



OTTO VON GUERICKE  
UNIVERSITÄT  
MAGDEBURG

EIT

FAKULTÄT FÜR  
ELEKTROTECHNIK UND  
INFORMATIONSTECHNIK

OTTO-VON-GUERICKE-UNIVERSITÄT MAGDEBURG

# Magnetisch gelagerte Rundtische in der spanenden Fertigung

**Dissertation**

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktoringenieur (Dr.-Ing.)

von

**Dipl.-Ing. Mario Stamann**

geb. am 21.07.1977 in Zerbst

genehmigt durch die Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik  
der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. R. Leidhold

Prof. Dr.-Ing. W. Schumacher

Promotionskolloquium am 22.01.2018



## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für elektrische Antriebssysteme an der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg. Für das Zustandekommen dieser Arbeit, die auf Grund ihrer Praxisnähe sehr interessant und herausfordernd war, möchte ich mich in erster Linie bei Prof. Dr.-Ing. Frank Palis und Dr.-Ing. Thomas Schallschmidt bedanken.

Mein besonderer Dank gilt Prof. Dr.-Ing. Roberto Leidhold für die Übernahme der Betreuung. Seine Ideen, Anregungen und kritischen Fragestellungen trugen stets zur Bereicherung der Arbeit bei. Weiterhin danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Walter Schumacher, der sich zur Übernahme des Zweitgutachtens bereit erklärt hat.

Auch ein Dankeschön an die Kolleginnen und Kollegen des gesamten Lehrstuhls, die stets hilfsbereit zur Seite standen. Durch die Zusammenarbeit und Unterstützung von Dr.-Ing. Thomas Schallschmidt bei den zahlreichen experimentellen Untersuchungen, insbesondere am Rundtisch Prototyp 2, entstanden viele neue sowohl theoretische als auch praktische Ideen zur Weiterentwicklung der magnetisch gelagerten Rundtischtechnik.

Ganz besonders danke ich meinen Eltern und natürlich auch meiner Frau Olena und unserem Sohn Daniel, die insbesondere in der Endphase mit viel Geduld und auch Unterstützung zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.



## Kurzfassung

Magnetisch gelagerte Rundtische haben sich im Bereich der spanenden Fertigungstechnik bis heute kaum durchsetzen können, obwohl diese Technik abgesehen vom technischen Mehraufwand gegenüber konventioneller Lösungen viele Vorteile bietet, die den steigenden Anforderungen an Werkstückqualität, Bearbeitungszeit und Wirtschaftlichkeit entgegenkommen.

Derzeit werden in Werkzeugmaschinen konventionelle Drehtische eingesetzt, die ein bestimmtes unveränderliches statisches und dynamisches Lagerverhalten besitzen. Magnetisch gelagerte Rundtische hingegen ermöglichen es, die Gesamtnachgiebigkeit der Maschinenstruktur aktiv zu beeinflussen und können demzufolge neben der allgemeinen Funktion Werkstücke zu lagern und zu positionieren, gleichzeitig auch als aktive Zusatzsysteme eingesetzt werden.

Die vorliegende Arbeit leistet einen Beitrag zur Weiterentwicklung dieser Technik und zeigt die im Gegensatz zu konventionellen Drehtischen erweiterten Möglichkeiten und die Leistungsfähigkeit magnetisch gelagerter Rundtische mit dem Ziel, eine breitere Akzeptanz beim Anwender zu erreichen. Theoretische und experimentelle Untersuchungen an unterschiedlichen Prototypen belegen die praxistaugliche und industriennahe Umsetzbarkeit bekannter Regelungskonzepte und liefern Ergebnisse, die zur weiteren Optimierung der Magnetlagertechnik beitragen.

Im Rahmen dieser Arbeit konnten die Lagerreaktionen bei der spanenden Bearbeitung eines massiven Werkstückes auf einem Prototyp im industriellen Umfeld unter realen Umgebungsbedingungen erfasst sowie die Eignung magnetisch gelagerter Rundtische als Bestandteil einer Werkzeugmaschine in der spanenden Fertigungstechnik überprüft und bewiesen werden.



## Abstract

Today magnetically levitated rotary tables could hardly established themselves for use in machining production processes. In contrast to conventional solutions, the advantages of active magnetic bearings, against the additional technical effort, comply with increasing requirements of workpiece quality, processing speed and economy.

Currently used conventional rotary tables combined with tooling machines exhibit a defined static and dynamic bearing behaviour. On the contrary, electromagnetic rotary tables have the ability to adjust the whole resilience of the machine structure actively. For this reason they can be used as an active additional system with the function of wearless workpiece bearing.

The objective of this work is to contribute the further development of magnetic bearing technology in order to demonstrate the expanded opportunities and the capability of magnetic rotary tables in contrast to conventional rotary tables. As a result a wider acceptance by the user is thus to be striven for. Theoretical and experimental investigations on different prototypes prove the suitability in practice and the industrial feasibility of known control concepts. The investigation results are used for further optimisation of active magnetic bearings.

In the context of this work the support reactions of a magnetic bearing prototype could be acquired during machining of a heavy workpiece under real environmental conditions in industrial production. These investigations demonstrate the suitability to use magnetic rotary tables as a fundamental part of tooling machines.





# Inhaltsverzeichnis

<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>xi</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>xiii</b>
<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1. Geschichte der Magnetlagertechnik . . . . .	1
1.2. Prinzipien des magnetischen Schwebens . . . . .	2
1.3. Drehtische in der Fertigungstechnik . . . . .	3
1.4. Stand der Technik . . . . .	4
1.5. Einordnung der Arbeit . . . . .	6
1.6. Inhalt und Aufbau der Arbeit . . . . .	8
<b>2. Grundlegende Betrachtungen</b>	<b>9</b>
2.1. Spanende Werkstückbearbeitung . . . . .	9
2.1.1. Werkzeugmaschinen mit integriertem Magnetlager . . . . .	9
2.1.2. Statisches Verhalten von Werkzeugmaschinen . . . . .	11
2.1.3. Dynamisches Verhalten von Werkzeugmaschinen . . . . .	12
2.1.4. Mechanische Schwingungen . . . . .	12
2.2. Aktive mechatronische Systeme . . . . .	13
2.2.1. Betrachtungen zur Dämpfung . . . . .	13
2.2.2. Betrachtungen zur Steifigkeit . . . . .	15
2.2.3. Betrachtungen im Frequenzbereich . . . . .	16
2.3. Methoden der aktiven Schwingungsdämpfung . . . . .	20
2.3.1. Mechatronisches System als Grundlage . . . . .	21
2.3.2. Adaptive Gegensteuerung . . . . .	22
2.3.3. Internes Störgrößenmodell . . . . .	23
2.3.4. Externes Störgrößenmodell . . . . .	23
2.4. Methoden der Systemidentifikation . . . . .	24
2.4.1. Analyse stochastischer Vorgänge . . . . .	25
2.4.2. Systemidentifikation mittels orthogonaler Korrelation . . . . .	29
2.4.3. Online Parameteridentifikation . . . . .	30
2.5. Aufbau und Funktionsweise von Magnetlagern . . . . .	32
2.6. Optimierung des dynamischen Verhaltens . . . . .	37

<b>3. Aktive elektromagnetische Lagerungen</b>	<b>41</b>
3.1. Eigenschaften aktiver elektromagnetischer Lagerungen . . . . .	41
3.2. Modellbildung und Systemidentifikation . . . . .	42
3.2.1. Modellierung der Aktorik . . . . .	43
3.2.2. Modell des stromgesteuerten Magnetlagers . . . . .	47
3.2.3. Modell des spannungsgesteuerten Magnetlagers . . . . .	49
3.3. Echtzeitregelung elektromagnetischer Lagerungen . . . . .	51
3.4. Allgemeine symmetrische Optimierung . . . . .	55
3.5. Optimierung der Magnetlagerregelung . . . . .	56
3.6. Stabilitätsgrenzen und Lagereigenschaften . . . . .	63
<b>4. Regelungskonzepte magnetisch gelagerter Rundtische</b>	<b>69</b>
4.1. Klassifizierung nach dem Regelungskonzept . . . . .	69
4.1.1. Gliederung nach Art der Regelkreissignale . . . . .	69
4.1.2. Gliederung nach Struktur und Freiheitsgraden . . . . .	70
4.1.3. Gliederung nach Art der Reglerimplementierung . . . . .	72
4.2. Zentrale Mehrgrößenregelung magnetisch gelagerter Rundtische . . . . .	74
4.3. Dezentrale Mehrgrößenregelung magnetisch gelagerter Rundtische . . . . .	78
4.3.1. Verteilt realisierte dezentrale Regelung . . . . .	81
4.3.2. Kompakt realisierte dezentrale Regelung . . . . .	82
4.4. Robuste Mehrgrößenregelung . . . . .	87
4.4.1. Beschreibung von Modellunsicherheiten . . . . .	87
4.4.2. Stabilitätsgrenzen und Sensitivitätsanalyse . . . . .	89
4.4.3. Gleitzustandsregelung . . . . .	97
<b>5. Schwingungsdämpfung und Lagerverhalten</b>	<b>103</b>
5.1. Modellierung der Rotordynamik . . . . .	103
5.1.1. Dynamisches Verhalten des starren Rotors . . . . .	104
5.1.2. Dynamisches Verhalten des elastischen Rotors . . . . .	106
5.1.3. Entkopplung der Rotordynamik . . . . .	109
5.1.4. Identifikation der Massenmatrix . . . . .	114
5.2. Lagerverhalten im Zerspanprozess . . . . .	120
5.3. Werkzeugmaschinen mit integrierter magnetischer Lagerung . . . . .	124
5.4. Optimierung der Lagereigenschaften . . . . .	128
5.4.1. Dynamisches Verhalten der Kraftregelung . . . . .	129
5.4.2. Dämpfungs- und Steifigkeitsanpassung . . . . .	132
<b>6. Zusammenfassung</b>	<b>139</b>
6.1. Schlussfolgerungen . . . . .	139
6.2. Ausblick . . . . .	142
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>143</b>

<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>149</b>
<b>7. Literaturverzeichnis</b>	<b>151</b>
7.1. Allgemeine Literaturquellen . . . . .	151
7.2. Patente . . . . .	155
7.3. Betreute wissenschaftliche Arbeiten . . . . .	155
<b>A. Rundtisch Prototyp 1 (RTP1)</b>	<b>157</b>
A.1. Konstruktive Anlagenparameter . . . . .	157
A.2. Regelstreckenparameter . . . . .	158
A.3. Koordinatentransformation . . . . .	159
A.3.1. Transformation der Sensorluftspalte . . . . .	159
A.3.2. Transformation der Aktorluftspalte . . . . .	161
A.4. Dezentrales Regelungskonzept . . . . .	164
<b>B. Rundtisch Prototyp 2 (RTP2)</b>	<b>165</b>
B.1. Konstruktive Anlagenparameter . . . . .	165
B.2. Regelstreckenparameter . . . . .	166
B.3. Koordinatentransformation . . . . .	167
B.3.1. Transformation der Sensorluftspalte . . . . .	167
B.3.2. Transformation der Aktorluftspalte . . . . .	169
<b>C. Rundtisch Prototyp 3 (RTP3)</b>	<b>173</b>
C.1. Konstruktive Anlagenparameter . . . . .	173
C.2. Regelstreckenparameter . . . . .	174
C.3. Koordinatentransformation . . . . .	175
C.3.1. Transformation der Sensorluftspalte . . . . .	175
C.3.2. Transformation der Aktorluftspalte . . . . .	177



# Abkürzungsverzeichnis

<b>RTP1</b>	Rundtisch Prototyp 1
<b>RTP2</b>	Rundtisch Prototyp 2
<b>RTP3</b>	Rundtisch Prototyp 3
<b>PRBS</b>	Pseudo-Rausch-Binärsignal
<b>RTAI</b>	Echtzeitanwendungsschnittstelle (engl. Real-Time-Application-Interface)
<b>LVDT</b>	Linear-Variable-Differential-Transformator
<b>IFQ</b>	Institut für Fertigung und Qualitätssicherung
<b>OVGU</b>	Otto-von-Guericke-Universität
<b>GMV</b>	Genthiner Maschinen- und Vorrichtungsbau
<b>DSP</b>	Digitaler Signalprozessor
<b>FIR</b>	Filter mit endlicher Impulsantwort (engl. Finite-Impulse-Response)
<b>AP</b>	Arbeitspunkt
<b>AD</b>	Analog-Digital
<b>DA</b>	Digital-Analog
<b>ADU</b>	Analog-Digital-Umsetzer
<b>DAU</b>	Digital-Analog-Umsetzer
<b>P</b>	Proportionalanteil
<b>D</b>	Differentialanteil
<b>I</b>	Integralanteil
<b>PT1</b>	Tiefpassfilter erster Ordnung
<b>PT2</b>	Tiefpassfilter zweiter Ordnung
<b>SO</b>	symmetrisches Optimum
<b>A</b>	Aktor
<b>S</b>	Sensor
<b>DOF</b>	Freiheitsgrad (engl. Degree-Of-Freedom)
<b>KS</b>	Koordinatensystem
<b>WC</b>	ungünstigster Fall (engl. Worst-Case)
<b>FE</b>	Finite-Elemente

<b>dB</b>	Dezibel
<b>Dk</b>	Dekade
<b>SLS</b>	supraleitendes Schweben
<b>DMS</b>	diamagnetisches Schweben
<b>EMS</b>	elektromechanisches Schweben
<b>EDS</b>	elektrodynamisches Schweben
<b>PMS</b>	permanentmagnetisches Schweben
<b>EML</b>	elektromagnetisches Lager
<b>EDL</b>	elektrodynamisches Lager
<b>SLL</b>	supraleitendes Lager
<b>ML</b>	japanische Magnetschwebenbahn (MagLev)
<b>B6C</b>	vollgesteuerte Sechspuls-Brückenschaltung
<b>IGBT</b>	Bipolartransistor mit isolierter Gate-Elektrode (engl. Insulated-Gate-Bipolar-Transistor)
<b>LFT</b>	linear gebrochene Transformation (engl. Linear Fractional Transformation)

# Symbolverzeichnis

## Allgemeine Indizes

$\Delta\langle.\rangle$	Abweichung vom nominellen Wert
$\overline{\langle.\rangle}$	linearer Mittelwert
$\widehat{\langle.\rangle}$	unsicherer Wert
$AP$	Arbeitspunkt
$max$	Maximalwert
$min$	Minimalwert
$opt$	optimaler Wert
$P$	P-Regler
$PI$	PI-Regler
$Soll$	Sollwert
$V$	Vorsteuerung

## Griechische Formelzeichen

$\delta$	allgemeine Nachgiebigkeit
$\delta_a$	Abklingkonstante
$\delta_D$	Dämpfungsoperator
$\delta_i$	Unsicherheitsoperator des Parameters $k_i$
$\delta_m$	Unsicherheitsoperator der Rotormasse $m$
$\delta_p$	allgemeiner Unsicherheitsoperator
$\delta_S$	Steifigkeitsoperator
$\delta_s$	Unsicherheitsoperator des Parameters $k_s$
$\gamma$	Schrittweite bzw. Lernrate
$\Im$	Imaginärteil
$\mu$	Überdeckungsfaktor
$\mu_0$	magnetische Feldkonstante
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit bzw. Kreisfrequenz
$\omega_0$	Kennkreisfrequenz
$\omega_D$	Durchtrittsfrequenz
$\omega_e$	Eigenkreisfrequenz

$\omega_G$	Grenzfrequenz
$\phi$	Phasenverschiebung oder Drehwinkel
$\phi_R$	Phasenreserve
$\phi_{x,y,z}$	Rotordrehung um $\phi_x, \phi_y, \phi_z$ -Achse
$\phi_{xd}$	Rotordrehung um $\phi_x$ -Achse bei dezentraler Regelung
$\Phi_{xx}$	Autokorrelationsfunktion
$\Phi_{xy}$	Kreuzkorrelationsfunktion
$\Psi$	Flussverkettung
$\Re$	Realteil
$\sigma$	Realteil des komplexen Frequenzparameters
$\sigma_x$	Streuung von $x$
$\tau$	Signalverschiebungszeit
$\theta$	allgemeiner Systemparameter
$\sigma_{xz}$	Streuung von $x_z$

## Lateinische Formelzeichen

$\ddot{u}$	Überschwingweite in Prozent
$A$	Amplitudenverstärkung
$a$	Linearitätsfaktor
$a^*$	Substitutionsvariable
$a_f$	Koeffizient des zeitdiskreten Signalfilters
$a_i$	Koeffizient des zeitdiskreten Stromregelkreises
$A_Q$	Querschnittsfläche des magnetischen Kreises
$A_R$	Amplitudenreserve
$a_r$	Koeffizient des zeitdiskreten PI-Reglers
$B$	Ursprung des Bezugskordinatensystems (generalisiertes KS)
$b$	aufintegrierte Regelabweichung der Rotorlage
$b^*$	Substitutionsvariable
$b_S$	Spannungsbreite
$C$	Schwerpunkt des Rotors
$c^*$	Substitutionsvariable
$D$	Dämpfung bzw. Dämpfungsgrad
$d$	Störgröße
$d^*$	Substitutionsvariable
$d_a$	aktiver Dämpfungsfaktor
$d_B$	Bohrungsdurchmesser
$d_M$	Maschinendämpfung
$d_p$	passiver Dämpfungsfaktor



$d_v$	Vorsteuerfaktor
$d_W$	Werkzeugdämpfung
$e$	allgemeiner Fehler oder Regelabweichung
$e^*$	Substitutionsvariable
$e_F$	Fehlersignal der Kraft
$F$	allgemeine äußere Kraft bzw. Erregerkraft
$f$	allgemeine Funktion
$f_0$	Kennfrequenz
$F_a$	allgemeine Aktorkraft
$F_D$	Dämpferkraft
$f_e$	Eigenfrequenz
$F_F$	Federkraft
$F_g$	Gewichtskraft
$F_M$	Magnetkraft bzw. Reluktanzkraft
$F_o$	Magnetkraft des oberen Hybridmagneten
$f_S$	Schnittfrequenz
$F_T$	Trägheitskraft
$F_u$	Magnetkraft des unteren Hybridmagneten
$F_{a_n}$	n-te Aktorkraft
$F_K$	Kompensationskraft
$F_{M,diff}$	Magnetkraft Hybridmagnet in Differenzanordnung
$F_{M,hyb}$	Magnetkraft Hybridmagnet
$f_{PWM}$	Schaltfrequenz der Pulsweitenmodulation
$F_{St}$	Störkraft
$F_{x,y,z}$	Kraft entlang $x, y, z$ -Achse
$G$	allgemeine Übertragungsfunktion
$g$	Erdbeschleunigung
$G_0$	Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises
$G_C$	Übertragungsfunktion des Stromregelkreises
$G_D$	Übertragungsfunktion der Dämpfungskraft bezüglich der Erregerkraft
$G_E$	Abweichungsübertragungsfunktion
$G_F$	Übertragungsfunktion der Federkraft oder des Sollwertfilters
$G_F^x$	Übertragungsfunktion des Sollwertfilters bezüglich $x$
$G_F^{i_{Soll}}$	Übertragungsfunktion des Sollwertfilters bezüglich $i_{Soll}$
$G_M^{x_1}$	Übertragungsfunktion der Maschinennachgiebigkeit bezüglich $x_1$
$G_M^{x_3}$	Übertragungsfunktion der Maschinennachgiebigkeit bezüglich $x_3$
$G_R$	Übertragungsfunktion des Reglers
$G_S$	Übertragungsfunktion der Regelstrecke

$G_T$	Übertragungsfunktion der Trägheitskraft bezüglich der Erregerkraft
$G_W$	Führungsübertragungsfunktion
$G_x$	Übertragungsfunktion des Lagefilters
$G_Z$	Störübertragungsfunktion
$h$	Sprungantwort
$H_0$	magnetische Durchflutung
$h_a$	integraler Lagerückföhrfaktor der aktiven Regelung
$h_r$	Höhe des Rotors innerhalb des Statorgehäuses
$h_s$	Höhe der Sensoranordnung über der Symmetrieachse (Zentrieren)
$h_{zm}$	Höhe der Zentriermagnetanordnung über der Symmetrieachse
$i$	elektrischer Strom
$i_0$	Grundstrom bzw. Basisstrom
$I_q$	Integralanteil Lageregler
$i_{\phi_x, \phi_y}$	Strom $\phi_x, \phi_y$ -Achse
$i_{M_n}$	Strom im Magnetaktor $n$
$i_{x,y,z}$	Strom $x, y, z$ -Achse
$i_{z_n}$	Strom des Aktorpaares $z_n$
$J$	Gütefunktional
$j$	imaginäre Einheit komplexer Zahlen
$J_R$	allgemeines Rotormassenträgheitsmoment
$J_{xx,yy,zz}$	axiales Massenträgheitsmoment bezüglich $x, y, z$ -Achse
$J_{xy}$	zentrifugales Massenträgheitsmoment bzw. Deviationsmoment
$k$	Abtastschritt
$k_1$	erster Luftspaltparameter der Kraftkennlinie
$k_2$	zweiter Luftspaltparameter der Kraftkennlinie
$k_a$	aktiver Steifigkeitsfaktor
$K_D$	Verstärkungsfaktor D-Anteil
$k_i$	nomineller Faktor der Magnetkraft bei Stromänderung im AP
$k_i^n$	normierter Parameter $k_i$
$k_M$	Maschinensteifigkeit
$K_P$	Verstärkungsfaktor P-Anteil
$k_p$	passive Federkonstante oder passiver Steifigkeitsfaktor
$k_r$	nomineller Faktor der Aktorspannung bei Stromänderung im AP
$k_s$	nomineller Faktor der Magnetkraft bei Lageänderung im AP
$k_s^n$	normierter Parameter $k_s$
$K_u$	nichtlineare Funktion des spannungsgesteuerten Magnetlagers
$k_v$	nomineller Faktor der Aktorspannung bei Geschwindigkeitsänderung im AP
$k_W$	Werkzeugsteifigkeit

$k_{D,dyn}$	spezifische dynamische Schnittsteifigkeit
$k_{i\phi_x,i\phi_y}$	Strom-Kraft-Faktor $\phi_x, \phi_y$ -Rotieren
$k_{ic}$	Strom-Kraft-Faktor Zentrieren
$k_{ir}$	Strom-Kraft-Faktor Rotieren
$k_{is}$	Strom-Kraft-Faktor Tragen
$k_{ix,iy}$	Strom-Kraft-Faktor $x, y$ -Zentrieren
$k_{iz}$	Strom-Kraft-Faktor $z$ -Tragen
$k_{s\phi_x,s\phi_y}$	Weg-Kraft-Faktor $\phi_x, \phi_y$ -Rotieren
$k_{sc}$	Weg-Kraft-Faktor Zentrieren
$k_{sr}$	Weg-Kraft-Faktor Rotieren
$k_{ss}$	Weg-Kraft-Faktor Tragen
$k_{sx,sy}$	Weg-Kraft-Faktor $x, y$ -Zentrieren
$k_{sz}$	Weg-Kraft-Faktor $z$ -Tragen
$L$	Induktivität
$M$	Drehmoment
$m$	Masse allgemein bzw. Rotormasse
$m^n$	normierter Parameter $m$
$m_M$	Masse der Maschinenstruktur
$M_R$	Rotormittelpunkt
$m_R$	Rotormasse
$M_S$	allgemeine Modellübertragungsfunktion
$m_W$	Werkstückmasse
$M_{x,y,z}$	Drehmoment bezüglich $x, y, z$ -Achse
$m_{x,y,z}$	Rotormasse in $x, y, z$ -Richtung
$N$	Windungszahl
$n$	Laufvariable bzw. Anzahl
$n_B$	Bohrerdrehzahl
$n_R$	Messrauschen
$P$	Verteilungsfunktion
$p$	Verteilungsdichtefunktion
$p_D$	maximaler Dämpfungsfaktor
$P_m$	mechanische Leistung
$p_n$	allgemeiner nomineller Parameter
$p_p$	allgemeine multiplikative Parameterunsicherheit
$P_q$	Proportionalanteil Lageregler
$p_S$	maximaler Steifigkeitsfaktor
$p_u$	allgemeiner unsicherer Parameter
$P_{el}$	elektrische Leistung

$P_{qq}$	Proportionalanteil Geschwindigkeitsregler
$R$	dynamischer Regelfaktor
$r$	Kompensationssignal
$r_r$	Radius des Rotors innerhalb des Statorgehäuses
$r_s$	Radius der Sensoranordnung (Heben)
$R_W$	ohmscher Widerstand der Aktorwicklung
$r_{tm}$	Radius der Tragmagnetanordnung
$r_{x,y,z}$	$x, y, z$ -Koordinate von $\mathbf{r}_{BC}$
$S$	Empfindlichkeitsfunktion
$s$	komplexer Frequenzparameter
$s_n$	Lagesignal des Sensors $n$
$s_w$	Schaltfunktion
$s_{M_n}$	Luftspatllänge des Aktorpaares $n$
$S_{xx}$	spektrale Leistungsdichte
$T$	komplementäre Empfindlichkeitsfunktion
$t$	Zeit
$T_F$	Filterzeitkonstante des Sollwertfilters
$T_f$	Signalfilterzeitkonstante
$T_i$	Zeitkonstante des Stromregelkreises
$T_i^n$	normierter Parameter $T_i$
$T_K$	Kohärenzzeit
$T_p$	Integrationsintervallbreite bzw. Periodendauer
$T_s$	Abtastschrittweite
$T_t$	Totzeit
$T_x$	Filterzeitkonstante des Lagefilters
$T_{\Sigma\phi_x, \phi_y}$	Summenzeitkonstante der $\phi_x, \phi_y$ -Achsenregelung
$T_{\Sigma c}$	Summenzeitkonstante Zentrieren (center)
$T_{\Sigma r}$	Summenzeitkonstante Rotieren (rotation)
$T_{\Sigma s}$	Summenzeitkonstante Tragen (support)
$T_{\Sigma x, y, z}$	Summenzeitkonstante der $x, y, z$ -Achsenregelung
$T_{\Sigma}$	Summenzeitkonstante
$T_A$	Zeitkonstante der Aktorwicklung
$T_{fd}$	fundamentale Zeitkonstante
$u$	Stellgröße, Systemeingang oder elektrische Spannung
$u_0$	Amplitude des Eingangssignals
$U_Z$	Störspannung
$U_{DC}$	Zwischenkreisspannung
$u_{st}$	Stellgröße

$v$	Geschwindigkeit
$v_S$	Schnittgeschwindigkeit
$w$	Sollwert
$W_i$	additive Unsicherheit des Parameters $k_i$
$W_m$	additive Unsicherheit der Rotormasse $m$
$W_p$	allgemeine additive Parameterunsicherheit
$W_s$	additive Unsicherheit des Parameters $k_s$
$W_{el}$	elektrische Energie
$x$	Zustandsgröße allgemein (i.d.R. Rotorlage)
$x^*$	Auslenkung bzw. Lage ohne äußere Krafteinwirkung
$x_0$	stationäre Auslenkung aus der Ruhelage
$x_n$	Zustandsvariable
$x_o$	obere Luftspaltlänge
$x_s$	Sensorsignal
$x_u$	untere Luftspaltlänge
$x_{x,y,z}$	Rotorlage entlang $x, y, z$ -Achse
$x_{zd}$	Rotorlage entlang $z$ -Achse bei dezentraler Regelung
$y$	Regelgröße bzw. Ausgangsgröße
$y_0$	Amplitude des Ausgangssignals
$y_m$	Messsignal Regelgröße
$y_s$	Arbeitspunktvorgabe als Sollwert
$z$	Störgröße oder komplexe $z$ -Variable
$z_0$	Auflagehöhe des Rotors relativ zu Sensoreinbaulage

## Vektoren und Matrizen

$\mathbf{A}$	Systemmatrix
$\mathbf{b}$	Eingangsvektor
$\mathbf{F}$	Vektor der äußeren Kräfte und Momente
$\mathbf{F}_a$	Vektor der aktorbezogenen Kräfte und Momente
$\mathbf{F}_D$	Vektor der Dämpferkraft
$\mathbf{F}_F$	Vektor der Federkraft
$\mathbf{F}_k$	luftspaltabhängiger Kompensationskraftvektor
$\mathbf{F}_q$	Kraftvektor des Rotors in generalisierten Koordinaten
$\mathbf{F}_T$	Vektor der Trägheitskraft
$\mathbf{I}$	Einheitsmatrix
$\mathbf{i}_a$	Stromsollwertvektor der Aktorik
$\mathbf{i}_d$	Stromsollwertvektor bei dezentraler Regelung
$\mathbf{i}_m$	Stromvektor bezüglich der Magnetaktoren

$\mathbf{i}_q$	Stromsollwertvektor in generalisierten Koordinaten
$\mathbf{I}_d$	Parametermatrix der I-Anteile des dezentralen Lagereglers
$\mathbf{I}_q$	Parametermatrix der Integralanteile des Lagereglers
$\mathbf{J}_{ABF}$	Krafttransformationsmatrix von <u>A</u> ktor- in <u>B</u> ezugskoordinaten
$\mathbf{J}_{BAF}$	Krafttransformationsmatrix von <u>B</u> ezugs- in <u>A</u> ktorkoordinaten
$\mathbf{J}_{BA}$	Transformationsmatrix von <u>B</u> ezugs- in <u>A</u> ktorkoordinaten
$\mathbf{J}_{BS}$	Transformationsmatrix von <u>B</u> ezugs- in <u>S</u> ensorkoordinaten
$\mathbf{J}_{DAF}$	Krafttransformationsmatrix bei verteilt realisierter dezentraler Regelung
$\mathbf{J}_{DZF}$	Krafttransformationsmatrix bei kompakt realisierter dezentraler Regelung
$\mathbf{J}_{SB}$	Transformationsmatrix von <u>S</u> ensor- in <u>B</u> ezugskoordinaten
$\mathbf{k}$	allgemeiner Zustandsrückführvektor
$\mathbf{k}_{id}$	Diagonalmatrix der Strom-Kraft-Faktoren im AP bei dezentraler Regelung
$\mathbf{k}_{iq}$	Diagonalmatrix der Strom-Kraft-Faktoren im AP
$\mathbf{k}_{sd}$	Diagonalmatrix der Weg-Kraft-Faktoren im AP bei dezentraler Regelung
$\mathbf{k}_{sq}$	Diagonalmatrix der Weg-Kraft-Faktoren im AP
$\mathbf{M}$	Massenmatrix
$\mathbf{M}_d$	Massenmatrix bei dezentraler Regelung
$\mathbf{P}$	allgemeine nichtquadratische Matrix
$\mathbf{P}^+$	Pseudoinverse von $\mathbf{P}$
$\mathbf{P}_{dd}$	Parametermatrix der P-Anteile des dezentralen Geschwindigkeitsreglers
$\mathbf{P}_d$	Parametermatrix der P-Anteile des dezentralen Lagereglers
$\mathbf{P}_{qq}$	Parametermatrix der Proportionalanteile des Geschwindigkeitsreglers
$\mathbf{P}_q$	Parametermatrix der Proportionalanteile des Lagereglers
$\mathbf{r}_{BC}$	Schwerpunktlagevektor bezüglich $B$
$\mathbf{s}$	Diagonalmatrix des komplexen Frequenzparameters
$\mathbf{T}_{\Sigma d}$	Diagonalmatrix der Summenzeitkonstanten bei dezentraler Regelung
$\mathbf{T}_{\Sigma}$	Diagonalmatrix der Summenzeitkonstanten
$\mathbf{u}$	Eingangsvektor bzw. Stellgrößenvektor
$\mathbf{u}_a$	Stellgrößenvektor der Aktoren
$\mathbf{u}_q$	Stellgrößenvektor
$\mathbf{x}$	Zustandsvektor
$\mathbf{x}_m$	Luftspaltvektor der Aktoren
$\mathbf{x}_q$	Lagevektor des Rotors in generalisierten Koordinaten
$\mathbf{x}_s$	Sensorsignalvektor
$\mathbf{y}$	Ausgangsvektor

# 1. Einleitung

Seit mehr als zwanzig Jahren werden Magnetlager in unterschiedlichen industriellen Anwendungsbereichen eingesetzt und stellen heutzutage keine Neuheit im Sinne der Grundlagenforschung dar. Grundsätzlich ist zwischen aktiven Magnetlagern, die auf anziehenden Magnetkräften beruhen, und passiven Magnetlagern mit abstoßender Kraftwirkung zu unterscheiden [1], wobei sich als Ausführungsform nichtrotierende Magnetlager von rotierenden Magnetlagern abgrenzen lassen.

Wellenlagerungen von Turbomolekularpumpen in der Halbleiterindustrie bilden momentan den häufigsten und größten Einsatzbereich von Magnetlagern [2]. Vorwiegend sind sie in Hochgeschwindigkeitsantrieben zu finden wie z.B. in Schwungradenergiespeichersystemen [3], in Frässpindeln im Werkzeugmaschinenbau [4] sowie auch in Turbomaschinen ([5], [6]). Die bekannteste Anwendung bilden die sogenannten Magnetschwebbahnen im Bereich der Hochgeschwindigkeitsverkehrssysteme [1].

## 1.1. Geschichte der Magnetlagertechnik

Zu Beginn des zwanzigsten Jahrhunderts schlug der russische Wissenschaftler Konstantin Ziolkowski vor, mit Hilfe von Luftkissenzügen deutlich kürzere Reisezeiten zwischen Großstädten zu erreichen. Der hohe technische Aufwand und die nicht effiziente Arbeitsweise bei der späteren Realisierung führten jedoch zum Scheitern dieses innovativen Verkehrssystems. [7] Daraus entwickelte sich die Grundidee des magnetischen Schwebens.

Der deutsche Ingenieur Hermann Kemper konnte bereits im Jahre 1934 die Realisierbarkeit der aktiven elektromagnetischen Lagerung experimentell nachweisen und hat damit den Grundstein der Magnetlagertechnik gelegt. Bis heute haben sich daraus unterschiedliche serienreife Verkehrssysteme entwickelt. Das bekannteste ist der Transrapid, der auf dem Prinzip des elektromagnetischen Schwebens (EMS) basiert. [8] In Japan existiert beispielsweise ein Transportsystem unter der Bezeichnung Maglev (ML) [9], das elektrodynamisches Schweben (EDS) mit supraleitenden Magneten ab einer Geschwindigkeit von 100 Kilometern pro Stunde ermöglicht [1].

## 1.2. Prinzipien des magnetischen Schwebens

Magnetische Lager oder Führungen können auf unterschiedliche Art und Weise realisiert werden. Zu den Prinzipien des magnetischen Schwebens, die grundsätzlich auf abstoßenden Kraftwirkungen basieren, gehören das supraleitende Schweben (SLS), das diamagnetische Schweben (DMS), das permanentmagnetische Schweben (PMS) und das elektrodynamische Schweben (EDS). Dem elektromagnetischen Schweben (EMS) liegen anziehende Kraftwirkungen zugrunde und es ist das am weitesten verbreitete Funktionsprinzip [10]. Eine Übersicht der magnetischen Schwebeprinzipien zeigt die Abbildung 1.1.

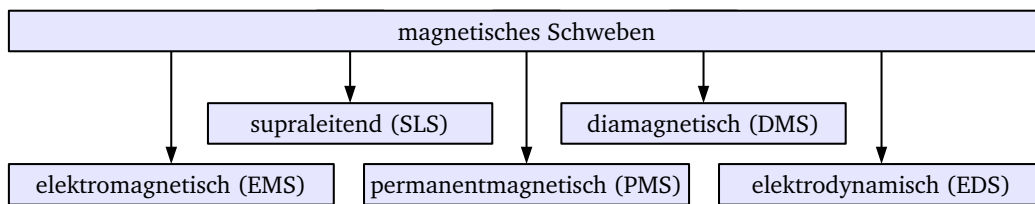


Abbildung 1.1. – Prinzipien des magnetischen Schwebens [10]

Beim EDS entstehen abstoßende Kraftwirkungen durch induzierte Wirbelströme in Spulen, die von zeitlich oder örtlich veränderlichen Magnetfeldern durchsetzt werden. Elektrodynamische Lager (EDL) werden deshalb auch als Wirbelstromlager bezeichnet und können aktiv oder rein passiv ausgeführt sein. Um die extrem hohen Verluste in den Wicklungen der Spulen zu reduzieren, werden meist supraleitende Spulen verwendet. Der Energiebedarf und die Komplexität dieser supraleitenden Lager (SLL) ist dennoch relativ hoch im Vergleich zu aktiven elektromagnetischen Lagern (EML) [11]. Weiterhin werden auch passive Magnetlager mit Permanentmagneten und Supraleitern kombiniert [12]. Abbildung 1.2 zeigt die Einteilung der unterschiedlichen Typen von Magnetlagern.

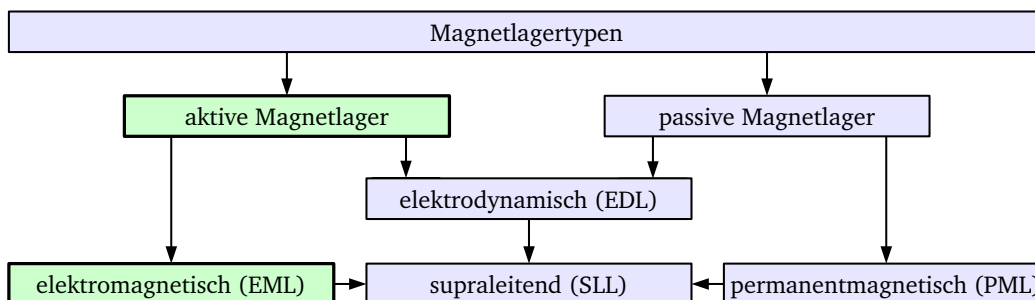


Abbildung 1.2. – Einteilung der unterschiedlichen Magnetlagertypen

Im Gegensatz zu passiven Magnetlagern verfügen aktive Magnetlager über Elektromagnete, eine Sensorik und ein Regelungssystem [13]. Mit Hilfe der aktiven Technik ist es möglich, die Lagereigenschaften variabel einzustellen und eine freie Positionierung im Luftspalt vorzunehmen. Diese Möglichkeit wurde in [10] am Beispiel einer aktiv geregelten Linearführung (EML) für Hochgeschwindigkeits-Werkzeugmaschinen zur Steigerung der Antriebsdynamik theoretisch und praktisch untersucht.



### 1.3. Drehtische in der Fertigungstechnik

Spanende und abtragende Werkzeugmaschinen verwenden einen Drehtisch oder eine Linearführung, um das zu bearbeitende Werkstück aufzunehmen und eine Positionierung vor und während des Bearbeitungsvorganges zu ermöglichen. Derartige Dreh- bzw. Rundtische werden überwiegend hydrostatisch gelagert ([14], [15]). Zur magnetischen Lagerung von Werkstücken auf Rundtischen gibt es derzeit kaum Anwendungen. In der Literatur sind dazu nur wenige Beiträge zu finden. Beispielsweise wird in [16] die Optimierung des Entwurfes einer Magnetlagereinheit für die Mikrowerkstückbearbeitung beschrieben. Ein aktives Magnetlager zur hochpräzisen Bauteilpositionierung in der Halbleiterfertigung wird in [17] genutzt und ermöglicht Positioniergenauigkeiten im Nanometerbereich. Eine Unterteilung der unterschiedlichen Ausführungsformen von Magnetlagern zeigt die Abbildung 1.3. Gegenstand der vorliegenden Arbeit sind aktive elektromagnetische Lager mit sechs Freiheitsgraden in Rundtischausführung, die zur Positionierung von Werkstücken in der spanenden Fertigungstechnik eingesetzt werden können.

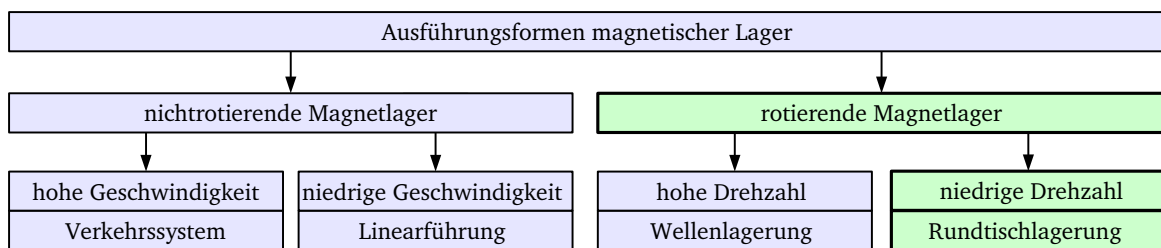


Abbildung 1.3. – Ausführungsformen magnetischer Lager

Die dick umrandeten Kästen in Abbildung 1.2 und Abbildung 1.3 kennzeichnen die Einordnung der magnetischen Rundtischlagerungen. Magnetisch gelagerte Rundtische sind aktive rotierende Magnetlager für niedrige Drehzahlen, die das elektromagnetische Schweben eines Rotors mit Hilfe anziehender Kräfte realisieren.

Durch die steigenden Anforderungen an die Werkstückqualität und die Bearbeitungszeiten sind auch die Anforderungen an Werkzeugmaschinen gestiegen. Als einschränkende Faktoren nennt Weinert in [18] das statische, dynamische und thermische Verhalten der Maschine. Seit langem werden vielfältige Optimierungsansätze zur Verbesserung des dynamischen Maschinenverhaltens durch konstruktive Maßnahmen oder durch die Verwendung dynamischer Zusatzsysteme entwickelt (siehe z.B. [19] und [20]). Die Vorteile aktiv magnetisch gelagerter Rundtische gegenüber herkömmliche Lagerungen wurden bereits anhand einiger Forschungsaktivitäten zur Entwicklung und Erprobung zweier Rundtischprototypen gezeigt (z.B. [21], [22] und [23]). Im Vergleich zu herkömmlichen Lagerungen bietet die aktive magnetische Rundtischlagerung beispielsweise Vorteile hinsichtlich der aktiven Beeinflussung der Lagereigenschaften und der Wartungsfreundlichkeit. Diese Vorteile sind seit langem bekannt und werden in den bereits genannten unterschiedlichen Anwendungen der Magnetlagertechnik gezielt genutzt.

Im Gegensatz zu konventionellen Drehtischen arbeiten magnetisch gelagerte Ausführungen verschleißfrei, da es keinen mechanischen Kontakt zwischen Rotor und Stator gibt. Die prinzipbedingte höhere Lagerdämpfung im Vergleich zu konventionellen kontaktierenden Lagern oder Führungen sowie die nahezu unendlich hohe statische Steifigkeit stellen grundsätzlich sehr vorteilhafte Eigenschaften dieser Technik dar und sind durch das Regelungssystem beeinflussbar [10]. Magnetisch gelagerte Rundtische für Werkzeugmaschinen unterscheiden sich hinsichtlich der Arbeitsbedingungen und den Anforderungen wesentlich von konventionellen Magnetlagern für Hochgeschwindigkeitsantriebe, die durch zahlreiche Veröffentlichungen weitreichend bekannt sind. Im Folgenden sind deshalb die wesentlichen Anforderungen und Bedingungen magnetisch gelagerter Rundtische für Werkzeugmaschinen zusammengefasst.

- hohe Positioniergenauigkeit ( $< 5 \mu m$ )
- geringe Rotordrehzahl ( $< 50 \text{ min}^{-1}$ )
- sehr kleiner Luftspalt ( $< 1 \text{ mm}$ ) relativ zu den Abmessungen des Rotors ( $> 0.5 \text{ m}$ )
- sehr hohe Tragkraft ( $> 500 \text{ kg}$ ) und hohe Lagerreaktionskräfte bei der Bearbeitung
- Lageregelung des Rotors in mindestens 5 Freiheitsgraden
- raue Umgebungsbedingungen (Öl, Wasser, Metallspäne, Staub, Schmutz)

## 1.4. Stand der Technik

Die Motivation dieser Arbeit basiert auf der Grundidee, die Werkstücklagerung einer herkömmlichen Werkzeugmaschine durch ein aktives magnetisches Lager zu ersetzen, wodurch neben der Aufgabe, Werkstücke zu positionieren und zu lagern, die Funktion eines aktiven dynamischen Zusatzsystems automatisch integriert ist und gleichzeitig Reibung und Lose entfallen ([24], [25]).

Die Notwendigkeit des Einsatzes von Drehtischen zur Werkstücklagerung in Werkzeugmaschinen wird in [14] am Beispiel unterschiedlicher Maschinentypen beschrieben. In Abbildung 1.4 sind die Funktionsbaugruppen einer ausgewählten Werkzeugmaschine, zu denen auch ein herkömmlicher Drehtisch für die Werkstückaufnahme gehört, abgebildet.

Für den ersten technisch realisierten Prototyp eines magnetisch gelagerten Maschinenrundtisches (RTP1, Außendurchmesser von ca.  $1 \text{ m}$ ) wurde die Funktionsweise in [8] nachgewiesen und es konnten grundlegende Regelungsprinzipien umgesetzt werden. Die Magnetaktoren, die das elektromagnetische Schweben des Rotors durch anziehende Kräfte ermöglichen, sind am RTP1 als Hybridmagnete realisiert. Ein Hybridmagnet kombiniert die Funktion eines Elektromagneten mit einem Permanentmagnet, wodurch sich der effektive Luftspalt vergrößert und sich eine Verringerung der Nichtlinearität der Kraftkennlinie ergibt.

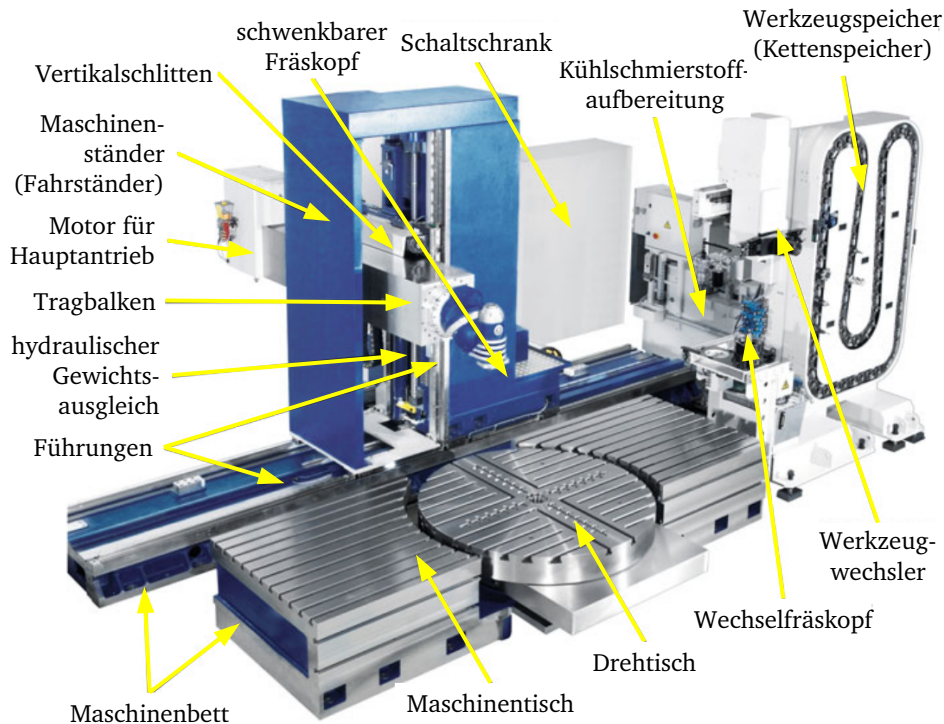


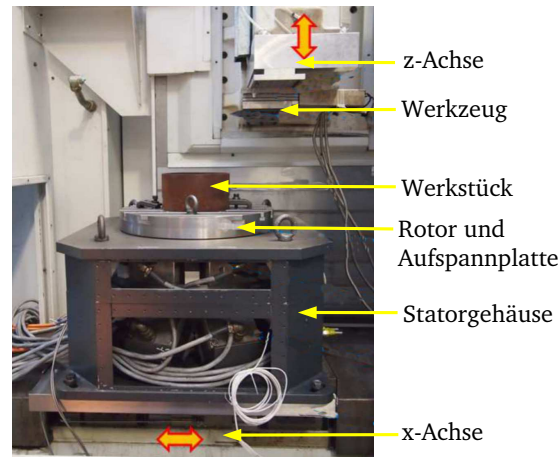
Abbildung 1.4. – Funktionsbaugruppen einer Werkzeugmaschine [14]



Abbildung 1.5. – Rundtisch Prototyp 1 ([8], [23], [26], [27]), (RTP1) mit Aufspannplatte (links) und Rundtisch Prototyp 2 ([23], [28], [29]), (RTP2) mit Werkstück im industriellen Umfeld (rechts)

Abbildung 1.5 links zeigt den RTP1, der ausschließlich als Forschungsobjekt zur Erprobung unterschiedlicher Regelungskonzepte dient und standortbedingt nicht zur Werkstückbearbeitung einsetzbar ist. Unterschiedliche Regelungsmethoden magnetisch gelagerter Rundtische sind in den Arbeiten [8], [23], [30], [31], [32], [26] und [33] zu finden, während sich [34] und [35] mit der Modellbildung beschäftigen. Die Dimensionierung der Magnetaktoren wird in [8] und in [10] ausführlich behandelt.

Der zweite Prototyp RTP2 (Abbildung 1.5, rechts) ist eine verbesserte technische Realisierung eines magnetisch gelagerten Rundtisches mit einem Außendurchmesser von ca. 2 m, der direkt in einem industriellen Umfeld in Betrieb genommen und untersucht wurde. Die



**Abbildung 1.6.** – Lagerung eines Werkstückes auf dem Rundtisch Prototyp 3 (RTP3) innerhalb einer Werkzeugmaschine (Foto: Prof. Dr.-Ing. H.C. Möhring, IFQ, OVGU, 2013)

Konstruktion des RTP2 erfolgte unter Berücksichtigung der Erfahrungen aus der Entwicklung des ersten Prototyps, wobei einige Baugruppen direkt übernommen werden konnten [32]. Experimentelle Untersuchungen am RTP2 erfolgten unter sehr ähnlichen Bedingungen, wie sie bei konventionellen Dreh- bzw. Rundtischen von Werkzeugmaschinen bei der Fertigung vorliegen.

Die Nachteile des permanentmagnetischen Anteils der eingesetzten Hybridmagnete der ersten beiden Prototypen wurden bei der Konstruktion des dritten Prototyps (RTP3) (Abbildung 1.6) vermieden, indem die Permanentmagnete durch zusätzliche elektrische Wicklungen ersetzt wurden. Dadurch vereinfacht sich die Montage und es entfällt die Notwendigkeit einer Abdichtung zur Verringerung der Verschmutzungsanfälligkeit, an die insbesondere im Umfeld spanender und abtragender Werkzeugmaschinen hohe Anforderungen gestellt werden. Als Besonderheit wurde bei der Konstruktion des RTP3 erstmals eine Schräganordnung der Aktoren realisiert, um die Anzahl der Magnetaktoren zu reduzieren, indem Hub- und Zentriermagnetaktoren kombiniert wurden [32].

## 1.5. Einordnung der Arbeit

Die vorliegende Dissertation beschäftigt sich mit der Analyse und der Optimierung des dynamischen Verhaltens aktiv magnetisch gelagerter Rundtische, die zur Werkstücklagerung in Werkzeugmaschinen einsetzbar sind. Auf Grund der Vorteile der aktiven Magnetlagertechnik entwickelte sich die Idee, herkömmliche Drehtische von Werkzeugmaschinen durch magnetisch gelagerte Rundtische zu ersetzen. Beispielsweise ergeben sich dadurch neben der Aufgabe der Werkstücklagerung Möglichkeiten, mechanische Schwingungen zu dämpfen und die Maschinennachgiebigkeit zu beeinflussen, ohne dazu weitere aktive Zusatzsysteme einsetzen zu müssen.

Allgemeine Problemstellungen sind die praxistaugliche Anpassung und die Optimierung der

Lagereigenschaften wie Steifigkeit und Dämpfung sowie Möglichkeiten zur Vereinfachung der Erstinbetriebnahme von Magnetlagern mit mehreren Freiheitsgraden. Hierzu werden Ansätze und experimentell verifizierte Lösungen vorgestellt.

Auf der Grundlage von mathematischen Modellen und experimentellen Ergebnissen werden die Stabilitätsgrenzen und die Robustheit gegenüber Parametervariationen in Abhängigkeit unterschiedlicher Systemparameter untersucht. Die Komplexität der in dieser Arbeit verwendeten Modelle zur Simulation des dynamischen Verhaltens wurde auf Grund der Erfahrungen aus dem Betriebsverhalten der Anlage und aus Erkenntnissen vorangegangener Arbeiten so gewählt, dass Einflussfaktoren, die sich auf das Stabilitätsverhalten und die Lagereigenschaften auswirken, nicht durch eine zu starke Abstraktion der Modelle zur Simulation und Berechnung verloren gehen. In diesem Zusammenhang sind beispielsweise die zeitdiskrete Implementierung der Regelung, digitale Signalfilter und andere relevante Zeitverzögerungen im Regelkreis zu nennen.

Mit Hilfe experimenteller und theoretischer Ergebnisse werden Möglichkeiten zur Verbesserung der Lagereigenschaften abgeleitet. Dazu gehören die Optimierung der Stromregeldynamik, die Verbesserung der Messsignalqualität, eine optimale Anpassung der Abtastrate und die Entkopplung der Freiheitsgrade.

Da aktive Magnetlager bedingt durch die anziehende Kraftwirkung strukturinstabil sind muss zur Identifikation der Systemparameter eine stabile Reglerkonfiguration vorliegen, die wiederum nur bei bekannten Systemparametern berechnet werden kann. Deshalb erfordert die Erstinbetriebnahme eine erfahrungsbasierte Reglerparametrierung, die möglichst wenig Freiheitsgrade bzw. Reglerparameter aufweist. Die praktische Umsetzung eines dezentralen Regelungskonzeptes zur Reduzierung der Reglerparameter ist Bestandteil dieser Arbeit.

Messungen, die während der Bearbeitung von Werkstücken durchgeführt wurden, dienen zur Analyse der Lagerreaktionen und ermöglichen das Verhalten magnetisch gelagerter Rundtische im Zusammenspiel mit der Werkzeugmaschine abzubilden. Im Rahmen der Arbeit konnte erstmalig die spanende Bearbeitung eines Werkstückes mit Hilfe des magnetisch gelagerten Rundtisches RTP2 durchgeführt werden. Aus der Analyse der Lagerreaktionen werden Methoden zur Verbesserung des dynamischen Maschinenverhaltens vorgeschlagen und mit Hilfe eines einfachen Modells einer Werkzeugmaschine analysiert.

Um eine realistische Einschätzung der Simulationsergebnisse zu erhalten, wurde angestrebt, möglichst alle Simulationsergebnisse messtechnisch mit Hilfe der Prototypen RTP1 bzw. RTP2 sowie an einem Labormagnetlager zu verifizieren. Die Erprobung verschiedener Prototypen liefert neue Erkenntnisse über das dynamische Verhalten magnetisch gelagerter Rundtische bei Bearbeitungsprozessen und ermöglicht es, das Zusammenwirken von Magnetlager und Werkzeugmaschine besser zu verstehen. Eine Zielsetzung zur Weiterentwicklung dieser Technik ist es, optimierte und einfach parametrierbare Systemkomponenten und Regelungsprinzipien einzusetzen, um Magnetlager im industriellen Umfeld besser integrieren zu können und damit eine breitere Akzeptanz beim Anwender anzustreben.

## 1.6. Inhalt und Aufbau der Arbeit

Nach dieser Einleitung folgen im zweiten Kapitel grundlegende Betrachtungen zum Aufbau und der Funktionsweise von Magnetlagern sowie zur allgemeinen Optimierung des dynamischen Verhaltens. Weiterhin werden Grundlagen zur spanenden Werkstückbearbeitung, Methoden der Systemidentifikation und Grundprinzipien zur aktiven Schwingungsdämpfung beschrieben.

Im dritten Teil der Arbeit wird die Funktionsweise aktiver Magnetlager näher betrachtet, was neben der Modellbildung und der Systemidentifikation auch die Auslegung der Regelung anhand der Regelstreckenparameter beinhaltet. Daran schließt sich die numerische Berechnung der Stabilitätsgrenzen bei variabler Regeldynamik anhand eines zeitdiskreten Modells an, wodurch eine wichtige Grundlage zur Grundeinstellung bei der Erstinbetriebnahme, aber auch im allgemeinen Magnetlagerbetrieb geschaffen wird.

Da in der recherchierten Literatur und auch in vielen Veröffentlichungen unterschiedliche Regelungskonzepte für Magnetlager zu finden sind, folgt im vierten Kapitel eine Einteilung der Regelungsprinzipien nach verschiedenen Gesichtspunkten. Am Beispiel des RTP1 werden die Konzepte der zentralen und der dezentralen Mehrgrößenregelung gegenüberstellend untersucht, um daraus Vor- und Nachteile bei der Anwendung und Inbetriebnahme abzuleiten. Den Abschluss des vierten Kapitels bildet eine Robustheitsanalyse bezüglich Parameteränderungen bzw. Parameterungenauigkeiten.

Im abschließenden Teil der Arbeit wird die Dynamik des starren und elastischen Rotors untersucht sowie ein Konzept zur Entkopplung der Freiheitsgrade vorgeschlagen und verifiziert. Um die Wirksamkeit der Beeinflussung der Maschinendynamik durch ein aktives Magnetlager beurteilen zu können, dient ein Simulationsmodell, das die Werkzeugmaschine mit einer integrierten magnetischen Lagerung abbildet. Zur weiteren Optimierung der Lagereigenschaften ergeben sich mittels Modifikation der symmetrisch optimierten Regelung zwei zusätzliche Freiheitsgrade bei der Reglerkonfiguration, um eine entkoppelte Beeinflussung von Dämpfung und Steifigkeit zur Verfügung zu stellen.

Den abschließenden Teil dieser Dissertation bilden neben einer kurzen Zusammenfassung die Schlussfolgerungen aus den Untersuchungen und der Ausblick auf fortführende Arbeiten zu magnetisch gelagerten Rundtischen. Der Anhang beinhaltet alle relevanten technischen Daten und Zeichnungen der bisher entwickelten Prototypen RTP1, RTP2 und RTP3. Dazu gehören auch die zur Realisierung der zentralen Regelung verwendeten Transformationsmatrizen und die Angabe der jeweiligen Arbeitspunkte, in denen die Linearisierung der Regelstrecke erfolgte.

## 2. Grundlegende Betrachtungen

Dieser Abschnitt beschreibt Grundlagen zur spanenden Bearbeitung von Werkstücken, die Einteilung mechanischer Schwingungen, den Aufbau von Magnetlagern und deren Funktionsweise. Grundprinzipien und Methoden der aktiven Schwingungsdämpfung sowie die Optimierung des dynamischen Verhaltens sind ebenfalls Bestandteil des folgenden Grundlagenkapitels. Weiterhin werden die in der Arbeit verwendeten Methoden der Systemidentifikation kurz behandelt, da sie eine wichtige Voraussetzung der modellbasierten Regelung sind und auch eine hohe Relevanz bei der experimentellen Analyse und der Verifikation des dynamischen Verhaltens haben.

### 2.1. Spanende Werkstückbearbeitung

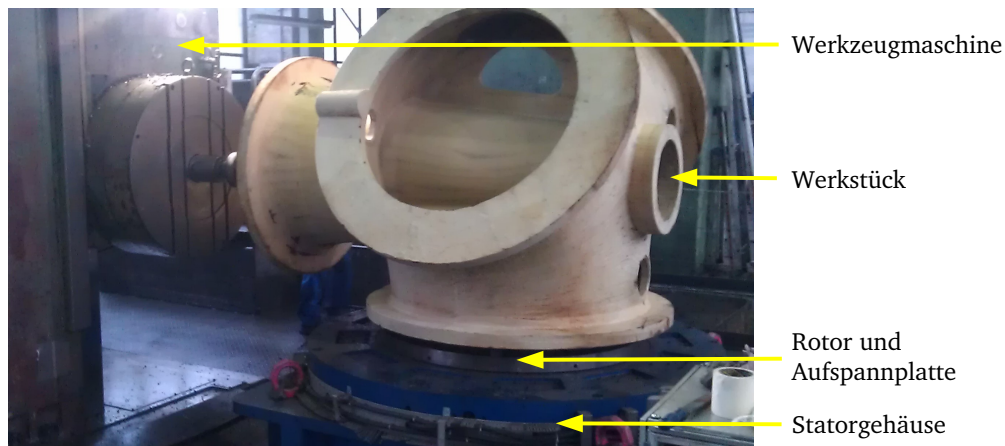
Bei der spanenden Werkstückbearbeitung sind die Anforderungen an die Werkstückqualität und die Bearbeitungszeiten gewachsen. Deshalb steigen auch die technischen Anforderungen an die Werkzeugmaschine, die auch die Lagerung des zu bearbeitenden Werkstückes mit Hilfe eines Drehtisches beinhaltet. In diesem Abschnitt werden allgemein die Vor- und Nachteile magnetisch gelagerter Rundtische zum Einsatz in der spanenden Fertigungstechnik betrachtet sowie grundlegende Kenntnisse zum statischen und dynamischen Maschinenverhalten mit den möglichen auftretenden mechanischen Schwingungen und deren Ursachen beschrieben. [18]

#### 2.1.1. Werkzeugmaschinen mit integriertem Magnetlager

Bearbeitungskräfte, die während der spanenden Werkstückbearbeitung über das Werkstück auf die Lagerung einwirken, variieren abhängig von der Werkzeugdrehzahl in ihrer Frequenz und Amplitude. Zusätzlich ist ein niederfrequenter Kraftanteil enthalten, der sich quasi-statisch verändert. Beispielweise wirken beim Bohren eine sich nur langsam verändernde Vorschubkraft und zeitgleich drehzahlabhängige hochfrequente Zerspan- bzw. Schnittkräfte auf das Werkstück ein. Diese Bearbeitungskräfte verursachen bei begrenzter Steifigkeit der Maschinenstruktur unerwünschte statische und dynamische Lageveränderungen des Werkstückes.

Mit dem Ziel, die Steifigkeit des Maschinenaufbaus zu beeinflussen, ist es denkbar, einen

in die Werkzeugmaschine integrierten magnetisch gelagerten Maschinenrundtisch zur Werkstückaufnahme einzusetzen. Aus den Einzelnachgiebigkeiten von Werkzeug, Werkstück, Maschinenaufbau und Magnetlager resultiert die Gesamtnachgiebigkeit, die das statische und dynamische Lagerverhalten des Magnetlagers beinhaltet. In den Abbildungen 2.1 und 2.2 sind derart aufgebaute Werkzeugmaschinen zu sehen. Abbildung 2.1 zeigt den RTP2, der einen herkömmlichen Maschinenrundtisch (siehe Abbildung 2.2, rechts) ersetzt und zur spannenden Bearbeitung einer Rotornabe mit einer Masse von  $m_W \approx 1900 \text{ kg}$  eingesetzt wird.



**Abbildung 2.1.** – Werkstück und Rundtisch während einer Fräsbearbeitung (RTP2,  $m_W \approx 1900 \text{ kg}$ ) (Foto: GMV GmbH, Genthin, 2012)

Die Vorteile und Nachteile, die sich allgemein durch den Einsatz magnetisch gelagerter Rundtische gegenüber konventionellen Drehtischen (Abbildung 2.2) ergeben, können wie folgt zusammengefasst werden. Dabei wird unterschieden zwischen den Vorteilen, die aus der Berührungsfreiheit von Rotor und Stator resultieren und den Vorteilen, die durch die Eigenschaften des aktiv geregelten Magnetlagers entstehen [36].

### Vorteile aus der Berührungsfreiheit

- verschleißfreier-, schmiermittelfreier und somit nahezu wartungsfreier Betrieb
- sehr kleine Widerstandskräfte bzw. -momente zwischen Stator und Rotor
- gute thermische Isolation zwischen Stator und Rotor
- Unempfindlichkeit gegenüber extremen Umgebungsbedingungen

### Vorteile durch die aktive Regelung der Rotorlage

- variabel einstellbare dynamische Steifigkeit bzw. Dämpfung
- nahezu unendlich hohe statische Steifigkeit



- manuelle Grobausrichtung schwerer Werkstücke um die Vertikalachse im freien Schwebezustand
- präzise Feinpositionierbarkeit und Nachführbarkeit in mehreren Freiheitsgraden vor und während des Bearbeitungsvorganges
- Möglichkeit der elektronischen Unwuchtkompensation und aktive Schwingungsdämpfung
- permanente Überwachung der Systemzustände möglich

### Nachteile

- relativ geringe Lagerkraftdichte von weniger als  $100 \frac{N}{cm^2}$  [10]
- hohe Anschaffungskosten auf Grund der Aktorik, der Sensorik und der Leistungselektronik
- zusätzlicher Energiebedarf insbesondere bei dynamischer Beanspruchung der Lagerung



**Abbildung 2.2.** – Linearführung im Bearbeitungsprozess (links) und Drehtisch bei der Wartung (rechts) (Foto: GMV GmbH, Genthin, 2012)

Eine Abwägung der genannten Vor- und Nachteile ist notwendig, um den Einsatz magnetisch gelagerter Rundtische im Werkzeugmaschinenbau zu rechtfertigen. Dabei stellen die Eigenschaften, die sich durch die aktive Regelung der Rotorlage ergeben, den überwiegenden Vorteil im Vergleich zu herkömmlichen Werkstücklagerungen dar.

### 2.1.2. Statisches Verhalten von Werkzeugmaschinen

Das statische Verhalten einer Werkzeugmaschine wird auch als Last-Verformungsverhalten bezeichnet und ergibt sich aus der gesamten statischen Nachgiebigkeit des Maschinenaufbaus. Dieser Aufbau beinhaltet die Werkstücklagerung sowie auch die Bearbeitungsmaschine

mit dem Bearbeitungswerkzeug. Je größer die gesamte statische Steifigkeit ist, desto besser ist die Maßhaltigkeit und die Formgenauigkeit der zu bearbeitenden Werkstücke. Da die Nachgiebigkeit auch von Lose und Spiel in den Lager-, Führungs- und Fügestellen beeinflusst wird, ergibt sich ein Verbesserungspotential durch den Einsatz elektromagnetischer Lager. Zusätzlich kann das statische Verhalten durch die theoretisch unendlich hohe Steifigkeit des Magnetlagers verbessert werden. [18]

### 2.1.3. Dynamisches Verhalten von Werkzeugmaschinen

Das dynamische Maschinenverhalten beeinflusst die Prozessstabilität und die Oberflächengüte, da beim Zerspanen unterschiedliche mechanische Schwingungen auftreten können. Dabei wird zwischen Schwingungen, die durch äußere Störkräfte verursacht werden, und Schwingungen, die durch die eigentliche Bearbeitung selbst entstehen, unterschieden. Geringe dynamische Störkräfte können unter ungünstigen Bedingungen zum Aufschwingen des Systems führen, wodurch das sogenannte regenerative Rattern entsteht. In diesem Fall ist der Prozessverlauf instabil, was zu Schäden am Werkzeug, am Werkstück und auch an der Werkzeugmaschine führen kann. Eine Analyse der spektralen Zusammensetzung der Prozesssignale ermöglicht die Ableitung der Schwingungsursachen. Zum Beispiel erlaubt die Variation der Werkzeug-Drehfrequenz festzustellen, ob die Ursache der Schwingungen von der äußeren Anregung hervorgerufen wird. ([18], [19])

### 2.1.4. Mechanische Schwingungen

Schwingungen treten in der Natur und in der Technik vielfältig auf. In der Mechanik kommen schwingende Größen in Form von Wegen, Winkeln, Kräften, Momenten, Drücken, Dehnungen usw. vor. Mechanische Schwingungen lassen sich nach folgenden Gesichtspunkten einteilen [37].

- schwingendes Objekt (Maschinen-, Wellen-, Gebäudeschwingungen usw.)
- mechanische Beanspruchung (Längs-, Torsions-, Biege-, Membranschwingungen usw.)
- Typ der Bewegungsdifferentialgleichung (lineare oder nichtlineare Schwingungen)
- Zahl der Freiheitsgrade (endliche oder unendlich viele Freiheitsgrade)
- Energiehaushalt (gedämpfte oder ungedämpfte Schwingungen)
- Art der Anregung bzw. Entstehung der Schwingungen (freie, erzwungene, selbsterregte oder fremderregte Schwingungen)
- technische Bedeutung (nützliche oder schädliche Schwingungen)

- Art des Zeitverlaufs der schwingenden Größe (harmonische, periodische oder stochastische Schwingung)

Selbsterregte Schwingungen können die Ursache für instabile Prozessverläufe bei der spanenden Bearbeitung sein. Ein Magnetlager, das ein Teil einer Werkzeugmaschine ist, wirkt durch die variabel einstellbare Lagerdämpfung und Lagersteifigkeit wie ein dynamisches Zusatzsystem. Wird während der Werkstückbearbeitung die Stabilitätsgrenze erreicht bzw. überschritten, kann der Nachgiebigkeitsfrequenzgang des Gesamtsystems durch das aktive Lager so verändert werden, dass zusätzlich erzeugte Dämpfung zu einem Abklingen der unerwünschten Schwingungen führt.

## 2.2. Aktive mechatronische Systeme

In diesem Abschnitt werden in Bezug auf passive, semiaktive und aktive mechatronische Systeme folgende Fragen geklärt: “Was ist Dämpfung?”, “Was ist Steifigkeit bzw. Nachgiebigkeit?” und “Wie werden Dämpfung und Steifigkeit erzeugt?”. Ausgehend vom Beispiel eines Einmassenschwingers folgen Betrachtungen zur Dämpfung und Steifigkeit und es wird die dynamische Kräfteverteilung im Frequenzbereich untersucht.

### 2.2.1. Betrachtungen zur Dämpfung

Dämpfung bewirkt das Abklingen von Schwingungen und entsteht in mechanischen Schwingungssystemen durch äußere oder innere Bewegungswiderstände. Sie hängt also von der Art der Konstruktion und den äußeren Gegebenheiten ab. Als lineares mechanisches Schwingungssystem mit einem Freiheitsgrad soll der Einmassenschwinger in Abbildung 2.3 betrachtet werden. Die mechanischen Elemente Masse und Feder mit ihren Parametern  $m$  und  $k_p$  bilden ein lineares schwingungsfähiges System zweiter Ordnung. Vernachlässigt man jegliche Bewegungswiderstände wie beispielsweise Luft- und Gleitreibung, so wird die Dämpfung ausschließlich durch den passiven Dämpfer mit dem Parameter  $d_p$  erzeugt. Anders betrachtet, bildet der passive Dämpfer einen geschwindigkeitsproportionalen linearen Bewegungswiderstand. Die Bezeichnung passiver Dämpfer rührt daher, dass er lediglich Energie dissipiert und dafür keinerlei Hilfsenergie benötigt.

In der Ruhelage halten sich die Federkraft  $k_p \cdot x$  und die Gewichtskraft  $m \cdot g$  das Gleichgewicht, wenn die äußere Kraft  $F = 0$  ist. Da  $k_p$  endlich ist, verursacht die Gewichtskraft eine stationäre Auslenkung  $x_0$  in negativer  $x$ -Richtung. Ist  $x^*$  die Bezugsordinate unter Vernachlässigung aller äußeren Kräfte, dann kann die Ruhelage  $x = x^* - x_0$  definiert werden. Dadurch verschwindet die Auslenkung der konstant wirkenden Gewichtskraft bezüglich der  $x$ -Koordinate. Nach d’Alembert ergibt sich die Bewegungsdifferentialgleichung (2.1).

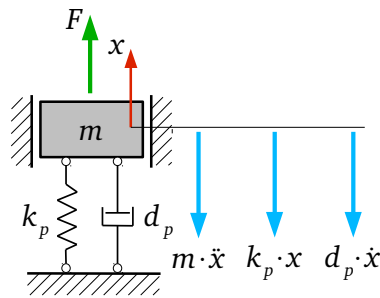


Abbildung 2.3. – Modell des Einmassenschwingers mit passiver Dämpfung

$$m \cdot \ddot{x} + d_p \cdot \dot{x} + k_p \cdot x = F \quad (2.1)$$

Für einen horizontalen Schwinger entfällt die Transformation der Ruhelage und es gilt  $x = x^*$ , denn die Gewichtskraft wirkt orthogonal zur Bewegungsrichtung. In beiden Fällen ergibt sich also die gleiche lineare Differentialgleichung (2.1). Die Kraft  $F$  auf der rechten Seite der Gleichung ist die Erregerkraft, die von außen auf das System einwirkt.

Wird das Prinzip der aktiven Schwingungsdämpfung für den Einmassenschwinger angewendet, so sind dazu zusätzliche Komponenten wie Signalverarbeitung mit digitalem Signalprozessor (DSP), Sensor (S) und Aktor (A) unter Einspeisung von Hilfsenergie notwendig (Abbildung 2.4). Die Dämpfung eines aktiven Systems wird ausschließlich mit Hilfe der Aktorkraft  $F_a$  erzeugt, die in Abhängigkeit des Sensorwertes  $x_s$  vom DSP berechnet wird. Als Sensor muss nicht zwingend ein Lagesensor eingesetzt werden, da die gewünschte Aktorkraft durch den ohnehin vorhandenen DSP auch mit Hilfe anderer Messsignale, wie zum Beispiel Geschwindigkeit oder Beschleunigung, berechnet werden kann.

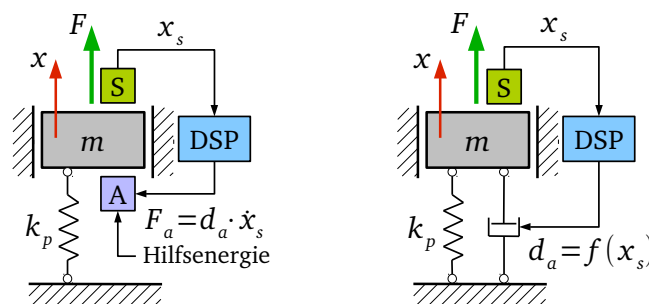


Abbildung 2.4. – Modell des Einmassenschwingers mit aktiver Dämpfung (links) und semiaktiver Dämpfung (rechts)

Abbildung 2.4 (links) zeigt beispielsweise wie mit Hilfe des DSP eine dem passiven Dämpfer aus Abbildung 2.3 äquivalente geschwindigkeitsproportionale Dämpfungskraft  $F_a = d_a \cdot \dot{x}_s$  mit  $d_a = d_p$  eingepreßt werden kann. Der Nachteil des höheren technischen Aufwandes der aktiv realisierten Dämpfung gegenüber der passiven Dämpfung hat den Vorteil, dass der aktive Dämpfungsfaktor  $d_a$  als Parameter dynamisch verändert werden kann, nicht von der

Temperatur abhängig und langzeitstabil ist. Im Gegensatz zur passiv erzeugten Dämpfung ist es möglich, die aktiv generierte Dämpferkraft  $F_a$  in Abhängigkeit messbarer Systemzustände beliebig adaptiv anzupassen. Das Systemverhalten kann mit der Differentialgleichung (2.2) beschrieben werden. Die passive Dämpferkraft  $d_p \cdot \dot{x}$  in (2.1) wird durch die aktiv regelbare Aktorkraft  $F_a = f(x)$  ersetzt.

$$m \cdot \ddot{x} + F_a(x) + k_p \cdot x = F \quad (2.2)$$

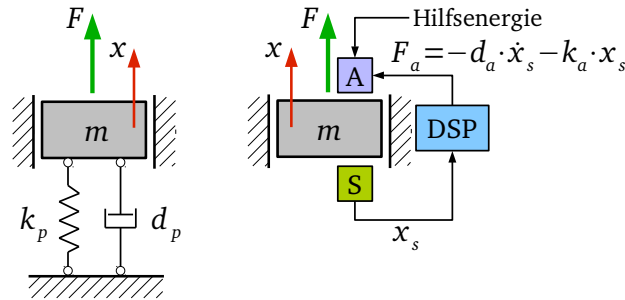
Bei der semiaktiven Dämpfung (Abbildung 2.4, rechts) wird ein entsprechender Dämpfer eingesetzt, dessen Dämpfungskonstante  $d_a$  leistungslos vom DSP in einem bestimmten Bereich variiert werden kann. Hier wird der Unterschied zur rein aktiven Dämpfung deutlich, denn es wird keine nennenswerte Hilfsenergie zur Krafterzeugung für den Aktor benötigt bzw. es ist keine Energie rückspeisbar, da nur die Eigenschaften des passiven Systems aktiv verändert werden. Anstelle des passiven Dämpfungsfaktors  $d_p$  in (2.1) wird der aktiv veränderbare Dämpfungsfaktor  $d_a = f(x)$  eingesetzt (2.3). Im Gegensatz zur aktiven Dämpfung kann nur der geschwindigkeitsproportionale Kraftanteil in Abhängigkeit von den messbaren Systemzuständen adaptiv angepasst werden.

$$m \cdot \ddot{x} + d_a(x) \cdot \dot{x} + k_p \cdot x = F \quad (2.3)$$

Ein Beispiel für ein aktives oder semiaktives System mit variabler Dämpfungskonstanten  $d_a(x)$  ist das allgemein bekannte Skyhook-Regelgesetz. Dieses Prinzip wurde hauptsächlich im Bereich der aktiven Fahrwerksregelung zur Verbesserung des Fahrkomforts weitreichend untersucht und angewendet ([38], [39]). Die Isolation der Schwingung des Aufbaus gegenüber der Fahrwerksbewegung wird dabei mit Hilfe eines festen Referenzwertes (virtuelle Aufhängung am Himmel) zur Positionsmessung anstatt der Lagedifferenz zwischen Fusspunkt und Aufbau realisiert.

