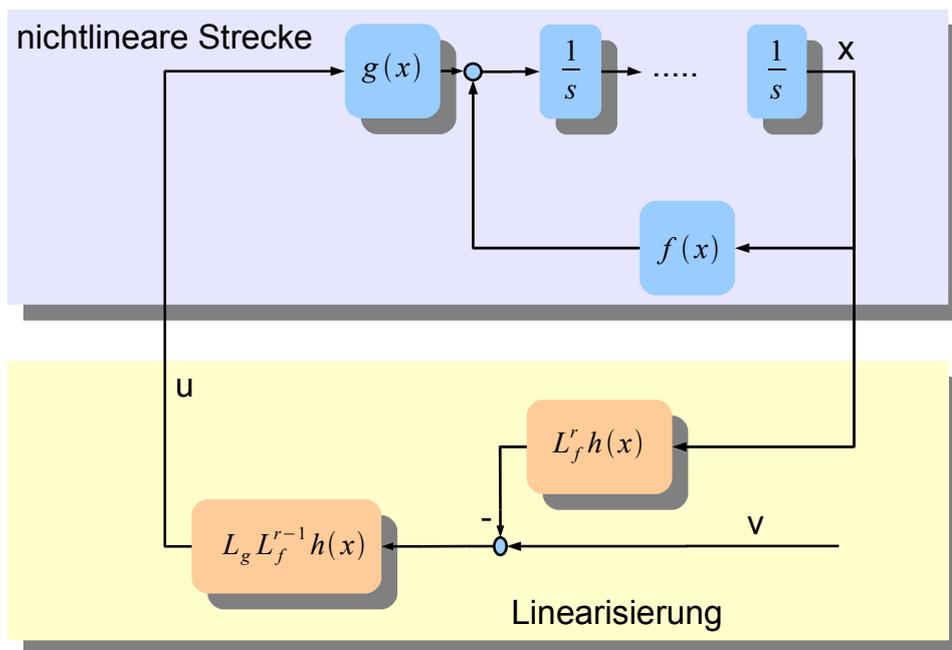


Abbildung 5.8.: Prinzip der Feedbacklinearisierung

Für das schon im Kapitel 3 beschriebene eindimensionale stromgesteuerte Magnetlager gilt folgendes nichtlineares Zustandsraummodell.

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} x_2 \\ g - \frac{a}{2m} \cdot \frac{x_3^2}{x_1^2} \\ -\frac{1}{T_i} x_3 \end{pmatrix}}_{f(x)} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{V_s}{T_i} \end{pmatrix}}_{g(x)} \cdot i_{soll} \quad (5.18)$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}}_{h(x)} \quad (5.19)$$

In Abbildung 5.9 ist der dazugehörige Signalflussplan dargestellt. Das Funktional  $F = f(i, x)$  repräsentiert dabei die Nichtlinearität, die ebenfalls durch die im Kapitel 3.2 ermittelte Aktorkennlinie beschrieben werden kann. Der Quotient aus  $\frac{a}{2m}$  kann als Konstante  $K$  aufgefasst werden, durch den die Nichtlinearität gewichtet wird. Zeitgleich sind die Zustandsgrößen angetragen, einerseits für den Originalbereich mit  $x_1 = x$ ;  $x_2 = v$  und  $x_3 = i$  und andererseits in  $z$ -Koordinaten für das transformierte nichtlineare System.

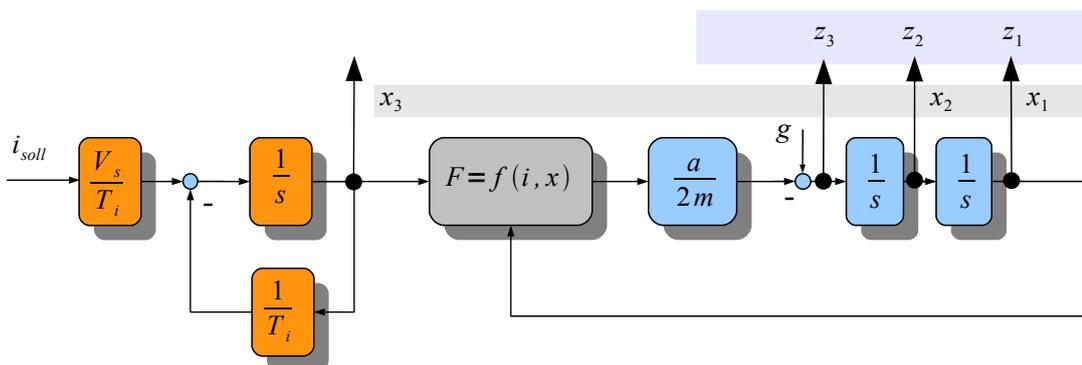


Abbildung 5.9.: Modell mit Zuständen

---

Ermittlung der zeitlichen Ableitungen:

$$y = h(x) = x_1 \quad (5.20)$$

$$\dot{y} = L_f h(x) = x_2 \quad (5.21)$$

$$\ddot{y} = L_f^2 h(x) = g - K \cdot f(x_1, x_3) \quad (5.22)$$

$$y^{(3)} = L_f^3 h(x) + L_g(L_f^2 h(x)) = \frac{\partial \ddot{y}}{\partial x_1} \cdot \dot{x}_1 + \frac{\partial \ddot{y}}{\partial x_3} \cdot \dot{x}_3 \quad (5.23)$$

unter Verwendung von  $\dot{x}_3$  aus Gleichung 5.18 ergibt sich :

$$y^{(3)} = \frac{\partial \ddot{y}}{\partial x_1} \cdot \dot{x}_1 + \frac{\partial \ddot{y}}{\partial x_3} \cdot \left( \frac{1}{T_i} (V_s \cdot u - x_3) \right) \quad (5.24)$$

$$y^{(3)} = 2K \cdot \frac{x_3^2}{x_1^3} \cdot \dot{x}_1 - 2K \cdot \frac{x_3}{x_1^2} \cdot \left( \frac{1}{T_i} (V_s \cdot u - x_3) \right) \quad (5.25)$$

Nach Einführung der neuen Zustandsgrößen  $z_1, z_2$  und  $z_3$  ergibt sich die Koordinatentransformation  $z = \Phi(x)$  laut Gleichung 5.17:

$$z_1 = x_1 \quad (5.26)$$

$$z_2 = x_2 \quad (5.27)$$

$$z_3 = g - K \cdot \frac{x_3^2}{x_1^2} \quad (5.28)$$

Die Umkehrabbildung  $x = \Phi^{-1}(z)$  kann im Anschluss ebenfalls direkt abgeleitet werden. Es gilt:

$$x_1 = z_1 \quad (5.29)$$

$$x_2 = z_2 \quad (5.30)$$

## 5. Regelung

Das noch zu bestimmende  $x_3$  lässt sich durch einsetzen von  $x_1 = z_1$  ermitteln.

$$x_3 = \sqrt{\frac{1}{K} \cdot (g - z_3) \cdot z_1^2} \quad (5.31)$$

Durch Einsetzen von Gleichung 5.31 in Gleichung 5.24 unter Verwendung der Koordinatentransformation kann  $\dot{z}_3$  in z-Koordinaten darstellt werden.

$$\dot{z}_3 = y^{(3)} = 2 \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot (g - z_3) - \frac{2V_s}{T_i} \frac{K}{z_1^2} \cdot \underbrace{\sqrt{\frac{z_1^2}{K} \cdot (g - z_3)}}_{\text{Nichtlinearität}} \cdot i_{soll} + \frac{2}{T_i} \cdot (g - z_3) \quad (5.32)$$

Überführt man diese Gleichung in einen Signalflussplan, so ist zu erkennen, dass die Nichtlinearität  $F = f(i, x)$  an den Anfang der Strecke transformiert worden ist.

Unter Anwendung des linearisierenden Stellgesetzes 5.16 kann das System dann wie in Abbildung 5.10 dargestellt werden.

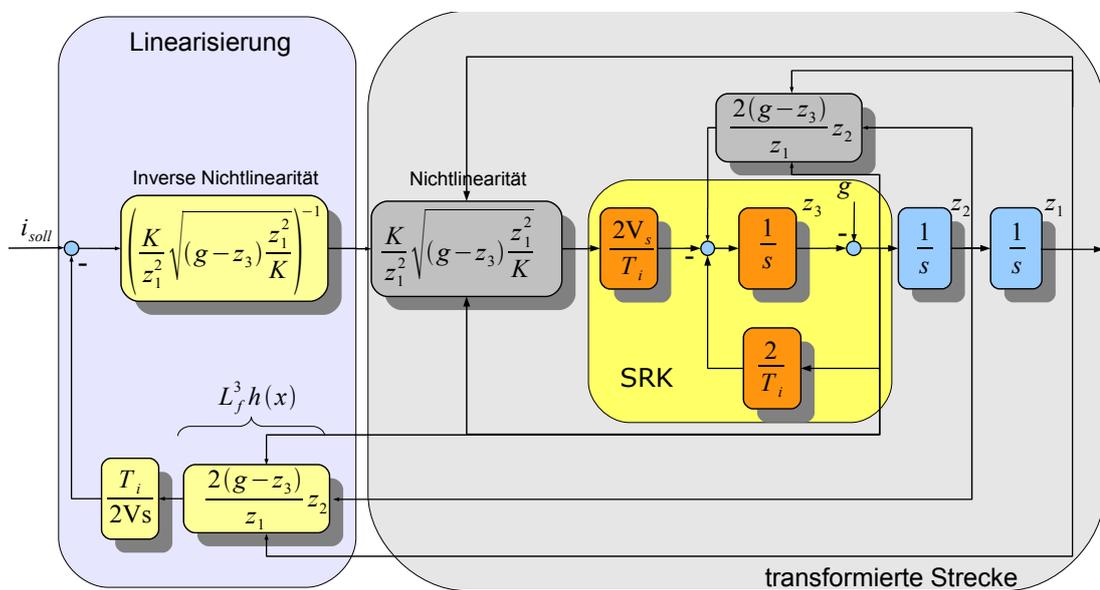


Abbildung 5.10.: linearisiertes Modell in z-Koordinaten

Nach der so angewendeten Linearisierung reduziert sich das System auf einen Zusammenschaltung von einem  $PT_1$ -Glied und zwei Integratoren.

Für diese Anordnung gilt dann die schon in Kapitel 5.2.1 ermittelte optimale lineare Reglereinstellung. In Abbildung 5.10 wird ebenfalls deutlich, dass der Teil  $L_f^3 h(x)$  der linearisierenden Aufschaltung über die Zeitkonstante des Stromstellers  $T_i$  direkt beeinflusst wird. Je kleiner die Zeitkonstante des Stellgliedes ist, um so geringer ist der Einfluss dieser Aufschaltung. Beim Magnetlagerrundtisch verläuft die Positionsänderung wesentlich langsamer als die Dynamik des Stromregelkreises. Aus diesem Grund greift hier wiederum die Annahme  $i_{ist} = i_{soll}$ .

Die praktische Umsetzung der Feedbacklinearisierung reduziert sich somit auf die Verwendung der inversen Kennlinie, wie sie in Abbildung 5.11 gezeigt wird.

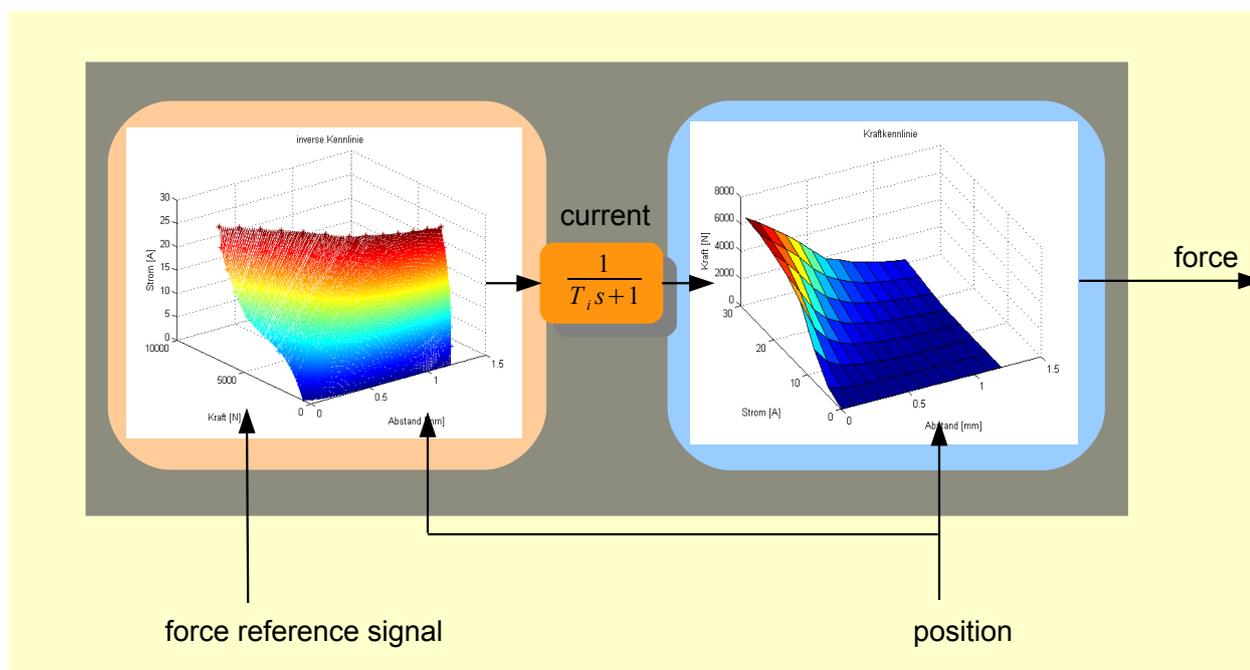


Abbildung 5.11.: Prinzip der praktischen Umsetzung

Für jeden der 16 Magneten kann prinzipiell eine direkte inverse Kennlinie ermittelt werden, was dazu führt, dass Unterschiede der einzelnen Magneten ebenfalls kompensiert werden können. Es hat sich aber gezeigt, dass die Magnete im Rundtischprototypen vergleichbare nichtlineare Kennlinien besitzen, so dass diese Op-

## 5. Regelung

tion nicht zur Anwendung kam, sondern nur eine gemittelte inverse Kennlinie für alle Magnete eingesetzt worden ist.

Abbildung 5.12 zeigt den Gesamtsignalfussplan mit der Aktorkennlinie und der inversen Charakteristik und stellt zeitgleich das Prinzip einer reduzierten Feed-backlinearisierung dar.

