

Anwendung eines kristallplastischen Materialmodells in der Umformsimulation

Dissertation
zur Erlangung des akademischen Grades

**Doktoringenieur
(Dr.-Ing.)**

von Dipl.-Ing. Volker Schulze
geb. am 1. März 1974 in Magdeburg

genehmigt durch die Fakultät für Maschinenbau der
Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Gutachter:
Prof. Dr.-Ing. Albrecht Bertram
Prof. Dr.-Ing. Arnold Krawietz
Jun.-Prof. Dr.-Ing. Thomas Böhlke

Promotionskolloquium am 16. Juni 2006

Zusammenfassung

Die Simulation von Umformprozessen hat eine hohe Bedeutung in der Absicherung der Herstellbarkeit von Blechbauteilen in der Automobilindustrie. Die hierzu verwendeten Werkstoffe sind polykristalliner Natur, deren makroskopisches Verhalten sehr komplex zu beschreiben ist. Derzeit werden zur Simulation von Umformprozessen standardmäßig phänomenologische Materialmodelle eingesetzt, die jedoch speziell im Bereich der Rückfederungssimulation unzureichende Ergebnisse liefern.

In dieser Arbeit wird ein kristallplastisches Materialmodell für kubisch-raumzentrierte Kristalle mit dem Ziel der Simulation von Tiefziehprozessen sowie der Rückfederung in ein kommerzielle FEM-Programm integriert. Das Verhalten des Modells bei zyklischen Belastungen wird untersucht, Ansätze zur Verbesserung der Beschreibung dieses Verhaltens durch Integration der kinematischen Verfestigung auf Kristallebene werden gegeben. Durch die Erweiterung zur impliziten Zeitintegration auf Modellebene werden die Simulationszeiten bei der Rückfederungsberechnung reduziert.

Für die notwendige Berechnungsdauer ist die Anzahl der verwendeten Kristalle von entscheidender Bedeutung. Hierzu wird eine Methode entwickelt, die eine Approximation der Anfangstextur mit einer geringen Anzahl von Kristallen ermöglicht. Zur Näherung eines isotropen Materialverhaltens werden unterschiedliche Kristallgruppen sowie das Verhalten eines von-Mises-Hintergrundes untersucht.

Anhand von Tiefziehversuchen mit einer anschließenden Untersuchung der Rückfederung wird das Modellverhalten an experimentellen Ergebnissen bewertet. Hierbei zeigt sich, dass mit einer geringen Anzahl von Kristallen und einem von-Mises-Hintergrundmodell eine gute Approximation des realen Materialverhaltens möglich ist.

Danksagung

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Doktorand im Versuchsbau der Volkswagen AG in Zusammenarbeit mit dem Institut für Mechanik der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg.

Mein erster Dank gilt Herrn Prof. A. Krawietz, dessen kristallplastisches Materialmodell ich als Grundlage für diese Untersuchung verwenden konnte und der diese Arbeit durch Diskussionen und Hinweise kontinuierlich begleitet hat. Ich danke Herrn Prof. A. Bertram herzlich für die Betreuung dieser Arbeit, die Einbindung in die Forschungsaktivitäten an seinem Lehrstuhl und die fachlichen Anregungen. Einen speziellen Dank möchte ich Herrn Juniorprofessor T. Böhlke aussprechen, der durch seine stete Diskussionsbereitschaft und Hinweise viele Aspekte dieser Arbeit beeinflusst hat.

Herrn Dr. S.-P. Scholz danke ich für die Möglichkeit, diese Untersuchung in der Methodenplanung des Versuchsbaus durchzuführen sowie für die Absicherung der notwendigen Mittel für dieses Projekt. Ich danke Herrn Dr. U. Stelzmann von CADFEM für die Bereitstellung der Basissoftware und die Hilfe bei Problemlösungen in diesem Umfeld. Weiterhin möchte ich mich bei Herrn Dr. U.-U. Haus vom Institut für Mathematische Optimierung der Fakultät für Mathematik der Universität Magdeburg für die fachliche Unterstützung im Bereich der Optimierungsprobleme bedanken.

Ein herzlicher Dank geht auch an die Kollegen der Methodenplanung des Versuchsbaus Wolfsburg und des Lehrstuhls für Festigkeitslehre für die freundliche und kollegiale Zusammenarbeit.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	8
2	Grundlagen des Materialverhaltens	11
2.1	Kristalle	11
2.2	Kristallbaufehler	13
2.2.1	Nulldimensionale Fehler	13
2.2.2	Eindimensionale Fehler	13
2.2.3	Zweidimensionale Fehler	15
2.3	Verformungsverhalten	15
2.3.1	Elastisches Verhalten	15
2.3.2	Plastische Verformung	17
2.3.3	Verfestigung von Einkristallen	22
2.3.4	Verformung von Polykristallen	29
2.4	Darstellung der Mikrostruktur	30
2.4.1	Darstellung der Kornstruktur	30
2.4.2	Darstellung der Kristallausrichtung (Textur)	30
3	Kristallplastische Modelle	36
3.1	Materialmodelle für den Einkristall	36
3.1.1	Deformationsgeometrie	36
3.1.2	Spannungsmaße	38
3.1.3	Energetische Betrachtung	39
3.1.4	Elastisches Verhalten	40
3.1.5	Inelastisches Verhalten	41
3.2	Materialmodelle für den Polykristall	54
3.2.1	Sachs-Modell	54
3.2.2	Taylor-Modell	55
3.2.3	Einbettungstheorie	56
3.2.4	Finite Elemente Modelle der Mikrostruktur	57
4	Vereinfachtes Kristallmodell	58
4.1	Grundlagen	59
4.2	Elastisches Verhalten	60
4.3	Plastisches Verhalten	61