### 2.2.2. Betrachtungen zur Steifigkeit

Die Steifigkeit des passiven Einmassenschwingers aus Abbildung 2.3 wird allein durch die passive Federkonstante  $k_p$  bestimmt. Jede Veränderung dieser Konstanten oder eine Änderung der Masse führt auch gleichzeitig zu einer Verschiebung der Ruhelage, vorausgesetzt äußere Kräfte werden vernachlässigt. Dies gilt allerdings nur für den vertikalen Schwinger da, wie schon erwähnt, in der Ruhelage für  $F = 0$  das Kräftegleichgewicht  $m \cdot g = k_p \cdot x$  herrscht. In Abbildung 2.5 ist der passive Einmassenschwinger im Vergleich zur aktiven elektromagnetischen Lagerung dargestellt, die auf Grund ihrer Konstruktion ein völlig berührungsloses Lager darstellt.



**Abbildung 2.5.** – Vergleich des passiven Einmassenschwingers (links) mit einer aktiven elektromagnetischen Lagerung (rechts)

Das Steifigkeits- und Dämpfungsverhalten wird beim aktiven Magnetlager von der Aktorkraft  $F_a(x)$  bestimmt, die in Abhängigkeit von der messbaren Zustandsgröße  $x$  vom DSP berechnet wird. Das aktive System kann mit Hilfe der Bewegungsdifferentialgleichung (2.4) für beliebige Aktorkraftverläufe  $F_a(x)$  beschrieben werden.

$$m \cdot \ddot{x} + F_a(x) = F \quad (2.4)$$

In Abbildung 2.5 (rechts) wurde beispielsweise die Kraftfunktion in Form der Differentialgleichung  $F_a = -d_a \cdot \dot{x}_s - k_a \cdot x_s$  realisiert. In diesem Fall beschreibt die Bewegungsdifferentialgleichung (2.5) das dynamische Verhalten der aktiv geregelten magnetischen Lagerung für diesen konkreten Fall.

$$m \cdot \ddot{x} + d_a \cdot \dot{x} + k_a \cdot x = F \quad (2.5)$$

Mit  $d_a = d_p = konst.$  und  $k_a = k_p = konst.$  besitzt das aktive magnetische Lager das gleiche Verhalten wie der passive Einmassenschwinger in Abbildung 2.5. Die Besonderheit der aktiven Realisierung in Abbildung 2.5 (rechts) ist jedoch die Möglichkeit, theoretisch jede beliebige Kraftfunktion  $F_a = f(x)$  zu implementieren. Das DSP ermöglicht es, die Parameter sehr schnell in Echtzeit anzupassen oder beispielsweise struktumschaltende Verfahren einzusetzen. Auf diese Weise können adaptive und nichtlineare Eigenschaften realisiert werden.

### 2.2.3. Betrachtungen im Frequenzbereich

Mit Hilfe der Differentialgleichung (2.1), welche das dynamische Verhalten des Einmassenschwingers beschreibt, ist es möglich, Betrachtungen zu den Kräfteverhältnissen im Frequenzbereich durchzuführen. Anhand des Signalflussplans in Abbildung 2.6, der aus der Differentialgleichung 2.1 resultiert, wurden die Übertragungsfunktionen (2.6), (2.7) und (2.8) abgeleitet.

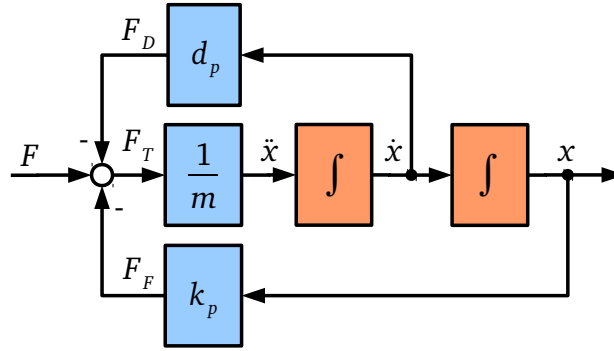


Abbildung 2.6. – Signalflussplan des Einmassenschwingermodells nach (2.1)

Die Trägheitskraft  $F_T$ , die Dämpferkraft  $F_D$  und die Federkraft  $F_F$  werden bezogen auf die äußere Erregerkraft  $F$  durch die Übertragungsfunktionen  $G_T(s)$  (2.6),  $G_D(s)$  (2.7) und  $G_F(s)$  (2.8) im Laplace-Bereich unter Verwendung des komplexen Frequenzparameters  $s = \sigma + j \cdot \omega$  beschrieben.

$$G_T(s) = \frac{F_T(s)}{F(s)} = \frac{m \cdot s^2}{m \cdot s^2 + d_p \cdot s + k_p} \quad (2.6)$$

$$G_D(s) = \frac{F_D(s)}{F(s)} = \frac{d_p \cdot s}{m \cdot s^2 + d_p \cdot s + k_p} \quad (2.7)$$

$$G_F(s) = \frac{F_F(s)}{F(s)} = \frac{k_p}{m \cdot s^2 + d_p \cdot s + k_p} \quad (2.8)$$

Die Parameter  $m$ ,  $d_p$  und  $k_p$  des charakteristischen Polynoms  $m \cdot s^2 + d_p \cdot s + k_p$  der Übertragungsfunktionen  $G_T(s)$ ,  $G_D(s)$  und  $G_F(s)$  bestimmen die Eigenfrequenz und die Dämpfung des Feder-Dämpfer-Systems. Durch Koeffizientenvergleich mit dem Nennerpolynom  $s^2 + 2 \cdot D \cdot \omega_0 \cdot s + \omega_0^2$  eines Schwingungsgliedes zweiter Ordnung ([40]) können die Dämpfung  $D$  (2.9) und die Kennkreisfrequenz  $\omega_0$  (2.10) berechnet werden.

$$D = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{m \cdot k_p}} \cdot d_p^2 \quad (2.9)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_p}{m}} \quad (2.10)$$

Bei einmaliger Anregung durch  $F$  würde die Masse  $m$  für  $d_p = 0$  bzw.  $D = 0$  mit der Eigenfrequenz  $f_e = f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$  ungedämpft schwingen. Liegt eine nennenswerte Dämpfung  $D > 0$  vor, so schwingt das System gedämpft mit der Eigenkreisfrequenz  $\omega_e < \omega_0$  (2.11). Das

Abklingen der Amplitude kann im Zeitbereich mit Hilfe der Abklingkonstanten  $\delta_a = -\omega_0 \cdot D$  der exponentiell abfallenden Hüllkurvenfunktion beschrieben werden. [40]

$$\omega_e = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - D^2} \quad (2.11)$$

Mit Hilfe der Frequenzgänge ist es möglich, Aussagen über die Kraftanteile im betrachteten Frequenzbereich zu treffen. Durch Anwendung des Endwertsatzes der Laplace-Transformation (2.12) kann direkt aus den Übertragungsfunktionen (2.6), (2.7) und (2.8) bestimmt werden, wie sich die Kräfte im niederfrequenten Bereich verteilen.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot f(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot G(s) \quad (2.12)$$

Mit  $h(s) = \frac{1}{s} \cdot G(s)$  als Laplace-Transformierte der Sprungantwort  $h(t)$  erhält man mit (2.12) den Grenzwert für  $t \rightarrow \infty$ , durch entsprechendes Einsetzen der Übertragungsfunktionen (2.6), (2.7) und (2.8) in (2.12).

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F_T(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{m \cdot s^2}{m \cdot s^2 + d_p \cdot s + k_p} = 0 \quad (2.13)$$

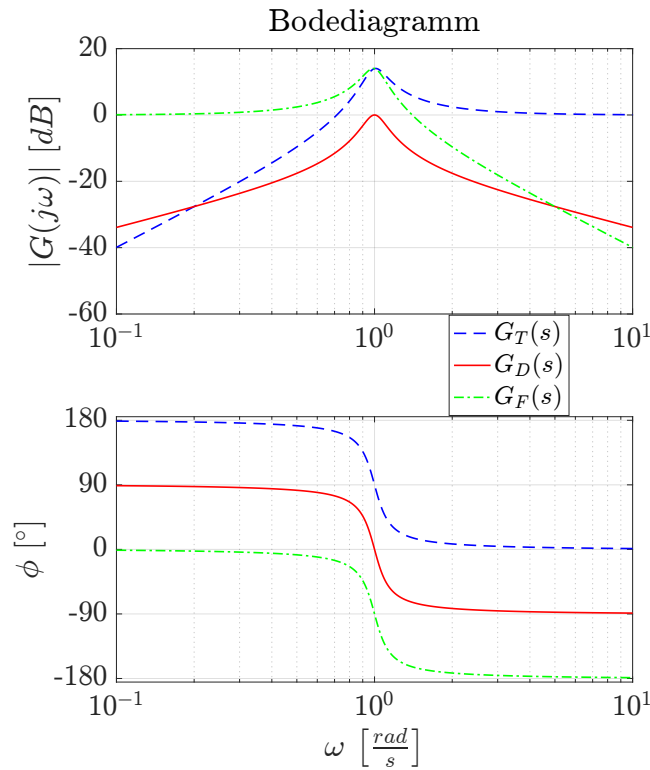
$$\lim_{t \rightarrow \infty} F_D(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{d_p \cdot s}{m \cdot s^2 + d_p \cdot s + k_p} = 0 \quad (2.14)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F_F(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{k_p}{m \cdot s^2 + d_p \cdot s + k_p} = 1 \quad (2.15)$$

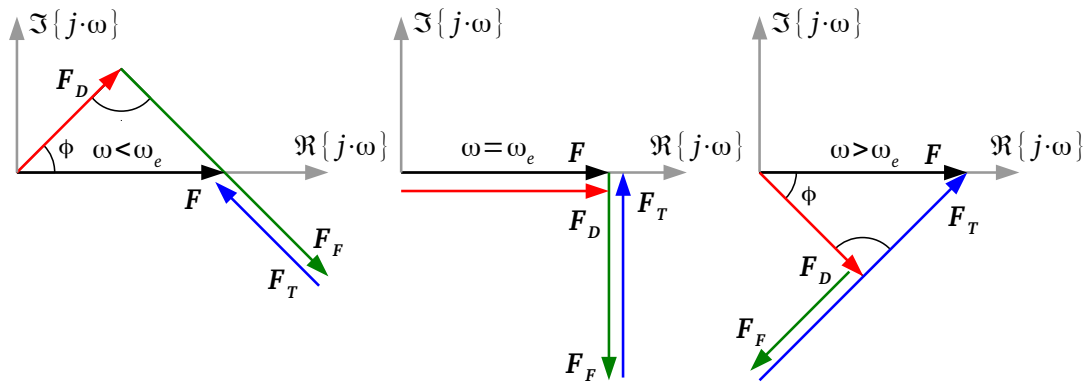
Aus den Grenzwerten (2.13) und (2.14) folgt, dass die Trägheitskraft  $F_T$  und Dämpferkraft  $F_D$  für den stationären Fall gegen null streben. Für  $\omega \rightarrow 0$  wirkt nach (2.15) die Federkraft  $F_F$  vollständig der konstanten äußeren Kraft  $F$  entgegen. Diese Aussage kann auch direkt aus dem Bodediagramm in Abbildung 2.7 entnommen werden, da für  $\omega \rightarrow 0$  die Amplitudenverstärkung  $A = |G_F(j \cdot \omega)| = 1 = 0 \text{ dB}$  beträgt.

Mit Hilfe des Bodediagramms in Abbildung 2.7 kann weiter abgelesen werden, dass im hochfrequenten Bereich  $\omega \rightarrow \infty$  die Trägheitskraft der Erregerkraft entgegenwirkt, wobei Feder- und Dämpferkraft gegen null streben. Im Bereich der Eigenfrequenz  $\omega = \omega_e$  kompensieren sich Federkraft und Trägheitskraft gegenseitig auf Grund ihrer Phasenlage zueinander, während die Dämpferkraft vollständig der Erregerkraft entgegenwirkt. Ohne dämpfende Kraftwirkung würde die Schwingungsamplitude für  $\omega = \omega_e$  über alle Maße ansteigen. Mit den Parametern der Simulation in Abbildung 2.7 ergibt sich eine Dämpfung von  $D = 0.1$  und eine Eigenkreisfrequenz von  $\omega_e = 0.995 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ , die nur geringfügig von der Kennkreisfrequenz  $\omega_0 = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  abweicht.





**Abbildung 2.7.** – Amplitudenverstärkung  $A$  und Phasenverschiebung  $\phi$  der Kraftanteile des Einmassenschwingers mit  $m = 30 \text{ kg}$ ,  $k_p = 30 \frac{\text{N}}{\text{m}}$  und  $d_p = 6 \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}}$  relativ zur äußeren Erregerkraft  $F$



**Abbildung 2.8.** – Qualitatives Zeigerdiagramm der Kräfte für drei unterschiedliche harmonische Anregungsfrequenzen  $\omega$  bei konstanter Erregerkraftamplitude  $F$

In Abbildung 2.8 sind die Kräfte  $F$ ,  $F_D$ ,  $F_F$  und  $F_T$  als Vektoren  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{F}_D$ ,  $\mathbf{F}_F$  und  $\mathbf{F}_T$ , deren Komponenten den Realteil  $\Re\{j \cdot \omega\}$  und den Imaginärteil  $\Im\{j \cdot \omega\}$  in der komplexen  $j\omega$ -Ebene bilden, für drei unterschiedliche harmonische Erregerfrequenzen  $\omega < \omega_e$ ,  $\omega = \omega_e$  und  $\omega > \omega_e$  abgebildet. Es ist erkennbar, dass der Vektor der Federkraft  $\mathbf{F}_F$  immer senkrecht auf dem Vektor der Dämpferkraft  $\mathbf{F}_D$  steht, während der Vektor der Trägheitskraft  $\mathbf{F}_T$  im-

mer entgegen der Wirkrichtung des Vektors der Federkraft  $\mathbf{F}_F$  gerichtet ist. Zwischen dem Vektor der Erregerkraft  $\mathbf{F}$  und dem Vektor der Dämpferkraft  $\mathbf{F}_D$  liegt der Winkel  $\phi$ , der die Phasenverschiebung der harmonischen Kraftverläufe zueinander angibt. Die absolut wirkenden Kräfte werden durch die Länge der Vektoren bzw. durch die Beträge  $F = |\mathbf{F}(j \cdot \omega)|$ ,  $F_D = |\mathbf{F}_D(j \cdot \omega)|$ ,  $F_F = |\mathbf{F}_F(j \cdot \omega)|$  und  $F_T = |\mathbf{F}_T(j \cdot \omega)|$  der Kraftvektoren beschrieben. Das Maximum der Aktorkraft  $F_D$  zur Dämpfung des Systems wird bei  $\omega = \omega_e$  maximal so groß wie die größte Amplitude der Erregerkraft  $F$ . Diese Aussage wurde schon in [41] als Feststellung zur Auslegung von Kraftaktoren formuliert und liegt darin begründet, dass sich Federkraft  $F_F$  und Trägheitskraft  $F_T$  auf Grund der Phasenlage von  $180^\circ$  zueinander bei gleicher Amplitude für  $\omega = \omega_e$  gegenseitig kompensieren.

### 2.3. Methoden der aktiven Schwingungsdämpfung

In diesem Abschnitt werden unterschiedliche Prinzipien der aktiven Schwingungsdämpfung am Beispiel eines mechatronischen Systems beschrieben. Zuvor erfolgt eine Klassifizierung mechanischer Schwingungen nach Art der Anregung und ihrer Entstehung [37], denn erst die Kenntnis der Schwingungsursache ermöglicht es, eine geeignete Methode zur Schwingungsdämpfung auszuwählen.

**Freie Schwingungen** - Eine einmalige äußere Anregung eines schwingungsfähigen Systems führt zu einer freien Schwingung, wenn dieses System nicht mehr unter der Wirkung dieser Anregungsquelle steht. Liegt die Dämpfung im Bereich  $0 < D \leq 1$ , dann schwingt dieses System solange mit der Eigenfrequenz  $\omega_e$ , bis die Schwingungsamplitude auf null abklingt. Überdämpfte Systems mit  $D > 1$  sind nicht frei schwingungsfähig.

**Fremderregte oder erzwungene Schwingungen** - Äußere Kräfte, die ständig auf ein System einwirken, führen zu fremderregten bzw. erzwungenen Schwingungen. Ein solches System schwingt in der Regel nicht mit seiner Eigenfrequenz.

**Selbsterregte Schwingungen** - Selbsterregte Schwingungen treten nur dann auf, wenn ein System zur Aufrechterhaltung seiner Eigenschwingung Energie aus einem Energiespeicher bezieht, also ein System mit positiver Rückkopplung und entsprechend hoher Kreisverstärkung zur Aufrechterhaltung der Schwingung. Der Van-der-Pol-Oszillator ist ein Beispiel für ein nichtlineares System, das selbsterregte Schwingungen in Form von Grenzyklen ausführt [42]. Bezüglich aktiver magnetischer Lagerungen ist diese Schwingungsart unerwünscht und tritt nur in Folge einer grenzstabilen bzw. instabilen Reglerkonfiguration auf.

**Parametererregte Schwingungen** - Parametererregte Schwingungen entstehen durch die zeitliche Änderung eines oder mehrerer Systemparameter. Es handelt sich in diesem Fall um ein System mit zeitvarianten Koeffizienten, deren Variation von äußeren Einflüssen abhängig ist.

Alle Schwingungsarten können naturgemäß auch überlagert auftreten, wodurch deren Kompensation wiederum durch die Überlagerung unterschiedlicher Kompensationsmethoden realisierbar ist.

### 2.3.1. Mechatronisches System als Grundlage

Im Folgenden soll ein geregeltes mechatronisches System zu Grunde liegen, welches den Ausgangspunkt der Betrachtungen zur aktiven Schwingungsdämpfung bildet. In Abbildung 2.9 ist der prinzipielle Aufbau eines solchen mechatronischen Systems dargestellt [10]. Das zu dämpfende System bildet den mechanischen Teil, dass über die Sensorik und Aktorik mit dem Regler gekoppelt ist. Dieser Regler ist Hauptbestandteil der Signalverarbeitung (DSP) und enthält Algorithmen zur Optimierung bzw. Stabilisierung des Gesamtsystems.

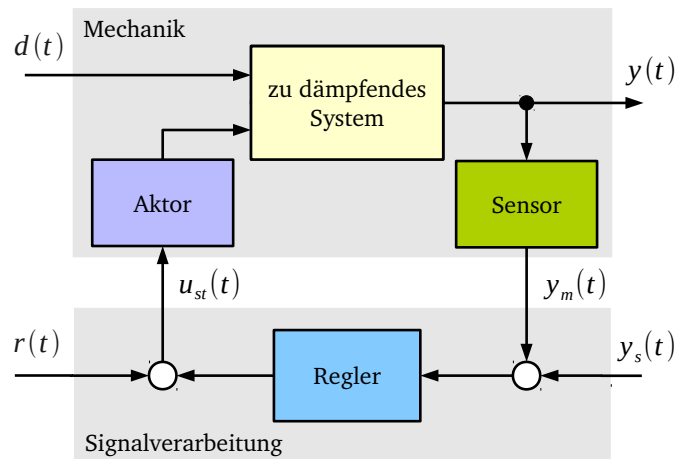


Abbildung 2.9. – Aufbau eines geregelten mechatronischen Systems nach [10]

Als interessierende Ausgangsgröße liegt in Abbildung 2.9 das Signal  $y(t)$  als ein Systemzustand vor, der sich mit Hilfe der Regelung in einem bestimmten stabilen Arbeitspunkt befindet. Mechanik und Signalverarbeitung sind über den Sensor durch das Messsignal  $y_m(t)$  und durch den Aktor mit dem Stellsignal  $u_{st}(t)$  gekoppelt. Die Aufschaltung des Sollwertes  $y_s(t)$  legt den Arbeitspunkt fest. Störgrößen wirken in Form des Signals  $d(t)$  von außen direkt auf den mechanischen Teil ein. Das ungestörte System mit  $d(t) = 0$  und  $r(t) = 0$  besitzt die stationäre Ruhelage  $y(t \rightarrow \infty) = y_s(t \rightarrow \infty)$ . Weiterhin wird der Regler niederfrequente Störungen  $d \neq 0$  ausregeln können, wobei sich hier bereits Optimierungsmöglichkeiten bezüglich der Störgrößenunterdrückung mit Hilfe der Freiheitsgrade des Reglers für  $r(t) = 0$  bieten. Die Aufgabe der aktiven Dämpfung besteht darin, ein Kompensationssignal  $r(t)$  in den Regelkreis einzuspeisen, sodass die Änderung der Regelgröße  $y(t)$  zu null wird (2.16). Damit ist eine teilweise oder vollständige Entlastung des Reglers von der Störgrößenausregelung erreichbar.

$$d(t) \neq 0 \quad \rightarrow \quad \frac{dy(t)}{dt} = 0 \quad (2.16)$$

Sind die Bedingungen in (2.16) erfüllt, so kann sogar von einer vollständigen Eliminierung der Störung  $d(t)$  bezüglich der Ausgangsgröße  $y(t)$  gesprochen werden.

### 2.3.2. Adaptive Gegensteuerung

In vielen Fällen werden periodische Störkräfte in Form von Vibrationen von rotierenden Maschinen hervorgerufen. Solche Störsignale verursachen erzwungene Schwingungen am Systemausgang  $y(t)$ , da der Regler nur stationäre Störgrößen vollständig ausregeln kann. Wenn es sich um periodische Signale handelt, dann ist deren Periodizität in den meisten Fällen durch ein Drehzahl- oder Triggersignal erfassbar oder direkt als Referenzsignal abgreifbar. Mit Hilfe dieses Referenzsignals ist es möglich, ein Kompensationssignal  $r(t)$  zu gewinnen, das zur aktiven Gegensteuerung in den Regelkreis eingespeist werden kann, um die Schwingung am Streckenausgang zu kompensieren.

Diese Methode wird in [43] als adaptive Gegensteuerung mit unabhängigem Referenzsignal beschrieben. Abbildung 2.10 zeigt das Schema der aktiven Gegensteuerung, angewendet auf das mechatronische System in Abbildung 2.9.

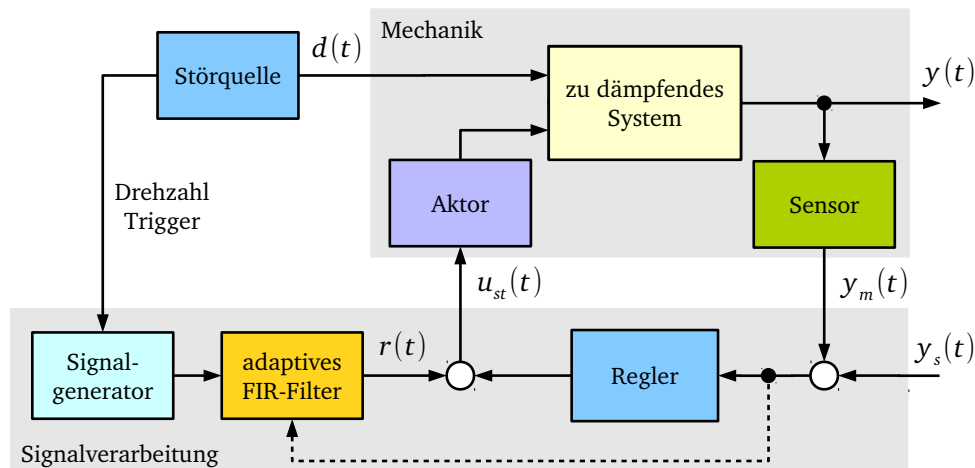


Abbildung 2.10. – Prinzip der adaptiven Gegensteuerung nach [43]

Mit Hilfe des Referenzsignals (Drehzahl, Trigger) wird ein frequenzgesteuerter Signalgenerator angesteuert, dessen Ausgangssignal über ein adaptives Filter mit endlicher Impulsantwort (FIR-Filter) mit dem Kompensationseingang  $r(t)$  gekoppelt ist. Das adaptive Filter ermöglicht die Anpassung der Amplitude und der Phasenlage an die im Regelkreis periodisch wirkende Störgröße. Unter der Voraussetzung, dass das adaptive Filter stabil ist, wird die Stabilität des Gesamtsystems nicht beeinträchtigt, da keine zusätzliche Rückkopplung entsteht [43]. Die Dynamik des Regelkreises und somit auch die Regelgüte bleiben unverändert.

### 2.3.3. Internes Störgrößenmodell

Eine weitere Möglichkeit, Störungen zu kompensieren, ist die Verwendung eines internen Störgrößenmodells. Dieses Modell wird in Reihe zum Regler geschaltet und wirkt wie ein Filter, das in der Lage ist, aus dem Zeitsignal am Eingang eine der Stellgröße überlagerte Störgrößenkompensation zu generieren (Abbildung 2.11). Dieses Verfahren ist jedoch nur dann vorteilhaft einsetzbar, wenn die Ursache der Störung bekannt ist. Erst die Identifikation der Störung ermöglicht es, ein internes Modell zu entwerfen, das die störende Komponente im Regelkreis filtert.

Beispielsweise beinhalten sogenannte resonante Regler ein Störmodell in Form einer künstlich implementierten Resonanzstelle, sodass bei einer bestimmten Anregungsfrequenz des Reglers eine oszillierende Stellgröße entsteht, die bei entsprechender Phasenverschiebung einer nicht-gewünschten schwingenden Störkomponente entgegenwirkt [44].

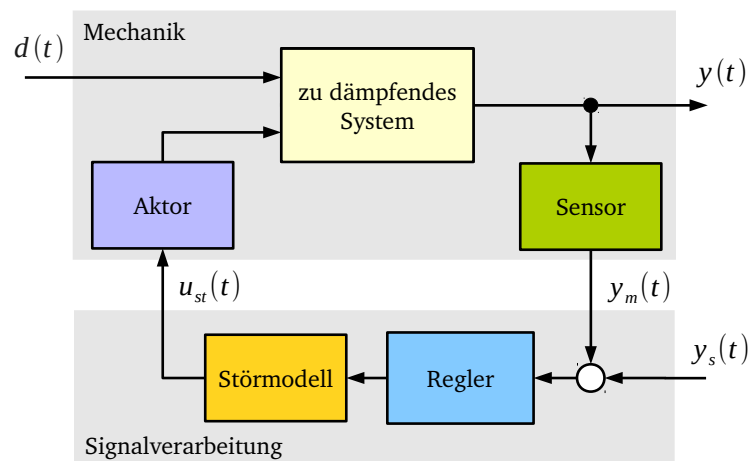


Abbildung 2.11. – Prinzip des internen Störgrößenmodells nach [43]

Dieses Prinzip wurde bereits zur aktiven Schwingungsdämpfung von Hubschrauberrotoren und der Tragregelung des Transrapids eingesetzt und gehört im Bereich der Unterhaltungselektronik bei CD-Spielern bzw. Festplatten zum Stand der Technik. ([45], [46])

### 2.3.4. Externes Störgrößenmodell

Wirkt das Störmodell, wie in Abbildung 2.12 abgebildet, auf den Reglerausgang parallel zum Regler, spricht man vom Prinzip des externen Störgrößenmodells. Ähnlich wie bei der adaptiven Gegensteuerung, ist das Störmodell wie ein Signalgenerator an den Regelkreis gekoppelt. Die Anpassung an die zu kompensierende Störung muss mit Hilfe eines Adaptionsverfahrens erfolgen. Diese Methode ist sehr gut geeignet für veränderliche Störgrößen und erlaubt eine einfachere Parametrierung als beim Einsatz des internen Störgrößenmodells. Die Robustheit und die Adaption wurden bisher jedoch nur wenig untersucht. [10]

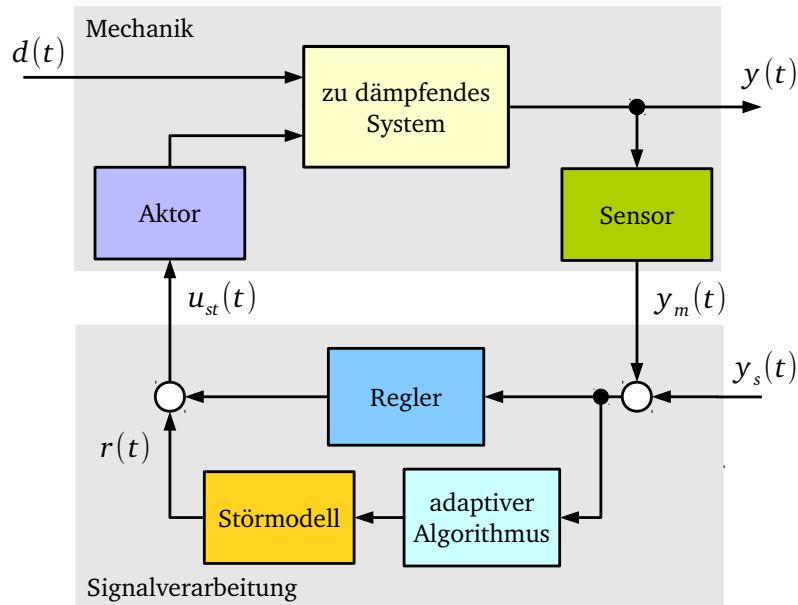


Abbildung 2.12. – Prinzip des externen Störgrößenmodells nach [43]

## 2.4. Methoden der Systemidentifikation

Mit Hilfe der Systemtheorie kann das statische und dynamische Verhalten technischer sowie auch nichttechnischer Systeme mathematisch beschrieben werden. Ein mathematisches Modell, das den Prozess ausreichend genau beschreibt, erhält man mittels experimenteller oder theoretischer Prozessanalyse. Dieses Modell muss hinsichtlich seiner Struktur und seinen zugeordneten Parametern ein ausreichend genaues Abbild des realen Verhaltens darstellen, um mit Hilfe einer Simulation Vorhersagen über das reale Systemverhalten treffen zu können. Die mathematischen Modelle können wie folgt je nach Art der Identifikation in drei Gruppen unterteilt werden [47].

**„schwarze“-Modelle (nichtparametrisch)** - Aus den Zusammenhängen zwischen Ein- und Ausgangsdaten erfolgt die Beschreibung des Systemverhaltens der nichtparametrischen Modelle. Dabei liegt keine konkrete Modellstruktur zugrunde, da das Verhalten beispielsweise allein durch die Gewichts- und Übergangsfunktion bzw. den Frequenzgang charakterisiert wird. Das Ein-/Ausgangsverhalten ist mittels experimenteller Messungen an der zu identifizierenden Anlage aufzunehmen.

**„graue“-Modelle (parametrisch)** - Ist es erforderlich die Systemparameter durch experimentelle Messungen zu identifizieren, muss eine passende Modellstruktur zugrunde liegen. Interessiert man sich nur für das reine Ein-/Ausgangsverhalten, dann kann diese Struktur beliebig sein und muss nicht den genauen physikalischen Gegebenheiten entsprechen. Demzufolge sind die identifizierten Parameter die Koeffizienten eines Glei-

chungssysteme, die keinen direkten physikalischen Bezug haben, aber dennoch das Systemverhalten vom Eingang zum Ausgang ausreichend genau beschreiben.

**„weiße“-Modelle (parametrisch)** - Die Beschreibung des Ein-/Ausgangsverhaltens wird bei diesen Modellen mit Hilfe von Gleichungen formuliert. Dies erfordert jedoch die Kenntnis der physikalischen Zusammenhänge und der zugehörigen physikalischen Parameter in Form von Koeffizienten eines Gleichungssystems, welches mit Hilfe der theoretischen Systemanalyse zu bestimmen ist.

Grundsätzlich lassen sich die parametrischen Modelle ineinander überführen. Auf diese Weise ist es möglich, unbekannte physikalische Parameter eines „weißen“-Modells mit Hilfe der Identifikation auf Basis „grauer“-Modelle durch Koeffizientenvergleich zu bestimmen. Andererseits ist es auch denkbar, eine komplexe physikalische Modellstruktur in die Form eines „grauen“-Modells zu überführen und in ihrer Systemordnung zu reduzieren. Dies ermöglicht die vereinfachte Anwendung von Reglerentwurfsmethoden und begünstigt die Ableitung bestimmter Systemeigenschaften.

### 2.4.1. Analyse stochastischer Vorgänge

Mit Hilfe der Analyse stochastischer Vorgänge zweier Messsignale ist es möglich, die Abhängigkeit der Signale voneinander zu bestimmen. Eine gezielte Nutzung der Korrelation der Ein- und Ausgangssignale eines zu identifizierenden Systems kann bei der Systemidentifikation erfolgen, um bestimmte Systemeigenschaften abzuleiten. Aus diesem Grund wird im Folgenden die Analyse stochastischer Vorgänge näher beschrieben, die später zur Signalanalyse und zur Identifikation mittels orthogonaler Korrelation von grundlegender Bedeutung sind.

In allen realen Sensorsignalen sind stochastische Signalstörungen in Form von Messrauschen enthalten. Diese Rauschprozesse sind regellose Signalanteile, die die physikalischen Grenzen der stationären Genauigkeit und des dynamischen Verhaltens in praktisch realisierten Regelungssystemen bestimmen. Da regellose Signalverläufe nicht analytisch beschreibbar sind, müssen zur Beurteilung der Rauschprozesse die statistischen Eigenschaften der Signale untersucht werden. Zur Beurteilung der Signaleigenschaften stationärer Prozesse lassen sich bereits durch Ablesen und durch Fehlerrechnung folgende bekannte einfache Kenngrößen des Signals  $x(t)$  in Form von Zahlenwerten angeben:

- Grenzwerte der Amplitude  $x_{min}$  und  $x_{max}$
- linearer Mittelwert  $\bar{x}$
- Streuung  $\sigma_x$

Aus einer Verteilungsfunktion  $P(x)$  des Signals  $x(t)$  können mit Hilfe der Verteilungsdichtefunktion  $p(x)$  (2.17), der Autokorrelationsfunktion  $\Phi_{xx}(\tau)$  (2.18) und der spektralen Leistungsdichte  $S_{xx}(\omega)$  (2.19) einem regellosen Signal  $x(t)$  analytische Funktionen zugeordnet

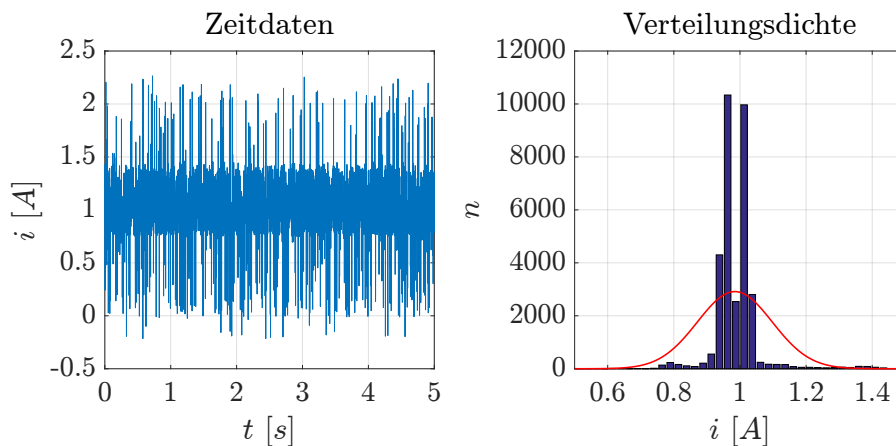
werden, die es ermöglichen, weitere statistische Kenngrößen abzuleiten [48]. Die Variable  $\tau$  definiert den zeitlichen Versatz zweier Signale zueinander.

$$p(x) = \frac{dP(x)}{dx} \quad (2.17)$$

$$\Phi_{xx}(\tau) = \lim_{T_p \rightarrow \infty} \frac{1}{2 \cdot T_p} \cdot \int_{-T_p}^{+T_p} x(t) \cdot x(t + \tau) \cdot dt \quad (2.18)$$

$$S_{xx}(\omega) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{xx}(\tau) \cdot e^{(j \cdot \omega \cdot \tau)} \cdot d\tau \quad (2.19)$$

Aus abgetasteten stationären Signalen mit fester Abtastrate kann durch Sortieren der Einzelmesswerte eine diskrete Verteilungsdichte dargestellt werden. Abbildung 2.13 zeigt beispielsweise den Zeitverlauf eines konstanten Stromsignals und die Verteilung der Messwerte.



**Abbildung 2.13.** – Statistische Auswertung eines gemessenen Stromsignals mit einem Abtastintervall von  $T_s = 150 \mu s$  und den Kenngrößen  $\bar{x} = 0,984$  A und  $\sigma_x = 0,113$  A.

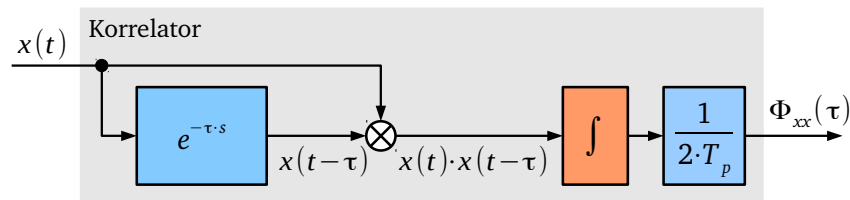
Im Fall einer normalverteilten Messgröße ist es möglich, durch Anwendung eines Least-Square-Verfahrens, eine diskrete Verteilungsdichte durch die analytische Gaussche Verteilungsdichtefunktion (2.20) anzunähern. Diese sogenannte Glockenkurvenfunktion ist in Abbildung 2.13 als kontinuierlicher Kurvenverlauf im Vergleich mit der diskreten Verteilungsdichte dargestellt.

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \sigma_x} \cdot e^{\left( -\frac{(x - \bar{x})^2}{2 \cdot \sigma_x^2} \right)} \quad (2.20)$$



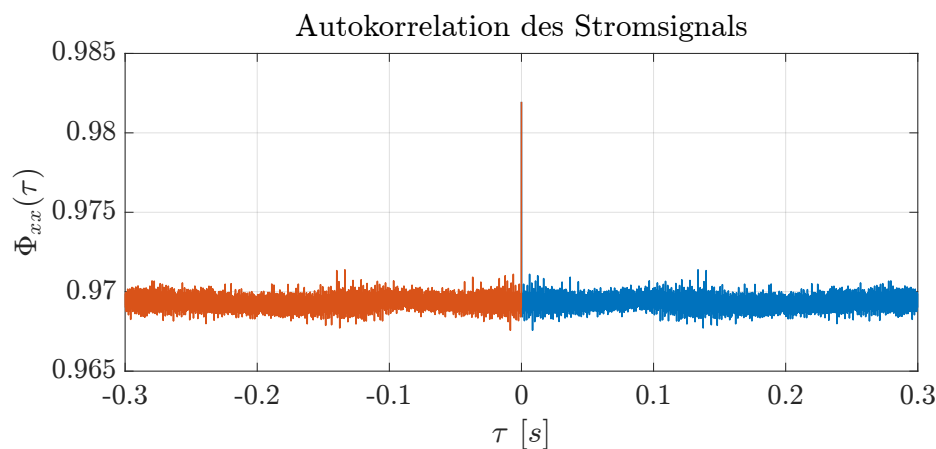
Die Parameter der Verteilungsdichtefunktion (2.20) sind die statistischen Kenngrößen Streuung  $\sigma_x$  bzw. Varianz  $\sigma_x^2$  und der lineare Mittelwert  $\bar{x}$ . Mit Hilfe der Varianz kann die Unabhängigkeit zweier Signale überprüft werden, wenn die Summe der Einzelvarianzen gleich der Varianz des Summensignals ist. Beispielsweise ist dadurch die Abhängigkeit der Varianz vom Arbeitspunkt bestimmbar. Existiert diese Abhängigkeit, so kann man schlussfolgern, dass eine systematische Störgröße im scheinbar regellosen Vorgang enthalten ist. ([48], [47])

Mit Hilfe der Autokorrelationsfunktion (2.18), die eine Zuordnung eines Signalverlaufes  $x(t)$  zu unterschiedlichen Zeitpunkten ermöglicht, können weitere Aussagen zu den inneren Zusammenhängen stochastischer Vorgänge getroffen werden. Die zeitliche Mittelung von  $-T_p$  bis  $+T_p$  der Produkte der Funktionswerte  $x(t)$ , die um  $\tau$  Zeiteinheiten auseinanderliegen, ergibt eine Kennfunktion, aus der man zu den bisherigen Kennzahlen zusätzliche Informationen des Signals erhält. Abbildung 2.14 zeigt eine Möglichkeit der Offline-Berechnung der Autokorrelation nach (2.18).



**Abbildung 2.14.** – Experimentelle Berechnung der Autokorrelation für einen festen Verschiebungszeitpunkt  $\tau$  nach (2.18)

Für rein regellose Signale liegt keine Kohärenz im Signalverlauf vor, was direkt im Verlauf der Autokorrelationsfunktion ablesbar ist. Ist im verrauschten Signal beispielsweise ein periodischer Vorgang enthalten, so spiegelt sich diese Periodizität in der Autokorrelationsfunktion wieder. Phasenbeziehungen werden durch den Korrelationsvorgang jedoch nicht bewertet. [48]



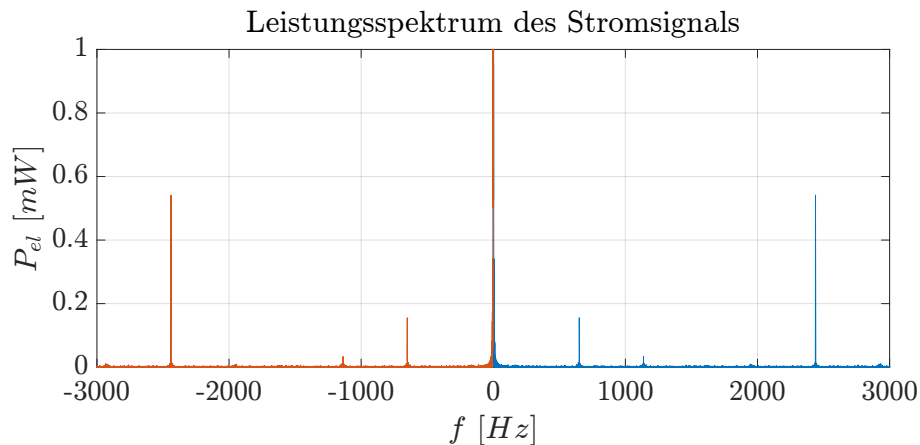
**Abbildung 2.15.** – Berechnete Autokorrelation des gemessenen Stromsignals aus Abbildung 2.13,  $\overline{x(t)^2} = 0.969 A^2$ ,  $\overline{x^2(t)} = 0.982 A^2$

Die Analyse des Stromsignals mittels Autokorrelation in Abbildung 2.15 ergibt eine minimale Kohärenzzeit von  $T_K = T_s = 150 \mu s$ . Das bedeutet, dass nach einer Zeitverschiebung von einem Abtastschritt die Kohärenz im Signal  $x(t)$  verloren geht. Als Grenzwerte der Autokorrelationsfunktion können der lineare Mittelwert  $\overline{x(t)} = 0.984 A$  nach (2.21) und der quadratische Mittelwert  $\overline{x^2(t)} = 0.982 A^2$  nach (2.22) berechnet werden.

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \Phi_{xx}(\tau) = \overline{x(t)}^2 \quad (2.21)$$

$$\Phi_{xx}(0) = \lim_{T_p \rightarrow \infty} \frac{1}{2 \cdot T_p} \cdot \int_{-T_p}^{+T_p} x(t)^2 \cdot dt = \overline{x^2(t)} \quad (2.22)$$

In Abbildung 2.15 deutet das leichte Auf- und Abschwelen der berechneten Werte von  $\Phi_{xx}$  auf ein im Rauschen verstecktes periodisches Verhalten hin. Eine Fourier-Analyse liefert hier tiefere Einblicke bezüglich der überlagerten harmonischen Signalanteile. Hierzu kann die spektrale Leistungsdichte (2.19) als Fourier-Transformierte der Autokorrelationsfunktion verwendet werden (Abbildung 2.16), um eine Zerlegung in alle periodischen Vorgänge in Form eines Leistungsspektrums darzustellen.



**Abbildung 2.16.** – Leistungsspektrum des gemessenen Stromsignals

Eine gleichverteilte Signalleistung über den gesamten Frequenzbereich entspricht dem idealen weißen Rauschen. Im dargestellten Spektrum des Stromsignals sind einzelne periodische Anteile mit relativ hoher Leistungsdichte enthalten. Daher lassen sich Rückschlüsse auf ein getaktetes Stellglied im Stromregelkreis oder äußere Störeinkopplungen ziehen. Hier ist zu prüfen, ob die spektralen Anteile im Frequenzbereich der Regelung liegen und ob diese gegebenenfalls durch geeignete Filterung minimiert werden können. Dabei ist jedoch immer zu berücksichtigen, dass durch zusätzliche Filter auch Phasenverschiebungen auftreten, die die Stabilität geregelter Systeme nachteilig beeinflussen können.

### 2.4.2. Systemidentifikation mittels orthogonaler Korrelation

Betrachtet man das Ein- und Ausgangssignal eines Systems, so wird das Ausgangssignal  $y(t)$  in Relation zum Eingangssignal  $x(t)$  eine veränderte Signalform besitzen. Ein Vergleich dieser beiden Signale, deren Zusammenhänge sich offensichtlich aus den Systemeigenschaften ergeben, ermöglicht es, dieses System zu charakterisieren. Die Korrelation zweier Signale  $x(t)$  und  $y(t)$  wird als Kreuzkorrelationsfunktion  $\Phi_{xy}(\tau)$  bezeichnet und kann wie folgt berechnet werden (2.23).

$$\Phi_{xy}(\tau) = \lim_{T_p \rightarrow \infty} \frac{1}{2 \cdot T_p} \cdot \int_{-T_p}^{+T_p} x(t) \cdot y(t + \tau) \cdot dt \quad (2.23)$$

Mit Hilfe der Kreuzkorrelationsfunktion  $\Phi_{xy}(\tau)$  wird die gegenseitige statistische Abhängigkeit der Signale  $x(t)$  und  $y(t)$  beschrieben. Im Gegensatz zur Autokorrelationsfunktion enthält die Kreuzkorrelationsfunktion noch eine bestimmte relative Phaseninformation, was bewusst zur Systemanalyse genutzt wird [48].

Will man die Systemeigenschaften aus gemessenen Ein- und Ausgangssignalen bestimmen, so sollten nur solche Eingangssignale benutzt werden, deren Form durch lineare Übertragungssysteme mit konstanten Koeffizienten im eingeschwungenen Zustand nicht verändert werden. Harmonische Schwingungen besitzen genau diese Eigenschaften. Auf Grund ihrer Periodizität mit der Periodendauer  $T_p$  wird die Kreuzkorrelationsfunktion wie folgt berechnet (2.24).

$$\Phi_{xy}(\tau) = \frac{2}{T_p} \cdot \int_0^{\frac{T_p}{2}} x(t) \cdot y(t + \tau) \cdot dt \quad (2.24)$$

Amplitudenverstärkung und Phasenverschiebung eines Übertragungssystems lassen sich für eine bestimmte Frequenz aus zwei Punkten der Kreuzkorrelationsfunktion berechnen. Zur Identifikation ist es also nicht nötig, die Funktionswerte der Kreuzkorrelationsfunktion für alle Werte von  $\tau$  zu bestimmen. Voraussetzung ist, dass sich das System für die Messfrequenz  $\omega$  im eingeschwungenen Zustand befindet. Der Realteil  $\Re\{G(j \cdot \omega)\}$  der komplexen Übertragungsfunktion  $G(j \cdot \omega)$  ist proportional zum Funktionswert der Kreuzkorrelationsfunktion  $\Phi_{xy}(0)$  und lässt sich mit Hilfe von (2.25) berechnen. Für den Imaginärteil  $\Im\{G(j \cdot \omega)\}$  wird der negative Funktionswert der Kreuzkorrelationsfunktion zum Zeitpunkt  $\tau = \frac{T_p}{4}$  benötigt (2.26). [47]

$$\Re\{G(j \cdot \omega)\} = \frac{2 \cdot \Phi_{xy}(0)}{u_0^2} = \frac{2}{n \cdot T_p \cdot u_0} \cdot \int_0^{n \cdot T_p} y(t) \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot dt \quad (2.25)$$

$$\Im\{G(j \cdot \omega)\} = \frac{2 \cdot \Phi_{xy} \left( \frac{T_p}{4} \right)}{u_0^2} = -\frac{2}{n \cdot T_p \cdot u_0} \cdot \int_0^{n \cdot T_p} y(t) \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot dt \quad (2.26)$$

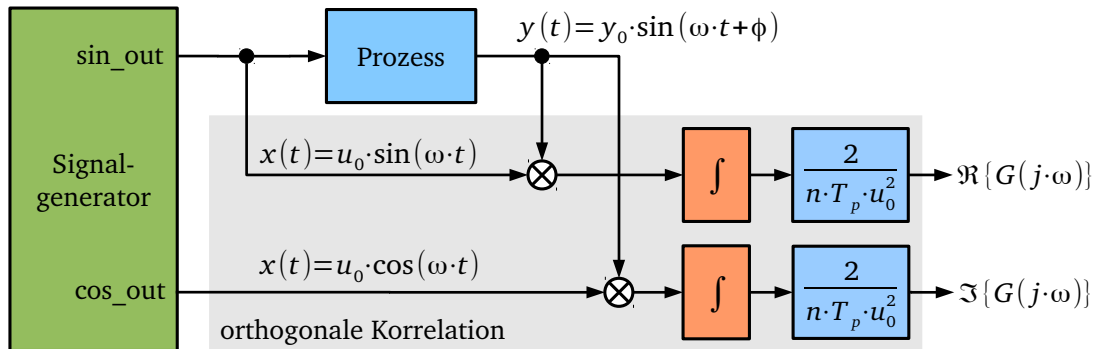


Abbildung 2.17. – Messanordnung des orthogonalen Korrelationsverfahrens

Eine Messanordnung zur On- und Offline-Identifikation ist in Abbildung 2.17 dargestellt. Mit Hilfe eines Signalgenerators werden die Testsignale erzeugt, sodass durch Integration der Messsignale über  $n \cdot T_p$  Perioden Realteil  $\Re\{G(j \cdot \omega)\}$  und Imaginärteil  $\Im\{G(j \cdot \omega)\}$  direkt berechnet werden können. Dieses Verfahren bietet eine gute Störsignalunterdrückung und eine hohe Genauigkeit, bedingt durch die Integration über mehrere Perioden. Nachteilig ist jedoch die große Messdauer und die relativ große zu speichernde Datenmenge bei Frequenzgangmessungen, da für jeden Messpunkt mehrere Perioden im eingeschwungenen Zustand aufgenommen werden müssen.

### 2.4.3. Online Parameteridentifikation

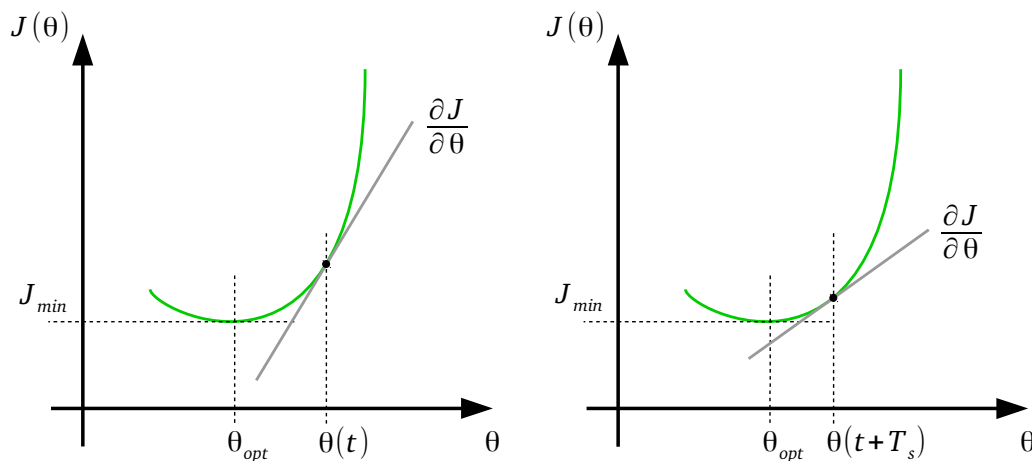
Unbekannte oder unzureichend genau bekannte Systemparameter erfordern Identifikationsverfahren, die geeignet sind, unter Einhaltung vorgegebener Prozessbedingungen, eine zuverlässige Schätzung der gesuchten Parameter zu garantieren. Die Identifikation von Systemparametern zur Laufzeit eines Prozesses wird als Online-Parameteridentifikation bezeichnet. Im Gegensatz zur Offline-Identifikation liegen die Messdaten zum Zeitpunkt der Parameterberechnung nicht vollständig vor, sondern werden erst im laufenden Prozess gesammelt. Ein schrittweise rekursiv arbeitender Algorithmus errechnet aus gegebenen Anfangswerten konvergente Schätzwerte der gesuchten Parameter. In Abhängigkeit von der Abtast- und Lernrate stellt sich bei der Online-Identifikation eine bestimmte Konvergenzgeschwindigkeit ein, infolgedessen sich ein dynamisches Verhalten für die Schätzung ergibt.

Grundsätzlich sind mit dieser Identifikationsmethode adaptive Regelungen realisierbar, die sich durch eine gleichbleibende Regelgüte bei zeitvarianten Regelstreckenparametern auszeichnen. Ein adaptives Regelungskonzept für Magnetlager entwickelte Dreyschulte in seiner Arbeit [26] und testete es am RTP1.

Eine hohe Genauigkeit der Schätzwerte wird genau dann erreicht, wenn der Schätzfehler gegen null strebt. Zur Beurteilung des zeitabhängigen Fehlersignals  $e(t)$  dient eine Gütefunktion  $J(t)$  (2.27), die eine vorzeichenunabhängige Bewertung des Fehlers erlaubt.

$$J(t) = \frac{1}{2} \cdot e(t)^2 \quad (2.27)$$

Durch die Quadrierung des Schätzfehlers  $e(t)$  heben sich positive und negative Abweichungen in der Bewertung nicht gegenseitig auf. Als Ergebnis resultiert  $J(t)$  als ein Bewertungsmaß des Schätzfehlers. Diese Funktion ist stets positiv und besitzt bezüglich ihrer Parameterabhängigkeit ein oder mehrere untere Extremwerte. Ausgehend von vorgegebenen Startwerten der zu schätzenden Parameter gilt es, den unteren Extremwert iterativ zu finden. Die Systemparameter müssen in die Richtung schrittweise verändert werden, dass das Gütemaß  $J(t)$  so klein wie möglich wird. Dazu kann beispielsweise das Gradientenverfahren [49] benutzt werden, welches in Abbildung 2.18 zur Schätzung eines Parameters  $\theta$  für zwei unterschiedliche Zeitpunkte dargestellt ist.



**Abbildung 2.18.** – Gradientenverfahren für eine Gütefunktion in Abhängigkeit vom Parameter  $\theta$  zu den Zeitpunkten  $t$  (links) und  $t + T_s$  (rechts)

Wenn  $J$  eine Funktion des Parameters  $\theta$  ist, dann ist die partielle Ableitung nach diesem Parameter  $\frac{\partial J}{\partial \theta}$  die Empfindlichkeit bezüglich der Parameteränderung  $d\theta$ . Beginnend vom Anfangswert wird der Parameter mit der entsprechenden Empfindlichkeit in einer festgelegten Schrittweite  $\gamma$  so geändert, dass sich  $J$  verringert. Nach jedem Iterationsschritt  $T_s$  muss der aktuelle Funktionswert der Gütefunktion neu berechnet werden. Der neue Schätzwert  $\theta_{k+1}$  des Parameters zum Zeitpunkt  $t + T_s$  ergibt sich aus dem aktuellen Schätzwert  $\theta_k$ , verringert um das Produkt der Lernrate  $\gamma$  und der Ableitung des Gütefunktional an der Stelle  $\theta_k$  zum Zeitpunkt  $t$  in (2.28) mit  $k$  als aktuellen Abtastschritt.

$$\theta_{k+1} = \theta_k - \gamma \cdot \left. \frac{\partial J_k}{\partial \theta_k} \right|_t \quad (2.28)$$

Die Parameterschätzung konvergiert genau dann gegen den gesuchten Parameter, wenn sich die Empfindlichkeit  $\frac{\partial J}{\partial \theta}$  zunehmend verringert und im Minimum der Gütefunktion den Wert null erreicht. Durch die Überführung der zeitdiskreten Berechnung (2.28) in den kontinuierlichen Zeitbereich (Grenzübergang  $T_s \rightarrow 0$ ) folgt der Zusammenhang (2.29).

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \cdot \left. \frac{\partial J}{\partial \theta} \right|_t = -\gamma \cdot \left. \frac{\partial J}{\partial e} \right|_t \cdot \left. \frac{\partial e}{\partial \theta} \right|_t \quad (2.29)$$

Für  $J$  kann nun die Gütefunktion (2.27) eingesetzt werden, woraus sich der folgende Schätzalgorithmus (2.30) ergibt. Zum besseren Verständnis zeigt Abbildung 2.19 die Gleichung (2.30) in Form eines Signalflussplanes.

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \cdot e \cdot \left. \frac{\partial e}{\partial \theta} \right|_t \quad (2.30)$$

Bei mehreren Parametern muss dieser Algorithmus getrennt für jeden der zu schätzenden Parameter implementiert werden. Am Eingang wird der Modellfehler  $e$  und dessen Empfindlichkeit  $\frac{\partial e}{\partial \theta}$  bezüglich einer Parameteränderung benötigt. Die Lernrate kann variabel mit dem Faktor  $\gamma$  gewählt werden, wodurch die Dynamik des Schätzalgorithmus einstellbar ist.

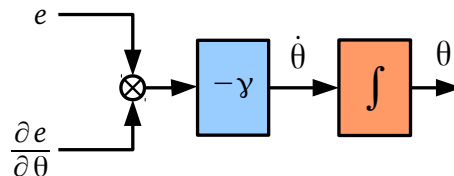


Abbildung 2.19. – Signalflussplan des Schätzalgorithmus (2.30)

## 2.5. Aufbau und Funktionsweise von Magnetlagern

Der Rotor eines aktiv magnetisch gelagerten Rundtisches muss kontaklos innerhalb des Luftspaltes mit Hilfe elektromagnetischer Aktoren in mehreren Freiheitsgraden stabil positioniert werden. In guter Näherung kann der Rotor dabei als Starrkörper betrachtet werden, dessen räumliche Lage durch die Sensorsignale  $s_n$  eindeutig erfassbar sein muss. Die Abbildung des Vektors der Sensorsignale  $\mathbf{x}_s$  auf den generalisierten Lagevektor des Rotors  $\mathbf{x}_q$  in einem starren Koordinatensystem beschreibt das Gleichungssystem (2.31).

Aus der freien Positionierbarkeit des Rotors im dreidimensionalen Luftspaltraum resultieren drei translatorische Freiheitsgrade  $x_x$ ,  $x_y$  und  $x_z$  sowie drei rotatorische Freiheitsgrade  $\phi_x$ ,  $\phi_y$

und  $\phi_z$ . Diese sechs Freiheitsgrade bilden die Komponenten des generalisierten Lagevektors  $\mathbf{x}_q$  in (2.31).

$$\underbrace{\begin{pmatrix} x_x \\ x_y \\ x_z \\ \phi_x \\ \phi_y \\ \phi_z \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_q} = \mathbf{J}_{SB} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ s_{n-1} \\ s_n \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_s} \quad (2.31)$$

Die Transformationsmatrix  $\mathbf{J}_{SB}$  in (2.31) ordnet den generalisierten Koordinaten des Lagevektors  $\mathbf{x}_q$  die entsprechenden Sensorsignale bzw. Sensorsignalteile zu und ist somit abhängig von der räumlichen Einbaulage der Sensoren im Statorgehäuse relativ zum statorfesten Koordinatensystem. Damit die Rotorlage eindeutig bestimmbar ist, muss die Anzahl der Sensoren mindestens genauso groß sein wie die Anzahl der Freiheitsgrade. Für den Fall, dass die Anzahl  $n$  der Sensorsignale größer als die Anzahl der zu bestimmenden Rotorkoordinaten ist, ergibt sich eine Überbestimmtheit des Gleichungssystems (2.31) und die Transformationsmatrix  $\mathbf{J}_{SB}$  ist nichtquadratisch.

Mit Hilfe der Pseudoinversen  $\mathbf{P}^+$  (2.32) einer allgemeinen nichtquadratischen Matrix kann die invertierte Matrix  $\mathbf{J}_{SB}^{-1}$  (2.33) gebildet werden. Dabei wird die Überbestimmtheit genutzt, um Messfehler mit Hilfe eines quadratischen Gütemaßes zu minimieren. [40]

$$\mathbf{P}^+ = \left( \mathbf{P}^T \cdot \mathbf{P} \right)^{-1} \cdot \mathbf{P}^T \quad (2.32)$$

$$\mathbf{x}_s = \underbrace{\left( \mathbf{J}_{SB}^T \cdot \mathbf{J}_{SB} \right)^{-1} \cdot \mathbf{J}_{SB}^T}_{\mathbf{J}_{SB}^{-1}} \cdot \mathbf{x}_q \quad (2.33)$$

$$\mathbf{J}_{BS} = \mathbf{J}_{SB}^{-1} \quad (2.34)$$

Aus dem Lagevektor  $\mathbf{x}_q$  des Rotors können die Luftspalte  $s_{M_n}$  der Magnetaktoren mit Hilfe der Transformationsmatrix  $\mathbf{J}_{BA}$  (2.35) und dem Magnetluftspaltvektor  $\mathbf{x}_m$  berechnet werden, um die Wegabhängigkeit der Aktorkräfte zu bestimmen. Dies erfolgt analog zur Transformation der Sensorsignale in Abhängigkeit von der geometrischen Anordnung der Magnetaktoren im Statorgehäuse.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} s_{M_1} \\ s_{M_2} \\ \cdot \\ \cdot \\ s_{M_{(n-1)}} \\ s_{M_n} \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_m} = \mathbf{J}_{BA} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} x_x \\ x_y \\ x_z \\ \phi_x \\ \phi_y \\ \phi_z \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_q} \quad (2.35)$$

Bei der Koordinatentransformation von Kräften und Drehmomenten ist die Invarianz der mechanischen Leistung  $P_m$  zu berücksichtigen, die als skalare Größe durch das Produkt von Kraft  $F$  und Geschwindigkeit  $v$  bzw. Drehmoment  $M$  und Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  definiert ist. Im generalisierten Koordinatensystem kann die mechanische Leistung des Rotors mit den an den Rotor angreifenden Kräften  $F_x$ ,  $F_y$  und  $F_z$  und Drehmomenten  $M_x$ ,  $M_y$  und  $M_z$  des Rotorkraftvektors  $\mathbf{F}_q$  durch  $\mathbf{F}_q^T \cdot \dot{\mathbf{x}}_q$  berechnet werden. Auf Grund der Leistungsinvarianz (2.36) müssen die Magnetaktoren die gleiche mechanische Leistung  $\mathbf{F}_a^T \cdot \dot{\mathbf{x}}_m$  aufbringen, wobei der Kraftvektor  $\mathbf{F}_a$  durch die an den Rotor angreifenden Aktorkräfte  $F_{a_n}$  gebildet wird.

$$P_m = \mathbf{F}_q^T \cdot \dot{\mathbf{x}}_q = \mathbf{F}_a^T \cdot \dot{\mathbf{x}}_m \quad (2.36)$$

Mit der mechanischen Leistung (2.36) und der Transformationsbeziehung (2.35) ist es möglich, den Zusammenhang (2.39) abzuleiten.

$$\mathbf{F}_q^T \cdot \dot{\mathbf{x}}_q = \mathbf{F}_a^T \cdot \mathbf{J}_{BA} \cdot \dot{\mathbf{x}}_q \quad (2.37)$$

$$\mathbf{F}_q^T = \mathbf{F}_a^T \cdot \mathbf{J}_{BA} \quad (2.38)$$

$$\mathbf{F}_q = \underbrace{\mathbf{J}_{BA}^T}_{\mathbf{J}_{ABF}} \cdot \mathbf{F}_a \quad (2.39)$$

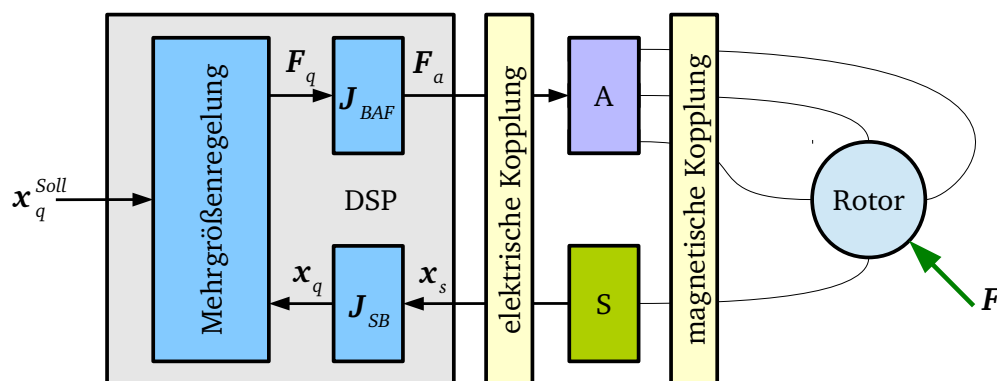
Die Transformation (2.39) erlaubt es, mit Hilfe des Vektors der Aktorkräfte  $\mathbf{F}_a$  die generalisierten Kräfte und Momente des Vektors  $\mathbf{F}_q$  direkt zu berechnen. Im Folgenden wird die Transponierte von  $\mathbf{J}_{BA}$  als  $\mathbf{J}_{ABF}$  bezeichnet, da sie zur Transformation von Kräften und Momenten verwendet wird (2.40).



$$\underbrace{\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}}_{\mathbf{F}_q} = \mathbf{J}_{ABF} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} F_{a_1} \\ F_{a_2} \\ \cdot \\ \cdot \\ F_{a_n} \end{pmatrix}}_{\mathbf{F}_a} \quad (2.40)$$

Zur berührungslosen Absolutwertmessung der Rotorlage werden bei Magnetlagern kapazitive, induktive oder optische Messverfahren verwendet. Dabei bestimmen die Messgenauigkeit und die Messgeschwindigkeit, wie gut die Regelbarkeit und die erreichbare Regelgüte des Gesamtsystems sind. Stehen großen Aktorkräften nur kleine Luftspalte gegenüber, so sind die Anforderungen an die Messgeschwindigkeit und die Regelgüte besonders hoch.

Abbildung 2.20 zeigt den schematischen Aufbau einer aktiven elektromagnetischen Lagerung. Die Rotorkräfte werden durch elektromagnetische Aktoren (A) erzeugt und wirken den äußeren Störkräften entgegen. Im DSP erfolgt die Signalverarbeitung der Sensorik (S), die Sollwertvorgabe  $\mathbf{x}_q^{Soll}$  und die Berechnung der Kraftansteuerung  $\mathbf{F}_a$ . An die zeitdiskrete Mehrgrößenregelung wird die Anforderung gestellt, die Lage des Rotors in allen Freiheitsgraden unabhängig von äußeren Störungen zu stabilisieren.



**Abbildung 2.20.** – Schematischer Aufbau einer aktiven elektromagnetischen Lagerung mit mehreren Freiheitsgraden

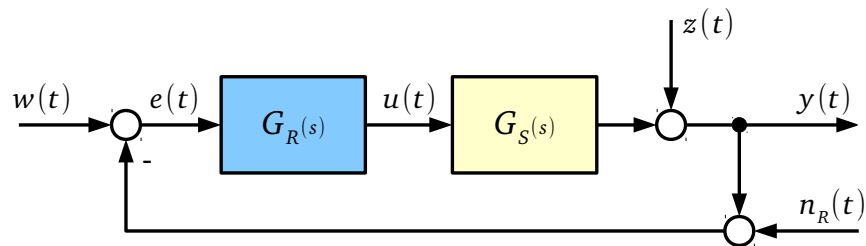
In Abbildung 2.21 ist der Signalflussplan eines aktiven Magnetlagers mit der Rotormasse  $m$  als Punktmasse in einem Freiheitsgrad dargestellt. Die Rückführungen der an der Punktmasse angreifenden Dämpferkraft  $F_D$ , der Federkraft  $F_F$  und der Kompensationskraft  $F_K$  werden aktiv durch das Echtzeitrechnersystem erzeugt. Anstelle von Feder und Dämpfer des Einmassenschwingers realisiert der Echtzeitrechner diese Funktion mit Hilfe der Sensorik und



vorgegeben werden können. Hierdurch wird einer der bereits erwähnten Vorteile aktiver magnetischer Lagerungen deutlich. Dämpfung und Steifigkeit sind in einem begrenzten stabilen Arbeitsbereich frei einstellbar. Einschränkungen bei der Parameterwahl entstehen durch das Messrauschen, die Stellgrößenbeschränkung sowie die begrenzte Abtastrate. Dabei gilt es, die Reglerparameter so zu optimieren, dass stets ein stabiles und robustes Regelverhalten gegenüber äußerer Störkräfte und gegenüber Parameteränderungen erreicht wird.

## 2.6. Optimierung des dynamischen Verhaltens

Aus dem vorangegangenen Abschnitt folgt, dass das statische und dynamische Verhalten aktiver magnetischer Lagerungen maßgeblich durch den Regelalgorithmus definiert wird. Betrachtet man die Rückführungen in Abbildung 2.21, so stellt sich die Frage: “Welcher Parametersatz  $(d_a, k_a, h_a)$  führt zum optimalen Regelverhalten?”. Es sind also mindestens drei Parameter pro Freiheitsgrad optimal einzustellen. Abbildung 2.22 zeigt den zu optimierenden einschleifigen Standardregelkreis mit allen relevanten Regelkreissignalen.



**Abbildung 2.22.** – Einschleifiger Regelkreis mit Regler  $G_R(s)$  und Strecke  $G_S(s)$  und den Signalen Sollwert  $w(t)$ , Regelabweichung  $e(t)$ , Stellgröße  $u(t)$ , Störgröße  $z(t)$ , Regelgröße  $y(t)$  und Messrauschen  $n_R(t)$

Zur Lösung dieser Problemstellung muss das Regelungsziel formuliert werden. Folgende Anforderungen werden an die Regelung der Rotorlage gestellt [50]:

- Einhaltung der Stabilität des Gesamtsystems durch eine ausreichend große Phasenreserve
- optimales Führungs- bzw. Folgeverhalten
- optimale Ausregelung von Störkräften oder allgemeinen Störgrößen
- bestmögliche Unterdrückung des Messrauschens und minimale Regelabweichung
- robustes Regelverhalten gegenüber Parameteränderungen

Die optimale Ausregelung von Störgrößen ist gleichzusetzen mit größtmöglicher statischer und dynamischer Steifigkeit der Lagerung. Das bedeutet die Störübertragungsfunktion  $G_Z(s)$  soll im idealen Fall zu null werden (2.43).

$$G_Z(s) = \frac{y(s)}{z(s)} = \frac{1}{1 + G_R(s) \cdot G_S(s)} = 0 \quad (2.43)$$

Einerseits treten äußere Störungen auf, andererseits können sich auch Streckenänderungen auf das Verhalten des geschlossenen Regelkreises auswirken. Wie stark dieser Einfluss ist, wird als Empfindlichkeit bzw. Robustheit des Regelkreises bezeichnet. Betrachtet man das Führungsverhalten des geschlossenen Regelkreises (2.44) bei differentiell kleinen Änderungen der Regelstrecke  $dG_S(s)$ , lässt sich die Formulierung (2.45) aufstellen.

$$G_W(s) = \frac{y(s)}{w(s)} = \frac{G_R(s) \cdot G_S(s)}{1 + G_R(s) \cdot G_S(s)} \quad (2.44)$$

$$\frac{dG_W(s)}{dG_S(s)} = \frac{G_R(s)}{(1 + G_R(s) \cdot G_S(s))^2} \quad (2.45)$$

Zur einfacheren Darstellung der Empfindlichkeit wird der Logarithmus der Übertragungsfunktionen in (2.45) verwendet und man erhält (2.46).

$$\frac{d(\log[G_W(s)])}{d(\log[G_S(s)])} = \frac{\frac{dG_W(s)}{G_W(s)}}{\frac{dG_S(s)}{G_S(s)}} = \frac{dG_W(s)}{dG_S(s)} \cdot \frac{G_S(s)}{G_W(s)} = \frac{1}{1 + G_R(s) \cdot G_S(s)} \quad (2.46)$$

Aus (2.46) folgt, dass die Empfindlichkeitsfunktion  $S(s)$  äquivalent zur Störübertragungsfunktion  $G_Z(s)$  (2.47) ist. [51]

$$S(s) = \frac{1}{1 + G_0(s)} = G_Z(s) \quad (2.47)$$

Die Übertragungsfunktion  $G_0(s)$  (2.48) beschreibt das Verhalten des offenen Regelkreises und spielt beim Reglerentwurf und bei Stabilitätsuntersuchungen eine wichtige Rolle.

$$G_0(s) = G_R(s) \cdot G_S(s) \quad (2.48)$$

Mit Hilfe der Empfindlichkeitsfunktion können unterschiedliche Aussagen über das Regelkreisverhalten getroffen werden:

- $S(s)$  entspricht der Störübertragungsfunktion  $G_Z(s)$  (2.47)
- $S(s)$  beschreibt die Abweichungsübertragungsfunktion  $G_E(s) = \frac{e(s)}{w(s)}$
- $S(s)$  ist gleichzusetzen mit dem dynamischen Regelfaktor  $R(s) = \frac{e(s)|_{mit G_R}}{e(s)|_{ohne G_R}}$

Der dynamische Regelfaktor  $R(s)$  gibt die Wirksamkeit der Regelung im Vergleich zur reinen Steuerung an. Er beschreibt das Verhältnis der auftretenden Regelabweichungen mit und ohne Regelung.

Anforderungen an das Führungsverhalten sind hohe Positioniergenauigkeit und hohe Positioniergeschwindigkeit im Sinne eines guten dynamischen Übergangsverhaltens. Diese Forderungen werden dann ideal erfüllt, wenn der Betrag der Führungsübertragungsfunktion  $G_W(j \cdot \omega)$  (2.44) über den gesamten Frequenzbereich  $\omega$  konstant und gleich eins ist (2.49).

$$|G_W(j \cdot \omega)| = \left| \frac{G_0(j \cdot \omega)}{1 + G_0(j \cdot \omega)} \right| = 1 \quad (2.49)$$

Als komplementäre Empfindlichkeitsfunktion wird in (2.50)  $T(s)$  definiert.

$$T(s) = \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)} = G_W(s) \quad (2.50)$$

Die Summe der Empfindlichkeitsfunktion  $S(s)$  und der komplementären Empfindlichkeitsfunktion  $T(s)$  ist immer konstant und gleich eins (2.51). Da es sich hier um komplexe Funktionen im Laplace-Bereich handelt, bedeutet dies nicht, dass die Summe der Beträge bzw. der Amplitudengänge von  $S(s)$  und  $T(s)$  gleich eins ist.