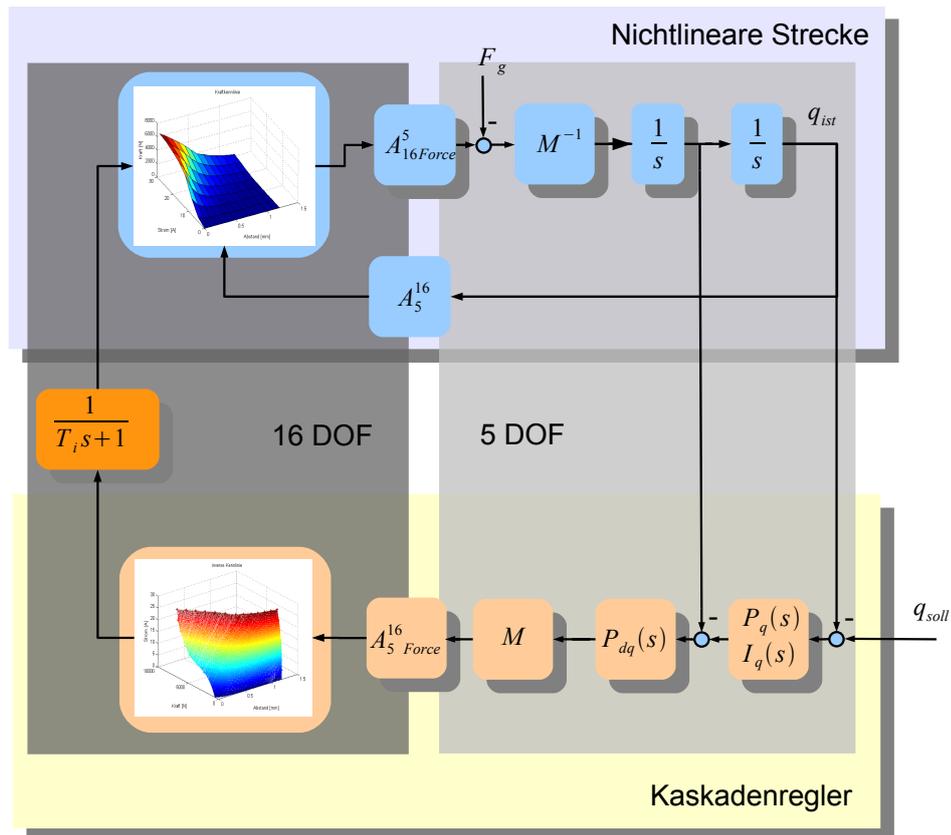


Abbildung 5.12.: Signalfussplan mit Kennlinien

---

## 6. Modellbasierte Sollwertaufschaltungen

Die Verwendung der Kaskadenstruktur bietet aufgrund der unterlagerten Regelkreise optimale Voraussetzungen für den Einsatz einer Sollwertvorsteuerung. Insgesamt soll durch diesen ebenfalls modellbasierten Ansatz ein zusätzlicher Freiheitsgrad für die Optimierung des Führungsverhaltens gewonnen werden, ohne das optimale Störverhalten und die Stabilität des Gesamtsystems zu beeinflussen. Ziel ist es, eine „sinnvolle“ Dynamik des Übergangsvorgangs zu erreichen.

Der Einsatz einer Vorsteuerung wird möglich, da die nichtlineare Strecke linearisiert worden ist und das Magnetlager zu den flachen Systemen gezählt werden kann. Für solche flachen Systeme können Sollwerttrajektorien entworfen und die dazugehörigen Steuerungen bestimmt werden. 1992 definierten Fliess, Lévine, Martin und Rouchon die sogenannte *Flachheit*, [Fliess et al., 1992]. Laut Definition besitzen flache Systeme ähnliche Steuerbarkeitseigenschaften wie lineare Systeme. Aus diesem Grund kann man den Begriff der Flachheit als Erweiterung des Steuerbarkeitsbegriffes interpretieren.

Ein System kann als *flach* bezeichnet werden, wenn sich die Systemgrößen durch eine endliche Anzahl von Ableitungen aus den Ausgangsgrößen des Systems bestimmen lassen, was im Kapitel 5.3 gezeigt wurde.

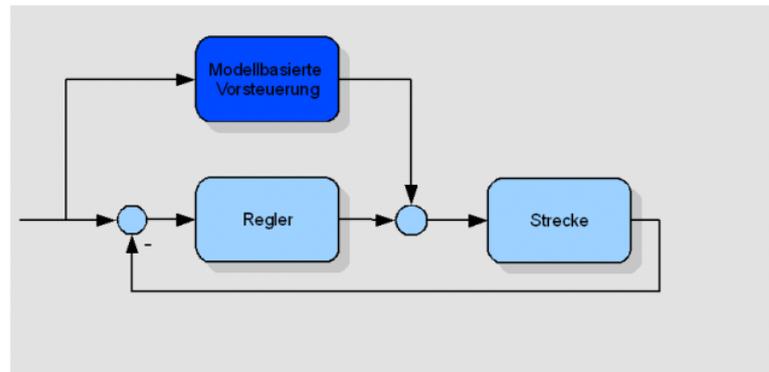


Abbildung 6.1.: Vorsteuerung

Abbildung 6.1 zeigt das Prinzip dieses flachheitsbasierten Entwurfs. Im Falle des magnetisch gelagerten Rundtisches wird diesem nichtlinearen System durch die Kompensation der Aktorkennlinie ein lineares Verhalten eingeprägt und durch Ergänzung der Vorsteuerung soll ein „sanftes“ Regelverhalten bei einem geringen Stellaufwand realisiert werden.

### 6.1. Sollwertrechner - computed force method

Im Betrieb des Magnetlagerrundtisches sind sprungförmige Änderungen der Sollwerttrajektorie nicht vorgesehen bzw. nicht zulässig. Erweitert man die Regeleinrichtung mit einem Sollwertrechner/Sollwertgenerator, so erhält man ein Mittel zur definierten Bewegungssteuerung. Nachfolgend soll gezeigt werden, dass somit ein zusätzliches Mittel zur Verfügung steht, um ein dynamisch hochwertiges Führungsverhalten zu generieren, [Riefenstahl, 2006].

Im Bild 6.2 ist ein einfacher Sollwertgenerator dargestellt, der die Möglichkeit der Sollwertvorsteuerung für die Position, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung bietet. Diese physikalischen Größen werden unter Verwendung eines Doppel I-Gliedes errechnet. Dabei stellt dieses Doppel-I-Glied ein idealisiertes dynamisches System dar, was zusätzlich noch die Möglichkeit beinhaltet Systemgrenzen, z. B.  $a_{\text{grenz}}$ , mit zu berücksichtigen.

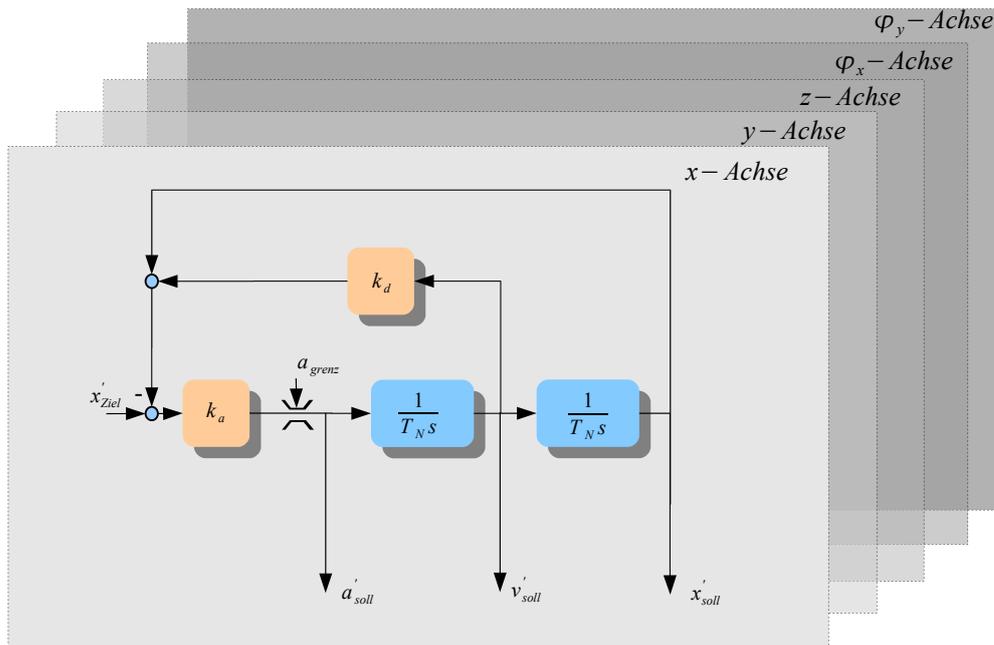


Abbildung 6.2.: Sollwertgeber

Bei Einhaltung der Begrenzungen lautet die Übertragungsfunktion dieses Systems:

$$\frac{x'_{Soll}}{x'_{Ziel}} = \frac{1}{1 + s k_d T_N + s^2 T_N^2 / k_a} = \frac{1}{1 + s 2d T_{SG} + s^2 T_{SG}^2} \quad (6.1)$$

Dieses Übertragungsverhalten entspricht dem Verhalten eines Schwingungsgliedes, dessen Dämpfung und die Eigenzeitkonstante einstellbar sind.

$$T_{SG} = T_N / \sqrt{k_a} \quad ; \quad d = k_d \sqrt{k_a} / 2 \quad (6.2)$$

Für das Magnetlagersystem gilt  $T_N = 1$  und bei Festlegung einer Dämpfung von  $d = 1$  wird deutlich, dass das System die Zielposition  $x'_{Ziel}$ , unter Berücksichtigung der Systemgrenzen, überschwingfrei erreichen kann. Die Parameter  $k_d$  und  $k_a$  sind

dann nur noch von der Eigenzeitkonstante  $T_{SG}$  abhängig.

$$ka = \frac{1}{T_{SG}^2} \quad ; \quad kd = 2 \cdot d \cdot T_{SG} \quad (6.3)$$

Unter diesen Voraussetzungen ist die Auslegung nur noch auf einen freien Parameter bezogen. Setzt man nun  $T_{SG} = T_{\Sigma}$ , so wird deutlich, dass durch  $T_{\Sigma}$  die Dynamik des Sollwertgenerators und somit des Führungsverhaltens beeinflusst werden kann. In Abbildung 6.3 wird die Verbesserung des Führungsverhaltens anhand der z-Achse verdeutlicht. Dargestellt ist die Reaktion der Achse auf einen Sollwertsprung *mit* und *ohne* Sollwertgenerator. Zudem wird ebenfalls ersichtlich, dass durch Verwendung dieser Einstellvorschriften nur das Führungsverhalten positiv verändert wird, das Störverhalten entspricht weiterhin dem des symmetrischen Optimums.

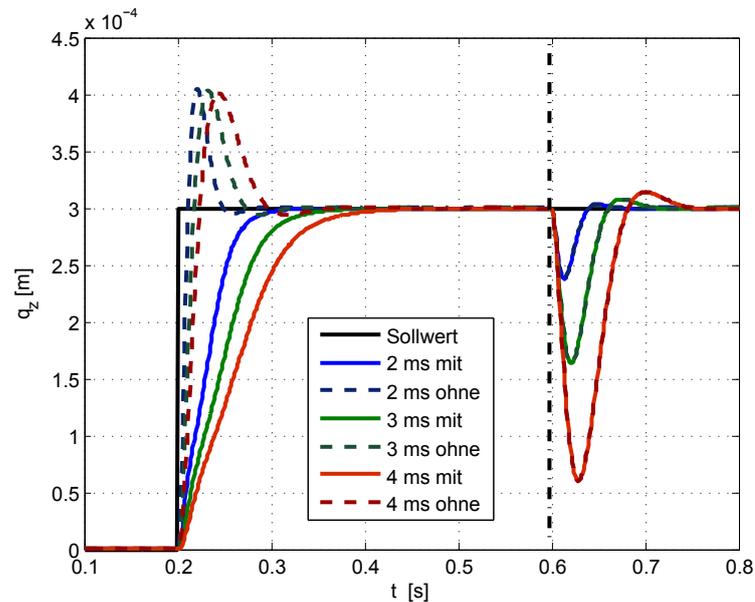


Abbildung 6.3.: Dynamik der z-Achse bei verschiedenen  $T_{\Sigma}$

Für die Anwendung in dem hier betrachteten Magnetsystem muss der Sollwertgenerator aus Abbildung 6.2 noch angepasst werden. Die Magnetlagerregelung

besteht aus fünf Lage- und Geschwindigkeitsregelkreisen mit sechzehn unterlagerten Stromregelungen. Die Vorsteuerung des Lage- und Geschwindigkeitwertes kann wie bei einem linearen System erfolgen.

Die Vorsteuerung des Stromes erfolgt durch Ausnutzung der inversen Aktorcharakteristik. Hierfür wird mit Hilfe der Massenmatrix und den Beschleunigungswerten der fünf Achsen die jeweilige Kraft bzw. das Moment der Achse berechnet und anschliessend mit Hilfe der Koordinatentransformation  $A_{5TMF}^8$ ,  $A_{5ZMF}^8$  und  $A_{5HMF}^8$  der Kraft Sollwert ermittelt und auf die inversen Aktorcharakteristik als zusätzlicher Sollwert aufgeschaltet. Die für die Verwendung der inversen Kennlinien notwendige Positions- bzw. Luftspaltinformation wird ebenfalls durch Anwendung der Koordiantentransformation  $A_{5TM}^8$ ,  $A_{5ZM}^8$  und  $A_{5HM}^8$  aus den Sollpositionen gewonnen.

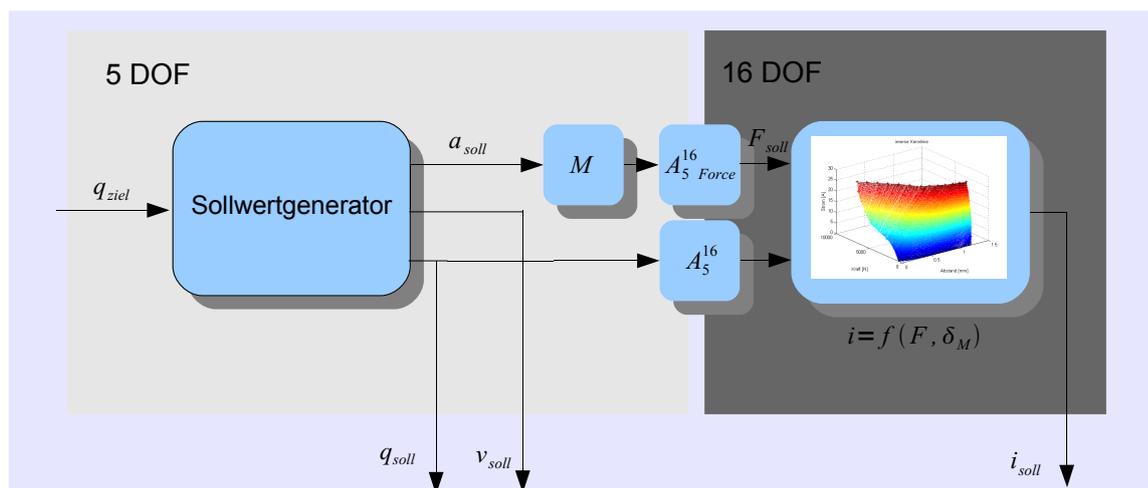


Abbildung 6.4.: modellbasierter Sollwertgenerator

Die so beschriebene Sollwertaufschaltung wirkt durch die verwendeten Koordiantentransformationen komplexer, letztendlich sind diese Transformationen nur eine Multiplikation mit konstanten Werten.