4.3.1	Verfestigungsansatz	62
4.3.2	Homogenisierung	64
4.4	Isotropes Modell	65
4.5	Zeitintegration	66
4.5.1	Explizite Zeitintegration für Umformprozesse	66
4.5.2	Implizite Zeitintegration für die Rückfederung	67
4.6	Anpassung an das Simulationsprogramm	69
4.6.1	Elementunabhängige Ausrichtung der Kristalle	69
4.6.2	Adaptive Netzverfeinerung	70
4.6.3	Beschnitt und Restart	71
5	Numerische Untersuchung des Modells	72
5.1	Näherung eines isotropen Materialverhaltens	72
5.2	Simulation der Texturentwicklung	75
5.2.1	Texturentwicklung beim Walzen	75
5.2.2	Texturentwicklung beim Zugversuch	78
5.3	Zyklisches Verhalten	80
5.3.1	Reales Verhalten	80
5.3.2	Kristallmodell mit isotroper Verfestigung	82
5.3.3	Kristallmodell mit kinematischer Verfestigung	82
5.3.4	Diskussion des zyklischen Verhaltens	83
6	Modellanpassung	87
6.1	Materialauswahl	87
6.2	Texturmessung	92
6.3	Anpassung an Realtexturen	94
6.3.1	Statistisches Anpassungsverfahren	99
6.3.2	Verfahren mit Winkelkriterium	99
6.3.3	Anpassung von Komponenten	99
6.3.4	Gitterabtastung mit Komponenten	101
6.3.5	Ergebnisse der Texturanpassung	104
6.4	Bestimmung der Materialkennwerte	113
6.5	Elastisch-plastische Anpassung	114
6.5.1	Anpassung des isotropen Anteils	115
6.5.2	Anpassung des elastischen Verhaltens	116
6.5.3	Anpassung des plastischen Verhaltens	119
6.5.4	Ergebnisse der Anpassung	119
7	Anwendung in der Tiefziehsimulation	121
7.1	Napfziehprozess	121
7.1.1	Experimentelle Untersuchung	121
7.1.2	Simulation des Tiefziehens	127
7.1.3	Ergebnisse des Tiefziehens	129
7.1.4	Diskussion des Tiefziehverhaltens	139

7.2	Rückfederung	140
7.2.1	Experimentelle Untersuchung der Rückfederung	141
7.2.2	Simulation der Rückfederung	142
7.2.3	Ergebnisse der Rückfederung	142
7.2.4	Diskussion des Rückfederungsverhaltens	146
7.3	Zusammenfassung der Tiefziehuntersuchung	148
8	Grenzen des Modells	152
9	Zusammenfassung und Ausblick	154
A	Ergebnisse der Texturmessung	173
B	Texturanpassung	180
C	Anpassung der Materialparameter	187
D	Tiefziehen	197
E	Folgetexturen	219

Symbolverzeichnis

Lateinische Buchstaben

a	Gitterkonstante
b	Burgers-Vektor
$C_l^{\mu\nu}$	Texturkoeffizienten
C	Rechter Cauchy-Green-Tensor
C_e	Rechter Cauchy-Green-Tensor der elastischen Verformung
C	Steifigkeitstetrade
C_{tan}	Tangentensteifigkeitstetrade
D_K	Korngröße
d	Netzebenenabstand
d_v	Zellgröße einer Versetzungszellstruktur
D	Deformationsgeschwindigkeit
E	Elastizitätsmodul
E_e	Greenschen Verzerrungstensors der elastischen Deformation
E_e^{Pre}	Prediktor des Greenschen Verzerrungstensors der elastischen Deformation
F_w	Wechselwirkungskraft zwischen zwei Atomen
F	Deformationsgradient
\bar{F}	Prediktor des Deformationsgradienten
\hat{F}	Fixierter Tensor zur Modifikation des Deformationsgradienten
F_e	Elastischer Anteil des Deformationsgradienten
F_i	Inelastischer Anteil des Deformationsgradienten
F_p	Plastischer Anteil des Deformationsgradienten
f_i	Texturkomponenten
G	Schermodul
g_i	Orthonormierte Achsenrichtungen des Kristallgitters
I_i	Volumenanteil einer Texturkomponenten
K	Kompressionmodul
k	Linienbezogene Kraft auf eine Versetzung
L	Geschwindigkeitsgradient
l	Einheitsvektor des Linienelementes einer Versetzung
m	Gleitrichtungsvektor
N_{0i}	Ausrichtung der Kristalle in Materialkoordinaten
$N_{0i,ele}$	Ausrichtung der Kristalle in Elementkoordinaten
n	Normalenvektor der Gleitebene
P	Cauchysche Beanspruchung