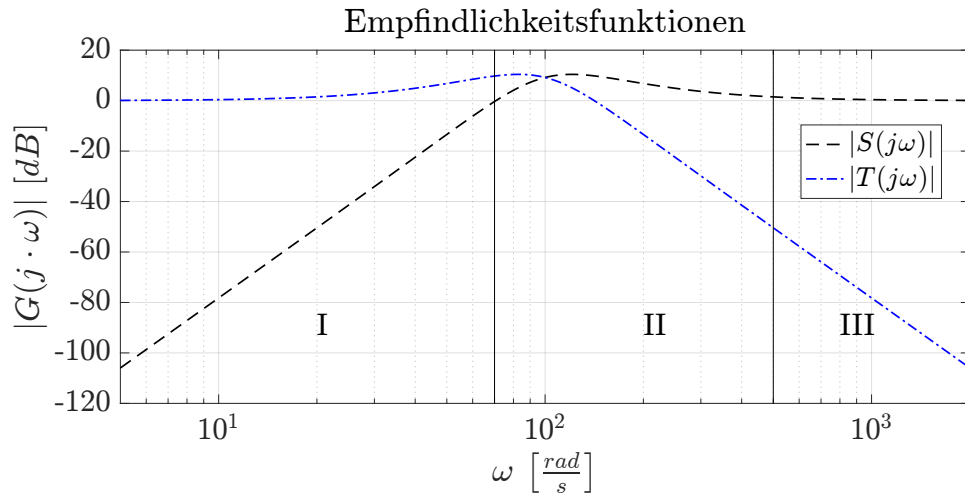
$$S(s) + T(s) = 1 \quad (2.51)$$

Ein typischer Amplitudengang von  $S(s)$  und  $T(s)$  ist in Abbildung 2.23 dargestellt. Darin lassen sich drei wesentliche Frequenzbereiche unterscheiden:

- Bereich I: Positive Wirksamkeit der Regelung (Gegenkopplung)
- Bereich II: Negative Wirksamkeit der Regelung (Mitkopplung)
- Bereich III: Unwirksamkeit der Regelung

Aus dem Verlauf von  $|S(j \cdot \omega)|$  geht hervor, dass Störungen nur im niederfrequenten Bereich I bis zu einer bestimmten Grenzfrequenz gut unterdrückt werden. Im Bereich II ist der Betrag von  $S(j \cdot \omega)$  positiv, sodass eine Verstärkung der Störeinkopplung auftritt. Auf Grund der Unwirksamkeit der Regelung im Bereich III übertragen sich in diesem Frequenzbereich alle Störungen voll auf die Regelgröße.

Beim Reglerentwurf muss dafür gesorgt werden, dass der Frequenzbereich, indem vorwiegend Störungen auftreten, nicht im Resonanzbereich II der Regelung liegt. Der Regler sollte möglichst so dimensioniert werden, dass die zu unterdrückenden Störfrequenzen vom Bereich I des geschlossenen Regelkreises abgedeckt werden. Die Forderungen (2.43) und (2.49) sind also nur näherungsweise im niederfrequenten Bereich der Regelung erreichbar, indem die offene Verstärkung von  $G_0$  so groß wie möglich gewählt wird (2.47), ohne dabei die Stabilität des



**Abbildung 2.23.** – Beispielhafter Amplitudengang der Empfindlichkeitsfunktion  $S(s)$  und der komplementären Empfindlichkeitsfunktion  $T(s)$  eines Regelungssystems

Regelkreises zu verlieren und die Stellgrößenbeschränkungen zu überschreiten.

Unerwünschte Messstörungen  $n_R(t)$  haben dieselbe Wirkung auf die Regelgröße  $y(t)$  wie Sollwertaufschaltungen  $w(t)$ . Dieses Übertragungsverhalten wird mit Hilfe der komplementären Empfindlichkeitsfunktion  $T(s)$  beschrieben (Abbildung 2.23). Da meist eine natürliche Frequenzspaltung zwischen niederfrequenten Sollwertsignalen und hochfrequentem Messrauschen auftritt, ist die allgemeine Tiefpasscharakteristik von  $T(s)$  sehr vorteilhaft.

## 3. Aktive elektromagnetische Lagerungen

Die im Kapitel 2 beschriebene dynamische Anpassungsfähigkeit der Lagereigenschaften ist gegenüber konventioneller Lager ein entscheidender Vorteil aktiver elektromagnetischer Lagerungen. Ausgehend von der Beschreibung der allgemeinen Eigenschaften aktiver Magnetlager wird in diesem Kapitel die Modellbildung und die Systemidentifikation von Magnetlagern beschrieben. Weiterhin sind die Implementierung und die optimale Auslegung der Echtzeitregelung Bestandteil des folgenden Kapitels. Abschließend werden die Stabilitätsgrenzen und die Lagereigenschaften anhand eines zeitdiskreten Modells untersucht.

### 3.1. Eigenschaften aktiver elektromagnetischer Lagerungen

Zur Abschätzung der Einsatzbereiche magnetischer Lagerungen wurden deren Vor- und Nachteile in Bezug zu konventioneller Lagertechnik bereits im Kapitel 2 gegenübergestellt. Zusätzlich müssen besonders die allgemeinen Eigenschaften magnetischer Lagerungen Beachtung finden. In Anlehnung an [13] und [52] werden im Folgenden die wichtigsten Eigenschaften kurz zusammengefasst.

**Tragfähigkeit** Gibt die maximal mögliche äußere Kraft an, mit der das Lager den Rotor sicher in einer bestimmten Position stabilisieren kann. Sie hängt vom maximalen Strom, von den Parametern der verwendeten Permanentmagnete und von der Lage des Rotors im Luftspalt ab.

**Präzision** Gibt die Positioniergenauigkeit des Rotors an und hängt maßgeblich von der Messgenauigkeit der Sensorsignale ab. Hier ist zwischen gemittelter stationärer Genauigkeit und hochfrequenter Lageunsicherheit in Bezug auf Rauschprozesse im Messsignal zu unterscheiden.

**Energieverbrauch** Ist im stationären Betrieb arbeitspunkt- bzw. luftspaltabhängig und wird überwiegend durch die Stromwärmeverluste in den Magnetaktoren bestimmt. Bei dynamischer Beanspruchung hängt der Energieverbrauch auch entscheidend von der zu bewegenden Gesamttrotormasse ab. Es treten auch Verluste innerhalb der Leistungselektronik auf, die den Gesamtenergieverbrauch beeinflussen.

**Statische Steifigkeit** Ist bis zum Erreichen der maximalen Tragfähigkeit theoretisch unendlich hoch. Dies wird durch die integrale Rückführung (Abbildung 2.21) erreicht, die stets für eine nichtbleibende Regelabweichung der Rotorlage bezüglich des Lagesollwertes sorgt. Die maximale Tragfähigkeit hängt dabei von der maximalen Stellgrößenbeschränkung bzw. dem maximalen Aktorstrom ab.

**Dynamische Steifigkeit** Ist frequenzabhängig und kann durch die Reglerparameter beeinflusst werden. Unter der Voraussetzung, dass die leistungselektronischen Stellglieder mit einer ausreichend hohen Schaltfrequenz und Zwischenkreisspannung betrieben werden, sind hochdynamische Stromregelkreise realisierbar, die bei hohen Abtastfrequenzen der Echtzeitregelung der Rotorlage die dynamische Steifigkeit begünstigen. Im Bereich der Grenzfrequenz der Regelung ist die dynamische Steifigkeit am geringsten (Abschnitt 5.2).

**Dämpfung** Ist abhängig von der Reglerkonfiguration und bestimmt die minimale dynamische Steifigkeit im Frequenzverlauf. Das Messrauschen und Verzögerungen im Regelkreis schränken die maximal erreichbare Dämpfung ein. Eine Vergrößerung der Dämpfung führt bei gleichbleibender Stellamplitude immer zu einer Verschlechterung des Anregelverhaltens.

**Sicherheit und Zuverlässigkeit** Fanglager oder Notlager dienen als mechanischer Schutz und vermeiden Beschädigungen bei einem Ausfall der Anlage, während die Zuverlässigkeit der Regelung durch ein Echtzeitrechnersystem und robuste Regelungskonzepte sichergestellt wird.

## 3.2. Modellbildung und Systemidentifikation

Um eine systematische Auslegung und Optimierung der Regelung aktiver magnetischer Lagerungen zu ermöglichen, wird ein Streckenmodell mit einer ausreichenden Genauigkeit bezüglich seiner Struktur und dessen Parameter benötigt. Zur Vereinfachung ist es sinnvoll, die Modellierung unter der Annahme einer vollständigen Entkopplung der Freiheitsgrade durchzuführen. Die unregelte Magnetlagerregelstrecke ist strukturinstabil, sodass eine direkte Identifikation der Regelstrecke nicht ohne stabilisierenden Regler möglich ist. Zur Identifikation muss ein fest parametrierter Regler eingesetzt werden, der eine stabile Rotorlage im Luftspalt realisiert. Mit Hilfe von Testsignalen kann dann die Adaption eines Parallelmodells mit dem gleichen fest parametrierten Regler erfolgen. Deshalb ist die Parameteridentifikation der Magnetlagerregelstrecke nur im geschlossenen Regelkreis möglich.



### 3.2.1. Modellierung der Aktorik

Ursächlich für die Kraftentstehung elektromagnetischer Lager ist die sogenannte Reluktanzkraft, die durch die Änderung des magnetischen Widerstandes des magnetischen Kreises entsteht und senkrecht zur Trennfläche des Magnetaktors mit der Querschnittsfläche  $A_Q$  zwischen Luft und Eisen wirkt. Eine Änderung der gespeicherten elektrischen Energie  $W_{el}$  (3.1) wird durch die zeitliche Änderung des elektrischen Stromes  $i(t)$  in der Wicklung und durch die Änderung der Induktivität  $L(x)$  hervorgerufen.

$$W_{el} = \frac{1}{2} \cdot L(x) \cdot i(t)^2 \quad (3.1)$$

Die Reluktanzkraft  $F_M(i, x)$ , im Folgenden auch Magnetkraft genannt, kann nur dann entstehen, wenn sich die Induktivität  $L(x)$  entlang des Luftspaltes  $x$  ändert (3.2).

$$F_M(i, x) = \left. \frac{dW_{el}}{dx} \right|_{i=konst.} = \frac{1}{2} \cdot i^2 \cdot \frac{dL(x)}{dx} \quad (3.2)$$

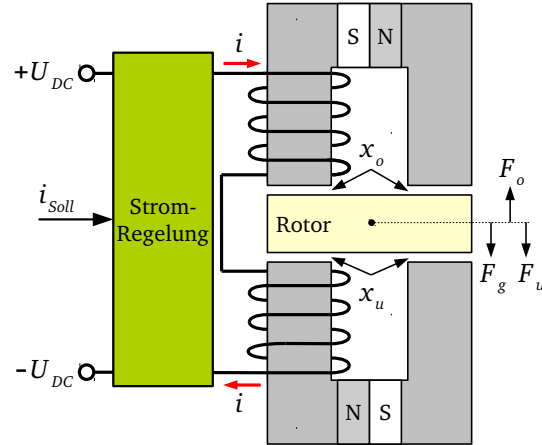
In einem festen Arbeitspunkt ist es möglich, die Induktivitätsänderung nach (3.2) mit einem Linearitätsfaktor ungleich null anzunähern, sodass auch bei konstantem Luftspalt eine Magnetkraft durch den Strom  $i$  in der Wicklung hervorgerufen wird. Unter Vernachlässigung der Streuflüsse kann mit Hilfe der Luftspaltinduktivität  $L(x)$  (3.3) die allgemeine magnetische Kraft  $F_M(i, x)$  (3.4) abgeleitet werden. Dabei ist  $\mu_0$  die magnetische Feldkonstante,  $N$  die Windungszahl der vom Strom  $i$  durchflossenen Wicklung des Magnetaktors und  $x$  die Luftspaltlänge zwischen dem im Statorgehäuse angebrachten Magnetaktor und dem schwebenden Rotor.

$$L(x) = \frac{\mu_0 \cdot A_Q \cdot N^2}{2 \cdot x} \quad (3.3)$$

$$F_M(i, x) = -\frac{\mu_0 \cdot A_Q \cdot N^2}{4} \cdot \frac{i^2}{x^2} \quad (3.4)$$

Die Krafterzeugung erfolgt üblicherweise nach dem Prinzip der Differenzanordnung, wodurch sich die Induktivitätsänderung zwischen minimalem und maximalem Luftspalt verkleinert und auch die Nichtlinearität der Aktorkraft verringert [8]. Dazu werden Hybridmagnete oder Elektromagnete mit zwei getrennten Wicklungen eingesetzt. In Abbildung 3.1 ist die Differenzanordnung mit Hybridmagneten dargestellt, wie sie zum Beispiel am RTP1 und RTP2 verwendet wird.

Die Magnetkräfte  $F_o$  und  $F_u$  sind jeweils dem oberen und unteren Hybridmagnet zugeordnet und wirken auf Grund der ferromagnetischen Eigenschaften des Rotors stets anziehend. Bedingt durch die Überlagerung der erzeugten magnetischen Felder des Permanentmagneten



**Abbildung 3.1.** – Differenzanordnung zweier Hybridmagnete zur Regelung eines Freiheitsgrades

und der von einem positiven Strom  $i$  durchflossenen Wicklung, vergrößert sich die Kraft  $F_o$ , während sich die Kraft  $F_u$  wegen des entgegengesetzten Wicklungssinns der unteren Aktorwicklung verkleinert. Entsprechend umgekehrte Verhältnisse bestehen, wenn sich die Stromrichtung umkehrt. Diese Anordnung ermöglicht es, durch Betrag und Richtung des Stromes positive und negative Kräfte zu erzeugen, mit denen die Lage des Rotors im Luftspalt steuerbar ist.

Die Stromregelung stellt die Spannung an den Wicklungsenden so ein, dass der entsprechende Stromsollwert  $i_{Soll}$  schnellstmöglich erreicht wird und induzierte Spannungen in der Wicklung kompensiert werden. Um ein gutes dynamisches Verhalten mit genügend großer Stellreserve zu erreichen, muss eine ausreichend große Zwischenkreisspannung an den Versorgungsanschlüssen  $+U_{DC}$  und  $-U_{DC}$  des Stromreglers zur Verfügung stehen.

Die allgemeine magnetische Kraft  $F_{M,hyb}(i, x)$  (3.5) eines Hybridmagneten ist, wie in [8] beschrieben, proportional zum Quadrat der Summe von Strom  $i$  und der durch den Permanentmagnet erzeugten magnetischen Durchflutung  $H_0$  und umgekehrt proportional zum Quadrat der Luftspaltlänge  $x$ . Dabei werden im Faktor  $a$  in (3.5) nach (3.4) die magnetische Feldkonstante  $\mu_0$ , die Windungszahl  $N$  und die Aktorquerschnittsfläche  $A_Q$  zusammengefasst.

$$F_{M,hyb}(i, x) = a \cdot \frac{(i + H_0)^2}{x^2} \quad (3.5)$$

Die Überlagerung der oberen und unteren Magnetkräfte  $F_o$  und  $F_u$  in Differenzanordnung führt zu der Kraftfunktion  $F_{M,diff}(i, x_o, x_u)$  (3.6) mit der jeweiligen oberen und unteren Luftspaltlänge  $x_o$  und  $x_u$  zwischen Magnetaktor und Rotor.

$$F_{M,diff}(i, x_o, x_u) = F_o(i, x_o) - F_u(-i, x_u) \quad (3.6)$$

Wird der untere Luftspalt  $x_u$  als Lage  $x$  des Rotors im gesamten zur Verfügung stehenden Luftspalt  $x_{max}$  definiert (3.7), so kann  $x_o$  durch die Gleichung (3.8) berechnet werden.

$$x = x_u \quad (3.7)$$

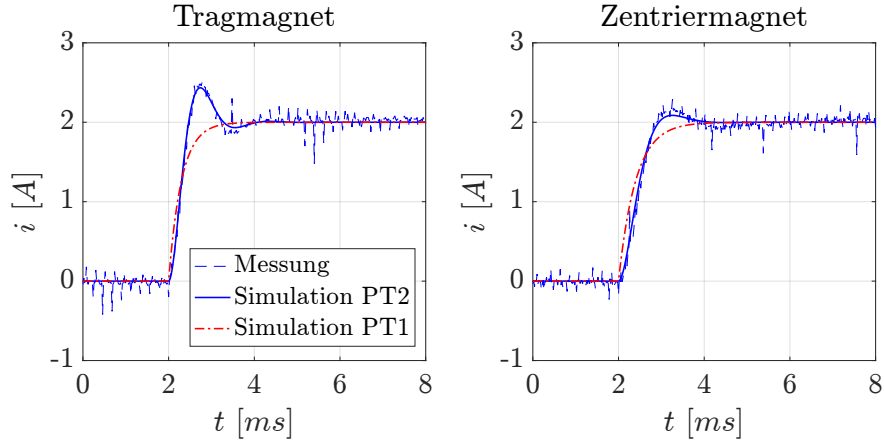
$$x_o = x_{max} - x \quad (3.8)$$

Daraus resultiert Gleichung (3.9), aus der die Gesamtkraft  $F_{M,diff}(i, x)$  des Hybrid-Magnet-Aktors in Differenzanordnung als Funktion des Aktorstromes  $i$  und der Lage  $x$  des Rotors innerhalb des Luftspaltes hervorgeht. Auf Grund der vorhandenen Fanglager ist die minimale Luftspatllänge am oberen und unteren Magnetaktor auf  $x_{min}$  begrenzt. Um diese Begrenzung in (3.9) zu berücksichtigen, wurden die Parameter  $k_1 = x_{min} + x_{max}$  und  $k_2 = x_{min}$  eingeführt, wodurch der praktisch realisierbare Luftspaltbereich in die Kraftberechnung mit einfließt. Der magnetische Widerstand des Eisens von Rotor und Aktor ist abhängig von der Permeabilität und der Weglänge des magnetischen Flusses im Eisen und wird als zusätzlicher virtueller Luftspalt in den Parametern  $k_1$  und  $k_2$  berücksichtigt. [23]

$$F_{M,diff}(i, x) = a \cdot \left[ \frac{(i + H_0)^2}{(k_1 - x)^2} - \frac{(-i + H_0)^2}{(k_2 + x)^2} \right] \quad (3.9)$$

Damit die statische nichtlineare Kraftkennlinie (3.9) eindeutig definiert ist, sind die vier Parameter  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $a$  und  $H_0$  zu identifizieren. Mit Hilfe einer Kombination aus theoretischen und experimentellen Identifikationsmethoden kann diese Aufgabenstellung gelöst werden. Dazu ist einerseits eine stabile Lageregelung des Rotors Voraussetzung für eine experimentelle Identifikation, andererseits kann der Kraftfaktor in einem speziellen Versuchsstand außerhalb des Statorgehäuses vermessen werden, um alle relevanten Parameter zu identifizieren. Die Arbeiten [8], [32] und [27] haben sich unter anderem mit dieser Problematik beschäftigt.

Der Strom  $i$  wird in jedem Aktor über jeweils einen separaten Stromregelkreis eingepreßt. Um das statische und dynamische Verhalten des Stromes im Modell des Magnetlagers zu berücksichtigen, muss das Verhalten der Stromregelung identifiziert werden. In Abbildung 3.2 sind die gemessenen Sprungantworten bei einem Sollwertsprung von 0 A auf 2 A jeweils für einen Trag- und einen Zentriermagnetaktor des RTP1 dargestellt. Die Lage des unregulierten Rotors in den Fanglagern wurde während der Messung in generalisierten Koordinaten durch  $\mathbf{x}_q \approx (0, 0, 0, 0)^T$  erfasst. Auf Grund der unterschiedlichen elektromechanischen Auslegung gibt es Unterschiede im dynamischen Verhalten zwischen den Trag- und Zentriermagnetaktoren. Die Induktivität der Magnetaktoren ist abhängig von der Rotorlage und beeinflusst das dynamische Verhalten der Stromregelung, wobei sich diese Änderung in Differenzanordnung jedoch weitaus weniger auf die Dynamik auswirkt als bei Stromregelung jedes Aktors einzeln [31].



**Abbildung 3.2.** – Gemessene und simulierte Sprungantworten des Aktorstromes bei einem Sollwertsprung von 0 A auf 2 A zum Zeitpunkt  $t = 2 \text{ ms}$ , Tragmagnetregelung (links) und Zentriermagnetregelung (rechts) (RTP1,  $\mathbf{x}_q \approx (0, 0, 0, 0, 0)^T$ )

Das dynamische Verhalten eines Stromregelkreises mit  $i_{Soll}$  als Stromsollwert und  $i$  als Strom in der Wicklung des Magnetaktors, kann durch die Übertragungsfunktion zweiter Ordnung  $G_C(s)$  (3.10) (PT2) nach dem Betragsoptimum mit der fundamentalen Zeitkonstante  $T_{fd}$  beschrieben werden [44].

$$G_C(s) = \frac{i(s)}{i_{Soll}(s)} = \frac{1}{1 + 2 \cdot T_{fd} \cdot s + 2 \cdot T_{fd}^2 \cdot s^2} \quad (3.10)$$

Bedingt durch die kleine Zeitkonstante  $T_{fd} = 0.11 \text{ ms}$ , die durch Identifikation mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate ermittelt wurde, kann die Systemordnung durch Vernachlässigung des quadratischen Terms  $2 \cdot T_{fd}^2 \cdot s^2$  reduziert werden [49]. Daraus resultiert die genäherte Übertragungsfunktion (3.11) (PT1) mit der neuen doppelten fundamentalen Zeitkonstante  $T_i = 2 \cdot T_{fd}$ .

$$G_C(s) = \frac{i(s)}{i_{Soll}(s)} = \frac{1}{1 + T_i \cdot s} \quad (3.11)$$

Abbildung 3.2 zeigt vergleichend zu den gemessenen Daten die simulierten Sprungantworten des Stromes mit dem approximierten dynamischen Verhalten der Stromregelung nach (3.11). Es ist deutlich zu erkennen, dass der Stromverlauf durch die Näherung kein Überschwingen aufweist. Dennoch wird die Dynamik der Stromregelung mit der Zeitkonstante  $T_i$  ausreichend genau erfasst, was den überlagerten Regelungsentwurf deutlich vereinfacht, ohne dabei signifikante Auswirkungen auf die Lageregelung des Rotors zu erhalten.

Die von der Rotorlage abhängige Induktivität der Magnetaktoren kann zu einer Fehlanpassung des Stromreglers an die Regelstrecke führen, da die veränderte Ankerzeitkonstante nicht mehr vollständig vom Regler kompensiert wird. Mit Hilfe des Wurzelortskurvenverfahrens kann jedoch nachgewiesen werden, dass sich bei betragsoptimal eingestellter PI-Regelung

unabhängig von der Induktivität ein stationär genaues und stabiles Regelverhalten des Aktorstromes einstellt. Die sich jedoch ergebende Änderung im dynamischen Verhalten bei einer Fehlanpassung [53] ist im Allgemeinen jedoch unproblematisch, da sich einerseits die Zeitkonstante  $T_i$  der Übertragungsfunktion  $G_C(s)$  auf Grund der Differenzanordnung am RTP1 nur geringfügig ändert und andererseits für einen festen Arbeitspunkt, in dem die Regelung entworfen wurde, eine definierte Zeitkonstante angenommen werden kann.

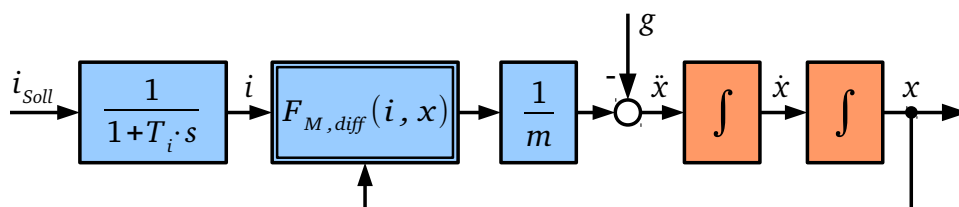
### 3.2.2. Modell des stromgesteuerten Magnetlagers

Als Ausgangspunkt zur Modellbildung kann vom aktiven stromgesteuerten Magnetlager ausgegangen werden, bei dem als Stell- oder Steuergröße der Stromsollwert  $i_{Soll}$  vorliegt. Eine im Stellglied implementierte Stromregelung sorgt für die Aufprägung und Begrenzung des vorgegebenen Aktorstromes, wobei die Aktoreinheit, wie im vorangegangenen Abschnitt beschrieben, modelliert werden kann. Der Stromsollwert  $i_{Soll}$  wird in der Regel indirekt in Form eines Spannungssignals vorgegeben und darf in diesem Zusammenhang nicht mit der Spannungssteuerung verwechselt werden.

Diese Art der Aktoransteuerung hat sich im praktischen Einsatz bewährt, da sich im Gegensatz zur Spannungssteuerung einige Vorteile ergeben.

- indirekte Vorgabe der Aktorkraft mittels Stromsollwert möglich
- einfache Implementierbarkeit der Begrenzung der Aktorströme zur Vermeidung von Überlastungen
- Vereinfachung der Regelungsstruktur durch die externe unterlagerte Stromregelung
- geringere Anforderungen an die Leistungsfähigkeit eines Echtzeitrechnersystems

In Anlehnung an [10], [8] und [32] zeigt Abbildung 3.3 ein nichtlineares zeitkontinuierliches Modell des stromgesteuerten Magnetlagers in einem Freiheitsgrad unter der Annahme, dass der starre Rotor als Punktmasse  $m$  betrachtet wird.



**Abbildung 3.3.** – Signalflussplan des nichtlinearen stromgesteuerten Magnetlagers in einem Freiheitsgrad

Dabei ist  $x$  die Position des Schwebekörpers im Luftspalt als messbare Ausgangsgröße, während  $i_{Soll}$  den Streckeneingang darstellt. Durch Zuweisung der Zustandsvariablen  $x_1$ ,  $x_2$  and  $x_3$  in (3.12) ergeben sich die Systemgleichungen in (3.13) mit dem Eingang  $u = i_{Soll}$ .

$$(x_1, x_2, x_3)^T = (x, \dot{x}, i)^T \quad (3.12)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ \frac{1}{m} \cdot F_{M,diff}(x_3, x_1) - g \\ -\frac{1}{T_i} \cdot x_3 + u \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

Die Linearisierung der nichtlinearen Kraftkennlinie  $F_{M,diff}(x_3, x_1)$  im Arbeitspunkt (AP)  $\mathbf{x}^{AP} = (x_1^{AP}, 0, x_3^{AP})^T$  erfolgt entlang der Zustandsvariablen  $x_3$  und  $x_1$  mit Hilfe der partiellen Ableitungen (3.14).

$$k_i = \left. \frac{\partial F_{M,diff}(x_3, x_1)}{\partial x_3} \right|_{x_3=x_3^{AP}} \quad k_s = \left. \frac{\partial F_{M,diff}(x_3, x_1)}{\partial x_1} \right|_{x_1=x_1^{AP}} \quad (3.14)$$

Der Parameter  $k_i$  ist der lineare Strom-Kraft-Faktor, während  $k_s$  die lineare Abhängigkeit der Magnetkraft von der Rotorlage im Arbeitspunkt als Weg-Kraft-Faktor beschreibt. Anhand der Parameter  $k_i$  and  $k_s$  ist es möglich, das lineare Zustandsraummodell der Regelstrecke (3.15) im Arbeitspunkt  $\mathbf{x}^{AP}$  aufzustellen, für das ein linearer Reglerentwurf erfolgen kann. Der Zustandsvektor  $\mathbf{x}$  entspricht in diesem Fall der Auslenkung der drei Systemzustände aus dem Arbeitspunkt  $\mathbf{x}^{AP}$ .

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{k_s}{m} & 0 & \frac{k_i}{m} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_i} \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot u \quad (3.15)$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T \cdot \mathbf{x}$$

Die direkte experimentelle Identifikation der linearen Arbeitspunktparameter  $k_i$  und  $k_s$  ist nur im geschlossenen Regelkreis möglich, dessen Stabilität bei noch unbekanntem Streckenparametern jedoch nicht gewährleistet ist. Deshalb erfordert die Erstinbetriebnahme viel Erfahrung, um eine empirische Reglerkonfiguration für ein stabiles Regelverhalten zu erhalten. Das Finden einer stabilen Reglerkonfiguration ist insbesondere bei Magnetlagern mit mehreren Freiheitsgraden sehr schwierig. Zur Vereinfachung dieser Problematik gibt es zum Beispiel die Möglichkeit, ein robustes von Parameterungenauigkeiten wenig beeinflusstes Regelungskonzept, wie etwa die Gleitzustandsregelung mit begrenzter Stellgröße, einzusetzen.

Eine weitere Vereinfachung der kontinuierlichen Magnetlagerregelstrecke kann durch die Vernachlässigung des dynamischen Verhaltens der Stromregelung erfolgen, um ein idealisiertes Regelstreckenmodell für den überlagerten Reglerentwurf zu erhalten. Dies führt zu einem um eine Systemordnung reduzierten Zustandsraummodell (3.16). Eine Berücksichtigung dieser Näherung kann bei der Reglerdimensionierung durch die Summenzeitkonstante  $T_\Sigma$  erfolgen.

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m} & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{k_i}{m} \end{pmatrix} \cdot u \quad (3.16)$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}^T \cdot \mathbf{x}$$

Der neue Systemeingang  $u = i = i_{Soll}$  kann als Aktorkraft interpretiert werden, während der Ausgang  $y$  der gemessenen Position des entsprechenden Freiheitsgrades entspricht.

### 3.2.3. Modell des spannungsgesteuerten Magnetlagers

Das spannungsgesteuerte Magnetlager wird an den Eingangsklemmen der Aktorwicklung direkt vom Reglerausgang mit einer elektrischen Spannung als Stellgröße angesteuert. Im Vergleich zum stromgesteuerten Magnetlager wird zur Generierung dieser Spannung ein leistungselektronisches Stellglied ohne integrierte Stromregelung eingesetzt. Steht der Aktorstrom als Messgröße zur Verfügung, ist es möglich, eine zusätzliche Zustandsrückführung innerhalb des Echtzeitrechnersystems in Form einer indirekten Stromregelung zu realisieren.

Im Gegensatz zum stromgesteuerten Magnetlager ergeben sich auch beim spannungsgesteuerten Magnetlager einige Vorteile.

- einfaches Stellglied mit sehr kleiner Verzögerung
- Möglichkeit der direkten Implementierung von Gleitzustandsregelungen
- Stromsignal steht in der Regel als zusätzliche Zustandsgröße für die Regelung zur Verfügung

Die vom Stellglied erzeugte Aktorspannung  $u$  ist gleich der Summe von ohmschen Spannungsabfall  $i \cdot R_W$  und der sich zeitlich ändernden Flussverkeftung  $\frac{d\Psi}{dt}$  der Aktorwicklung (3.17).

$$u = i \cdot R_W + \frac{d\Psi}{dt} \quad (3.17)$$

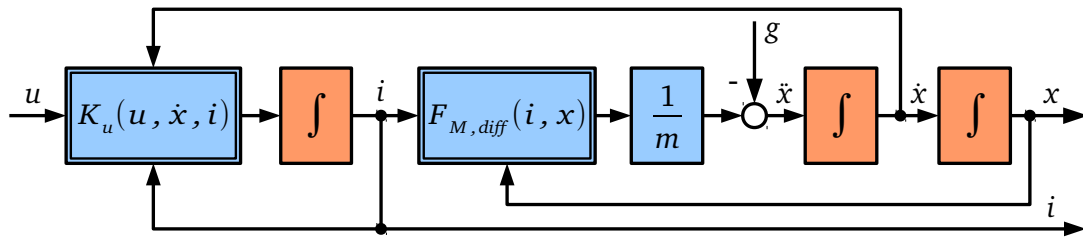
Mit  $\Psi = L(x) \cdot i(t)$  folgt aus (3.17) die Beziehung (3.18). ([31], [32])

$$u = i \cdot R_W + L(x) \cdot \frac{di}{dt} + i \cdot \frac{dL(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (3.18)$$

Stellt man 3.18 nach der Ableitung des Aktorstromes um, so erhält man die nichtlineare Funktion  $K_u(u, i, \dot{x})$  (3.19).

$$K_u(u, i, \dot{x}) = \frac{di}{dt} = \frac{1}{L(x)} \cdot \left[ u - i \cdot R_W - \frac{dL(x)}{dx} \cdot \dot{x} \cdot i \right] \quad (3.19)$$

Das nichtlineare Modell des spannungsgesteuerten Magnetlagers kann durch den Signalfussplan in Abbildung 3.4 dargestellt werden. Die in Gleichung (3.12) definierten Zustandsvariablen des stromgesteuerten Magnetlagermodells gelten auch für das spannungsgesteuerte Magnetlagermodell, so dass sich das nichtlineare Zustandsraummodell (3.20) ableiten lässt.



**Abbildung 3.4.** – Signalfussplan des nichtlinearen spannungsgesteuerten Magnetlagers in einem Freiheitsgrad

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} x_2 \\ \frac{1}{m} \cdot F_{M,diff}(x_3, x_1) - g \\ K_u(u, x_3, x_2) \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

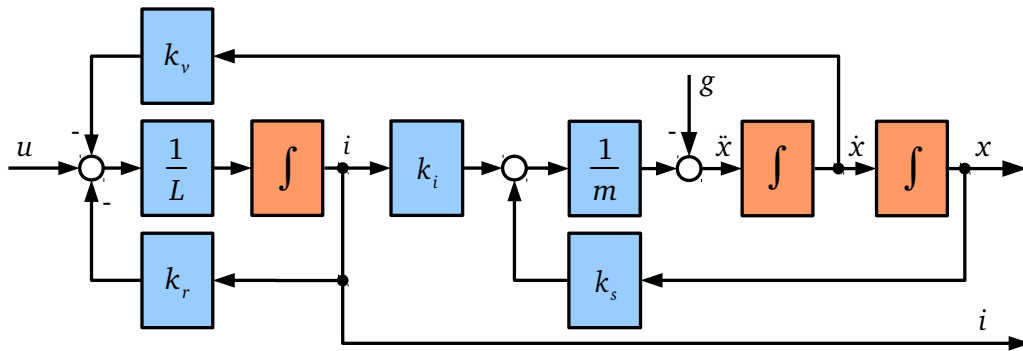
Unter der Annahme, dass die Induktivität  $L(x)$  im Arbeitspunkt  $x = x^{AP}$  den festen Wert  $L$  annimmt, können zur Linearisierung von  $K_u(u, x_3, x_2)$  die partiellen Ableitungen (3.21) gebildet werden.

$$k_v = \left. \frac{\partial K_u(u, x_3, x_2)}{\partial x_3} \right|_{x_3=x_3^{AP}} \quad k_r = \left. \frac{\partial K_u(u, x_3, x_2)}{\partial x_2} \right|_{x_2=x_2^{AP}} \quad (3.21)$$

Die Faktoren  $k_v$  und  $k_r$  beschreiben die Rückwirkung von Geschwindigkeit und Strom auf die Spannung über die Induktivität  $L$  im Arbeitspunkt  $\mathbf{x}^{AP}$ , mit deren Hilfe das lineare Zustandsraummodell (3.22) gebildet werden kann. Der Systemeingang ist die elektrische Spannung  $u$



an den Wicklungsenden des Magnetaktors, während als messbare Ausgangsgrößen der Strom  $i$  und die Position  $x$  zur Verfügung stehen.



**Abbildung 3.5.** – Signalflussplan des linearisierten spannungsgesteuerten Magnetlagers in einem Freiheitsgrad

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{k_s}{m} & 0 & \frac{k_i}{m} \\ 0 & -\frac{k_v}{L} & -\frac{k_r}{L} \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{pmatrix} \cdot u \quad (3.22)$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T \cdot \mathbf{x}$$

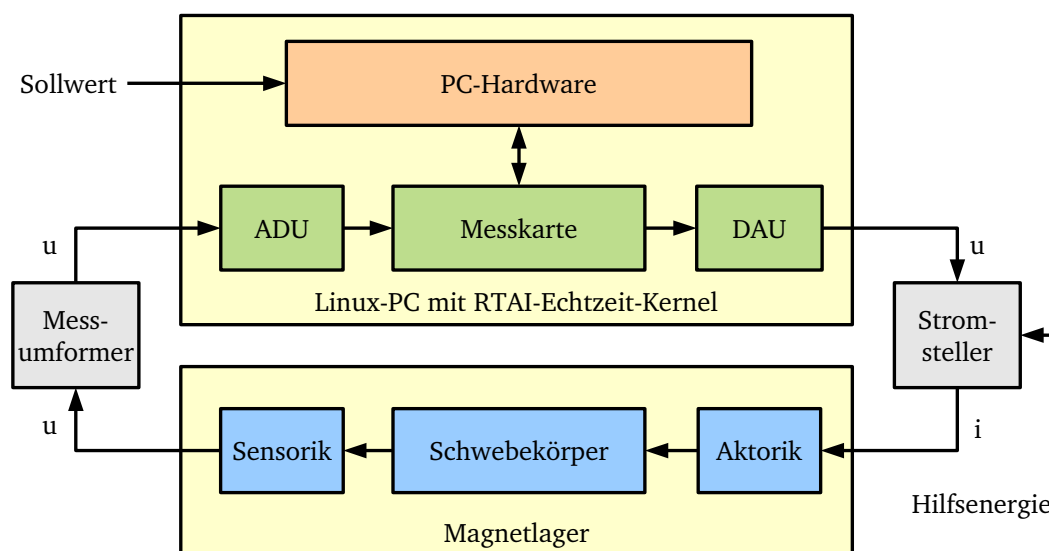
Anstelle der Zeitkonstante  $T_i$  des stromgesteuerten Magnetlagermodells müssen bei der theoretischen Modellierung die Gegenkopplungsfaktoren  $k_v$ ,  $k_r$  und die Induktivität  $L$  der Aktorwicklung im Arbeitspunkt bekannt sein oder experimentell bestimmt werden. Der zusätzlich messbare Systemzustand  $x_3$  der Magnetlagerregelstrecke (vgl. 3.15 und 3.22) erfordert eine dementsprechend komplexere Reglerstruktur. Daraus ergibt sich jedoch ein weiterer Freiheitsgrad zur Optimierung der Regelung. Ein entscheidender Nachteil des spannungsgesteuerten Magnetlagers ist die fehlende Möglichkeit den Aktorstrom zu begrenzen, um eine thermische Überbelastung des Aktors zu vermeiden.

### 3.3. Echtzeitregelung elektromagnetischer Lagerungen

Ungeregelte Magnetlager weisen ein nichtlineares und instabiles Systemverhalten auf. Die Regelung kann nur dann eine Stabilisierung des Rotors im Luftspalt zuverlässig gewährleisten, wenn der Regelalgorithmus ausreichend schnell und zu fest definierten Zeitpunkten abgearbeitet wird. Diese Anforderung an die Regelung wird als Echtzeitfähigkeit bezeichnet, wobei hier nicht unbedingt die Schnelligkeit des Algorithmus, sondern viel mehr die Garantie der zeitlich

äquidistanten Berechnung der Stellgröße die höchste Priorität hat. Die Höhe der Abtastrate der zeitdiskreten Regelung entscheidet darüber, ob die Magnetlagerregelstrecke stabilisierbar ist oder nicht. Welche minimale Abtastfrequenz notwendig ist, um Stabilität und gewisse dynamische Eigenschaften zu erreichen, hängt entscheidend von den Parametern der Regelstrecke, wie z.B. der Größe des Luftspaltes, der Rotormasse, der maximalen Aktorkraft bzw. Stellgröße und den Zeitkonstanten der Sensor- und Aktoreinheiten ab.

Die maximale Abtastfrequenz eines Echtzeitrechnersystems wird vorrangig von der Schnelligkeit der AD- und DA-Umsetzung (ADU und DAU) bestimmt. Bei komplexen Regelalgorithmen kann aber auch die begrenzte Rechenleistung des Signalprozessors zu einer Reduzierung der für die Regelung maximal zur Verfügung stehenden Abtastrate führen. Abbildung 3.6 zeigt das Zusammenwirken der einzelnen Hardwarekomponenten im geschlossenen Regelkreis.



**Abbildung 3.6.** – Schematische Darstellung des Regelkreises mit allen Hardwarekomponenten

Aus den zuvor genannten Gründen und auch auf Grund der Tatsache, dass die maximale Dynamik des Regelkreises z.B. durch die Grenzfrequenz des Stromstellers begrenzt wird, ist auf jeden Fall eine sinnvolle Abschätzung der zu wählenden minimalen bzw. maximalen Abtastfrequenz durchzuführen.

Bei direkter Messung der Rotorlage und Vorgabe der Magnetkraft beim stromgesteuerten Magnetlager kann die Stabilisierung der Rotorlage durch einen PD-Regelalgorithmus erreicht werden. Dabei wird die Dämpfung durch den Differentialanteil (D) erzeugt, während über den Proportionalanteil (P) die Steifigkeit eingestellt werden kann. In Abbildung 2.21 wurden die beiden Anteile beispielsweise durch die  $k_a$ - und die  $d_a$ -Rückführung realisiert.

Der D-Anteil führt für reelle Sensorsignale stets zu einer Verstärkung der im Signal enthaltenen hochfrequenten Rauschanteile, die sich im geschlossenen Regelkreis verstärken und zu einer Verschlechterung der dynamischen Positioniergenauigkeit führen. Eine zusätzliche Tiefpassfilterung erster Ordnung (PT1) kann diesem Effekt entgegenwirken, sodass mit  $G_R(s)$  (3.23) die Übertragungsfunktion eines kontinuierlichen Reglers in PDT1-Struktur zur Stabi-

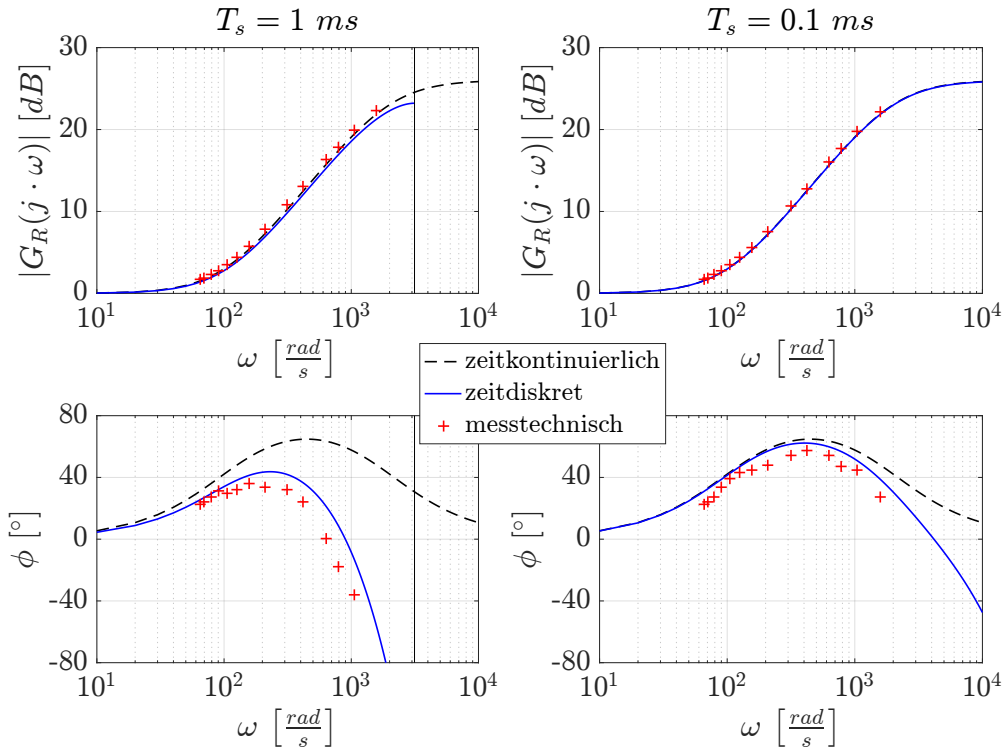
lisierung der Rotorlage mit den Verstärkungsfaktoren des P-Anteils  $K_P$ , des D-Anteils  $K_D$  und der Signalfilterzeitkonstante  $T_f$  gegeben ist.

$$G_R(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = \frac{K_P + K_D \cdot s}{1 + T_f \cdot s} \quad (3.23)$$

Die Diskretisierung von (3.23) mit dem Abtastintervall  $T_s$  ergibt die zeitdiskrete Übertragungsfunktion  $G_R(z)$  (3.24) mit  $z = e^{(s \cdot T_s)}$  als komplexe  $z$ -Variable.

$$G_R(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = \frac{1}{T_s} \cdot \frac{K_D \cdot (1 - a) \cdot z^{-1} + (K_P \cdot T_s - K_D) \cdot (1 - a) \cdot z^{-2}}{1 - a \cdot z^{-1}} \quad a = e^{-\frac{T_s}{T_f}} \quad (3.24)$$

Zur Untersuchung des Einflusses der Abtastfrequenz auf das dynamische Verhalten des Reglers wurde die Reglerübertragungsfunktion  $G_R(z)$  mit Hilfe eines Echtzeitrechners implementiert.



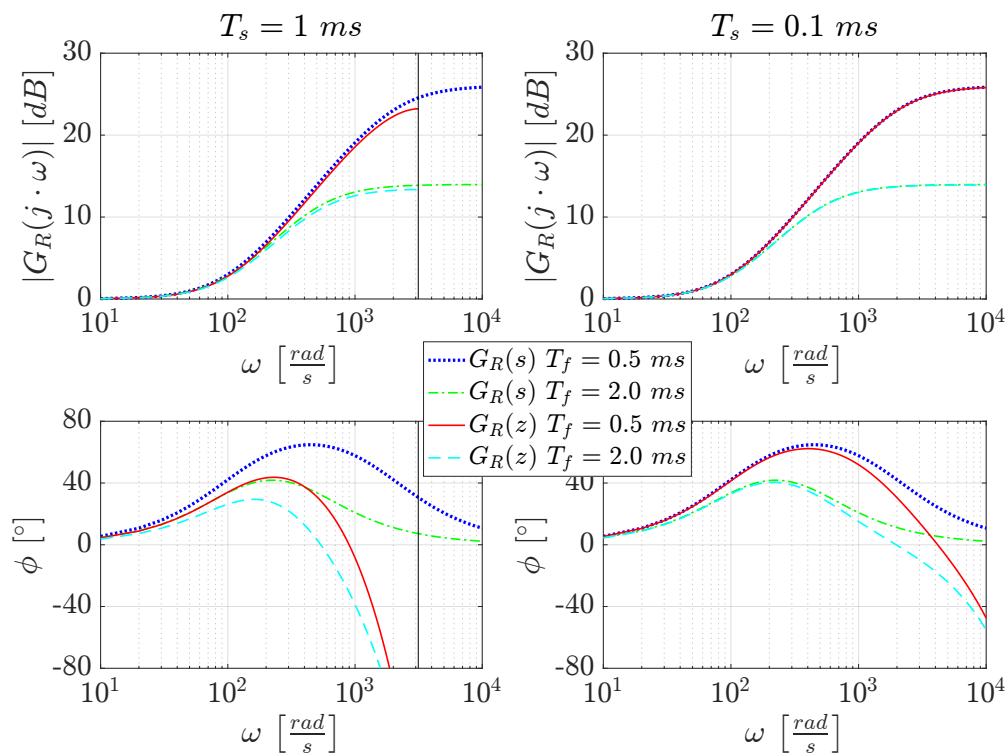
**Abbildung 3.7.** – Vergleich des simulierten Amplituden- und Phasenganges (3.23) und (3.24) mit dem gemessenen Ein-/Ausgangsverhalten des Echtzeitrechners bei den Abtastzeiten  $T_s = 1 \text{ ms}$  (links) und  $T_s = 0.1 \text{ ms}$  (rechts) (Experiment,  $K_P = 1$ ,  $K_D = 0.01$ ,  $T_f = 0.5 \text{ ms}$ )

Durch Ansteuerung mit einem Signalgenerator und Messungen an den Ein- und Ausgängen der AD- und DA-Wandler mit einem Oszilloskop konnte das Ein- und Ausgangsverhalten

des Regelalgorithmus messtechnisch erfasst werden. Die Abbildungen 3.7 und 3.8 zeigen die Messergebnisse im Frequenzbereich im Vergleich mit den berechneten idealen Verläufen nach (3.23) und (3.24).

Mit kleiner werdender Abtastfrequenz verringert sich die maximale Phasenhebung im Gegensatz zur zeitkontinuierlichen Regelung deutlich. Diese zusätzliche Phasenverschiebung wird nicht nur durch die Totzeit des abgetasteten Systems verursacht, sondern auch durch die Filterung des Messrauschens hervorgerufen. Die im Regler erzeugte Phasenvoreilung steht im direkten Zusammenhang mit der Dämpfung des geschlossenen Regelkreises. Im Sinne der Stabilität darf das Maximum der Phasenverschiebung des Reglers einerseits nicht kleiner als null sein und andererseits bezüglich eines guten dynamischen Verhaltens nicht beliebig groß werden.

Die Gegenüberstellung der berechneten Verläufe mit der Messung am Echtzeitrechner belegt, dass die mathematische Beschreibung der Reglerübertragungsfunktion (3.24) das reale Verhalten sehr gut widerspiegelt. Die Abweichungen in den Phasenverläufen sind auf Ableseungenauigkeiten am Oszilloskop zurückzuführen.



**Abbildung 3.8.** – Vergleich des Amplituden- und Phasenganges (3.23) und (3.24) bei unterschiedlichen Signalfilterzeitkonstanten mit  $T_s = 1 \text{ ms}$  (links) und  $T_s = 0.1 \text{ ms}$  (rechts) (Simulation,  $K_P = 1$ ,  $K_D = 0.01$ )

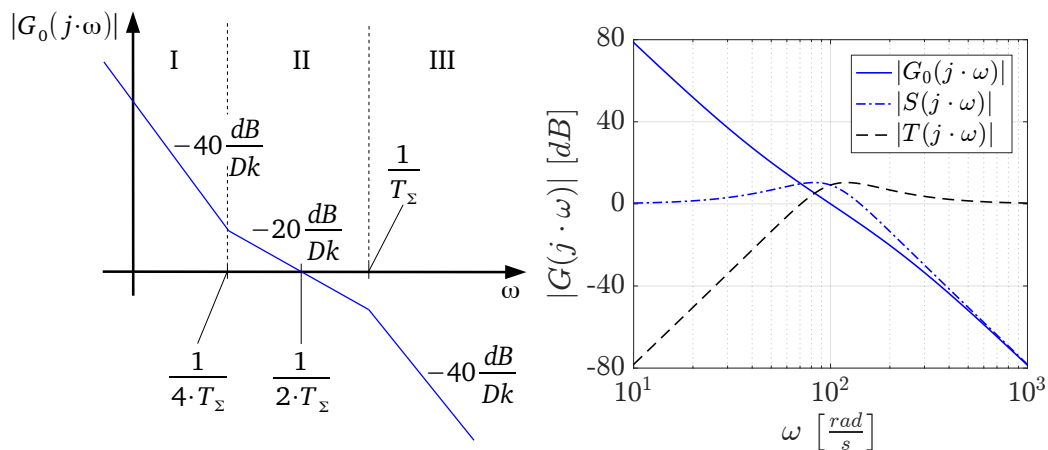
In Abbildung 3.8 ist die Simulation des zeitkontinuierlichen und des zeitdiskreten Übertragungsverhalten bei unterschiedlichen Signalfilterzeitkonstanten vergleichend dargestellt. Unabhängig von der Abtastzeit  $T_s$  bewirkt eine Vergrößerung der Filterzeitkonstante  $T_f$  eine höhere Dämpfung hochfrequenter Signalanteile, aber auch eine zusätzliche unerwünschte

Phasenverschiebung. Aus der Abbildung 3.8 kann auch entnommen werden, dass mit hoher Abtastrate  $T_s = 0.1 \text{ ms}$  und großer Signalfilterzeitkonstante  $T_f = 2 \text{ ms}$  der gleiche Phasenvorhalt erreichbar ist, wie bei kleiner Abtastrate  $T_s = 1 \text{ ms}$  und kleiner Signalfilterzeitkonstante  $T_f = 0.5 \text{ ms}$ .

Diese Untersuchungen verdeutlichen, dass die Lagersteifigkeit mit  $K_P$ , die Lagerdämpfung mit  $K_D$ , die Abtastzeit  $T_s$  und die Signalfilterzeitkonstante  $T_f$  als Parameter des Reglers einer elektromagnetischen Lagerung nicht völlig unabhängig voneinander einstellbar sind. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird die Optimierung dieser Parameter und eine Betrachtung der Grenzen des stabilen Regelverhaltens beschrieben.

### 3.4. Allgemeine symmetrische Optimierung

An magnetische Rundtischlagerungen wird im Allgemeinen die Anforderung gestellt, von außen eingeleitete Störkräfte bei möglichst geringer Rotorlageänderung aufnehmen zu können. Der Regelungsentwurf orientiert sich deshalb vorwiegend daran, das Störverhalten zu optimieren. Mit dem symmetrischen Optimum (SO) ist ein Optimierungskriterium zur optimalen Unterdrückung von Störgrößen gegeben [53]. Abbildung 3.9 veranschaulicht den Amplitudenfrequenzgang des symmetrisch optimierten offenen Regelkreises in schematischer Darstellung (links) und numerisch berechneter Darstellung (rechts). Die Bezeichnung symmetrisches Optimum wurde aus dem Verlauf des Amplitudenfrequenzganges des offenen Regelkreises abgeleitet, da er zwei Knickfrequenzen bei  $\frac{1}{4 \cdot T_\Sigma}$  und  $\frac{1}{T_\Sigma}$  symmetrisch zur Durchtrittsfrequenz  $\omega_D = \frac{1}{2 \cdot T_\Sigma}$  besitzt. Die unterschiedlichen Anstiege des Amplitudenverlaufes sind in Dezibel (dB) pro Dekade (Dk) angegeben.



**Abbildung 3.9.** – Amplitudenfrequenzgang des offenen symmetrisch optimierten Regelkreises  $|G_0(j\omega)|$  in schematischer Darstellung (links) und  $|G_0(j\omega)|$ ,  $|S(j\omega)|$  und  $|T(j\omega)|$  numerisch berechnet für  $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$  (rechts)

Bei diesem Entwurfsverfahren wird das dynamische Verhalten durch die Summenzeitkonstante  $T_\Sigma$  charakterisiert, welche sich aus der Summe aller kleinen Zeitkonstanten des Re-

gelungssysteme zusammensetzt. Die symmetrisch optimierte Übertragungsfunktion  $G_0(s)|_{SO}$  des offenen Regelkreises ist durch (3.25) gegeben und stellt eine Zielfunktion beim Reglerentwurf dar. Daraus kann das Entwurfsziel abgeleitet werden, die Übertragungsfunktion des Reglers an die Regelstrecke so anzupassen, dass das Produkt von Regler- und Streckenübertragungsfunktion der Zielfunktion  $G_0(s)|_{SO}$  möglichst nahe kommt.

$$G_0(s)|_{SO} = \frac{1}{8 \cdot T_\Sigma^2} \cdot \frac{1 + 4 \cdot T_\Sigma \cdot s}{s^2 \cdot (1 + T_\Sigma \cdot s)} \quad (3.25)$$

Im Bereich I von Abbildung 3.9 (links) erzeugt das doppelt integrale Verhalten eine hohe Kreisverstärkung, die bis zum Übergang in Bereich II eine gute Störunterdrückung ermöglicht. Zur Dämpfung des Regelkreises ist der phasenhebende Bereich II verantwortlich. Hier wird durch das Vorhaltglied im Zähler von (3.25) eine entsprechende Phasenreserve erzeugt. Der Bereich III sorgt für die Unterdrückung hochfrequenter Messstörungen. Mit den bereits in Abschnitt 2.6 eingeführten Empfindlichkeitsfunktionen  $T(s)|_{SO}$  (3.26) und  $S(s)|_{SO}$  (3.27) wird die Dynamik des geschlossenen Regelkreises charakterisiert. Sie hängt bei idealer zeitkontinuierlicher Umsetzung nur von der Summenzeitkonstante  $T_\Sigma$  als frei einstellbarer Parameter ab.

$$T(s)|_{SO} = \frac{1 + 4 \cdot T_\Sigma s}{1 + 4 \cdot T_\Sigma \cdot s + 8 \cdot T_\Sigma^2 \cdot s^2 + 8 \cdot T_\Sigma^3 \cdot s^3} \quad (3.26)$$

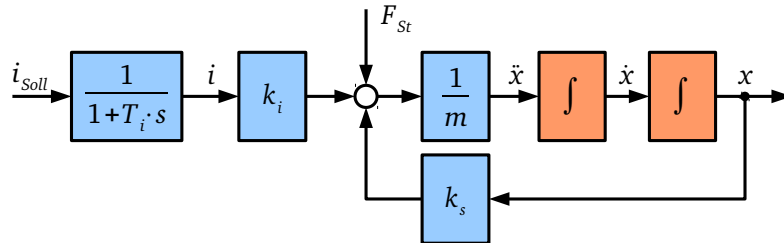
$$S(s)|_{SO} = \frac{8 \cdot T_\Sigma^2 \cdot s^2 \cdot (1 + T_\Sigma \cdot s)}{1 + 4 \cdot T_\Sigma \cdot s + 8 \cdot T_\Sigma^2 \cdot s^2 + 8 \cdot T_\Sigma^3 \cdot s^3} \quad (3.27)$$

$T(s)$  entspricht dem Führungsverhalten des geschlossenen Regelkreises, während  $S(s)$  das Störverhalten des geschlossenen Regelkreises für Störungen am Streckenausgang charakterisiert. Oberhalb der Durchtrittsfrequenz  $\omega_D = (2 \cdot T_\Sigma)^{-1}$  (Abbildung 3.9, rechts) nähert sich der Amplitudengang  $|T(j\omega)|$  immer mehr dem des offenen Regelkreises  $|G_0(j\omega)|$  an. Bezüglich des Führungsverhaltens mit Vorfilter kann bei dieser Optimierungsmethode die Bandbreite bzw. Grenzfrequenz  $\omega_G$  der Regelung gleich der Durchtrittsfrequenz gesetzt werden  $\omega_G = \omega_D$ . Bis zu dieser Frequenz ist ein gutes Sollwertfolgeverhalten der Rotorlage zu erwarten, während eingekoppelte Störungen noch ausregelbar sind.

### 3.5. Optimierung der Magnetlagerregelung

Geht man von einer vollständigen Entkopplung der Freiheitsgrade wie im Abschnitt 2.5 beschrieben aus, dann kann als Ausgangspunkt für die Optimierung der Magnetlagerregelung das Modell der Regelstrecke (3.15) für den Reglerentwurf in einem Freiheitsgrad verwendet werden. Abbildung 3.10 zeigt den Signalflussplan der im Arbeitspunkt (AP) linearisierten

stromgeregelten Regelstrecke. Mit dem Ziel der Stabilisierung des Rotors und der Optimierung des Störverhaltens nach dem symmetrischen Optimum sind die Struktur des Eingrößenreglers auszuwählen und dessen Parameter zu berechnen. Als Stellgröße steht dem Regler beim stromgeregelten Magnetlager üblicherweise der Stromsollwert  $i_{Soll}$  und als Messgröße die Rotorlage  $x$  zur Verfügung.



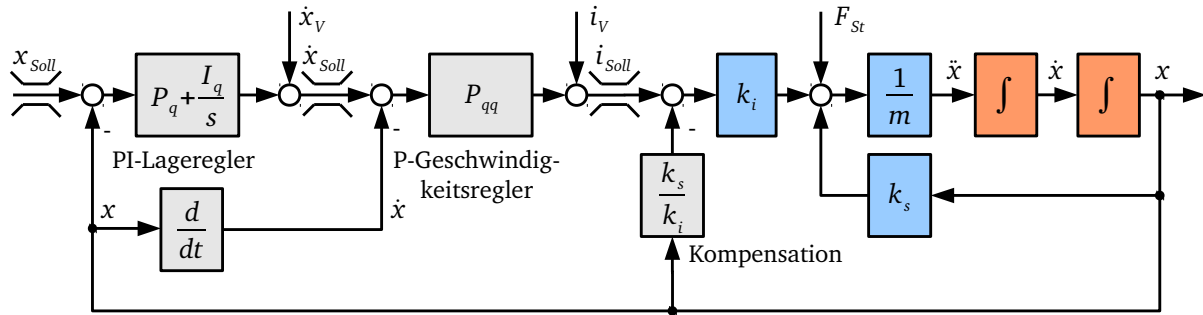
**Abbildung 3.10.** – Im Arbeitspunkt AP linearisiertes Modell eines aktiven stromgeregelten Magnetlagers mit einem Freiheitsgrad

Da die allgemeine symmetrische Optimierung im vorangegangenen Abschnitt die Festlegung einer Summenzeitkonstante  $T_{\Sigma}$  zur Charakterisierung des Systemverhaltens voraussetzt, bietet es sich an, die Zeitkonstante  $T_i$  des Stromregelkreises als Teil der kleinen Zeitkonstante aufzufassen. Dadurch reduziert sich die Systemordnung und als neuer Systemeingang kann der Aktorstrom angenommen werden. Das zugehörige lineare Zustandsraummodell im Arbeitspunkt wurde bereits mit (3.16) beschrieben.

Die Eigenschaften des geregelten Magnetlagers sind bezüglich des Störverhaltens genau dann optimal, wenn der Amplitudenfrequenzgang des offenen Regelkreises durch die entsprechende Wahl der Reglerstruktur und der Reglerparameter dem optimierten Verlauf in Abbildung 3.9 entspricht. Dabei ist es von Vorteil, die Rückführung der Zustandsgrößen  $x$  und  $\dot{x}$  in Form einer kaskadierten Struktur zu realisieren, wodurch ein innerer Geschwindigkeitsregelkreis und eine davon entkoppelte übergeordnete Lageregelung entworfen werden kann.

Aus praktischen Gesichtspunkten heraus bietet die Kaskadenregelung einige Vorteile, die sich insbesondere bei der Erstinbetriebnahme und auch im Einsatz unter realen Betriebsbedingungen bemerkbar machen. Dieses Konzept erlaubt es, eine Begrenzung der physikalischen Zustandsgrößen wie Strom, Geschwindigkeit und Lage zu integrieren. Eine Vorsteuerung dieser Größen mit Hilfe eines Sollwertrechners ermöglicht es, Bewegungsvorgänge mittels Trajektorienaufschaltung zu realisieren [32]. Die folgende Abbildung 3.11 zeigt die vollständige kaskadierte Regelung in einem Freiheitsgrad.

Als Vorsteuergrößen dienen die Eingangsgrößen  $x_{Soll}$ ,  $\dot{x}_V$  und  $i_V$ , während  $F_{St}$  eine von außen einwirkende Störkraft darstellt. Die arbeitspunktabhängige Aufschaltung  $-\frac{k_s}{k_i} \cdot x$  im Regler kompensiert die Wegabhängigkeit der Magnetkraft, wodurch die Regelstrecke näherungsweise als Integratorenkette zweiter Ordnung betrachtet werden kann. Mit dem P-Regler  $P_{qq}$  kann der innere Regelkreis geschlossen werden, indem das differenzierte Messsignal  $\dot{x}$  als virtuelle Geschwindigkeitsrückführung genutzt wird. Unter der Annahme einer idealen  $k_s$ -Kompensation bildet der innere Regelkreis ein System erster Ordnung (PT1) ohne we-



**Abbildung 3.11.** – Vollständige Struktur der kaskadierten Magnetlagerregelung mit einem Freiheitsgrad

abhängige Störgröße, der das Dämpfungsverhalten der Lagerung bestimmt. Kompensiert man die Streckenverstärkung  $\frac{k_i}{m}$  und führt die Summenzeitkonstante  $T_\Sigma$  mit Hilfe des Reglerparameters  $P_{qq}$  ein, kann das dynamische Verhalten mit  $T_\Sigma$  in bestimmten Grenzen frei eingestellt werden (3.28). Eine wie im Abschnitt 3.3 beschriebene Filterung des Messrauschens im Regler soll erst bei späteren Betrachtungen berücksichtigt werden, da zunächst der ideale Reglerentwurf erfolgt.

$$P_{qq} = \frac{m}{k_i \cdot T_\Sigma} \quad (3.28)$$

Je kleiner diese Summenzeitkonstante ist, desto größer wird die Dämpfung der Lagerung sein, vorausgesetzt die Parameter  $m$  und  $k_i$  sind zeitlich konstant. Um eine optimale Störgrößenregelung bezüglich der Rotorlage nach dem symmetrischen Optimum zu erhalten, muss der überlagerte Lagereger zusammen mit der Regelstrecke (3.29) die Zielfunktion des offenen Lageregelkeises  $G_0(s)|_{SO}$  (3.25) bilden.

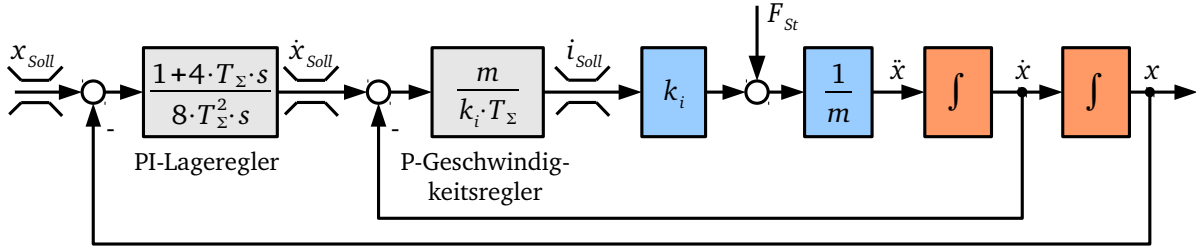
$$G_S(s) = \frac{x(s)}{\dot{x}_{Soll}(s)} = \frac{1}{2 \cdot T_\Sigma \cdot s \cdot (1 + T_\Sigma \cdot s)} \quad (3.29)$$

Dieses Entwurfsziel wird mit einem PI-Lagereger erreicht, dessen Reglerparameter  $P_q$  und  $I_q$  wie folgt parametrisiert werden (3.30).

$$P_q = \frac{1}{2 \cdot T_\Sigma} \quad I_q = \frac{1}{8 \cdot T_\Sigma^2} \quad (3.30)$$

Mit dieser Auslegung des PI-Lagereglers ergibt sich eine definierte Steifigkeit der Lagerung, die ebenfalls von der Summenzeitkonstante  $T_\Sigma$  abhängig ist. Steifigkeit und Dämpfung sind deshalb nicht unabhängig voneinander einstellbar, was eine direkte Folge des symmetrisch optimierten Störverhaltens nach Abbildung 3.9 ist. Abbildung 3.12 zeigt die vollständig ideal parametrisierte Magnetlagerregelung in vereinfachter Darstellung ohne zusätzliche Signalfilterung als zeitkontinuierliches Modell.





**Abbildung 3.12.** – Vereinfachte Darstellung der idealen optimierten Magnetlagerregelung in kaskadierter Struktur mit einem Freiheitsgrad

Ohne I-Anteil entspricht die kaskadierte Struktur in Abbildung 3.12 dem PD-Regler aus Abschnitt 3.3, der lediglich zur Stabilisierung des Rotors geeignet ist, jedoch keine stationäre Genauigkeit der Rotorlage gewährleisten kann.

Eine Änderung der Summenzeitkonstante  $T_\Sigma$  hat eine Verschiebung der Durchtrittsfrequenz des offenen Regelkreises  $\omega_D = (2 \cdot T_\Sigma)^{-1}$  zur Folge (Abbildung 3.9), wodurch sich das dynamische Verhalten des schwebenden Rotors ändert. Da das Nachgiebigkeitsverhalten von der Regeldynamik abhängt, können die Lagereigenschaften direkt mit  $T_\Sigma$  beeinflusst werden.

Das Zustandsraummodell (3.31) beschreibt das ideale dynamische Verhalten der magnetischen Lagerung mit dem Zustandvektor  $\mathbf{x} = (\int x dt, x, \dot{x})^T$  und dem Eingangsvektor  $\mathbf{u} = (x_{Soll}, F_{St})^T$ .

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{8 \cdot T_\Sigma^3} & -\frac{1}{2 \cdot T_\Sigma^2} & -\frac{1}{T_\Sigma} \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x} + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ \frac{1}{2 \cdot T_\Sigma^2} \end{pmatrix} \cdot \mathbf{u} \quad (3.31)$$

$$y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T \cdot \mathbf{x}$$

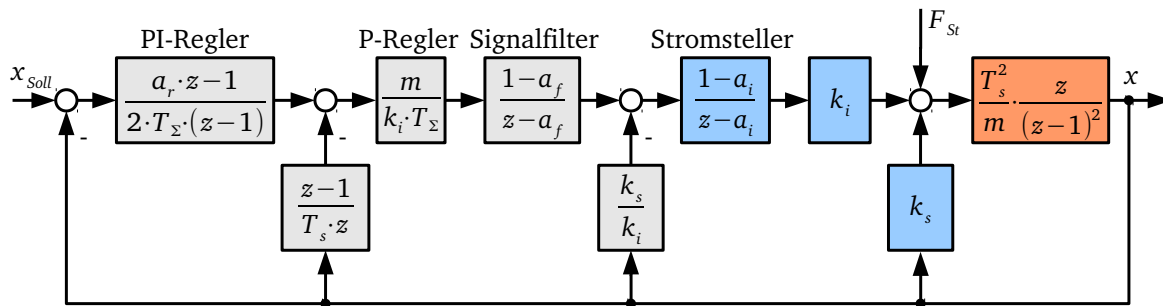
Zur Charakterisierung des idealen dynamischen Verhaltens der Rotorlage  $x$  kann bezüglich der Eingangsführungsgröße  $x_{Soll}$  die Führungsübertragungsfunktion (3.32) und bezogen auf die externe Störkraftkomponente  $F_{St}$  die Störübertragungsfunktion (3.33) zur Systembeschreibung im Arbeitspunkt AP verwendet werden.

$$G_W(s)|_{AP} = \frac{x(s)}{x_{Soll}(s)} = \frac{1 + 4 \cdot T_\Sigma \cdot s}{1 + 4 \cdot T_\Sigma \cdot s + 8 \cdot T_\Sigma^2 \cdot s^2 + 8 \cdot T_\Sigma^3 \cdot s^3} \quad (3.32)$$

$$G_Z(s)|_{AP} = \frac{x(s)}{F_{St}(s)} = \frac{8 \cdot T_\Sigma^3}{m} \cdot \frac{s}{1 + 4 \cdot T_\Sigma \cdot s + 8 \cdot T_\Sigma^2 \cdot s^2 + 8 \cdot T_\Sigma^3 \cdot s^3} \quad (3.33)$$

Da die Koeffizienten des charakteristischen Polynoms im Nenner nur von  $T_\Sigma$  abhängig sind, ist keine unabhängige Vorgabe der Lagersteifigkeit und Lagerdämpfung möglich. Aus dem statischen Übertragungsfaktor der Störübertragungsfunktion (3.33) lässt sich ableiten, dass eine große Rotormasse  $m$  und eine kleine Summenzeitkonstante  $T_\Sigma$  grundsätzlich zu einer hohen dynamischen Steifigkeit führen.

Im Zähler der Führungsübertragungsfunktion (3.32) ruft die Nullstelle ein relativ großes Überschwingen der Regelgröße  $x$  bei schneller Sollwertänderung hervor, das jedoch mit einem Vorfilter erster Ordnung weitgehend kompensierbar ist, ohne das optimierte Störverhalten zu beeinflussen.



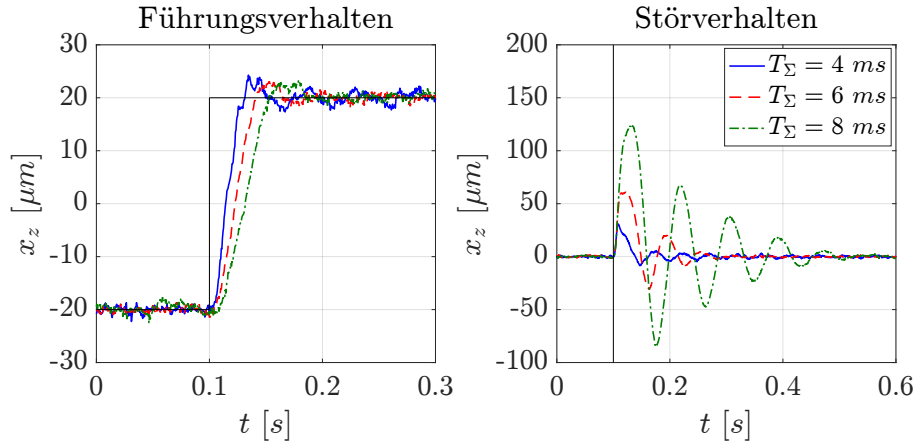
**Abbildung 3.13.** – Zeitdiskretes Modell des geschlossenen Magnetlagerregelkreises unter Berücksichtigung der Stromsteller- und Signalfilterdynamik

In Abbildung 3.13 ist das zeitdiskrete Modell des symmetrisch optimierten Regelkreises inklusive der Stromsteller- und der Signalfilterdynamik dargestellt. Dieses Modell beschreibt das diskretisierte Regelverhalten des RTP1 in einem Freiheitsgrad.

Mit Hilfe dieser Reglerimplementierung wurde das Führungs- und Störverhalten mit einer Abtastzeit von  $T_s = 0.5 \text{ ms}$  und einer Signalfilterzeitkonstante von  $T_f = 0.8 \text{ ms}$  in Abhängigkeit von der Summenzeitkonstante  $T_\Sigma$  im vertikalen Freiheitsgrad  $x_z$  am RTP1 aufgenommen. Die Zeitverläufe in Abbildung 3.14 zeigen den Einfluss von  $T_\Sigma$  auf die Anregelzeiten sowie auf die Änderung der Lagernachgiebigkeit und der Lagerdämpfung.

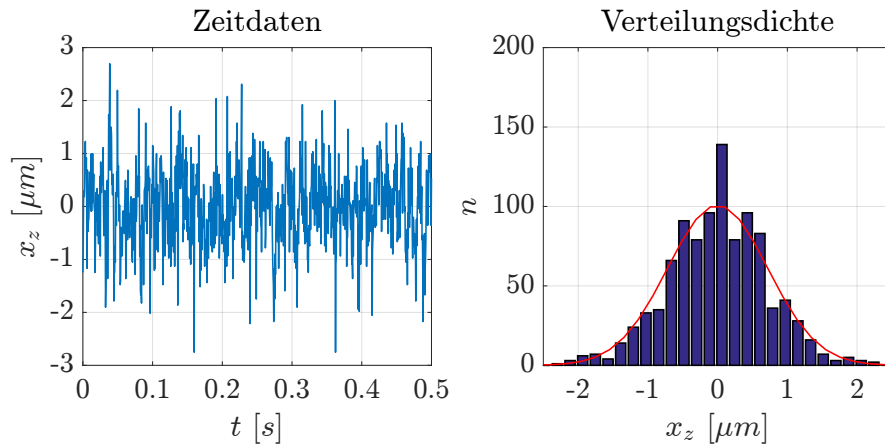
Der symmetrisch optimierte kaskadierte Reglerentwurf ermöglicht es, durch Vorgabe von  $T_\Sigma$  als freier Reglerparameter das dynamische Verhalten der magnetischen Lagerung zu beeinflussen. Unabhängig von der Summenzeitkonstante wird theoretisch immer das optimale Störverhalten nach dem symmetrischen Optimum erreicht. Diese Eigenschaft der kaskadierten Regelungsstruktur ist sehr günstig in Hinsicht auf die Erstinbetriebnahme, aber auch unter realen Betriebsbedingungen, da sich die üblicherweise komplexe Reglerparametrierung allein auf die Vorgabe von  $T_\Sigma$  bei sonst bekannten Regelstreckenparametern beschränkt.

In Abbildung 3.15 ist die statistische Auswertung des stationären Rotorlagesignals  $x_z$  des RTP1 im geregelten Betrieb dargestellt. Der Mittelwert der Rotorlage liegt relativ zum Arbeitspunkt bei  $\bar{x}_z = 0$ , während sich im gemessenen Zeitraum eine Streuung von  $\sigma_{x_z} = 0.719$



**Abbildung 3.14.** – Führungs- und Störverhalten im Freiheitsgrad  $x_z$  bezüglich des Arbeitspunktes  $x_z^{AP}$  (siehe Anhang A) bei unterschiedlichen Summenzeitkonstanten  $T_\Sigma$  (Experiment, RTP1,  $T_f = 0.8 \text{ ms}$ ,  $T_s = 0.5 \text{ ms}$ ,  $\Delta x_z^{Soll} = 40 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $\Delta F_{St} = 2 \text{ kN}$ )

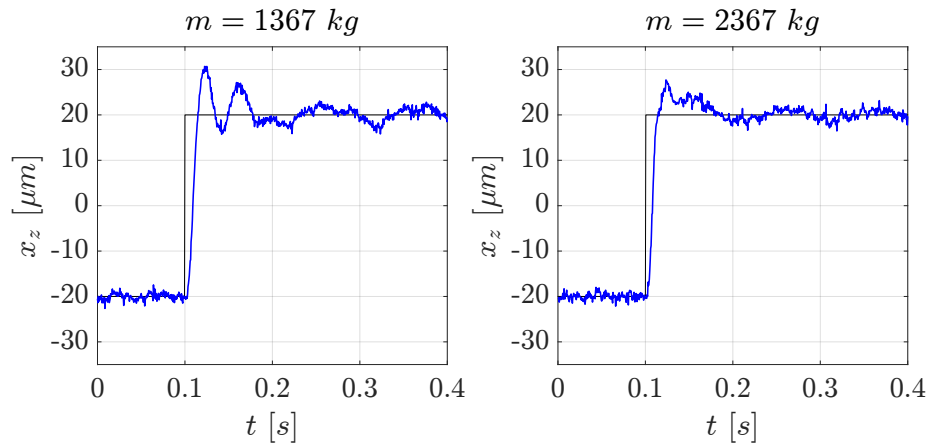
$\mu\text{m}$  ermitteln lässt. Diese Streuung wird durch das Messrauschen der Sensorik verursacht und im Regelkreis in Abhängigkeit von  $T_\Sigma$ ,  $T_f$  und  $T_s$  verstärkt.