Der Einsatz der so beschriebenen Vorsteuerung der Geschwindigkeits- und Kraftwerte verbessert das Führungsverhalten des Gesamtsystems. Das typische und unerwünschte Überschwingen eines symmetrisch eingestellten Lage- bzw. Positi-

onsregelkreises kann unterdrückt werden, ohne dabei das optimale Störverhalten zu gefährden. Durch Verwendung der Sollwertvorsteuerung müssen die Regler nur noch dynamische Fehler ausgleichen.

Abschließend ist noch zu bemerken, dass die Sollwertvorsteuerung noch die Möglichkeit einer optimalen Prozessführung bietet.

Hierfür können die Gesetzmäßigkeiten für die zeitoptimale oder auch energieoptimale Bewegungssteuerung, je nach Aufgabe implementiert werden.

---

## 7. Implementierung und experimentelle Verifizierung

In diesem Abschnitt werden die Besonderheiten der Implementierung der in Kapiteln 3 und 5 vorgestellten Ansätze und die damit erreichten praktischen Ergebnissen gezeigt.

Das Prinzip der 5-DOF-Kaskadenstruktur mit dem direkten Bezug zur Summenzeitkonstante  $T_{\Sigma}$ , wurden an allen drei bislang gebauten Magnetlagerrundtischprototypen umgesetzt und somit eine grundlegende Vergleichsmöglichkeit für das Führ- und Störverhalten der Tische im Arbeitspunkt erreicht.

Die für die Umsetzung der Regelung eingesetzte Rechentechnik ist bei den Systemen unterschiedlich. Die Regelung für Rundtisch I wurde auf einem Linux RTAI-System, bei Rundtisch II auf einem dSPACE - System und bei Rundtisch III auf der beschriebenen freiprogrammierbaren CPU - FM 458 realisiert. Trotz der unterschiedlichen Systeme sind die erreichbaren Abtastzeiten und die damit verbundene Dynamik dennoch gleich bzw. vergleichbar.

Nachfolgend wird speziell auf die Implementierung der inversen Kennliniencharakteristik und der Matrizenmultiplikation eingegangen.

### 7.1. Realisierung der Transformationen

Basis hierfür bildet die grafische Programmiersprache *CFC*<sup>1</sup>. Die Programmierung in CFC erfolgt über das Einfügen, Verschalten und Parametrieren von Funktionsbausteinen. Neben Standardfunktionsbausteinen können auch eigene Funktions-

---

<sup>1</sup>Continuous Function Chart

bausteine erstellt und anwendungsspezifische Funktionen in Bibliotheken verwaltet werden. Diese Möglichkeiten werden zur Umsetzung der Matrizenoperationen genutzt, da diese kein Bestandteil der CFC-Sprache sind. Im Prinzip gibt es mehrere Möglichkeiten das Multiplizieren von Matrizen in CFC umzusetzen. Einerseits kann ein entsprechender Baustein in C/C++ erstellt und andererseits die Berechnung mittels vorhandener Standardblöcke aufgebaut werden. Abbildung 7.1 zeigt einen Teil des CFC-Plans mit der Sensortransformation die innerhalb eines Regelzyklus durchlaufen wird. Die eigentliche Matrizenmultiplikation, also die Transformation von den Eingangs- auf die Ausgangsgrößen wird innerhalb des Sensortransformationblocks in einem unterlagertem Chart durchgeführt.

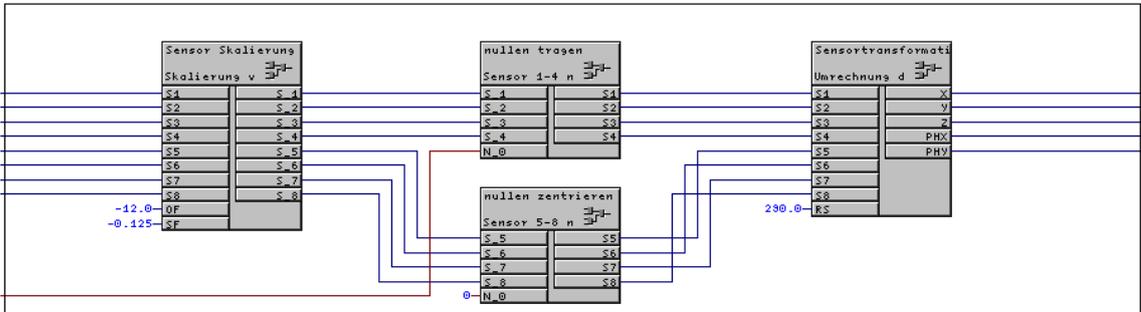


Abbildung 7.1.: Koordinatentransformation  $A_{8S}^5$

Um die Koordinatentransformation der Sensorwerte auf die fünf Freiheitsgrade mittels Matrizenmultiplikation auf Basis von CFC zu realisieren, wird diese zunächst wieder als Gleichungssystem geschrieben.

$$x = \delta_{S_7} - \delta_{S_5} \quad (7.1)$$

$$y = \delta_{S_8} - \delta_{S_6} \quad (7.2)$$

$$z = 0.25 \cdot (\delta_{S_1} + \delta_{S_2} + \delta_{S_3} + \delta_{S_4}) \quad (7.3)$$

$$\varphi_x = \frac{1}{2r_s} \cdot \delta_{S_4} - \frac{1}{2r_s} \cdot \delta_{S_2} \quad (7.4)$$

$$\varphi_y = \frac{1}{2r_s} \cdot \delta_{S_1} - \frac{1}{2r_s} \cdot \delta_{S_3} \quad (7.5)$$

---

Anschließend werden die Gleichungen hinsichtlich der Anzahl der durchzuführenden Operationen optimiert, das heißt das der Koeffizient  $1/(2r_s)$  durch  $0.5/r_s$  ersetzt wird und so die Berechnung aus einer Multiplikation und einer Division auf eine Division reduziert wird. Die Koordinaten  $x$  und  $y$  lassen sich ohne weitere Berechnungen direkt aus der Differenz einzelner Sensorwerte bestimmen. Die Position der  $z$ -Achse ist nur eine mit 0.25 gewichtete Addition der Sensorwerte. In Bild 7.2 ist diese Transformation in CFC-Struktur dargestellt.

Alle sonstigen Koordinatentransformationen, wie z.B.  $A_{5TMF}^8, A_{5ZMF}^8, A_{5HMF}^8$  und  $M$ , werden nach demselben Prinzip hinsichtlich der Operationenanzahl und damit hinsichtlich der Laufzeit optimiert und ebenfalls durch Verwendung von Standardfunktionsblöcken berechnet.

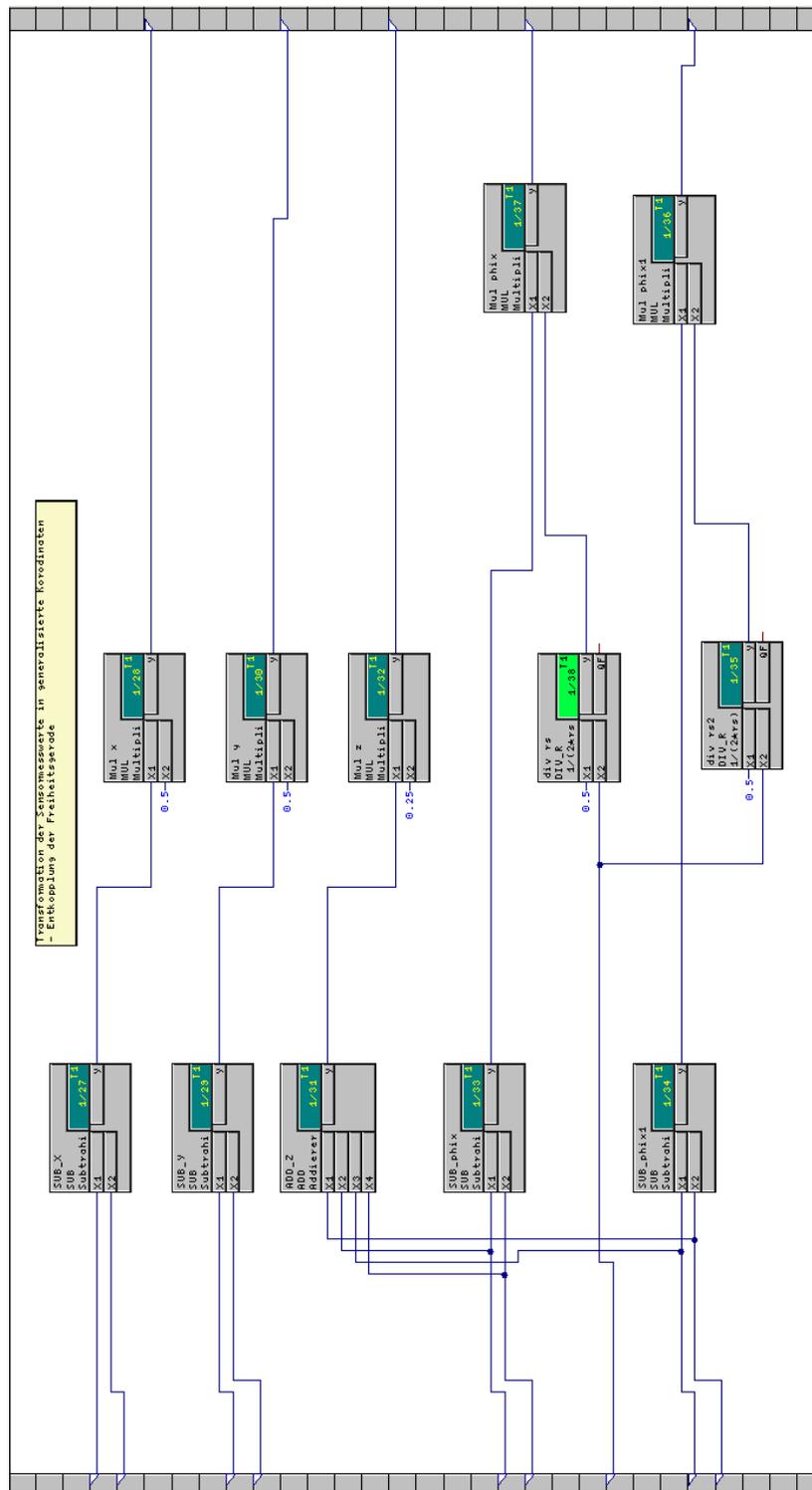


Abbildung 7.2.: CFC-Plan Sensortransformation

---

## 7.2. Umsetzung der inversen Aktorkennlinie

Für die Kompensation des nichtlinearen Aktorverhaltens, muss die inverse Aktorkennlinie ebenfalls implementiert werden. Im Unterschied zu den auf Matlab bezogenen dSPACE- und Linux-RTAI Systemen kann bei der im Rundtisch III verwendeten Applikationsbaugruppe die inverse Kennlinie nicht als 3D-Lookuptable hinterlegt werden, sondern muss auch mit Hilfe der grafischen Programmiersprache CFC realisiert werden.

Die Abbildung 7.3 stellt die zu implementierende inverse Aktorkennlinie dar, wobei zusätzlich der Verlauf für den Arbeitsluftspalt für  $q_z = 0.3$  mm hervorgehoben ist.

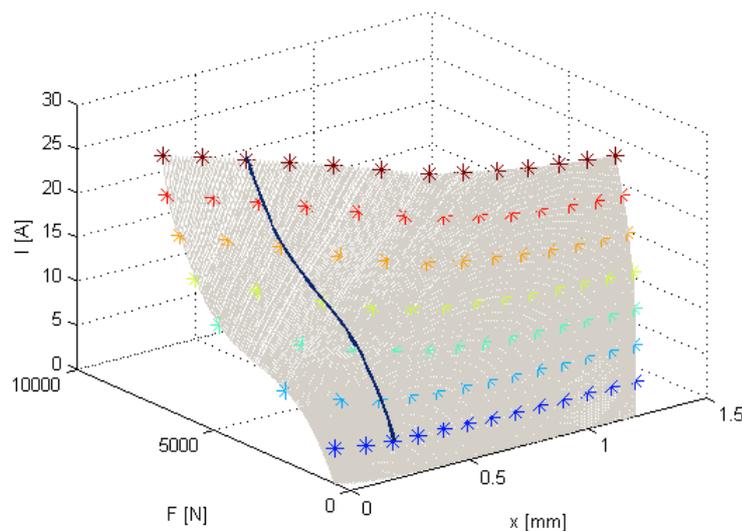


Abbildung 7.3.: Inverse Kennlinie im Arbeitspunkt

Für die Programmierung in CFC wird die Kennlinie in Abschnitte eingeteilt und anschließend der entsprechende Bereich mit einem Polygonzug für die weiteren Berechnungen hinterlegt.

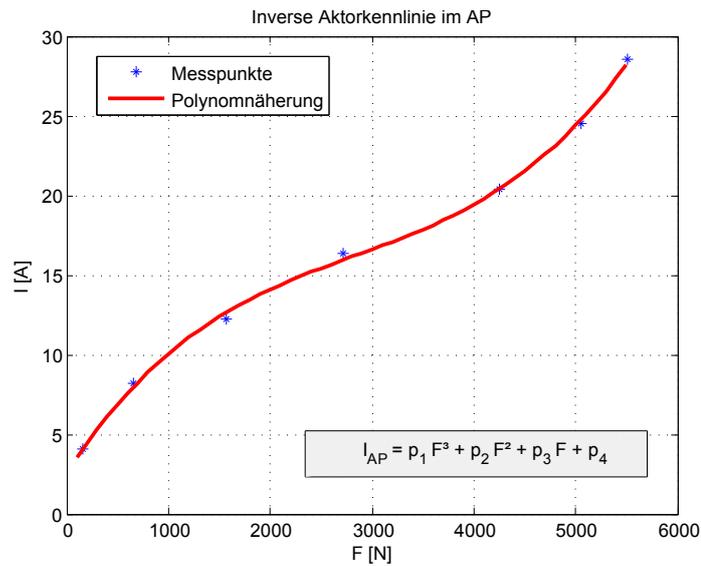


Abbildung 7.4.: Polynomnäherung im Arbeitspunkt

Basierend auf den in Kapitel 3.2.2 interpolierten Messpunkten kann für verschiedene Arbeitsluftspalte eine Polynom 3. Ordnung angegeben werden. Abbildung 7.4 zeigt den entsprechenden Verlauf für den Arbeitsluftspalt von  $q_z = 0.3$  mm.