\mathcal{P}_i^I	Isotroper Projektor
p_{ges}	Spezifische Leistung
p_{irr}	Irreversible Leistung
\mathbf{Q}	Drehmatrix
q	Verhältnis von direkter und latenter Verfestigung
\mathbf{q}	Wärmestrom
R	Krümmung einer Versetzungslinie
r	Abstand benachbarter Atome
\mathbf{s}_j	Schubspannungsvektor im Gleitsystem
$\bar{\mathbf{s}}_j$	Schubbeanspruchungsvektor im Gleitsystem
$\bar{\mathbf{s}}_{j,eff}$	Effektiver Schubbeanspruchungsvektor im Gleitsystem
$\bar{\mathbf{s}}_{j,kin}$	Vektor der kinematischen Beanspruchung im Gleitsystem
T	Absolute Temperatur
T_m	Schmelztemperatur
T_l^{mn}	Generalisierte sphärische harmonische Funktionen
T_l^{KP}	Symmetrische generalisierte sphärische Harmonische
\mathbf{T}^{1PK}	1. Piola-Kirchhoff-Tensor
\mathbf{T}^{2PK}	2. Piola-Kirchhoff-Tensor
\mathbf{T}_e^{2PK}	2. Piola-Kirchhoff-Spannung in der Zwischenkonfiguration
U	Wechselwirkungspotential benachbarter Atome
\mathbf{U}	Rechter Strecktensor
u	Spezifische innere Energie
v_i	Gewichtung einer Komponente
v_w	Volumenanteil der Zellwände einer Versetzungszellstruktur
\mathbf{W}	Spintensor
w_{rev}	Spezifische elastische Formänderungsarbeit
\mathbf{x}_k	Vektor im Kristallsystem
\mathbf{x}_p	Vektor im Probensystem
y_j	Kritische Beanspruchung
\mathbf{Z}	Kirchhoffsche Beanspruchung
\mathbf{Z}_e	Elastische Anteil der Kirchhoffschen Beanspruchung, Gitterbeanspruchung
\mathbf{Z}_{kin}	kinematische Gitterbeanspruchung

Griechische Buchstaben

Γ	Grenzflächenenergie
γ	Gleitung einer Versetzung
$\bar{\gamma}_k$	Akkumulierte Scherung
δ_P	Spezifische Entropieproduktion
δ_S	Spezifischer Entropiestrom
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Dehnungstensor
ζ	Innere Variablen des Materialmodells
η	Spezifische Entropie
Θ	Verfestigungskoeffizient des kritischen Schubspannung

θ	Glanzwinkel, Braggwinkel
λ	Wellenlänge der Strahlung
λ_i	Eigenwerte der Steifigkeitstetrad
ν	Querkontraktionszahl
ρ	Dichte
ρ_c	Versetzungsdichte innerhalb einer Versetzungszellstruktur
ρ_{ges}	Versetzungsdichte
ρ_m	Versetzungsdichte der mobilen Versetzungen
ρ_w	Versetzungsdichte der Waldversetzungen
ρ_z	Versetzungsdichte in Zellwand einer Versetzungszellstruktur
$\boldsymbol{\sigma}$	Cauchyscher Spannungstensor
$\boldsymbol{\sigma}_{kin}$	Rückspannungstensor
τ	Schubspannung
τ_{ath}	Athermischer Anteil der Fließspannung
$\tau_{i,eff}$	Effektivschubspannung im Gleitsystem
$\tau_{i,kin}$	Rückspannung im Gleitsystem
$\bar{\tau}_j$	Wirksame Schubbeanspruchung im Gleitsystem
$\tau^{krit,th}$	Theoretische kritische Schubspannung
τ_p	Peierls-Nabarro-Spannung
τ_{pass}	Passierspannung von Versetzungen
τ_s	Schneidspannung von Versetzungen
τ_{th}	Thermisch beeinflusster Anteil der Fließspannung
$\boldsymbol{\varphi}$	Henckyscher Dehnungstensor
ψ	Spezifische freie Energie
Ω_j	Geschichtsvariable zum Aufbau einer Rückspannung
ω	Sphärischer Abstand zweier Orientierungen
ω_F	Skalierungsfaktor zur Modifikation des Deformationsgradienten
ω_0	Mindestabstand zweier Orientierungen

Abkürzungen

IP	Integrationspunkt (in Dickenrichtung eines Schalenelementes)
kfz	kubisch-flächenzentriert
krz	kubisch-raumzentriert
MIQP	Gemischt-ganzzahliges quadratisches Optimierungsproblem
NR	Normalenrichtung eines Bleches
ODF	Orientierungsdichteverteilungsfunktion
QP	Quadratisches Optimierungsproblem
QR	Querrichtung eines Bleches
WR	Walzrichtung eines Bleches

Zur Darstellung der Materialgesetze werden Vektoren und Tensoren verwendet. Vektoren werden durch fettgedruckte Kleinbuchstaben \mathbf{a} symbolisiert. Hierbei wird das Skalarprodukt zweier Vektoren durch $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$, das Kreuzprodukt durch $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$, das dyadische Produkt durch $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$ und die Frobenius-Norm durch $|\mathbf{a}| = \sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}}$ definiert.

Tensoren 2. Stufe werden durch \mathbf{A} (weiterhin sind auch ε , φ und σ Tensoren 2. Stufe), 4. Stufe durch \mathcal{A} symbolisiert. Deviatoren werden durch \mathbf{A}' , eine Transposition durch \mathbf{A}^T und der symmetrische Teil durch $\text{sym}(\mathbf{A})$ gekennzeichnet.