**Abbildung 3.15.** – Statistische Auswertung des stationären Rotorlagesignals  $x_z$  bei optimierter kaskadierter Regelung (vgl. Abbildung 3.13), Kenngrößen  $\bar{x}_z = 0 \text{ } \mu\text{m}$  und  $\sigma_{x_z} = 0.719 \text{ } \mu\text{m}$  (Experiment, RTP1,  $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ ,  $T_f = 0.8 \text{ ms}$ ,  $T_s = 0.5 \text{ ms}$ )

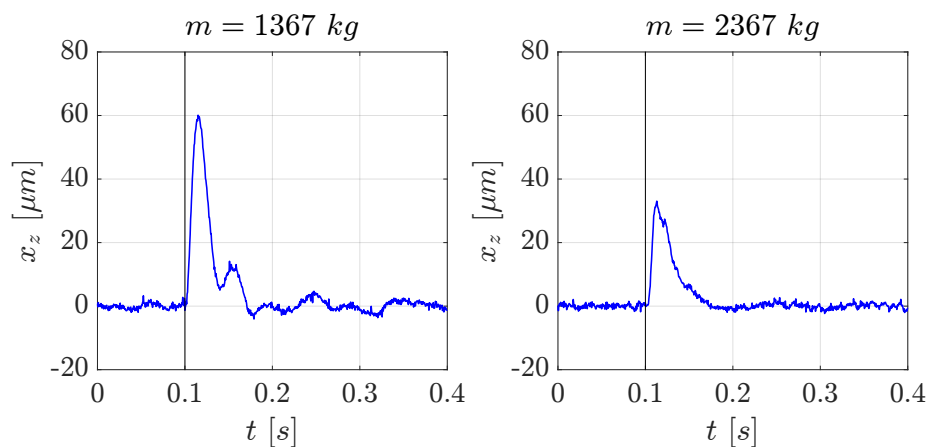
Ändert sich die Rotormasse durch das Aufspannen großer Werkstücke, tritt eine Parameteränderung auf, die Auswirkungen auf das dynamische Verhalten des magnetisch gelagerten Gesamtsystems zur Folge hat. Zur Simulation einer nennenswerten Massenänderung wurde eine äquivalente Änderung des Masseparameters  $m$  im unterlagerten Geschwindigkeitsregelkreis (Gleichung 3.28) vorgenommen, da Werkstücke in dieser Dimension für RTP1 standortbedingt nicht zur Verfügung standen. Abbildung 3.16 zeigt die Ergebnisse des gemessenen Führungsverhaltens bei einer Massenänderung von  $\Delta \hat{m} = \pm 500 \text{ kg}$  relativ zum Nominalwert  $m = 1867 \text{ kg}$ .

In beiden Sprungantworten ist ein unterschiedlich gedämpftes Einschwingverhalten anhand



**Abbildung 3.16.** – Führungsverhalten  $x_z$  für zwei unterschiedliche Rotormassen  $m$  (Experiment, RTP1,  $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ ,  $T_f = 0.8 \text{ ms}$ ,  $T_s = 0.5 \text{ ms}$ ,  $\Delta x_z^{\text{Soll}} = 40 \text{ }\mu\text{m}$ )

der sich verändernden Überschwingweite und der unterschiedlich langen Ausregelzeit erkennbar.



**Abbildung 3.17.** – Störverhalten  $x_z$  für zwei unterschiedliche Rotormassen  $m$  (Experiment, RTP1,  $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ ,  $T_f = 0.8 \text{ ms}$ ,  $T_s = 0.5 \text{ ms}$ ,  $\Delta F_{St} = 2 \text{ kN}$ )

Auch im Störverhalten ergeben sich bei Änderung der Masse unterschiedliche maximale Rotoauslenkungen bei gleichbleibender Störkrafteinkopplung. Abbildung 3.17 enthält die gemessenen Verläufe. Die sprunghafte Störkraft  $\Delta F_{St}$  wurde innerhalb des Echtzeitrechnersystems durch eine äquivalente sprunghafte Störstromaufschaltung am Eingang des Stromregelkreises erzeugt. Während die Ausregelung der Störung in beiden Fällen ungefähr gleich schnell erfolgt, liegt bei vergrößerter Rotormasse eine geringere dynamische Nachgiebigkeit vor, was anhand der geringeren maximalen Auslenkung erkennbar ist.

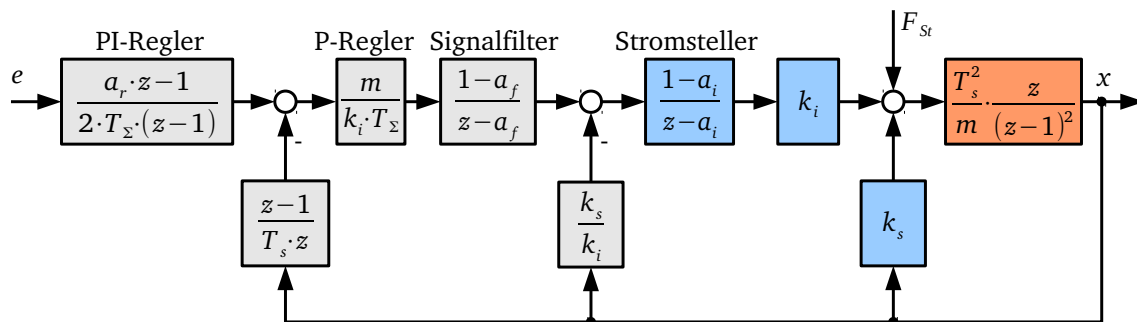
### 3.6. Stabilitätsgrenzen und Lagereigenschaften

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit der Frage, wo die Stabilitätsgrenzen der geregelten elektromagnetischen Lagerung liegen und wie gezielt Einfluss auf die Lagereigenschaften genommen werden kann, ohne die Stabilitätsgrenzen zu erreichen bzw. zu überschreiten.

Die Rotorlage eines magnetisch gelagerten Rundtisches muss bei inaktiver oder instabiler Regelung durch sogenannte Fanglager in jedem Freiheitsgrad mechanisch begrenzt werden, um Beschädigungen durch direkten Kontakt der Elektromagnete bzw. der Sensoren mit dem Rotor zu vermeiden. Mit Hilfe der Echtzeitregelung sollen instabile Betriebszustände stets verhindert werden, da in diesen Zuständen, besonders bei der Bearbeitung von Werkstücken, mit Beschädigungen des Werkstückes und des Werkzeuges zu rechnen ist.

Im Folgenden werden ausgehend vom erweiterten Modell der zeitdiskret realisierten Magnetlagerregelung in Abbildung 3.13 numerische Berechnungen zur Ermittlung der Stabilitätsgrenzen durchgeführt. Der Abstrahierungsgrad dieses erweiterten Modells wurde so gewählt, dass alle relevanten zeitlichen Verzögerungen innerhalb des Regelkreises Berücksichtigung finden, die die Stabilität negativ beeinflussen können.

Zu diesen Verzögerungen gehört zum einen die Totzeit, die durch die Abtastung durch das Echtzeitrechnersystem entsteht (siehe Abschnitt 3.3), zum anderen die Stromstellerdynamik des stromgesteuerten Magnetlagers und die Verzögerung durch Filterung des Messrauschens. Alle drei Anteile führen zu einer Verschlechterung der Stabilitätsreserve, sind aber notwendiger Bestandteil der geregelten elektromagnetischen Lagerung. In Abbildung 3.18 ist der mit der Abtastzeit  $T_s$  diskretisierte offene Lageregelkreis dargestellt, der es ermöglicht, die Stabilitätsgrenzen der Magnetlagerregelung zu untersuchen.



**Abbildung 3.18.** – Zeitdiskretes Modell des offenen Magnetlagerregelkreises unter Berücksichtigung der Stromsteller- und Signalfilterdynamik

In diesem Signalfussplan finden die Koeffizienten  $a_r$ ,  $a_f$  und  $a_i$  (3.34) Verwendung. Diese zeitinvarianten Parameter ergeben sich aus der Diskretisierung des Modells aus Abbildung 3.11 und sind bis auf  $a_r$  von der Summenzeitkonstante  $T_\Sigma$  unabhängig. Der Koeffizient  $a_r$  beeinflusst das dynamische Verhalten des PI-Lagereglers und ist deshalb mit  $T_\Sigma$  veränderlich, während  $a_f$  und  $a_i$  von den zugehörigen Zeitkonstanten des Signalfilters  $T_f$  und der Stromregelung  $T_i$  beeinflusst werden. Da die Abtastung der Ein- und Ausgänge des Echtzeitrechners synchron erfolgt, ist die Signallaufzeit des Echtzeitrechners gleich der Abtastzeit  $T_s$ , die als

Signalverschiebung mit  $z^{-1}$  im Modell berücksichtigt wird.

$$a_r(T_s, T_\Sigma) = 1 + \frac{T_s}{4T_\Sigma} \quad a_f(T_s, T_f) = e\left(-\frac{T_s}{T_f}\right) \quad a_i(T_s, T_i) = e\left(-\frac{T_s}{T_i}\right) \quad (3.34)$$

Das Signalfilter und der Stromsteller befinden sich innerhalb des Geschwindigkeitsregelkreises und bilden zwei kleine Zeitkonstanten, die die maximale Dynamik der inneren Schleife begrenzen. Aus diesem Grund ist es nicht möglich, durch Verringerung von  $T_\Sigma$  die Grenzfrequenz der Magnetlagerregelung  $\omega_G \sim T_\Sigma^{-1}$  beliebig weit in den oberen Frequenzbereich zu verschieben. Die Bestrebung,  $T_\Sigma$  möglichst klein machen zu wollen, ist jedoch sinnvoll, um das dynamische Verhalten des Magnetlagers zu verbessern. Mit der Dynamik des Stromregelkreises wird zusätzlich die  $k_s$ -Kompensation verzögert, so dass bei schnellen Rotorbewegungen der destabilisierenden Wirkung der  $k_s$ -Rückführung der Regelstrecke nicht beliebig schnell entgegengewirkt werden kann. Gleichung (3.35) beschreibt das abgeleitete Ein-/Ausgangsverhalten  $\frac{x(z)}{e(z)}$  des offenen Lageregelkreises aus dem Signalflussplan in Abbildung 3.18.

$$\frac{x(z)}{e(z)} = \frac{T_s^2}{2 \cdot T_\Sigma} \cdot \frac{z}{(z-1)^2} \cdot \frac{(a_r \cdot z - 1) \cdot (1 - a_f) \cdot (1 - a_i)}{T_\Sigma \cdot (z - a_f) \cdot \left[ (z - a_i) \cdot (z - 1) - \frac{k_s}{m} \cdot T_s^2 \cdot z \right] + T_s \cdot (1 - a_f) \cdot (1 - a_i)} \quad (3.35)$$

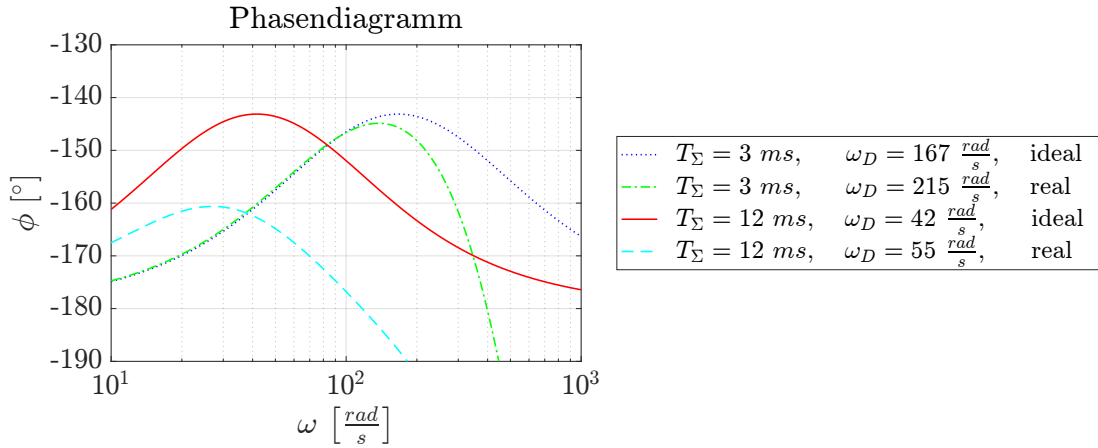
Anhand der Übertragungsfunktion (3.35) wird deutlich, dass das dynamische Verhalten im Vergleich zur idealen Übertragungsfunktion (3.25) neben der Summenzeitkonstante  $T_\Sigma$  auch von den Parametern  $m$ ,  $k_s$ ,  $T_s$ ,  $T_f$  und  $T_i$  abhängt.

In Tabelle 3.1 sind zur konkreten Berechnung die relevanten Parameter der Regelung des Freiheitsgrades  $x_z$  des RTP1 im Arbeitspunkt  $\mathbf{x}_z^{AP}$  (siehe Anhang A) angegeben. Mit Hilfe dieser Anlagenparameter wurden die Phasendiagramme in Abbildung 3.19 für zwei unterschiedliche Summenzeitkonstanten berechnet und vergleichend dargestellt.

$m$	$k_i$	$k_s$	$T_s$	$T_\Sigma$	$T_f$	$T_i$
1867 kg	530 $\frac{N}{A}$	110.6 · 10 <sup>6</sup> $\frac{N}{m}$	0.5 · 10 <sup>-3</sup> s	5 · 10 <sup>-3</sup> s	0.5 · 10 <sup>-3</sup> s	0.22 · 10 <sup>-3</sup> s

**Tabelle 3.1.** – Anlagenparameter von RTP1 im Freiheitsgrad  $x_z$

Die Phasenreserve ist im Fall der idealisierten Modellierung (3.25) unabhängig von der Durchtrittsfrequenz  $\omega_D = (2 \cdot T_\Sigma)^{-1}$ . Werden jedoch das Abtastverhalten sowie die Stromsteller- und Signalfilterdynamik berücksichtigt (3.35), treten in den Grenzbereichen der frei wählbaren Summenzeitkonstante zusätzliche Verluste im Phasenvorhalt auf. Die Dämpfung verhält sich direkt proportional zur Phasenreserve und kann deshalb als Kriterium zur Beurteilung der Stabilitätsreserve dienen (3.36).



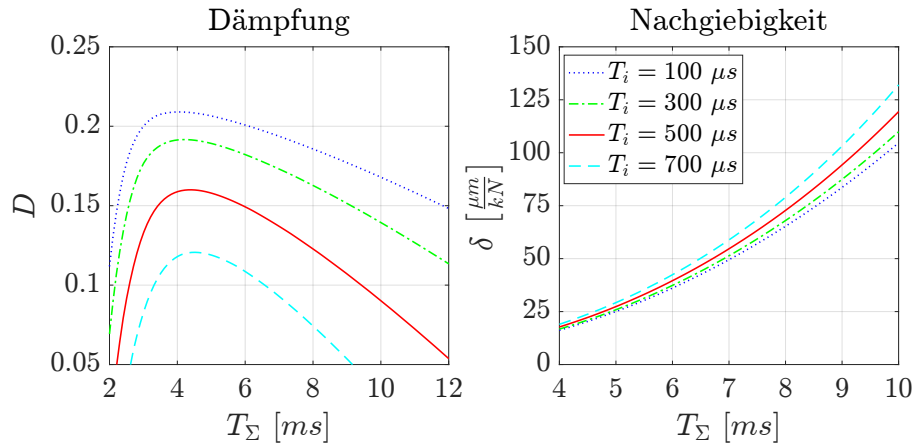
**Abbildung 3.19.** – Phasendiagramm des offenen Lageregelkreises bei unterschiedlichen Summenzeitkonstanten  $T_\Sigma$ , ideal zeitkontinuierlich (3.25) und zeitdiskret unter realen Bedingungen (3.35) (Simulation, RTP1,  $x_z$ ,  $T_f = 0.5 \text{ ms}$ ,  $T_i = 0.44 \text{ ms}$ )

$$D = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{\ln(\ddot{u})}\right)^2}} \quad (3.36)$$

Bei größeren  $T_\Sigma$ -Werten kann die langsamer werdende Regelung die destabilisierende Wirkung der  $k_s$ -Rückführung weniger gut kompensieren. Dies führt zur einer Verringerung der Phasenreserve mit entsprechend schwächer gedämpfter Rotorlage bis hin zur Instabilität. Andererseits erhöhen kleine  $T_\Sigma$ -Werte die Lagersteifigkeit, hochfrequente Signalanteile werden jedoch deutlich verstärkt und haben eine Verschlechterung der Lagegenauigkeit des Rotors zur Folge. Wird  $T_\Sigma$  kleiner als die Summe  $T_f + T_i + T_s$ , ist es nicht mehr möglich, die Rotorlage durch die Regelung zu stabilisieren. Deshalb muss bei der Anpassung der Summenzeitkonstante in beiden Fällen sichergestellt sein, dass eine genügend große Phasenreserve im offenen Lageregelkreis vorhanden ist, um die Stabilität des geschlossenen Regelkreises zu gewährleisten.

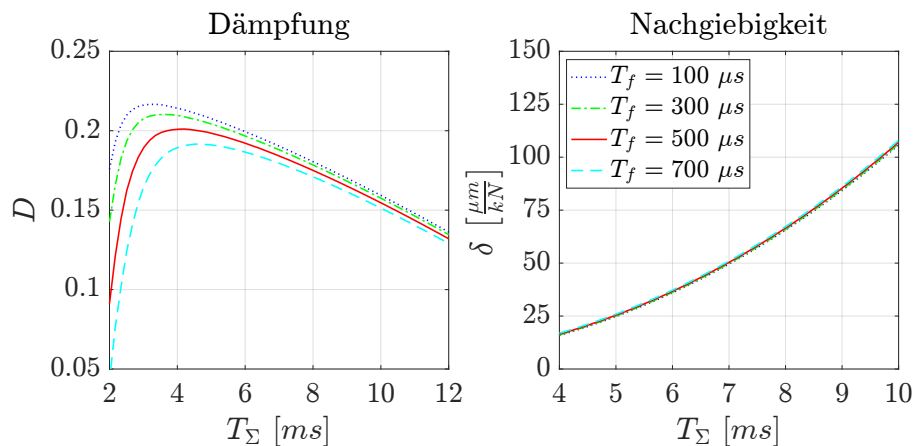
Abbildung 3.20 zeigt den Verlauf der Dämpfung und der Nachgiebigkeit der elektromagnetischen Lagerung des RTP1 bei sich mit  $T_\Sigma$  ändernder Regelkreisdynamik. Mit Hilfe des Simulationsmodells wurde die Dämpfung  $D$  anhand der Überschwingweite  $\ddot{u}$  der Sprungantwort nach (3.36) berechnet [40]. Die Maximalauslenkung aus dem Arbeitspunkt bei sprunghafter Störkraftaufschaltung dient als Maß zur Beurteilung der Nachgiebigkeit  $\delta$ .

Der veränderliche Parameter in Abbildung 3.20 ist die Zeitkonstante  $T_i$  des Stromstellers. Definiert man die Stabilitätsgrenzen durch Festlegung einer Mindestdämpfung, so kann mit  $T_\Sigma^{\min}$  eine kleinstmögliche und mit  $T_\Sigma^{\max}$  eine größtmögliche Summenzeitkonstante für einen bestimmten Parametersatz  $T_i$ ,  $T_f$  und  $T_s$  angegeben werden. Da die Dämpfung bzw. die Phasenreserve innerhalb dieser Grenzen stets größer ist als die Mindestdämpfung bzw. die Mindestphasenreserve, kann stabiles Regelverhalten garantiert werden.



**Abbildung 3.20.** – Dämpfung  $D$  und Nachgiebigkeit  $\delta$  des Magnetlagers in Abhängigkeit von  $T_\Sigma$  bei unterschiedlichen Stromstellerzeitkonstanten  $T_i$  (Simulation, RTP1,  $x_z$ ,  $T_s = 0.5$  ms,  $T_f = 0.5$  ms)

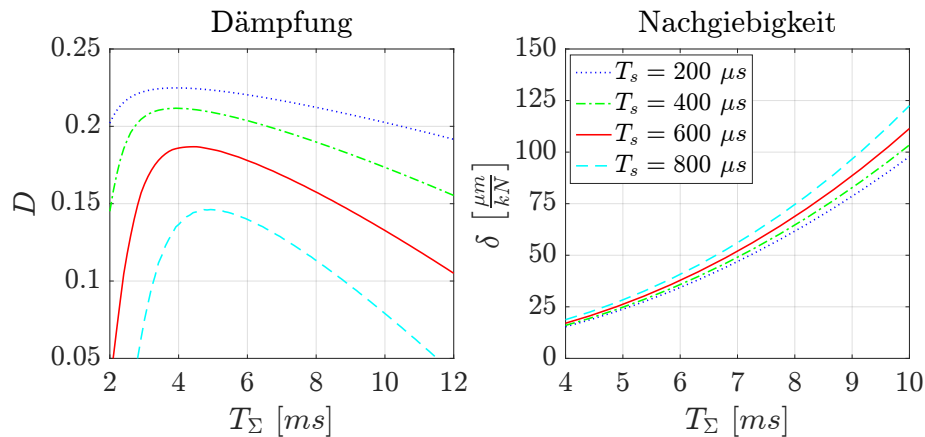
In den dargestellten Verläufen von Abbildung 3.20 wird der Einfluss des dynamischen Verhaltens der Stromregelung sichtbar. Je kleiner die Zeitkonstante  $T_i$ , desto größer ist die erzielbare Lagerdämpfung und die Lagersteifigkeit als Kehrwert der Lagernachgiebigkeit. Die insgesamt kleine maximale Lagerdämpfung ist auf das schwach gedämpfte Führungsverhalten des symmetrisch optimierten Regelkreises ohne Sollwertfilterung zurückzuführen.



**Abbildung 3.21.** – Dämpfung  $D$  und Nachgiebigkeit  $\delta$  des Magnetlagers in Abhängigkeit von  $T_\Sigma$  bei unterschiedlichen Filterzeitkonstanten  $T_f$  (Simulation, RTP1,  $x_z$ ,  $T_s = 0.5$  ms,  $T_i = 0.22$  ms)

Der Einfluss der Filterzeitkonstanten  $T_f$  auf das Dämpfungs- und Nachgiebigkeitsverhalten ist in Abbildung 3.21 dargestellt. Während die Nachgiebigkeit nahezu unabhängig von der Filterwirkung ist, verringert sich mit zunehmender Filterzeitkonstante  $T_f$  die maximal erreichbare Lagerdämpfung. Das zunehmende Messrauschen bei zu schwacher Filterwirkung verursacht eine Verschlechterung der Positioniergenauigkeit und geht mit einer stärkeren Schallabstrahlung einher.





**Abbildung 3.22.** – Dämpfung  $D$  und Nachgiebigkeit  $\delta$  des Magnetlagers in Abhängigkeit von  $T_\Sigma$  bei unterschiedlichen Abtastzeiten  $T_s$  (Simulation, RTP1,  $x_z$ ,  $T_f = 0.5 \text{ ms}$ ,  $T_i = 0.22 \text{ ms}$ )

Auch bei unterschiedlichen Abtastfrequenzen ist ein erheblicher Einfluss auf die Regelkreisdämpfung feststellbar. Diese Abhängigkeit zeigt Abbildung 3.22. Durch Verringerung der Abtastschrittweite  $T_s$  des Echtzeitrechnersystems vergrößert sich der Stabilitätsbereich bezüglich  $T_\Sigma$  deutlich. Die dynamische Nachgiebigkeit verringert sich insbesondere im Bereich größerer Summenzeitkonstanten, wenn die Abtastintervalle verkürzt werden.

Abschließend können drei grundsätzliche Aussagen zusammengefasst werden, die bei der Realisierung aktiver magnetischer Lagerungen beachtet werden sollten, um möglichst gute Lageigenschaften hinsichtlich der Dämpfung und der Nachgiebigkeit zu erhalten.

1. Das dynamische Verhalten der Stromregelung sollte so gut wie möglich sein.
2. Die verwendete Sensorik sollte ein möglichst geringes Messrauschen mit kleinstmöglicher Störeinkopplung aufweisen.
3. Die Abtastfrequenz des Echtzeitrechners sollte möglichst hoch sein, um Phasenverluste zu minimieren.



## 4. Regelungskonzepte magnetisch gelagerter Rundtische

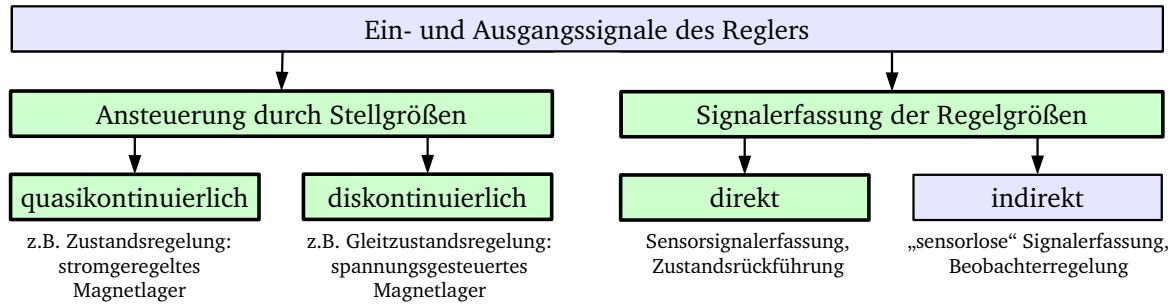
Das dynamische Verhalten bzw. die Lagereigenschaften und die Bedien- und Steuerbarkeit eines aktiven elektromagnetischen Lagers werden hauptsächlich durch den Regelalgorithmus bestimmt. Während bereits im Kapitel 3 die kaskadierte Regelung des Magnetlagers in einem Freiheitsgrad beschrieben wurde, geht dieses Kapitel auf unterschiedliche Methoden zur Regelung magnetischer Lagerungen ein, deren Vor- und Nachteile mit Hilfe von Simulationsmodellen und experimentellen Untersuchungen deutlich gemacht werden sollen. Hierbei steht im Gegensatz zum Kapitel 3 die Mehrgrößenregelung im Vordergrund. Zur besseren Übersicht der Vielzahl möglicher Regelungsmethoden erfolgt zunächst eine Klassifizierung bezüglich der Regelungskonzepte und der Reglerentwurfsverfahren.

### 4.1. Klassifizierung nach dem Regelungskonzept

Die Auswahl eines geeigneten Regelungskonzeptes aktiver elektromagnetischer Lagerungen hängt nicht nur von der Anzahl, der Art und der Anordnung der Sensoren und Aktoren ab. Auch die Anforderungen an das Regelverhalten sind für die Umsetzung maßgeblich. Prinzipiell können unterschiedliche Regelungskonzepte zum gleichen Regelverhalten führen, jedoch bezogen auf die Reglerparametrierung bzw. die praktische Realisierung verschiedene Vor- und Nachteile aufweisen.

#### 4.1.1. Gliederung nach Art der Regelkreissignale

Abbildung 4.1 zeigt eine Einteilung nach Ein- und Ausgangssignalarten des Reglers. Dabei wird zwischen der Ansteuerung der Regelstrecke durch die Stellgröße am Reglerausgang und der Signalerfassung der Regelgrößen am Reglereingang unterschieden. Die hervorgehobenen Kästen in Abbildung 4.1 kennzeichnen die in dieser Arbeit verwendeten Signalarten zur Magnetlagerregelung. Im Folgenden werden die vier grundsätzlichen Arten von Ein- und Ausgangssignalen des Reglers in Abbildung 4.1 näher erläutert.



**Abbildung 4.1.** – Klassifizierung der Regelungskonzepte nach der Art der Ein- und Ausgangssignale des Reglers

**Quasikontinuierliche Stellgröße** Wenn die Abtastschrittweite der zeitdiskret berechneten Stellgrößenwerte des Reglers deutlich kleiner als die kleinste Zeitkonstante des Systems ist, dann kann die Regelung als quasikontinuierlich betrachtet werden. Diese Art der Regelung bietet sich bei stromgeregelten Magnetlagersystemen an (Abschnitt 3.2.2), da am Eingang des unterlagerten Stromregelkreises als Stellgröße des Reglers ein kontinuierliches Stromsollwertsignal benötigt wird.

**Diskontinuierliche Stellgröße** Spannungsgesteuerte Magnetlager (Abschnitt 3.2.3) verfügen über einen Schaltverstärker (D-Verstärker) als Aktorendstufe mit diskontinuierlicher Stellgröße. Für diese Art der Ansteuerung ist die Gleitzustandsregelung (Sliding-Mode-Control) sehr gut geeignet, da sich bei diesem Regelungskonzept diskontinuierliche Stellgrößensignale am Ausgang des Reglers ergeben.

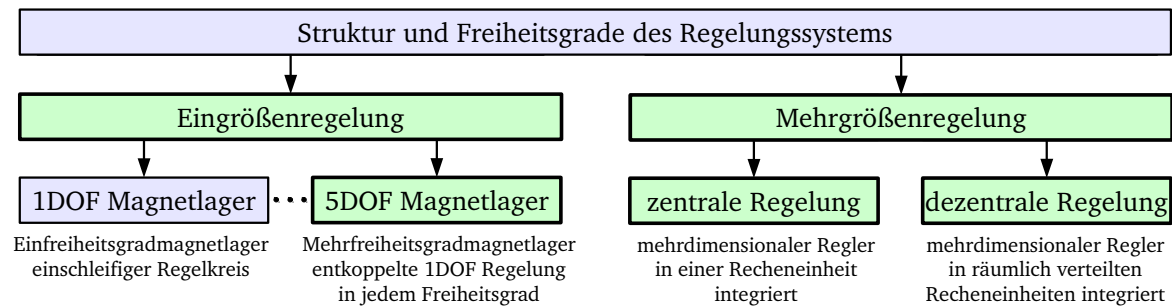
**Direkte Signalerfassung** Sind alle Systemzustände der Regelstrecke direkt messbar, dann ist eine vollständige Zustandsrückführung im Sinne der Zustandsregelung realisierbar. Kaskadierte und PID-Regelungskonzepte lassen sich in diesem Fall auch äquivalent zur Zustandsregelung einsetzen.

**Indirekte Signalerfassung** Ist nur ein Teil der Systemzustände der Regelstrecke direkt messbar und ein anderer Teil muss indirekt aus messbaren Größen rekonstruiert werden, dann spricht man von Beobachterregelung oder sensorloser Regelung. Besteht die Möglichkeit alle Systemzustände der Regelstrecke in Echtzeit zu berechnen bzw. zu erfassen, dann kann eine vollständige Zustandsrückführung realisiert werden.

#### 4.1.2. Gliederung nach Struktur und Freiheitsgraden

Je nach Anzahl der Freiheitsgrade und Anordnung der Magnetaktoren sowie der Lagesensoren im Statorgehäuse des Magnetlagers (siehe Anhang A, B und C) lassen sich strukturell

unterschiedliche Regelkonzepte zur Lageregelung des Rotors mit Hilfe unterschiedlicher Koordinatentransformationen der Sensor- und Aktorsignale realisieren. Abbildung 4.2 zeigt eine Einteilung der Regelungskonzepte nach Struktur und Freiheitsgraden (engl. Degree Of Freedom - DOF). Die hervorgehobenen Regelungskonzepte in Abbildung 4.2 sind Bestandteil dieser Arbeit und wurden zur Magnetlagerregelung eingesetzt.



**Abbildung 4.2.** – Klassifizierung der Regelungskonzepte in Abhängigkeit von der Struktur und den Freiheitsgraden (DOF)

Beispielsweise können durch eine entsprechende Gruppierung von Sensoren und Aktoren mehrere einschleifige Regelkreise mit Sollwertvorsteuerung zu einem Mehrgrößensystem kombiniert werden. Mit einer gruppenweise realisierten Regelung ist eine Zuordnung zu einzelnen Hardwaremodulen und somit eine dezentrale Realisierung möglich. Im Folgenden werden die vier möglichen Arten der Strukturierung des Regelungssystems aus Abbildung 4.2 näher erläutert.

**Magnetlager mit einem Freiheitsgrad** Im Falle der Regelung eines Magnetlagers mit nur einem Freiheitsgrad kann strukturell nur eine Eingrößenregelung beispielsweise als PID-Regler, als Kaskadenregelung oder als Zustandsregelung implementiert werden. Diese Art von aktiven Magnetlagern finden ihren Einsatz meist nur in Laborversuchsständen bzw. bei speziellen Führungen, bei denen nur ein zu regelnder Freiheitsgrad vorliegt.

**Magnetlager mit fünf Freiheitsgraden** Die Regelung der Rotorlage magnetisch gelagerter Rundtische ist generell in fünf Freiheitsgraden zu realisieren. Durch eine geeignete Transformation der Sensor- und Aktorsignale kann theoretisch eine vollständige Entkopplung der Freiheitsgrade erreicht werden. In diesem Fall sind mehrere voneinander unabhängige Eingrößenregelungen für jeden Freiheitsgrad implementierbar. Praktisch gibt es jedoch immer mehr oder weniger starke Kopplungsanteile der Freiheitsgrade untereinander, die beispielsweise durch Änderungen der Schwerpunktlage des Rotors bei Beladung des Rundtisches mit unterschiedlichen Werkstücken hervorgerufen werden.

**Zentrale Regelung** Wenn mehrdimensionale Regler innerhalb eines Echtzeitrechners implementiert werden, dann handelt es sich um eine zentrale Mehrgrößenregelung. Alle Sensor-

und Aktorsignale werden durch eine einzige zentrale Hardwareeinheit (DSP) verarbeitet. Ein Mehrgrößenregler ermöglicht es, die Koordinatenkopplungen zu kompensieren.

**Dezentrale Regelung** Das dezentrale Regelungskonzept ermöglicht die Auslagerung einzelner Regelkreise auf unterschiedliche Hardwareeinheiten, die auch räumlich voneinander getrennt realisiert werden können. Dadurch ergeben sich, bedingt durch die einzelnen Teilkomponenten, Vorteile hinsichtlich einer optimalen Hardwarenutzung eines modularen Gesamtaufbaus mit einfacherer Parametrierung bezüglich einzelner Module, einer vereinfachten Fehlersuche und einer erhöhten Fehlertoleranz bzw. Zuverlässigkeit des Gesamtsystems. Nachteilig ist die erforderliche Echtzeitkommunikation der Hardwaremodule untereinander, die jedoch zu Versuchszwecken mit Hilfe einer virtuellen Dezentralisierung auf nur einer Recheneinheit nicht erforderlich ist. Mit dem dezentralen Konzept wird die Flexibilität erhöht und es ergeben sich allgemein mehr Möglichkeiten bzw. Freiheitsgrade für die hardwaretechnische Realisierung, wodurch auch eine Kostenreduzierung denkbar ist.

### 4.1.3. Gliederung nach Art der Reglerimplementierung

In Abbildung 4.3 sind drei grundlegende Möglichkeiten zur allgemeinen Reglerimplementierung dargestellt.

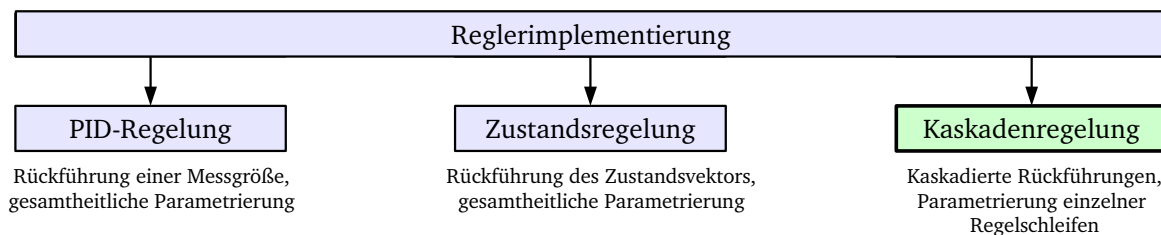


Abbildung 4.3. – Klassifizierung bezüglich der Reglerimplementierung

Oftmals wird die Zustandsregelung als bessere Regelung im Vergleich zur z.B. PID-Regelung in Bezug auf das dynamische Verhalten dargestellt, was jedoch auf eine andere Art der Reglerparametrierung und auch auf die Nichtbeachtung der Stellgrößenbeschränkung bei direktem Vergleich der Regelgüte untereinander zurückzuführen ist. Tatsächlich unterscheiden sich die drei Reglerimplementierungen in Abbildung 4.3 in der Art und Weise der Berechnung der Reglerparameter, da alle drei Varianten sich direkt ineinander umrechnen lassen.

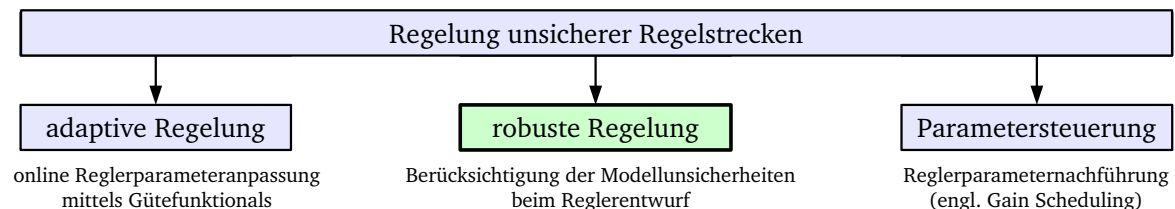
Aus systemtheoretischer Sicht ist die Zustandsmodellierung und -regelung eine Methode zur direkten Untersuchung der Systemeigenschaften mit Hilfe der Systemmatrix, während die Kaskadenregelung hinsichtlich der Anwendung sehr gut für die Inbetriebnahme an realen Anlagen geeignet ist. In dieser Arbeit wird fast ausschließlich die Kaskadenregelung betrachtet, was durch die hervorgehobenen Kästen in Abbildung 4.3 deutlich gemacht wurde. Im Folgenden werden die drei Arten der Reglerimplementierung aus Abbildung 4.3 näher erläutert.

**PID-Regelung** Der PID-Regler berechnet die Stellgröße aus der Rückführung einer einzigen Messgröße, wobei drei Reglerparameter für den P-, I- und D-Anteil festgelegt werden müssen.

**Zustandsregelung** Die Zustandsregelung wird durch Zustandsrückführungen realisiert und kann bei entsprechender Wahl der Rückföhrfaktoren das gleiche Regelverhalten, wie das der PID-Regelung, erzielen. Dabei wird jedoch theoretisch die Messbarkeit aller Zustandsgrößen vorausgesetzt, die als Rückführungen den P-, I- und D-Anteilen zugeordnet werden können.

**Kaskadenregelung** Die Kaskadenregelung besteht aus einzelnen ineinander verschachtelten Regelkreisen, die weitestgehend getrennt voneinander optimierbar sind. In den Reglerentwurf der überlagerten Regelschleife geht eine Ersatzzeitkonstante des unterlagerten Regelkreises ein, wodurch die einzelnen Regelschleifen von innen nach außen aufeinander aufbauen. Auch hier wird für jede Regelschleife eine Rückföhrgröße benötigt.

Grundsätzlich darf nicht angenommen werden, dass die Parameter der Regelstrecke zeitlich konstant bzw. beliebig genau bekannt sind. Bezüglich der Magnetlagerregelstrecke kann sich beispielsweise die Rotormasse durch Zuladung stark ändern. Weiterhin führen Nichtlinearitäten der Regelstrecke bei großen Abweichungen vom Arbeitspunkt zu veränderten Regelstreckenparametern. In Abbildung 4.4 sind drei grundlegende Prinzipien der modellbasierten Regelung dargestellt, bei denen Unsicherheiten in den Regelstreckenparametern beim Entwurf der Regelung Berücksichtigung finden.



**Abbildung 4.4.** – Klassifizierung der Regelungskonzepte bei unsicheren Regelstrecken

**Adaptive Regelung** Bei der adaptiven Regelung werden die Reglerparameter in Echtzeit mit Hilfe eines Gütefunktional ständig neu berechnet. Wie gut die Regleranpassung bei Parameteränderungen ist, hängt von der Adaptionsgeschwindigkeit und vom Adaptionalgorithmus ab. Die Konvergenz der Parameterwerte muss dabei jederzeit sichergestellt sein, um eine Beeinflussung der gewünschten Regeldynamik zu vermeiden.

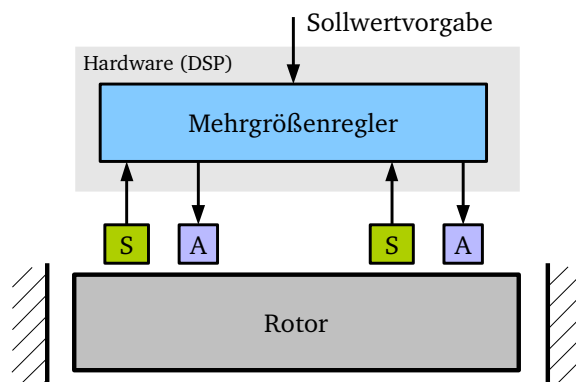
**Robuste Regelung** Ein robuster Regelungsentwurf berücksichtigt Modellunsicherheiten, indem definierte Grenzen im Frequenzbereich vorgegeben oder indem Parameterunsicherheitsbereiche direkt definiert werden. Das Ergebnis des Entwurfsprozesses ist ein Regler höherer

Ordnung im Vergleich zum Standard PID-Regler, der den Verlauf der Wurzelortskurve im relevanten Bereich günstig beeinflusst. Weiterhin sind robuste Regelungen auch mit Hilfe von Gleitzustandsregelungen (engl. Sliding-Mode-Control) realisierbar. Dieser Ansatz wird im Abschnitt 4.4 näher untersucht.

**Parametersteuerung** Bei bekannten Parameteränderungen, die zum Beispiel auch von anderen Messgrößen abhängig sein können, kann durch Nachführung der Reglerparameter (engl. Gain Scheduling) die Regelgüte in einem großen Arbeitsbereich verbessert werden. Dieses Verfahren ist insbesondere bei nichtlinearen Regelstrecken von Vorteil, wenn sich die Nichtlinearitäten der Regelstrecke bei Arbeitspunktverschiebungen stark auf die Regelgüte auswirken.

## 4.2. Zentrale Mehrgrößenregelung magnetisch gelagerter Rundtische

In diesem Abschnitt werden die Eigenschaften und die sich daraus ableitbaren Vor- und Nachteile der zentralen Mehrgrößenregelung magnetisch gelagerter Rundtische untersucht. Ein mehrdimensionaler Regler kann als zentral realisiert bezeichnet werden, wenn die hardwaretechnische Implementierung innerhalb eines einzelnen Echtzeitrechners (DSP) erfolgt (siehe Abschnitt 4.1.2).



**Abbildung 4.5.** – Schematische Darstellung der zentralen Mehrgrößenregelung der Rotorlage

Abbildung 4.5 veranschaulicht das Prinzip der zentralen Mehrgrößenregelung. Magnetisch gelagerte Maschinenrundtische besitzen üblicherweise mehrere Sensoren (S) für die Lageerfassung des Rotors und mehrere Kraftaktoren (A) zur Krafterzeugung. Bei einer zentral realisierten Mehrgrößenregelung werden alle Sensorsignale einem einzelnen Mehrgrößenregler zugeführt und alle Aktorsignale direkt von diesem ausgegeben. Der Stellgrößenvektor des Reglers wird zentral von einer einzelnen Recheneinheit (DSP) in Echtzeit mit einer festen Abtastschrittweite berechnet. Ein Schema einer solchen Mehrgrößenregelung für ein aktives Magnetlager ist auch im Grundlagenkapitel in Abbildung 2.20 zu finden.



Das folgende Zustandsraummodell (4.1) beschreibt die im Arbeitspunkt (AP) linearisierte Regelstrecke des stromgeregelten Magnetlagers bezüglich seiner fünf Freiheitsgrade. Die generalisierten Koordinaten der Rotorlage  $\mathbf{x}_q = (x_x, x_y, x_z, \phi_x, \phi_y)^T$  sind Teil des Zustandsvektors  $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_q^T, \dot{\mathbf{x}}_q^T)^T$ , der zusammen mit den zeitlichen Ableitungen  $\dot{\mathbf{x}}_q$  zehn Zustandsgrößen enthält.

Den Streckeneingang bildet der Stromsollwertvektor  $\mathbf{u}_q = \mathbf{i}_q = (i_x^{Soll}, i_y^{Soll}, i_z^{Soll}, i_{\phi_x}^{Soll}, i_{\phi_y}^{Soll})^T$ .

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_q \\ \ddot{\mathbf{x}}_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{k}_{sq} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{x}_q \\ \dot{\mathbf{x}}_q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{k}_{iq} \end{pmatrix} \cdot \mathbf{u}_q \quad (4.1)$$

Auf die separate Angabe der Ausgangsgleichung  $\mathbf{y} = f(\mathbf{x})$  der Zustandsraummodelle soll im Folgenden verzichtet werden, da im Allgemeinen davon ausgegangen wird, dass alle Zustandsgrößen direkt messbar sind bzw. im Regler rekonstruiert werden können.

Unter der Annahme, dass die Parametermatrizen  $\mathbf{k}_{iq}$ ,  $\mathbf{k}_{sq}$  und  $\mathbf{M}$  Diagonalform besitzen (4.2), sind die Freiheitsgrade vollständig entkoppelt. Insgesamt liegen dann mit  $k_{ix}$ ,  $k_{iy}$ ,  $k_{iz}$ ,  $k_{i\phi_x}$  und  $k_{i\phi_y}$  für  $\mathbf{k}_{iq}$ , mit  $k_{sx}$ ,  $k_{sy}$ ,  $k_{sz}$ ,  $k_{s\phi_x}$  und  $k_{s\phi_y}$  für  $\mathbf{k}_{sq}$  und mit  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $m_z$ ,  $J_{xx}$  und  $J_{yy}$  für  $\mathbf{M}$  15 Regelstreckenparameter in zentraler Regelungsstruktur vor.

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{iq} &= \text{diag}(k_{ix}, k_{iy}, k_{iz}, k_{i\phi_x}, k_{i\phi_y}) \\ \mathbf{k}_{sq} &= \text{diag}(k_{sx}, k_{sy}, k_{sz}, k_{s\phi_x}, k_{s\phi_y}) \\ \mathbf{M} &= \text{diag}(m_x, m_y, m_z, J_{xx}, J_{yy}) \end{aligned} \quad (4.2)$$

In generalisierten Koordinaten  $\mathbf{x}_q$  erlaubt jeder Freiheitsgrad eine Verschiebung des schwebenden Rotors entlang einer Koordinatenachse bzw. eine Rotation um eine Koordinatenachse. Da die Rotation um die vertikale  $\phi_z$ -Achse in der Regel durch eine externe Antriebsregelung realisiert wird, verringert sich die Anzahl der Freiheitsgrade der zentralen Mehrgrößenregelung auf die fünf Koordinaten  $x_x$ ,  $x_y$ ,  $x_z$ ,  $\phi_x$ ,  $\phi_y$  im generalisierten Koordinatensystem. Berücksichtigt man die Achsensymmetrie des Rotors, so reduziert sich die Gesamtparameteranzahl von 15 auf 8 (Tabelle 4.1).

Da die in Abhängigkeit vom Magnetlagertyp vorliegenden Mess- und Stellsignale der Sensorik und Aktorik nicht direkt einzelnen Freiheitsgraden zugeordnet werden können, muss eine Transformation dieser Signale in ein statorfestes Bezugskordinatensystem erfolgen. Je nach Anzahl und räumlicher Anordnung der Sensoren und Aktoren werden dazu unterschiedliche aber zeitlich konstante Transformationsbeziehungen in Form von Matrizen benötigt. Im Allgemeinen können die Transformationsbeziehungen durch die Gleichungen (4.3) mit den Transformationsmatrizen  $\mathbf{J}_{SB}$  und  $\mathbf{J}_{ABF}$  angegeben werden.

Nr.	Parameter	Symmetrie	Beschreibung
1	$k_{ic}$	$k_{ix} = k_{iy}$	Strom-Kraft-Faktor Zentrieren
2	$k_{is}$	$k_{iz}$	Strom-Kraft-Faktor Tragen
3	$k_{ir}$	$k_{i\phi_x} = k_{i\phi_y}$	Strom-Kraft-Faktor Rotieren
4	$k_{sc}$	$k_{sx} = k_{sy}$	Weg-Kraft-Faktor Zentrieren
5	$k_{ss}$	$k_{sz}$	Weg-Kraft-Faktor Tragen
6	$k_{sr}$	$k_{s\phi_x} = k_{s\phi_y}$	Weg-Kraft-Faktor Rotieren
7	$m$	$m_x = m_y = m_z$	Rotormasse
8	$J_R$	$J_{xx} = J_{yy}$	Rotormassenträgheitsmoment

**Tabelle 4.1.** – Regelstreckenparameter bei zentraler Mehrgrößenregelung im Arbeitspunkt

$$\mathbf{x}_q = \mathbf{J}_{SB} \cdot \mathbf{x}_s \quad \mathbf{u}_q = \mathbf{J}_{ABF} \cdot \mathbf{u}_a \quad (4.3)$$

Wie schon im Abschnitt 2.5 beschrieben, ergibt sich der generalisierte Lagevektor  $\mathbf{x}_q$  des Rotors aus dem Messsignalvektor  $\mathbf{x}_s$  durch Multiplikation mit der Transformationsmatrix  $\mathbf{J}_{SB}$  (2.31), während der Stromsollwertvektor  $\mathbf{u}_q = \mathbf{i}_q$  in Bezugskordinaten aus dem Stromsollwertvektor der einzelnen stromgeregelten Aktoren  $\mathbf{u}_a = \mathbf{i}_a$  mit Hilfe der Transformationsmatrix  $\mathbf{J}_{ABF}$  (2.40) berechnet werden kann. In den Anhängen A, B und C ist die Herleitung dieser Transformationsmatrizen einzeln für jeden der drei Prototypen zu finden. Durch Einsetzen der Beziehungen (4.3) in (4.1) folgt das Zustandsraummodell (4.4) bezüglich der Sensor- und Aktorsignale.

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_s \\ \ddot{\mathbf{x}}_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ \mathbf{J}_{BS} \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{k}_{sq} \cdot \mathbf{J}_{SB} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{x}_s \\ \dot{\mathbf{x}}_s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{J}_{BS} \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{k}_{iq} \cdot \mathbf{J}_{ABF} \end{pmatrix} \cdot \mathbf{u}_a \quad (4.4)$$

Der Sensorsignalvektor  $\mathbf{x}_s = (s_1, \dots, s_6)^T$  in (4.4) ist Teil des Zustandsvektors  $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_s^T, \dot{\mathbf{x}}_s^T)^T$ , der zusammen mit den zeitlichen Ableitungen  $\dot{\mathbf{x}}_s$  12 Zustandsgrößen enthält. Den Streckeneingang in (4.4) bildet der Stromsollwertvektor der 10 Hybridmagnete  $\mathbf{u}_a = \mathbf{i}_a = (i_{M1}^{Soll}, \dots, i_{M10}^{Soll})^T$ . Dieses Regelstreckenmodell besitzt mit  $\mathbf{y} = \mathbf{x}_s$  am Beispiel des ersten Prototypen (RTP1) 10 Stromsollwerteingänge und 6 Sensorausgänge, wenn ausschließlich Abstandssensoren zur Rotorlageerfassung Verwendung finden (siehe Anhang A).

Wie aus (4.4) hervorgeht werden zur Realisierung eines zentralen Mehrgrößenreglers die

Transformationsmatrizen  $\mathbf{J}_{ABF}$  und  $\mathbf{J}_{SB}$  benötigt. In Anlehnung an die in Abschnitt 3.5 beschriebene Optimierung der Magnetlagerregelung folgt somit das Stellgesetz (4.5) des zentralen Mehrgrößenreglers in generalisierten Koordinaten im Arbeitspunkt für  $\mathbf{x}_q^{Soll} = 0$ . Der Zustandsvektor  $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_s^T, \dot{\mathbf{x}}_s^T)^T$  wurde in (4.5) aufgetrennt in den direkten Messvektor  $\mathbf{x}_s$  und in den Vektor der Ableitungen der Sensorsignale  $\dot{\mathbf{x}}_s$  (siehe Abbildungen 3.11 und 4.6), die reglerintern realisiert werden.

$$\mathbf{u}_a = -\mathbf{J}_{BAF} \cdot \left[ \left( \mathbf{P}_{qq} \cdot \mathbf{P}_q + \mathbf{P}_{qq} \cdot \mathbf{I}_q \cdot \mathbf{s}^{-1} \right) \cdot \mathbf{J}_{SB} \cdot \mathbf{x}_s + \mathbf{P}_{qq} \cdot \mathbf{J}_{SB} \cdot \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{k}_{sq} \cdot \mathbf{k}_{iq}^{-1} \cdot \mathbf{J}_{SB} \cdot \mathbf{x}_s \right] \quad (4.5)$$

Die Reglerparametermatrizen  $\mathbf{P}_{qq}$ ,  $\mathbf{P}_q$  und  $\mathbf{I}_q$  ergeben sich, analog zu (3.28) und (3.30), aus der im Abschnitt 3.5 beschriebenen optimierten Kaskadenregelung.

$$\mathbf{P}_{qq} = \mathbf{T}_\Sigma^{-1} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{k}_{iq}^{-1} \quad \mathbf{P}_q = (2 \cdot \mathbf{T}_\Sigma)^{-1} \quad \mathbf{I}_q = (8 \cdot \mathbf{T}_\Sigma \cdot \mathbf{T}_\Sigma^T)^{-1} \quad (4.6)$$

Unter der Annahme, dass die Freiheitsgrade vollständig entkoppelt sind, besitzt die Massenmatrix in (4.2) Diagonalform, und das dynamische Verhalten kann für jeden der fünf Freiheitsgrade unabhängig voneinander durch die Diagonalelemente  $T_{\Sigma x}$ ,  $T_{\Sigma y}$ ,  $T_{\Sigma z}$ ,  $T_{\Sigma \phi_x}$  und  $T_{\Sigma \phi_y}$  der Matrix der Summenzeitkonstante  $\mathbf{T}_\Sigma$  (4.7) eingestellt werden.

$$\mathbf{T}_\Sigma = \text{diag}(T_{\Sigma x}, T_{\Sigma y}, T_{\Sigma z}, T_{\Sigma \phi_x}, T_{\Sigma \phi_y}) \quad (4.7)$$

Auf Grund der bereits erwähnten Achsensymmetrie des Rotors ist es möglich, die Reglerkonfiguration auf die drei Summenzeitkonstanten  $T_{\Sigma c}$  (Zentrieren),  $T_{\Sigma s}$  (Tragen) und  $T_{\Sigma r}$  (Rotieren) zu reduzieren (Tabelle 4.2).

Nr.	Parameter	Symmetrie	Beschreibung
1	$T_{\Sigma c}$	$T_{\Sigma x} = T_{\Sigma y}$	Summenzeitkonstante Zentrieren
2	$T_{\Sigma s}$	$T_{\Sigma z}$	Summenzeitkonstante Tragen
3	$T_{\Sigma r}$	$T_{\Sigma \phi_x} = T_{\Sigma \phi_y}$	Summenzeitkonstante Rotieren

**Tabelle 4.2.** – Reglerparameter bei symmetrisch optimierter zentraler Mehrgrößenregelung

Den Mehrgrößenregler in zentraler Struktur (4.5) zeigt Abbildung 4.6 in Form eines Signalflussplans. Er besteht im Falle einer diagonalen Massenmatrix aus fünf entkoppelten PI-P-Kaskadenreglern, deren Mess- und Stellgrößen durch die inversen Transformationsmatrizen  $\mathbf{J}_{BAF}$  und  $\mathbf{J}_{SB}$  eine direkte Anbindung an die in der Anlage integrierten Sensoren und Aktoren erlauben.

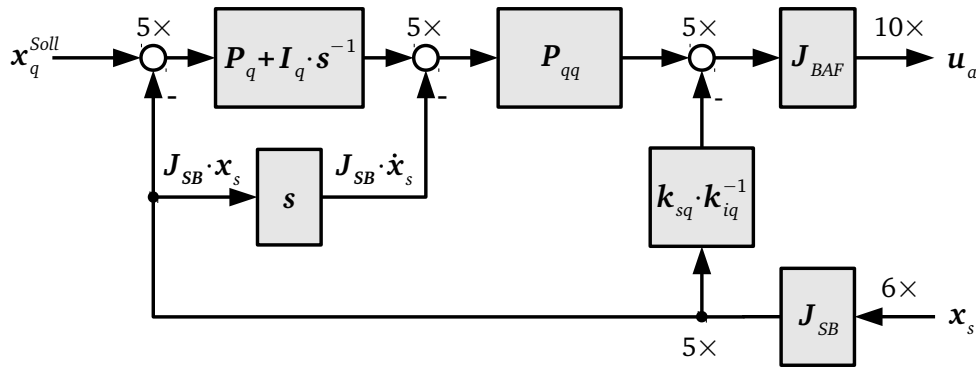


Abbildung 4.6. – Signalflussplan des Mehrgrößenreglers nach (4.5)

Innerhalb des begrenzten Luftspaltes zwischen Stator und Rotor ermöglicht die Mehrgrößenregelung eine exakte Positionierung des Rotors durch Aufschaltung von je einem Lagesollwert in jedem Freiheitsgrad mit Hilfe des Sollwertvektors  $\mathbf{x}_q^{Soll}$ . Als Reglerhardware ist ein Echtzeitrechnersystem mit einer genügend großen Anzahl von Signaleingängen und Signalausgängen erforderlich, damit eine zeitgleiche Erfassung aller Messsignale und eine synchrone Ausgabe der Stellsignale an die unterlagerten Stromsteller realisierbar ist.

### 4.3. Dezentrale Mehrgrößenregelung magnetisch gelagerter Rundtische

Das dezentrale Regelungskonzept ist ein weiterer Ansatz zur Realisierung einer Mehrgrößenregelung. Die Grundidee besteht darin, verteilte Einzelregler für bestimmte ausgewählte Gruppen von Mess- und Stellsignalen der Regelstrecke, die einer überlagerten Steuerung oder Regelung untergeordnet sind, zu entwerfen. Die Art und Weise der dezentralen Aufteilung hängt bei einem Magnetlager maßgeblich von der räumlichen Anordnung der Sensoren- und Aktoren im Statorgehäuse ab. Falls es möglich ist, eine sinnvolle räumliche Zuordnung einzelner Sensoren zu bestimmten Aktoren zu finden, kann für diese Sensor-Aktor-Gruppe ein Regler in einer separaten Recheneinheit implementiert werden.

Im Folgenden soll zwischen verteilter und kompakter Realisierung der dezentralen Regelungsstruktur unterschieden werden. Abbildung 4.7 zeigt dazu das dezentrale Regelungskonzept in verteilter Implementierung (links) und kompakter Implementierung (rechts).

Bei der verteilten Implementierung wird jeder Einzelregler als Algorithmus in einer Hardwareeinheit abgearbeitet, die über mindestens eine Kommunikationsschnittstelle zur Sollwertvorgabe verfügen muss. Liegen in Abhängigkeit von den hardwaretechnischen Gegebenheiten keine physikalisch getrennten Hardwareeinheiten mit Kommunikationsschnittstelle vor, so ist es zu Erprobungszwecken auch möglich, die dezentrale Struktur virtuell innerhalb einer zentralen Recheneinheit zu realisieren (Abbildung 4.7, rechts). Die in der Abbildung 4.7 dargestellte virtuelle Dezentralisierung wird nachfolgend als kompakt realisierte dezentrale

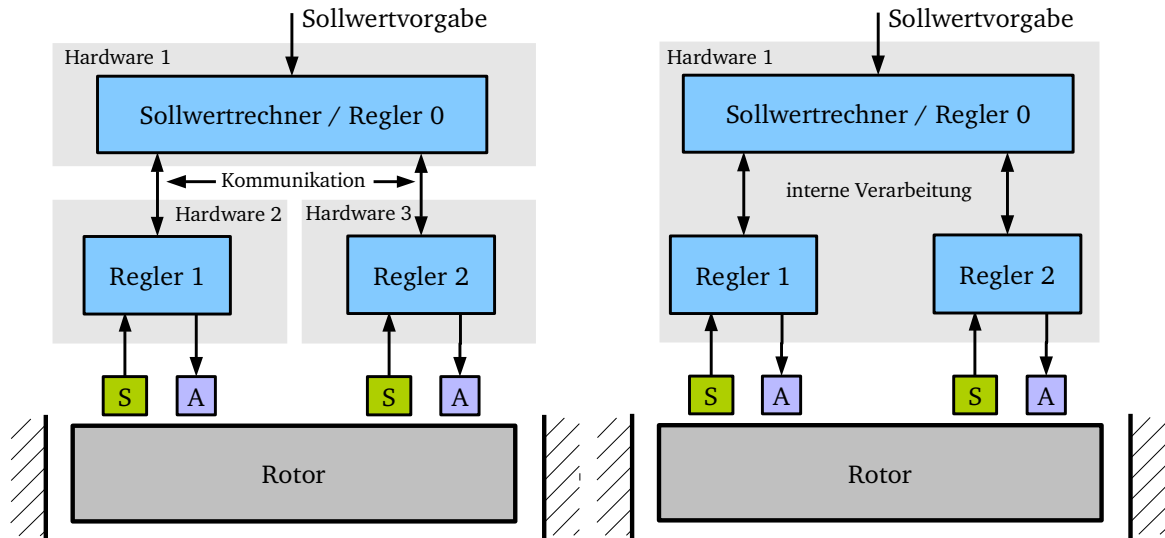


Abbildung 4.7. – Verteilt realisierte (links) und kompakt realisierte (rechts) dezentrale Regelung der Rotorlage

Regelung bezeichnet. Sie bietet den Vorteil, dass der Informationsaustausch der Einzelregler untereinander direkt über die interne Verarbeitung des Echtzeitprozesses erfolgt und keine Kommunikationsschnittstelle erforderlich ist.

Im Vergleich zur zentral realisierten Mehrgrößenregelung in Abbildung 4.5 wird bei der dezentralen Struktur ein übergeordneter Sollwertrechner bzw. Regler benötigt, der die Sollwertvorgabe in generalisierten Koordinaten auf die Sollwertgrößen der Einzelregler umrechnet und weiterleitet. Eine Rückübermittlung der Zustandsgrößen an die überlagerte Einheit ist im einfachsten Fall der Dezentralisierung nicht erforderlich aber denkbar. In jedem Fall ist zur Regelung von Magnetlagern immer für eine angepasste Sollwertsteuerung der einzelnen Regelungseinheiten zu sorgen, um ein Verspannen des Rotors zu vermeiden.

Abbildung 4.8 zeigt am Beispiel des RTP1 eine mögliche Gruppierung von Sensoren und Aktoren. Die beiden Magnetaktoren (M1) und (M8) werden hier zu einem Aktor (M18) zusammengefasst und dem Sensor (S1) zugeordnet. Auf gleiche Weise erfolgt die Zuordnung der übrigen Aktoren (M2) bis (M7) zu den Sensoren (S2), (S3) und (S4). Die Zentriermagnete (M9) und (M10) mit den zugehörigen Sensoren (S5) und (S6) wurden in Abbildung 4.8 hinsichtlich einer besseren Übersichtlichkeit nicht dargestellt, denn für die Zentrierregelung liegt am RTP1 bereits eine getrennte Zuordnung von Sensorik zur Aktorik der Freiheitsgrade  $x_x$  und  $x_y$  untereinander vor.

Während beim zentralen Regelungskonzept für jeden der 5 Freiheitsgrade genau ein Regler benötigt wird (Abbildung 4.6), werden bei der dezentralen Realisierung entsprechend der Gruppierung von Aktoren und Sensoren 6 Einzelregler benötigt, die sich in 4 Regler zum Tragen des Rotors und in 2 Regler zum Zentrieren des Rotors aufteilen. Jedem Regler wird genau ein Sensorsignal direkt zugeführt und die Stellgröße direkt einem Magnetaktorraum zugeordnet, sodass er in einer autarken Hardwareeinheit implementierbar ist.

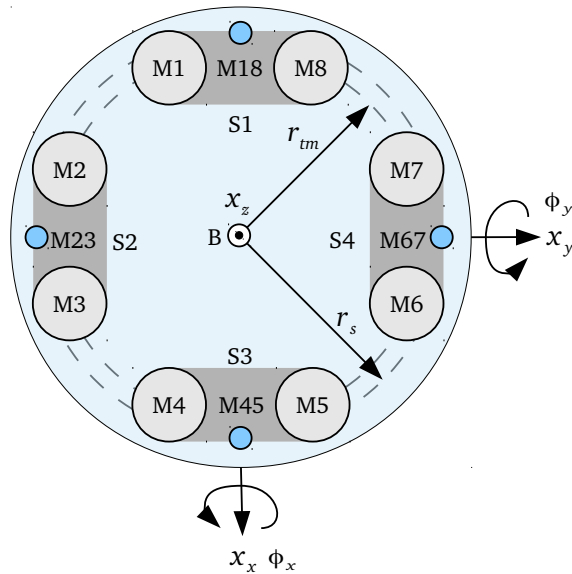


Abbildung 4.8. – Sensor- und Aktorgruppierung am Rundtisch Prototyp 1

Praktisch arbeiten die Einzelregler jedoch nicht vollständig unabhängig voneinander, da sie über die Rotormechnik miteinander gekoppelt sind. Kraftwechselwirkungen zwischen den einzelnen Regelkreisen, die durch den starren Rotor entstehen können, wirken als Störgröße auf den jeweiligen Regelkreis ein und müssen vom betroffenen Regler entsprechend ausgeregelt werden. Mit Hilfe einer genau berechneten Sollwertsteuerung sind nennenswerte Störgrößen jedoch vermeidbar.

Unter dieser Voraussetzung kann für jeden der 6 Einzelregler eine entkoppelte Regelstrecke mit den Streckenparametern  $k_i$ ,  $k_s$  und  $m$  angenommen werden und es ergeben sich die diagonalen Parametermatrizen  $\mathbf{k}_{id}$ ,  $\mathbf{k}_{sd}$  und  $\mathbf{M}_d$  in (4.8) mit  $k_{iz}$ ,  $k_{ix}$  und  $k_{iy}$  für  $\mathbf{k}_{id}$ ,  $k_{sz}$ ,  $k_{sx}$  und  $k_{sy}$  für  $\mathbf{k}_{sd}$  und  $m_z$ ,  $m_x$  und  $m_y$  für  $\mathbf{M}_d$ . Zur Unterscheidung zwischen dem zentralen und dem dezentralen Regelungskonzept wird nachfolgend der Index  $d$  für alle dezentralen Parametermatrizen eingeführt.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{k}_{id} &= \text{diag}(k_{iz}, k_{iz}, k_{iz}, k_{iz}, k_{ix}, k_{iy}) \\
 \mathbf{k}_{sd} &= \text{diag}(k_{sz}, k_{sz}, k_{sz}, k_{sz}, k_{sx}, k_{sy}) \\
 \mathbf{M}_d &= \text{diag}(m_z, m_z, m_z, m_z, m_x, m_y)
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

Durch Anwendung der dezentralen Regelungsstruktur verringert sich die Anzahl der Regelstreckenparameter gegenüber dem zentralen Regelungskonzept von 15 auf 9, da die Regelung der Freiheitsgrade  $\phi_x$  und  $\phi_y$  indirekt über die Sollwertsteuerung der 4 Einzelregler zum Tragen des Rotors erfolgt. Werden wiederum die achsensymmetrischen Eigenschaften des Rotors berücksichtigt, so reduziert sich die Gesamtparameteranzahl der Streckenparameter mit  $k_{ic}$ ,  $k_{is}$ ,  $k_{sc}$ ,  $k_{ss}$  und  $m$  auf 5 (Tabelle 4.3).

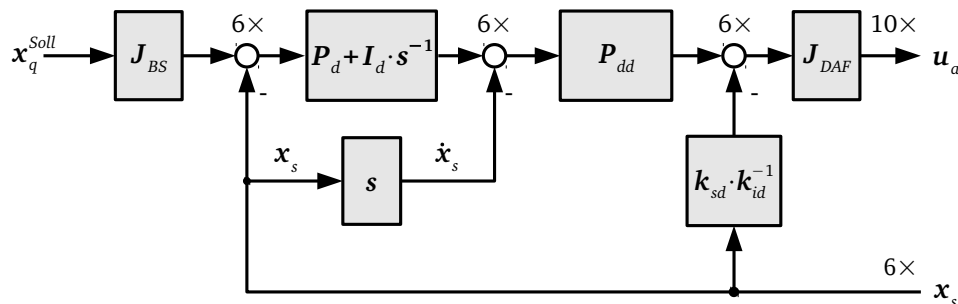
Nr.	Parameter	Symmetrie	Beschreibung
1	$k_{ic}$	$k_{ix} = k_{iy}$	Strom-Kraft-Faktor Zentrieren
2	$k_{is}$	$k_{iz}$	Strom-Kraft-Faktor Tragen
3	$k_{sc}$	$k_{sx} = k_{sy}$	Weg-Kraft-Faktor Zentrieren
4	$k_{ss}$	$k_{sz}$	Weg-Kraft-Faktor Tragen
5	$m$	$m_x = m_y = m_z$	Rotormasse

**Tabelle 4.3.** – Lineare Regelstreckenparameter im Arbeitspunkt bei dezentraler Mehrgrößenregelung

#### 4.3.1. Verteilt realisierte dezentrale Regelung

Bei der verteilten Realisierung nach Abbildung 4.7 muss jeder Hubmagnet in Differenzanordnung  $\frac{1}{8}$  der benötigten Gesamtkraft zum Tragen des Rotors in der generalisierten Koordinatenrichtung  $x_z$  aufbringen, während ein Zentriermagnet in Differenzanordnung die volle Gesamtkraft zur Zentrierung des Rotors in der generalisierten Koordinatenrichtung  $x_x$  bzw.  $x_y$  erzeugt. Daraus resultiert die Krafttransformationsbeziehung  $J_{DAF}$  (4.9), die die Gruppeneigung der Magnetaktoren enthält.

Die folgende Gleichung (4.10) beschreibt das Stellgesetz für die kompakt realisierte dezentrale Mehrgrößenregelung im Arbeitspunkt für  $\mathbf{x}_q^{Soll} = 0$ . Der Zustandsvektor  $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_s^T, \dot{\mathbf{x}}_s^T)^T$  in (4.10) unterteilt sich in den direkten Messvektor  $\mathbf{x}_s$  und in den Vektor der Ableitungen der Sensorsignale  $\dot{\mathbf{x}}_s$ , der reglerintern realisiert wird (siehe Abbildung 3.11).



**Abbildung 4.9.** – Signalflussplan des Mehrgrößenreglers (4.10) am RTP1 in verteilter Realisierung

$$\underbrace{\begin{pmatrix} i_{M1} \\ i_{M2} \\ i_{M3} \\ i_{M4} \\ i_{M5} \\ i_{M6} \\ i_{M7} \\ i_{M8} \\ i_{M9} \\ i_{M10} \end{pmatrix}}_{\mathbf{i}_m} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{8} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{8} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{8} & 0 & 0 \\ \frac{1}{8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\mathbf{J}_{DAF}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} i_{z1} \\ i_{z2} \\ i_{z3} \\ i_{z4} \\ i_x \\ i_y \end{pmatrix}}_{\mathbf{i}_d} \quad (4.9)$$

$$\mathbf{u}_a = -\mathbf{J}_{DAF} \cdot \left[ \left( \mathbf{P}_{dd} \cdot \mathbf{P}_d + \mathbf{P}_{dd} \cdot \mathbf{I}_d \cdot \mathbf{s}^{-1} \right) \cdot \mathbf{x}_s + \mathbf{P}_{dd} \cdot \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{k}_{sd} \cdot \mathbf{k}_{id}^{-1} \cdot \mathbf{x}_s \right] \quad (4.10)$$

Abbildung 4.9 zeigt den zum Stellgesetz (4.10) äquivalenten Signalflussplan des Reglers. Mit Hilfe der überlagerten Sollwertvorsteuerung  $\mathbf{J}_{BS}$  können aus einem vorgegebenen generalisierten Lagevektor  $\mathbf{x}_q^{Soll}$  des Rotors die Lagesollwerte  $\mathbf{x}_s^{Soll}$  der dezentralen realisierten Einzelregler berechnet werden.

Im Anhang A.4 ist der dezentrale Mehrgrößenregler in verteilter Realisierung dargestellt. Aus dieser Darstellung geht hervor, dass kein Informationsaustausch der Regelkreise untereinander stattfindet, da die Ansteuerung der Aktoren direkt gruppenweise erfolgt und die Sensorsignale den Einzelreglern direkt zugeordnet sind. Es müssen lediglich Sollwerte in eine Richtung von der übergeordneten Sollwertsteuerung an die unterlagerten Regelkreise übermittelt werden. Möglich ist auch die Umsetzung einer gruppenunabhängigen Aktoransteuerung, was jedoch einen zusätzlichen Informationsaustausch der Einzelregler untereinander erforderlich macht.

### 4.3.2. Kompakt realisierte dezentrale Regelung

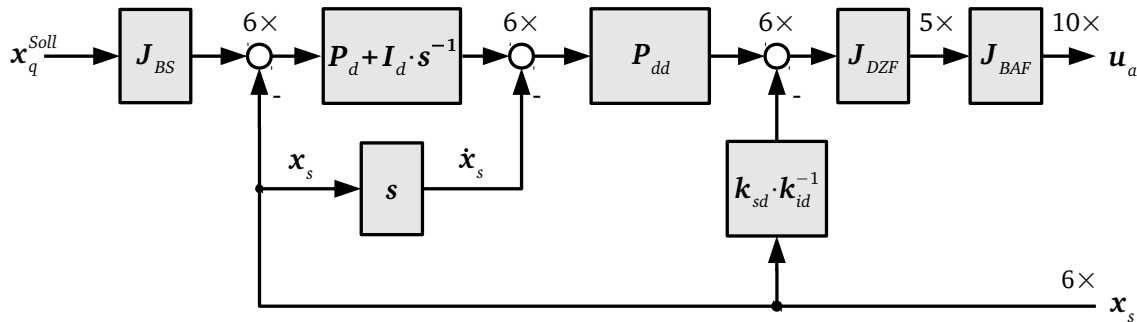
Die kompakt realisierte dezentrale Regelung resultiert aus der Idee, die Auslagerung der Einzelregler zu Versuchszwecken virtuell zu realisieren, um eine aufwändige Umstrukturierung der Echtzeitrechnerhardware zu umgehen. Der Datenaustausch zwischen Sollwertrechner und



Regler erfolgt dadurch ausschließlich über die interne Verarbeitung des Echtzeitrechners (Abbildung 4.7, rechts). Da in dieser Realisierungsform ein Einzelregler jeden Magnetaktor beliebig ansteuern kann, besteht die Möglichkeit, eine gruppenunabhängige Aktoransteuerung umzusetzen. Hierzu kommt die Verkettung der Transformationsmatrizen  $\mathbf{J}_{DZF}$  und  $\mathbf{J}_{BAF}$  anstelle der Matrix  $\mathbf{J}_{DAF}$  in (4.9) zum Einsatz. Gleichung (4.11) beschreibt das Stellgesetz für die kompakt realisierte dezentrale Mehrgrößenregelung im Arbeitspunkt für  $\mathbf{x}_q^{Soll} = 0$ .

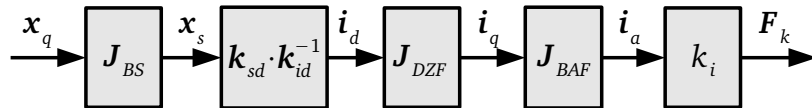
$$\mathbf{u}_a = -\mathbf{J}_{BAF} \cdot \mathbf{J}_{DZF} \cdot \left[ (\mathbf{P}_{dd} \cdot \mathbf{P}_d + \mathbf{P}_{dd} \cdot \mathbf{I}_d \cdot s^{-1}) \cdot \mathbf{x}_s + \mathbf{P}_{dd} \cdot \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{k}_{sd} \cdot \mathbf{k}_{id}^{-1} \cdot \mathbf{x}_s \right] \quad (4.11)$$

Abbildung 4.10 zeigt den zum Stellgesetz (4.11) äquivalenten Signalflussplan des Reglers.