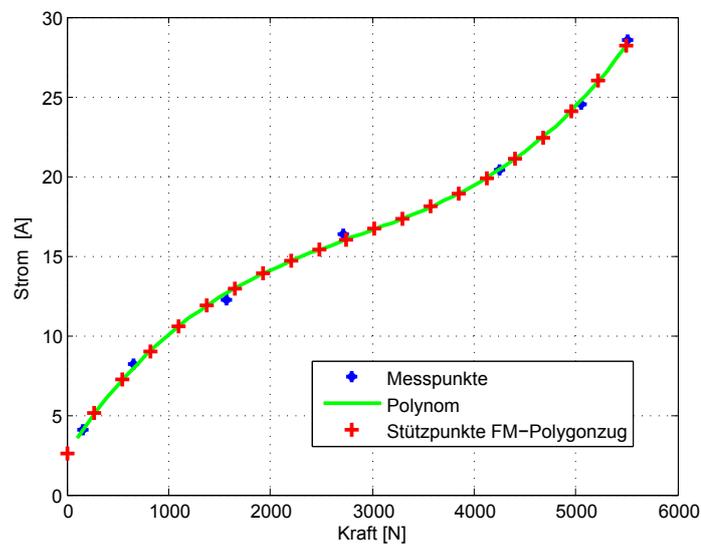


Abbildung 7.5.: Vergleich zwischen Polynom und Polygonzug

Anhand dieses funktionellen Zusammenhangs können entsprechende Stützstellen für den Polygonzug berechnet und auf der Baugruppe hinterlegt werden. Im direk-

ten Vergleich, Abbildung 7.5, ist zwischen den Messwerten, dem Polynomverlauf und den Stützstellen des Polygonzuges eine gute Übereinstimmung zu erkennen. Der Polygonzug mit 20 Stützpunkten repräsentiert einen Lookuptable für den jeweiligen Arbeitspunkt bzw. Arbeitshöhe des Rundtisches mit einer Rechenzeit von  $4.1 \mu s$ .

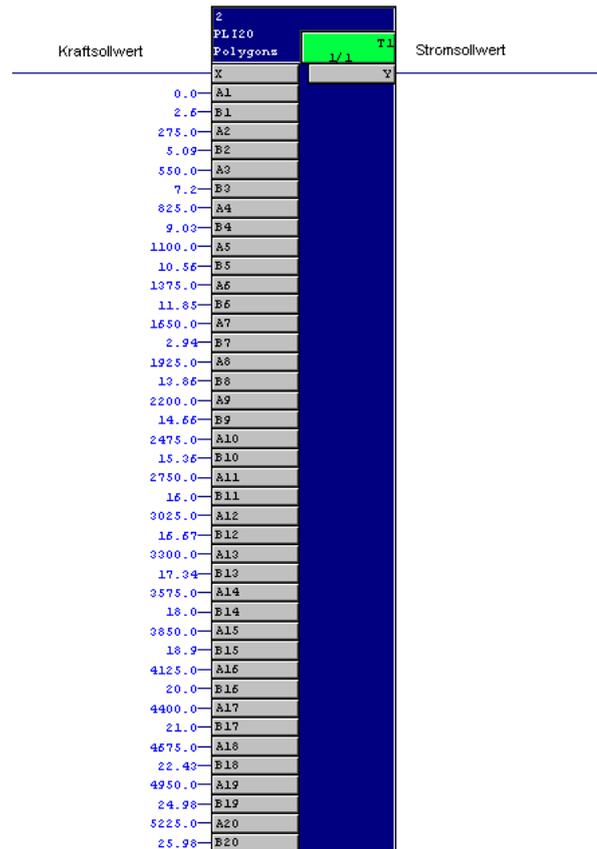


Abbildung 7.6.: Polygonzug mit 20 Stützpunkten

Prinzipiell wäre auch eine Berechnung über die Polynomgleichung für die jeweiligen Arbeitspunkte möglich. Hierbei wird sich aber zwangsweise die Rechenzeit erhöhen, da mehr Standardblöcke notwendig sind.

### 7.3. Ansteuerung der Zentriermagneten

Der magnetisch gelagerte Rundtisch III wird, wie in Kapitel 4., beschrieben, derzeit mit 19 Umrichtern betrieben. Diese hohe Anzahl ist für eine industrielle Verwendung nicht praktikabel. Fasst man die einzelnen Magneten, wie in Bild 7.7, zu nebeneinander liegenden Paarungen zusammen, so kann man einerseits die Anzahl der für die Sollwertvorgabe notwendigen DA-Wandler halbieren und andererseits perspektivisch auch die Anzahl der Stellglieder reduzieren.

Die Ansteuerung der Zentrierung wird durch diese gruppenweise Ansteuerung wesentlich vereinfacht.

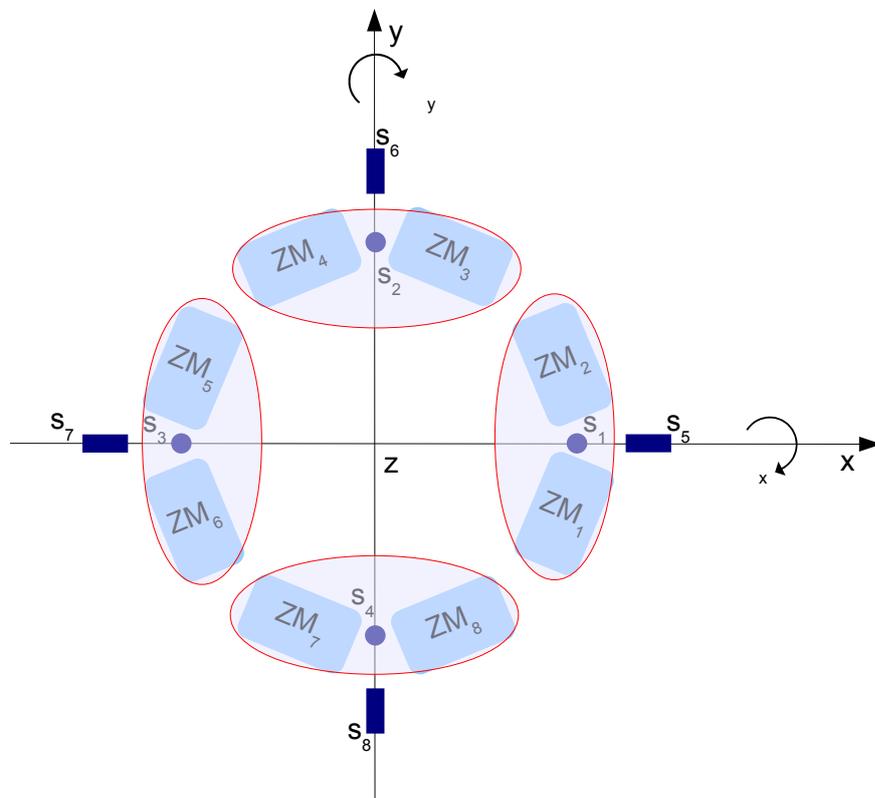


Abbildung 7.7.: Gruppierung der Zentriermagneten

Die nachfolgenden Transformationsmatrizen  $A_{5ZM}^8$  und  $A_{5ZMF}^8$  verdeutlichen diesen Zusammenhang. Legt man zusätzlich das Bezugskoordinatensystem der 5 Frei-

---

heitsgrade in die Mittelpunktebene der Zentriermagneten, so wird  $h_{ZM} = 0$  und so die Hebelwirkung bei einer Drehung um die x- bzw. y-Achse aufgehoben.

$$A_{5ZM}^8 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.6)$$

$$A_{5ZMF}^8 = \begin{bmatrix} -0.2500 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.2500 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.2500 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.2500 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2500 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2500 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2500 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2500 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.7)$$

In Summe vereinfacht sich somit die Programmierung der Transformationen, da die mit Null belegten Komponenten nicht berücksichtigt werden müssen. Das bedeutet letztendlich eine Reduzierung der notwendigen Rechenzeit, unter Beibehaltung der vollen Funktionalität des Lagers.

## 7.4. Experimentelle Verifizierung

### 7.4.1. Streckenverhalten

In den Abbildungen 7.8 und 7.9 ist jeweils der Vergleich zwischen Modell und realer Strecke bei einem Sollwertsprung bzw. einer externen Störung in der z-Achsenposition dargestellt.

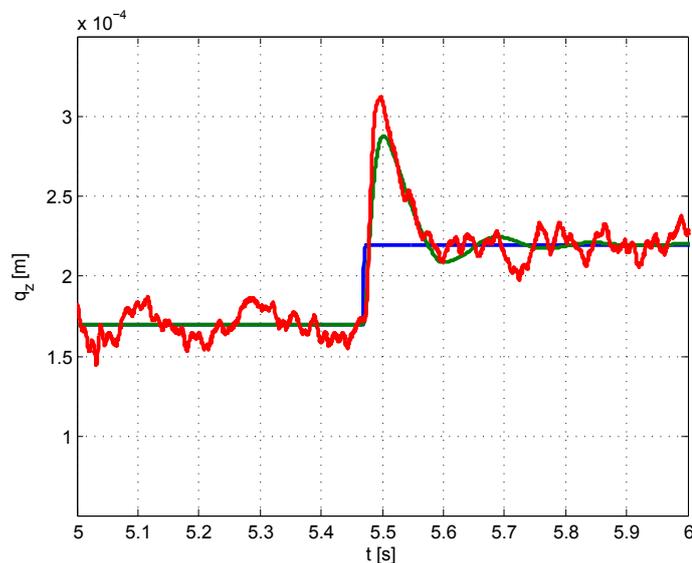


Abbildung 7.8.: Sprungantwort der z-Achse

Im Vergleich zeigen Modell und reale Strecke das gleiche dynamische Antwortverhalten, lediglich kleine Unterschiede in der Überschwingweite sind erkennbar. Die Messungen wurden dabei nicht in dem durch  $k_i$  und  $k_s$  bestimmten Arbeitspunkt (0.3mm) betrieben, da gleichzeitig die Wirksamkeit der Kompensation durch die inverse Kennlinie überprüft wurde. Auch außerhalb des Arbeitspunktes und ohne Aufschaltung von  $k_s$  arbeiten die linearen optimalen Kaskadenregler.

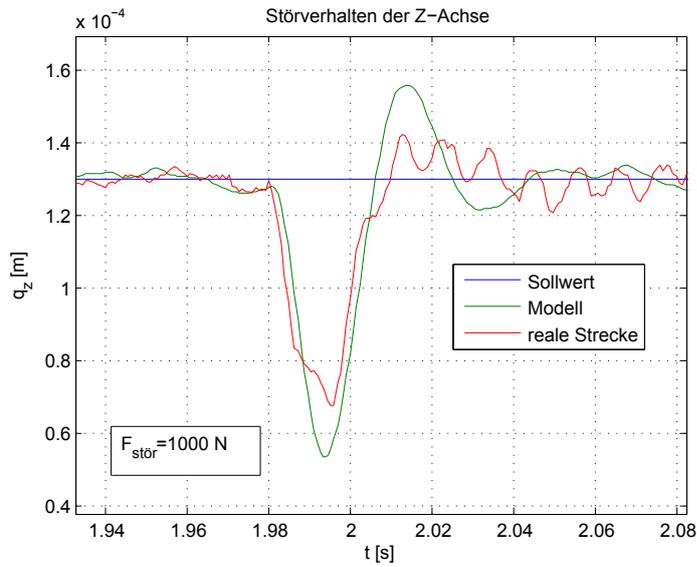


Abbildung 7.9.: Störverhalten z-Achse

Variiert man die für die Berechnung der Reglerparameter genutzte Zeitkonstante  $T_\Sigma$ , so wird die Abhängigkeit im Führungsverhalten deutlich, Bild 7.10.

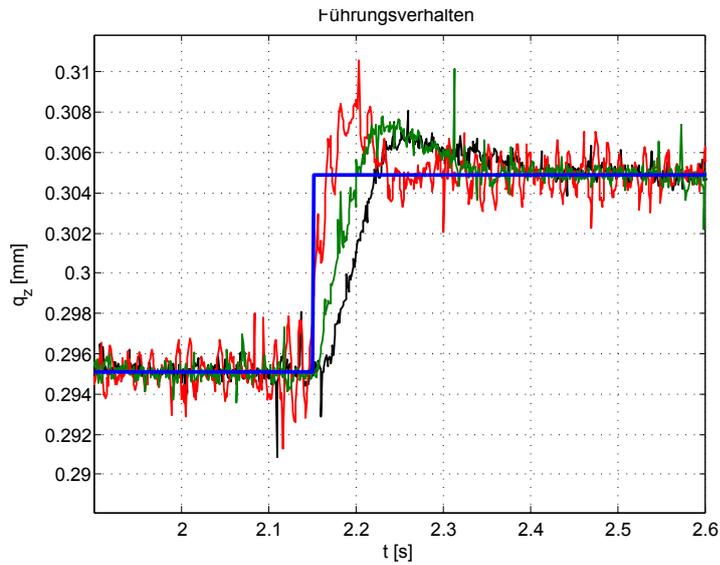


Abbildung 7.10.: Führungsverhalten der z-Achse ohne Vorfilter

Ein überschwingfreies Führungsverhalten kann, wie im Kapitel 5 beschrieben, durch den Einsatz eines Sollwertgenerators erreicht werden. Bei den dafür festgelegten Einstellvorschriften, ergeben sich die in den nachfolgenden Abbildungen

## 7. Implementierung und experimentelle Verifizierung

---

7.11, 7.12 und 7.13 gezeigten Verläufe der Sollwertrechnerausgänge für die Position, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung bzw. die Kraft.

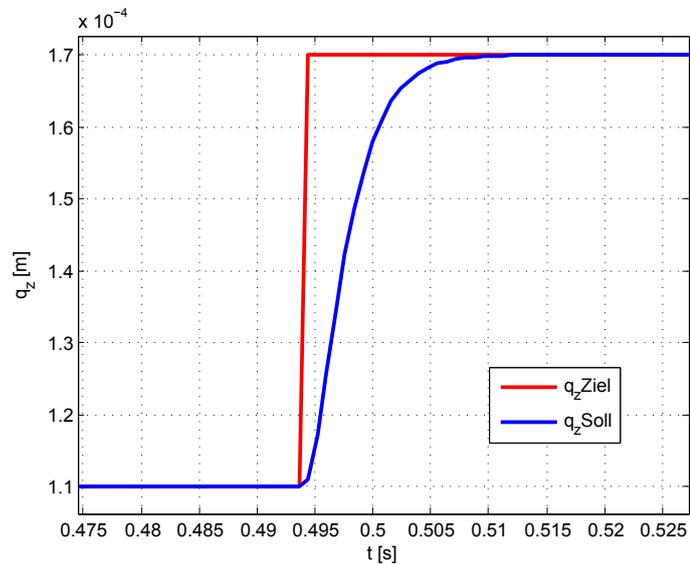


Abbildung 7.11.: z-Achse mit  $x_{soll}$

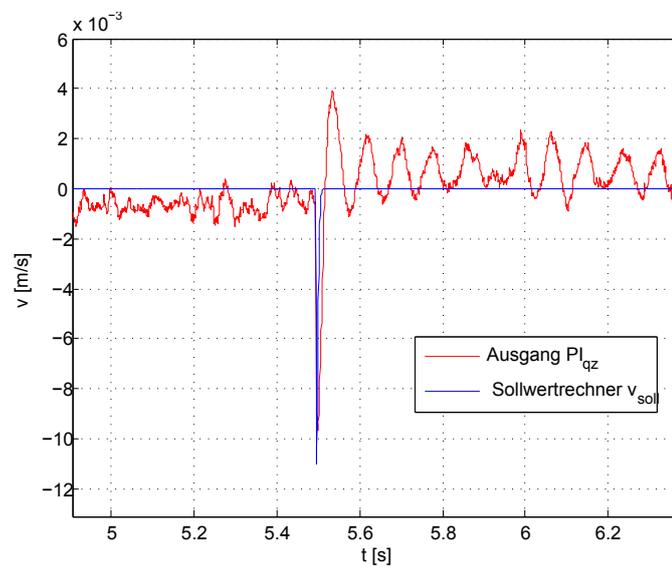


Abbildung 7.12.: z-Achse mit  $v_{soll}$

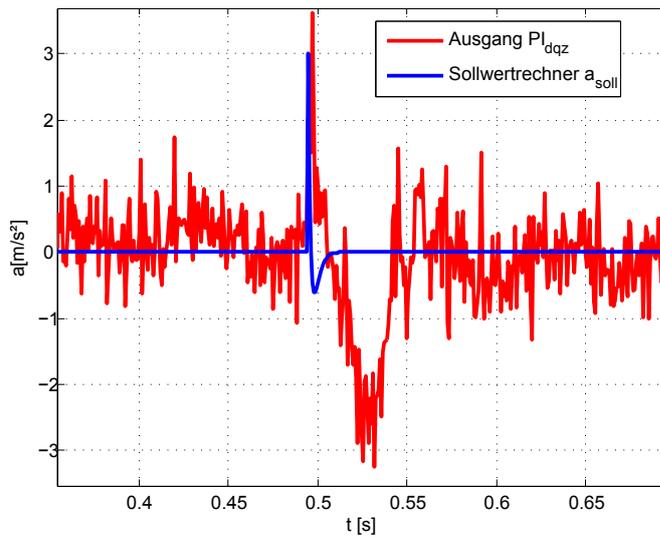


Abbildung 7.13.: Z-Achse mit  $a_{soll}$

Im Vergleich dazu sind die noch nicht vorgesteuerten Reglerausgänge dargestellt. Schon bei dieser Darstellung wird deutlich, dass die Sollwertvorsteuerung zur Entlastung des jeweiligen Regelkreises beiträgt.