Der Einheitstensor 2. Stufe $\mathbf{1}$ und der symmetrisierte Einheitstensor 4. Stufe \mathcal{I} werden durch

$$\mathbf{1} = \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_i \quad (1)$$

$$\mathcal{I} = \frac{1}{2} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \otimes (\mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j + \mathbf{e}_j \otimes \mathbf{e}_i) \quad (2)$$

definiert, wobei \mathbf{e}_i eine Orthonormalbasis bildet. Zur Vereinfachung der Darstellung wird bei der Indexschreibweise von der Summenkonvention Gebrauch gemacht. Das Produkt zwischen Vektoren und Tensoren wird wie folgt berechnet

$$\mathbf{A}\mathbf{b} = A_{ij}b_j\mathbf{e}_i \quad (3)$$

$$\mathbf{b}\mathbf{A} = b_iA_{ij}\mathbf{e}_j \quad (4)$$

Die Hintereinanderschaltung zweier Tensoren ergibt sich entsprechend zu

$$\mathbf{A}\mathbf{B} = A_{ij}B_{jk}\mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_k \quad (5)$$

Dies wird auch als einfache Überschiebung zweier Tensoren bezeichnet. Die doppelte Überschiebung eines Tensors 4. Stufe und eines Tensors 2. Stufe wird berechnet als

$$\mathcal{A} : \mathbf{B} = A_{ijkl}B_{kl}\mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \quad (6)$$

Das Rayleighsche Produkt eines Tensors 2. Stufe mit einem Tensor 4. Stufe wird in derselben Orthonormalbasis definiert \mathbf{e}_i als

$$\mathbf{A} * \mathcal{B} = A_{im}A_{jn}A_{ko}A_{lp}C_{mnop}\mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \otimes \mathbf{e}_k \otimes \mathbf{e}_l \quad (7)$$

Kapitel 1

Einleitung

Die Umformsimulation hat sich im letzten Jahrzehnt als wichtiges Werkzeug zur Beurteilung der Herstellungsprozesse von Blechbauteilen in der Automobilindustrie etabliert. Auf Grund der kürzer werdenden Produktzyklen und dem damit einhergehenden Zwang zur Reduzierung der Entwicklungszeiten und Entwicklungskosten wird die Bedeutung der virtuellen Prozessabsicherung in Zukunft weiter steigen. Dies bedeutet auch, dass zunehmend höhere Anforderungen an die Prognosegüte der Simulation gestellt werden. Um diesen Anforderungen zu genügen, ist es notwendig, die verwendeten Modelle und Methoden kontinuierlich weiterzuentwickeln.

Ein zentraler Punkt, der die Genauigkeit der Umformsimulationen bestimmt, ist das verwendete Materialmodell, das zur Beschreibung des realen Materialverhaltens verwendet wird. Die makroskopischen Eigenschaften von Werkstoffen wie Stahl sind durch sehr komplexe Effekte gekennzeichnet, wie z.B. lastpfadabhängige Verfestigungseffekte. Die derzeit verwendeten Materialgesetze, die eine Beschreibung auf Basis des phänomenologischen Verhaltens der Materialien nutzen, sind typischerweise nicht in der Lage, alle beobachteten Effekte konsistent zu beschreiben. Die Entwicklungsmöglichkeiten der Materialien sind durch die benutzten mathematischen Modelle stark eingeschränkt. Während diese Modelle noch gute Berechnungsergebnisse in Hinblick auf die Dehnungsverteilungen ermöglichen, sind die hiermit berechneten Spannungen mit großen Unsicherheiten behaftet. Weiterhin ist die Identifikation solcher komplexer Modelle anhand von Materialversuchen sehr aufwendig. Der große Vorteil dieser Modelle liegt in der Geschwindigkeit, mit der die Lösung für ein einmal identifiziertes Material berechnet wird.

Die genauere Betrachtung metallischer Werkstoffe zeigt, dass sich diese aus einer Vielzahl von Kristallen zusammensetzen. Das makroskopisch beobachtete Materialverhalten ist das Produkt des Einzelkristallverhaltens sowie komplexer Interaktionen der Kristalle auf der Mikroebene. Das Kristallverhalten selbst ist wiederum durch die Interaktion von Atomen gekennzeichnet. Somit ergeben sich unterschiedliche Ebenen, auf denen das Materialverhalten beschrieben werden kann. Eine Modellierung auf atomarer Ebene ist aus Gründen der hiermit verbundenen extrem hohen Rechenzeiten vermutlich auf längere Sicht nicht praktikabel. Im Forschungsbereich gibt es derzeit vielfältige Aktivitäten, die die Materialbeschreibung auf kristalliner

Ebene vorantreiben. Hierbei wird der relativ einfache Aufbau der Kristalle genutzt, um mit einer einfachen Modellierung das Materialverhalten auf dieser Ebene zu approximieren. Das makroskopische Modellverhalten wird dann, wie in der Realität, durch die Interaktion der Modellkristalle erzeugt und erlaubt somit sehr weitgehende Entwicklungsmöglichkeiten des makroskopischen Modellverhaltens, ohne spezielle Annahmen auf dieser Ebene zu treffen. Der Übergang von der Mikro- zur Makroebene ist hierbei von entscheidender Bedeutung. Die derzeit genauesten Beschreibungen sind durch die Modellierung von Kristallverbänden auf Basis von Finiten Elementen mit der Methode des repräsentativen Volumenelementes (RVE) möglich. Allerdings führt auch hierbei die notwendige Rechenzeit für die Lösung zur Einschränkung dieses Verfahrens auf sehr kleine Modellbereiche.

Ein alternatives Konzept wurde bereits im vorigen Jahrhundert durch Sachs und Taylor entwickelt. Hierbei wird die Interaktion der Kristalle sehr stark eingeschränkt, so dass jeder Kristall einzeln betrachtet werden kann. Zur Beschreibung des Materialverhaltens wird an jedem Integrationspunkt des makroskopischen Finite-Elemente-Modells eine Gruppe von Kristallen betrachtet. Derzeit übliche Modelle für eine solche Materialbeschreibung benötigen mehr als 300 Kristalle [7, 137] an jedem Integrationspunkt, um eine hinreichende Beschreibung des Werkstoffverhaltens zu ermöglichen. Die hierbei auftretenden Rechenzeiten sind für industrielle Anwendungen derzeit ebenfalls nicht akzeptabel.