**Abbildung 4.10.** – Signalflussplan des Mehrgrößenreglers (4.11) am RTP1 in kompakter Realisierung

Während die Krafttransformationsmatrix  $\mathbf{J}_{BAF}$  direkt vom zentralen Regelungskonzept übernommen werden kann, wird die Matrix  $\mathbf{J}_{DZF}$  aus der Invarianz der luftspaltabhängigen Aktorkraftkompensation bei dezentraler und zentraler Regelung abgeleitet.



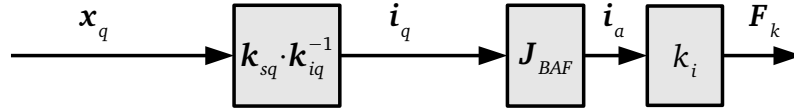
**Abbildung 4.11.** – Signalflussplan der Aktorkräfte  $\mathbf{F}_k$  in Abhängigkeit von der Rotorlage  $\mathbf{x}_q$  bei dezentraler Regelung

Mit Hilfe des Signalflussplanes in Abbildung 4.11 ist es möglich, die luftspaltabhängigen Kompensationskräfte der Aktoren  $\mathbf{F}_k$  für eine definierte Rotorlage  $\mathbf{x}_q$  in dezentraler Regelungsstruktur zu berechnen. Aus diesem Signalflussplan geht die Gleichung (4.12) hervor.

$$\mathbf{F}_k = k_i \cdot \mathbf{J}_{BAF} \cdot \mathbf{J}_{DZF} \cdot \mathbf{k}_{sd} \cdot \mathbf{k}_{id}^{-1} \cdot \mathbf{J}_{BS} \cdot \mathbf{x}_q \quad (4.12)$$

In einer bestimmten Rotorlage sind unabhängig vom Regelungskonzept die luftspaltabhängigen Magnetkraftanteile zu kompensieren. Dabei ist es unerheblich, ob die Transformation der generalisierten Kräfte und Momente in zentraler Struktur oder dezentraler Struktur realisiert wurde. Das bedeutet, beide Regelungskonzepte müssen die gleichen lageabhängigen

Kompensationskräfte  $\mathbf{F}_k$  bei identischer Rotorposition  $\mathbf{x}_q$  erzeugen. In Abbildung 4.12 ist im Vergleich zu Abbildung 4.11 der Signalflussplan bei dezentraler Regelung dargestellt.



**Abbildung 4.12.** – Signalflussplan der Aktorkräfte  $\mathbf{F}_k$  in Abhängigkeit von der Rotorlage  $\mathbf{x}_q$  bei zentraler Regelung

Mit Hilfe des Signalflussplans 4.12 konnte die Gleichung (4.13) aufgestellt werden.

$$\mathbf{F}_k = k_i \cdot \mathbf{J}_{BAF} \cdot \mathbf{k}_{sq} \cdot \mathbf{k}_{iq}^{-1} \cdot \mathbf{x}_q \quad (4.13)$$

Durch Gleichsetzen der Aktorkräfte  $\mathbf{F}_k$  in (4.12) und in (4.13), kann die Transformationsmatrix  $\mathbf{J}_{DZF}$  berechnet werden (4.14).

$$\mathbf{J}_{DZF} = \mathbf{k}_{sq} \cdot \mathbf{k}_{iq}^{-1} \cdot \mathbf{J}_{SB} \cdot \mathbf{k}_{id} \cdot \mathbf{k}_{sd}^{-1} \quad (4.14)$$

$\mathbf{J}_{DZF}$  ist eine  $[6 \times 5]$  Matrix, mit der aus dem Stromsollwertvektor  $\mathbf{i}_d$  der generalisierte Stromsollwertvektor  $\mathbf{i}_q$  berechnet werden kann (4.15).

$$\underbrace{\begin{pmatrix} i_x \\ i_y \\ i_z \\ i_{\phi_x} \\ i_{\phi_y} \end{pmatrix}}_{\mathbf{i}_q} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & -a & 0 & a & 0 & 0 \\ a & 0 & -a & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{J}_{DZF}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} i_{z1} \\ i_{z2} \\ i_{z3} \\ i_{z4} \\ i_x \\ i_y \end{pmatrix}}_{\mathbf{i}_d} \quad (4.15)$$

Diese Transformationsmatrix enthält feste Faktoren, die die verteilte Sensor- und Aktorzurordnung und den Parameter  $a$  definieren (4.16), in den die Regelstreckenparameter  $k_{is}$ ,  $k_{sr}$ ,  $k_{ir}$  und  $k_{ss}$  (siehe Tabelle 4.1) sowie der Radius  $r_s$  der Sensoranordnung einfließen.

$$a = \frac{2 \cdot k_{is} \cdot k_{sr}}{r_s \cdot k_{ir} \cdot k_{ss}} \quad (4.16)$$

Durch die Verkettung der Transformationsmatrizen  $\mathbf{J}_{DZF}$  und  $\mathbf{J}_{BAF}$  der kompakt realisierten dezentralen Regelung ergibt sich eine Verteilung der berechneten Aktorkräfte der Einzelregler

auf alle für den Freiheitsgrad relevanten Magnetaktoren in Abhängigkeit ihrer Lage im Statorgehäuse. Es liegt somit nur eine räumliche aber nicht informationsbezogene Trennung der Einzelregler untereinander vor. Im Gegensatz dazu erfolgt mit  $\mathbf{J}_{DAF}$  in der verteilt realisierten dezentralen Regelung eine ausschließlich gruppenweise Ansteuerung der Magnetaktoren nach Abbildung 4.8, wodurch eine vollständige räumliche und informationsbezogene Trennung der Einzelregler voneinander ermöglicht wird.

Im Unterschied zur zentralen Regelung fließen die Regelstreckenparameter  $k_{ir}$  und  $k_{sr}$  und  $J_R$  nicht direkt in die Berechnung der Reglerparameter  $\mathbf{P}_{dd}$ ,  $\mathbf{P}_d$  und  $\mathbf{I}_d$  des dezentralen Mehrgrößenreglers in (4.17) ein.

$$\mathbf{P}_{dd} = \mathbf{T}_{\Sigma d}^{-1} \cdot \mathbf{M}_d \cdot \mathbf{k}_{id}^{-1} \quad \mathbf{P}_d = (2 \cdot \mathbf{T}_{\Sigma d})^{-1} \quad \mathbf{I}_d = (8 \cdot \mathbf{T}_{\Sigma d} \cdot \mathbf{T}_{\Sigma d}^T)^{-1} \quad (4.17)$$

Mit der Diagonalmatrix  $\mathbf{T}_{\Sigma d}$  (4.18) kann das dynamische Verhalten jedoch nicht mehr vollständig unabhängig für jeden Freiheitsgrad im generalisierten Koordinatensystem eingestellt werden. Die Ursache dafür ist, dass die Rotorlage in den Freiheitsgraden  $\phi_x$  und  $\phi_y$  von den 4 Reglern der  $x_z$ -Koordinate durch die Sollwertvorsteuerung  $\mathbf{J}_{BS}$  realisiert wird. Das dynamische Verhalten des Rotors bei Drehung um die  $\phi_x$ - und  $\phi_y$ -Achse ist somit abhängig vom dynamischen Verhalten der Tragregelung, die mit  $T_{\Sigma s} = T_{\Sigma z_1} = T_{\Sigma z_2} = T_{\Sigma z_3} = T_{\Sigma z_4}$  aus Symmetriegründen in jedem Regler die gleiche Summenzeitkonstante ausweist.

$$\mathbf{T}_{\Sigma d} = \text{diag}(T_{\Sigma z_1}, T_{\Sigma z_2}, T_{\Sigma z_3}, T_{\Sigma z_4}, T_{\Sigma x}, T_{\Sigma y}) \quad (4.18)$$

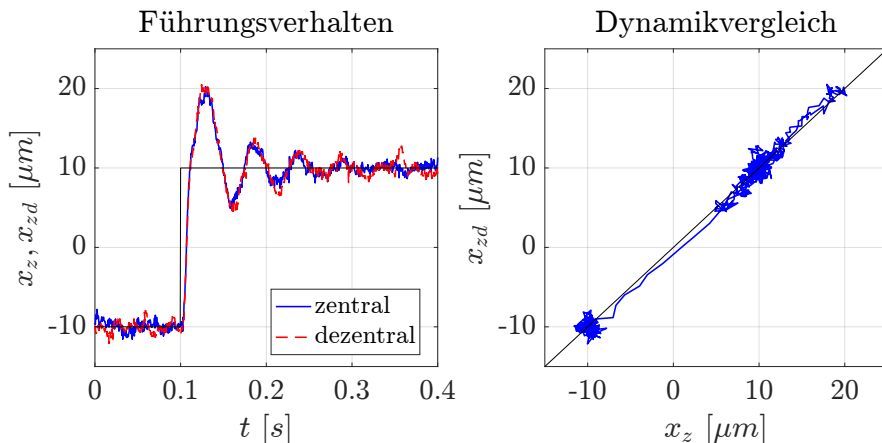
Aus Tabelle 4.4 gehen die beiden Summenzeitkonstanten  $T_{\Sigma c}$  und  $T_{\Sigma s}$  hervor, mit denen das dynamische Verhalten des Magnetlagers bei dezentraler Regelung beeinflusst werden kann.

Nr.	Parameter	Symmetrie	Beschreibung
1	$T_{\Sigma c}$	$T_{\Sigma x} = T_{\Sigma y}$	Summenzeitkonstante Zentrieren
2	$T_{\Sigma s}$	$T_{\Sigma z_1} = T_{\Sigma z_2} = T_{\Sigma z_3} = T_{\Sigma z_4}$	Summenzeitkonstante Tragen

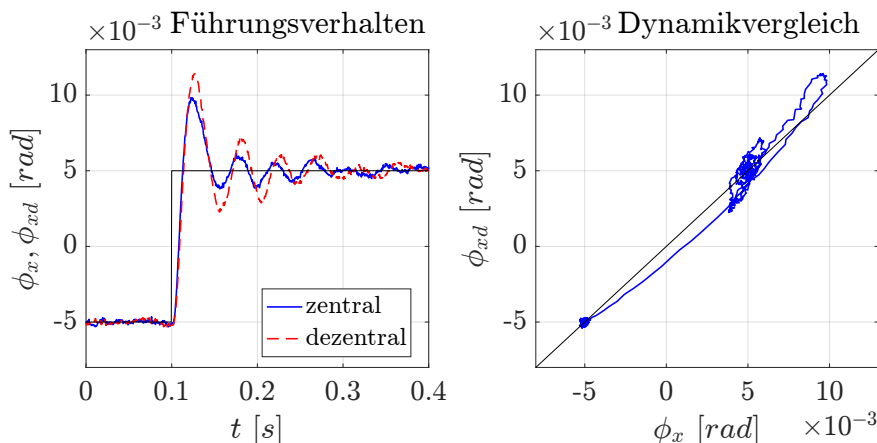
**Tabelle 4.4.** – Reglerparameter bei dezentraler Regelung

In Abbildung 4.13 ist das Führungsverhalten und der Dynamikvergleich der am RTP1 implementierten Regelalgorithmen (4.5) und (4.11) für den Freiheitsgrad  $x_z$  und in Abbildung 4.14 für den Freiheitsgrad  $\phi_x$  vergleichend dargestellt.

Die Sprungantworten der zentral und dezentral realisierten Regelung in Abbildung 4.13 (links) zeigen nahezu deckungsgleiches Übergangsverhalten. Um die Abweichungen untereinander besser bewerten zu können, dient der Dynamikvergleich in x/y-Darstellung in Abbildung 4.13 (rechts). Auf der Abzisse wurde die Rotorauslenkung  $x_z$  bei zentraler Regelung und auf der Ordinate die Rotorauslenkung  $x_{zd}$  bei dezentraler Regelung abgetragen. Bei absolut



**Abbildung 4.13.** – Vergleich des Übergangsverhaltens der Rotorlage  $x_z$  bzw.  $x_{zd}$  bei zentraler und dezentraler Reglerimplementierung (Experiment, RTP1,  $T_\Sigma = 5$  ms)



**Abbildung 4.14.** – Vergleich des Übergangsverhaltens der Rotorlage  $\phi_x$  bzw.  $\phi_{xd}$  bei zentraler und dezentraler Reglerimplementierung (Experiment, RTP1,  $T_\Sigma = 5$  ms)

identischem Regelverhalten ist im Mittel keine Abweichung von der Diagonallinie der x/y-Darstellung zu erwarten. Dies ist in Abbildung 4.13 für den Freiheitsgrad  $x_z$  nahezu erfüllt. Abbildung 4.14 zeigt den Vergleich des Führungsverhaltens der Rotorlage  $\phi_x$  bei einem Sollwertsprung von  $0,01$  rad. Die dezentrale Realisierung erzeugt ein schwächer gedämpftes Einschwingverhalten als die zentrale Realisierung. Die Abweichungen von der Diagonallinie sind in x/y-Darstellung (Abbildung 4.14, rechts) deutlich zu erkennen. Vereinfacht betrachtet handelt es sich bei der dezentralen Regelung um eine Regelung der vertikalen Lage vier einzelner Viertelrotormassen, von denen bei Rotation um eine der beide Koordinatenachsen immer nur zwei Viertelmassen in ihrer vertikalen Richtung verschoben werden. Da das dynamische Verhalten im Freiheitsgrad  $\phi_x$  von der Tragregelung des Rotors (Freiheitsgrad  $x_z$ ) abhängt, wird das Gesamtträgheitsmoment des Rotors nicht vollständig kompensiert. Auf Grund dieser Tatsache ergibt sich ein schwächer gedämpftes dynamisches Regelverhalten bezüglich  $\phi_x$  und  $\phi_y$ . Das Störverhalten wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter untersucht.

Im Folgenden werden die Vor- und Nachteile des dezentralen Regelungskonzeptes zusammengefasst.

#### **Vorteile**

- einfachere Reglerkonfigurierung bei der Erstinbetriebnahme durch eine geringere Anzahl zu konfigurierender Parameter
- verteilte Reglerimplementierung auf getrennten industriellen Aktorbaugruppen mit Kommunikationsschnittstellen möglich
- infolge der Dezentralisierung wird eine bessere Hardwareausnutzung mit einhergehender Kostenreduzierung ermöglicht

#### **Nachteile**

- keine unabhängige Beeinflussung des dynamischen Verhaltens der Freiheitsgrade  $\phi_x$  und  $\phi_y$  möglich
- Kommunikationsschnittstellen zur Sollwertsteuerung und Sensorsignalübertragung bei verteilter Realisierung notwendig

## **4.4. Robuste Mehrgrößenregelung**

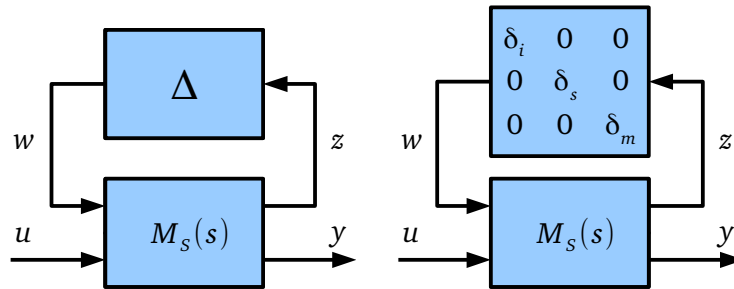
Die meisten Reglerentwurfsverfahren basieren auf konkreten Regelstreckenmodellen, deren Parameter bekannt sind und meist auch als konstant vorausgesetzt werden. Daraus ergeben sich feste Reglerparameter für eine vorgegebene Reglerstruktur. In der Praxis sind die Streckenparameter jedoch fast immer mit Unsicherheiten behaftet, die die Regelgüte und die Stabilität der entworfenen Regelung mehr oder weniger stark beeinträchtigen. Das Ziel der robusten Regelung ist es, einen Regler zu entwerfen, der die Stabilität für eine in ihren Parametern unsichere Regelstrecke garantieren kann und dabei eine gewünschte Regelgüte erreicht.

### **4.4.1. Beschreibung von Modellunsicherheiten**

Im Folgenden wird auf die mathematische Beschreibung der Parameterunsicherheiten einer elektromagnetischen Lagerung eingegangen, mit deren Hilfe ein Unsicherheitsmodell zur Abschätzung der Stabilitätsgrenzen und der Regelgüte entworfen werden kann. Die Ursachen für Parameterunsicherheiten der Regelstrecke sind unterschiedlich. Einerseits können unberücksichtigte Nichtlinearitäten, nicht modellierte Zeitkonstanten der Regelstrecke oder hochfrequente Schwingungsmoden mechanischer Systeme und ähnliche Effekte zu Parameterschwankungen führen. Andererseits kann nicht immer von einer exakten Kenntnis der Regelstreckenparameter ausgegangen werden, da sich beispielsweise die Rotormasse und die Trägheitsmomente des Rotors bei unterschiedlichen zu bearbeitenden Werkstücken eines Rundtisches

ändern können.

Werden die Modellunsicherheiten bei der Modellierung berücksichtigt, ist es möglich, durch einen robusten Regelungsentwurf eine Verbesserung der dynamischen Eigenschaften zu erreichen. Dabei ist bei der Modellierung zwischen parametrischen bzw. strukturierten und dynamischen bzw. unstrukturierten Unsicherheiten zu unterscheiden. Die Arbeiten von Schönhoff [54], Ehmman [41] und Alizadeh [50] beschäftigten sich unter anderem mit dieser Problematik bei der Strukturmodellierung mechatronischer Systeme.



**Abbildung 4.15.** – Allgemeine Modellierung von Modellunsicherheiten (links) und parametrisiertes Unsicherheitsmodell (rechts)

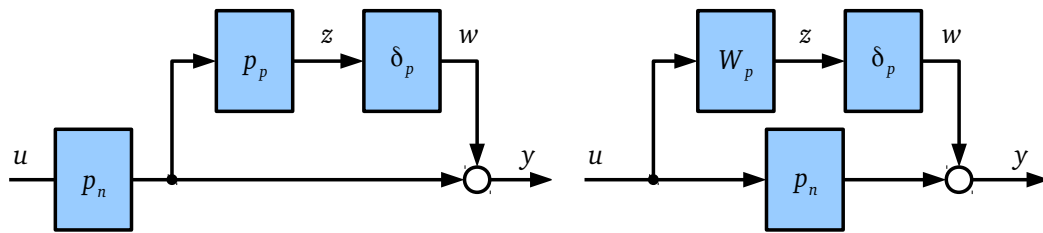
Allgemein werden Modellunsicherheiten mit Hilfe der “Linear Fractional Transformation” (LFT) wie in Abbildung 4.15 (links) dargestellt modelliert, wodurch eine Beschreibung der Verschaltungsarten zweier Übertragungsfunktionen möglich wird. Die Modellstruktur und die nominellen Parameter sind im vorwärtsgerichteten Modell  $M_S(s)$  enthalten, während die unbekannt Informationen der Regelstrecke durch den  $\Delta$ -Block im Rückwärtszweig zusammengefasst sind. Für diese Form der Modellbeschreibung wird als Schreibweise vorwiegend das Sternprodukt  $M_S \star \Delta$  verwendet. Wenn als nomineller Parameterwert  $p_n$  und als maximale relative Abweichung  $p_p$  von diesem Wert definiert wird, kann der Wertebereich  $p_u$  der gesamten Parameteränderung durch Gleichung (4.19) beschrieben werden (Abbildung 4.16).

$$p_u = p_n \cdot (1 + p_p \cdot \delta_p) \quad |\delta_p| \leq 1 \quad (4.19)$$

Durch den Unsicherheitsoperator  $\delta_p$ , der nicht als konstant anzusehen ist, kann  $p_u$  einen beliebigen Wert innerhalb des Wertebereiches annehmen. In Abbildung 4.15 (rechts) wurde der  $\Delta$ -Block beispielhaft für ein Magnetlager durch eine Diagonalmatrix mit den Unsicherheitsoperatoren  $\delta_i$  des nominellen Parameters  $k_i$ ,  $\delta_s$  des nominellen Parameters  $k_s$  und  $\delta_m$  des nominellen Parameters  $m$  ersetzt. Verwendet man die rein additive Modellunsicherheit  $W_p = p_n \cdot p_p$ , so kann  $p_u$  durch Gleichung (4.20) mathematisch erfasst werden (Abbildung 4.16).

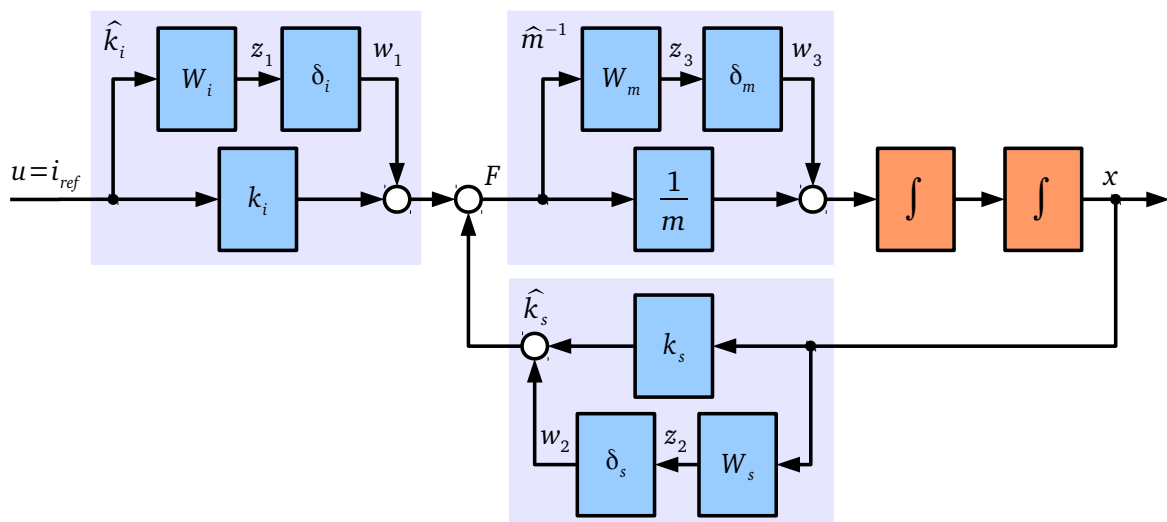
$$p_u = p_n + W_p \cdot \delta_p \quad (4.20)$$

Eine konkrete Modellierung der strukturierten Parameterunsicherheiten des Magnetlagers ist in Abbildung 4.17 dargestellt. Ausgehend vom linearisierten Modell der Regelstrecke (3.16) existieren drei unsichere Parameter  $\hat{k}_i$ ,  $\hat{k}_s$  und  $\hat{m}$  mit den Nominalwerten  $k_i$ ,  $k_s$  und  $m$ . Mit Hilfe der additiven Unsicherheiten  $W_i$ ,  $W_s$  und  $W_m$  und den Unsicherheitsoperatoren  $\delta_i$ ,  $\delta_s$  und  $\delta_m$  resultiert ein vollständiges Regelstreckenmodell, das alle parametrischen Modellunsicherheiten berücksichtigt.



**Abbildung 4.16.** – Darstellung parametrischer Unsicherheiten im Signalflussplan entsprechend (4.19) (links) und (4.20) (rechts)

Anders dargestellt können die Systemgleichungen auch in Matrixschreibweise zusammengefasst werden (4.21). Anhand dieser Schreibweise ist gut zu erkennen, wie die inneren Systemzustände mit den Ein- und Ausgangsgrößen des Systems gekoppelt sind.



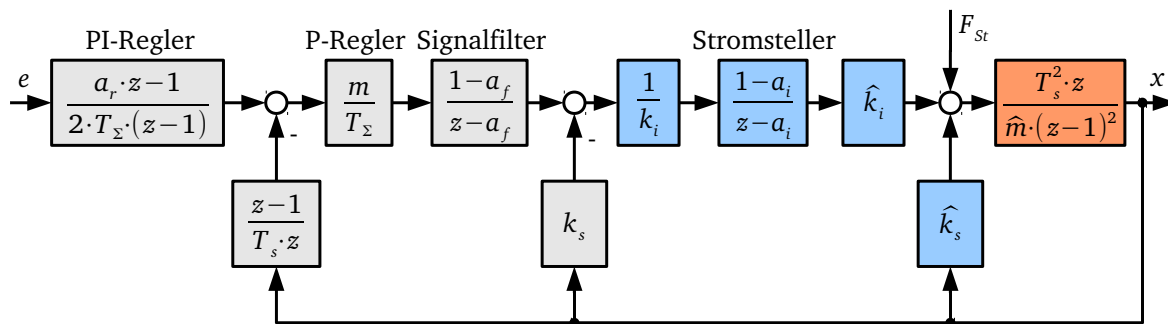
**Abbildung 4.17.** – Modellierung der Modellunsicherheiten des linearisierten stromgesteuerten Magnetlagermodells

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_s}{m} & 0 & 0 & 1 & 1 & \frac{k_i}{m} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W_i \\ W_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ W_m \cdot k_s & 0 & W_m & W_m & 0 & W_m \cdot k_i \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ u \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

### 4.4.2. Stabilitätsgrenzen und Sensitivitätsanalyse

Im praktischen Einsatz magnetisch gelagerter Rundtische ist es von besonderem Interesse, welche Auswirkungen die Unsicherheiten der Regelstreckenparameter auf das Stabilitätsverhalten der Lagerung haben. Diese Frage soll konkret am Beispiel des RTP1 mit Hilfe eines Simulationsmodells unter Berücksichtigung der nominellen Streckenparameter beantwortet werden.

In Abschnitt 3.6 wurden die Stabilitätsgrenzen am offenen Magnetlagerregelkreis in Abhängigkeit der Reglerparameter untersucht. Da dies unter der Voraussetzung exakt bekannter Regelstreckenparameter erfolgte, soll nun der Einfluss von Parameterungenauigkeiten der Regelstrecke auf das Stabilitätsverhalten ermittelt werden.



**Abbildung 4.18.** – Zeitdiskretes Modell des offenen Lageregelkreises des Magnetlagers in einem Freiheitsgrad mit den unsicheren Streckenparametern  $\hat{k}_i$ ,  $\hat{k}_s$  und  $\hat{m}$

Durch Modifikation des in Abschnitt 3.5 verwendeten zeitdiskreten Modells (Abbildung 3.13) wurde das in Abbildung 4.18 dargestellte Modell des offenen Lageregelkreises des Magnetlagers in einem Freiheitsgrad mit den unsicheren Regelstreckenparametern  $\hat{k}_i$ ,  $\hat{k}_s$  und  $\hat{m}$  abgeleitet. Während die Parameter  $\hat{k}_i$  und  $\hat{k}_s$  anlagenspezifische Unsicherheiten aufweisen können, ist die Änderung der Gesamtrotormasse  $\hat{m}$  vom Anwendungsfall abhängig. Die Gesamtmasse von Rotor und Werkstück ist jedoch vor der Inbetriebnahme grundsätzlich relativ genau



bestimmbar und während der Bearbeitung als nahezu konstant annehmbar. Ein aktives elektromagnetisches Lager kann auch als wegelose Waage dienen und Massenänderungen anhand von arbeitspunktabhängigen Stromänderungen in den Elektromagneten detektieren.

$$\frac{x(z)}{e(z)} = \frac{T_s^2}{2 \cdot T_\Sigma} \cdot \frac{z}{a^*} \cdot \frac{(a_r z - 1) \cdot c^* \cdot d^*}{T_\Sigma \cdot \frac{\hat{m}}{m} \cdot \frac{k_i}{\hat{k}_i} \cdot b^* \cdot \left[ a^* \cdot e^{*2} - \frac{T_s^2}{\hat{m}} \cdot \left[ k_s \cdot \frac{\hat{k}_i}{k_i} \cdot d^* - \hat{k}_s \cdot e^* \right] \right]} + T_s \cdot c^* \cdot d^* \quad (4.22)$$

Bedingt durch die Unsicherheiten ergeben sich in der zu Abbildung 4.18 zugehörigen Übertragungsfunktion (4.22) zusätzliche Terme mit nominellen und unsicheren Parametern, die sich im idealen Fall gegenseitig kompensieren (3.35). Zur vereinfachten Darstellung der Übertragungsfunktion (4.22) wurden die Substitutionen (4.23) mit  $a^*$ ,  $b^*$ ,  $c^*$ ,  $d^*$  und  $e^*$  eingeführt, wobei  $a_r$ ,  $a_f$  und  $a_i$  bereits durch (3.34) gegeben sind.

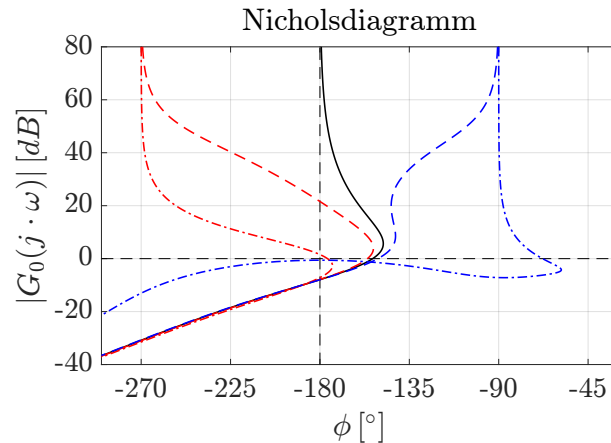
$$a^* = z - 1 \quad b^* = z - a_f \quad c^* = 1 - a_f \quad d^* = 1 - a_i \quad e^* = z - a_i \quad (4.23)$$

Mit Hilfe der Übertragungsfunktion des offenen Magnetlagerregelkreises (4.22) ist es möglich, die Amplituden- und Phasenreserve zu berechnen. Damit kann das Stabilitätsverhalten unter Berücksichtigung der unsicheren Regelstreckenparameter untersucht werden. Ein stabiles Regelverhalten ist nicht allein durch eine genügend große Phasenreserve zu gewährleisten. Als Nebenbedingung muss gleichzeitig auch die Amplitudenreserve groß genug sein. Eine sehr günstige grafische Darstellung für Stabilitätsuntersuchungen am offenen Regelkreis liefert das Nichols-Diagramm, da dieses Diagramm Amplituden- und Phasenverlauf als Trajektorie über den betrachteten Frequenzbereich gemeinsam abbildet. Anhand des Abstandes der Trajektorie vom kritischen Punkt  $(-180^\circ, 0 \text{ dB})$  lassen sich die Stabilitätsreserven direkt ablesen. Im Folgenden werden die Stabilitätsreserven in Abhängigkeit von den unsicheren Regelstreckenparametern mit Hilfe des Nichols-Diagramms definiert.

#### Stabilitätsreserve bei unsicheren Streckenparametern $\hat{k}_i$ und $\hat{k}_s$

Abbildung 4.19 zeigt das Nicholsdiagramm der zeitdiskreten Übertragungsfunktion (4.22) mit unterschiedlichen unsicheren Streckenparametern  $\hat{k}_i$  und  $\hat{k}_s$ , während Tabelle 4.5 den dargestellten Trajektorien in Abbildung 4.19 die entsprechenden Stabilitätsreserven zuordnet.

Bei exakter Kompensation der Regelstreckenparameter ergibt sich der nominelle durchgängig schwarz dargestellte Trajektorienverlauf in Abbildung 4.19 mit einer Phasenreserve von  $\phi_R = 26.5^\circ$ . Für  $\omega \rightarrow 0$  konvergiert die Phasenverschiebung gegen  $-180^\circ$ , was sich durch den



**Abbildung 4.19.** – Nicholsdiagramm des offenen Lageregelkreises des Magnetlagers mit unsicheren Streckenparametern  $\hat{k}_i$  und  $\hat{k}_s$  (Simulation, RTP1,  $x_z$ ,  $T_\Sigma = 5$  ms,  $T_s = 0.5$  ms,  $T_f = 0.8$  ms,  $T_i = 0.5$  ms)

Verlauf	Farbe	$\frac{\Delta \hat{k}_i}{k_i}$	$\frac{\Delta \hat{k}_s}{k_s}$	$\phi_R$	$A_R$
durchgängig	schwarz	0 %	0 %	26.5 °	7.9 dB
gestrichelt	blau	+1 %	-1 %	29.2 °	7.9 dB
gestrichelt	rot	-1 %	+1 %	23.9 °	7.9 dB
strichpunktierter	blau	+145 %	-10 %	112.0 °	0.6 dB
strichpunktierter	rot	-4 %	+25 %	3.8 °	-1.5 dB

**Tabelle 4.5.** – Legende zum Nichols-Diagramm in Abbildung 4.19

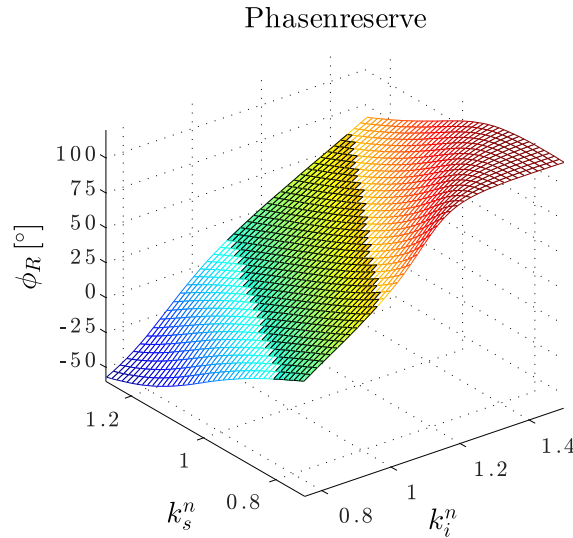
I-Anteil des Reglers und durch die offene Integration der Rotorgeschwindigkeit am Streckenausgang bei idealer  $k_s$ -Kompensation begründen lässt.

Alle übrigen Trajektorien in Abbildung 4.19 wurden bei gegensinniger Parameterabweichung von den nominellen Streckenparametern  $k_i$  und  $k_s$  berechnet, da bei dieser Kombination die Auswirkung auf das Stabilitätsverhalten am größten ist. Auffällig sind die Phasensprünge von  $\pm 90^\circ$  für  $\omega \rightarrow 0$  gegenüber dem nominellen Verlauf, die bereits bei sehr kleinen Parameterunsicherheiten auftreten und erhebliche Veränderungen in der Phasenreserve verursachen. Verantwortlich dafür ist die  $\hat{k}_s$ -Rückführung der Regelstrecke in Abbildung 4.18. Wird  $\hat{k}_s$  durch  $k_s$  im Regler überkompensiert, so liegt eine Gegenkopplung der doppelten Integration am Streckenausgang vor. Die Phasenverschiebung geht in diesem Fall für  $\omega \rightarrow 0$  gegen null und es bleiben  $-90^\circ$  Phasenverschiebung durch den Integrator des Lagereglers bestehen. Bei Unterkompensation von  $\hat{k}_s$  durch den Regler entsteht eine Mitkopplung, wodurch sich  $-180^\circ$  Phasenversatz der doppelten Integration zur Reglerphasenverschiebung für  $\omega \rightarrow 0$  zu insgesamt  $-270^\circ$  aufsummieren.

Die strichpunktierten Trajektorien kennzeichnen die Frequenzgänge an den Stabilitätsgrenzen, wobei die blaue Trajektorie eine zu kleine Amplitudenreserve bei ausreichend großer Pha-

senreserve aufweist und der rote Verlauf in beiderlei Hinsicht eine nur minimale Stabilitätsreserve besitzt. Ulmer [55] verwendet in seiner Arbeit ein skalierbares halb-diamantenförmiges Gebiet rechtsseitig des kritischen Punktes, mit dessen Hilfe die Robustheit des offenen Regelkreises bezüglich der Stabilität beurteilt werden kann. Berührt die Trajektorie den sogenannten Nichols-Diamanten nicht, so kann dem System je nach Größenskalierung des Diamanten eine ausreichende Stabilitätsreserve zugewiesen werden.

Abbildung 4.20 veranschaulicht den Verlauf der Phasenreserve über dem normierten Parameterfeld  $k_i^n = \frac{\hat{k}_i}{k_i}$  und  $k_s^n = \frac{\hat{k}_s}{k_s}$ . Die dunkel markierte Fläche in Abbildung 4.20 kennzeichnet den Bereich, indem der geschlossene Regelkreis stabil ist. Bei sehr kleiner Phasenreserve ist die Amplitudenreserve sehr groß, während bei sehr großer Phasenreserve  $A_R$  gegen null geht. Unter Berücksichtigung von Amplituden- und Phasenreserve wird für die weiteren Betrachtungen eine Stabilitätszone mit einem Sicherheitsabstand zum kritischen Punkt im Bereich  $10^\circ \leq \phi_R \leq 60^\circ$  festgelegt. Daraus lassen sich am Beispiel von RTP1 die beiden Ungleichungen (4.24) und (4.25) ableiten, die für eine beliebige Parameterkombination  $\hat{k}_i$  und  $\hat{k}_s$  erfüllt sein müssen, damit stabiles Regelverhalten vorliegt.



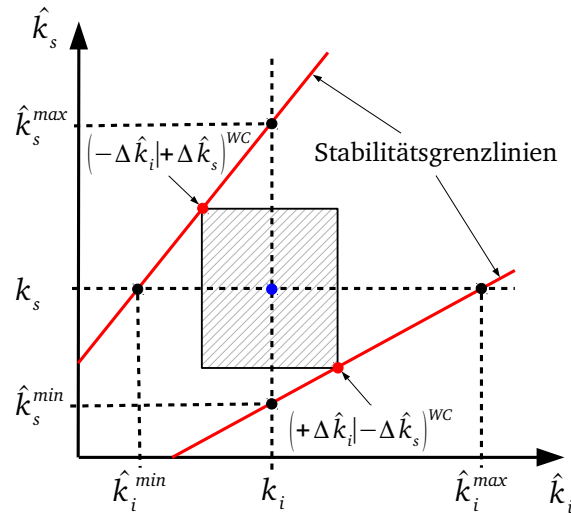
**Abbildung 4.20.** – Phasenreserve  $\phi_R$  des offenen Lageregelkreises des Magnetlagers in Abhängigkeit von den normierten unsicheren Streckenparametern  $k_i^n$  und  $k_s^n$  (Simulation, RTP1,  $x_z$ ,  $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ ,  $T_s = 0.5 \text{ ms}$ ,  $T_f = 0.8 \text{ ms}$ ,  $T_i = 0.5 \text{ ms}$ )

$$3.6 \cdot 10^{-6} \frac{m}{A} \cdot \hat{k}_s + 77.2 \frac{N}{A} = \hat{k}_i^{min} < \hat{k}_i < \hat{k}_i^{max} = 4.6 \cdot 10^{-6} \frac{m}{A} \cdot \hat{k}_s + 145.0 \frac{N}{A} \quad (4.24)$$

$$217.4 \cdot 10^3 \frac{A}{m} \cdot \hat{k}_i - 31.5 \cdot 10^6 \frac{N}{m} = \hat{k}_s^{min} < \hat{k}_s < \hat{k}_s^{max} = 275.7 \cdot 10^3 \frac{A}{m} \cdot \hat{k}_i - 21.3 \cdot 10^6 \frac{N}{m} \quad (4.25)$$

Anhand dieser Stabilitätsgrenzen lassen sich die maximal zulässigen Unsicherheitsbereiche für  $\hat{k}_i$  und  $\hat{k}_s$  bei ungünstigster Konstellation (WC - engl. Worst Case) berechnen. Liegt beispiels-

weise die Unsicherheit  $\hat{k}_s = \hat{k}_s^{max}$  vor, darf zur Sicherung der Stabilität  $\hat{k}_i$  nicht in negativer Richtung vom nominellen Wert  $k_i$  abweichen. Die auf den Stabilitätsgrenzlinien liegenden Punkte in der  $\hat{k}_i$ - $\hat{k}_s$ -Darstellung in Abbildung 4.21 kennzeichnen genau diese Situationen.



**Abbildung 4.21.** – Darstellung zur geometrischen Berechnung der maximal zulässigen Parameterunsicherheiten im ungünstigsten Fall (WC - engl. Worst Case)

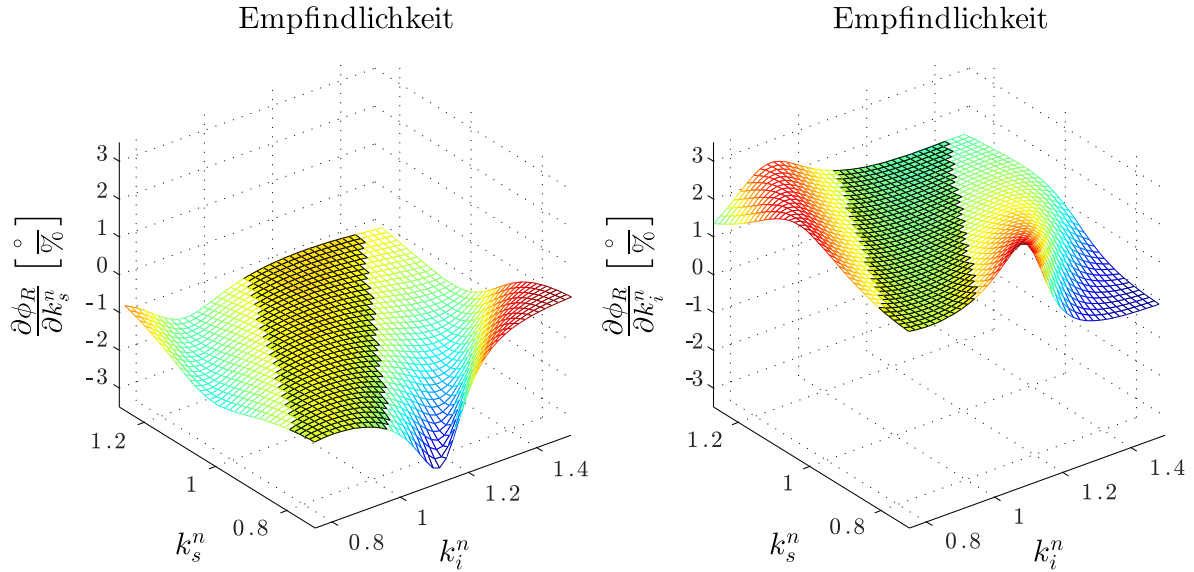
Das schraffierte Rechteck in Abbildung 4.21, in dessen Mittelpunkt die nominelle Parameterkombination  $(k_i, k_s)$  liegt, erlaubt eine weitere Einschränkung der maximalen zulässigen Parameterunsicherheiten, so dass für alle unsicheren Parameterkombinationen innerhalb dieses Bereiches Stabilität gewährleistet werden kann. Die prozentualen Abweichungsgrenzwerte für  $\hat{k}_i$  und  $\hat{k}_s$  in (4.26) und (4.27) wurden mit Hilfe des schraffierten Rechtecks in Abbildung 4.21 für RTP1 berechnet. Treten am RTP1 Parameterunsicherheiten auf, die noch innerhalb dieses Rechtecks liegen, bleibt die Regelung im stabilen Arbeitsbereich.

$$-6.6\% < \frac{\Delta \hat{k}_i}{k_i} < +16.2\% \quad (4.26)$$

$$-11.4\% < \frac{\Delta \hat{k}_s}{k_s} < +5.2\% \quad (4.27)$$

Die auf den Stabilitätsgrenzen liegenden Eckpunkte des schraffierten Rechtecks in Abbildung 4.21 markieren die ungünstigsten unsicheren Parameterkombination  $\hat{k}_i$  und  $\hat{k}_s$  und sind mit der Abkürzung WC gekennzeichnet. Wie stark Parameterabweichungen die Phasenreserve beeinflussen, wurde durch die Berechnung der Empfindlichkeiten  $\frac{\partial \phi_R}{\partial k_s^n}$  und  $\frac{\partial \phi_R}{\partial k_i^n}$  bestimmt. Abbildung 4.22 zeigt die Empfindlichkeiten von  $\phi_R$  entlang der normierten unsicheren Streckenparameter  $k_i^n = \frac{\hat{k}_i}{k_i}$  und  $k_s^n = \frac{\hat{k}_s}{k_s}$ .

Der weiter vorn festgelegte Stabilitätsbereich  $10^\circ \leq \phi_R \leq 60^\circ$  wurde auch in Abbildung 4.22 jeweils dunkel markiert. Für die nominellen Regelstreckenparameter des RTP1 ergeben



**Abbildung 4.22.** – Empfindlichkeiten  $\frac{\partial \phi_R}{\partial k_s^n}$  (links) und  $\frac{\partial \phi_R}{\partial k_i^n}$  (rechts) in Abhängigkeit von den normierten unsicheren Streckenparametern  $k_i^n$  und  $k_s^n$  (Simulation, RTP1,  $x_z$ ,  $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ ,  $T_s = 0.5 \text{ ms}$ ,  $T_f = 0.8 \text{ ms}$ ,  $T_i = 0.5 \text{ ms}$ )

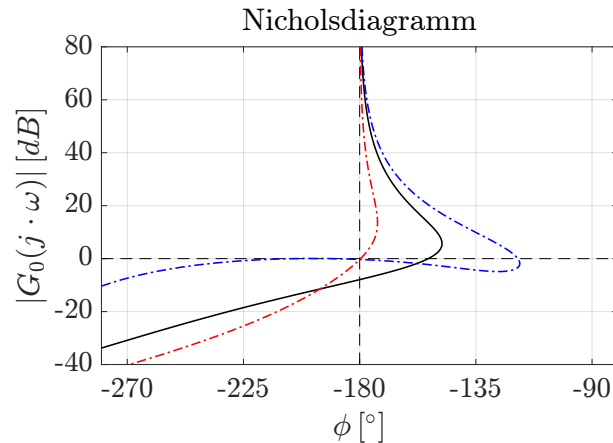
sich Änderungen in der Phasenreserve bezüglich einer  $\hat{k}_i$ -Änderung um +1 % zu  $\Delta \phi_R = 1.45^\circ$  und bezüglich einer  $\hat{k}_s$ -Änderung um +1 % zu  $\Delta \phi_R = -1.15^\circ$ . Im gesamten Stabilitätsbereich variieren die Empfindlichkeiten nur wenig, wobei an den Stabilitätsgrenzen eine geringe betragsmäßige Empfindlichkeitserhöhung auftritt. Als Ergebnis ist festzustellen, dass sich die Empfindlichkeiten  $\frac{\partial \phi_R}{\partial k_s^n}$  und  $\frac{\partial \phi_R}{\partial k_i^n}$  im stabilen Arbeitsbereich der Regelung, abgesehen vom Vorzeichen, nur wenig unterscheiden.

#### Stabilitätsreserve bei unsicherer Rotorgesamtmasse $\hat{m}$ und variabler Zeitkonstante $T_i$

Wird die Rotorgesamtmasse durch das Aufspannen eines Werkstücks auf die Aufspannplatte des Rotors verändert, so verändern sich der Massenparameter  $m$  und die Massenträgheitsmomente  $J_{xx}$  bzw.  $J_{yy}$ . Grundsätzlich ist es möglich, eine Anpassung der Reglerparameter an die im Vorfeld bekannte und einfach messbare Werkstückmasse vorzunehmen. Die Massenträgheitsmomente hingegen sind wesentlich schwieriger bestimmbar.

Falls die Werkstückmasse jedoch nicht genau bekannt ist, kann eine erhebliche Parameterunsicherheit  $\hat{m}$  bzw.  $\hat{J}_R$  auftreten. Zusätzlich muss davon ausgegangen werden, dass während des Bearbeitungsprozesses ein Masseabtrag erfolgt, der auch einen Einfluss auf das Regelverhalten hat. Liegt der Massenschwerpunkt des Werkstückes nichtzentrisch über bzw. oberhalb der Aufspannplatte, verändern sich auch die nichtsymmetrischen Massenträgheitsmomente in den rotatorischen Freiheitsgraden  $\phi_x$ ,  $\phi_y$  und  $\phi_z$ .

Mit Hilfe des Modells in Abbildung 4.18 wurde der Einfluss der Rotormassenänderung  $\Delta \hat{m}$  auf die Stabilitätsreserve untersucht. Für dieses Modell zeigt Abbildung 4.23 das Nicholsdiagramm, wobei der unsichere Streckenparameter  $\hat{m}$  variiert wurde. Tabelle 4.6 dient als



**Abbildung 4.23.** – Nichols-Diagramm des offenen Lageregelkreises mit unsicherer Rotorgesamtmasse  $\hat{m}$  (Simulation, RTP1,  $x_z$ ,  $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ ,  $T_s = 0.5 \text{ ms}$ ,  $T_f = 0.8 \text{ ms}$ ,  $T_i = 0.5 \text{ ms}$ )

Legende zu Abbildung 4.23 und ordnet den dargestellten Trajektorien die sich bei der Rotorgesamtmassenänderung  $\Delta\hat{m}$  ergebenden Stabilitätsreserven zu.

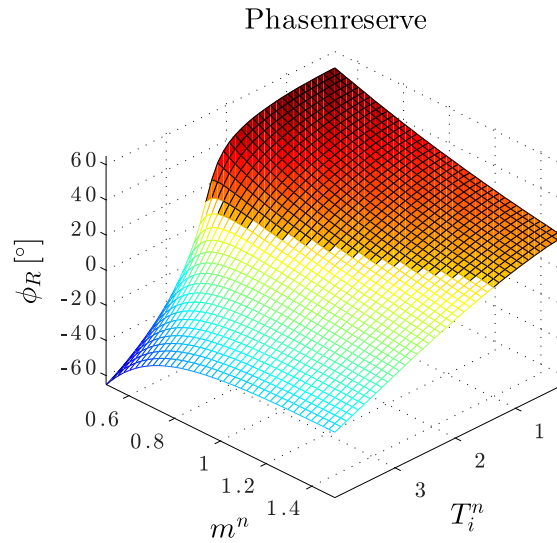
Verlauf	Farbe	$\frac{\Delta\hat{m}}{m}$	$\phi_R$	$A_R$
durchgängig	schwarz	0 %	26.5 °	7.9 dB
strichpunktiert	blau	-71 %	71.3 °	0.3 dB
strichpunktiert	rot	+141 %	0.3 °	0.3 dB

**Tabelle 4.6.** – Legende zum Nichols-Diagramm in Abbildung 4.23

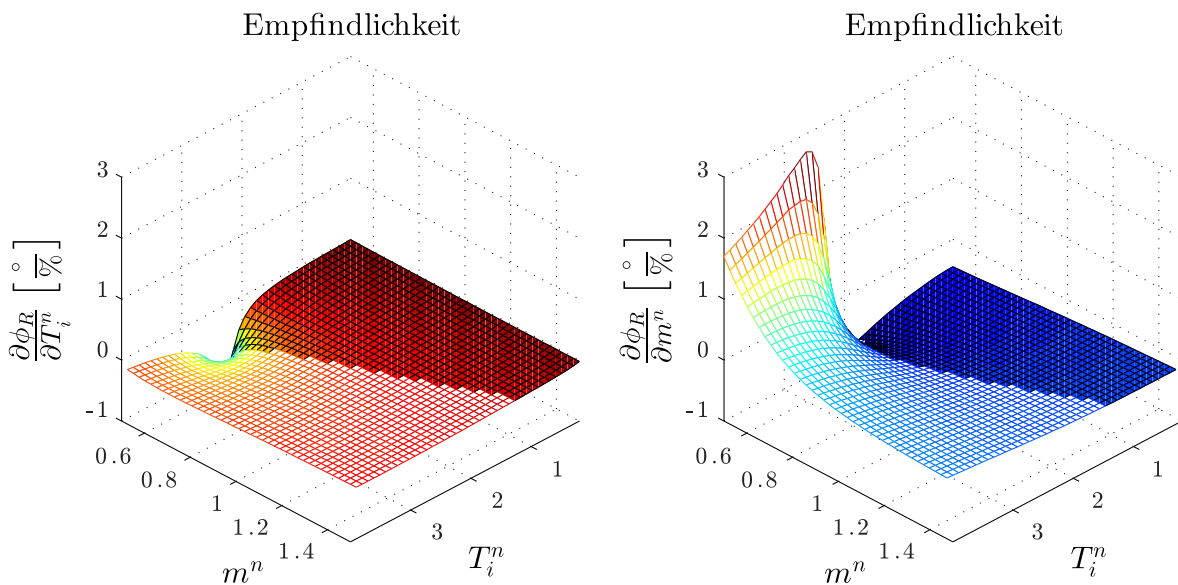
Die strichpunktierten Trajektorien liegen bei großen Abweichungen  $\Delta\hat{m}$  an den Stabilitätsgrenzen, da beide Trajektorien eine zu kleine Amplitudenreserve und bei  $\frac{\Delta\hat{m}}{m} = 141 \%$  auch eine sehr kleine Phasenreserve aufweisen (siehe Tabelle 4.6). Mit der Zeitkonstante  $T_i$  als weitere Variable wird es gleichzeitig möglich, den Einfluss der Stromstellerdynamik im dreidimensionalen Verlauf der Phasenreserve in Abbildung 4.24 zu veranschaulichen. Der definierte Stabilitätsbereich liegt im Bereich von  $10^\circ \leq \phi_R \leq 60^\circ$  und wurde als dunkel gefärbte Fläche gekennzeichnet.

In Relation zu der in Tabelle 3.1 angegebenen nominellen Gesamtrotormasse  $m = 1867 \text{ kg}$  des RTP1 zeigt der Verlauf der Phasenreserve in Abbildung 4.24, dass die Robustheit bezüglich der Rotormassenänderung grundsätzlich sehr gut ist. Diese Feststellung gilt aber nur dann, wenn die Zeitkonstante der stromgeregelten Aktorik nicht größer als  $T_i^n = 1$  ist.

Die in Abbildung 4.25 dargestellten Empfindlichkeitsverläufe sind im dunkel markierten Stabilitätsbereich  $10^\circ \leq \phi_R \leq 60^\circ$  relativ konstant und ändern sich nur an den Stabilitätsgrenzen. Im Bereich der nominellen Streckenparameter  $m^n = \frac{\hat{m}}{m} = 1$  und  $T_i^n = \frac{\hat{T}_i}{T_i} = 1$



**Abbildung 4.24.** – Berechnete Phasenreserve  $\phi_R$  des offenen Lageregelkreises des Magnetlagers in Abhängigkeit von der Rotorgesamtmasse  $\hat{m}$  und von der Stromstellerdynamik  $T_i$  (Simulation, RTP1,  $x_z$ ,  $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ ,  $T_s = 0.5 \text{ ms}$ ,  $T_f = 0.8 \text{ ms}$ )



**Abbildung 4.25.** – Empfindlichkeiten  $\frac{\partial \phi_R}{\partial T_i^n}$  (links) und  $\frac{\partial \phi_R}{\partial m^n}$  (rechts) in Abhängigkeit von den normierten unsicheren Streckenparametern  $m^n$  und  $T_i^n$  (Simulation, RTP1,  $x_z$ ,  $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ ,  $T_s = 0.5 \text{ ms}$ ,  $T_f = 0.8 \text{ ms}$ )

betragen die Phasenänderungen bei einer  $m^n$ -Änderung von  $+1 \%$   $\Delta \phi_R = -0.31^\circ$  und bei einer  $T_i^n$ -Änderung von  $+1 \%$   $\Delta \phi_R = -0.10^\circ$ . Im Grenzbereich zwischen stabilem und instabilem Verhalten bei großer Zeitkonstante  $\hat{T}_i$  und bei kleiner Rotorgesamtmasse  $\hat{m}$  ist eine deutliche Empfindlichkeitsvergrößerung erkennbar. Unter Ausschluss dieses Bereiches bestätigten die Empfindlichkeitswerte eine sehr geringe Auswirkung der Massenänderung auf das Stabilitätsverhalten.

### 4.4.3. Gleitzustandsregelung

Wenn die Regelgüte nahezu unabhängig von Parameterungenauigkeiten und äußeren Störungen sein soll, dann ist der Einsatz von strukturvariablen Regelungen von Vorteil. Diese Regelungsmethode wurde in den Jahren von 1950 bis 1960 entwickelt und für gewöhnliche lineare Systeme 2. Ordnung untersucht. Allgemein verwendbare Entwurfsmethoden entwickelten sich nach 1970. Wegen der bei dieser Regelung auftretenden Gleitzustände (Sliding-Modes) wird sie auch unter der Bezeichnung Sliding-Mode-Regelung geführt. ([56], [57])

Der Hauptvorteil der Gleitzustandsregelung liegt in ihrer Robustheit gegenüber Parametervariationen der Regelstrecke und der Unabhängigkeit von äußeren Störungen. Gleitzustände stellen sich dann ein, wenn die Stellgrößen zwischen zwei Grenzwerten mit unendlich hoher Schaltfrequenz hin- und herschalten. Diese Annahme ist allerdings von rein theoretischer Natur und in der Praxis nicht möglich. Nicht modellierte dynamische Anteile der Regelstrecke und die zeitdiskrete Implementierung des Regelalgorithmus begrenzen die maximale Schaltfrequenz und verursachen das sogenannte Klappern (Chattering [56]) bzw. Schwingen der Zustandsgröße.

Ein lineares System (4.28) mit dem Stellgesetz  $u(\mathbf{x})$  (4.29) und der Schaltfunktion  $s_w(\mathbf{x})$  (4.30) ändert seine Zustandsgrößen von einer Anfangsauslenkung entlang der Zustandstrajektorien bis zum Erreichen der Schaltgeraden und gleitet dann idealerweise auf dieser Geraden entlang bis in einen festen Arbeitspunkt. Anhand der Schaltfunktion erfolgt das Umschalten der Stellgröße in Abhängigkeit vom Zustandsvektor  $\mathbf{x}$ , was durch eine gewichtete Zustandsrückführung  $\mathbf{k}^T \cdot \mathbf{x}$  realisiert wird.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{b} \cdot u \quad (4.28)$$

$$u(\mathbf{x}) = \begin{cases} +u_{max} & \text{für } s_w(\mathbf{x}) > 0 \\ -u_{max} & \text{für } s_w(\mathbf{x}) < 0 \end{cases} \quad (4.29)$$

$$s_w(\mathbf{x}) = \mathbf{k}^T \cdot \mathbf{x} \quad (4.30)$$

Um zu garantieren, dass alle Systemtrajektorien im Zustandsraum die Schaltfläche  $\mathbf{k}^T \cdot \mathbf{x} = 0$  in endlicher Zeit erreichen, muss die notwendige Bedingung (4.31) erfüllt sein. Durch Einhaltung dieser Ungleichung wird garantiert, dass die Trajektorien von beiden Seiten auf die Schaltfläche zulaufen [42].

$$s_w(\mathbf{x}) \cdot \dot{s}_w(\mathbf{x}) < 0 \quad (4.31)$$



Die zeitliche Ableitung der Schaltfunktion  $s_w$  kann allgemein für  $n$  Zustandsgrößen wie folgt geschrieben werden (4.32).

$$\dot{s}_w(\mathbf{x}) = \frac{ds_w}{dx_1} \cdot \frac{dx_1}{dt} + \frac{ds_w}{dx_2} \cdot \frac{dx_2}{dt} + \dots + \frac{ds_w}{dx_n} \cdot \frac{dx_n}{dt} = \text{grad}^T(s_w(\mathbf{x})) \cdot \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{k}^T \cdot \dot{\mathbf{x}} \quad (4.32)$$

Wenn (4.31) erfüllt ist, kann nicht in jedem möglichen Fall die Erreichbarkeit der Schaltebene in endlicher Zeit garantiert werden. Deshalb wird die hinreichende Erreichbarkeitsbedingung nach dem weitverbreiteten Ansatz (4.33) von Gao und Hung [58] verwendet. Dieser Ansatz zielt darauf ab, dass  $s_w(\mathbf{x})$  bei positiver maximaler Stellgröße  $u_{max}$  und positivem Vorsteuereffaktor  $d_v$  stets negativ ist [42].

$$\dot{s}_w(\mathbf{x}) = -u_{max} \cdot \text{sgn}(s_w(\mathbf{x})) - d_v \cdot s_w(\mathbf{x}) \quad (4.33)$$

Multipliziert man (4.33) mit  $s_w$ , erhält man mit (4.34) den Beweis für die Erfüllung der notwendigen Bedingung (4.31) [42].

$$s_w \cdot \dot{s}_w = -u_{max} \cdot |s_w| - d_v \cdot s_w^2 < 0 \quad (4.34)$$

Ersetzt man in (4.32) den Zustandsvektor  $\dot{\mathbf{x}}$  durch (4.28) erhält man (4.35).

$$\dot{s}_w(\mathbf{x}) = \text{grad}^T(s_w(\mathbf{x})) \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{b} \cdot u) \quad (4.35)$$

Durch Umstellen nach  $u$  und Ersetzen von  $\dot{s}_w(\mathbf{x})$  durch die Erreichbarkeitsbedingung (4.33), erhält man ein Stellgesetz für einen Freiheitsgrad, das die Erreichbarkeit der Schaltfläche in endlicher Zeit garantiert (4.36).

$$u(\mathbf{x}) = -\frac{\mathbf{k}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + u_{max} \cdot \text{sgn}(\mathbf{k}^T \cdot \mathbf{x}) + d \cdot \mathbf{k}^T \cdot \mathbf{x}}{\mathbf{k}^T \cdot \mathbf{b}} \quad (4.36)$$

Die Beeinflussung des dynamischen Verhaltens des Regelkreises kann durch die Wahl der Parameter  $u_{max}$ ,  $d_v$  und  $\mathbf{k}$  erfolgen. Wie bereits im Abschnitt 3.2.3 erwähnt wurde, ist die Gleitzustandsregelung für ein spannungsgesteuertes Magnetlager sehr gut geeignet. Mit den diskreten Schaltzuständen des Reglerausganges (4.29) ist es möglich, ein Stellglied in Brückenschaltung mit z.B. IGBT-Schaltelementen direkt ansteuern.

Mit dem Ziel, eine Verbesserung der Robustheitseigenschaften des Magnetlagers zu erreichen und das Regelverhalten mit der konventionellen optimierten Kaskadenregelung zu vergleichen, wurde am Beispiel des RTP1 die Gleitzustandsregelung direkt am stromgesteuerten Magnetlager umgesetzt. Dies liegt darin begründet, dass die anlagentechnischen Gegebenheiten eine Spannungssteuerung am RTP1 nur unter hohem Umbauaufwand erlaubten und auch

beim stromgesteuerten Magnetlager eine Verbesserung der Robustheit im gleitzustandsgeregelten Betrieb zu erwarten ist.

Das im Regler implementierte Stellgesetz (4.36) berechnet in Abhängigkeit von den Systemzuständen diskrete Stromsollwerte mit überlagerten kontinuierlichen Signalanteilen.

In Anlehnung an den Signalflussplan in Abbildung 2.21 liegt dem Reglerentwurf das Modell (4.37) der Regelstrecke mit integraler Zustandserweiterung zugrunde. Die Regelstrecke 3. Ordnung ist im Zustandsraum durch die Zustandsgrößen  $\dot{x}_1 = x_2$ ,  $x_2 = x$  und  $x_3 = \dot{x}$  definiert und besitzt als Stellgröße  $u$  den Stromsollwert der unterlagerten Stromregelung, deren dynamisches Verhalten vernachlässigt wird.

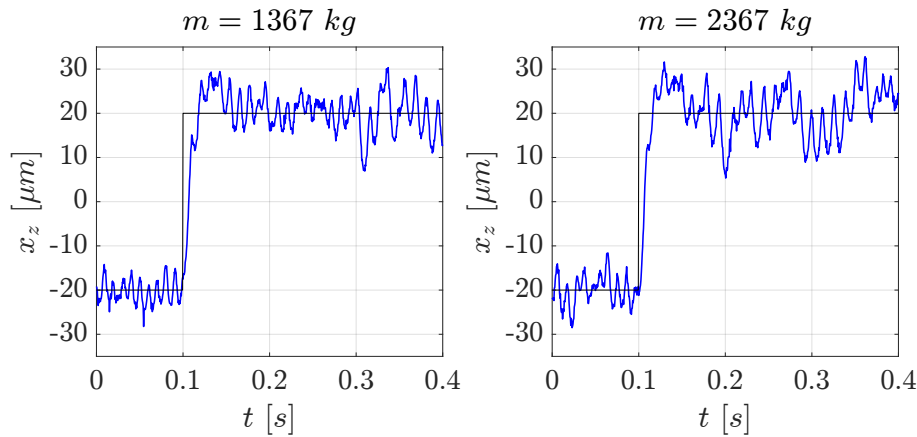
$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{k_s}{m} & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_i}{m} \end{pmatrix} \cdot u \quad (4.37)$$

Der Zustandsrückführvektor  $\mathbf{k}^T$  der Schaltfunktion  $s_w(\mathbf{x})$  kann direkt in Form einer Zustandsrückführung auf Basis der optimierten Kaskadenregelung berechnet werden. Mit der Zustandsrückführung (4.38) ergeben sich die Schaltbedingungen der Schaltfunktion  $s_w(\mathbf{x})$ .

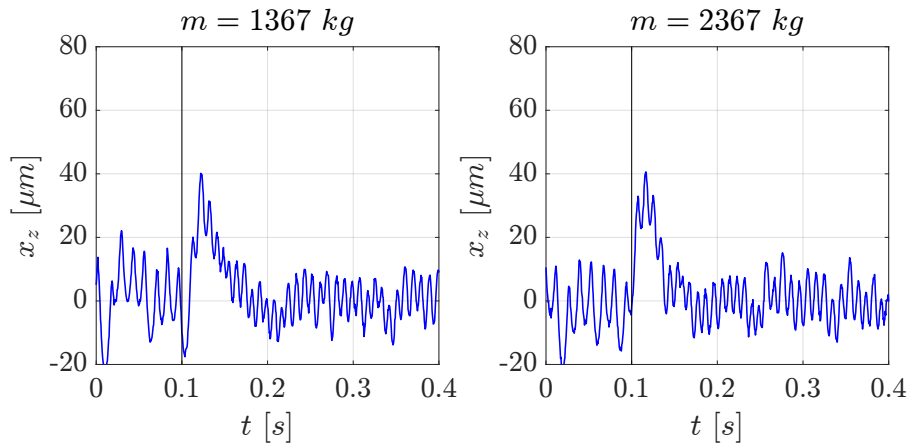
$$\mathbf{k}^T = \frac{m}{k_i} \cdot \left( \frac{1}{8 \cdot T_\Sigma^3}, \frac{1}{2 \cdot T_\Sigma^2}, \frac{1}{T_\Sigma} \right) \quad (4.38)$$

Durch Festlegung von  $d = 0$ ,  $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$  und  $u_{max} = 2 \text{ A}$  konnte das Führungs- und Störverhalten des gleitzustandsgeregelten Magnetlagers in einem Freiheitsgrad mit unterschiedlichen Rotorgesamtmassen experimentell aufgenommen werden. Bei einer Änderung der Rotormasse um  $1000 \text{ kg}$  bleibt das dynamische Übergangsverhalten in Abbildung 4.26 fast vollständig unverändert im Vergleich zum Regelverhalten, welches mit der kontinuierlichen Kaskadenregelung in Abbildung 3.16 erreicht wurde. Bei der Untersuchung der externen Störkraftunterdrückung, dargestellt in Abbildung 4.27, konnte ebenfalls eine robuste dynamische Steifigkeit nachgewiesen werden, da sich die maximale Rotorauslenkung bei gleicher Störkrafteinkopplung und variabler Rotormasse nicht ändert. Das Störverhalten der kontinuierlichen Regelung ist im Vergleich dazu in Abbildung 3.17 zu finden.

Da im Modell die Dynamik der stromgeregelten Aktorik vernachlässigt und die Regelung zudem zeitdiskret implementiert wurde, stellt sich eine nach oben begrenzte maximale Schaltfrequenz des diskontinuierlichen Stellgrößenanteils ein. Das unstetige Schalten ist von der Laufzeit der unterlagerten Stromregelung und der zeitdiskreten Regelung abhängig und verursacht ein Schwingen der Zustandsgrößen innerhalb einer Umgebung entlang der Schaltgeraden, was im zeitlichen Verlauf zu einer Verschlechterung der stationären Genauigkeit und



**Abbildung 4.26.** – Führungsantworten der Gleitzustandsregelung bei einer Sollwertänderung von  $\Delta x_z^{\text{Soll}} = 40 \mu\text{m}$  in vertikaler Rotorrichtung  $x_z$  für zwei unterschiedliche Rotormassen  $m$  (Experiment, RTP1,  $x_z$ ,  $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ ,  $T_s = 0.5 \text{ ms}$ ,  $T_i = 0.5 \text{ ms}$ )

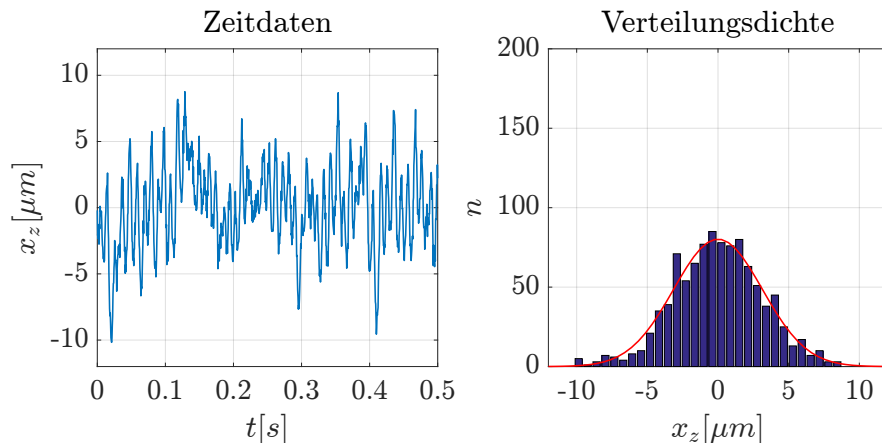


**Abbildung 4.27.** – Störverhalten der Gleitzustandsregelung bei einer Kraftänderung von  $\Delta F_{St} = 2 \text{ kN}$  in vertikaler Rotorrichtung  $x_z$  für zwei unterschiedliche Rotormassen  $m$  (Experiment, RTP1,  $x_z$ ,  $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ ,  $T_s = 0.5 \text{ ms}$ ,  $T_i = 0.5 \text{ ms}$ )

auch zu einer deutlich vermehrten akkustischen Schallabstrahlung führt. Dieses sogenannte Rattern ist besonders im stationären Signalverlauf in Abbildung 4.28 im Vergleich zum Signalverlauf der kontinuierlichen Regelung in Abbildung 3.15 sichtbar. Der Mittelwert der Rotorlage liegt relativ zum Arbeitspunkt bei  $\bar{x}_z = 0$ , während sich dynamisch im gemessenen Zeitraum eine erheblich größere Streuung von  $\sigma_{x_z} = 3.149 \mu\text{m}$  gegenüber der kontinuierlichen Magnetlagerregelung von  $\sigma_{x_z} = 0.719 \mu\text{m}$  ermitteln lässt.

Zur Verringerung dieses negativen Effekts muss entweder die Schaltfrequenz vergrößert oder die maximale Stellamplitude verkleinert werden. Utkin [56] schlägt dazu unterschiedliche Methoden vor. Eine vielversprechende Methode ist die zustandsabhängige Veränderung der maximalen Stellamplitude  $u_{max}$  (engl. State-Dependent Gain Method).

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass sich mit Hilfe der Gleitzustandsregelung die



**Abbildung 4.28.** – Statistische Auswertung des stationären Lagesignals, Kenngrößen  $\bar{x}_z = 0 \mu\text{m}$  und  $\sigma_{x_z} = 3.149 \mu\text{m}$  (Experiment, RTP1,  $x_z$ ,  $T_s = 0.5 \text{ms}$ )

Robustheit gegenüber Parameterschwankungen der Regelstrecke im Vergleich zur kontinuierlichen Kaskadenregelung deutlich verbessert. Obwohl die Gleitzustandsregelung unter nicht-idealen Bedingungen am stromgeregelten Magnetlager (RTP1) eingesetzt wurde, konnten gute Robustheitseigenschaften festgestellt werden. Dieser Vorteil ist bei der Erstinbetriebnahme stromgeregelter magnetisch gelagerter Rundtische gut nutzbar, um bei unbekanntem oder nicht beliebig genau bekannten Regelstreckenparametern schneller stabile Reglerkonfigurationen für eine Systemidentifikation zu finden. Zusätzlich besteht die Möglichkeit, die maximale Stellgrößenamplitude auf einfache Art und Weise einzuschränken zu können, um die maximalen Aktorkräfte bei instabilem Systemverhalten im Inbetriebnahmeprozess zu begrenzen.

## 5. Schwingungsdämpfung und Lagerverhalten

Magnetisch gelagerte Rundtische, die Teil einer Werkzeugmaschine zur Werkstückpositionierung sind, bieten auf Grund ihrer aktiven Eigenschaften neben der eigentlichen Lagerungsaufgabe die Möglichkeit zur Verbesserung der Produkt- und Prozessqualität. Beispielsweise können mechanische Schwingungen des Rotors, die während der spanenden Bearbeitung von Werkstücken auftreten, gedämpft, vollständig kompensiert oder gegenüber dem Statorgehäuse isoliert werden. Bei Zerspanprozessen entstehen statische und dynamische Störkräfte, die für eine bestimmte Zeitdauer über das Werkstück auf die Lagerung einwirken. Da die dynamische Steifigkeit begrenzt ist, verursacht das Zerspanen periodische Lageänderungen des Rotors und des damit fest verspannten Werkstückes. Dies führt zu einer Verschlechterung der Prozessqualität und der Oberflächengüte (siehe Abschnitt 2.1.3).

Um geeignete Verfahren zur Störkraftkompensation effizient anwenden zu können, ist es wichtig, die Schwingungsursachen für einen konkreten Anwendungsfall zu kennen. Unter diesen Bedingungen sind die im Abschnitt 2.3 beschriebenen Methoden zur Schwingungsdämpfung einsetzbar. Im Allgemeinen ist es aber auch möglich, mechanische Schwingungen durch die Anpassung der dynamischen Steifigkeit unabhängig von der Schwingungsursache zu dämpfen. Da die untersuchten Prototypen bisher nur teilweise in der spanenden Fertigungstechnik eingesetzt werden konnten und keine konkreten Anwendungsfälle zur Störkraftkompensation vorlagen, beschäftigt sich dieser Teil der Arbeit vorwiegend mit allgemeinen Möglichkeiten der Schwingungsdämpfung zur Verbesserung der Lagereigenschaften. Die Schwingungsisolation bleibt unberücksichtigt, da sie bei der spanenden Werkstückbearbeitung nicht von Bedeutung ist. Sie findet vielmehr in der Fahrzeugtechnik bei der Fahrwerksregelung oder bei der Lagerung von Kolbenmaschinen Anwendung. Eine Untersuchung zur Schwingungsisolation in einem Versuchsaufbau mit Hilfe eines aktiven Magnetlagers ist beispielsweise in der Arbeit [31] zu finden.

### 5.1. Modellierung der Rotordynamik

Rotorkonstruktionen haben als zentrales Element magnetischer Lager die wichtige Funktion, alle in die Aufspannplatte eingeleiteten statischen und dynamischen Kräfte und Momente möglichst unnachgiebig aufzunehmen. Idealerweise kann der Rotor als Punktmasse betrachtet werden, der auf Grund seiner Massenträgheit ein bestimmtes dynamisches Verhalten bezüglich der Auslenkung aus seiner Ruhelage besitzt. Die unvermeidbare räumliche Rotorausdehnung

und die Elastizität des Rotors können sich negativ auf die Rotordynamik im lagegeregelten Betrieb auswirken. Dies liegt zum einen darin begründet, dass Schwerpunkt und Kraftangriffspunkt nicht mehr zwangsläufig zusammenfallen. Andererseits ist es möglich, dass durch freie oder erzwungene Schwingungen linear-elastische Verformungen des Rotors auftreten, die Ungenauigkeiten bei der Erfassung der Rotorlage durch die räumlich verteilte Sensoranordnung verursachen. Im Folgenden wird das dynamische Verhalten des starren und elastischen Rotors betrachtet und die Auswirkungen der räumlich verteilten Sensor- und Aktoranordnung auf das Regelverhalten untersucht.