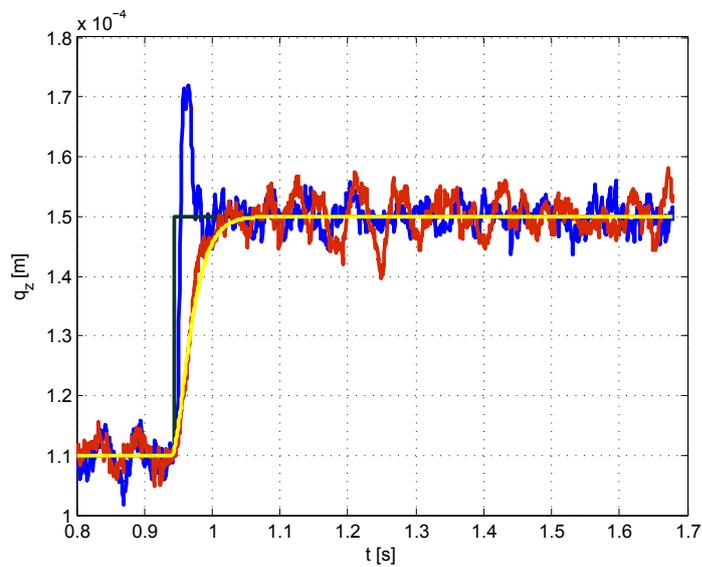


Abbildung 7.14.: Führungsverhalten ohne und mit Sollwertrechner

Durch Kombination von optimierter Kaskadenstruktur und Sollwertrechner kann das Führungsverhalten maßgeblich verbessert bzw. beeinflusst werden. Im indus-

triellen Einsatz ist somit eine Anpassung an die gestellten Aufgaben möglich. Vergleicht man den Verlauf der Position mit und ohne Sollwertrechner, so ist die Strecke ohne Sollwertrechner nur unwesentlich schneller bei höherer Beanspruchung der Stellglieder.

---

## 7.4.2. Sensitivität der Steifigkeit

Ein wesentlicher Parameter für eine Lagerung ist deren Steifigkeit, sowohl statisch als auch dynamisch. Die Steifigkeit ist als Quotient aus Kraft und der von ihr verursachten Auslenkung definiert.

$$c = \frac{F_{stoer}}{s} \quad (7.8)$$

Ein geregeltes Magnetlager hat im eingeschwungenen Zustand theoretisch eine unendlich große statische Steifigkeit, da eine Auslenkung immer wieder zu Null ausgegletzt wird. Begrenzt wird dieser Zusammenhang nur durch die Tragfähigkeit der Magnete. Betrachtet man das dynamische Verhalten der Anlage, so kann eine dynamische Steifigkeit abgeleitet werden. Diese ist der Quotient aus der Kraftamplitude  $\hat{F}_{stoer}$  und der maximalen Auslenkung  $\hat{s}$ .

$$c_{dyn} = \frac{\hat{F}_{stoer}}{\hat{s}} \quad (7.9)$$

In den nachfolgenden Abbildungen 7.15, 7.16 und 7.17 ist die Reaktion bzw. Auslenkung der Regelstrecke in der z- Achse beim Wirken einer definierten Störkraft dargestellt. Die Abbildungen erlauben Rückschlüsse auf die Sensitivität der dynamischen Steifigkeit hinsichtlich der Reglereinstellung und der Anlagenkonstruktion.

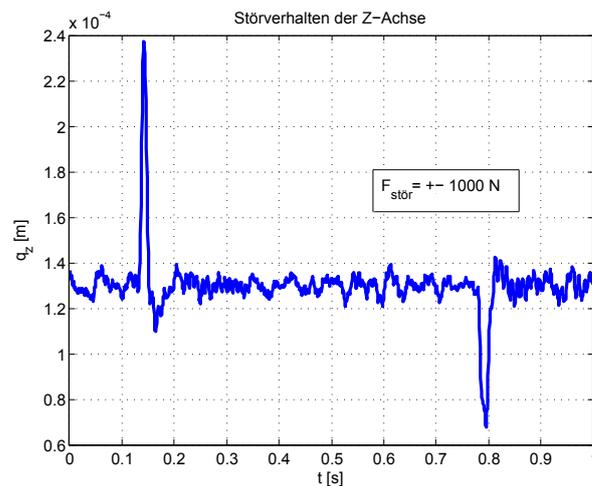


Abbildung 7.15.: Störverhalten bei unterschiedlichen Kraftrichtungen

## 7. Implementierung und experimentelle Verifizierung

---

Die Kombination der Halte- und Zentrierfunktion in den unteren Magneten führt zu einer geringeren dynamischen Steifigkeit bei positiven Bearbeitungskräften. Das bedeutet, bei gleicher Störkraft verdoppelt sich die Auslenkung. Dieser Umstand muss beim Entwurf eines Magnetlagers mit kombinierten Magnetfunktionen berücksichtigt werden.

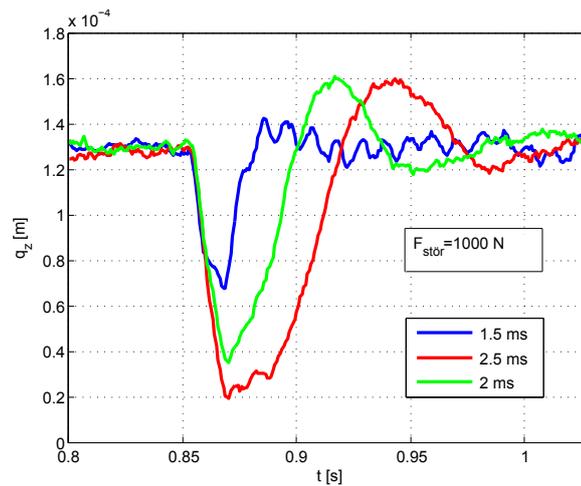


Abbildung 7.16.: Störverhalten bei unterschiedlichen Summenzeitkonstanten

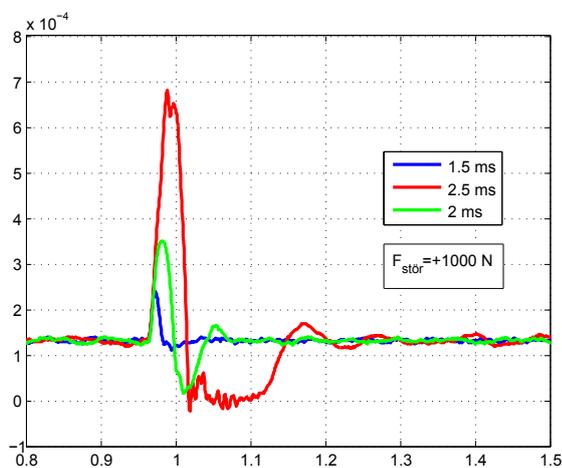


Abbildung 7.17.: Störverhalten bei unterschiedlichen Summenzeitkonstanten und positiver Störkraft

Durch eine Veränderung der Reglereinstellungen können, wie im Kapitel 5 dar-

---

gestellt, direkt die Lagereigenschaften beeinflusst werden. Die Abbildungen 7.16 und 7.17 zeigen deutlich die Auswirkungen unterschiedlicher Reglereinstellungen auf das Störverhalten und damit auf die dynamische Steifigkeit der Anlage.



---

## 8. Zusammenfassung und Ausblick

Mit der in dieser Arbeit beschriebenen Feedbacklinearisierung auf Basis der inversen Aktorkennlinie in Kombination mit einer Kaskadenstruktur und Sollwertrechner, wird die Inbetriebnahme und die industrielle Nutzung eines solchen magnetisch gelagerten Maschinenrundtisches grundlegend vereinfacht.

Die messtechnische Ermittlung der Aktorkennlinie bildet die Basis für die Berechnung der inversen Charakteristik und damit der Kompensation der Nichtlinearität. Diese Kompensation verleiht der Anlage ein lineares Streckenverhalten für den gesamten Arbeitsbereich, wodurch ein strukturierter linearer Reglerentwurf möglich wird. Die Wahl der Kaskadenstruktur und der angewandten Einstellvorschriften für optimales Störverhalten des äußeren Lageregelkreises und optimales Führungsverhalten der inneren Regelkreise, führen zu einem insgesamt optimalen und gut nutzbarem Gesamtverhalten. Die dynamischen Eigenschaften können letztendlich allein über einen Parameter, der Summenzeitkonstante  $T_{\Sigma}$ , eingestellt werden. Somit kann trotz einer umfangreichen Regelung von fünf verkoppelten Freiheitsgraden eine vereinfachte Bedienbarkeit realisiert werden. Durch Nutzung der Möglichkeit der Vorsteuerung über einen Sollwertrechner, erschliessen sich für den Anwender weitere Einsatzmöglichkeiten, da ein- und dieselbe Anlage einfach und problemlos mit unterschiedlichen Lagereigenschaften versehen werden kann und somit flexibler ist. Die Implementierung der Regelung auf einem industriellen Standardsystem bildet den Abschluss einer standardisierten vereinfachten Inbetriebnahme für magnetisch gelagerten Rundtische. Durch diese Realisierung kann die Akzeptanz einer solchen Technik in der Industrie erhöht bzw. gefördert werden. Leicht austauschbare und jederzeit verfügbare Standardkomponenten sind eine grundlegende Bedingung für eine zeitlich intensive Nutzung einer solchen Maschine.

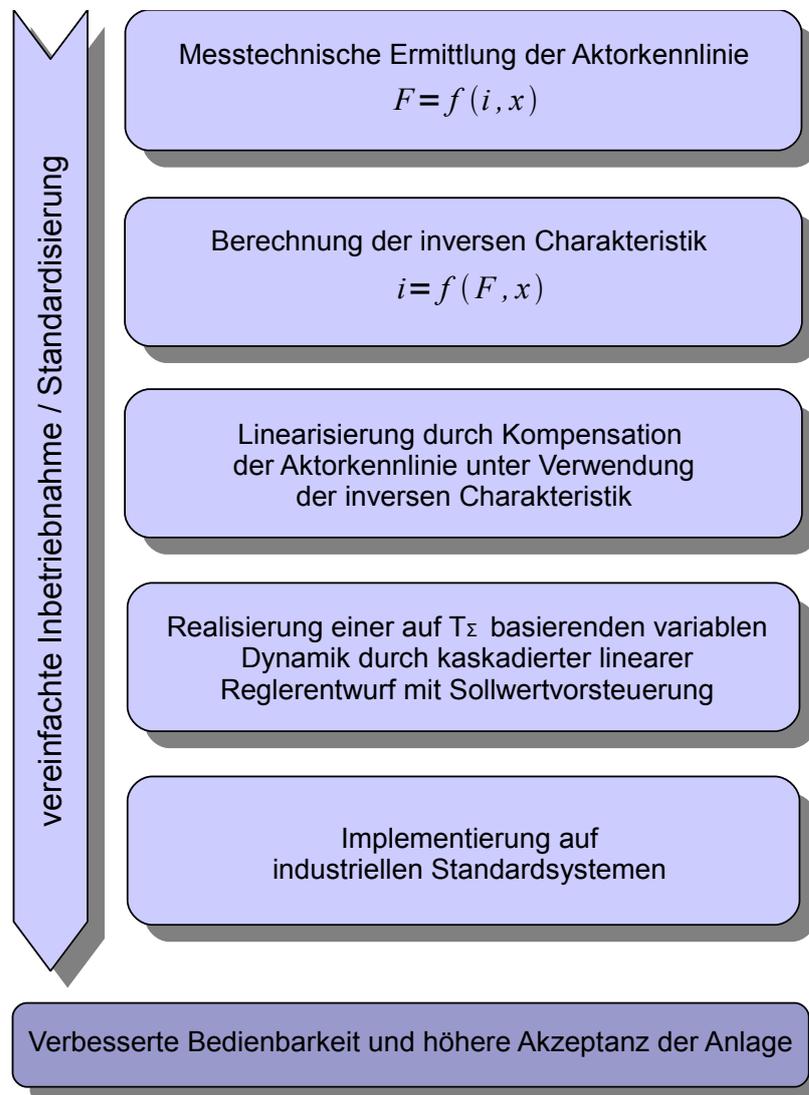


Abbildung 8.1.: Schema der vereinfachten Inbetriebnahme

Abbildung 8.1 soll das vereinfachte Inbetriebnahmeschema nochmals verdeutlichen und die wesentlichen Punkte hervorheben.

Im weiteren zeigt die realisierte Kombination von Halte - und Zentriermagneten, dass die Magnetlagertechnik nicht an enge Konstruktionen gebunden ist und somit maschinelle Neu- und Weiterentwicklungen möglich und denkbar sind.

Die optimierte Ansteuerung der Zentriermagneten in Kapitel 7 verdeutlicht, dass

---

die Anzahl der Stellglieder nicht fest an die Anzahl der verwendeten Magnete gebunden ist.

Perspektivisch könnte durch Einsatz von *intelligenten* Umrichtern, die notwendige Anzahl noch weiter reduziert werden, wenn die Möglichkeit gegeben ist die Ausgangsstufe flexibel und anwendungsspezifisch zu schalten. Somit könnten, ähnlich wie bei einem Reluktanzmotor, mehrere Spulen (Magnete) aus einer Quelle gespeist werden.