Auf Grund der Vorteile der kristallplastischen Materialmodelle in Hinblick auf die Abbildung der Werkstoffeigenschaften erscheint es jedoch sinnvoll, diese Art der Modellierung auch für industrielle Anwendungen zugänglich zu machen. Hierbei muss jedoch neben der Berechnungsgenauigkeit auch die Rechenzeit ein wesentlicher Maßstab für ein solches Modell sein. Ein erster Versuch in dieser Richtung sind die Untersuchungen von Raabe und Rothers [117], bei denen die Verteilung der Kristalle an den Integrationspunkten durch Zufallsverteilungen derart variiert wird, dass die Gesamtheit aller Kristalle die Kristallverteilung im Werkstoff widerspiegelt. Dies führt zu einer deutlichen Reduzierung der Rechenzeit. Kritisch anzumerken ist, dass auf Grund der typischen Elementgrößen bei Tiefziehberechnungen die Abbildung eines makroskopisch homogenen Materials mit diesem Modell nicht mehr gegeben ist.

Durch den Herstellungsprozess von Blechwerkstoffen ist eine weitgehende Homogenität des Materials gesichert, so dass ein verwendetes Materialmodell in der Lage sein sollte, diesen anfänglichen Zustand zu beschreiben. In dieser Arbeit soll die Umsetzung eines solchen Modells untersucht werden. Als Grundlage hierzu soll das Kristallmodell von Krawietz [82, 83] dienen. Dieses Modell ist hierzu zunächst in ein kommerzielles Finite Elemente Programm zu integrieren. Anschließend soll das Verhalten des Modells anhand der Texturentwicklung unter einfachen Belastungsfällen mit experimentellen Ergebnissen verglichen werden. Für den Einsatz ist es notwendig, die Mindestanzahl von Kristallen zu ermitteln, die eine zuverlässige Beschreibung des Verhaltens bei unterschiedlichen Materialien ermöglicht. Hierzu ist die Anpassung des Materialmodells an die kristallographische Textur und makroskopische gemessene Kennwerte vorzunehmen. Anhand von Tiefziehsimulationen

sind die Berechnungsergebnisse mit realen Messwerten sowie makroskopischen Vergleichsmodellen in Hinblick auf die Dehnungsverteilung, die Zipfelbildung und die Rückfederung zu vergleichen. Das Ziel der Arbeit ist es, ein industriell einsatzfähiges kristallplastisches Materialmodell darzustellen, welches bei einem verhältnismäßig geringen Rechenaufwand wesentliche Merkmale des Materialverhaltens sicher widerspiegelt.

Kapitel 2

Grundlagen des Materialverhaltens

Das Verhalten realer kristalliner Werkstoffe wird bestimmt durch komplexe Wechselwirkungen von Prozessen auf unterschiedlichen Längenskalen. Der folgende Abschnitt soll einen Überblick über die wesentlichen Verhaltensweisen geben, die für das Materialverhalten von polykristallinen Metallen bei Umformprozessen bei Raumtemperatur von Bedeutung sind.

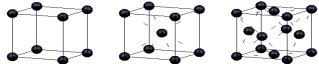
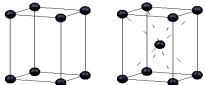
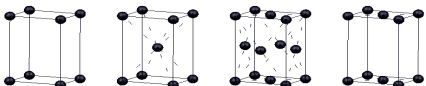

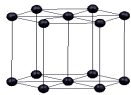
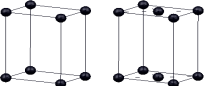

2.1 Kristalle

Eine kristalline Struktur ist durch eine periodische Anordnung der Atome oder Atomgruppen in einem Raumgitter gekennzeichnet [51, 52]. Auf Grund der auftretenden Symmetrien werden die Kristalle in 32 Klassen eingeteilt. Mathematisch beschreiben diese Klassen Punktgruppen, denen bei natürlich auftretenden Kristallen nur sieben unterschiedlichen Systeme zugrunde liegen. Gekennzeichnet werden die Systeme durch die Achsenlängen und Winkel zwischen den Achsen der Einheitszellen. Die Anordnung der Atome geschieht in einem Raumgitter. Bravais [20] zeigte 1897, dass sich diese Raumgitter aus nur 14 verschiedenen Elementarzellen ergeben. In Tabelle 2.1 sind die Kristallsysteme und die zugehörigen Elementarzellen zusammengestellt.

Nur drei dieser Kristalltypen besitzen im Bereich der Metalle eine große Bedeutung. Es handelt sich hierbei um kubisch-flächenzentrierte Kristalle (Al, γ -Fe), kubisch-raumzentrierte Kristalle (α -Fe, W) und Kristalle mit hexagonal-dichtester Kugelpackung (Mg, Ti).

Die Kennzeichnung von Ebenen in Kristallen wird häufig mit den Millerschen Indizes durchgeführt. Eine Ebenenschar kann durch die Achsenabschnitte x, y, z gekennzeichnet werden. Zur Beschreibung in den Kristallkoordinaten werden die zugehörigen Achsenlängen des Kristalls a, b, c durch diese Achsenabschnitte dividiert und zueinander ins Verhältnis gesetzt. Durch die Multiplikation mit dem kleinsten gemeinsamen Vielfachen N werden dann die ganzzahligen Indizes h, k, l erzeugt [51, 139].