### 5.1.1. Dynamisches Verhalten des starren Rotors

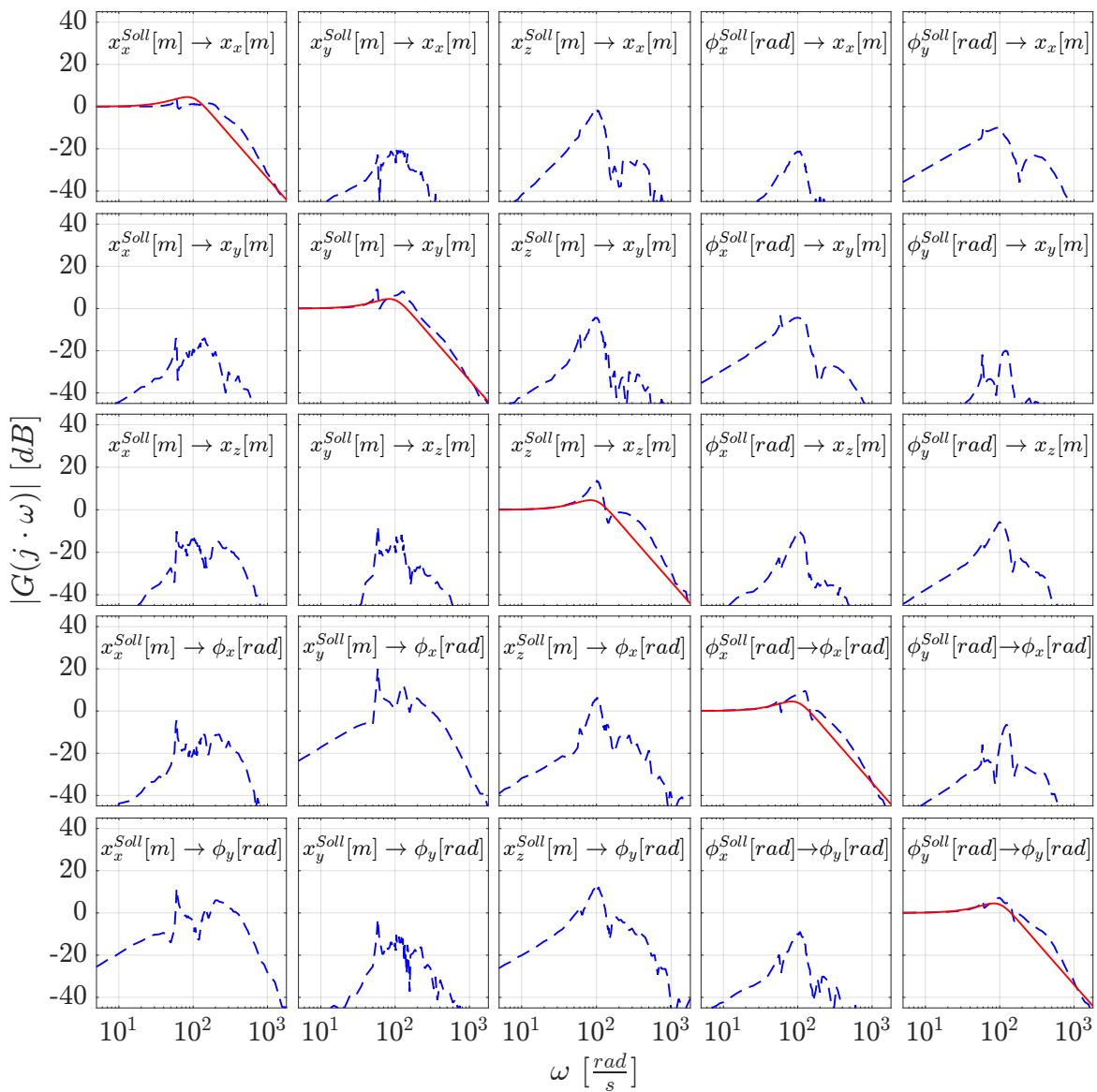
Allgemein kann der Rotor, bedingt durch seine räumliche Ausdehnung, als Aufbau aus vielen untereinander gekoppelten Punktmassen betrachtet werden. Die Annahme eines völlig starren Rotors setzt voraus, dass diese Punktmassen vollständig starr miteinander gekoppelt sind. Aus diesem Grund verursachen angreifende äußere Kräfte und Momente eine gesamtheitliche Verschiebung bzw. Rotation des steifen unnachgiebigen Rotors. Diese Näherung ist in der Praxis üblich und zulässig, da die Verformungen des Rotors in Bezug auf die Gesamtverschiebung in der Regel vernachlässigbar klein sind. Während jede einzelne Punktmasse im Raum drei translatorische Freiheitsgrade besitzt, hat ein starrer Körper mit räumlicher Ausdehnung drei rotatorische Freiheitsgrade  $\phi_x$ ,  $\phi_y$  und  $\phi_z$  und drei translatorische Freiheitsgrade  $x_x$ ,  $x_y$  und  $x_z$ . Unter der Voraussetzung, dass der Kraftvektor  $\mathbf{F}_q$  im Massenschwerpunkt angreift und alle räumlich verteilten Punktmassen starr miteinander gekoppelt sind, führt die Rotation um jede der drei Koordinatenachsen  $\phi_x$ ,  $\phi_y$  und  $\phi_z$  zu einer Lageänderung der Punktmassen des Rotors, die sich nicht auf der Drehachse befinden. Die Bewegungsgleichung des starren Rotors kann für alle Freiheitsgrade bei Vernachlässigung jeglicher äußerer Bewegungswiderstände ausgehend von (2.1) durch die Vektordifferentialgleichung (5.1) beschrieben werden.

$$\ddot{\mathbf{x}}_q = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{F}_q \quad (5.1)$$

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} m_x & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & m_y & & & & & \cdot \\ \cdot & & m_z & & & & \cdot \\ \cdot & & & J_{xx} & & & \cdot \\ \cdot & & & & J_{yy} & & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & J_{zz} \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Die Elemente der Massenmatrix  $\mathbf{M}$  bestimmen, mit welcher Dynamik die eingepprägten Kräfte und Momente des Kraftvektors  $\mathbf{F}_q^T = (F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z)$  zu einer Lageänderung des starren Rotors in den sechs Freiheitsgraden  $\mathbf{x}_q^T = (x, y, z, \phi_x, \phi_y, \phi_z)$  führen. Bei vollständiger Entkopplung der Freiheitsgrade besitzt die allgemeine  $[6 \times 6]$  Massenmatrix Diagonalfom (5.2).

Im Allgemeinen ist nicht voraussetzbar, dass die Massenmatrix  $\mathbf{M}$  zeitlich konstant ist, da auf dem Rotor auch Werkstücke mit unterschiedlicher Masse bearbeitet werden können. Diese Massenunterschiede führen zu einer Veränderung der Elemente der Massenmatrix, wodurch sich auch das dynamische Verhalten der Lagerung ändert.



**Abbildung 5.1.** – Matrix der Führungsfrequenzgänge (gestrichelt) im Vergleich zur ideal entkoppelten Regelung (Experiment, RTP1,  $T_\Sigma = 5$  ms)

Unter der Voraussetzung, dass die Freiheitsgrade untereinander vollständig entkoppelt sind, kann in jeder Koordinate  $x_x$ ,  $x_y$ ,  $x_z$ ,  $\phi_x$  und  $\phi_y$  ein kaskadierter Regelkreis (siehe Abschnitt 3.5) zur Stabilisierung der Rotorlage implementiert werden. Im praktischen Betrieb sind jedoch Kopplungen zwischen den Freiheitsgraden zu erwarten, die die Regelgüte nachteilig beeinflussen. Wie stark diese Kopplungen ausgeprägt sind, hängt von unterschiedlichen Faktoren ab und kann experimentell mit Hilfe von Frequenzgangmessungen bestimmt werden. Zur Ermittlung der Kopplungsfrequenzgänge der einzelnen Freiheitsgrade untereinander, muss eine separate Anregung jeder Koordinate erfolgen, während gleichzeitig das Antwortverhalten der anderen nicht angeregten Achsen im Frequenzbereich aufzunehmen ist.

Am RTP1 wurden die Kopplungen mit Hilfe des Verfahrens der orthogonalen Korrelation (Abschnitt 2.4.2) ermittelt. Die Messung erfolgte unter Verwendung des zentralen Regelungskonzeptes, wie im Abschnitt 4.2 beschrieben. Durch eine getrennte Anregung aller fünf Freiheitsgrade konnte die  $[5 \times 5]$  Führungsfrequenzgangmatrix in Abbildung 5.1 aufgenommen werden.

Die in der Diagonalen liegenden Amplitudenfrequenzgänge sind die Führungsfrequenzgänge der zu regelnden Freiheitsgrade in generalisierten Koordinaten. Alle außerhalb der diagonal liegenden Amplitudenfrequenzgänge charakterisieren die dynamischen Kopplungsanteile der angeregten Achse auf den jeweiligen Freiheitsgrad der Lagerung und können als Störfrequenzgang aufgefasst werden. Während die in der Diagonalen liegenden Verläufe über den gesamten Frequenzbereich ideal  $0 \text{ dB}$  betragen sollten, ist außerhalb der Diagonalen ein möglichst gutes Störverhalten mit Verstärkungen von idealerweise  $-\infty \text{ dB}$  wünschenswert.

Aus den Messergebnissen in Abbildung 5.1 geht hervor, dass vor allem im Bereich der Durchtrittsfrequenz  $\omega_D$  der Regelung signifikante Kopplungen vorhanden sind. Im niederfrequenten Bereich erzielt die Regelung auf Grund der kleinen Amplitudenverstärkungen eine gute Entkopplung der Freiheitsgrade. Demzufolge ist eine möglichst hohe Bandbreite der Regelung anzustreben, um die unerwünschten Resonanzüberhöhungen in Abbildung 5.1 in den oberen Frequenzbereich zu verschieben und dadurch die Entkopplung der Freiheitsgrade im relevanten unterhalb von  $\omega_D$  liegenden Frequenzbereich zu verbessern.

Die unterschiedlichen maximalen Amplitudenverstärkungen sind nicht direkt vergleichbar und resultieren aus verschiedenen Übertragungsfaktoren durch die Verhältnisbildung von rotatorischen  $[\text{rad}]$  und translatorischen  $[\text{m}]$  Auslenkungen zueinander.

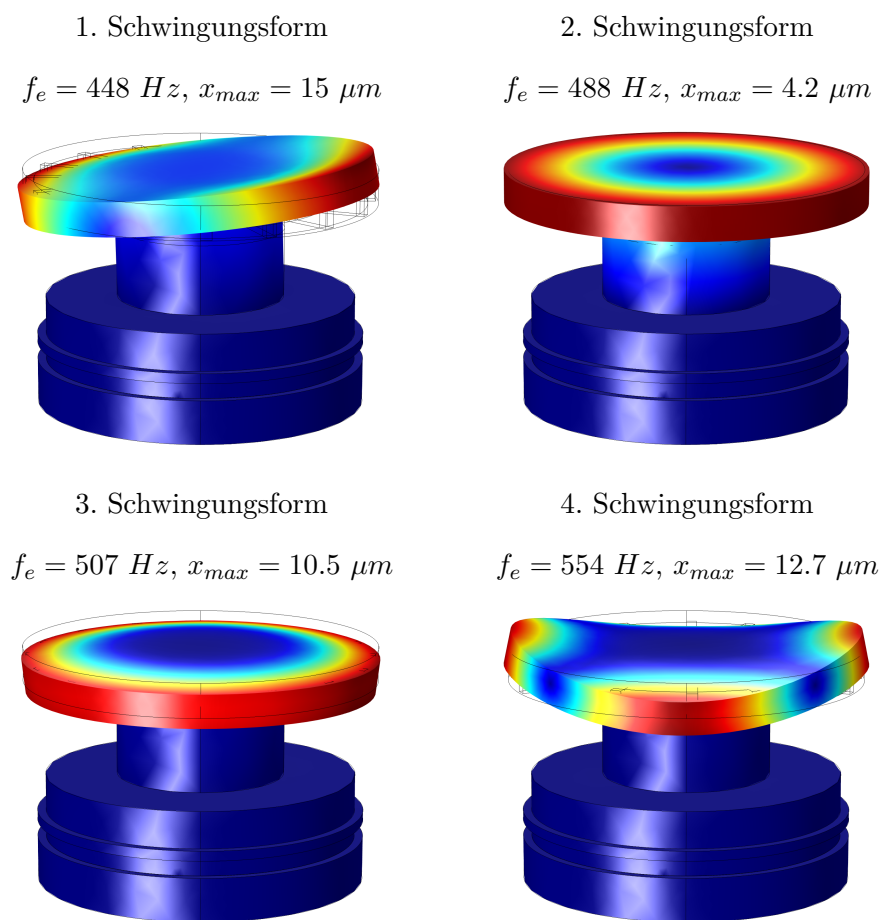
Vergleicht man die simulierten idealen Führungsfrequenzgängen in Abbildung 5.1 mit den gemessenen Verläufen, so werden leichte Abweichungen in Form von Resonanzüberhöhungen sichtbar. Ein wesentlicher Grund dafür sind die in jedem Regelkreis einwirkenden dynamischen Störkräfte, die durch die gekoppelten Regelkreise der einzelnen Rotorachsen entstehen.

### 5.1.2. Dynamisches Verhalten des elastischen Rotors

Da der frei schwebende Rotor in seiner Struktur nicht unendlich steif ist, darf dessen Elastizität nur unter bestimmten Bedingungen vernachlässigt werden. Eigenfrequenzanalysen werden



benutzt um festzustellen, in welchen Frequenzbereichen sich unterschiedliche Schwingungsformen ausbilden und wie groß die elastischen Verformungen des Rotors sind. Aus diesem Grund wurde die Strukturmechanik der Rotorkonstruktion mit Hilfe von finiten Elementen (FE) simuliert und eine numerische Berechnung der Eigenfrequenzen mit den zugehörigen Eigenformen der Rotoren durchgeführt. Während der numerischen Simulation wurde der Rotor im Wirkungsbereich der Magnetaktoren ideal fixiert und als Anregung eine Punktlast von  $1\text{ kN}$  in  $x_x$ ,  $x_y$ - und  $x_z$ -Richtung am äußeren Rand der Aufspannplatte eingepreßt. Abbildung 5.2 zeigt die Ergebnisse der vier dominierenden Eigenschwingungsformen des RTP1-Rotors mit Aufspannplatte. Zu jeder Schwingungsform sind die zugehörigen Eigenfrequenzen  $f_e$  und die maximalen Auslenkungen der Aufspannplatte  $x_{max}$  angegeben.

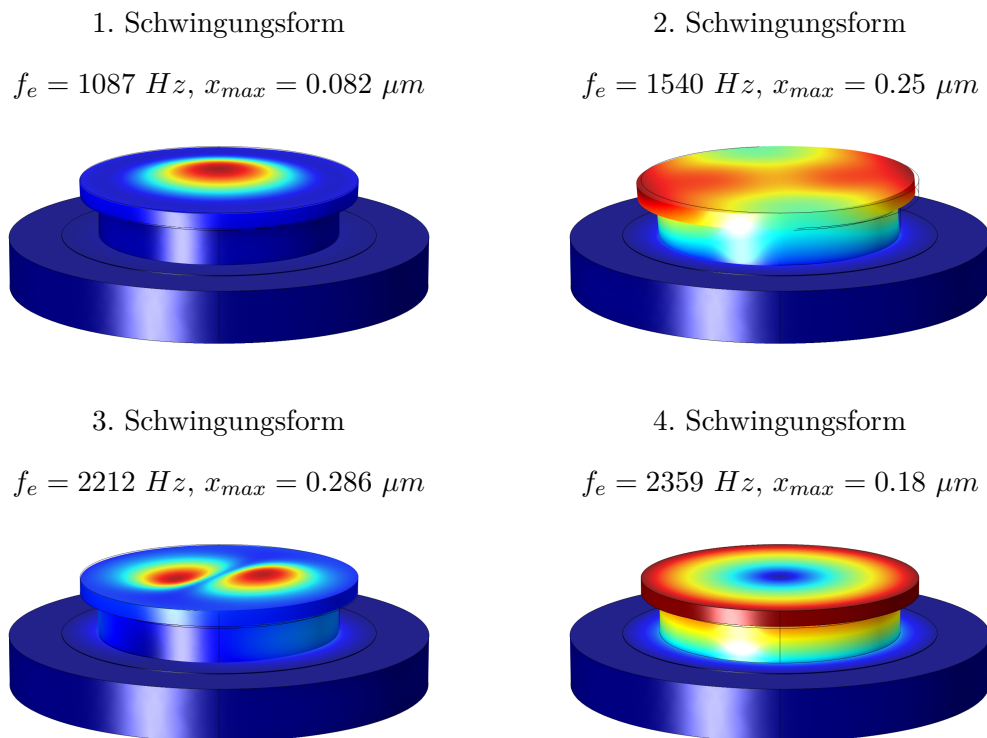


**Abbildung 5.2.** – Schwingungsformen des Rotors ( $m = 1867\text{ kg}$ ) mit den zugehörigen Eigenfrequenzen  $f_e$  und der maximalen Auslenkung  $x_{max}$  (Simulation, RTP1,  $F = 1\text{ kN}$ , Comsol)

Es fällt auf, dass lediglich die Aufspannplatte zum Schwingen neigt. Dies deutet darauf hin, dass deren Steifigkeit im Vergleich zur Rotorgrundkonstruktion wesentlich kleiner ist. Die maximale Auslenkung beträgt  $15\text{ }\mu\text{m}$  und ist im Verhältnis zur Kraftanregung von  $1000\text{ N}$  relativ klein. Da die kleinste Eigenfrequenz mit  $448\text{ Hz}$  deutlich oberhalb der Grenzfrequenz der Magnetlagerregelung liegt, ist eine Beeinflussung der Schwingungsmoden durch die Re-

gelung nicht möglich. Bei einer Summenzeitkonstante von  $T_{\Sigma} = 5 \text{ ms}$  beträgt die Bandbreite ungefähr  $30 \text{ Hz}$ .

Die Ergebnisse der FE-Rotorsimulation des Prototypen RTP2 sind in Abbildung 5.3 zusammengefasst. Auch hier weist die Aufspannplatte die größte Nachgiebigkeit auf. Die kleinste Eigenfrequenz des Rotors ist mit  $f_e = 1087 \text{ Hz}$  jedoch mehr als doppelt so groß wie die Eigenfrequenz des Rotors von RTP1, während die maximalen Auslenkungen deutlich kleiner sind.



**Abbildung 5.3.** – Schwingungsformen des Rotors ( $m = 3380 \text{ kg}$ ) mit den zugehörigen Eigenfrequenzen  $f_e$  und der maximalen Auslenkung  $x_{max}$  (Simulation, RTP2,  $F = 1 \text{ kN}$ , Comsol)

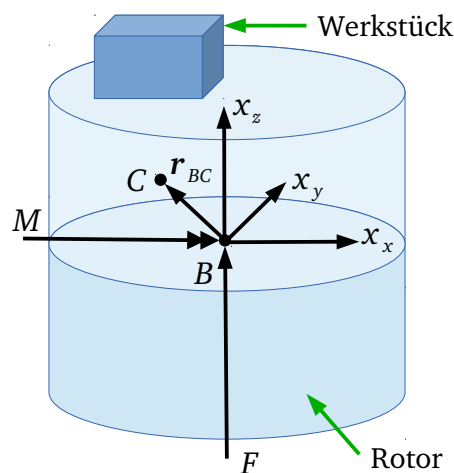
Werkstücke, die auf einem Rundtisch bearbeitet werden sollen, müssen kraftschlüssig mit der Aufspannplatte des Rotors verspannt sein. Nur so ist es möglich, dass Bearbeitungskräfte, die am Werkstück angreifen, von der Lagerung aufgenommen werden können. In der Abbildung 1.5 im Abschnitt 1.4 und in der Abbildung 2.1 im Abschnitt 2.1 sind zwei unterschiedliche Werkstücke zu sehen, die mit dem Rotor fest verspannt wurden. Da sich durch diese Verspannung die mechanische Gesamtstruktur verändert, verschieben sich die Eigenfrequenzen und es bilden sich andere Eigenformen aus. Die bei Bearbeitungsprozessen vorliegenden Schwingungsmoden und Eigenfrequenzen hängen deshalb auch von der mechanischen Struktur des Werkstückes ab und können letztendlich nur durch eine FE-Simulation des mit dem Rotor verspannten Werkstückes zusammen ermittelt werden.

Mit Hilfe der Eigenfrequenzanalyse der Rotoren ohne Werkstück ist es jedoch möglich, Schwä-

chen in der mechanischen Grundkonstruktion des Rotors aufzudecken. Die mechanische Rotor konstruktion muss sicherstellen, dass alle Schwingungsmoden im Frequenzbereich oberhalb der Grenzfrequenz der Magnetlagerregelung liegen [8]. Dadurch vereinfacht sich der Reglerentwurf, da innerhalb der Bandbreite der Regelung ein starrer Rotor vorausgesetzt werden kann. Beim RTP1 und RTP2 sind diese Voraussetzungen grundsätzlich erfüllt, was sich durch die theoretischen FE-Simulationen, im praktischen Betrieb und auch im Versuchsfeld bestätigt hat.

### 5.1.3. Entkopplung der Rotordynamik

Die gemessenen dynamischen Kopplungen in Abbildung 5.1 resultieren daraus, dass der Massenschwerpunkt  $C$  des Rotors nach Abbildung 5.4 nicht mit dem Ursprung des Bezugskordinatensystems  $B$  zusammenfällt (siehe Anhang A.1). Weiterhin sind diese Kopplungen nicht unter allen Bedingungen konstant, da sich die Lage des Massenschwerpunktes der miteinander fest verspannten Gesamtanordnung von Werkstück und Rotor abhängig von Art und Größe des Werkstückes räumlich verändern kann. Geht man von einem bestimmten Werkstück aus, dass zur Bearbeitung mit dem Rotor verspannt ist, so kann die Schwerpunktlage unter Vernachlässigung des Materialabtrages durch den Bearbeitungsvorgang als konstant angenommen werden.



**Abbildung 5.4.** – Schwerpunktsvektor  $r_{BC}$  des Massenschwerpunktes  $C$  bezüglich des Referenzpunktes  $B$  der Koordinatentransformation

Abbildung 5.4 zeigt den Schwerpunktsvektor  $r_{BC}$  (5.3), der die Raumlage des Massenschwerpunktes bezüglich des Bezugspunktes  $B$  festlegt. Alle Kräfte  $F$  und Momente  $M$ , die idealerweise in  $B$  angreifen, erzeugen unerwünschte Kopplungskräfte und -drehmomente bezüglich des Massenschwerpunktes  $C$ , wenn sich  $B$  und  $C$  in ihrer räumlichen Lage unterscheiden ( $r_{BC} \neq 0$ ).

$$\mathbf{r}_{BC} = (r_x, r_y, r_z)^T \quad (5.3)$$

Mit Hilfe der Impuls- bzw. Drehimpulserhaltung ist es möglich, die Bewegungsgleichungen des starren Rotors für  $\mathbf{r}_{BC} \neq 0$  nach Abbildung 5.4 aufzustellen. Die Arbeiten [8] und [10] beschäftigen sich ausführlich mit der Herleitung einer analytisch zu berechnenden  $[5 \times 5]$  Massenmatrix  $\mathbf{M}$  (5.4) bezüglich des Bezugspunktes  $B$ . Da die Rotation um die vertikale Rotorachse  $\phi_z$  nicht Bestandteil der Magnetlagerregelung ist, bleibt dieser Freiheitsgrad unberücksichtigt.

$$\mathbf{M} = \left( \begin{array}{ccc|cc} m & 0 & 0 & 0 & m \cdot r_z \\ 0 & m & 0 & -m \cdot r_z & 0 \\ 0 & 0 & m & m \cdot r_y & -m \cdot r_x \\ \hline 0 & -m \cdot r_z & m \cdot r_y & J_{xx} & -m \cdot r_x \cdot r_y \\ m \cdot r_z & 0 & -m \cdot r_x & -m \cdot r_x \cdot r_y & J_{yy} \end{array} \right) \quad (5.4)$$

Durch Blockbildung innerhalb der Massenmatrix  $\mathbf{M}$ , geht die  $[3 \times 3]$  Diagonalmatrix der translatorischen Bewegung und der  $[2 \times 2]$  Trägheitstensor der rotatorischen Bewegung hervor. Dieser Trägheitstensor enthält die axialen Massenträgheitsmomente  $J_{xx}$  und  $J_{yy}$  bezüglich der beiden Hauptrotationsachsen und das Deviations- bzw. Zentrifugalmoment  $J_{xy} = -m \cdot r_x \cdot r_y$ . Auf Grund der Multiplikation von  $r_x$  und  $r_y$  ist das Deviationsmoment  $J_{xy}$  vernachlässigbar klein, insbesondere für kleine Werte von  $r_x$  und  $r_y$ .

Die beiden übrigen Blöcke der Massenmatrix (5.4) sind spiegelsymmetrisch zueinander und enthalten die sogenannten Momente erster Ordnung, die genau wie das Deviationsmoment für  $\mathbf{r}_{BC} = 0$  verschwinden, aber im Allgemeinen nicht vernachlässigbar klein sind [8]. Grundsätzlich verursachen alle nicht in der Diagonalen liegenden Elemente der Massenmatrix Kopplungen zwischen den Freiheitsgraden, die beim Eingrößenreglerentwurf für jeden Freiheitsgrad einzeln keine Berücksichtigung finden. Das bedeutet, dass jede Rotorlageänderung in einem beliebigen Freiheitsgrad mehr oder weniger große Störkräfte in den jeweils anderen Rotorkoordinaten erzeugt. Mit Hilfe der optimierten Lageregelung reagiert der Regler in jeder Rotorachse auf Störkräfteinkopplungen und versucht diese optimal im Sinne des symmetrischen Optimums auszuregulieren. Das Störsignal muss jedoch erst die Regelstrecke durchlaufen, bevor der P- bzw. PI-Regler mit einer entsprechenden Stellgrößenänderung der Störung entgegenwirken kann.

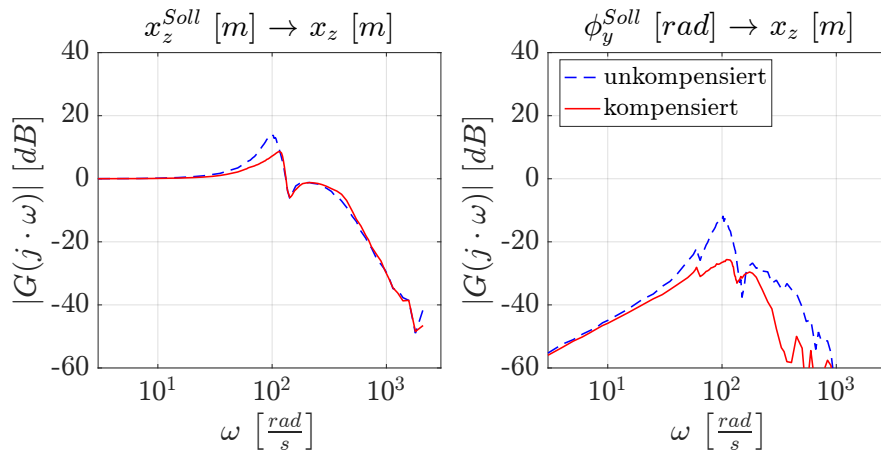
Innerhalb des Geschwindigkeitsregelkreises kann jedoch in Form einer Vorsteuerung schneller auf die Kopplungskräfte reagiert werden, wenn die nichtdiagonalen Elemente der Massenmatrix (5.4) beim Reglerentwurf Berücksichtigung finden. Das Konzept der zentralen Mehrgrößenregelung in Abschnitt 4.2 erlaubt die direkte Implementierung der Massenmatrix  $\mathbf{M}$  im unterlagerten Geschwindigkeitsregelkreis unter Verwendung der Reglerparametermatrix  $\mathbf{P}_{qq}$  in (4.6).

$r_x$	$r_y$	$r_z$
$-0.05 \text{ m}$	$-0.05 \text{ m}$	$0.027 \text{ m}$

**Tabelle 5.1.** – Koordinaten des Schwerpunktvektors  $\mathbf{r}_{BC}$  bei der Messung in Abbildung 5.5

Für die in Tabelle 5.1 fest vorgegebene Schwerpunktlage wurden die Kopplungen bei zentraler Mehrgrößenregelung im Vergleich zur Eingrößenregelung am RTP1 experimentell bestimmt. Die dazu durchgeführten Frequenzgangmessungen erfolgten mit und ohne Kompensation der nichtdiagonalen Elemente der Massenmatrix  $\mathbf{M}$  (5.4) durch einen zentral realisierten Mehrgrößenregler. Dabei wirkt im unterlagerten Regelkreis der  $\mathbf{P}_{qq}$ -Regler mit Hilfe der inversen Massenmatrix den Störkräften entgegen und kann für eine Verbesserung der Entkopplung der Freiheitsgrade sorgen.

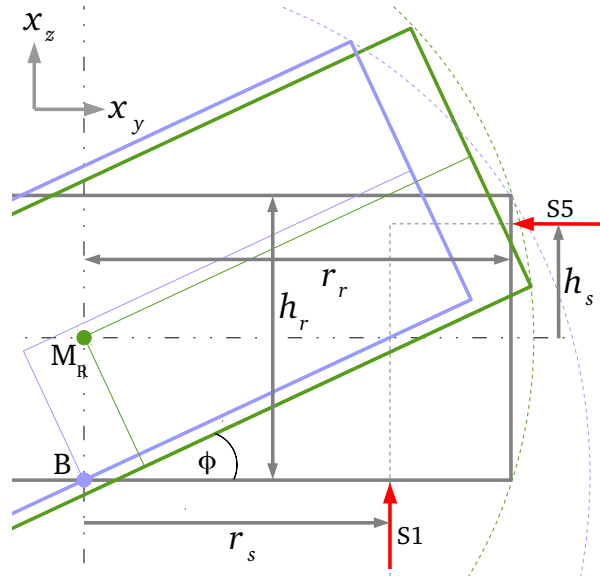
Abbildung 5.5 stellt beispielsweise zwei gemessene Amplitudenfrequenzgänge bei nicht entkoppelter (unkompensierter) und entkoppelter (kompensierter) Regelung für den Freiheitsgrad  $x_z$  dar. Bei dieser Messung befand sich keine Zusatzmasse auf der Aufspannplatte.



**Abbildung 5.5.** – Amplitudenfrequenzgänge mit und ohne Kompensation der Massenmatrix (5.4) (Experiment, RTP1,  $T_{\Sigma} = 5 \text{ ms}$ )

Es ist erkennbar, dass mit Hilfe des Mehrgrößenreglers sowohl eine Verbesserung im Führungsverhalten in  $x_z$  als auch eine Reduzierung der Störkrafteinkopplung von  $\phi_y^{Soll}$  auf  $x_z$  erreicht wird. Die dynamische Steifigkeit verringert sich im Maximum um mehr als  $10 \text{ dB}$ . Da die Kompensation der Kopplungsfaktoren in der Massenmatrix der Regelstrecke durch eine entsprechende Stromsollwertvorsteuerung im unterlagerten Geschwindigkeitsregelkreis erfolgt, verschlechtert das dynamische Verhalten der Stromregelung die Wirksamkeit der Entkopplung. Daraus folgt, dass an den Stromregelkreis als Anforderung eine möglichst hohe Grenzfrequenz gestellt wird.

In Abhängigkeit von der Positionierung der Sensoren und Aktoren im Statorgehäuse ergeben sich unter Berücksichtigung der räumlichen Rotorausdehnung Sensor- und Aktorluftspalte, die bei einer Verschiebung des Rotors aus der Ruhelage von den ideal berechneten Luftspalten



**Abbildung 5.6.** – Rotorlageerfassung durch die Sensoren  $S1$  und  $S5$  bei räumlicher Rotorausdehnung und Drehung um den Bezugspunkt  $M_R$  und  $B$

unter Vernachlässigung der Rotorausdehnung abweichen und Koordinatenkopplungen verursachen.

Zur Veranschaulichung ist in Abbildung 5.6 der nichtausgelenkte Rotor des RTP1 vergleichend mit dem ausgelenkten Rotor bei Rotation um den Rotormittelpunkt  $M_R$  und bei Rotation um den Bezugspunkt  $B$  dargestellt. In der Arbeit [8] wurde  $B$  als Ursprung des generalisierten statorfesten Koordinatensystems gewählt, das zur Regelung der Rotorlage verwendet wird (Anhang A). Da jedoch alle Kräfte und Momente auf Grund der symmetrischen Anordnung der Kraftaktoren virtuell am zentral liegenden Kraftangriffspunkt bzw. Rotormittelpunkt  $M_R$  angreifen, erfolgt die Rotorbewegung relativ zum Rotormittelpunkt  $M_R$ .

Aus Abbildung 5.6 geht hervor, dass sich bei Rotation des Rotors um  $M_R$  im Vergleich zur Rotation um  $B$  unterschiedliche Lagesignale der Sensoren  $S1$  und  $S5$  ergeben. Mit  $B$  als Bezugspunkt der Rotation ist keine Kopplung zwischen den Koordinaten  $\phi_x$  oder  $\phi_y$  und dem Freiheitsgrad  $x_z$  zu erwarten. Da der Rotor auf Grund der Drehmomentwirkung um  $M_R$  rotiert, wird gleichzeitig eine Lageänderung in  $x_z$ -Richtung messbar, da sich  $x_z$  aus dem Mittelwert der Sensorsignale  $s_n$  der Sensoren  $S1$ ,  $S2$ ,  $S3$  und  $S4$  errechnet (Anhang A).

Die Tabelle 5.2 enthält eine Auflistung und Beschreibung der konstruktionsabhängigen Parameter aus Abbildung 5.6, die die Rotorausdehnung und die Lage der Sensoren und Aktoren relativ zu den Symmetrieachsen des Rotors definieren. Durch Anwendung einiger trigonometrischer Beziehungen lassen sich aus der Abbildung 5.6 die Gleichungen (5.5) und (5.6) zur Berechnung der Luftspalte zwischen Sensor und Rotor bei Rotation um den Kraftangriffspunkt  $M$  ableiten.

$$s_1 = x_z + r_s \cdot \phi_y - \underbrace{\frac{h_r}{4} \cdot \phi_y^2}_{\text{nichtlinear}} \quad (5.5)$$

Nr.	Parameter	Beschreibung
1	$r_r$	Radius des Rotors innerhalb des Statorgehäuses
2	$h_r$	Höhe des Rotors innerhalb des Statorgehäuses
3	$r_s$	Radius der Sensoranordnung (Heben)
4	$h_s$	Höhe der Sensoranordnung über der Symmetrieachse (Zentrieren)
5	$r_{tm}$	Radius der Tragmagnetanordnung
6	$h_{zm}$	Höhe der Zentriermagnetanordnung über der Symmetrieachse

**Tabelle 5.2.** – Konstruktionsabhängige Parameter der Rotorabmessungen und der Sensor- und Aktoranordnung im Statorgehäuse

$$s_5 = x_x + h_s \cdot \phi_y + \underbrace{r_r \cdot \phi_y^2}_{\text{nichtlinear}} \quad (5.6)$$

Analog dazu erhält man die Luftspaltgleichungen (5.7) und (5.8) der Magnetaktoren am Beispiel des RTP1.

$$s_{M1} = x_z - r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \cdot \phi_x + r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \cdot \phi_y - \underbrace{\frac{h_r}{4} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \cdot \phi_x^2 - \frac{h_r}{4} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \cdot \phi_y^2}_{\text{nichtlinear}} \quad (5.7)$$

$$s_{M9} = x_x + h_s \cdot \phi_y + \underbrace{r_r \cdot \phi_y^2}_{\text{nichtlinear}} \quad (5.8)$$

Im Vergleich zu den Transformationsbeziehungen (A.1), (A.2), (A.7) und (A.8) fließen in die Berechnung von (5.5), (5.6), (5.7) und (5.8) die Rotorabmessungen und die Anordnung der Sensoren und Aktoren im Statorgehäuse aus Tabelle 5.2 ein. Die zusätzlichen nichtlinearen Anteile sind abhängig von den Rotorabmessungen  $r_r$  und  $h_r$  und bei sehr kleinen Auslenkungen aus der Ruhelage vernachlässigbar, während die linearen Anteile von der Positionierung der Sensoren und Aktoren  $r_s$ ,  $h_s$  und  $r_{tm}$  im Statorgehäuse abhängen.

Mit Hilfe eines Magnetlagermodells in fünf Freiheitsgraden mit Mehrgrößenregler wurden die Koordinatenkopplungen bei ideal entkoppelter Rotordynamik im Vergleich zur Regelung des Rotors, dessen Sensor- und Aktorluftspalte mit den erweiterten Transformationsbeziehungen (5.5), (5.6), (5.7) und (5.8) berechnet wurden, bestimmt. Die Simulationsergebnisse sind in Abbildung 5.7 in Form einer Führungsfrequenzgangmatrix dargestellt.

Die Amplitudenverläufe außerhalb der Hauptdiagonalen der Matrix in Abbildung 5.7 zeigen die Koordinatenkopplungen  $\phi_x^{Soll} \rightarrow x_y$ ,  $\phi_y^{Soll} \rightarrow x_x$ ,  $x_x^{Soll} \rightarrow \phi_y$  und  $x_y^{Soll} \rightarrow \phi_x$ . Sie treten auf, wenn die Rotorausdehnung und die Sensor und Aktorpositionierung beim Reglerentwurf

unberücksichtigt bleiben. Die nicht dargestellten Verläufe der Frequenzgangmatrix kennzeichnen vernachlässigbar kleine Kopplungen mit Amplitudenverstärkungen von weit weniger als  $-40$  dB im gesamten Frequenzbereich. In den Führungsfrequenzgängen der Hauptdiagonalen von Abbildung 5.7 sind leichte Abweichungen von den ideal simulierten Verläufen erkennbar. Derartige Rückwirkungen auf das Folgeverhalten konnten auch für  $r_{BC} \neq 0$  in Abbildung 5.1 gemessen werden.

Weiterhin können Kopplungskräfte und Momente auch konstruktionsbedingte Ursachen haben. Beispielsweise ist es denkbar, dass magnetische Streuflüsse und Unsymmetrien in der Rotorgeometrie den Kraftfluss im Rotor beeinflussen. In [10] wurde beispielsweise festgestellt, dass Koordinatenkopplungen einer Magnetführung auch durch die Nachgiebigkeit des Maschinengestells verursacht werden.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass sich durch die Berücksichtigung der räumlichen Rotorausdehnung und der Anordnung der Sensoren und Aktoren im Statorgehäuse erweiterte Transformationsbeziehungen ableiten lassen, mit denen eine Verringerung der Koordinatenkopplungen erreichbar ist. Zusätzlich trägt die Einbeziehung der räumlichen Schwerpunktlage  $r_{BC}$  in den Reglerentwurf zur Verbesserung des Regelverhaltens bei.

Auch wenn der entkoppelte Reglerentwurf in jedem Freiheitsgrad auf Grund der symmetrischen Optimierung sehr robust gegenüber auftretenden Störkrafteinwirkungen ist, verringert eine verbesserte Entkopplung der Freiheitsgrade selbst- und fremderregten Schwingungen, die sich durch die Koordinatenkopplungen vom Ursprung ihrer Entstehung in andere Achsen der Rotorregelung ausbreiten können.

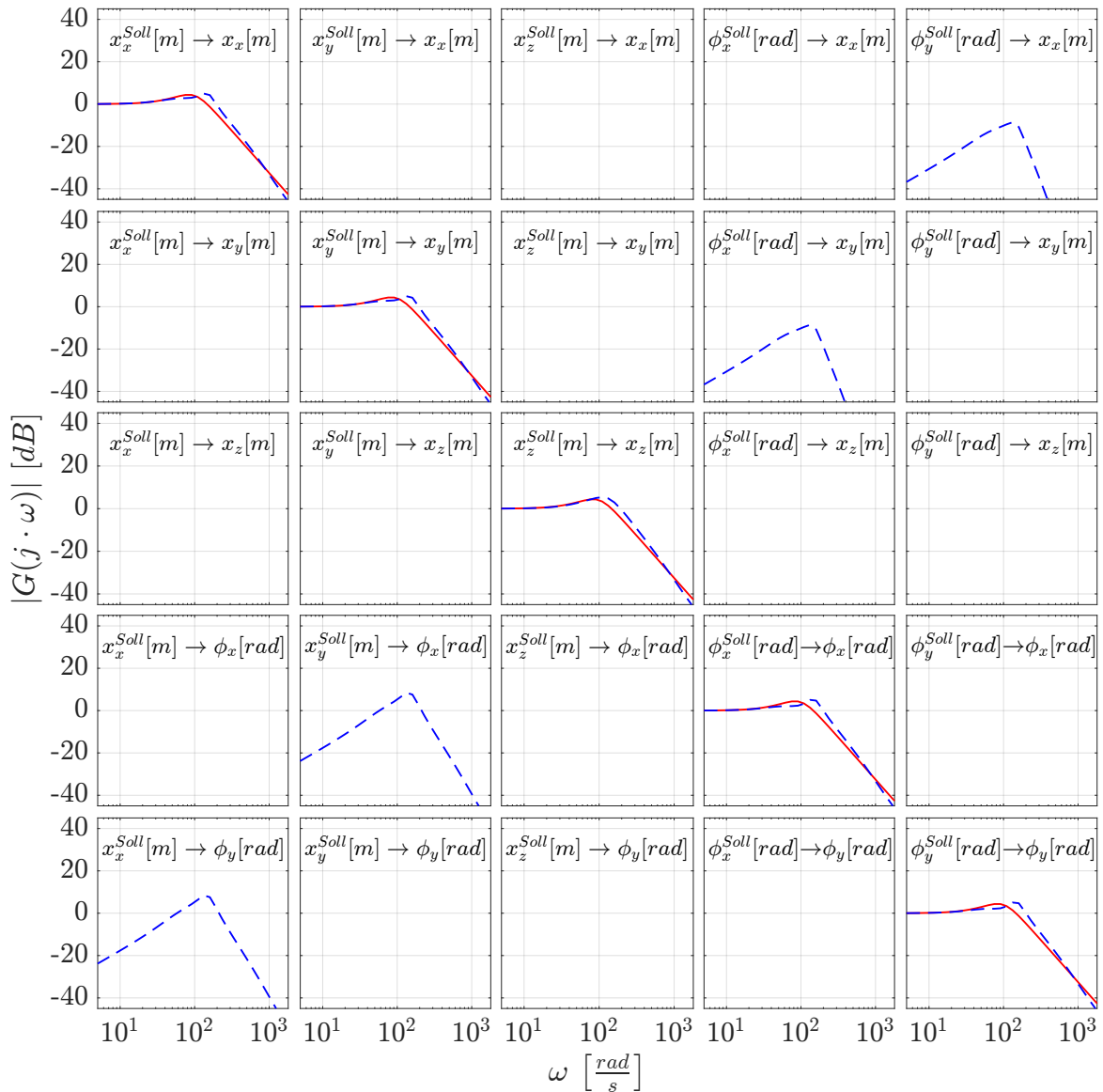
#### 5.1.4. Identifikation der Massenmatrix

Im Gegensatz zu den zeitinvarianten Regelstreckenparametern, die die Strom- und Wegabhängigkeit der Kräfte der Magnetaktoren charakterisieren, sind die Parameter der Massenmatrix als zeitvariant zu betrachten. Dabei hängt die erreichbare Rotordynamik davon ab, wie genau die Elemente  $5 \times 5$  Massenmatrix des Rotors bekannt sind und mit welcher Dynamik die von den Elementen der Massenmatrix hervorgerufenen Störkräfte von der Regelung kompensiert werden können. Dabei wird die Dynamik der Störkraftkompensation maßgeblich von der Schnelligkeit des unterlagerten Stromregelkreises bestimmt. Der Wunsch die Rotorregelung unter allen Bedingungen optimal anzupassen, erfordert eine exakte und vollständige Identifikation der Massenmatrix und eine hochdynamische Stromregelung.

Auf Grund der Tatsache, dass die Magnetlagerregelstrecke strukturinstabil ist, kann die Identifikation der Massenmatrix einer noch unbekanntem Magnetlagerregelstrecke nur mit Hilfe eines stabilisierenden Reglers im geschlossenen Regelkreis erfolgen [33]. In den meisten Fällen müssen dazu mehrere Freiheitsgrade gleichzeitig stabilisiert werden, wodurch sich das Finden einer stabilen Reglerkonfiguration ohne Kenntnis der Regelstreckenparameter erheblich erschwert.

Im Rahmen dieser Arbeit bestätigte sich bei der Wiederinbetriebnahme des RTP3 im praktischen Versuch, dass sich mit Hilfe der dezentralen Regelung eine deutliche Vereinfachung





**Abbildung 5.7.** – Matrix der Führungsfrequenzgänge bei nicht exakter Koordinatentransformation (gestrichelt) im Vergleich zur ideal entkoppelten Regelung (Simulation, RTP1,  $T_{\Sigma} = 5 \text{ ms}$ )

bei der nicht vermeidbaren empirischen Suche nach einer stabilen Reglerkonfiguration ergibt. Diese Vereinfachung lässt sich auf eine Verringerung der möglichen Freiheitsgrade bei der Reglereinstellung zurückführen, die unter anderem auch durch die Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften magnetisch gelagerter Rundtische entsteht. [59]

Den Ausgangspunkt zur Identifikation der Massenmatrix bildet Gleichung (5.1). Für den Fall, dass die beiden Vektoren der generalisierten Kräfte  $\mathbf{F}_q$  und der Beschleunigungen  $\ddot{\mathbf{x}}_q$  bekannt sind, kann die Massenmatrix direkt berechnet werden. Für eine Identifikation an der

Anlage muss also eine Messung des Beschleunigungs- und des Kraftvektors im geschlossenen Regelkreis erfolgen. In den meisten Fällen sind diese Vektoren jedoch nicht direkt messbar und nicht zwangsläufig zeitlich konstant. Um dennoch eine zuverlässige Identifikation zu realisieren, müssen die im Folgenden genannten Voraussetzungen erfüllt sein.

**Kraft- und Beschleunigungsmessung** Kraft- und Beschleunigungsmesswerte sollten möglichst zum gleichen Zeitpunkt ohne zeitliche Verschiebung vorliegen. Unterschiedliche Phasenverschiebungen beider Signale verursachen ungenaue Schätzwerte der Massenparameter. Um die entsprechenden Messvektoren zu erhalten, gibt es zwei Möglichkeiten:

- Einsatz einer entsprechenden Sensorik zur direkten Kraft- und Beschleunigungsmessung,
- indirekte Kraft- und Beschleunigungsmessung aus den vorliegenden Sensorsignalen.

**Dynamische Anregung** Befindet sich der Rotor in einer Ruhelage innerhalb des Luftspaltes, sind die Mittelwerte der Beschleunigung und der Kraft gleich null, sodass keine zuverlässige Schätzung der Massenmatrix möglich ist. Um möglichst gut korrelierte Messvektoren zu erhalten, ist während der Identifikation eine ständige dynamische Lageänderung des Rotors notwendig. Dazu können beispielsweise die drei unten genannten Anregungssignalarten mit den in Klammern angegebenen Veränderlichen als Sollwert der Rotorlage verwendet werden.

- Sinussignale (Frequenz, Amplitude)
- Rechtecksignal (Frequenz, Amplitude)
- Pseudo-Binär-Rausch-Signal / PRBS-Signal (Abtastrate, Leistung)

Zur Berechnung der Masse  $m$  als ein Element der Massenmatrix  $\mathbf{M}$  wird mindestens ein Beschleunigungswert  $\ddot{x}(t)$  und der zugehörige Kraftwert  $F(t)$  zum gleichen Zeitpunkt  $t$  benötigt. Die dynamische Auslenkung der Rotormasse aus der Ruhelage muss zum Zeitpunkt der Messung mindestens so groß sein, dass ein ausreichend großer Signal-Rausch-Abstand eine zuverlässige Kraft- und Beschleunigungserfassung ermöglicht. Hochfrequente Signalstörungen in Form von Messrauschen verfälschen jedoch die tatsächlichen Messwerte. Deshalb ist es zusätzlich vorteilhaft, sehr viele Abtastwerte im zeitlichen Verlauf als Messvektor aufzunehmen. Mit Hilfe der daraus ableitbaren Vielzahl von Gleichungen kann die Berechnung der Masse  $m$  nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate erfolgen [47], [40]. Auf diese Weise können Messfehler minimiert und die Genauigkeit der Parameterschätzung verbessert werden.

Da der Schwerpunkt dieser Arbeit nicht hauptsächlich auf Identifikationsmethoden der Massenmatrix gerichtet ist, soll hier nur eine Möglichkeit der experimentellen Online – Parameteridentifikation am Beispiel der Rotormasse  $m$  eines Einfreiheitsgrad-Magnetlagers gezeigt

werden. Damit wird verdeutlicht, welche Voraussetzungen zu erfüllen sind, um eine zuverlässige Schätzung der Rotormasse zu erhalten. Den Aufbau und das Funktionsprinzip des dazu verwendeten Magnetlagerversuchstandes vom Typ MA400 zeigt die Abbildung 5.8.

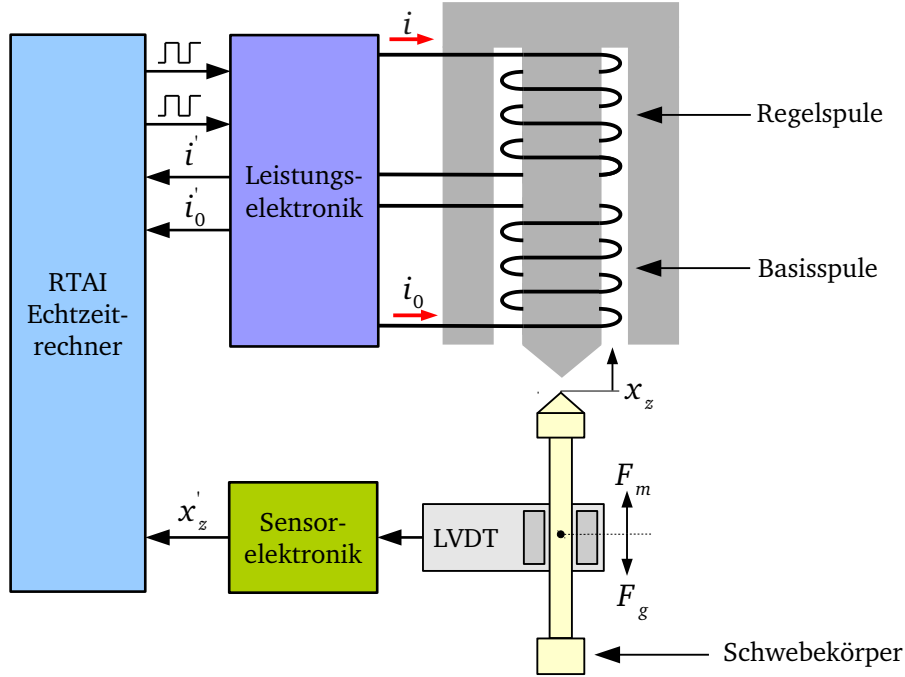


Abbildung 5.8. – Schematischer Aufbau des Magnetlagerversuchsstands MA400

Dieser Versuchstand wurde in [60] eingesetzt, um nichtlineare Regelungskonzepte zu implementieren und zu testen. Der Schwebekörper hat eine nominelle Masse von  $m = 0.084 \text{ kg}$  und kann nur in einem Freiheitsgrad  $x_z$  positioniert werden. Zur Messung der Schwebeposition wird ein Differentialtransformator (LVDT) verwendet. Mit Hilfe der Leistungselektronik erfolgt die Ansteuerung der Regelspule über eine Vollbrückenschaltung, während die Basisspule direkt von einer Halbbrückenschaltung gespeist wird. Die Regelung in kaskadierter Struktur wird mittels RTAI Echtzeitrechner mit einer Abtastzeit von  $T_s = 300 \mu\text{s}$  realisiert.

In Abbildung 5.9 ist der Signalfussplan der Online-Identifikation zur Berechnung des Schätzwertes  $\hat{m}$  dargestellt. Da die Magnetkraft  $F_M$  und die Beschleunigung  $\ddot{x}$  nicht direkt messbar sind, werden deren Schätzwerte  $\hat{F}_M$  und  $\hat{\ddot{x}}$  aus der Stellgröße des Reglers  $i_{Soll}$  und dem messbaren Zustand  $x = x_z$  mit Hilfe eines Sollwertfilters und eines Lagefilters indirekt bestimmt. Mit der Übertragungsfunktion  $G_x(s)$  (5.9) kann der Schätzwert der Beschleunigung  $\hat{\ddot{x}}$  durch zweimaliges Ableiten der Rotorlage  $x$  und entsprechender Tiefpassfilterung mit der Zeitkonstanten  $T_x$  berechnet werden.

$$G_x(s) = \frac{\hat{\ddot{x}}(s)}{x(s)} = \frac{s^2}{8 \cdot T_x^3 \cdot s^3 + 8 \cdot T_x^2 \cdot s^2 + 4 \cdot T_x \cdot s + 1} \quad (5.9)$$

Die Magnetkraft  $\hat{F}_M$  (5.10) erhält man aus der additiven Überlagerung der Übertragungsfunktionen  $G_F^x(s)$  (5.11) und  $G_F^{i_{Soll}}(s)$  (5.12). Dabei ist das Produkt  $G_F^x \cdot x$  der luftspaltabhängige

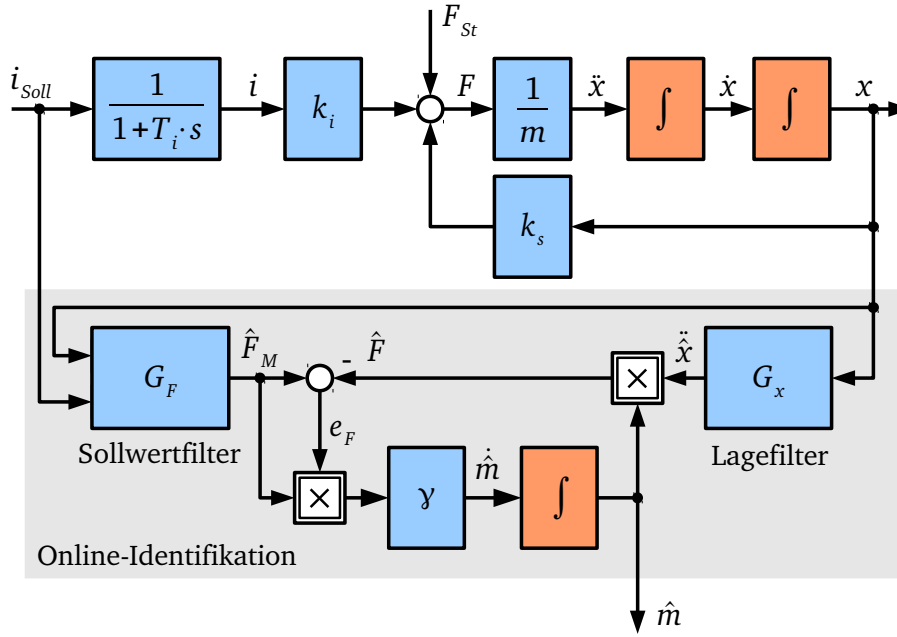


Abbildung 5.9. – Online-Massenidentifikation für einen Freiheitsgrad

Kraftanteil und das Produkt  $G_F^{i_{Soll}} \cdot i_{Soll}$  der vom Aktorstrom erzeugte Kraftanteil der Magnetkraft. Mit der Zeitkonstanten  $T_F$  ist die Tiefpassfilterwirkung einstellbar, während mit  $T_i$  die Stromstellerdynamik in die Kraftberechnung einfließt (5.12).

$$\hat{F}_M = G_F^{i_{Soll}}(s) \cdot i_{Soll} + G_F^x(s) \cdot x \quad (5.10)$$

$$G_F^x(s) = \frac{\hat{F}_M^x(s)}{x(s)} = \frac{k_s}{8 \cdot T_F^3 \cdot s^3 + 8 \cdot T_F^2 \cdot s^2 + 4 \cdot T_F \cdot s + 1} \quad (5.11)$$

$$G_F^{i_{Soll}}(s) = \frac{\hat{F}_M^{i_{Soll}}(s)}{i_{Soll}(s)} = \frac{k_i}{(8 \cdot T_F^3 \cdot s^3 + 8 \cdot T_F^2 \cdot s^2 + 4 \cdot T_F \cdot s + 1) \cdot (1 + T_i \cdot s)} \quad (5.12)$$

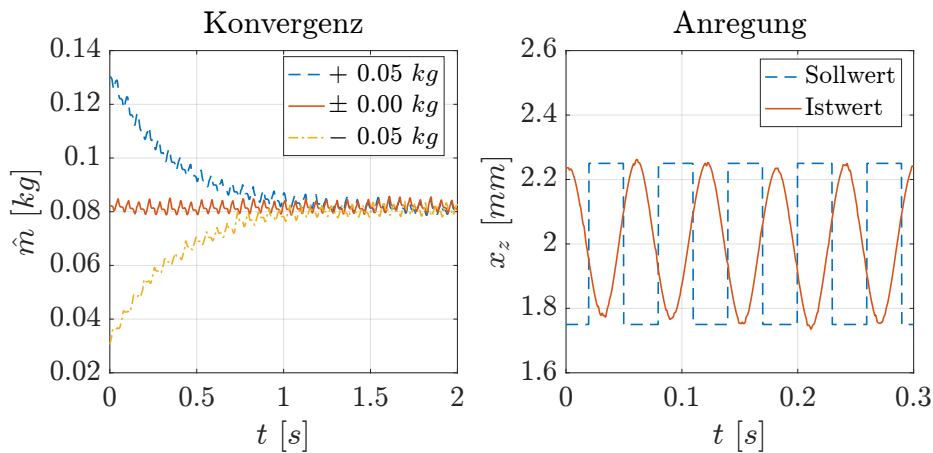
Die Filterfunktionen besitzen das gleiche charakteristische Polynom 3. Ordnung, welches dem charakteristischen Polynom der allgemeinen symmetrischen Optimierung im Abschnitt 3.4 entspricht. Dieses Polynom erlaubt es, die Grenzfrequenz des Tiefpasses 3. Ordnung mit Hilfe der Zeitkonstanten  $T_x$  für das Lagefilter bzw.  $T_F$  für das Sollwertfilter frei einzustellen. Bei Gleichheit von  $T_x$  und  $T_F$  entsteht die gleiche Phasenverschiebung zwischen Kraft- und Beschleunigungssignal, unter der Voraussetzung das identische Signalfrequenzen auftreten.

Setzt man das in Abschnitt 2.4.3 beschriebene Gradientenverfahren zur Identifikation der Masse  $m$  ein, ist die Berechnung des Schätzfehlers  $e_F$  und der Empfindlichkeit  $\frac{\partial e_F}{\partial \hat{m}}$  des Schätzfehlers bei einer Massenänderung erforderlich (5.13).

$$e_F = \hat{F}_M - \hat{m} \cdot \ddot{x} \quad \frac{\partial e_F}{\partial \hat{m}} = -\ddot{x} \quad (5.13)$$

Da Kraft und Beschleunigung bei gleichbleibender Masse proportional zueinander sind und das Kraftsignal  $\hat{F}_M$  ein geringeres Signalrauschen aufweist, ist die Magnetkraft  $\hat{F}_M$  als Empfindlichkeitsfaktor besser geeignet als der Schätzwert der Beschleunigung  $\ddot{x}$ . Durch Anwendung des iterativen Schätzalgorithmus (2.29) ergibt sich die Berechnungsvorschrift der zeitlichen Änderung von  $\hat{m}$  (5.14), aus der auch der Signalfussplan in Abbildung 5.9 resultiert.

$$\frac{d\hat{m}}{dt} = \gamma \cdot (\hat{F}_M - \hat{m} \cdot \ddot{x}) \cdot \hat{F}_M \quad (5.14)$$



**Abbildung 5.10.** – Konvergenzverhalten der Online-Parameteridentifikation (links) und dynamische Anregung des Schwebekörpers (rechts) (Experiment, Versuchsstand MA400)

Abbildung 5.10 zeigt die experimentellen Ergebnisse der Online-Parameteridentifikation der Masse des Schwebekörpers. Bei unterschiedlichen Anfangswerten der zu schätzenden Masse  $m$  wird der nominelle Wert von  $m = 0,084 \text{ kg}$  bei einer Konvergenzgeschwindigkeit von etwas mehr als einer Sekunde erreicht. Als Anregungssignal diente eine rechteckförmige Lagesollwertaufschaltung, die den Schwebekörper ständig aus seiner Ruhelage im Arbeitspunkt  $x_z^{AP} = 2 \text{ mm}$  auslenkte (Abbildung 5.10 rechts). Ohne oder bei zu kleiner Auslenkung wird der Signal-Rauschabstand des Beschleunigungssignals zu klein, wodurch keine zuverlässige Schätzung mehr möglich ist und die Konvergenz verlorgen geht. Wenn während der Identifikation äußere Störkräfte  $F_{St}$  (siehe Abbildung 5.9) auf den Schwebekörper einwirken, kann der Schätzwert  $\hat{m}$  erheblich verfälscht werden. Aus diesem Grund ist diese Methode nur zur Parameteridentifikation ohne äußere Krafteinwirkung anzuwenden und darf nicht als Teil eines adaptiven Regelalgorithmus mit ständiger Regleranpassung im Magnetlagerbetrieb unter Last verstanden werden.

Weiterhin wurden in [27] verschiedene Online- und Offline-Verfahren zur Identifikation der Massenmatrix am RTP1 entwickelt. Die Tauglichkeit dieser Verfahren hängt dabei im Wesentlichen von der Filterung und Vorverarbeitung der Messsignale ab. Eine konsistente Schätzung

der Massenmatrix konnte in [27] mit Hilfe zweier adaptiver Verfahren und einem nichtrekursiven Verfahren in der Simulation nachgewiesen werden. Auf Grund von Ungenauigkeiten in den Parametern der nichtlinearen Kraftkennlinie (3.9) scheiterte jedoch die genaue Bestimmung der auftretenden Kräfte und Momente. Im Ergebnis lässt sich schlussfolgern, dass verbesserte Verfahren der Systemidentifikation exaktere Parameter der Kraftkennlinie liefern müssen, um die aktiven Kräfte am Magnetlager genau berechnen zu können und dadurch die Identifikation der Massenmatrix des Rotors mit entsprechender Genauigkeit zu ermöglichen.

## 5.2. Lagerverhalten im Zerspanprozess

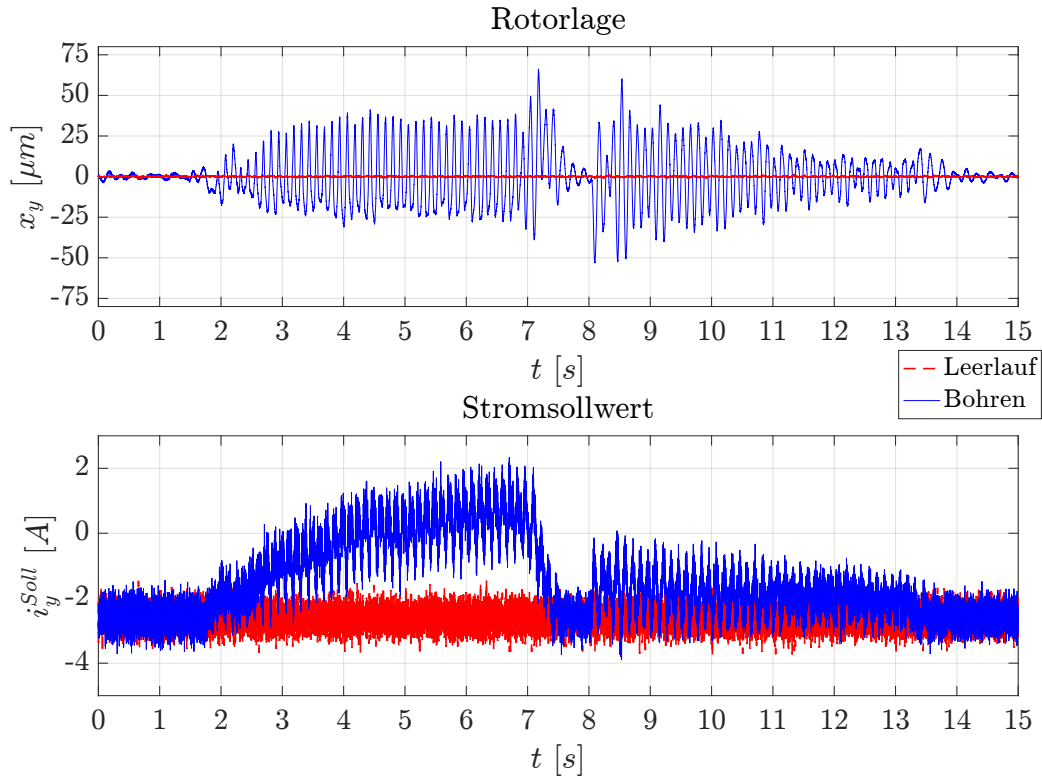
Während eines Zerspanvorganges führen die auf das Werkstück einwirkenden Vorschub- und Schnittkräfte zu dynamischen Lageänderungen des Rotors. Um diese Lageänderungen im Zerspanprozess zu untersuchen, wurde der Lagevektor  $\mathbf{x}_q$  des Rotors und der Stromsollwertvektor  $\mathbf{i}_q^{Soll}$  als Stellgröße der Rotorregelung am RTP2 beim Bohren einer Rotornabe aufgenommen. Abbildung 2.1 zeigt die dazu verwendete Konfiguration des Rundtisches mit dem aufgespannten Werkstück, mit dem diese Untersuchung im industriellen Umfeld durchgeführt wurde.

Während der Messung wurde eine Bohrung mit einem Durchmesser von  $d_B = 30 \text{ mm}$  am Umfang des Rotorflansches bei einer Bohrerndrehzahl von  $n_B = 500 \text{ min}^{-1}$  angebracht. Die aufgenommenen Zeitverläufe der Rotorlage  $x_y$  und des Stromsollwertes  $i_y^{Soll}$  sind in Abbildung 5.11 dargestellt.

Aus dem zeitlichen Verlauf der Aktorströme  $\mathbf{i}_q$  ist es möglich, die Lagerreaktionskräfte abzuleiten, da sich Kraft und Strom in hinreichend kleiner Umgebung des Arbeitspunktes direkt proportional zueinander verhalten. Bei stromgesteuerten Magnetlagern ist es auch möglich, den Stromsollwertvektor  $\mathbf{i}_q^{Soll}$  auszuwerten, da er als Stellgröße des Reglers einfach aufzunehmen ist und dynamisch nur geringfügig von  $\mathbf{i}_q$  abweicht.

Der Stromsollwertverlauf  $i_y^{Soll}$  in Abbildung 5.11 (unten) zeigt einen über mehrere Sekunden andauernden quasistatischen Kraftanstieg, der die ansteigende Vorschubkraft in axialer Bohrrichtung widerspiegelt. Diesem Verlauf sind dynamische Stromanteile mit hoher Frequenz überlagert, die durch die einwirkenden Schnittkräfte bei der Drehbewegung des Spiralbohrers entstehen. Je nach Ausrichtung des Werkstückes auf dem Rotor und je nach Richtung der Krafteinleitung können Lagereaktionskräfte gleichzeitig in mehreren Komponenten des Stromsollwertvektors  $\mathbf{i}_q^{Soll}$  auftreten. Nichtvernachlässigbare Koordinatenkopplungen sind die Ursache dafür, dass bei Krafteinleitung in einer Koordinatenrichtung auch Anteile dieser Kraft in anderen unabhängigen bzw. orthogonalen Koordinatenrichtungen messbar sind.

Im Zeitverlauf der Rotorlage  $x_y$  in Abbildung 5.11 (oben) sind periodische Auslenkungen aus der Ruhelage während des Bohrens von über  $50 \mu\text{m}$  erkennbar. Dieses Schwingen wird durch die Kraftschwankungen in Abbildung 5.11 (unten) hervorgerufen und ist auf Grund der relativ weich eingestellten Regelung mit  $T_\Sigma = 12 \text{ ms}$  stark ausgeprägt. Weiche Lagerungen



**Abbildung 5.11.** – Rotorlage (links) und Aktorsollstrom (rechts) beim Bohren einer Rotornabe (Experiment, RTP2,  $T_{\Sigma} = 12 \text{ ms}$ ,  $m_w \approx 1900 \text{ kg}$ ,  $n_B = 500 \text{ min}^{-1}$ ,  $d_B = 30 \text{ mm}$ )

besitzen eine geringe Steifigkeit, während Lagerungen mit hoher Steifigkeit als hart bezeichnet werden können. Alle quasistatisch wirkenden Kraftkomponenten werden durch das aktive Lager nahezu vollständig kompensiert, was am mittelwertfreien Verlauf der Rotorlage  $x_y$  erkennbar ist. Die Schnittgeschwindigkeit errechnet sich aus der Umfangsgeschwindigkeit des Spiralbohrers mit (5.15) zu  $v_S = 47.1 \frac{\text{m}}{\text{min}}$ .

$$v_S = d_B \cdot \pi \cdot n_B \quad (5.15)$$

Die Schnittfrequenz entspricht der Bohrerzahl und beträgt  $f_S = n_B = 8.33 \text{ Hz}$ . Werden die Zeitverläufe  $x_y$  und  $i_y$  in den Frequenzbereich mit Hilfe der Fouriertransformation überführt (Abbildungen 5.12 und 5.13), ist es möglich, die spektralen Komponenten der Rotorlage und des Aktorstromes zu analysieren. Die Abbildungen 5.12 und 5.13 beinhalten jeweils eine lineare und eine logarithmische Skalierung von  $x_y$  bzw.  $i_y^{\text{Soll}}$ . Der Normierungswert in den logarithmierten Darstellungen entspricht  $0 \text{ dB}$  und ist jeweils in rechteckigen Klammern angegeben.

Die Schnittfrequenz  $f_S$  tritt als Grundschwingung mit der größten Signalamplitude auf, während sich ganzzahlige Vielfache dieser Grundschwingung mit abnehmender Amplitude im

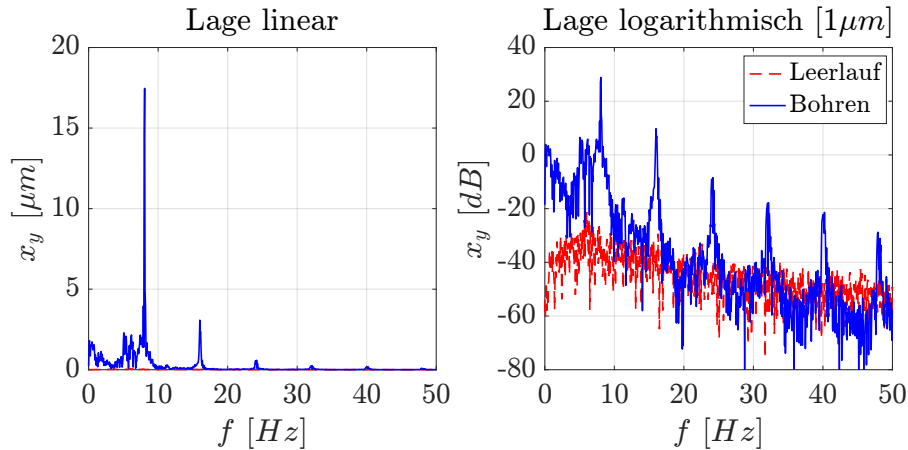


Abbildung 5.12. – Fourieranalyse des Lagesignals  $x_y$  aus Abbildung 5.11

Frequenzverlauf der Rotorlage sowie des Stromsollwertes anreihen.

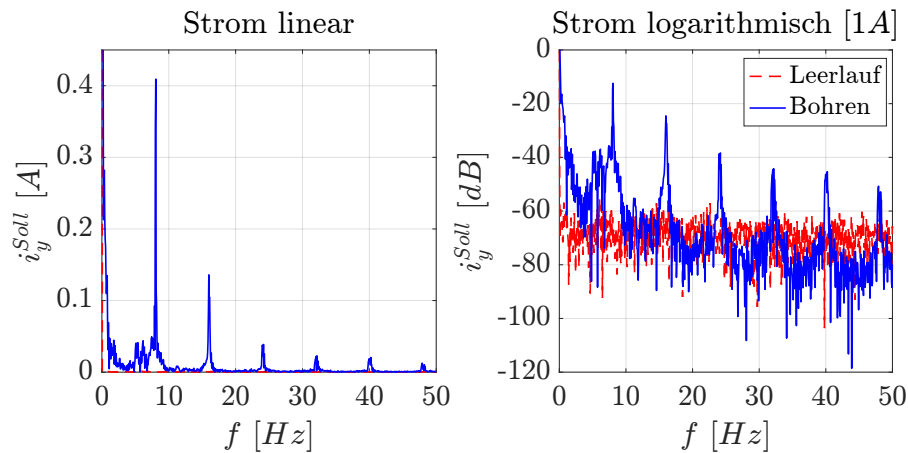
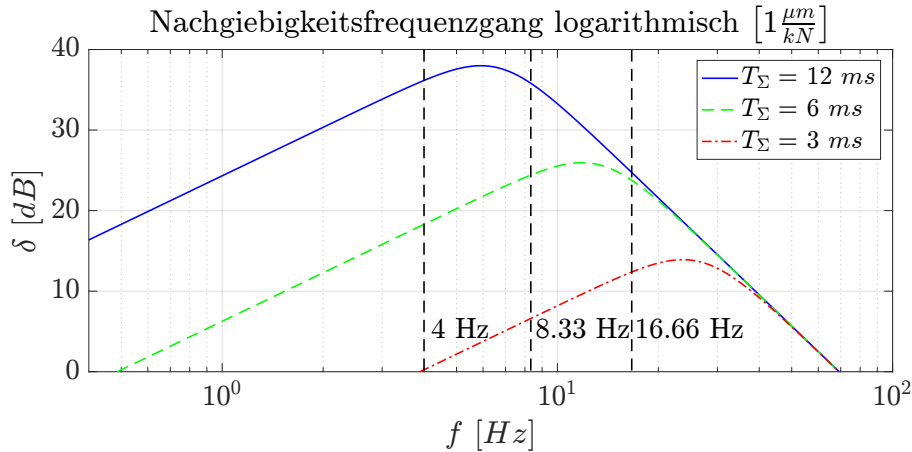


Abbildung 5.13. – Fourieranalyse des Stromsignals  $i_y$  aus Abbildung 5.11

Um eine möglichst hohe Formgenauigkeit sowie auch eine gute Oberflächengüte des zu bearbeitenden Werkstückes zu erreichen, ist eine möglichst große Gesamtsteifigkeit der Werkzeugmaschine im gesamten Frequenzbereich anzustreben. Unter der Annahme, dass die Nachgiebigkeiten von Werkzeug, Werkstück und Bohrwerk vernachlässigbar klein sind, kann die Gesamtsteifigkeit erhöht werden, indem die Summenzeitkonstante  $T_\Sigma$  verkleinert wird. Wie groß die dadurch zu erwartende Verringerung der Schwingungsamplituden der Rotorlage bei bestimmten Schittkräften und definierten Schnittfrequenzen ist, lässt sich anhand der Störübertragungsfunktion (3.33) unter der Voraussetzung idealer Verhältnisse berechnen. Die Übertragungsfunktion (3.33) entspricht dem Nachgiebigkeitsfrequenzgang bzw. der dynamischen Steifigkeit der Rundtischlagerung, deren Amplitudengang in Abbildung 5.14 für zwei unterschiedliche Summenzeitkonstanten dargestellt ist.

Der Betrag  $|G_Z(j \cdot \omega)|$  von (3.33) gibt an, wie groß die Rotorauslenkung im Verhältnis zur einwirkenden Kraft bei einer bestimmten Frequenz ist. Für das mit dem Rotor verspannte





**Abbildung 5.14.** – Nachgiebigkeitsfrequenzgang nach (3.33) (Simulation, RTP2,  $m = 3380 \text{ kg}$ ,  $m_W = 1900 \text{ kg}$ )

Werkstück auf dem RTP2 zeigt Abbildung 5.14 den berechneten Nachgiebigkeitsverlauf  $\delta = |G_Z(j \cdot \omega)|$  mit  $1 \frac{\mu\text{m}}{\text{kN}} = 0 \text{ dB}$  für drei unterschiedliche Summenzeitkonstanten.

Im Frequenzbereich unterhalb von  $30 \text{ Hz}$  zeigt sich bei Änderung der Summenzeitkonstante eine deutliche Verschiebung des Nachgiebigkeitsfrequenzganges, unter der Annahme, dass  $T_\Sigma^{\text{min}} = 3 \text{ ms}$  die kleinstmögliche Summenzeitkonstante ist. Oberhalb dieser Frequenz kann die Regelung als unwirksam bezüglich der Störgrößenkompensation betrachtet werden. Die Verringerung der Nachgiebigkeit wird mit zunehmender Frequenz nur noch durch die Massenträgheit von Rotor und Werkstück bewirkt. Für  $T_\Sigma^{\text{min}} = 3 \text{ ms}$  ist dies am RTP2 mit der Werkstückmasse  $m_W$  bereits ab  $53 \text{ Hz}$  der Fall.