Auch der Bereich der Sensorik hat noch Verbesserungspotential. Ein günstigeres Rausch-Signalverhalten der Positionssensoren hat ein besseres Gesamtverhalten der Anlage zur Folge.

Aufgrund der technischen Realisierung bietet ein aktives Magnetlager bereits alle Voraussetzungen zur aktiven Schwingungsdämpfung. Mit einer Erweiterung der Regelalgorithmen kann bereits bei geringem zusätzlichem Aufwand eine Dämpfung unerwünschter interner und externer Schwingungen erreicht werden, womit das Lager für den Bereich der Schwingungsisolierung einsetzbar wird und sich somit ein zusätzlicher Nutzen ergibt.

Was hiervon im einzelnen genutzt wird, entscheidet der jeweilige Anwendungsfall. Das Prinzip der grundlegenden Inbetriebnahme bleibt allerdings bestehen.



---

# Literaturverzeichnis

- [Burgos et al., 2006] Burgos, D., Sirbu, G., Porres, F., Landajuela, J., and Agorreta, L. (2006). Pd control and sliding mode control using feedback linearization for 3-pole radial magnetic bearings of an energy storage flywheel.
- [Buro, 2002] Buro, N. G. (2002). *Regelung elektromagnetisch gelagerter Rotoren mit parallelen Strukturen*. Fachbereich Maschinenbau der Universität der Bundeswehr Hamburg, Dissertation.
- [Draganov et al., 2005] Draganov, D., Schallschmidt, T., and Palis, F. (2005). Robuste Regelung von Magnetlagersystemen. In *4th Symposium on Automatic Control (AUTSYM 2005)*. Hochschule Wismar, Fachbereich Elektrotechnik und Informatik.
- [EAAT, 2012] EAAT (2012). <http://www.eaat.de>.
- [Earnshaw, 1842] Earnshaw, S. (1842). On the nature of the molecular forces which regulate the constitution of the luminiferous ether. pages 97–112.
- [Fliess et al., 1992] Fliess, Lévine, Martin, and Rouchon (1992). On differentially flat nonlinear system. *Nonlinear Control System Design*, pages 408–412.
- [Henrich, 2009] Henrich, R. (2009). *Implementierung einer Magnetlagerung in ein industrielles Echtzeitsystem*. Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Otto von Guericke Universität Magdeburg, Studienarbeit.
- [Hülsmann, 2007] Hülsmann, D. (2007). *Anschauliche Darstellung der Kraftkomponenten einer Querkraft-PMSM*. Technische Universität Braunschweig, Jahresbericht 2007.

- [Isermann, 2008] Isermann, R. (2008). *Mechatronische Systeme*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [Isodori, 1985] Isodori, A. (1985). *Nonlinear Control Systems, 2nd Edition*. Springer-Verlag, Heidelberg.
- [Kayapinar, 2010] Kayapinar, H. (2010). Mikrosysteme kontaktlos führen. *phi-Produktionstechnik Hannover*, pages 14–15.
- [Kemper, 1937] Kemper, H. (1937). *Schwebbahn mit Räderlosen Fahrzeugen, die an eisernen Fahrschienen mittels magnetischer Felder entlang schwebend geführt werden*. Deutsches Reichspatent Nr. 643316.
- [Knohl, 2000] Knohl, T. (2000). *Anwendung künstlicher neuronaler Netze zur nichtlinearen adaptiven Regelung*. Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik an der Ruhr-Universität Bochum, Dissertation.
- [Kugi, 2010] Kugi, A. (2010). *Regelungssysteme*. Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik- Technische Universität Wien, Vorlesungsscript.
- [Levitec, 2012] Levitec (2012). <http://www.levitec.de>.
- [Lunze, 2008] Lunze, J. (2008). *Regelungstechnik I*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [Lévine, 2009] Lévine, J. (2009). *Analysis and control of nonlinear systems. A flatness-based approach*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [Mecos Traxler AG, 2012] Mecos Traxler AG (2012). <http://www.mecos.com>.
- [Meiners, 1997] Meiners, U. (1997). *Ein Beitrag zur on-line adaptiven Regelung elektromechanischer Antriebsregelstrecken*. Fakultät für Maschinenbau und Elektrotechnik der Technischen Universität Carolro-Wilhelmina zu Braunschweig.
- [Mizuno et al., 1996] Mizuno, T., Araki, K., and Bleuler, H. (1996). Stability analysis of self-sensing magnetic bearing controllers. pages 572–579.

- [Palis et al., 2004] Palis, F., Draganov, D., and Schallschmidt, T. (2004). Impedanzregelung eines Magnetlagers. In *Timmermann, Dirk (Hrsg.): 11. Symposium Maritime Elektrotechnik, Elektronik und Informationstechnik*, pages S. 35–38. Universität Rostock, Fakultät für Informatik und Elektrotechnik, Arbeitskreis Energie- und Schaltungstechnik.
- [Palis et al., 2011] Palis, F., Stamann, M., and Schallschmidt, T. (2011). Control system design of a magnetically suspended Rotary Table. In *Korea-Germany Joint Symposium of Power Electronics*.
- [Palis, 2005] Palis, S. (2005). *Robuste Regelung eines Magnetlagers*. Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Otto von Guericke Universität Magdeburg, Diplomarbeit.
- [Palis et al., 2007] Palis, S., Schallschmidt, and Thomas Stamann, M. (2007). Adaptive control of a 5 dof magnetic bearing. In *14. Internationale wissenschaftlich-technische Konferenz*.
- [Palis et al., 2008a] Palis, S., Stamann, M., and Schallschmidt, T. (2008a). Nonlinear control design for magnetic bearings via automatic differentiation. In *13th International Power Electronics and Motion Control Conference (EPE-PEMC 2008)*.
- [Palis et al., 2008b] Palis, S., Stamann, M., and Schallschmidt, T. (2008b). Nonlinear Control Design for Magnetic Bearings via Automatic Differentiation. In *13th International Power Electronics and Motion Control Conference (EPE-PEMC 2008)*.
- [Palis et al., 2008c] Palis, S., Stamann, M., and Schallschmidt, T. (2008c). Rechnergestützter Reglerentwurf für ein Magnetlager mit Scilab/Scicos-Rtai. In *10. Fachtagung Entwurf komplexer Systeme", Institut für Automation und Kommunikation e.V. Magdeburg*.
- [Paulus, 2006] Paulus, T. (2006). *Integration flacheitsbasierter Regelungs- und Steuerungsverfahren in der Prozessleittechnik*. Institut für Regelungstechnik RWTH Aachen.

- [Petzold, 2007] Petzold, O. (2007). *Entwicklung eines magnetisch gelagerten Rundtisches als Funktionsmuster*. Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Otto von Guericke Universität Magdeburg, Dissertation.
- [Riefenstahl, 2006] Riefenstahl, U. (2006). *Elektrische Antriebssysteme*. Teubner-Verlag.
- [Rothfuss, 1997] Rothfuss, R. (1997). *Anwendung der flacheitsbasierten Analyse und Regelung nichtlinearer Mehrgrößensysteme*. VDI-Verlag.
- [Ruskowski, 2004] Ruskowski, M. (2004). *Aufbau und Regelung aktiver Magnetführungen* -. VDI-Verl., Düsseldorf.
- [Schaeffler Technologies AG & Co. KG, 2007] Schaeffler Technologies AG & Co. KG (2007). <http://www.ina.de>.
- [Schallschmidt et al., 2007a] Schallschmidt, T., Draganov, D., and Palis, F. (2007a). Design and experimental investigation of a magnetically suspended rotary table. In *12th European Conference on Power Electronics and application*.
- [Schallschmidt et al., 2007b] Schallschmidt, T., Draganov, D., and Palis, F. (2007b). Experimentelle Untersuchungen von Magnetlagern für universelle anwendungen. In *Timmermann, Dirk (Hrsg.): 12. Symposium Maritime Elektrotechnik, Elektronik und Informationstechnik*. Universität Rostock, Fakultät für Informatik und Elektrotechnik.
- [Schallschmidt et al., 2008] Schallschmidt, T., Draganov, D., and Palis, F. (2008). Adaptive fuzzy control of magnetically suspended rotary table. In *13th International Power Electronics and Motion Control Conference (EPE-PEMC 2008)*.
- [Schallschmidt and Palis, 2003] Schallschmidt, T. and Palis, F. (2003). Elektrische Aktorik eines magnetisch gelagerten Werkzeugmaschinenrundtisches. In *Kasper, Roland; Gabbert, Ulrich; Grote, Karl Heinrich; Kluge, Ruediger; Molitor, Martin; Hauptmann, Peter; Palis, Frank; Vajna, Sandor; Ziems, Dietrich; ...[Hrsg.]*:

- Intelligente technische Systeme und Prozesse : Grundlagen, Entwurf, Realisierung (6. Magdeburger Maschinenbau-Tage)*, pages 215–222. Tagungsband Berlin: Logos-Verlag.
- [Schallschmidt et al., 2011] Schallschmidt, T., Stamann, M., and Palis, F. (2011). Modellgestützte Regelung eines magnetisch gelagerten Maschinenrundtisches. In *SPS/IPC/DRIVES 2010. Elektrische Automatisierung Systeme und Komponenten , Internationale Fachmesse und Kongress ,Nürnberg*.
- [Schmülling, 2009] Schmülling, B. (2009). *Elektromagnetische Linearführungen für Aufzugsysteme*. RWTH Aachen, Dissertation.
- [Schulz, 2010] Schulz, G. (2010). *Regelungstechnik 1*. Oldenbourg Wissenschaftsverlag, Oldenbourg.
- [Schweitzer et al., 1993] Schweitzer, G., Traxler, A., and Bleuler, H. (1993). *Magnetlager: Grundlagen, Eigenschaften und Anwendungen berührungsfreier, elektromagnetischer Lager*. Springer.
- [Stamann et al., 2011] Stamann, M., Schallschmidt, T., and Palis, F. (2011). Aktive Schwingungskompensation unter Berücksichtigung der Nichtlinearitäten am Beispiel magnetisch gelagerter Maschinenrundtische. In *Kasper, Roland; Gabbert, Ulrich; Grote, Karl Heinrich; Kluge, Ruediger; Molitor, Martin; Hauptmann, Peter; Palis, Frank; Vajna, Sandor; Ziem, Dietrich; ...[Hrsg.]: Forschung und Innovation (10. Magdeburger Maschinenbau-Tage)*.
- [Stamann et al., 2007] Stamann, M., Schallschmidt, T., and Palis, S. (2007). Non-linear adaptive control of magnetic bearing. In *12 th European Conference on Power Electronics and Applications*.
- [Svaricek, 2006] Svaricek, F. (2006). Nulldynamik linearer und nichtlinearer systeme: Definitionen, eigenschaften und anwendungen. *at - Automatisierungstechnik July, Band 54, Nr. 7 2006*, pages 310–322.
- [Thümmel, 2006] Thümmel, M. (2006). *Modellbasierte Regelung mit nichtlinearen inversen Systemen und Beobachtern von Robotern mit elastischen Gelen-*

- ken. Lehrstuhl für elektrische Antriebsysteme-Technische Universität München, Dissertation.
- [Truong, 2002] Truong, T. T. (2002). *Parametervariable und strukturvariable Regelkonzepte für elektrische Antriebsysteme mit mechanisch-elastischer Übertragung*. Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität Chemnitz, Dissertation.
- [Unbehauen, 2008] Unbehauen, H. (2008). *Regelungstechnik I*. Vieweg+Teubner Verlag.
- [Weißbacher, 2010] Weißbacher, C. (2010). *Entwurf und Umsetzung von Magnetlagersystemen für schwere schnelllaufende Teilchenstrahlchopper*. RWTH Aachen, Dissertation.
- [Yen and Chung, 2000] Yen, T. and Chung, Y. (2000). Sliding Control of Magnetic Bearing Systems. *Proceedings of the American Control Conference, Illinois*, pages 1622–1626.
- [Zeitz, 2010] Zeitz, M. (2010). Differenzielle Flachheit: Eine nützliche Methodik auch für lineare Siso-Systeme. *at-Automatisierungstechnik*, pages 5–13.

---

# Abbildungsverzeichnis

|  |    |
|--|----|
| 2.1. Rundtischprototypen . . . . .                             | 25 |
| 2.2. Rundtischprototypen Innenansicht . . . . .                | 26 |
| 2.3. Direkt angetriebene NC-Rundtische . . . . .               | 28 |
| 3.1. Magnetlager 5 DOF . . . . .                               | 31 |
| 3.2. Teilsysteme . . . . .                                     | 32 |
| 3.3. Magnetlager 1DOF . . . . .                                | 33 |
| 3.4. elektrische Teil 1DOF . . . . .                           | 36 |
| 3.5. mechanischer Teil 1DOF . . . . .                          | 37 |
| 3.6. Differenzansteuerung . . . . .                            | 38 |
| 3.7. stromgesteuertes Magnetlager . . . . .                    | 39 |
| 3.8. Kraftkennlinie 1DOF . . . . .                             | 40 |
| 3.9. Prüfstand . . . . .                                       | 41 |
| 3.10. Kraftkennlinie . . . . .                                 | 42 |
| 3.11. Kennlinienfelder Abstand-Kraft und Strom-Kraft . . . . . | 42 |
| 3.12. Kennlinien im Arbeitspunkt . . . . .                     | 43 |
| 3.13. inverse Struktur . . . . .                               | 44 |
| 3.14. inverse Kennlinie - 1. Stufe . . . . .                   | 45 |
| 3.15. inverse Kennlinie - 2. Stufe . . . . .                   | 46 |
| 3.16. inverse Kennlinie - 3. Stufe . . . . .                   | 47 |
| 3.17. Draufsicht . . . . .                                     | 48 |
| 3.18. Seitenansicht . . . . .                                  | 49 |
| 3.19. Teilansicht Tragmagneten . . . . .                       | 49 |
| 3.20. Teilansicht Sensoren . . . . .                           | 53 |
| 3.21. Signalflussplan . . . . .                                | 56 |