Tabelle 2.1: Definition der Kristallsysteme und Elementarzellen

Kristallsystem	Achsenlänge und Winkel	Elementarzellen
kubisch	$a = b = c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	
tetragonal	$a = b \neq c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	
orthorhombisch	$a \neq b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	
rhomboedrisch	$a = b = c$ $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$	
hexagonal	$a = b \neq c$ $\alpha = \beta = 90^\circ$, $\gamma = 120^\circ$	
monoklin	$a \neq b \neq c$ $\alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$	
triklin	$a \neq b \neq c$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$	

$$h : k : l = N \cdot \left(\frac{a}{x} : \frac{b}{y} : \frac{c}{z} \right) \quad (2.1)$$

Liegt eine Ebene parallel zu einer Koordinatenachse, so wird der entsprechende Index auf Null gesetzt. Ebenen werden mit den Millerschen Indizes durch die Verwendung von (hkl) gekennzeichnet. Negative Indizes werden durch einen Überstrich gekennzeichnet ($h\bar{k}l$). Alle kristallographisch äquivalenten Ebenen werden durch das Symbol $\{hkl\}$ dargestellt.

Durch die Millerschen Indizes können ebenfalls Richtungen im Kristall gekennzeichnet werden. Hierbei werden die Vektorkomponenten auf das kleinste ganzzahlige Verhältnis gebracht. Die Unterscheidung geschieht durch die Verwendung von $[hkl]$ für eine Richtung und $\langle hkl \rangle$ für alle kristallographisch äquivalenten Richtungen [51, 139].

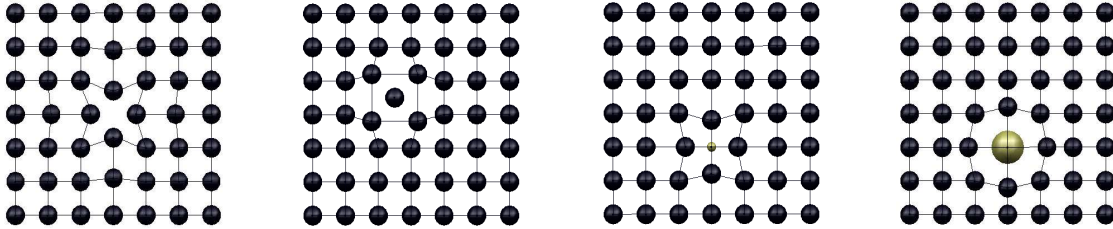


Abbildung 2.1: Nulldimensionale Kristallfehler: Fehlstellen, Zwischengitteratome, Fremdatome

2.2 Kristallbaufehler

Bei den beschriebenen Kristallaufbauten handelt es sich um ideale Konfigurationen. In der Realität kommt es jedoch zu Fehlern im Aufbau der Kristalle, so dass diese Idealstruktur nicht erreicht wird. Hierbei wird zwischen verschiedenen Fehlern unterschieden, die im Folgenden dargestellt werden.

2.2.1 Nulldimensionale Fehler

Nulldimensionale Fehler sind Punktfehler. Hierbei handelt es sich um unbesetzte Gitterpositionen (Leerstellen), Zwischengitteratome oder Fremdatome im Gitter (Abb. 2.1). Eine Kombination aus Leerstelle und Zwischengitteratom wird als Frenkel-Defekt bezeichnet [51, 146].

Die Folge dieser Punktdefekte ist eine Störung des idealen Kristallaufbaus mit daraus resultierenden Änderungen der physikalischen Eigenschaften. Im Bereich der mechanischen Eigenschaften haben Punktfehler einen Einfluss auf das lokale Spannungsfeld. Diese führen z.B. zur Behinderung der Bewegung von Versetzungen während der plastischen Verformungen, da zunächst die Spannungsfelder überwunden werden müssen [51].

2.2.2 Eindimensionale Fehler

Bei eindimensionalen Fehlern, so genannten Linienfehlern, handelt es sich um Versetzungen. Der Begriff der Versetzungen wurde durch Taylor, Orowan und Polanyi 1934 eingeführt. Sie beschrieben damit einen Baufehler, bei dem eine Ebene im Kristallgitter endet. Man spricht hierbei von einer Stufenversetzung. Eine zweite Form von Versetzungen wurde 1939 durch Burgers eingeführt, die so genannten Schraubenversetzungen. Sie entstehen dann, wenn entlang einer Linie die Atome um einen Gitterabstand parallel zu dieser Linie verschoben werden. In Abbildung 2.2 sind diese beiden Grundtypen der Versetzungen dargestellt. Reale Versetzungen sind meist Mischformen dieser beiden Grundtypen [51, 146].

Zur Beschreibung von Versetzungen werden der Burgers-Vektor \mathbf{b} und das Linienelement \mathbf{l} verwendet. Das Linienelement ist gekennzeichnet durch einen Einheitsvektor tangential zur Versetzungslinie. Der Burgers-Vektor wird dann durch einen

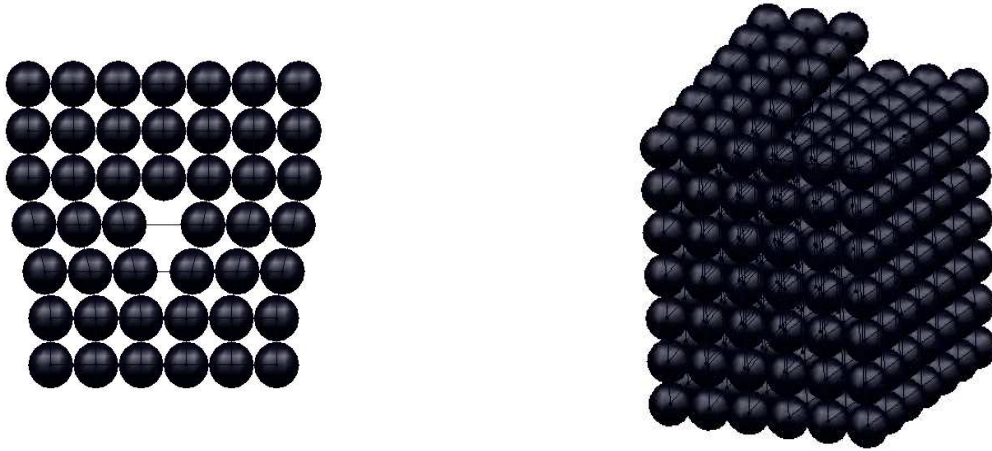


Abbildung 2.2: Eindimensionale Kristallfehler: Stufenversetzung, Schraubenversetzung