Frequenzkomponenten	Frequenzbereich	Dämpfung in $\text{dB}$	Dämpfung in %
niederfrequente Anteile	$\leq 4 \text{ Hz}$	$-19.0 \text{ dB}$	$-88 \%$
1. Schwingungskomponente	$8.33 \text{ Hz}$	$-11.5 \text{ dB}$	$-73 \%$
2. Schwingungskomponente	$16.66 \text{ Hz}$	$-1.0 \text{ dB}$	$-11 \%$

**Tabelle 5.3.** – Verringerung der Rotorauslenkung bei Vergößerung der Lagersteifigkeit durch Änderung von  $T_\Sigma = 12 \text{ ms}$  auf  $T_\Sigma = 6 \text{ ms}$  (RTP2)

In Tabelle 5.3 sind die theoretisch erreichbaren Werte zur Erhöhung der Lagersteifigkeit  $\delta$  bei Änderung von  $T_\Sigma = 12 \text{ ms}$  auf  $T_\Sigma = 6 \text{ ms}$  aufgelistet. Rotorauslenkungen durch Störkräfte im Frequenzbereich unterhalb von  $4 \text{ Hz}$  werden durchgängig um nahezu  $90 \%$  reduziert. Die Amplitude des Grundschwingungsanteils mit  $8.33 \text{ Hz}$  würde sich deutlich um  $70 \%$  verringern, während sich die zweite Schwingungskomponente mit  $16.66 \text{ Hz}$  nur geringfügig ändert, da sie im Grenzbereich der Nachgiebigkeitsänderung liegt. Eine experimentelle Verifikation der theoretischen Ergebnisse aus Tabelle 5.3 konnte im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht durchgeführt werden. Die Simulation zeigt jedoch, dass selbst bei geringeren erreichbaren

Dämpfungswerten an der realen Anlage eine deutliche Verringerung der Rotorauslenkung zu erwarten ist.

### 5.3. Werkzeugmaschinen mit integrierter magnetischer Lagerung

Um die Vorteile magnetischer Lager nutzbar zu machen, entsteht die Grundidee, herkömmliche Drehtische von Werkzeugmaschinen durch magnetisch gelagerte Rundtische zu ersetzen. Neben der Aufgabe eines Magnetlagers, Werkstücke aufzunehmen und zu positionieren, ist es denkbar, den Rundtisch gleichzeitig als aktives Zusatzsystem einzusetzen, da dadurch das dynamische Verhalten der gesamten Werkzeugmaschine beeinflusst werden kann. Wirken Bearbeitungskräfte auf das Werkstück ein, so schließt sich der Kraftfluss über die Maschinenstruktur durch das Werkzeug und durch den im Magnetfeld geführten Rotor. In Abbildung 5.15 (links) ist der geschlossene Kraftfluss in Form einer Hauptkraftflusslinie dargestellt. In diesem geschlossenen Kreis überlagern sich die Nachgiebigkeiten der Maschinenstruktur, des Werkzeuges und des aktiven Magnetlagers.

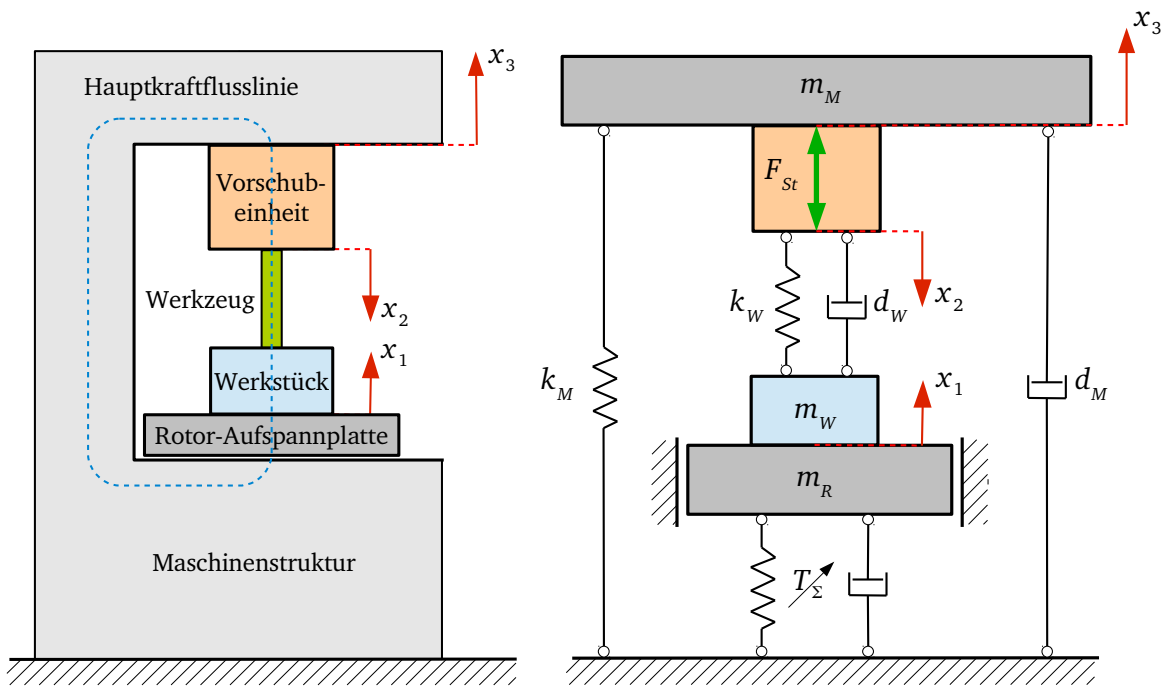


Abbildung 5.15. – Werkzeugmaschine mit integriertem Magnetlager (links) und vereinfachtes Zweimassenmodell (rechts)

$m_W$	$m_R$	$m_M$	$d_W$	$d_M$	$k_W$	$k_M$
500 kg	1867 kg	25000 kg	$100000 \frac{N \cdot s}{m}$	$70000 \frac{N \cdot s}{m}$	$10 \cdot 10^6 \frac{N}{m}$	$10 \cdot 10^6 \frac{N}{m}$

Tabelle 5.4. – Simulationsparameter des Zweimassenmodells in Abbildung 5.15

Mit Hilfe des vereinfachten Zweimassenmodells der Werkzeugmaschine in Abbildung 5.15 (rechts) wurde untersucht, welchen Einfluss das aktive Magnetlager auf das dynamische Verhalten der Werkzeugmaschine hat. Für dieses Modell sind die in Tabelle 5.4 aufgeführten Parameterwerte verwendet worden.

Die Masse  $m_M$  der Maschinenstruktur hat die Steifigkeit  $k_M$  und die Dämpfung  $d_M$  relativ zum Maschinenbett und kann sich entlang  $x_3$  bewegen. Das Rotorgehäuse des Magnetlagers ist ebenfalls fest mit dem Maschinenbett gekoppelt, wobei sich der Rotor mit der Masse  $m_R$  zusammen mit dem Werkstück mit der Masse  $m_W$  bei Krafteinwirkung entlang  $x_1$  bewegt. Das Werkstück wird in diesem Modell als unnachgiebig angenommen. Mit der Vorschubeinheit kann das Werkzeug in Richtung  $x_2$  bewegt werden, so dass über die Werkzeugsteifigkeit  $k_W$  und die Dämpfung  $d_W$  Vorschubkräfte auf das Werkstück  $m_W$  einwirken.  $F_{St}$  ist die äquivalente Störkraft, die aus der Lageänderung  $x_2$  der Vorschubeinheit und der Werkzeugsteifigkeit  $k_W$  resultiert.

Nachgiebigkeit und Dämpfung des Magnetlagers können durch dessen Nachgiebigkeitsfrequenzgang beschrieben und mit Hilfe der Summenzeitkonstante  $T_\Sigma$  eingestellt werden. Dazu wurde im Abschnitt 3.6 bereits untersucht, in welchem Wertebereich  $T_\Sigma$  veränderbar ist, um ein stabiles Regelverhalten für bestimmte Regelstreckenparameter zu garantieren. Die Abbildungen 5.16 und 5.17 zeigen die mit dem Zweimassenmodell in Abbildung 5.15 berechneten Nachgiebigkeitsfrequenzgänge  $|G_M^{x_1}(j \cdot \omega)|$  (5.16) und  $|G_M^{x_3}(j \cdot \omega)|$  (5.17) für zwei unterschiedlich gewählte Summenzeitkonstanten.

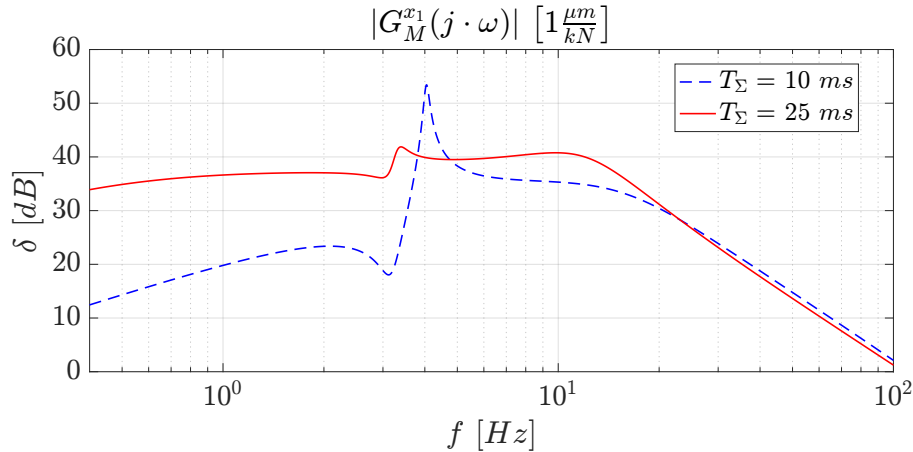
$$G_M^{x_1}(s) = \frac{x_1(s)}{F_{St}(s)} \quad (5.16)$$

$$G_M^{x_3}(s) = \frac{x_3(s)}{F_{St}(s)} \quad (5.17)$$

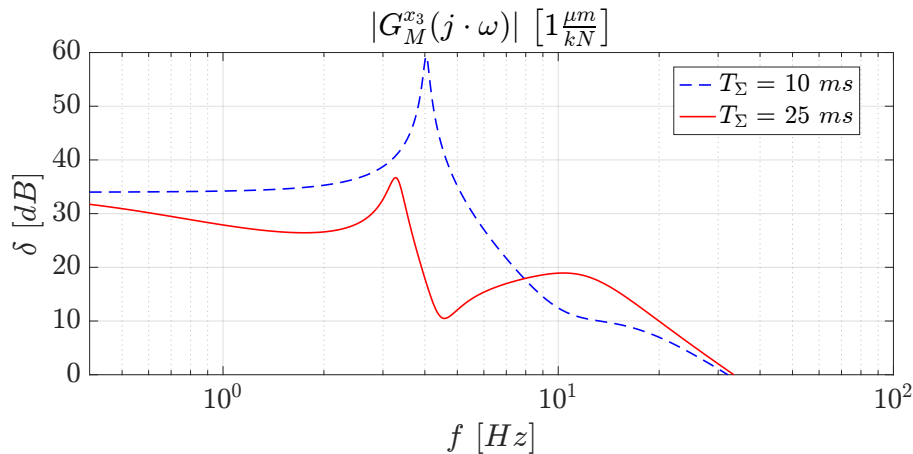
Aus beiden Nachgiebigkeitsverläufen ist ablesbar, dass sich die absolute Resonanzüberhöhung bei ca. 4 Hz durch Vergrößerung von  $T_\Sigma$  deutlich verringert. Wie aus Abbildung 5.16 hervorgeht, liegt im niederfrequenten Bereich insgesamt eine höhere Steifigkeit mit  $T_\Sigma = 10 \text{ ms}$  vor, es besteht jedoch die Möglichkeit, dass die schwach gedämpfte Resonanzfrequenz bei ca. 4 Hz angeregt wird.

Diese Simulation zeigt, dass es möglich ist, mit einem aktiven Magnetlager das dynamische Verhalten einer Werkzeugmaschine zu beeinflussen, um beispielsweise mechanische Schwingungen bei der spanenden Bearbeitung zu dämpfen. Das Ziel ist also nicht, das Magnetlagerverhalten möglichst unnachgiebig und möglichst gut gedämpft einzustellen, sondern vielmehr eine an den Anwendungsfall angepasste Lagerkonfiguration zu finden. In diesem Zusammenhang ist die Reglerkonfiguration des Magnetlagers mit nur einem Parameter von besonderem Vorteil, da der Bediener der Werkzeugmaschine eine schnelle und gleichzeitige Anpassung von Lagersteifigkeit und Lagerdämpfung vornehmen kann, ohne dafür über spezielle regelungstechnische Kenntnisse verfügen zu müssen.

Das Simulationsmodell in Abbildung 5.15 bildet nur das näherungsweise dynamische Maschi-



**Abbildung 5.16.** – Nachgiebigkeitsfrequenzgang  $|G_M^{x_1}(j \cdot \omega)|$  des Zweimassenmodells für  $T_\Sigma = 10 \text{ ms}$  und  $T_\Sigma = 25 \text{ ms}$



**Abbildung 5.17.** – Nachgiebigkeitsfrequenzgang  $|G_M^{x_3}(j \cdot \omega)|$  des Zweimassenmodells für  $T_\Sigma = 10 \text{ ms}$  und  $T_\Sigma = 25 \text{ ms}$

nenverhalten ab. Zur Berücksichtigung des Nachgiebigkeitsverhaltens einer konkreten Maschinenstruktur ist es erforderlich, den Frequenzgang messtechnisch aufzunehmen, um daraus genauere Simulationsmodelle abzuleiten. Die experimentelle Identifikation ermöglicht es, auch die Nachgiebigkeit und Dämpfung von Werkstücken mit komplexer Form und nennenswerten Anteilen im Frequenzgang aufzunehmen.

In [14] wird beschrieben, dass der Dämpfung eine bedeutende Rolle zur Verbesserung der dynamischen Steifigkeit zukommt. Im Allgemeinen verkleinern sich bei größerer Dämpfung die Maxima der Resonanzüberhöhungen. Als Maßnahmen zur Erhöhung der Dämpfung der Maschinenstruktur werden in [14] folgende Punkte genannt.

- Verwendung von Werkstoffen mit guten Dämpfungseigenschaften
- vorteilhafte Gestaltung von Verbindungsstellen
- Verwendung aktiver und passiver Dämpfungselemente

Aus den Abbildungen 5.16 und 5.17 sind deutlich kleinere Maxima im Frequenzverlauf für  $T_\Sigma = 25 \text{ ms}$  ablesbar. Daraus folgt, dass mit Hilfe des integrierten Magnetlagers der Werkzeugmaschine ein besser gedämpftes dynamisches Nachgiebigkeitsverhalten eingepreßt werden kann.

Besonders unerwünscht ist das während des Zerspanens mögliche auftretende regenerative Rattern, das durch Schnittkraftschwankungen an welligen Oberflächen hervorgerufen wird. Dieser Effekt kann im schlimmsten Fall zu einem instabilen Zerspanprozess führen und Werkzeug oder Werkstück beschädigen. Es stellt sich die Frage, durch welche Maßnahmen der sogenannte Regenerativeneffekt vermeidbar ist bzw. wie eine schnelle Stabilisierung des Prozessverlaufes erreichbar ist. In der Arbeit [10] wird ein Modell zur Entstehung von selbsterregten Ratterschwingungen verwendet, das im Wesentlichen auf [61] und [62] zurückzuführen ist und vereinfacht einen Drehprozess beschreibt (Abbildung 5.18). Die oben genannten Schnittkraftschwankungen sind Störkräfte  $F_{St}$  und verursachen dynamische Auslenkungen von Werkstück und Werkzeug in der Lage  $x_1$ . Daraus entsteht eine Spannungsdickenänderung, die wiederum zu Schnittkraftschwankungen führt, wodurch sich eine Mitkopplung der dynamischen Maschinennachgiebigkeit  $G_M^{x_1}$  ergibt, die im Modell in Abbildung 5.18 dargestellt ist.

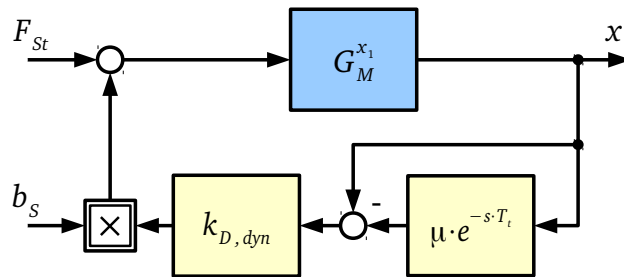


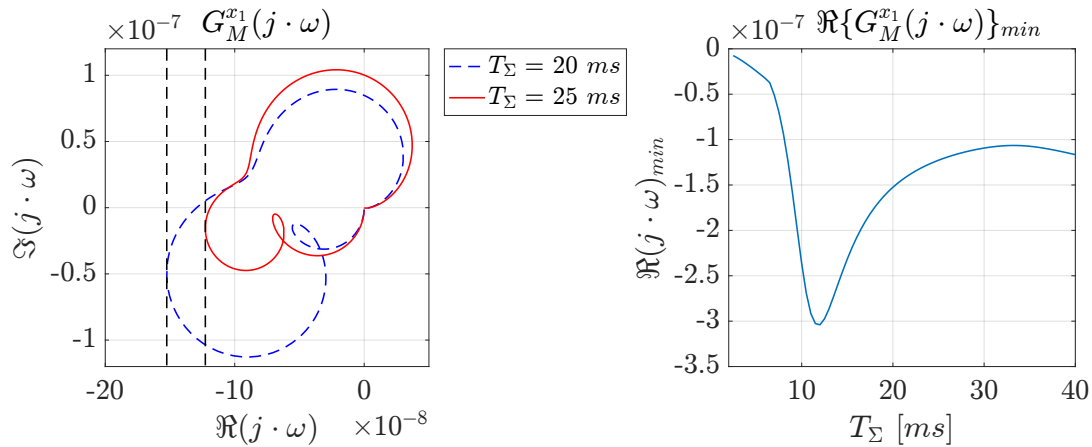
Abbildung 5.18. – Modell zur Simulation des Regenerativeneffektes nach [61] und [62]

Neben der Spannungsbreite  $b_S$  sind die drehzahlabhängige Totzeit  $T_t$ , der Überdeckungsfaktor  $\mu$  und die spezifische dynamische Schnittsteifigkeit  $k_{D,dyn}$  Einflussfaktoren im Modell. Daraus kann die maximale Grenzspannungsbreite  $b_S^{max}$  als Funktion von  $G_M^{x_1}(j \cdot \omega)$  und  $k_{D,dyn}$  abgeleitet werden, unterhalb derer kein regeneratives Rattern auftritt (5.18) [61].

$$b_S^{max} = \frac{1}{2 \cdot k_{D,dyn} \cdot |\Re\{G_M^{x_1}(j \cdot \omega)\}_{min}|} \quad (5.18)$$

$|G_M^{x_1}(j \cdot \omega)|$  in (5.18) entspricht dem in Abbildung 5.16 dargestellten Nachgiebigkeitsfrequenzgang der Werkzeugmaschine mit integriertem Magnetlager, der durch die Summenzeitkonstante  $T_\Sigma$  beeinflussbar ist. Abbildung 5.19 (links) zeigt die zugehörigen Ortskurven für zwei unterschiedliche Summenzeitkonstanten mit dem Minimum des Realteils von  $G_M^{x_1}(j \cdot \omega)$ .

Nach (5.18) wird die Grenzspannungsbreite  $b_S^{max}$  maximal, wenn der Betrag des Minimums des Realteils von  $G_M^{x_1}(j \cdot \omega)$  am kleinsten ist. Der Verlauf der Ortskurve in Abbildung 5.19 (links)



**Abbildung 5.19.** – Nyquistdiagramm von  $G_M^{x_1}$  (links) und Abhängigkeit des Realteils  $\Re\{G_M^{x_1}(j \cdot \omega)\}$  von  $T_\Sigma$  (rechts)

zeigt anhand der gestrichelten Grenzlinien, wie sich das Minimum des Realteils von  $G_M^{x_1}(j \cdot \omega)$  bei Veränderung der Summenzeitkonstante von  $25 \text{ ms}$  auf  $20 \text{ ms}$  verschiebt. Der zugehörige kontinuierliche Verlauf von  $T_\Sigma = 2 \text{ ms}$  bis  $T_\Sigma = 40 \text{ ms}$  ist in Abbildung 5.19 (rechts) dargestellt. Anhand dieser Simulationsergebnisse wird deutlich, dass mit Hilfe des Magnetlagers innerhalb der Werkzeugmaschine das Auftreten des Regenerativeffektes beeinflusst werden kann. Der Bereich um  $T_\Sigma = 12 \text{ ms}$  sollte bei der spanenden Bearbeitung vermieden werden, da bei dieser Konfiguration die kleinste Grenzspannungsbreite zu erwarten ist. Große Grenzspannungsbreiten sind bei sehr kleinen aber auch bei sehr großen Summenzeitkonstanten erreichbar.

Bei genauer Kenntnis des Nachgiebigkeitsfrequenzganges der Maschinenstruktur ist es also möglich, die maximale Grenzspannungsbreite vor dem Zerspanen zu berechnen, um dadurch instabile Prozessverläufe vermeiden zu können. Andererseits ermöglicht das aktive Magnetlager eine schnelle Stabilisierung bei bereits instabilen Spanprozessen, indem die Summenzeitkonstante angepasst wird. Mit herkömmlichen Werkzeugmaschinen kann die Prozessstabilisierung im Wesentlichen nur durch die Änderung der Vorschubgeschwindigkeit oder der Werkzeugdrehzahl erreicht werden.

## 5.4. Optimierung der Lagereigenschaften

In diesem Abschnitt wird die Optimierung der Lagereigenschaften von Magnetlagern betrachtet. Wie bereits im Kapitel 3 gezeigt wurde, ist durch eine Verbesserung der Dynamik der Strom- bzw. Kraftregelung eine Erhöhung der maximal erreichbaren Dämpfung und Steifigkeit zu erwarten. Da in industriellen leistungselektronischen Stellgliedern vorwiegend konservativ ausgelegte Stromregelkreise implementiert sind, kann das dynamische Verhalten der Stromregelung durch die Verwendung universeller frei programmierbarer Wechselrichtermodule mit angepasster Regelung weiter verbessert werden. Theoretische Betrachtungen und experimen-

telle Untersuchungen zeigen herkömmliche kontinuierliche Regelungskonzepte im Vergleich zur Gleitzustandsregelung der Aktorströme.

Für Anwender von Werkzeugmaschinen mit integrierter Rundtischlagerung, bietet die unabhängige Anpassung von Lagerdämpfung und Lagersteifigkeit weitere Freiheitsgrade, um das Magnetlager als aktives Zusatzsystem noch flexibler einzusetzen. Es wird gezeigt, wie eine Entkopplung durch rein regelungstechnische Maßnahmen erreicht werden kann, wobei wiederum die Einhaltung der Stabilitätsgrenzen und die praktische Umsetzbarkeit Berücksichtigung finden.

### 5.4.1. Dynamisches Verhalten der Kraftregelung

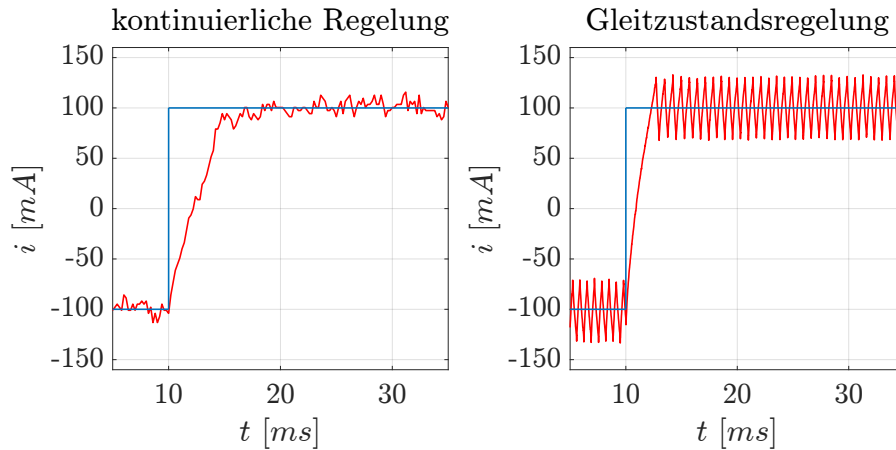
Die Simulationsergebnisse im Abschnitt 3.6 belegen, dass durch eine Verbesserung der Dynamik der Stromregelung, die Lagerdämpfung und die Lagersteifigkeit erhöht werden kann (siehe Abbildung 3.20). Jede zeitliche Verzögerung im Stromregelkreis verschlechtert die dynamische Kompensation von Störkräften und verringert die Stabilitätsreserven. Um den Reglerentwurf so weit wie möglich zu vereinfachen, werden idealisierte Modelle der Regelstrecke mit reduzierter Systemordnung als Näherung angenommen. Mit dem Zustandsraummodell (3.16) wurde eine solche Vereinfachung für das Magnetlager in einem Freiheitsgrad angegeben. Um sich dem idealen Verhalten auch im realen Betrieb möglichst gut anzunähern, ist es notwendig, die Dynamik der Stromregelung so weit wie möglich zu verbessern.

Bei der kontinuierlichen Stromregelung wird die Ausnutzung der maximal verfügbaren Stellspannung nur bei sehr großen Regelabweichungen erreicht. Bedingt durch das lineare Regelverhalten, haben kleine Sollwertänderungen verhältnismäßig kleine Stellspannungen zur Folge. Die maximale Leistungsfähigkeit des Stellgliedes wird deshalb bei der linearen kontinuierlichen Stromregelung nicht voll ausgenutzt, wodurch das dynamische Verhalten nicht optimal, jedoch unabhängig von der Auslenkung aus dem Arbeitspunkt ist.

Eine Verbesserung des dynamischen Verhaltens ist beispielsweise durch den Einsatz von Gleitzustandsregelungen mit einem nichtlinearen Zweipunktregler erreichbar. Dabei wird die maximal mögliche Stellspannung immer voll ausgenutzt, um Störungen oder Sollwertänderungen auszuregeln und es wird eine höhere Robustheit gegenüber Parameteränderungen der Regelstrecke erreicht.

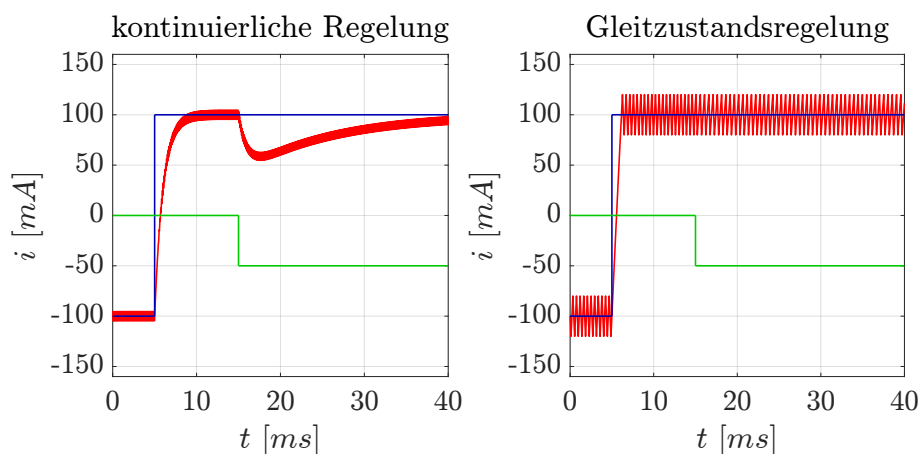
Ein experimenteller Vergleich des dynamischen Verhaltens der linearen kontinuierlichen Stromregelung mit der Gleitzustandsregelung konnte mit Hilfe des in Abschnitt 5.1.4 verwendeten Magnetlagerversuchsstands MA400 durchgeführt werden. Mit entsprechenden Simulationsmodellen wurden die Vor- und Nachteile der beiden Regelungskonzepte untersucht.

In Abbildung 5.20 ist das gemessene Führungsverhalten des Aktorstromes bei kontinuierlicher Stromregelung und bei Gleitzustandsregelung vergleichend dargestellt. Beide Messungen wurden bei gleicher Zwischenkreisspannung  $U_{DC} = 70 \text{ V}$  durchgeführt, wobei die kontinuierliche Regelung mit herstellereigener Hardware und die Gleitzustandsregelung mit einem frei ansteuerbarem Wechselrichter realisiert wurde (Abbildung 5.8). Die kürzere Anregelzeit



**Abbildung 5.20.** – Dynamisches Verhalten der Stromregelung bei kontinuierlicher Regelung (links) und bei Gleitzustandsregelung (rechts) (Experiment,  $U_{DC} = 70$  V,  $T_A = 11$  ms)

bei einer Sollwertsprunghöhe von  $200$  mA in Abbildung 5.20 (rechts) ist deutlich erkennbar, während die stationäre Genauigkeit sichtbar schlechter ist. Der glattere Stromverlauf bei der kontinuierlichen Regelung lässt sich auf den nahezu kontinuierlichen Stellgrößenverlauf zurückführen. Eine Verbesserung der Stromwelligkeit bei der nichtkontinuierlichen Regelung ist mit Hilfe eines Dreipunktreglers möglich, da zusätzlich zu den beiden Stellgrößen  $+70$  V und  $-70$  V auch  $0$  V am Reglerausgang realisierbar sind. Auf die Genauigkeit der Rotorlage, deren Stabilisierung durch die überlagerten kontinuierlichen Regelkreise erfolgt, wirkt sich die Stromwelligkeit jedoch nur geringfügig aus. Die bessere Dynamik der Gleitzustandsregelung ermöglicht eine größere Lagersteifigkeit, eine höhere Lagerdämpfung und einen breiteren Stabilitätsbereich innerhalb dessen die Summenzeitkonstante variiert werden kann (vgl. Abschnitt 3.6).



**Abbildung 5.21.** – Sprungantwort und Störverhalten der Stromregelung bei kontinuierlicher Regelung (links) und bei Gleitzustandsregelung (rechts) (Simulation,  $f_{PWM} = 2$  kHz,  $U_{DC} = 70$  V,  $T_A = 11$  ms)

Die Simulationsergebnisse in Abbildung 5.21 bestätigen die gemessenen Stromverläufe aus



Abbildung 5.20. Zusätzlich konnte durch eine Simulation das Störverhalten untersucht werden, indem zum Zeitpunkt  $t = 25 \text{ ms}$  eine sprunghafte Störgröße von  $U_Z = -20 \text{ V}$  am Streckeneingang aufgeschaltet wurde.

Es ist deutlich erkennbar, dass die Gleitzustandsregelung wesentlich robuster gegenüber Störgrößeneinkopplungen ist, da der Stromverlauf sich dynamisch kaum ändert. Störgrößen im Stromregelkreis entstehen vorrangig durch Spannungsinduktion bei Rotorlageänderungen und sind im Wesentlichen niederfrequent und relativ klein. Ein weitaus bedeutender Vorteil der Gleitzustandsregelung ergibt sich jedoch bei der Reglerdimensionierung, die völlig unabhängig von den Parametern der Regelstrecke ist. Im Folgenden sind die Vor- und Nachteile der Gleitzustandsregelung sowie die Besonderheiten und Anforderungen beim Entwurf in kurzen Stichpunkten aufgelistet.

### Vorteile

- kleinere Anregelzeiten durch bessere Ausnutzung der Stellgröße
- hochdynamisch bei kleinen Sollwertänderungen
- sehr robust gegenüber Parameteränderungen der Regelstrecke
- sehr gutes Störverhalten
- einfache hardwaretechnische Realisierung mit frei ansteuerbaren Wechselrichtern
- Reglerauslegung unabhängig von der Regelstrecke (nicht modellbasiert)

### Nachteile

- große Stromwelligkeit insbesondere bei kleinen Zeitkonstanten
- variable Schaltfrequenz bei dynamischen Vorgängen
- stärkere Geräuschentwicklung als bei kontinuierlichen Regelungen

### Besonderheiten und Anforderungen an die Gleitzustandsregelung

- Totzeiten im Regelkreis sind zu vermeiden bzw. zu minimieren (Signallaufzeit)
- Berücksichtigung bzw. Begrenzung der maximalen Schaltfrequenz
- gute Dynamik erfordert möglichst große Stellamplituden

Simulation und Experiment zeigten, dass bei Anwendung einer Gleitzustandsregelung im Gegensatz zur linearen kontinuierlichen Stromregelung eine deutliche Verbesserung der Stromregeldynamik erreicht werden kann. Mit einem universellen frei ansteuerbaren B6C- Wechselrichtermodul ist die unabhängige Regelung von bis zu drei Magnetaktoren möglich, wodurch der Hardwareaufwand im Vergleich zu standardisierten industriellen Stromstellgliedern deutlich verringert werden kann. Mit diesem Konzept der Kraftregelung ist eine Verbesserung der Lagereigenschaften bei gleichzeitiger Reduzierung der Hardwarekosten im Vergleich zu herkömmlichen industriellen Lösungen für Magnetlager möglich.

#### 5.4.2. Dämpfungs- und Steifigkeitsanpassung

In diesem Abschnitt wird gezeigt, wie eine unabhängige Beeinflussung von Steifigkeit und Dämpfung eines aktiven Magnetlagers realisiert werden kann. Dadurch ergeben sich weitere Freiheitsgrade bei der Anpassung des dynamischen Lagerverhaltens sowie bei der Beeinflussung des Nachgiebigkeitsverhaltens einer Werkzeugmaschine. Alle bisher in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Regelungskonzepte ermöglichen eine dynamische Anpassung des Lagerverhaltens durch die Summenzeitkonstante  $T_\Sigma$ , die jedoch nur eine gekoppelte Beeinflussung von Lagersteifigkeit und Lagerdämpfung erlaubt. Als Steifigkeitsanpassung soll im Folgenden die Änderung der dynamischen Steifigkeit als vertikale Verschiebung des Amplitudenganges von  $G_M^{x_1}(s)$  bzw.  $G_M^{x_3}(s)$  verstanden werden. Resonanzüberhöhungen im Amplitudenverlauf von  $G_M^{x_1}(s)$  bzw.  $G_M^{x_3}(s)$  lassen sich vorwiegend durch eine Anpassung der Dämpfung beeinflussen. Die stationäre Nachgiebigkeit für  $\omega \rightarrow 0$  ist bei aktiven Magnetlagern prinzipbedingt null (siehe Abbildung 5.14).

Die Abbildung 2.21 im Abschnitt 2.5 zeigt am Beispiel des prinzipiellen Aufbaus von Magnetlagern im Signalflussplan, wie durch die Rückföhrfaktoren  $d_a$  und  $k_a$  die Dämpferkraft  $F_D$  und die Federkraft  $F_F$  unabhängig voneinander einstellbar sind. Da die Einhaltung der Stabilitätsgrenzen jedoch zwingend berücksichtigt werden muss, gibt es Einschränkungen für eine freie und unabhängige Wahl der Parameter. Eine zur Stabilisierung des Rotors ausreichend große Amplituden- und Phasenreserve kann im offenen Regelkreis nur durch ein ausgewogenes Verhältnis der drei Rückföhrfaktoren  $d_a$ ,  $k_a$  und  $h_a$  zueinander garantiert werden. Deshalb bildet die über  $T_\Sigma$  symmetrisch optimierte Grundeinstellung der Magnetlagerregelung, die dem schwebenden Rotor eine definierte Steifigkeit und Dämpfung im geschlossenen Regelkreis aufprägt, die Grundlage der im Folgenden untersuchten Methode zur Dämpfungs- und Steifigkeitsanpassung.

**Anpassung der Dämpfung** Um Einfluss auf die Lagerdämpfung zu nehmen, ist die geschwindigkeitsabhängige Rückföhrung im Regelkreis zu verändern. Demzufolge ist eine Erhöhung bzw. Verringerung der Dämpfung durch die Reglerverstärkung im Geschwindigkeitsregelkreis der kaskadierten Regelung möglich. Ein Eingriff in die Reglerverstärkung im unterlagerten Regelkreis ändert jedoch auch die Lagersteifigkeit, da die rückgekoppelten Lagesignale den

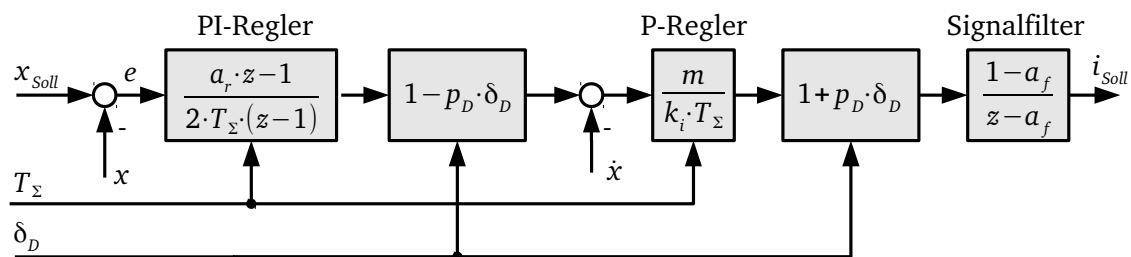
Lageregler und den beeinflussten Geschwindigkeitsregler durchlaufen. Deshalb muss gleichzeitig eine gegenläufige Anpassung der Verstärkung im Lageregler erfolgen, damit sich die Gesamtsteifigkeit nicht verändert. Auf diese Weise wird eine Entkopplung der Lagerdämpfung von der Lagersteifigkeit erreicht.

Die Anpassung der Reglerverstärkungen ist vergleichbar mit der Modellierung von parametrischen Unsicherheiten wie durch Gleichung (4.19) beschrieben bzw. in Abbildung 4.16 dargestellt. Innerhalb des unterlagerten Regelkreises entspricht die Reglerverstärkung  $P_{qq}$  (3.28) der nominellen Reglerverstärkung, die durch die Aufschaltung des Dämpfungsoperators  $\delta_D$  über den maximalen Dämpfungsfaktor  $p_D$  im Regelkreis erhöht oder verringert werden kann. Auf dieser Grundlage ergeben sich die modifizierten Reglerübertragungsfunktionen des P-Reglers (5.19) im Geschwindigkeitsregelkreis und des PI-Reglers (5.20) im überlagerten Lageregelkreis.

$$G_R^P(z) = \frac{m}{k_i \cdot T_\Sigma} \cdot (1 + p_D \cdot \delta_D) \quad |\delta_D| \leq 1 \quad (5.19)$$

$$G_R^{PI}(z) = \frac{a_r \cdot z - 1}{2 \cdot T_\Sigma \cdot (z - 1)} \cdot (1 - p_D \cdot \delta_D) \quad |\delta_D| \leq 1 \quad (5.20)$$

Während mit dem Dämpfungsfaktor  $p_D$  die maximal erlaubte prozentuelle Anhebung bzw. Absenkung des nominellen Regelfaktors definiert wird, kann über den Dämpfungsoperator  $\delta_D$  die momentan wirkende Reglerverstärkung normiert auf  $p_D$  eingestellt werden. Der zusätzlich additiv wirkende Verstärkungsanteil im inneren Regelkreis ergibt sich nach (5.19) zu  $\frac{m}{k_i \cdot T_\Sigma} \cdot p_D \cdot \delta_D$ .



**Abbildung 5.22.** – Zeitdiskretes Modell des kaskadierten Magnetlagerreglers mit variabel einstellbarer Lagerdämpfung durch den Dämpfungsoperator  $\delta_D$

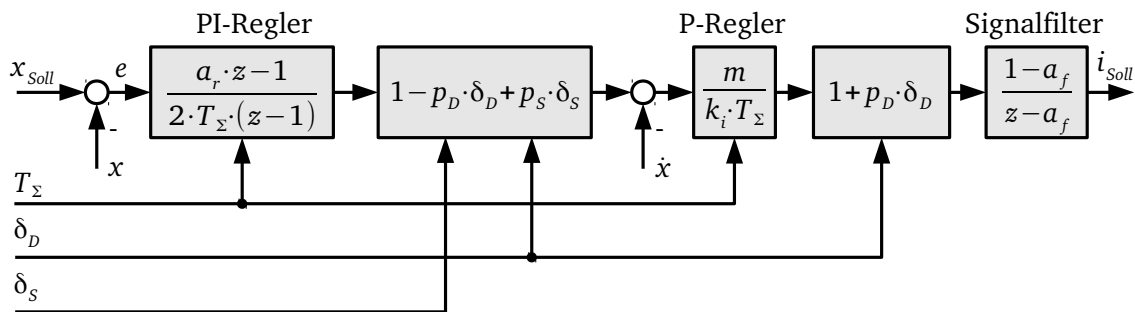
In Abbildung 5.22 ist der Signalflussplan des kaskadierten Magnetlagerreglers mit variabler Lagerdämpfung über den Dämpfungsoperator  $\delta_D$  dargestellt. Die Entkopplung der Steifigkeit erfolgt im Lageregler durch die negative Aufschaltung  $p_D \cdot \delta_D$  nach (5.20).

**Anpassung der Steifigkeit** Zur Realisierung der Steifigkeitsanpassung ist es erforderlich, den lageabhängigen Rückführfaktor, der durch den symmetrisch optimierten PI-Lageregler

gegeben ist, zu modifizieren. Dazu wird die Reglerübertragungsfunktion (5.20) um den Faktor  $p_S \cdot \delta_S$  erweitert (5.21).

$$G_R^{PI}(z) = \frac{a_r \cdot z - 1}{2 \cdot T_\Sigma \cdot (z - 1)} \cdot (1 - p_D \cdot \delta_D + p_S \cdot \delta_S) \quad |\delta_D| \leq 1 \quad |\delta_S| \leq 1 \quad (5.21)$$

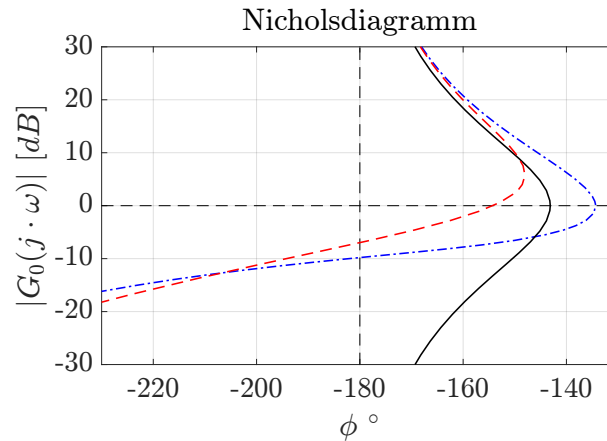
Abbildung 5.23 zeigt den Signalfussplan zur Realisierung der unabhängigen Anpassung der Dämpfung und der Steifigkeit des magnetisch gelagerten Rotors. Neben der Sollwertvorgabe  $x_{Soll}$  und der Dynamikvorwahl über  $T_\Sigma$  ermöglicht dieser erweiterte Regelalgorithmus die Beeinflussung der Lagereigenschaften durch die beiden zusätzlichen Freiheitsgrade Dämpfungsoperator  $\delta_D$  und Steifigkeitsoperator  $\delta_S$ .



**Abbildung 5.23.** – Zeitdiskretes Modell des kaskadierten Magnetlagerreglers mit variabel einstellbarer Lagerdämpfung und -steifigkeit

Ein positiver Dämpfungsoperator  $\delta_D$  bewirkt eine Anhebung des Phasenganges des offenen Regelkreises, wodurch Phasenverluste ausgeglichen werden können, die z.B. durch die Zeitdiskretisierung und die nicht modellierten Verzögerungen im Regelkreis entstehen (siehe Abschnitt 3.3). Mit Hilfe des Steifigkeitsoperators  $\delta_S$  hingegen ist die Amplitudenreserve beeinflussbar. Mit diesen beiden Kenngrößen können die Stabilitätsreserven des Regelkreises vergrößert und das dynamische Verhalten maßgeblich beeinflusst werden.

**Dynamisches Verhalten** Mit Hilfe des Nichols-Diagramms des offenen Regelkreises ist es möglich, Amplituden- und Phasenreserve direkt abzulesen und unterschiedliche Reglerkonfigurationen bezüglich ihrer Stabilitätsreserve zu vergleichen. Das Diagramm in Abbildung 5.24 zeigt vergleichend die numerisch berechneten Verläufe der symmetrisch optimierten zeitdiskreten Regelung, der idealen zeitkontinuierlichen Regelung und der über die zusätzlichen Freiheitsgrade  $\delta_S$  und  $\delta_D$  angepasste Regelung. Aus den Verläufen geht hervor, dass bei positiver Vorsteuerung z.B. mit  $p_S \cdot \delta_S = 0.3$  und  $p_D \cdot \delta_D = 0.6$  die Amplituden- und Phasenreserve im Vergleich zur grundoptimierten Regelung deutlich ansteigen. Die zur Phasenreserve  $\phi_R$  proportionale Lagerdämpfung wird deutlich größer, als der maximal erreichbare Dämpfungsgrad der idealen symmetrisch optimierten Regelung.



**Abbildung 5.24.** – Nicholsdiagramm des offenen Magnetlagerregelkreises. (Simulation, RTP1,  $x_z$ ,  $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ ,  $T_i = 0.5 \text{ ms}$ ,  $T_f = 1 \text{ ms}$ ,  $T_s = 0.5 \text{ ms}$ ,  $p_S = 1$ ,  $p_D = 1$ )

Verlauf	Farbe	$\delta_S$	$\delta_D$	$\phi_R$	$A_R$
gestrichelt	rot	0	0	$25.8^\circ$	7.0 dB
durchgängig	schwarz	–	–	$36.9^\circ$	–
strichpunktiert	blau	0.3	0.6	$45.7^\circ$	9.8 dB

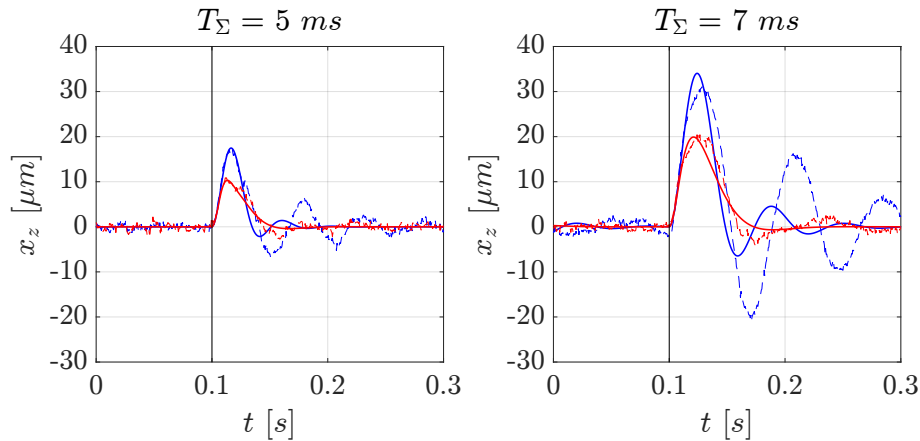
**Tabelle 5.5.** – Legende zum Nicholsdiagramm in Abbildung 5.24.

Um diese Simulationsergebnisse mit realen Messungen zu belegen, wurde der Regelalgorithmus nach Abbildung 5.23 in allen Freiheitsgraden am RTP1 implementiert. Das Störverhalten konnte so für zwei unterschiedliche Summenzeitkonstanten mit und ohne Anpassung von  $\delta_S$  und  $\delta_D$  aufgenommen und mit den Simulationsergebnissen verglichen werden. Abbildung 5.25 zeigt die Zeitverläufe der Lagerreaktion  $x_z$  bei einem Störkraftsprung von  $\Delta F_{St} = 600 \text{ N}$  im vertikalen Freiheitsgrad  $x_z$ .

Verlauf	Farbe	Art	$\delta_S$	$\delta_D$
gestrichelt	blau	Experiment	0	0
gestrichelt	rot	Experiment	0.3	0.6
durchgängig	blau	Simulation	0	0
durchgängig	rot	Simulation	0.3	0.6

**Tabelle 5.6.** – Legende zum Störverhalten in Abbildung 5.25.

Die Erhöhung der Lagerdämpfung ist deutlich an der geringeren Überschwingweite und dem schnelleren Abklingen des Überschwingens der Rotorlage erkennbar. Bezüglich der Simulationsergebnisse liegen nur geringe Abweichungen vor, was auf eine gute Modellgenauigkeit hin-

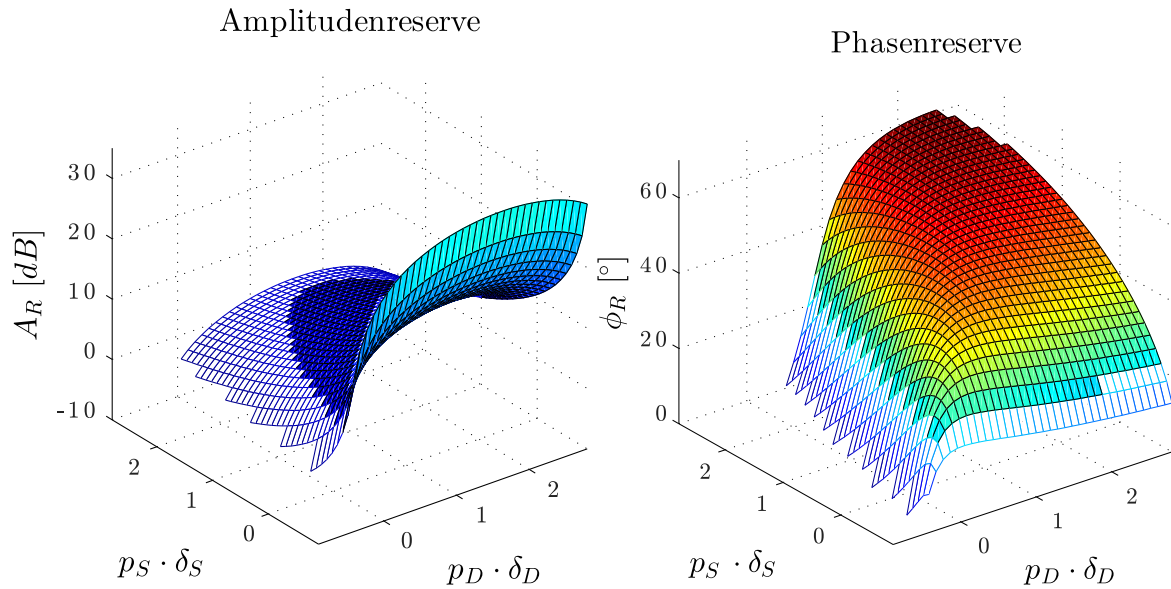


**Abbildung 5.25.** – Störverhalten mit und ohne Steifigkeits- und Dämpfungsanpassung für  $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$  (links) und  $T_\Sigma = 7 \text{ ms}$  (rechts) (Experiment, RTP1,  $x_z$ ,  $T_i = 0.5 \text{ ms}$ ,  $T_f = 1 \text{ ms}$ ,  $T_s = 0.5 \text{ ms}$ ,  $p_S = 1$ ,  $p_D = 1$ )

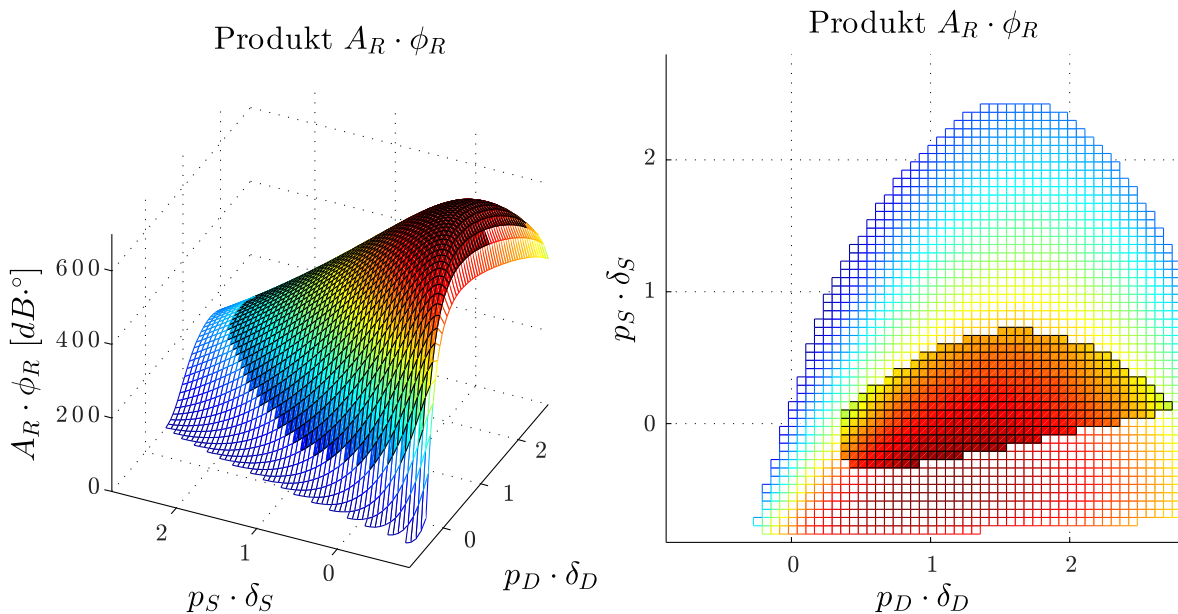
deutet. Auffällig ist jedoch das längere Abklingen der aufgenommenen Lagesignale, welches auf die im Modell nicht vorhandenen Kopplungen der Freiheitsgrade untereinander zurückzuführen ist (siehe Abschnitt 5.1.3).

**Stabilitätsgrenzen und Optimierung** Die Stabilität kann genau dann garantiert werden, wenn die Summenzeitkonstante  $T_\Sigma$  in Abhängigkeit von den Systemparametern innerhalb eines fest definierten Bereiches liegt. Auf Grund der Steifigkeits- und Dämpfungsanpassung ist es erforderlich, die Stabilitätsreserven in Abhängigkeit von  $p_S$  und  $p_D$  zu überprüfen, denn diese beiden zusätzlichen Freiheitsgrade in der Reglerkonfiguration beeinflussen die Lage der Stabilitätsgrenzen. In Abbildung 5.26 sind Amplituden- und Phasenreserve in Abhängigkeit von  $p_S \cdot \delta_S$  und  $p_D \cdot \delta_D$  dargestellt. Die numerische Berechnung der Stabilitätsreserven basiert auf dem Modell des offenen Regelkreises der Magnetlagerung nach (3.35) mit der Erweiterung des Reglers wie in Abbildung 5.23 dargestellt ist.

Die Phasenreserve  $\phi_R$  steigt mit zunehmender Vergrößerung von  $p_S \cdot \delta_S > 0$  und  $p_D \cdot \delta_D > 0$  bis auf über  $60^\circ$  an. Gleichzeitig fällt die Amplitudenreserve  $A_R$  in diesem Bereich jedoch deutlich ab, weist aber im Bereich sehr kleiner bis zu negativen Werten von  $p_S \cdot \delta_S$  einen starken Anstieg auf. Zur Sicherstellung der Stabilität müssen beide Kenngrößen eine ausreichend große Reserve haben. Bildet man mit Hilfe der Ergebnisse aus Abbildung 5.26 das Produkt  $A_R \cdot \phi_R$ , so zeigen die Verläufe ein Maximum (Abbildung 5.27). Der Stabilitätsbereich bezogen auf  $p_S \cdot \delta_S$  und  $p_D \cdot \delta_D$  wurde in Abbildung 5.27 (links) farblich gekennzeichnet und mit Hilfe der Reserveuntergrenzen  $A_R \geq 3.5 \text{ dB}$  und  $\phi_R \geq 20^\circ$  definiert. Durch Festlegung der Reserveuntergrenzen  $A_R \geq 9.5 \text{ dB}$  und  $\phi_R \geq 40^\circ$  ist es möglich, einen Bereich einzugrenzen, indem das Lager gute Dämpfungseigenschaften besitzt. In Abbildung 5.27 (rechts) wurde dieser Optimalbereich als Draufsicht in zweidimensionaler Darstellung farblich markiert. Die mit  $p_S \cdot \delta_S = 0.3$  und  $p_D \cdot \delta_D = 0.6$  am RTP1 realisierte Steifigkeits- und Dämpfungsanpassung führt zu einer deutlichen Verbesserung der Dämpfungseigenschaften des schwebenden Rotors



**Abbildung 5.26.** – Amplituden- und Phasenreserve des offenen Magnetlagerregelkreises in Abhängigkeit von  $p_S \cdot \delta_S$  und  $p_D \cdot \delta_D$  (Simulation, RTP1,  $x_z$ ,  $T_\Sigma = 5$  ms,  $T_s = 0.5$  ms,  $T_f = 1$  ms,  $T_i = 0.5$  ms)



**Abbildung 5.27.** – Stabilitätsbereich und Optimalbereich in Abhängigkeit von  $p_S \cdot \delta_S$  und  $p_D \cdot \delta_D$  (Simulation, RTP1,  $x_z$ ,  $T_\Sigma = 5$  ms,  $T_s = 0.5$  ms,  $T_f = 1$  ms,  $T_i = 0.5$  ms)

(siehe Abbildung 5.25). Diese Konfiguration liegt nach Abbildung 5.27 (rechts) am Rand des Optimalbereiches.

Anhand dieser Stabilitätsuntersuchung können die Faktoren  $p_S$  und  $p_D$  in Abhängigkeit von  $T_\Sigma$  so gewählt werden, dass die Magnetlagerregelung bei beliebiger Vorgabe von  $0 \leq \delta_S \leq 1$  und  $0 \leq \delta_D \leq 1$  stets im stabilen Arbeitsbereich bleibt. Dadurch ist es möglich, die Dämpfung und die Steifigkeit des Magnetlagers in festgelegten Grenzen unabhängig voneinander zu beeinflussen, ohne den stabilen Arbeitsbereich zu verlassen.





## 6. Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit erfolgte die Analyse und die Optimierung des dynamischen Verhaltens magnetisch gelagerter Rundtische, die in der spanenden Fertigungstechnik zur Werkstückaufnahme eingesetzt werden sollen. Drei unterschiedliche Rundtischprototypen dienten dabei als Versuchsobjekte zur Durchführung experimenteller Untersuchungen. Auf der Basis kaskadierter Regelungsstrukturen wurden Möglichkeiten zur Verbesserung der Lagereigenschaften und zur Schwingungsdämpfung untersucht und experimentell verifiziert, um die Vorteile der aktiven Magnetlagertechnik hinsichtlich der dynamischen Beeinflussung der Lagereigenschaften nachzuweisen und deutlich zu machen. Dabei wurde das Ziel verfolgt, eine breitere Akzeptanz beim Anwender zu erreichen, diese Technik zur Lagerung von Werkstücken in der spanenden Fertigungstechnik einzusetzen. Mit Hilfe der Modellbildung, der experimentellen Verifikation und durch die Optimierung des dynamischen Verhaltens magnetisch gelagerter Rotoren wurden verschiedene Regelungskonzepte vorgeschlagen, die im industriellen Umfeld einfach umsetzbar und einfach parametrierbar sind.

Umfangreiche experimentelle Untersuchungen, die mit Hilfe von Simulationsmodellen verifiziert wurden, belegen die Leistungsfähigkeit der verwendeten Regelalgorithmen und zeigen die im praktischen Einsatz vorliegenden technischen Grenzen. Mit Hilfe dieser Simulationsmodelle wurde das Systemverhalten analysiert und es konnten Optimierungsansätze zur Verbesserung des dynamischen Verhaltens und zur gleichzeitigen Vergrößerung der Stabilitätsreserven abgeleitet und experimentell getestet werden. Alle Untersuchungen erfolgten auf Grundlage des stromgeregelten Magnetlagers.

### 6.1. Schlussfolgerungen

Aus den im Abschnitt 3.3 ermittelten Frequenzgängen des im Echtzeitrechnersystem implementierten zeitdiskreten Regelalgorithmus konnten die folgenden Schlussfolgerungen zur Verringerung der Phasenverluste des offenen Regelkreises abgeleitet werden.

1. Die Abtastrate der zeitdiskreten Echtzeitregelung sollte möglichst hoch sein.
2. Es ist eine möglichst gute Sensorsignalqualität anzustreben, um zusätzliche Signalfilter zu minimieren oder gänzlich vermeiden zu können.

Auf Grundlage der symmetrisch optimierten Magnetlagerregelung wurden im Abschnitt 3.6 die Stabilitätsgrenzen und die Lagereigenschaften des schwebenden Rotors in Abhängigkeit vom Reglerparameter  $T_{\Sigma}$  und von den Parameterunsicherheiten der Regelstrecke bestimmt. Mit Hilfe der in dieser Arbeit entwickelten zeitdiskreten Modelle des geregelten Magnetlagers ist es möglich, mit den zuvor identifizierten Regelstreckenparametern die Stabilitätsgrenzen des Magnetlagers zu berechnen, um in der praktischen Anwendung mit variabel einstellbaren Lagereigenschaften ein stabiles Regelverhalten zu garantieren. Aus diesen Ergebnissen lassen sich folgende Aussagen hinsichtlich der Dämpfung und der Nachgiebigkeit des magnetisch gelagerten Rotors ableiten.

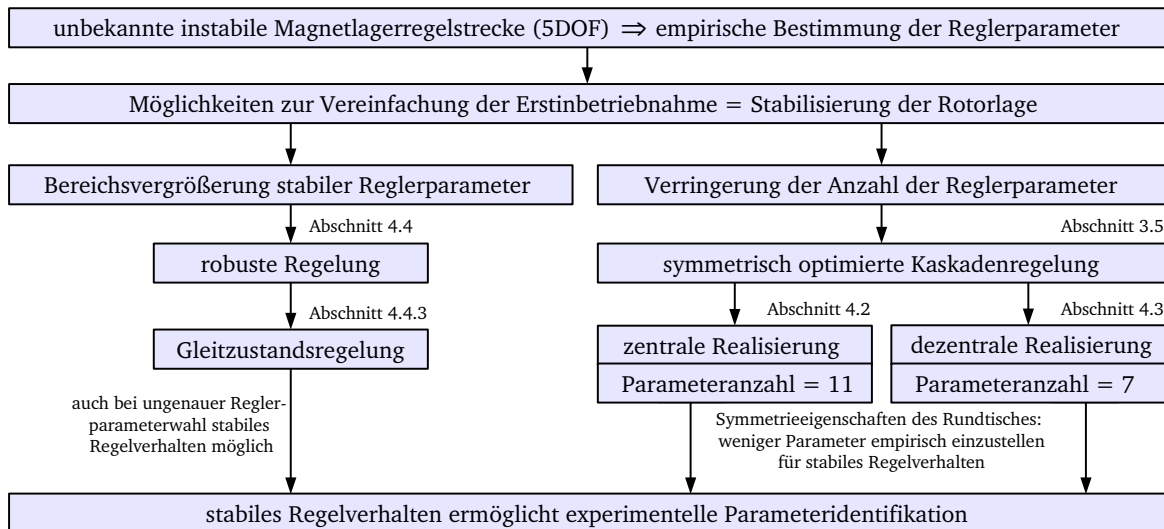
1. Mit dem Reglerparameter  $T_{\Sigma}$ , der im stabilen Arbeitsbereich frei wählbar ist, können Dämpfung und Nachgiebigkeit des Magnetlagers dynamisch beeinflusst werden.
2. Ein möglichst großer stabiler Arbeitsbereich zur aktiven Beeinflussung der Lagereigenschaften ergibt sich bei höchstmöglicher Abtastrate ohne Signalfilterung und schnellstmöglicher Stromregelung.

Weiterhin konnte im Kapitel 4 gezeigt werden, dass mit der dezentral realisierten Mehrgrößenregelung eine verteilte Implementierung einzelner Lageregelkreise für Magnetlager mit mehreren Freiheitsgraden praktisch realisierbar ist. Bei der Erstinbetriebnahme einer Magnetlagerregelstrecke sind die Regelstreckenparameter noch unbekannt und nur bei stabiler Lageregelung im geschlossenen Regelkreis experimentell bestimmbar. Zur Stabilisierung der Rotorlage muss dazu ein Reglerparametersatz empirisch gefunden werden, mit dem die Rotorlage stabilisierbar ist. Abbildung 6.1 zeigt die untersuchten Möglichkeiten zur Vereinfachung der ersten empirischen Reglerparameterisierung, die die Grundlage der experimentellen Parameteridentifikation bildet.

Als Bestandteil dieser Forschungsarbeit wurden in [59], [63] und [64] praktische Versuche zur Parameteridentifikation und zur Erstinbetriebnahme am RTP1 und RTP3 durchgeführt. Im Ergebnis konnte eine wesentliche Vereinfachung bei der empirischen Suche nach einem stabilisierenden Reglerparametersatz durch das dezentrale Regelungskonzept erzielt werden. Dies resultiert aus der deutlich geringeren Parameteranzahl gegenüber dem zentralen Regelungskonzept (siehe Abbildung 6.1).

Mit Hilfe der zeitdiskreten Modelle der Magnetlagerregelung sind weiterhin die Auswirkungen von Parameterungenauigkeiten auf die Stabilitätsreserven untersucht worden, um die Robustheitseigenschaften zu verifizieren. Die Schlussfolgerungen sind im Folgenden zusammengefasst.

1. Grundsätzlich führt eine große Gesamttrotormasse zu einer hohen dynamischen Steifigkeit.
2. Eine deutliche Verbesserung der Robustheit des Regelverhaltens gegenüber Parameterunsicherheiten konnte mit Hilfe der Gleitzustandsregelung des stromgeregelten Magnetlagers nachgewiesen werden.



**Abbildung 6.1.** – Möglichkeiten zur Vereinfachung der Erstinbetriebnahme von Magnetlagern mit fünf Freiheitsgraden

Ein Vergleich der ideal entkoppelten Magnetlagerregelung mit der gemessenen Führungsfrequenzgangmatrix in Kapitel 5 ergab deutliche Koordinatenkopplungen der Freiheitsgrade des magnetisch gelagerten Rotors an der realen Anlage. Mit Hilfe der Simulationsmodelle wurden die folgenden Ursachen, die zu Kopplungen der Freiheitsgrade untereinander führen, identifiziert.

1. Die Schwerpunktlage von Rotor und Werkstück fällt nicht mit dem Bezugspunkt der Koordinatentransformation zusammen.
2. Die räumliche Rotorausdehnung und die Sensoranordnung im Statorgehäuse wurden bei der Koordinatentransformation nicht berücksichtigt bzw. als vernachlässigbar angesehen.

Es konnte gezeigt werden, dass eine Entkopplung der Freiheitsgrade durch Implementierung der vollständigen Massenmatrix im Geschwindigkeitsregelkreis des kaskadierten Mehrgrößensreglers und durch eine Erweiterung der Transformationsbeziehungen möglich ist. Mit einer Verbesserung des dynamischen Verhaltens des unterlagerten Stromregelkreises konnten in dieser Arbeit die im Folgenden genannten Eigenschaften des aktiv geregelten Magnetlagers nachgewiesen werden.

1. Erhöhung der maximalen dynamischen Steifigkeit des Magnetlagers.
2. Verbesserung der Robustheit der Regelung gegenüber einer Rotormassenänderung.
3. Verbesserte dynamische Kompensation der Wegabhängigkeit der Aktorkraft.
4. Verringerung der Kopplung der Freiheitsgrade, insbesondere bei vollständiger Kompensation der Massenmatrix.

Mit Hilfe eines vereinfachten Simulationsmodells einer Werkzeugmaschine mit integriertem Magnetlager konnte grundsätzlich die Möglichkeit der aktiven Beeinflussung des Nachgiebigkeitsfrequenzganges der Werkzeugmaschinenstruktur nachgewiesen werden. Im Ergebnis zeigte sich, dass ein magnetisch gelagerter Drehtisch als aktives Zusatzsystem innerhalb der Maschinenstruktur einsetzbar ist, wodurch mechanische Schwingungen bei der spanenden Bearbeitung aktiv gedämpft werden können. Weiterhin wurde theoretisch untersucht, wie das Auftreten des Regenerativeffektes während der spanenden Bearbeitung durch die aktive Beeinflussung der Lagereigenschaften des Magnetlages verhindert werden kann. Der abschließende Teil der Arbeit beinhaltet die im Folgenden genannten theoretischen und experimentellen Untersuchungen.

1. Messtechnische Ermittlung des Lagerverhaltens während des Zerspanvorganges.
2. Möglichkeiten zur Vermeidung des regenerativen Ratterns (Regenerativeffekt).
3. Realisierung einer hochdynamischen Strom- bzw. Kraftregelung.
4. Regelungstechnische Umsetzung zur unabhängigen Anpassung von Dämpfung und Steifigkeit der Magnetlagerung.

## 6.2. Ausblick

Ausgehend von den Schlussfolgerungen ist zur Weiterentwicklung in nachfolgenden Arbeiten in erster Linie die Verbesserung des dynamischen Verhaltens der Stromregelung zu nennen. Dies ist beispielsweise mit einer Gleitzustandsregelung des Aktorstromes und optimaler Ausnutzung aller diskreten Schaltzustände des Stellgliedes erreichbar.

Weiterhin ist die experimentelle Ermittlung des Nachgiebigkeitsfrequenzganges einer Werkzeugmaschine mit integriertem Magnetlager anzustreben, um die aktive Beeinflussbarkeit der dynamischen Steifigkeit der Werkzeugmaschine mit Hilfe des integrierten Magnetlagers messtechnisch zu erfassen und zu bewerten.

In Hinblick auf eine Verbesserung der Regelgüte und zur Kostenreduzierung magnetisch gelagerter Rundtische wird eine vergleichende Untersuchung unterschiedlicher Messsysteme vorgeschlagen. Dazu können beispielsweise die Verfahren der flussbasierten Regelung aktiver Magnetlager genannt werden, um die dynamische Steifigkeit und die Präzision der Rotorpositionierung zu verbessern [65]. Weiterhin sind auch sensorlose Methoden allein oder kombiniert mit einfachen und kostengünstigen Messsystemen zur Rotorlageerkennung denkbar [66].

Abschließend kann zusammengefasst werden, dass die vorliegende Arbeit genügend theoretische Kenntnisse und praktische Erfahrungen liefert, magnetisch gelagerte Rundtische zur Werkstücklagerung in Werkzeugmaschinen einzusetzen. Damit ist ein weiterer Schritt zur anwendungsorientierten Nutzung dieser Technik erfolgt, um den steigenden Anforderungen in der spanenden Fertigungstechnik gerecht zu werden.