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 4.1.  | unterer Gehäuseteil mit Aktoren und Stator des Motors . . . . .   | 57 |
| 4.2.  | schematischer Magnetaufbau - Draufsicht und Querschnitt . . . . . | 59 |
| 4.3.  | Umrichter . . . . .   | 60 |
| 4.4.  | Umrichter und Magnet . . . . .                                    | 60 |
| 4.5.  | Übergangsverhalten . . . . .                                      | 61 |
| 4.6.  | Stromänderung in Abhängigkeit vom Luftspalt . . . . .             | 61 |
| 4.7.  | Regeleinrichtung FM 458 . . . . .                                 | 63 |
| 4.8.  | CFC-Planübersicht . . . . .                                       | 64 |
| 4.9.  | Sensorhalterung . . . . .   | 65 |
| 4.10. | Sensorkennlinie . . . . .   | 65 |
| 4.11. | Montage des Rotors . . . . .                                      | 66 |
| 4.12. | Prototyp 3 . . . . .  | 67 |
|       |   |    |
| 5.1.  | Hammerstein-System . . . . .                                      | 69 |
| 5.2.  | Kompensationsnetzwerk . . . . .                                   | 71 |
| 5.3.  | allgemeine Darstellung der Kaskadenstruktur . . . . .             | 72 |
| 5.4.  | Kaskadenstruktur des Lagers . . . . .                             | 74 |
| 5.5.  | Kaskadenstruktur des Lagers mit Kompensation . . . . .            | 75 |
| 5.6.  | Lagereglekreis . . . . .  | 77 |
| 5.7.  | lineare Zustandsraumdarstellung . . . . .                         | 78 |
| 5.8.  | Prinzip der Feedbacklinearisierung . . . . .                      | 81 |
| 5.9.  | Modell mit Zuständen . . . . .                                    | 82 |
| 5.10. | linearisiertes Modell in z-Koordinaten . . . . .                  | 84 |
| 5.11. | Prinzip der praktischen Umsetzung . . . . .                       | 85 |
| 5.12. | Signalflussplan mit Kennlinien . . . . .                          | 86 |
|       |   |    |
| 6.1.  | Vorsteuerung . . . . .  | 88 |
| 6.2.  | Sollwertgeber . . . . .   | 89 |
| 6.3.  | Dynamik der z-Achse bei verschiedenen $T_{\Sigma}$ . . . . .      | 90 |
| 6.4.  | modellbasierter Sollwertgenerator . . . . .                       | 91 |
|       |   |    |
| 7.1.  | Koordinatentransformation $A_{8S}^5$ . . . . .                    | 94 |
| 7.2.  | CFC-Plan Sensortransformation . . . . .                           | 96 |
| 7.3.  | Inverse Kennlinie im Arbeitspunkt . . . . .                       | 97 |

---

|   |     |
|---|-----|
| 7.4. Polynomnäherung im Arbeitspunkt . . . . .  | 98  |
| 7.5. Vergleich zwischen Polynom und Polygonzug . . . . .  | 98  |
| 7.6. Polygonzug mit 20 Stützpunkten . . . . .   | 99  |
| 7.7. Gruppierung der Zentriermagneten . . . . .   | 100 |
| 7.8. Sprungantwort der z-Achse . . . . .  | 102 |
| 7.9. Störverhalten z-Achse . . . . .  | 103 |
| 7.10. Führungsverhalten der z-Achse ohne Vorfilter . . . . .  | 103 |
| 7.11. z-Achse mit $x_{soll}$ . . . . .  | 104 |
| 7.12. z-Achse mit $v_{soll}$ . . . . .  | 104 |
| 7.13. z-Achse mit $a_{soll}$ . . . . .  | 105 |
| 7.14. Führungsverhalten ohne und mit Sollwertrechner . . . . .  | 105 |
| 7.15. Störverhalten bei unterschiedlichen Kraftrichtungen . . . . .                                   | 107 |
| 7.16. Störverhalten bei unterschiedlichen Summenzeitkonstanten . . . . .                              | 108 |
| 7.17. Störverhalten bei unterschiedlichen Summenzeitkonstanten und po-<br>sitiver Störkraft . . . . . | 108 |
| 8.1. Schema der vereinfachten Inbetriebnahme . . . . .  | 112 |



---

# Tabellenverzeichnis

|                                 |    |
|---------------------------------|----|
| 4.1. Spulenanschluss . . . . .  | 59 |
| 4.2. Anlagenparameter . . . . . | 67 |



---

# A. Anhang

## A.1. Leistungsprinzip

Die den Untersuchungen zugrunde liegende Anlage besitzt 16 magnetischen Lagerpunkten die 16 Freiheitsgraden die dem Lagevektor  $\delta$  entsprechen. Damit ist der Rundtisch ein mechanisch überbestimmtes System, bei dem die Freiheitsgrade über den Rotor mechanisch gekoppelt sind. Die Regelung der Anlage erfolgt in einem mechanisch bestimmten System mit 5 Freiheitsgraden und dem Positionsvektor  $q$ .

$$\delta = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \vdots \\ \delta_{16} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1}) \quad q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Über eine Koordinatentransformation können beide Systeme, das überbestimmte und das bestimmte, ineinander überführt werden.

Für die Transformation der Positionen gilt folgendes.

$$\delta = A_5^{16} q \quad (\text{A.3})$$

für die Geschwindigkeiten in beiden Systemen gilt das gleiche

$$\dot{\delta} = A_5^{16} \dot{q} \quad (\text{A.4})$$

im Umkehrschluss gilt dann

$$\dot{q} = A_{16}^5 \dot{\delta} \quad (\text{A.5})$$

nach dem Leistungsprinzip ist die Leistung in beiden Systemen gleich groß, somit gilt:

$$F^T \dot{\delta} = Q^T \dot{q} \quad (\text{A.6})$$

mit  $F^T = [F_1 F_2 \cdots F_{16}]$  und  $Q^T = [F_x F_y F_z M_x M_y M_z]$  ersetzt man nun  $\delta$  durch  $q$  ergibt sich:

$$F^T A_5^{16} \dot{q} = Q^T \dot{q} \quad (\text{A.7})$$

was sich zu

$$F^T A_5^{16} = Q^T \quad (\text{A.8})$$

reduzieren lässt.

Transponieren beider Seiten ergibt

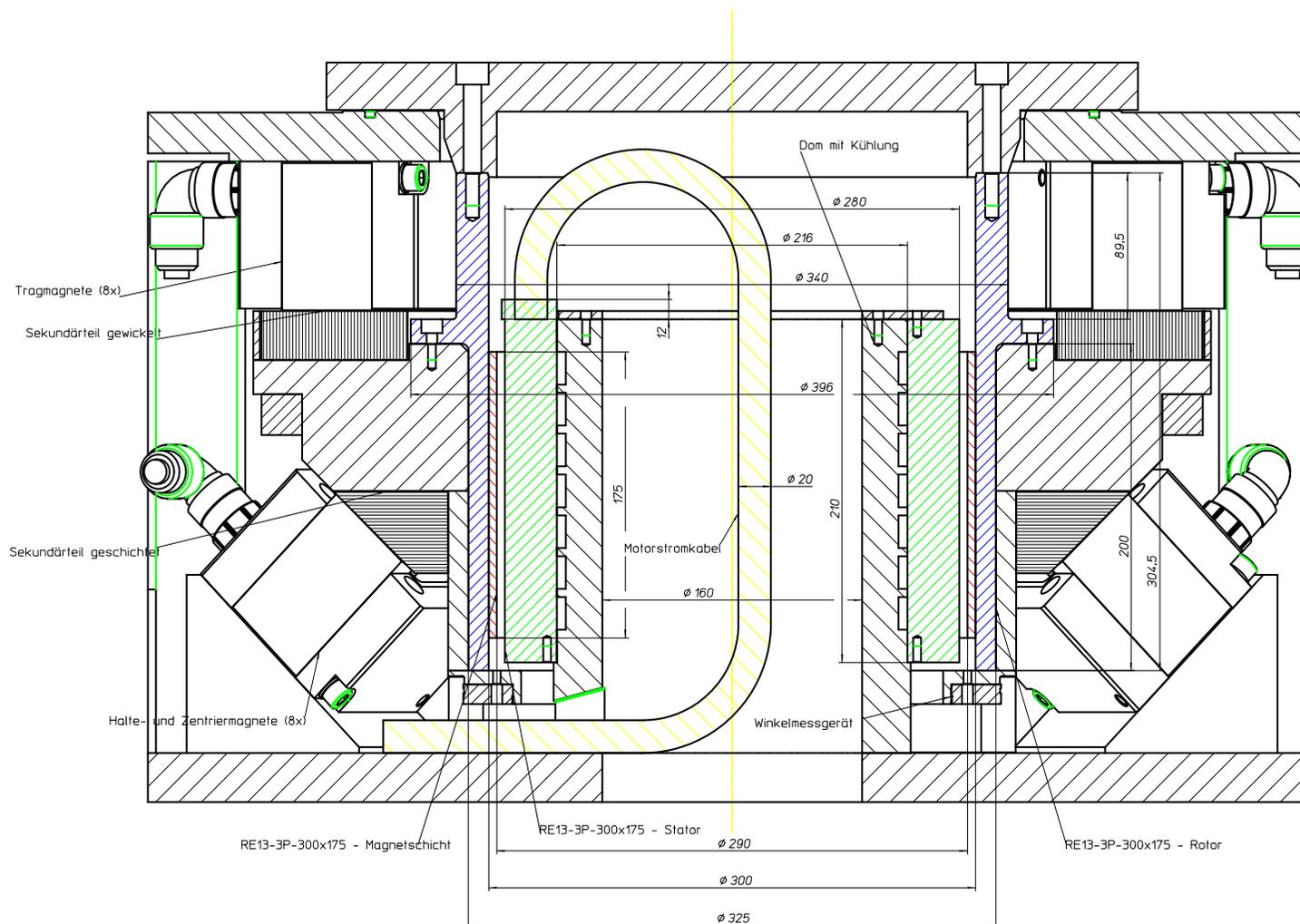
$$(Q^T)^T = (F^T A_5^{16})^T \quad (\text{A.9}) \quad \implies \quad Q = F (A_5^{16})^T \quad (\text{A.10})$$

$$Q = A_{16}^5 F \quad (\text{A.11})$$

Somit gilt, dass für die Berechnung der Kräfte die Transponierte der Aktormatrix der Positionen genutzt wird.

## A.2. Schnittansicht MRT

Schnitt durch vereinfachten Magnetlager-Rundtisch MRT-3  
(Abb. ohne Verbindungselemente und Schweißnähte)



A.3. Parameter der Magneten

Messungen der Elektromagnete für MRT 3  
15.07.2009

| Bezeichnung         | Nummer         | Bezeichnung II | Bezeichnung III | Kontakt | vor Verguss |                 |         |                       | nach Verguss |                 |         |                       |                   |
|---------------------|----------------|----------------|-----------------|---------|-------------|-----------------|---------|-----------------------|--------------|-----------------|---------|-----------------------|-------------------|
|                     |                |                |                 |         | Widerst.    | Widerst. 20 Grd | Einheit | ISO-Messung<br>1000 V | Widerst.     | Widerst. 20 Grd | Einheit | ISO-Messung<br>1000 V | Induktivität / µH |
| Haltemagnet<br>(90) | 1              | Spule oben     | Anfang - Mitte  | A - B   | 26,00       | 25,57           | mOhm    | i.O.                  | 27,30        | 26,42           | mOhm    | i.O.                  | 147               |
|                     |                |                | Mitte - Ende    | B - C   | 31,00       | 30,49           | mOhm    |                       | 33,70        | 32,61           | mOhm    |                       | 178               |
|                     |                | Spule unten    | Anfang - Mitte  | D - E   | 28,00       | 27,54           | mOhm    | i.O.                  | 29,03        | 28,09           | mOhm    | i.O.                  | 238               |
|                     |                |                | Mitte - Ende    | E - F   | 31,70       | 31,17           | mOhm    |                       | 32,64        | 31,59           | mOhm    |                       | 230               |
|                     |                | Meßspule       |                 | I - J   | 0,31        | 0,30            | Ohm     | i.O.                  | 0,31         | 0,30            | Ohm     | i.O.                  | 16                |
|                     |                | Thermoschalter |                 | G - H   | 36,35       |                 | mOhm    | i.O.                  | 30,60        | -               | mOhm    | i.O.                  | -                 |
|                     | Temperatur     |                |                 | 24,30   |             | Grd. C          |         | 28,50                 | -            | Grd. C          |         | -                     |                   |
|                     | 2              | Spule oben     | Anfang - Mitte  | A - B   | 29,30       | 28,90           | mOhm    | i.O.                  | 30,00        | 29,17           | mOhm    | i.O.                  | 179               |
|                     |                |                | Mitte - Ende    | B - C   | 32,70       | 32,26           | mOhm    |                       | 33,30        | 32,37           | mOhm    |                       | 177               |
|                     |                | Spule unten    | Anfang - Mitte  | D - E   | 28,05       | 27,67           | mOhm    | i.O.                  | 28,50        | 27,71           | mOhm    | i.O.                  | 237               |
|                     |                |                | Mitte - Ende    | E - F   | 31,60       | 31,17           | mOhm    |                       | 33,30        | 32,37           | mOhm    |                       | 232               |
|                     |                | Meßspule       |                 | I - J   | 0,30        | 0,30            | Ohm     | i.O.                  | 0,31         | 0,30            | Ohm     | i.O.                  | 16,7              |
|                     |                | Thermoschalter |                 | G - H   | 31,00       |                 | mOhm    | i.O.                  | 30,95        | -               | mOhm    | i.O.                  | -                 |
|                     | Temperatur     |                |                 | 23,50   |             | Grd. C          |         | 27,30                 | -            | Grd. C          |         | -                     |                   |
|                     | 3              | Spule oben     | Anfang - Mitte  | A - B   | 29,20       | 28,76           | mOhm    | i.O.                  | 31,80        | 30,82           | mOhm    | i.O.                  | 179               |
|                     |                |                | Mitte - Ende    | B - C   | 32,60       | 32,11           | mOhm    |                       | 33,70        | 32,66           | mOhm    |                       | 178               |
|                     |                | Spule unten    | Anfang - Mitte  | D - E   | 28,30       | 27,87           | mOhm    | i.O.                  | 28,65        | 27,77           | mOhm    | i.O.                  | 236               |
|                     |                |                | Mitte - Ende    | E - F   | 31,70       | 31,22           | mOhm    |                       | 32,50        | 31,50           | mOhm    |                       | 234               |
|                     |                | Meßspule       |                 | I - J   | 0,30        | 0,30            | Ohm     | i.O.                  | 0,31         | 0,30            | Ohm     | i.O.                  | 16,1              |
|                     |                | Thermoschalter |                 | G - H   | 81,20       |                 | mOhm    | i.O.                  | 30,96        | -               | mOhm    | i.O.                  | -                 |
| Temperatur          |                |                | 23,90           |         | Grd. C      |                 | 28,10   | -                     | Grd. C       |                 | -       |                       |                   |
| 4                   | Spule oben     | Anfang - Mitte | A - B           | 29,10   | 28,65       | mOhm            | i.O.    | 29,90                 | 29,17        | mOhm            | i.O.    | 178,2                 |                   |
|                     |                | Mitte - Ende   | B - C           | 32,40   | 31,90       | mOhm            |         | 33,60                 | 32,78        | mOhm            |         | 177,4                 |                   |
|                     | Spule unten    | Anfang - Mitte | D - E           | 28,40   | 27,96       | mOhm            | i.O.    | 29,40                 | 28,68        | mOhm            | i.O.    | 236                   |                   |
|                     |                | Mitte - Ende   | E - F           | 32,20   | 31,70       | mOhm            |         | 33,40                 | 32,58        | mOhm            |         | 233,7                 |                   |
|                     | Meßspule       |                | I - J           | 0,31    | 0,30        | Ohm             | i.O.    | 0,31                  | 0,30         | Ohm             | i.O.    | 16,2                  |                   |
|                     | Thermoschalter |                | G - H           | 135,00  |             | mOhm            | i.O.    | 31,70                 | -            | mOhm            | i.O.    | -                     |                   |
| Temperatur          |                |                | 24,00           |         | Grd. C      |                 | 26,40   | -                     | Grd. C       |                 | -       |                       |                   |