Umlauf im Urzeigersinn bezüglich der positiven Richtung des Linienelements in einer Ebene senkrecht zu diesem bestimmt. Hierzu erfolgt ein Umlauf im gestörten und im ungestörten Kristall. Der Burgers-Vektor kennzeichnet in Betrag und Richtung den Versatz der Kristallteile im gestörten Kristall auf Grund der Versetzung.

Schraubenversetzungen sind durch die Parallelität des Burgers-Vektors zum Linienelement gekennzeichnet. In Stufenversetzungen steht der Burgers-Vektor senkrecht auf dem Linienelement [51, 146].

Die Bewegungsmöglichkeiten der Versetzungen hängen von der Struktur des Versetzungskerns ab. Die Gleitrichtung und der Gleitbetrag sind eindeutig durch den Burgers-Vektor \mathbf{b} gekennzeichnet. Die Ebene, in der sich die Versetzungslinie verschiebt, die Gleitebene, ist durch ihre Normale \mathbf{n} charakterisiert

$$\mathbf{n} = \mathbf{l} \times \mathbf{b} \quad (2.2)$$

Hieraus folgt, dass Stufenversetzungen eine definierte Gleitebene besitzen, während Schraubenversetzungen wegen der Parallelität der Versetzungslinie mit dem Burgers-Vektor keine festgelegte Gleitebene aufweisen. Der mögliche Wechsel der Gleitebene bei Schraubenversetzungen wird als Quergleitung bezeichnet [51, 120].

Reale Versetzungen weichen oft von einem linearen Verlauf ab. Auf Grund der wirkenden Potentiale kann dies zu energetisch günstigeren Konfigurationen, so genannten Kinken führen [146].

Versetzungen haben eine große Bedeutung bei der plastischen Verformung der Kristalle. Die plastische Deformation metallischer Werkstoffe wird in vielen Fällen durch die Bewegung von Versetzungen dominiert [51].

2.2.3 Zweidimensionale Fehler

Bei zweidimensionalen Fehlern handelt es sich um Korngrenzen oder Phasengrenzen. Im Gegensatz zu den oben beschriebenen Fehlern werden durch diese Grenzen einzelne Kristallbereiche von einander abgetrennt. Der Unterschied zwischen den beiden Typen liegt darin, dass eine Korngrenze Bereiche mit gleicher Kristallstruktur, aber unterschiedlichen Ausrichtungen voneinander trennt. Phasengrenzen trennen Bereiche, in denen sich nicht nur die Ausrichtung, sondern auch die Gitterstruktur ändert [51].

Korn- und Phasengrenzen stellen Hindernisse bei der Versetzungsbewegung dar. Ebenso können neue Versetzungen im Bereich dieser Störungen entstehen. Aus diesem Grunde haben diese Fehlerformen einen großen Einfluss auf das plastische Verformungsverhalten der Kristalle.

2.3 Verformungsverhalten

Die unterschiedliche Struktur der Kristalle hat Auswirkungen auf das Verformungsverhalten. Im folgenden Abschnitt sollen die für die elastischen und plastischen Eigenschaften verantwortlichen Systeme dargestellt werden.

2.3.1 Elastisches Verhalten

Das elastische Verhalten der Kristalle ist durch die reversible Deformation des Kristallgitters gekennzeichnet [139]. Die Atome verbleiben hierbei in ihren Positionen innerhalb des Gitters.

Im Gleichgewichtszustand des Kristallgitters wird ein Minimum des Wechselwirkungspotentials U benachbarter Atome eingestellt. Dieses lässt sich als Summe anziehender und abstoßender Potentiale darstellen.

$$U = U^+ + U^- \quad (2.3)$$

$$U = Ar^{-m} - Br^{-n} \quad (2.4)$$

wobei r der Abstand zwischen den benachbarten Atomen und A und B positive Konstanten sind. Die innere Wechselwirkungskraft F_w [49, 120, 146] ergibt sich als erste Ableitung dieses Potentials.

$$F_w = -\frac{dU}{dr} = -\frac{m}{r}Ar^{-m} + \frac{n}{r}Br^{-n} \quad (2.5)$$

In Abbildung 2.3 ist ein typischer Verlauf des Potentials und der Wechselwirkungskraft dargestellt.