# Abbildungsverzeichnis

1.1. Prinzipien des magnetischen Schwebens [10] . . . . .	2
1.2. Einteilung der unterschiedlichen Magnetlagertypen . . . . .	2
1.3. Ausführungsformen magnetischer Lager . . . . .	3
1.4. Funktionsbaugruppen einer Werkzeugmaschine [14] . . . . .	5
1.5. Rundtisch Prototyp 1 ([8], [23], [26], [27]), (RTP1) mit Aufspannplatte (links) und Rundtisch Prototyp 2 ([23], [28], [29]), (RTP2) mit Werkstück im industriellen Umfeld (rechts) . . . . .	5
1.6. Lagerung eines Werkstückes auf dem Rundtisch Prototyp 3 (RTP3) innerhalb einer Werkzeugmaschine (Foto: Prof. Dr.-Ing. H.C. Möhring, IFQ, OVGU, 2013)	6
2.1. Werkstück und Rundtisch während einer Fräsbearbeitung (RTP2, $m_W \approx 1900$ kg) (Foto: GMV GmbH, Genthin, 2012) . . . . .	10
2.2. Linearführung im Bearbeitungsprozess (links) und Drehtisch bei der Wartung (rechts) (Foto: GMV GmbH, Genthin, 2012) . . . . .	11
2.3. Modell des Einmassenschwingers mit passiver Dämpfung . . . . .	14
2.4. Modell des Einmassenschwingers mit aktiver Dämpfung (links) und semiaktiver Dämpfung (rechts) . . . . .	14
2.5. Vergleich des passiven Einmassenschwingers (links) mit einer aktiven elektromagnetischen Lagerung (rechts) . . . . .	16
2.6. Signalflussplan des Einmassenschwingermodells nach (2.1) . . . . .	17
2.7. Amplitudenverstärkung $A$ und Phasenverschiebung $\phi$ der Kraftanteile des Einmassenschwingers mit $m = 30$ kg, $k_p = 30 \frac{N}{m}$ und $d_p = 6 \frac{N \cdot s}{m}$ relativ zur äußeren Erregerkraft $F$ . . . . .	19
2.8. Qualitatives Zeigerdiagramm der Kräfte für drei unterschiedliche harmonische Anregungsfrequenzen $\omega$ bei konstanter Erregerkraftamplitude $F$ . . . . .	19
2.9. Aufbau eines geregelten mechatronischen Systems nach [10] . . . . .	21
2.10. Prinzip der adaptiven Gegensteuerung nach [43] . . . . .	22
2.11. Prinzip des internen Störgrößenmodells nach [43] . . . . .	23
2.12. Prinzip des externen Störgrößenmodells nach [43] . . . . .	24
2.13. Statistische Auswertung eines gemessenen Stromsignals mit einem Abtastintervall von $T_s = 150 \mu s$ und den Kenngrößen $\bar{x} = 0.984$ A und $\sigma_x = 0.113$ A. . . . .	26
2.14. Experimentelle Berechnung der Autokorrelation für einen festen Verschiebungszeitpunkt $\tau$ nach (2.18) . . . . .	27

2.15. Berechnete Autokorrelation des gemessenen Stromsignals aus Abbildung 2.13, $\overline{x(t)^2} = 0.969 A^2$ , $\overline{x^2(t)} = 0.982 A^2$ . . . . .	27
2.16. Leistungsspektrum des gemessenen Stromsignals . . . . .	28
2.17. Messanordnung des orthogonalen Korrelationsverfahrens . . . . .	30
2.18. Gradientenverfahren für eine Gütefunktion in Abhängigkeit vom Parameter $\theta$ zu den Zeitpunkten $t$ (links) und $t + T_s$ (rechts) . . . . .	31
2.19. Signalfussplan des Schätzalgorithmus (2.30) . . . . .	32
2.20. Schematischer Aufbau einer aktiven elektromagnetischen Lagerung mit meh- reren Freiheitsgraden . . . . .	35
2.21. Signalfussplan einer aktiven elektromagnetischen Lagerung im translatorischen Freiheitsgrad $x$ . . . . .	36
2.22. Einschleifiger Regelkreis mit Regler $G_R(s)$ und Strecke $G_S(s)$ und den Signalen Sollwert $w(t)$ , Regelabweichung $e(t)$ , Stellgröße $u(t)$ , Störgröße $z(t)$ , Regelgröße $y(t)$ und Messrauschen $n_R(t)$ . . . . .	37
2.23. Beispielhafter Amplitudengang der Empfindlichkeitsfunktion $S(s)$ und der kom- plementären Empfindlichkeitsfunktion $T(s)$ eines Regelungssystems . . . . .	40
3.1. Differenzanordnung zweier Hybridmagnete zur Regelung eines Freiheitsgrades	44
3.2. Gemessene und simulierte Sprungantworten des Aktorstromes bei einem Soll- wertsprung von $0 A$ auf $2 A$ zum Zeitpunkt $t = 2 ms$ , Tragmagnetregelung (links) und Zentriermagnetregelung (rechts) (RTP1, $\mathbf{x}_q \approx (0, 0, 0, 0)^T$ ) . . .	46
3.3. Signalfussplan des nichtlinearen stromgesteuerten Magnetlagers in einem Frei- heitsgrad . . . . .	47
3.4. Signalfussplan des nichtlinearen spannungsgesteuerten Magnetlagers in einem Freiheitsgrad . . . . .	50
3.5. Signalfussplan des linearisierten spannungsgesteuerten Magnetlagers in einem Freiheitsgrad . . . . .	51
3.6. Schematische Darstellung des Regelkreises mit allen Hardwarekomponenten .	52
3.7. Vergleich des simulierten Amplituden- und Phasenganges (3.23) und (3.24) mit dem gemessenen Ein-/Ausgangsverhalten des Echtzeitrechners bei den Abtast- zeiten $T_s = 1 ms$ (links) und $T_s = 0.1 ms$ (rechts) (Experiment, $K_P = 1$ , $K_D = 0.01$ , $T_f = 0.5 ms$ ) . . . . .	53
3.8. Vergleich des Amplituden- und Phasenganges (3.23) und (3.24) bei unter- schiedlichen Signalfilterzeitkonstanten mit $T_s = 1 ms$ (links) und $T_s = 0.1$ $ms$ (rechts) (Simulation, $K_P = 1$ , $K_D = 0.01$ ) . . . . .	54
3.9. Amplitudenfrequenzgang des offenen symmetrisch optimierten Regelkreises $ G_0(j\omega) $ in schematischer Darstellung (links) und $ G_0(j\omega) $ , $ S(j\omega) $ und $ T(j\omega) $ nume- risch berechnet für $T_\Sigma = 5 ms$ (rechts) . . . . .	55
3.10. Im Arbeitspunkt AP linearisiertes Modell eines aktiven stromgeregelten Ma- gnetlagers mit einem Freiheitsgrad . . . . .	57

3.11. Vollständige Struktur der kaskadierten Magnetlagerregelung mit einem Freiheitsgrad . . . . .	58
3.12. Vereinfachte Darstellung der idealen optimierten Magnetlagerregelung in kaskadierter Struktur mit einem Freiheitsgrad . . . . .	59
3.13. Zeitdiskretes Modell des geschlossenen Magnetlagerregelkreises unter Berücksichtigung der Stromsteller- und Signalfilterdynamik . . . . .	60
3.14. Führungs- und Störverhalten im Freiheitsgrad $x_z$ bezüglich des Arbeitspunktes $\mathbf{x}_z^{AP}$ (siehe Anhang A) bei unterschiedlichen Summenzeitkonstanten $T_\Sigma$ (Experiment, RTP1, $T_f = 0.8 \text{ ms}$ , $T_s = 0.5 \text{ ms}$ , $\Delta x_z^{Soll} = 40 \text{ }\mu\text{m}$ , $\Delta F_{St} = 2 \text{ kN}$ )	61
3.15. Statistische Auswertung des stationären Rotorlagesignals $x_z$ bei optimierter kaskadierter Regelung (vgl. Abbildung 3.13), Kenngrößen $\bar{x}_z = 0 \text{ }\mu\text{m}$ und $\sigma_{x_z} = 0.719 \text{ }\mu\text{m}$ (Experiment, RTP1, $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ , $T_f = 0.8 \text{ ms}$ , $T_s = 0.5 \text{ ms}$ ) .	61
3.16. Führungsverhalten $x_z$ für zwei unterschiedliche Rotormassen $m$ (Experiment, RTP1, $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ , $T_f = 0.8 \text{ ms}$ , $T_s = 0.5 \text{ ms}$ , $\Delta x_z^{Soll} = 40 \text{ }\mu\text{m}$ ) . . . . .	62
3.17. Störverhalten $x_z$ für zwei unterschiedliche Rotormassen $m$ (Experiment, RTP1, $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ , $T_f = 0.8 \text{ ms}$ , $T_s = 0.5 \text{ ms}$ , $\Delta F_{St} = 2 \text{ kN}$ ) . . . . .	62
3.18. Zeitdiskretes Modell des offenen Magnetlagerregelkreises unter Berücksichtigung der Stromsteller- und Signalfilterdynamik . . . . .	63
3.19. Phasendiagramm des offenen Lageregelkreises bei unterschiedlichen Summenzeitkonstanten $T_\Sigma$ , ideal zeitkontinuierlich (3.25) und zeitdiskret unter realen Bedingungen (3.35) (Simulation, RTP1, $x_z$ , $T_f = 0.5 \text{ ms}$ , $T_i = 0.44 \text{ ms}$ ) . . .	65
3.20. Dämpfung $D$ und Nachgiebigkeit $\delta$ des Magnetlagers in Abhängigkeit von $T_\Sigma$ bei unterschiedlichen Stromstellerzeitkonstanten $T_i$ (Simulation, RTP1, $x_z$ , $T_s = 0.5 \text{ ms}$ , $T_f = 0.5 \text{ ms}$ ) . . . . .	66
3.21. Dämpfung $D$ und Nachgiebigkeit $\delta$ des Magnetlagers in Abhängigkeit von $T_\Sigma$ bei unterschiedlichen Filterzeitkonstanten $T_f$ (Simulation, RTP1, $x_z$ , $T_s = 0.5 \text{ ms}$ , $T_i = 0.22 \text{ ms}$ ) . . . . .	66
3.22. Dämpfung $D$ und Nachgiebigkeit $\delta$ des Magnetlagers in Abhängigkeit von $T_\Sigma$ bei unterschiedlichen Abtastzeiten $T_s$ (Simulation, RTP1, $x_z$ , $T_f = 0.5 \text{ ms}$ , $T_i = 0.22 \text{ ms}$ ) . . . . .	67
4.1. Klassifizierung der Regelungskonzepte nach der Art der Ein- und Ausgangssignale des Reglers . . . . .	70
4.2. Klassifizierung der Regelungskonzepte in Abhängigkeit von der Struktur und den Freiheitsgraden (DOF) . . . . .	71
4.3. Klassifizierung bezüglich der Reglerimplementierung . . . . .	72
4.4. Klassifizierung der Regelungskonzepte bei unsicheren Regelstrecken . . . . .	73
4.5. Schematische Darstellung der zentralen Mehrgrößenregelung der Rotorlage . .	74
4.6. Signalflussplan des Mehrgrößenreglers nach (4.5) . . . . .	78
4.7. Verteilt realisierte (links) und kompakt realisierte (rechts) dezentrale Regelung der Rotorlage . . . . .	79

4.8. Sensor- und Aktorgruppierung am Rundtisch Prototyp 1 . . . . .	80
4.9. Signalfussplan des Mehrgrößenreglers (4.10) am RTP1 in verteilter Realisierung	81
4.10. Signalfussplan des Mehrgrößenreglers (4.11) am RTP1 in kompakter Realisierung	83
4.11. Signalfussplan der Aktorkräfte $\mathbf{F}_k$ in Abhängigkeit von der Rotorlage $\mathbf{x}_q$ bei dezentraler Regelung . . . . .	83
4.12. Signalfussplan der Aktorkräfte $\mathbf{F}_k$ in Abhängigkeit von der Rotorlage $\mathbf{x}_q$ bei zentraler Regelung . . . . .	84
4.13. Vergleich des Übergangsverhaltens der Rotorlage $x_z$ bzw. $x_{zd}$ bei zentraler und dezentraler Reglerimplementierung (Experiment, RTP1, $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ ) . . . . .	86
4.14. Vergleich des Übergangsverhaltens der Rotorlage $\phi_x$ bzw. $\phi_{xd}$ bei zentraler und dezentraler Reglerimplementierung (Experiment, RTP1, $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ ) . . . . .	86
4.15. Allgemeine Modellierung von Modellunsicherheiten (links) und parametrisiertes Unsicherheitsmodell (rechts) . . . . .	88
4.16. Darstellung parametrischer Unsicherheiten im Signalfussplan entsprechend (4.19) (links) und (4.20) (rechts) . . . . .	89
4.17. Modellierung der Modellunsicherheiten des linearisierten stromgesteuerten Ma- gnetlagermodells . . . . .	90
4.18. Zeitdiskretes Modell des offenen Lageregelkreises des Magnetlagers in einem Freiheitsgrad mit den unsicheren Streckenparametern $\hat{k}_i$ , $\hat{k}_s$ und $\hat{m}$ . . . . .	90
4.19. Nicholsdiagramm des offenen Lageregelkreises des Magnetlagers mit unsicheren Streckenparametern $\hat{k}_i$ und $\hat{k}_s$ (Simulation, RTP1, $x_z$ , $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ , $T_s = 0.5$ $\text{ms}$ , $T_f = 0.8 \text{ ms}$ , $T_i = 0.5 \text{ ms}$ ) . . . . .	91
4.20. Phasenreserve $\phi_R$ des offenen Lageregelkreises des Magnetlagers in Abhängig- keit von den normierten unsicheren Streckenparametern $k_i^n$ und $k_s^n$ (Simulation, RTP1, $x_z$ , $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ , $T_s = 0.5 \text{ ms}$ , $T_f = 0.8 \text{ ms}$ , $T_i = 0.5 \text{ ms}$ ) . . . . .	93
4.21. Darstellung zur geometrischen Berechnung der maximal zulässigen Parame- terunsicherheiten im ungünstigsten Fall (WC - engl. Worst Case) . . . . .	94
4.22. Empfindlichkeiten $\frac{\partial \phi_R}{\partial k_s^n}$ (links) und $\frac{\partial \phi_R}{\partial k_i^n}$ (rechts) in Abhängigkeit von den normierten unsicheren Streckenparametern $k_i^n$ und $k_s^n$ (Simulation, RTP1, $x_z$ , $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ , $T_s = 0.5 \text{ ms}$ , $T_f = 0.8 \text{ ms}$ , $T_i = 0.5 \text{ ms}$ ) . . . . .	95
4.23. Nichols-Diagramm des offenen Lageregelkreises mit unsicherer Rotorgesamt- masse $\hat{m}$ (Simulation, RTP1, $x_z$ , $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ , $T_s = 0.5 \text{ ms}$ , $T_f = 0.8 \text{ ms}$ , $T_i = 0.5 \text{ ms}$ ) . . . . .	96
4.24. Berechnete Phasenreserve $\phi_R$ des offenen Lageregelkreises des Magnetlagers in Abhängigkeit von der Rotorgesamtmasse $\hat{m}$ und von der Stromstellerdynamik $T_i$ (Simulation, RTP1, $x_z$ , $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ , $T_s = 0.5 \text{ ms}$ , $T_f = 0.8 \text{ ms}$ ) . . . . .	96
4.25. Empfindlichkeiten $\frac{\partial \phi_R}{\partial T_i^n}$ (links) und $\frac{\partial \phi_R}{\partial m^n}$ (rechts) in Abhängigkeit von den normierten unsicheren Streckenparametern $m^n$ und $T_i^n$ (Simulation, RTP1, $x_z$ , $T_\Sigma = 5 \text{ ms}$ , $T_s = 0.5 \text{ ms}$ , $T_f = 0.8 \text{ ms}$ ) . . . . .	97



4.26. Führungssprungantworten der Gleitzustandsregelung bei einer Sollwertänderung von $\Delta x_z^{Soll} = 40 \mu m$ in vertikaler Rotorrichtung $x_z$ für zwei unterschiedliche Rotormassen $m$ (Experiment, RTP1, $x_z$ , $T_\Sigma = 5 ms$ , $T_s = 0.5 ms$ , $T_i = 0.5 ms$ ) . . . . .	100
4.27. Störverhalten der Gleitzustandsregelung bei einer Kraftänderung von $\Delta F_{St} = 2 kN$ in vertikaler Rotorrichtung $x_z$ für zwei unterschiedliche Rotormassen $m$ (Experiment, RTP1, $x_z$ , $T_\Sigma = 5 ms$ , $T_s = 0.5 ms$ , $T_i = 0.5 ms$ ) . . . . .	101
4.28. Statistische Auswertung des stationären Lagesignals, Kenngrößen $\bar{x}_z = 0 \mu m$ und $\sigma_{x_z} = 3.149 \mu m$ (Experiment, RTP1, $x_z$ , $T_s = 0.5 ms$ ) . . . . .	101
5.1. Matrix der Führungsfrequenzgänge (gestrichelt) im Vergleich zur ideal entkoppelten Regelung (Experiment, RTP1, $T_\Sigma = 5 ms$ ) . . . . .	105
5.2. Schwingungsformen des Rotors ( $m = 1867 kg$ ) mit den zugehörigen Eigenfrequenzen $f_e$ und der maximalen Auslenkung $x_{max}$ (Simulation, RTP1, $F = 1 kN$ , Comsol) . . . . .	107
5.3. Schwingungsformen des Rotors ( $m = 3380 kg$ ) mit den zugehörigen Eigenfrequenzen $f_e$ und der maximalen Auslenkung $x_{max}$ (Simulation, RTP2, $F = 1 kN$ , Comsol) . . . . .	108
5.4. Schwerpunktvektor $r_{BC}$ des Massenschwerpunktes $C$ bezüglich des Referenzpunktes $B$ der Koordinatentransformation . . . . .	109
5.5. Amplitudenfrequenzgänge mit und ohne Kompensation der Massenmatrix (5.4) (Experiment, RTP1, $T_\Sigma = 5 ms$ ) . . . . .	111
5.6. Rotorlageerfassung durch die Sensoren $S1$ und $S5$ bei räumlicher Rotorausdehnung und Drehung um den Bezugspunkt $M_R$ und $B$ . . . . .	112
5.7. Matrix der Führungsfrequenzgänge bei nicht exakter Koordinatentransformation (gestrichelt) im Vergleich zur ideal entkoppelten Regelung (Simulation, RTP1, $T_\Sigma = 5 ms$ ) . . . . .	115
5.8. Schematischer Aufbau des Magnetlagerversuchsstands MA400 . . . . .	117
5.9. Online-Massenidentifikation für einen Freiheitsgrad . . . . .	118
5.10. Konvergenzverhalten der Online-Parameteridentifikation (links) und dynamische Anregung des Schwebekörpers (rechts) (Experiment, Versuchsstand MA400)	119
5.11. Rotorlage (links) und Aktorsollstrom (rechts) beim Bohren einer Rotornabe (Experiment, RTP2, $T_\Sigma = 12 ms$ , $m_w \approx 1900 kg$ , $n_B = 500 min^{-1}$ , $d_B = 30 mm$ ) . . . . .	121
5.12. Fourieranalyse des Lagesignals $x_y$ aus Abbildung 5.11 . . . . .	122
5.13. Fourieranalyse des Stromsignals $i_y$ aus Abbildung 5.11 . . . . .	122
5.14. Nachgiebigkeitsfrequenzgang nach (3.33) (Simulation, RTP2, $m = 3380 kg$ , $m_W = 1900 kg$ ) . . . . .	123
5.15. Werkzeugmaschine mit integriertem Magnetlager (links) und vereinfachtes Zweimassenmodell (rechts) . . . . .	124

5.16. Nachgiebigkeitsfrequenzgang $ G_M^{x_1}(j \cdot \omega) $ des Zweimassenmodells für $T_\Sigma = 10$ $ms$ und $T_\Sigma = 25 ms$ . . . . .	126
5.17. Nachgiebigkeitsfrequenzgang $ G_M^{x_3}(j \cdot \omega) $ des Zweimassenmodells für $T_\Sigma = 10$ $ms$ und $T_\Sigma = 25 ms$ . . . . .	126
5.18. Modell zur Simulation des Regenerativeffektes nach [61] und [62] . . . . .	127
5.19. Nyquistdiagramm von $G_M^{x_1}$ (links) und Abhängigkeit des Realteils $\Re\{G_M^{x_1}(j \cdot \omega)\}$ von $T_\Sigma$ (rechts) . . . . .	128
5.20. Dynamisches Verhalten der Stromregelung bei kontinuierlicher Regelung (links) und bei Gleitzustandsregelung (rechts) (Experiment, $U_{DC} = 70 V$ , $T_A = 11 ms$ )	130
5.21. Sprungantwort und Störverhalten der Stromregelung bei kontinuierlicher Re- gelung (links) und bei Gleitzustandsregelung (rechts) (Simulation, $f_{PWM} = 2$ $kHz$ , $U_{DC} = 70 V$ , $T_A = 11 ms$ ) . . . . .	130
5.22. Zeitdiskretes Modell des kaskadierten Magnetlagerreglers mit variabel einstell- barer Lagerdämpfung durch den Dämpfungsoperator $\delta_D$ . . . . .	133
5.23. Zeitdiskretes Modell des kaskadierten Magnetlagerreglers mit variabel einstell- barer Lagerdämpfung und -steifigkeit . . . . .	134
5.24. Nicholsdiagramm des offenen Magnetlagerregelkreises. (Simulation, RTP1, $x_z$ , $T_\Sigma = 5 ms$ , $T_i = 0.5 ms$ , $T_f = 1 ms$ , $T_s = 0.5 ms$ , $p_S = 1$ , $p_D = 1$ ) . . . . .	135
5.25. Störverhalten mit und ohne Steifigkeits- und Dämpfungsanpassung für $T_\Sigma = 5$ $ms$ (links) und $T_\Sigma = 7 ms$ (rechts) (Experiment, RTP1, $x_z$ , $T_i = 0.5 ms$ , $T_f = 1 ms$ , $T_s = 0.5 ms$ , $p_S = 1$ , $p_D = 1$ ) . . . . .	136
5.26. Amplituden- und Phasenreserve des offenen Magnetlagerregelkreises in Abhän- gigkeit von $p_S \cdot \delta_S$ und $p_D \cdot \delta_D$ (Simulation, RTP1, $x_z$ , $T_\Sigma = 5 ms$ , $T_s = 0.5$ $ms$ , $T_f = 1 ms$ , $T_i = 0.5 ms$ ) . . . . .	137
5.27. Stabilitätsbereich und Optimalbereich in Abhängigkeit von $p_S \cdot \delta_S$ und $p_D \cdot \delta_D$ (Simulation, RTP1, $x_z$ , $T_\Sigma = 5 ms$ , $T_s = 0.5 ms$ , $T_f = 1 ms$ , $T_i = 0.5 ms$ ) . .	137
6.1. Möglichkeiten zur Vereinfachung der Erstinbetriebnahme von Magnetlagern mit fünf Freiheitsgraden . . . . .	141
A.1. Sensor- und Aktoranordnung RTP1 Draufsicht (links) und Seitenansicht (rechts)	159
A.2. Signalfussplan des Mehrgrößenreglers (4.10) am RTP1 . . . . .	164
B.1. Sensor- und Aktoranordnung RTP2 Draufsicht (links) und Seitenansicht (rechts)	167
C.1. Sensor- und Aktoranordnung RTP3 Draufsicht (links) und Seitenansicht (rechts)	175

## Tabellenverzeichnis

3.1. Anlagenparameter von RTP1 im Freiheitsgrad $x_z$ . . . . .	64
4.1. Regelstreckenparameter bei zentraler Mehrgrößenregelung im Arbeitspunkt .	76
4.2. Reglerparameter bei symmetrisch optimierter zentraler Mehrgrößenregelung .	77
4.3. Lineare Regelstreckenparameter im Arbeitspunkt bei dezentraler Mehrgrößenregelung . . . . .	81
4.4. Reglerparameter bei dezentraler Regelung . . . . .	85
4.5. Legende zum Nichols-Diagramm in Abbildung 4.19 . . . . .	92
4.6. Legende zum Nichols-Diagramm in Abbildung 4.23 . . . . .	96
5.1. Koordinaten des Schwerpunktvektors $r_{BC}$ bei der Messung in Abbildung 5.5	111
5.2. Konstruktionsabhängige Parameter der Rotorabmessungen und der Sensor- und Aktoranordnung im Statorgehäuse . . . . .	113
5.3. Verringerung der Rotorauslenkung bei Vergößerung der Lagersteifigkeit durch Änderung von $T_\Sigma = 12 \text{ ms}$ auf $T_\Sigma = 6 \text{ ms}$ (RTP2) . . . . .	123
5.4. Simulationsparameter des Zweimassenmodells in Abbildung 5.15 . . . . .	124
5.5. Legende zum Nicholsdiagramm in Abbildung 5.24. . . . .	135
5.6. Legende zum Störverhalten in Abbildung 5.25. . . . .	135
A.1. Geometrie- und Masseparameter des RTP1 . . . . .	157
A.2. Lineare Regelstreckenparameter $k_i$ , $k_s$ und $T_i$ im Arbeitspunkt . . . . .	158
B.1. Geometrie- und Masseparameter des RTP2 . . . . .	165
B.2. Lineare Regelstreckenparameter $k_i$ , $k_s$ und $T_i$ im Arbeitspunkt . . . . .	166
C.1. Geometrie- und Masseparameter des RTP3 . . . . .	173
C.2. Lineare Regelstreckenparameter $k_i$ , $k_s$ und $T_i$ im Arbeitspunkt . . . . .	174



## 7. Literaturverzeichnis

### 7.1. Allgemeine Literaturquellen

- [1] Andelin, J. und Carson, N. „New Ways: Tiltrotor Aircraft and Magnetically Levitated Vehicles“. In: Congress of the United States Office of Technology Assessment. Washington, DC, 1991. ISBN: O-16-035630-X.
- [2] Hartavi, A.E., Tuncay, R.N. und Sahinkaya, M.N. „The Effect of Current Control Strategies on Power Consumption of a Magnetically Levitated Turbomolecular Pump“. In: IPEMC 2006, Power Electronics and Motion Control Conference. Shanghai, 2006, S. 1–5. ISBN: 1-4244-0448-7.
- [3] Subkhan, M. und Komori, M. „New Concept for Flywheel Energy Storage System Using SMB and PMB“. In: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*. 2011.
- [4] Pesch, A.H. u. a. „Magnetic Bearing Spindle Tool Tracking Through  $\mu$ -Synthesis Robust Control“. In: *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 20.3 (2015), S. 1448–1457. ISSN: 1083-4435.
- [5] Kroll, M. „In der Wärme liegt die Kraft - Hochgeschwindigkeitsturbine zur Verstromung von Prozesswärme“. In: *Messtec Drives Automation Drives & Motion*.6 (2012), S. 32–33.
- [7] Axionova, M. und Chamov, G. *Enzyklopedija dlja ditej, Technica*. International Centre of Educational Systems, 1999. ISBN: 5-8483-0001-1.
- [8] Petzold, O. „Modellbildung und Untersuchung eines magnetisch gelagerten Rundtisches“. Diss. Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2005.
- [9] Kyotani, Y. „Recent progress by JNR on Maglev“. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 24.2 (1988), S. 804–807. ISSN: 0018-0464. DOI: 10.1109/20.11346.
- [10] Ruskowski, M. „Aufbau und Regelung aktiver Magnetführungen“. Diss. Universität Hannover, 2004.
- [11] Andriollo, M. u. a. „Minimization of the Induced Current Effects in the Shields of SC coils in EDS-MAGLEV Trains“. In: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* 5.2 (1995), S. 604–609. ISSN: 1051-8223. DOI: 10.1109/77.402623.
- [12] Siems, S. O. und Canders, W. R. „Advances in the Design of Superconducting Magnetic Bearings for Static and Dynamic Applications“. In: *Superconductor Science and Technology* 18 (2005), S. 86–89.

- [13] Traxler, A. „Eigenschaften und Auslegung von berührungsfreien elektromagnetischen Lagern“. Diss. Technische Hochschule Zürich, 1985.
- [14] Neugebauer, R. *Werkzeugmaschinen*. Aufbau, Funktion und Anwendung von spanenden und abtragenden Werkzeugmaschinen. Springer Vieweg, 2012. ISBN: 978-3-642-30077-6.
- [15] *KEHREN Grinding Technology :: Kehren - Schleifzentrum - Schleifzentren der Spitzenklasse - Vertikale Schleifzentren Ri Schleifmaschinen Rundtisch Flachsleifmaschinen Führungsbahnschleifen Schleifspindel*. URL: <http://www.kehren.com/> (besucht am 23.01.2016).
- [16] Banucu, R. u. a. „Automated Optimization in the Design of a Magnetically Levitated Table for Machine Tool Applications“. In: *IEEE Transactions on Magnetics*. Bd. 46. 46. Aug. 2010.
- [17] Lahdo, M. und Kovalev, S. „A Novel High-Precision Magnetic Levitation System“. In: *IKMT 2015 10. ETG/GMM-Fachtagung, Innovative Klein-, und Mikroantriebstechnik*. Köln: VDE Verlag, 2015. ISBN: 978-3-8007-4072-7.
- [18] Weinert, K. *Spanende Fertigung*. 4. Ausgabe. Vulkan-Verlag GmbH, 2005. ISBN: 3-8027-2935-8.
- [19] Stapelfeldt, G. „Ein Beitrag zur Entwicklung dynamischer Zusatzsysteme zur Beseitigung von Ratterschwingungen an spanenden Werkzeugmaschinen“. Diss. Technische Hochschule RWTH Aachen, 1979.
- [20] Waibel, M. „Aktive Zusatzsysteme zur Schwingungsreduktion an Werkzeugmaschinen“. Diss. Technische Universität München, 2012.
- [21] Palis, S., Stamann, M. und Schallschmidt, T. „Nonlinear control design for magnetic bearings via automatic differentiation“. In: *EPE-PEMC Power Electronics and Motion Control Conference*. Poznan, 2008. ISBN: 978-83-921340-6-0.
- [22] Palis, S., Stamann, M. und Schallschmidt, T. „Rechnergestützter Reglerentwurf für ein Magnetlager mit Scilab/Scicos-RTAI“. In: *10. EKA Fachtagung Entwurf komplexer Automatisierungssysteme*. Magdeburg, 2008. ISBN: 978-3-940961-01-3.
- [23] Stamann, M., Schallschmidt, T. und Leidhold, R. „Electromagnetic Rotary Tables for Mill and Drill Machining“. In: *WSEAS Transactions on Systems and Control* 9 (2014), S. 199–207. ISSN: 2224-2856.
- [28] Schallschmidt, T., Draganov, D. und Palis, F. „Design and Experimental Investigation of a Magnetically Suspended Rotary Table“. In: 12. European Conference on Power Electronics and Applications. 2007. ISBN: 978-92-75815-10-8.
- [29] Schallschmidt, T., Draganov, D. und Palis, F. „Adaptive Fuzzy Control of Magnetically Suspended Rotary Table“. In: *EPE-PEMC Power Electronics and Motion Control Conference*. Poznan, 2008. ISBN: 978-83-921340-6-0.

- [30] Palis, S., Stamann, M. und Schallschmidt, T. „Nonlinear Adaptive Control of Magnetic Bearings“. In: *EPE 2007 European Power Electronics and Drives*. Aalborg: IEEE, 2007. ISBN: 978-92-75815-10-8. DOI: 10.1109/EPE.2007.4417209.
- [31] Draganov, D. „Entwurf und Regelung des Magnetlagers eines Rundtisches“. Diss. Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2012.
- [32] Schallschmidt, T. „Modellbasierte Regelung magnetisch gelagerter Rundtische“. Diss. Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2012.
- [33] Weidenmüller, F. u. a. „Aufbau des digitalen Reglers am Beispiel PID-Regler, Regelung nach dem Prinzip der Lokalisation“. In: 9. Workshop Magnetlagertechnik Zittau-Chemnitz. Chemnitz, 2013.
- [34] Kasper, R. und Pasichnyk, R. „Modellierung eines magnetgelagerten Rundtisches“. In: *6. MMT Magdeburger Maschinenbau-Tage, Intelligente technische Systeme und Prozesse - Grundlagen, Entwurf, Realisierung*. Magdeburg, 2003, S. 49–56. ISBN: 978-3-8325-0338-2.
- [35] Wuchatsch, J. und Gabbert, U. „Simulation eines Magnetrundtisches unter Nutzung elastischer Mehrkörpermodelle“. In: *6. MMT Magdeburger Maschinenbau-Tage, Intelligente technische Systeme und Prozesse - Grundlagen, Entwurf, Realisierung*. Magdeburg, 2003, S. 133–138. ISBN: 978-3-8325-0338-2.
- [36] Schöb, R. „Theorie und Praxis der Magnetlagertechnik - Eine kurze Einführung“. Johannes Kepler Universität Linz, 2009.
- [37] Fischer, S. *Mechanische Schwingungen*. 3., verbesserte Auflage. Fachbuchverlag Leipzig-Köln, 1993. ISBN: 3-343-00841-9.
- [38] Hohenbichler, N. und Six, K. „Potenziale aktiver und semiaktiver Skyhook-Regelgesetze in der Sekundärfederstufe von Schienenfahrzeugen“. In: *Automatisierungstechnik* 54 (2006), S. 130–138.
- [39] Mess, M., Sonnenburg, R. und Honrath, S. „Die Regelung von Luft-Feder-Dämpfern im Vergleich zur Regelung hydraulischer Dämpfer“. In: *IUTAM Symposium on Vibration Control of Nonlinear Mechanisms and Structures*. Bd. VDI-Berichte. München: Springer, 2005, S. 339–352. ISBN: 1-4020-4160-8.
- [40] Lutz, H. und Wendt, W. *Taschenbuch der Regelungstechnik*. 5. Aufl. Verlag Harri Deutsch, 2003. ISBN: 3-8171-1705-1.
- [41] Ehmann, C. „Methoden und Komponenten für die Realisierung aktiver Schwingungsdämpfung“. Diss. Technische Universität Darmstadt, 2004.
- [42] Adamy, J. *Nichtlineare Regelungen*. Springer, 2009. ISBN: 978-3-642-00793-4.
- [43] Mayer, D. „Regelung und Identifikation aktiver mechanischer Strukturen mit adaptiven digitalen Filtern“. Diss. Technische Universität Darmstadt, 2003.
- [44] Schröder, D. *Elektrische Antriebe - Regelung von Antriebssystemen*. 4. Aufl. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2015. ISBN: 978-3-642-30095-0.

- [45] Tammi, K., Hätönen, J. und Daley, S. „Novel adaptive Repetitive Algorithm for active Vibration Control of a Variable-Speed-Rotor“. In: *Journal of Mechanical Science and Technology* 21 (2007), S. 855–859.
- [46] Kyungbae, C. und Gwitae, P. „A Novel Method of Adaptive Repetitive Control for Optical Disk Drivers“. In: *ICCS*. Bd. 4. ISRL Korea University, 2006, S. 987–990.
- [47] Isermann, R. *Identifikation dynamischer Systeme 1, Grundlegende Methoden*. 2. Auflage. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 1992. ISBN: 3-540-54924-2.
- [48] Schlitt, H. *Stochastische Vorgänge in linearen und nichtlinearen Regelkreisen*. Hrsg. von Vieweg & Sohn GmbH. VEB Verlag Technik Berlin, 1968.
- [49] Isermann, R. *Identifikation dynamischer Systeme 2, Besondere Methoden, Anwendungen*. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 1993. ISBN: 3-540-55468-8.
- [50] Alizadeh, A. „Robuste Regelung zur aktiven Schwingungsdämpfung elastischer Rotoren mit Piezo-Stapelaktoren“. Diss. Technische Universität Darmstadt, 2005.
- [51] Lunze, J. *Regelungstechnik 1 - Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen*. 10. Springer Vieweg, 2014. ISBN: 978-3-642-53908-4.
- [52] Schweitzer, G., Traxler, A. und Bleuler, H. *Magnetlager*. Springer, 1993. ISBN: 3-540-55868-3.
- [53] Riefenstahl, U. *Elektrische Antriebssysteme*. 3. Vieweg, 2010.
- [54] Schönhoff, U. „Practical Robust Control of Mechatronic Systems with Structural Flexibilities“. Diss. Technische Universität Darmstadt, 2003.
- [55] Ulmer, T. M. „Entwurf eines robusten Kennfeldreglers für die Längsbewegung eines generischen Jet-Trainers mittels Hinf-Loop-Shaping“. Diss. Universität Stuttgart, 2007.
- [56] Utkin, V., Guldner, J. und Shi, J. *Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems*. Second Edition. CRC Press Taylor & Francis Group, 2009. ISBN: 978-1-4200-6560-2.
- [57] Adamy, J. *Strukturvariable Regelungen mittels impliziter Ljapunov-Funktionen*. Universität Dortmund, Okt. 1991.
- [58] Gao, W. und Hung, J. C. „Variable Structure Control of Nonlinear Systems“. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. Bd. 40. 1993, S. 45–55.
- [60] Palis, S. *Modellbildung, Entwurf und experimentelle Erprobung einer nichtlinearen Regelung für den Magnetlagerversuchsstand MA400*. Diplomarbeit. Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2006.
- [61] Weck, M. *Werkzeugmaschinen*. Messtechnische Untersuchung und Beurteilung. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2001. ISBN: 3-540-67615-5.
- [62] Tönshoff, H. K. *Werkzeugmaschinen*. Grundlagen. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 1995. ISBN: 3-540-58674-1.



- [65] Bahr, F. u. a. „Erfassung der Luftspaltinduktion aktiver Magnetlager auf Basis ultra-dünner, flexibler Hall-Sensoren“. In: 9. Workshop Magnetlagertechnik Zittau-Chemnitz. Chemnitz, 2013.
- [66] Richter, M. u. a. „Untersuchung und Erhöhung der Praxistauglichkeit sensorloser Magnetlager nach dem "Direct Digital Inductance Estimation Konzept“. In: 9. Workshop Magnetlagertechnik Zittau-Chemnitz. Chemnitz, 2013.

## 7.2. Patente

- [6] „Turbine mit einer magnetisch gelagerten Welle“. DE 44 44 587 A1. Ries, G. und Thiele, R. 20. Juni 1996.
- [24] „Werkzeugmaschinensystem“. DE 196 28 921 A1. Wiemers, K. H. 4. Okt. 1997.
- [25] „Verfahren und Vorrichtung zur mechanischen Bearbeitung von Werkstücken und zur Montage/Demontage von Baugruppen“. DE 199 34 291 A1. Wiemers, K. H. 17. Feb. 2000.

## 7.3. Betreute wissenschaftliche Arbeiten

- [26] Dreyschultze, C. *Design of a Robust Adaptive Control for a 5-dof Magnetic Bearing System*. Diplomarbeit. Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2013.
- [27] Schulze-Max, C. *Parameteridentifikation für eine magnetische Lagerung mit fünf Freiheitsgraden*. Diplomarbeit. Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2014.
- [59] Leps, K. *Mehrgrößenregelung eines magnetisch gelagerten Rundtisches mit Schrägmagnetanordnung*. Masterarbeit. Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2016.
- [63] Liu, Y. *Mehrgrößenregelung aktiv magnetisch gelagerter Maschinenrundtische*. Diplomarbeit. Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2014.
- [64] Symonenkova, D. *Parameteridentifikation für eine magnetische Lagerung mit 5 Freiheitsgraden*. Masterarbeit. Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2010.



## A. Rundtisch Prototyp 1 (RTP1)

Rundtisch Prototyp 1 ist ein magnetisch gelagerter Maschinenrundtisch, dessen Rotor mit Hilfe von 20 Hybridmagneten, 6 Wirbelstromlagesensoren und einem Torque-Motor mit Drehgeber in einem Luftspalt von  $1.3 \text{ mm}$  in 6 Freiheitsgraden positioniert werden kann. Die Aktorik teilt sich in 16 Hubmagnete und 4 Zentriermagnete auf, die jeweils in Differenzanordnung (siehe Abschnitt 3.2.1) verschaltet sind. Als Sensorik werden 4 Wirbelstromlagesensoren in der unteren Ebene zur vertikalen Lageerfassung und 2 Wirbelstromlagesensoren zur horizontalen Lageerfassung verwendet, die im Umfang des Statorgehäuses angeordnet sind.

### A.1. Konstruktive Anlagenparameter

In Tabelle A.1 sind die konstruktiven Parameter des RTP1 zusammengestellt. Dabei wurde bezüglich der Masse und der Trägheitsmomente des Rotors zwischen dem Rotor mit und ohne montierte Aufspannplatte unterschieden.

Sensorradius	Tragmagnetradius
$r_s = 0.422 \text{ m}$	$r_{tm} = 0.322 \text{ m}$
Auflagehöhe	Zentriermagnethöhe
$z_0 = 0.00044 \text{ m}$	$h_{zm} = 0.055 \text{ m}$
Rotormasse ohne Aufspannplatte	Rotormasse mit Aufspannplatte
$m = 1258 \text{ kg}$	$m = 1867 \text{ kg}$
Trägheitsmomente ohne Aufspannplatte	Trägheitsmomente mit Aufspannplatte
$J_{xx} = 129.70 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$J_{xx} = 347.92 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
$J_{yy} = 129.70 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$J_{yy} = 347.92 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
$J_{zz} = 130.95 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$J_{zz} = 223.27 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

**Tabelle A.1.** – Geometrie- und Masseparameter des RTP1

## A.2. Regelstreckenparameter

Die in den Arbeitspunkten  $\mathbf{x}_x^{AP}$ ,  $\mathbf{x}_y^{AP}$ ,  $\mathbf{x}_z^{AP}$ ,  $\mathbf{x}_{\phi_x}^{AP}$  und  $\mathbf{x}_{\phi_y}^{AP}$  experimentell ermittelten linearen Regelstreckenparameter  $k_i$ ,  $k_s$  und  $T_i$  sind in Tabelle A.2 aufgeführt. Für eine kleine Strom- bzw. Wegänderung geben  $k_i$  und  $k_s$  die jeweilige Empfindlichkeit der Magnetkraftänderung im Arbeitspunkt AP an. Mit der Zeitkonstanten  $T_i$  wird die Dynamik der Stromregelung des stromgesteuerten Magnetlagers beschrieben.

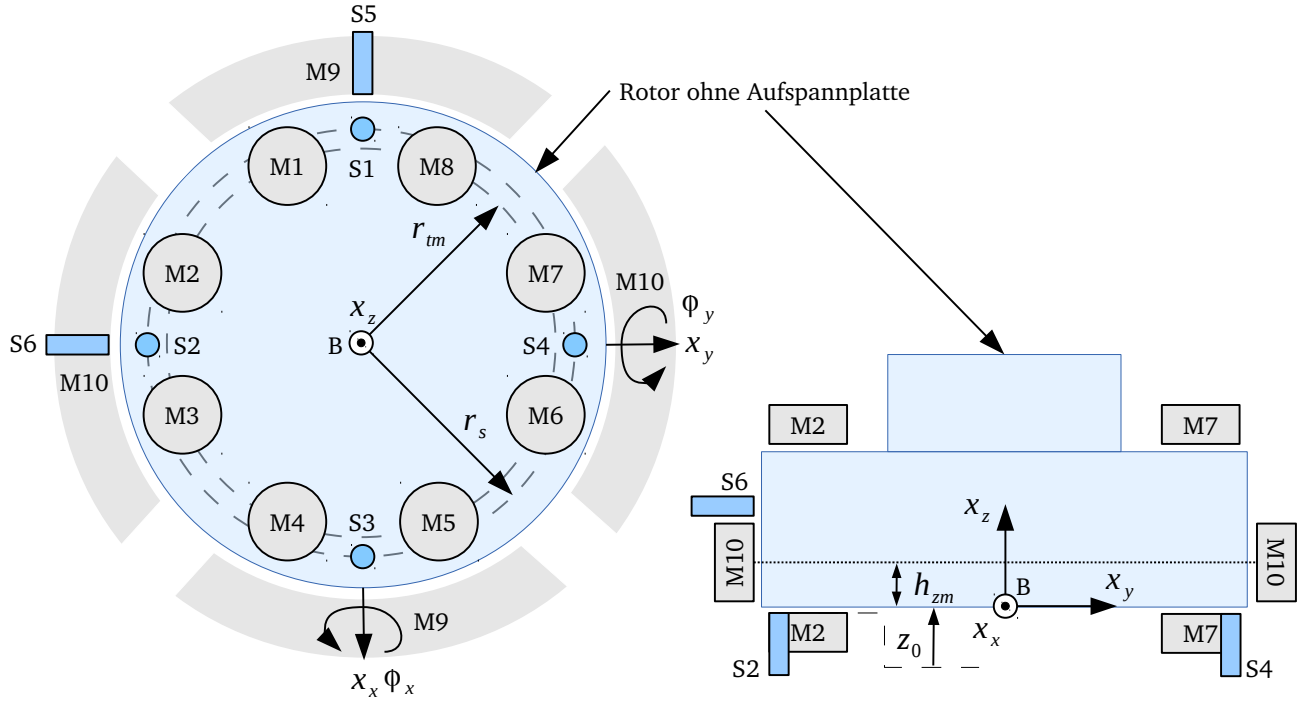
$$\mathbf{x}_z^{AP} = (0.595 \cdot 10^{-3} \text{ m}, 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 0 \text{ A})^T \quad \mathbf{x}_{x/y/\phi_x/\phi_y}^{AP} = (0 \text{ m/rad}, 0 \frac{\text{m/rad}}{\text{s}}, 0 \text{ A})^T$$

Parameter	$x_z/\phi_x/\phi_y$ - Koordinate	$x_x/x_y$ - Koordinate
$k_i$	$0.53 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{A}}$	$1.57 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{A}}$
$k_s$	$110.6 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}}$	$58 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}}$
$T_i$	$0.22 \cdot 10^{-3} \text{ s}$	$0.40 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

**Tabelle A.2.** – Lineare Regelstreckenparameter  $k_i$ ,  $k_s$  und  $T_i$  im Arbeitspunkt

### A.3. Koordinatentransformation

Abbildung A.1 verdeutlicht die Anordnung der Wirbelstromsensoren und der Magnetaktoren relativ zur Rotorgeometrie. In der Darstellung ist der Ursprung  $B$  und die Ausrichtung des statorfesten Bezugskoordinatensystems gekennzeichnet. Die räumliche Lage von  $B$  resultiert aus der Arbeit [8], in der  $B$  zentrisch im Rotorgehäuse auf Auflagehöhe  $z_0$  des Rotors festgelegt wurde.



**Abbildung A.1.** – Sensor- und Aktoranordnung RTP1 Draufsicht (links) und Seitenansicht (rechts)

#### A.3.1. Transformation der Sensorluftspalte

Aus dem Lagevektor  $\mathbf{x}_q$ , der die eindeutige Lage des Rotors im Luftspalt bezüglich seiner fünf Freiheitsgrade beschreibt, ist es möglich, den Sensorsignalvektor  $\mathbf{x}_s$  abzuleiten. Mit Hilfe der Gleichungen (A.1) und (A.2) können die Sensorsignale  $s_1$  und  $s_5$ , die den Luftspaltlängen zwischen Sensor und Rotor entsprechen, berechnet werden. Alle übrigen Sensorluftspaltlängen ergeben sich analog zu (A.1) und (A.2) gemäß ihrer Lage im statorfesten Koordinatensystem.

$$s_1 = x_z + r_s \cdot \tan(\phi_y) \quad (\text{A.1})$$

$$s_5 = x_x \quad (\text{A.2})$$

Bedingt durch den kleinen Luftspalt sind nur sehr kleine Winkeländerungen  $\phi_x$  und  $\phi_y$  möglich, sodass die Näherung (A.3) verwendet werden kann. Mit (A.3) kann (A.1) näherungsweise auch durch (A.4) ersetzt werden.

$$\tan(\phi) = \phi \quad \phi \ll 1 \quad (\text{A.3})$$

$$s_1 = x_z + r_s \cdot \phi_y \quad (\text{A.4})$$

Die vollständige Koordinatentransformation wird durch die folgenden Gleichungen (A.5) in Matrixschreibweise beschrieben.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_s} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & r_s \\ 0 & 0 & 1 & -r_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -r_s \\ 0 & 0 & 1 & r_s & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{J}_{BS}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} x_x \\ x_y \\ x_z \\ \phi_x \\ \phi_y \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_q} \quad (\text{A.5})$$

Da die Rotorlage durch 6 unabhängige Wegsensoren erfasst wird, kann die Transformationsmatrix  $\mathbf{J}_{SB}$  (A.6) als Pseudoinverse von  $\mathbf{J}_{BS}$  (2.34) zur Umrechnung des Messvektors  $\mathbf{x}_s = (s_1, \dots, s_6)^T$  auf den Lagevektor  $\mathbf{x}_q = (x, y, z, \phi_x, \phi_y)^T$  verwendet werden.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} x_x \\ x_y \\ x_z \\ \phi_x \\ \phi_y \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_q} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2 \cdot r_s} & 0 & \frac{1}{2 \cdot r_s} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2 \cdot r_s} & 0 & -\frac{1}{2 \cdot r_s} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{J}_{SB}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_s} \quad (\text{A.6})$$

In die Transformationsmatrizen  $\mathbf{J}_{SB}$  und  $\mathbf{J}_{BS}$  fließt als konstruktiver Parameter lediglich der Sensorradius  $r_s$  ein.

### A.3.2. Transformation der Aktorluftspalte

Zur Berechnung der Aktorkräfte und -momente ist es erforderlich, die Luftspaltlängen zwischen dem Rotor und den Magnetaktoren aus dem Lagevektor  $\mathbf{x}_q$  bestimmen zu können. Dazu muss die räumliche Anordnung der Magnetaktoren innerhalb der Transformationsmatrix  $\mathbf{J}_{BA}$  Berücksichtigung finden. Für den Tragmagnet (M1) und den Zentriermagnet (M9) ergeben sich (A.7) und (A.8). Alle übrigen Aktorluftspalte werden analog dazu berechnet, sodass sich die Transformation (A.10) ableiten lässt.

$$s_{M1} = x_z - r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \cdot \tan(\phi_x) + r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \cdot \tan(\phi_y) \quad (\text{A.7})$$

$$s_{M9} = x_x \quad (\text{A.8})$$

Für kleine Winkeländerungen  $\phi_x$  und  $\phi_y$  kann auch hier die Näherung (A.3) angewendet werden, sodass sich (A.7) zu (A.9) vereinfacht.

$$s_{M1} = x_z - r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \cdot \phi_x + r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \cdot \phi_y \quad (\text{A.9})$$

Für alle Magnetluftspaltlängen des RTP1 ergibt sich die Transformationsbeziehung (A.10).

$$\underbrace{\begin{pmatrix} s_{M1} \\ s_{M2} \\ s_{M3} \\ s_{M4} \\ s_{M5} \\ s_{M6} \\ s_{M7} \\ s_{M8} \\ s_{M9} \\ s_{M10} \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_m} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) & r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \\ 0 & 0 & 1 & -r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) & r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \\ 0 & 0 & 1 & -r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) & -r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \\ 0 & 0 & 1 & -r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) & -r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \\ 0 & 0 & 1 & r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) & -r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \\ 0 & 0 & 1 & r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) & -r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \\ 0 & 0 & 1 & r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) & r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \\ 0 & 0 & 1 & r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) & r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{J}_{BA}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} x_x \\ x_y \\ x_z \\ \phi_x \\ \phi_y \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_q}. \quad (\text{A.10})$$

Mit Hilfe der konstruktionsabhängigen Parameter  $p_1$  und  $p_2$  in (A.11) kann die analytische Beschreibung der Inversen  $\mathbf{J}_{AB}$  (A.12) von  $\mathbf{J}_{BA}$  vereinfacht angegeben werden.  $\mathbf{J}_{AB}$  (A.12) ermöglicht es, die Rotorlage  $\mathbf{x}_q$  in kartesischen Koordinaten relativ zum Bezugspunkt  $B$  aus den Aktorluftspalten  $\mathbf{x}_m$  zu berechnen.

$$p_1 = \frac{1}{4 \cdot r_{tm}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \quad p_2 = \frac{1}{4 \cdot r_{tm}} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \quad (\text{A.11})$$



$$\underbrace{\begin{pmatrix} x_x \\ x_y \\ x_z \\ \phi_x \\ \phi_y \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_q} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & 0 & 0 \\ p_1 & -p_2 & -p_2 & -p_1 & p_1 & p_2 & p_2 & p_1 & 0 & 0 \\ p_2 & p_1 & -p_1 & -p_2 & -p_2 & -p_1 & p_1 & p_2 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{J}_{AB}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} s_{M1} \\ s_{M2} \\ s_{M3} \\ s_{M4} \\ s_{M5} \\ s_{M6} \\ s_{M7} \\ s_{M8} \\ s_{M9} \\ s_{M10} \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_m}. \tag{A.12}$$

## A.4. Dezentrales Regelungskonzept

Die Umsetzung der dezentralen Regelung am RTP1 basiert auf einer gruppenweisen Ansteuerung der Aktoren und einer entsprechenden Zuordnung der Sensoren wie in Abbildung 4.8 dargestellt.

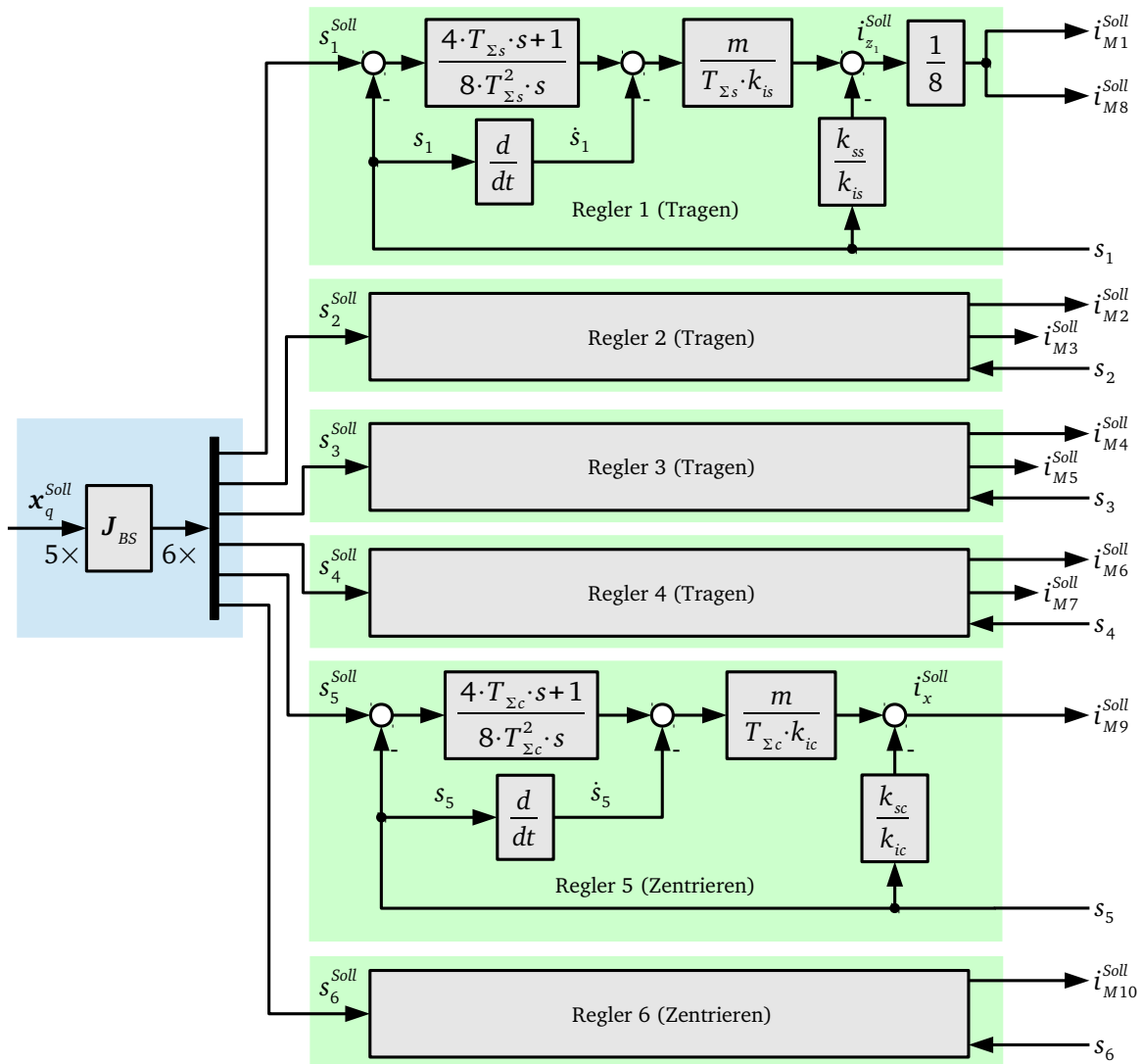


Abbildung A.2. – Signalflussplan des Mehrgrößenreglers (4.10) am RTP1

## B. Rundtisch Prototyp 2 (RTP2)

Rundtisch Prototyp 2 ist ein magnetisch gelagerter Maschinenrundtisch, dessen Rotor mit Hilfe von 32 Hybridmagneten, 8 Wirbelstromlagesensoren und einem Torque-Motor mit Drehgeber in einem Luftspalt von  $1.0\text{ mm}$  in 6 Freiheitsgraden positioniert werden kann. Die Aktorik teilt sich in 24 Hubmagnete und 8 Zentriermagnete auf, die jeweils in Differenzanordnung (siehe Abschnitt 3.2.1) verschaltet sind. Als Sensorik werden 4 Wirbelstromlagesensoren in der unteren Ebene zur vertikalen Lageerfassung und 4 Wirbelstromlagesensoren zur horizontalen Lageerfassung verwendet, die im Umfang des Statorgehäuses angeordnet sind.

### B.1. Konstruktive Anlagenparameter

In Tabelle A.1 sind die konstruktiven Parameter des RTP2 zusammengestellt. Dabei wurde bezüglich der Masse und der Trägheitsmomente des Rotors zwischen dem Rotor mit und ohne montierte Aufspannplatte unterschieden.

Sensorradius	Tragmagnetradius
$r_s = 0.590\text{ m}$	$r_{tm} = 0.700\text{ m}$
Auflagehöhe	Zentriermagnethöhe
–	$h_{zm} = 0.154\text{ m}$
Rotormasse ohne Aufspannplatte	Rotormasse mit Aufspannplatte
$m = 2700\text{ kg}$	$m = 3380\text{ kg}$
Trägheitsmomente ohne Aufspannplatte	Trägheitsmomente mit Aufspannplatte
–	$J_{xx} = 555\text{ kg} \cdot \text{m}^2$
–	$J_{yy} = 555\text{ kg} \cdot \text{m}^2$
–	$J_{zz} = 976\text{ kg} \cdot \text{m}^2$

**Tabelle B.1.** – Geometrie- und Masseparameter des RTP2

## B.2. Regelstreckenparameter

Die in den Arbeitspunkten  $\mathbf{x}_x^{AP}$ ,  $\mathbf{x}_y^{AP}$ ,  $\mathbf{x}_z^{AP}$ ,  $\mathbf{x}_{\phi_x}^{AP}$  und  $\mathbf{x}_{\phi_y}^{AP}$  experimentell ermittelten linearen Regelstreckenparameter  $k_i$ ,  $k_s$  und  $T_i$  sind in Tabelle B.2 aufgeführt. Für eine kleine Strom- bzw. Wegänderung geben  $k_i$  und  $k_s$  die jeweilige Empfindlichkeit der Magnetkraftänderung im Arbeitspunkt AP an. Mit der Zeitkonstanten  $T_i$  wird die Dynamik der Stromregelung des stromgesteuerten Magnetlagers beschrieben.

$$\mathbf{x}_z^{AP} = (0.3 \cdot 10^{-3} \text{ m}, 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 0 \text{ A})^T \quad \mathbf{x}_{x/y/\phi_x/\phi_y}^{AP} = (0 \text{ m/rad}, 0 \frac{\text{m/rad}}{\text{s}}, 0 \text{ A})^T$$

Parameter	$z/\phi_x/\phi_y$ -Achse	$x/y$ -Achse
$k_i$	$0.145 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{A}}$	$0.38 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{A}}$
$k_s$	$34.2 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}}$	$8.1 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}}$
$T_i$	$0.5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$	$0.5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

**Tabelle B.2.** – Lineare Regelstreckenparameter  $k_i$ ,  $k_s$  und  $T_i$  im Arbeitspunkt

### B.3. Koordinatentransformation

Abbildung B.1 verdeutlicht die Anordnung der Wirbelstromsensoren und der Magnetaktoren relativ zur Rotorgeometrie. In der Darstellung ist der Ursprung  $B$  und die Ausrichtung des statorfesten Bezugskoordinatensystems gekennzeichnet. Die räumliche Lage von  $B$  resultiert aus den Arbeiten ([28], [29]), in der  $B$  zentrisch im Rotorgehäuse auf Auflagehöhe  $z_0$  des Rotors festgelegt wurde.

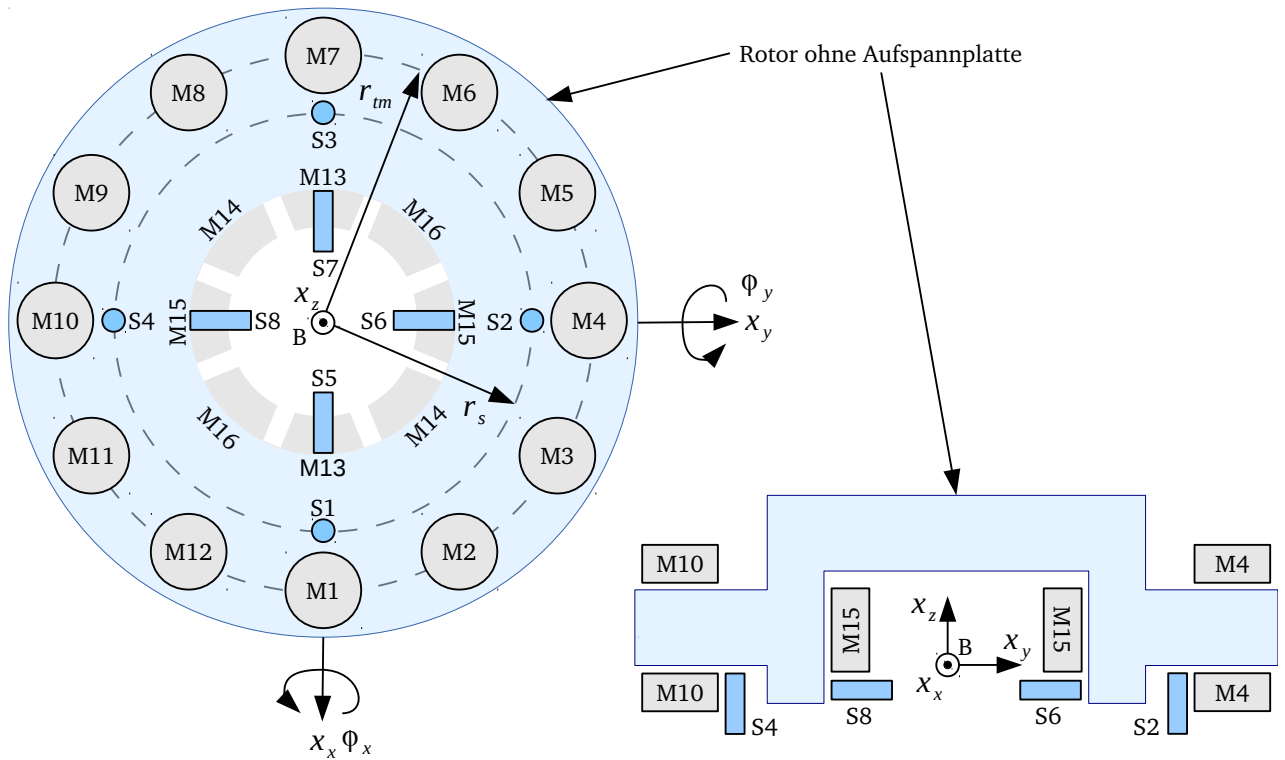


Abbildung B.1. – Sensor- und Aktoranordnung RTP2 Draufsicht (links) und Seitenansicht (rechts)

#### B.3.1. Transformation der Sensorluftspalte

Aus dem Lagevektor  $\mathbf{x}_q$ , der die eindeutige Lage des Rotors im Luftspalt bezüglich seiner fünf Freiheitsgrade beschreibt, ist es möglich, den Sensorsignalvektor  $\mathbf{x}_s$  abzuleiten. Mit Hilfe der Gleichungen (B.1) und (B.2) können die Sensorsignale  $s_1$  und  $s_5$ , die den Luftspaltlängen zwischen Sensor und Rotor entsprechen, berechnet werden. Alle übrigen Sensorluftspaltlängen ergeben sich analog zu (B.1) und (B.2) gemäß ihrer Lage im statorfesten Koordinatensystem.

$$s_1 = x_z - r_s \cdot \tan(\phi_y) \quad (\text{B.1})$$

$$s_5 = x_x \quad (\text{B.2})$$

Mit (A.3) kann (B.1) näherungsweise auch durch (B.3) ersetzt werden.

$$s_1 = x_z + r_s \cdot \phi_y \quad (\text{B.3})$$

Die vollständige Koordinatentransformation wird durch die folgenden Gleichungen (B.4) in Matrizenschreibweise beschrieben.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \\ s_7 \\ s_8 \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_s} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & -r_s \\ 0 & 0 & 1 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & r_s \\ 0 & 0 & 1 & -r_s & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{J}_{BS}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} x_x \\ x_y \\ x_z \\ \phi_x \\ \phi_y \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_q} \quad (\text{B.4})$$

Da die Rotorlage durch 8 unabhängige Wegsensoren erfasst wird, kann die Transformationsmatrix  $\mathbf{J}_{SB}$  (B.5) als Pseudoinverse von  $\mathbf{J}_{BS}$  (2.34) zur Umrechnung des Messvektors  $\mathbf{x}_s = (s_1, \dots, s_8)^T$  auf den Lagevektor  $\mathbf{x}_q = (x, y, z, \phi_x, \phi_y)^T$  verwendet werden.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} x_x \\ x_y \\ x_z \\ \phi_x \\ \phi_y \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_q} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2 \cdot r_s} & 0 & -\frac{1}{2 \cdot r_s} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2 \cdot r_s} & 0 & \frac{1}{2 \cdot r_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{J}_{SB}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \\ s_7 \\ s_8 \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_s} \quad (\text{B.5})$$

### B.3.2. Transformation der Aktorluftspalte

Zur Berechnung der Aktorkräfte und -momente ist es erforderlich, die Luftspaltlängen zwischen dem Rotor und den Magnetaktoren aus dem Lagevektor  $\mathbf{x}_q$  bestimmen zu können. Dazu muss die räumliche Anordnung der Magnetaktoren innerhalb der Transformationsmatrix  $\mathbf{J}_{BA}$  Berücksichtigung finden. Für den Tragmagnet (M2) und den Zentriermagnet (M14) ergeben sich (B.6) und (B.7). Alle übrigen Aktorluftspalte werden analog dazu berechnet, sodass sich die Transformation (B.9) ableiten lässt.

$$s_{M2} = x_z + r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot \tan(\phi_x) - r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot \tan(\phi_y) \quad (\text{B.6})$$

$$s_{M14} = x_x \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + x_y \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \quad (\text{B.7})$$

Für kleine Winkeländerungen  $\phi_x$  und  $\phi_y$  kann auch hier die Näherung (A.3) angewendet werden, sodass sich (B.6) zu (B.8) vereinfacht.

$$s_{M2} = x_z + r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot \phi_x - r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot \phi_y \quad (\text{B.8})$$

Für alle Magnetluftspaltlängen des RTP2 ergibt sich die Transformationsbeziehung (B.9).

$$\mathbf{J}_{BA} = \begin{pmatrix}
0 & 0 & 1 & 0 & -r_{tm} \\
0 & 0 & 1 & r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) & -r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \\
0 & 0 & 1 & r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) & -r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \\
0 & 0 & 1 & r_{tm} & 0 \\
0 & 0 & 1 & r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) & r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \\
0 & 0 & 1 & r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) & r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \\
0 & 0 & 1 & 0 & r_{tm} \\
0 & 0 & 1 & -r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) & r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \\
0 & 0 & 1 & -r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) & r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \\
0 & 0 & 1 & -r_{tm} & 0 \\
0 & 0 & 1 & -r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) & -r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \\
0 & 0 & 1 & -r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) & -r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) & \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
-\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) & \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix} \quad (\text{B.9})$$

Mit Hilfe der konstruktionsabhängigen Parameter  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  und  $p_4$  in (B.10) kann die analytische Beschreibung der Inversen  $\mathbf{J}_{AB}$  (B.11) von  $\mathbf{J}_{BA}$  vereinfacht angegeben werden.  $\mathbf{J}_{AB}$  (B.11) ermöglicht es, die Rotorlage  $\mathbf{x}_q$  in kartesischen Koordinaten relativ zum Bezugspunkt  $B$  aus den Aktorluftspalten  $\mathbf{x}_m$  zu berechnen.

$$p_1 = \frac{1}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \quad p_2 = \frac{1}{6 \cdot r_{tm}} \quad p_3 = \frac{1}{6 \cdot r_{tm}} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \quad p_4 = \frac{1}{6 \cdot r_{tm}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \quad (\text{B.10})$$



$$\mathbf{J}_{AB} = \begin{pmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & p_1 & 0 & -p_1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_1 & \frac{1}{2} & p_1 \\
 \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & p_4 & p_3 & p_2 & p_3 & p_4 & 0 & -p_4 & -p_3 & -p_2 & -p_3 & -p_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -p_2 & -p_3 & -p_4 & 0 & p_4 & p_3 & p_2 & p_3 & p_4 & 0 & -p_4 & -p_3 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix} \tag{B.11}$$



## C. Rundtisch Prototyp 3 (RTP3)

Rundtisch Prototyp 3 ist ein magnetisch gelagerter Maschinenrundtisch, dessen Rotor mit Hilfe von 16 Elektromagneten, 8 Wirbelstromlagesensoren und einem Torque-Motor mit Drehgeber in einem Luftspalt von 1.0 mm in 6 Freiheitsgraden positioniert werden kann. Im Unterschied zu den beiden anderen Prototypen RTP1 und RTP2 können die Magnetaktoren beim RTP3 nicht klar in Hub- und Zentriermagnete unterteilt werden. Während die oberliegenden Magnetaktoren (M1-M8) ausschließlich als Hubmagnete dienen, bringen die untenliegenden Magnetaktoren (M9-M16) bedingt durch deren Schräganordnung Hub- und Zentrierkräfte gleichermaßen auf. Die Sensorik besteht aus 4 Wirbelstromlagesensoren in der unteren Ebene zur vertikalen Lageerfassung und 4 Wirbelstromlagesensoren zur horizontalen Lageerfassung, die im Umfang des Statorgehäuses angeordnet sind.

### C.1. Konstruktive Anlagenparameter

In Tabelle C.1 sind die konstruktiven Parameter des RTP3 zusammengestellt. Dabei wurde bezüglich der Masse und der Trägheitsmomente des Rotors zwischen dem Rotor mit und ohne montierte Aufspannplatte unterschieden.

Sensorradius	Tragmagnetradius
$r_s = 0.290 \text{ m}$	$r_{tm} = 0.245 \text{ m}$
Rotormasse ohne Aufspannplatte	Rotormasse mit Aufspannplatte
$m = 250 \text{ kg}$	–
Trägheitsmomente ohne Aufspannplatte	Trägheitsmomente mit Aufspannplatte
$J_{xx} = 5.06 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	–
$J_{yy} = 5.06 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	–
–	–

Tabelle C.1. – Geometrie- und Masseparameter des RTP3

## C.2. Regelstreckenparameter

Die in den Arbeitspunkten  $\mathbf{x}_x^{AP}$ ,  $\mathbf{x}_y^{AP}$ ,  $\mathbf{x}_z^{AP}$ ,  $\mathbf{x}_{\phi_x}^{AP}$  und  $\mathbf{x}_{\phi_y}^{AP}$  experimentell ermittelten linearen Regelstreckenparameter  $k_i$ ,  $k_s$  und  $T_i$  sind in Tabelle C.2 aufgeführt. Für eine kleine Strom- bzw. Wegänderung geben  $k_i$  und  $k_s$  die jeweilige Empfindlichkeit der Magnetkraftänderung im Arbeitspunkt AP an. Mit der Zeitkonstanten  $T_i$  wird die Dynamik der Stromregelung des stromgesteuerten Magnetlagers beschrieben.

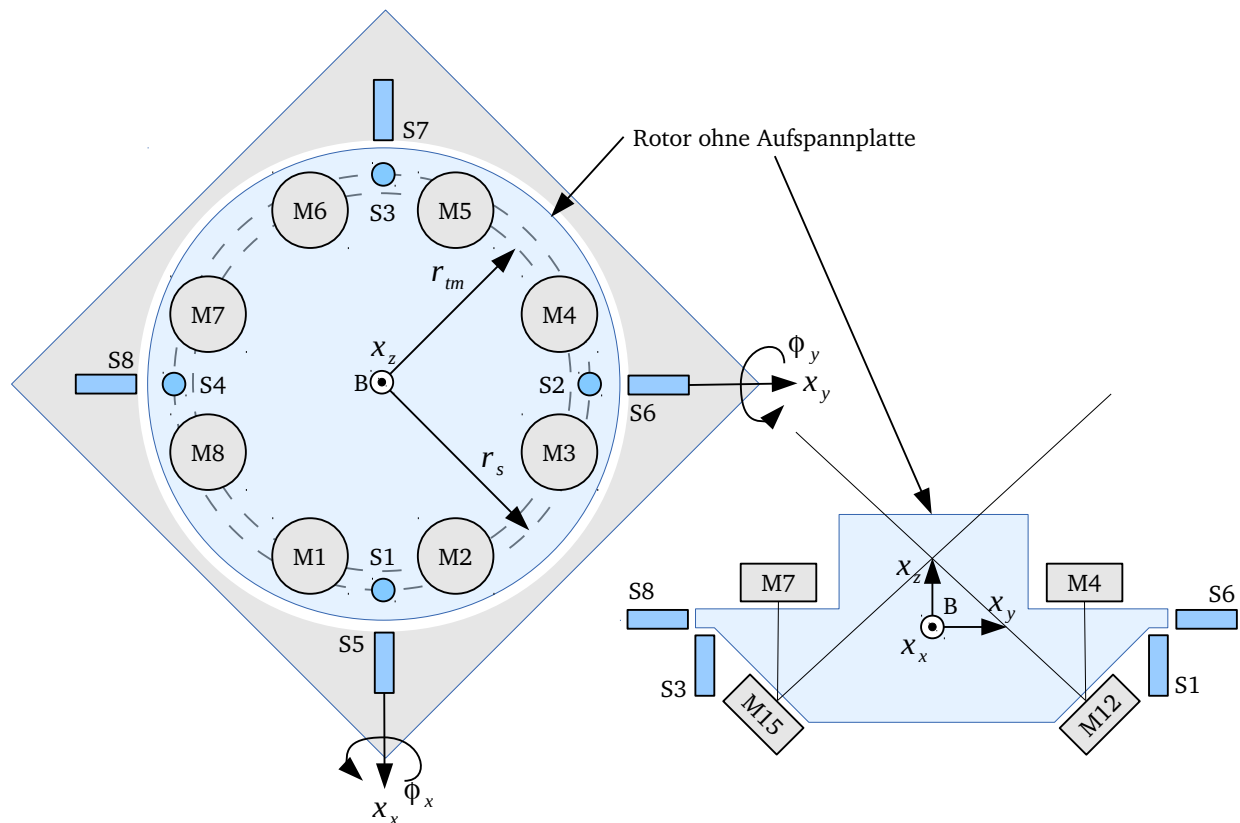
$$\mathbf{x}_z^{AP} = (0.3 \cdot 10^{-3} \text{ m}, 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 6.5 \text{ A})^T \quad \mathbf{x}_{x/y/\phi_x/\phi_y}^{AP} = (0 \text{ m/rad}, 0 \frac{\text{m/rad}}{\text{s}}, 0 \text{ A})^T$$

Parameter	$z/\phi_x/\phi_y$ -Achse	$x/y$ -Achse
$k_i$	$91 \frac{\text{N}}{\text{A}}$	–
$k_s$	$1.818 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}}$	–
$T_i$	$1.5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$	–

**Tabelle C.2.** – Lineare Regelstreckenparameter  $k_i$ ,  $k_s$  und  $T_i$  im Arbeitspunkt

### C.3. Koordinatentransformation

Abbildung C.1 verdeutlicht die Anordnung der Wirbelstromsensoren und der Magnetaktoren relativ zur Rotorgeometrie. In der Darstellung ist der Ursprung  $B$  und die Ausrichtung des statorfesten Bezugskoordinatensystems gekennzeichnet. Die räumliche Lage von  $B$  resultiert aus der Arbeit [32], in der  $B$  zentrisch im Rotorgehäuse festgelegt wurde.



**Abbildung C.1.** – Sensor- und Aktoranordnung RTP3 Draufsicht (links) und Seitenansicht (rechts)

#### C.3.1. Transformation der Sensorluftspalte

Aus dem Lagevektor  $\mathbf{x}_q$ , der die eindeutige Lage des Rotors im Luftspalt bezüglich seiner fünf Freiheitsgrade beschreibt, ist es möglich, den Sensorsignalvektor  $\mathbf{x}_s$  abzuleiten. Mit Hilfe der Gleichungen (C.1) und (C.2) können die Sensorsignale  $s_1$  und  $s_5$ , die den Luftspaltlängen zwischen Sensor und Rotor entsprechen, berechnet werden. Alle übrigen Sensorluftspaltlängen ergeben sich analog zu (C.1) und (C.2) gemäß ihrer Lage im statorfesten Koordinatensystem.

$$s_1 = x_z + r_s \cdot \tan(\phi_x) \quad (\text{C.1})$$

$$s_5 = -x_x \quad (\text{C.2})$$

Mit (A.3) kann (C.1) näherungsweise auch durch (C.3) ersetzt werden.

$$s_1 = x_z + r_s \cdot \phi_x \quad (\text{C.3})$$

Die vollständige Koordinatentransformation wird durch die folgenden Gleichungen (C.4) in Matrixschreibweise beschrieben.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \\ s_7 \\ s_8 \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_s} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & -r_s \\ 0 & 0 & 1 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & r_s \\ 0 & 0 & 1 & -r_s & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{J}_{BS}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} x_x \\ x_y \\ x_z \\ \phi_x \\ \phi_y \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_q} \quad (\text{C.4})$$

Da die Rotorlage durch 8 unabhängige Wegsensoren erfasst wird, kann die Transformationsmatrix  $\mathbf{J}_{SB}$  (C.5) als Pseudoinverse von  $\mathbf{J}_{BS}$  (2.34) zur Umrechnung des Messvektors  $\mathbf{x}_s = (s_1, \dots, s_8)^T$  auf den Lagevektor  $\mathbf{x}_q = (x, y, z, \phi_x, \phi_y)^T$  verwendet werden.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} x_x \\ x_y \\ x_z \\ \phi_x \\ \phi_y \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_q} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2 \cdot r_s} & 0 & -\frac{1}{2 \cdot r_s} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2 \cdot r_s} & 0 & \frac{1}{2 \cdot r_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{J}_{SB}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \\ s_7 \\ s_8 \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_s} \quad (\text{C.5})$$

### C.3.2. Transformation der Aktorluftspalte

Zur Berechnung der Aktorkräfte und -momente ist es erforderlich, die Luftspaltlängen zwischen dem Rotor und den Magnetaktoren aus dem Lagevektor  $\mathbf{x}_q$  bestimmen zu können. Dazu muss die räumliche Anordnung der Magnetaktoren innerhalb der Transformationsmatrix  $\mathbf{J}_{BA}$  Berücksichtigung finden. Für den Tragemagnet (M2) und den Zentriermagnet (M12) ergeben sich (C.6) und (C.7). Alle übrigen Aktorluftspalte werden analog dazu berechnet, sodass sich die Transformation (C.9) ableiten lässt.

$$s_{M2} = -x_z - r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \cdot \tan(\phi_x) - r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \cdot \tan(\phi_y) \quad (\text{C.6})$$

$$s_{M12} = x_x \cdot r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) - x_y \cdot r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) + x_z \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \quad (\text{C.7})$$

Für kleine Winkeländerungen  $\phi_x$  und  $\phi_y$  kann auch hier die Näherung (A.3) angewendet werden, sodass sich (C.6) zu (C.8) vereinfacht.

$$s_{M2} = -x_z - r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \cdot \phi_x - r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \cdot \phi_y \quad (\text{C.8})$$

Die vollständige Transformationsmatrix ist in (C.9) angegeben, wobei der Parameter  $p_0 = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$  die Schrägstellung der unteren Magnetaktoren von  $45^\circ$  beschreibt.

$$\mathbf{J}_{BA} = \begin{pmatrix}
0 & 0 & -1 & -r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) & -r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \\
0 & 0 & -1 & r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) & -r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \\
0 & 0 & -1 & r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) & -r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \\
0 & 0 & -1 & r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) & r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \\
0 & 0 & -1 & r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) & r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \\
0 & 0 & -1 & -r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) & r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \\
0 & 0 & -1 & -r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) & r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \\
0 & 0 & -1 & -r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) & -r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \\
p_0 \cdot r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) & -p_0 \cdot r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) & p_0 & 0 & 0 \\
p_0 \cdot r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) & p_0 \cdot r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) & p_0 & 0 & 0 \\
p_0 \cdot r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) & p_0 \cdot r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) & p_0 & 0 & 0 \\
-p_0 \cdot r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) & p_0 \cdot r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) & p_0 & 0 & 0 \\
-p_0 \cdot r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) & p_0 \cdot r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) & p_0 & 0 & 0 \\
-p_0 \cdot r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) & -p_0 \cdot r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) & p_0 & 0 & 0 \\
-p_0 \cdot r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) & -p_0 \cdot r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) & p_0 & 0 & 0 \\
p_0 \cdot r_{tm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) & -p_0 \cdot r_{tm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) & p_0 & 0 & 0
\end{pmatrix} \quad (\text{C.9})$$

Mit Hilfe der konstruktionsabhängigen Parameter  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  und  $p_4$  in (C.10) und (C.11) kann die analytische Beschreibung der Inversen  $\mathbf{J}_{AB}$  (C.12) von  $\mathbf{J}_{BA}$  vereinfacht angegeben werden.  $\mathbf{J}_{AB}$  (C.12) ermöglicht es, die Rotorlage  $\mathbf{x}_q$  in kartesischen Koordinaten relativ zum Bezugspunkt  $B$  aus den Aktorluftspalten  $\mathbf{x}_m$  zu berechnen.

$$p_1 = \frac{1}{4 \cdot r_{tm}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \quad p_2 = \frac{1}{4 \cdot r_{tm}} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \quad (\text{C.10})$$