|                |                |                |                |       |       |        |      |       |       |        |      |       |       |
|----------------|----------------|----------------|----------------|-------|-------|--------|------|-------|-------|--------|------|-------|-------|
| 5              | Spule oben     | Anfang - Mitte | A - B          | 30,00 | 29,55 | mOhm   | i.O. | 30,10 | 29,43 | mOhm   | i.O. | 176,9 |       |
|                |                | Mitte - Ende   | B - C          | 33,00 | 32,50 | mOhm   |      | 33,30 | 32,56 | mOhm   |      | 176,0 |       |
|                | Spule unten    | Anfang - Mitte | D - E          | 29,00 | 28,56 | mOhm   | i.O. | 28,90 | 28,26 | mOhm   | i.O. | 235,6 |       |
|                |                | Mitte - Ende   | E - F          | 32,00 | 31,52 | mOhm   |      | 33,20 | 32,46 | mOhm   |      | 230,5 |       |
|                | Meßspule       |                | I - J          | 0,30  | 0,30  | Ohm    | i.O. | 0,31  | 0,30  | Ohm    | i.O. | 15,9  |       |
|                | Thermoschalter |                | G - H          | 30,00 |       | mOhm   | i.O. | 30,30 | -     | mOhm   | i.O. | -     |       |
|                |                | Temperatur     |                | 23,90 |       | Grd. C |      | 25,80 | -     | Grd. C |      | -     |       |
|                | 6              | Spule oben     | Anfang - Mitte | A - B | 32,00 | 31,53  | mOhm | i.O.  | 31,40 | 30,60  | mOhm | i.O.  | 178,1 |
|                |                |                | Mitte - Ende   | B - C | 32,00 | 31,53  | mOhm |       | 33,90 | 33,03  | mOhm |       | 177,4 |
|                |                | Spule unten    | Anfang - Mitte | D - E | 28,00 | 27,59  | mOhm | i.O.  | 28,50 | 27,77  | mOhm | i.O.  | 236,8 |
|                |                |                | Mitte - Ende   | E - F | 32,00 | 31,53  | mOhm |       | 32,60 | 31,77  | mOhm |       | 231,6 |
|                |                | Meßspule       |                | I - J | 0,30  | 0,30   | Ohm  | i.O.  | 0,31  | 0,30   | Ohm  | i.O.  | 15,7  |
| Thermoschalter |                |                | G - H          | 31,00 |       | mOhm   | i.O. | 30,00 | -     | mOhm   | i.O. | -     |       |
|                |                | Temperatur     |                | 23,80 |       | Grd. C |      | 26,70 | -     | Grd. C |      | -     |       |
| 7              |                | Spule oben     | Anfang - Mitte | A - B | 29,50 | 29,09  | mOhm | i.O.  | 29,80 | 29,10  | mOhm | i.O.  | 179,0 |
|                |                |                | Mitte - Ende   | B - C | 32,30 | 31,85  | mOhm |       | 32,80 | 32,03  | mOhm |       | 177,9 |
|                |                | Spule unten    | Anfang - Mitte | D - E | 28,80 | 28,40  | mOhm | i.O.  | 31,30 | 30,57  | mOhm | i.O.  | 237,5 |
|                |                |                | Mitte - Ende   | E - F | 31,70 | 31,26  | mOhm |       | 32,80 | 32,03  | mOhm |       | 234,8 |
|                |                | Meßspule       |                | I - J | 0,31  | 0,30   | Ohm  | i.O.  | 0,31  | 0,30   | Ohm  | i.O.  | 16,4  |
|                | Thermoschalter |                | G - H          | 32,50 |       | mOhm   | i.O. | 32,10 | -     | mOhm   | i.O. | -     |       |
|                |                | Temperatur     |                | 23,60 |       | Grd. C |      | 26,10 | -     | Grd. C |      | -     |       |
|                | 8              | Spule oben     | Anfang - Mitte | A - B | 30,00 | 29,58  | mOhm | i.O.  | 29,60 | 28,78  | mOhm | i.O.  | 178,7 |
|                |                |                | Mitte - Ende   | B - C | 33,80 | 33,33  | mOhm |       | 33,40 | 32,47  | mOhm |       | 177,7 |
|                |                | Spule unten    | Anfang - Mitte | D - E | 30,00 | 29,58  | mOhm | i.O.  | 29,80 | 28,97  | mOhm | i.O.  | 237,1 |
|                |                |                | Mitte - Ende   | E - F | 32,00 | 31,55  | mOhm |       | 31,90 | 31,01  | mOhm |       | 232,0 |
|                |                | Meßspule       |                | I - J | 0,28  | 0,28   | Ohm  | i.O.  | 0,29  | 0,28   | Ohm  | i.O.  | 16,7  |
| Thermoschalter |                |                | G - H          | 15,60 |       | mOhm   | i.O. | 13,90 | -     | mOhm   | i.O. | -     |       |
|                |                | Temperatur     |                | 23,60 |       | Grd. C |      | 27,30 | -     | Grd. C |      | -     |       |

|                     |            |                |                |       |        |        |       |       |        |        |      |       |       |
|---------------------|------------|----------------|----------------|-------|--------|--------|-------|-------|--------|--------|------|-------|-------|
| Tragmagnet<br>(104) | 9          | Spule oben     | Anfang - Mitte | A - B | 29,50  | 29,08  | mOhm  | i.O.  | 29,40  | 28,77  | mOhm | i.O.  | 232,2 |
|                     |            |                | Mitte - Ende   | B - C | 33,00  | 32,53  | mOhm  |       | 32,80  | 32,10  | mOhm |       | 228,7 |
|                     |            | Spule unten    | Anfang - Mitte | D - E | 28,50  | 28,09  | mOhm  | i.O.  | 28,50  | 27,89  | mOhm | i.O.  | 287,6 |
|                     |            |                | Mitte - Ende   | E - F | 32,00  | 31,54  | mOhm  |       | 31,80  | 31,12  | mOhm |       | 284,3 |
|                     |            | Meßspule       |                | I - J | 0,30   | 0,30   | Ohm   | i.O.  | 0,31   | 0,30   | Ohm  | i.O.  | 21,1  |
|                     |            | Thermoschalter |                | G - H | 30,00  |        | mOhm  | i.O.  | 30,05  | -      | mOhm | i.O.  | -     |
|                     |            | Temperatur     |                | 23,70 |        | Grd. C |       | 25,60 | -      | Grd. C |      | -     |       |
|                     | 10         | Spule oben     | Anfang - Mitte | A - B | 34,00  | 33,54  | mOhm  | i.O.  | 30,40  | 29,77  | mOhm | i.O.  | 237,3 |
|                     |            |                | Mitte - Ende   | B - C | 34,00  | 33,54  | mOhm  |       | 33,70  | 33,00  | mOhm |       | 232,1 |
|                     |            | Spule unten    | Anfang - Mitte | D - E | 30,70  | 30,28  | mOhm  | i.O.  | 30,50  | 29,87  | mOhm | i.O.  | 320,8 |
|                     |            |                | Mitte - Ende   | E - F | 34,00  | 33,54  | mOhm  |       | 32,00  | 31,34  | mOhm |       | 287,5 |
|                     |            | Meßspule       |                | I - J | 0,31   | 0,30   | Ohm   | i.O.  | 0,31   | 0,30   | Ohm  | i.O.  | 21,3  |
|                     |            | Thermoschalter |                | G - H | 31,00  |        | mOhm  | i.O.  | 30,40  | -      | mOhm | i.O.  | -     |
|                     |            | Temperatur     |                | 23,50 |        | Grd. C |       | 25,40 | -      | Grd. C |      | -     |       |
|                     | 11         | Spule oben     | Anfang - Mitte | A - B | 29,80  | 29,40  | mOhm  | i.O.  | 31,20  | 30,52  | mOhm | i.O.  | 260,9 |
|                     |            |                | Mitte - Ende   | B - C | 31,60  | 31,17  | mOhm  |       | 32,70  | 31,99  | mOhm |       | 231,9 |
|                     |            | Spule unten    | Anfang - Mitte | D - E | 28,60  | 28,21  | mOhm  | i.O.  | 29,40  | 28,76  | mOhm | i.O.  | 290,9 |
|                     |            |                | Mitte - Ende   | E - F | 31,70  | 31,27  | mOhm  |       | 32,30  | 31,59  | mOhm |       | 287,3 |
|                     |            | Meßspule       |                | I - J | 0,29   | 0,28   | Ohm   | i.O.  | 0,29   | 0,28   | Ohm  | i.O.  | 21,6  |
|                     |            | Thermoschalter |                | G - H | 19,80  |        | mOhm  | i.O.  | 18,30  | -      | mOhm | i.O.  | -     |
|                     |            | Temperatur     |                | 23,50 |        | Grd. C |       | 25,70 | -      | Grd. C |      | -     |       |
|                     | 12         | Spule oben     | Anfang - Mitte | A - B | 29,70  | 29,28  | mOhm  | i.O.  | 29,80  | 29,16  | mOhm | i.O.  | 233,3 |
|                     |            |                | Mitte - Ende   | B - C | 32,40  | 31,94  | mOhm  |       | 33,20  | 32,49  | mOhm |       | 230,0 |
|                     |            | Spule unten    | Anfang - Mitte | D - E | 27,90  | 27,50  | mOhm  | i.O.  | 28,60  | 27,99  | mOhm | i.O.  | 289,1 |
| Mitte - Ende        |            |                | E - F          | 31,40 | 30,95  | mOhm   |       | 31,80 | 31,12  | mOhm   |      | 285,6 |       |
| Meßspule            |            |                | I - J          | 0,30  | 0,30   | Ohm    | i.O.  | 0,31  | 0,30   | Ohm    | i.O. | 21,7  |       |
| Thermoschalter      |            |                | G - H          | 33,70 |        | mOhm   | i.O.  | 31,18 | -      | mOhm   | i.O. | -     |       |
|                     | Temperatur |                | 23,70          |       | Grd. C |        | 25,60 | -     | Grd. C |        | -    |       |       |

|                |                |                |                |       |       |        |      |       |       |        |      |       |       |
|----------------|----------------|----------------|----------------|-------|-------|--------|------|-------|-------|--------|------|-------|-------|
| 13             | Spule oben     | Anfang - Mitte | A - B          | 29,20 | 28,78 | mOhm   | i.O. | 31,00 | 30,35 | mOhm   | i.O. | 230,2 |       |
|                |                | Mitte - Ende   | B - C          | 32,60 | 32,13 | mOhm   |      | 33,30 | 32,60 | mOhm   |      | 227,0 |       |
|                | Spule unten    | Anfang - Mitte | D - E          | 28,02 | 27,62 | mOhm   | i.O. | 29,00 | 28,39 | mOhm   | i.O. | 285,4 |       |
|                |                | Mitte - Ende   | E - F          | 31,70 | 31,25 | mOhm   |      | 31,80 | 31,13 | mOhm   |      | 281,6 |       |
|                | Meßspule       |                | I - J          | 0,30  | 0,30  | Ohm    | i.O. | 0,31  | 0,30  | Ohm    | i.O. | 21,3  |       |
|                | Thermoschalter |                | G - H          | 31,50 |       | mOhm   | i.O. | 32,00 | -     | mOhm   | i.O. | -     |       |
|                |                | Temperatur     |                | 23,70 |       | Grd. C |      | 25,50 | -     | Grd. C |      | -     |       |
|                | 14             | Spule oben     | Anfang - Mitte | A - B | 29,80 | 29,41  | mOhm | i.O.  | 29,60 | 29,00  | mOhm | i.O.  | 233,4 |
|                |                |                | Mitte - Ende   | B - C | 32,40 | 31,97  | mOhm |       | 32,90 | 32,23  | mOhm |       | 230,0 |
|                |                | Spule unten    | Anfang - Mitte | D - E | 29,10 | 28,72  | mOhm | i.O.  | 29,30 | 28,70  | mOhm | i.O.  | 288,7 |
|                |                |                | Mitte - Ende   | E - F | 32,10 | 31,68  | mOhm |       | 32,50 | 31,84  | mOhm |       | 285,4 |
|                |                | Meßspule       |                | I - J | 0,30  | 0,30   | Ohm  | i.O.  | 0,31  | 0,30   | Ohm  | i.O.  | 21,4  |
| Thermoschalter |                |                | G - H          | 31,20 |       | mOhm   | i.O. | 31,00 | -     | mOhm   | i.O. | -     |       |
|                |                | Temperatur     |                | 23,40 |       | Grd. C |      | 25,30 | -     | Grd. C |      | -     |       |
| 15             |                | Spule oben     | Anfang - Mitte | A - B | 29,15 | 28,74  | mOhm | i.O.  | 30,40 | 29,77  | mOhm | i.O.  | 233,3 |
|                |                |                | Mitte - Ende   | B - C | 32,40 | 31,95  | mOhm |       | 33,50 | 32,81  | mOhm |       | 230,5 |
|                |                | Spule unten    | Anfang - Mitte | D - E | 28,40 | 28,00  | mOhm | i.O.  | 31,60 | 30,94  | mOhm | i.O.  | 290,8 |
|                |                |                | Mitte - Ende   | E - F | 31,70 | 31,26  | mOhm |       | 32,30 | 31,63  | mOhm |       | 286,6 |
|                |                | Meßspule       |                | I - J | 0,30  | 0,30   | Ohm  | i.O.  | 0,31  | 0,30   | Ohm  | i.O.  | 21,3  |
|                | Thermoschalter |                | G - H          | 30,60 |       | mOhm   | i.O. | 30,40 | -     | mOhm   | i.O. | -     |       |
|                |                | Temperatur     |                | 23,60 |       | Grd. C |      | 25,40 | -     | Grd. C |      | -     |       |
|                | 16             | Spule oben     | Anfang - Mitte | A - B | 29,30 | 28,87  | mOhm | i.O.  | 31,90 | 31,24  | mOhm | i.O.  | 232,5 |
|                |                |                | Mitte - Ende   | B - C | 32,20 | 31,73  | mOhm |       | 33,70 | 33,00  | mOhm |       | 229,8 |
|                |                | Spule unten    | Anfang - Mitte | D - E | 28,00 | 27,59  | mOhm | i.O.  | 28,90 | 28,30  | mOhm | i.O.  | 290,4 |
|                |                |                | Mitte - Ende   | E - F | 31,60 | 31,14  | mOhm |       | 32,20 | 31,53  | mOhm |       | 286,7 |
|                |                | Meßspule       |                | I - J | 0,30  | 0,30   | Ohm  | i.O.  | 0,31  | 0,30   | Ohm  | i.O.  | 21,3  |
| Thermoschalter |                |                | G - H          | 30,64 |       | mOhm   | i.O. | 32,00 | -     | mOhm   | i.O. | -     |       |
|                |                | Temperatur     |                | 23,80 |       | Grd. C |      | 25,40 | -     | Grd. C |      | -     |       |