Wird das Wechselwirkungspotential um die Gleichgewichtslage r_0 in eine Taylorreihe entwickelt, so ergibt sich mit $x = r - r_0$

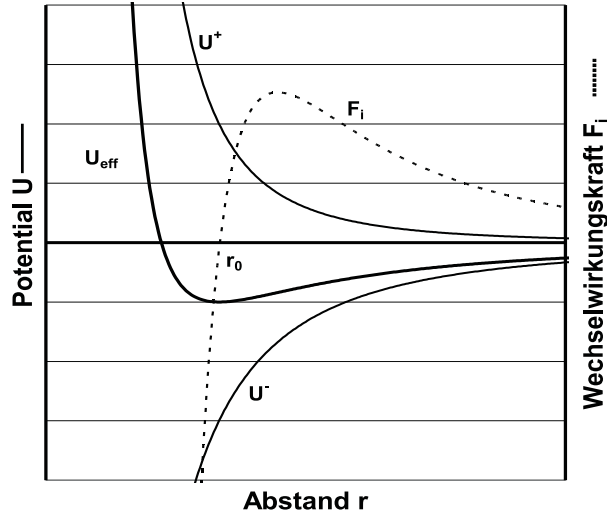


Abbildung 2.3: Potentialkurven und Wechselwirkungskraft benachbarter Atome [49]

$$U = U_0 + U'_0 x + \frac{1}{2} U''_0 x^2 + O(x^3) \quad (2.6)$$

Der zweite Term auf der rechten Seite entfällt in der Gleichgewichtslage, da diese ein Minimum des Potentials darstellt. Im dritten Term korrespondiert der Faktor U''_0 direkt mit dem Elastizitätsmodul [49].

Durch die Anbindung der elastischen Konstanten an die interatomaren Kräfte sind diese nur wenig von äußeren Effekten, wie z.B. der Kaltverfestigung, abhängig. Die elastischen Kennwerte ändern sich in vielen Legierungen annähernd proportional zum Anteil der beteiligten Elemente. Bei der Ausbildung von intermetallischen Phasen kann es jedoch zu nichtlinearen unstetigen Verläufen kommen [21, 123]. Die bei typischen Konstruktionswerkstoffen erreichbaren Änderungen des Elastizitätsmoduls liegen auf Grund der limitierten Löslichkeit der Legierungselemente im Bereich von $\pm 10\%$ des unlegierten Matrixwerkstoffes [120].

Die elastischen Eigenschaften sind abhängig von der Temperatur. Mit steigenden Temperaturen sinken die Werte der elastischen Konstanten, da der Gleichgewichtsabstand der Teilchen wächst. Für Temperaturen unterhalb der halben Schmelztemperatur T_m kann für Metalle die lineare Näherung

$$E(T) = E_0 \left(1 - \frac{T}{2T_m} \right) \quad (2.7)$$

verwendet werden. Hierbei ist E_0 der E -Modul bei 0 K [120, 139]

Während einer elastischen Verformung kommt es durch die Verzerrung des Gitters zu einer Änderung der Gitterebenenabstände, die durch Beugungsmethoden messbar sind.

2.3.2 Plastische Verformung

Bei größeren Verformungen ist die Verzerrung des Kristallgitters nicht mehr ausreichend, um die Deformation aufzunehmen. Weitere Mechanismen werden aktiviert, der Kristall verformt sich plastisch. Die ersten Untersuchungen zur Erklärung dieser Effekte sind bereits Anfang des vorigen Jahrhunderts durchgeführt worden. Bereits um 1900 erkannten Ewing und Rosenhain [44], dass sich plastische Deformationen in Metallen durch mikroskopisch unstetige Prozesse einstellen. Diese wurden durch Ableitungen, wie sie von Ionenkristallen bekannt waren, erklärt.

Weitere Untersuchungen bestätigten, dass sich im Gegensatz zu einer elastischen Deformation die Struktur des Kristalls nicht ändert. Bei einer reinen plastischen Verformung bleiben die Gitterkonstanten erhalten, wie durch Röntgenbeugung festgestellt werden konnte [96]. Diese Verformung kann durch unterschiedliche Mechanismen geschehen, die im Folgenden dargestellt werden.

Beginn der plastischen Verformung

Auf Grund des interatomaren Potentials lässt sich eine theoretische kritische Schubspannung ableiten. Bei Überschreiten dieser Spannung beginnt eine plastische Verformung im idealen Kristall. Hierzu wird das Maximum der Wechselwirkungskraft zwischen benachbarten Atomen herangezogen. Somit ergibt sich für die kritische Spannung eine Abhängigkeit vom Abstand der Atome und vom Betrag des Wechselwirkungspotentials [139].

Innerhalb eines idealen Kristallgitters ergibt sich ein periodischer Verlauf des Potentials entlang der Gitterachsen. Nähert man den Verlauf des Potentials durch die ersten Glieder einer Fourier-Reihe, so ergibt sich bei einer Scherdeformation des Kristalls um $u(x)$ aus der Ruhelage x bei einem Atomabstand in Scherrichtung von r_0 [51, 139, 146]

$$U(x) \approx U_0 \left(1 - \cos \frac{2\pi u(x)}{r_0} \right) \quad (2.8)$$

Die Schubspannungen τ ergeben sich aus der Ableitung des Potentials nach der Verschiebung der Atome

$$\tau = \frac{2\pi U_{max}}{r_0} \sin \left(2\pi \frac{u(x)}{r_0} \right) = \tau^{\text{krit,th}} \sin \frac{2\pi u(x)}{r_0} \quad (2.9)$$

Für kleine Auslenkungen ergibt sich als Näherung somit

$$\tau \approx \tau^{\text{krit,th}} \frac{2\pi u(x)}{r_0} \quad (2.10)$$

Zieht man für solche kleinen Auslenkungen das Hookesche Gesetz heran, so ergibt sich für eine Scherung bei einer Verschiebung eines Atoms um $u(x)$ aus der bisherigen Ruhelage x und einem Netzebenenabstand d [38, 51, 139]

$$\tau = G\gamma = G \frac{u(x)}{d} \quad (2.11)$$

Der Netzebenenabstand d kann im Fall kubischer Kristallsymmetrie aus den Millerschen Indizes und der Gitterkonstanten a bestimmt werden.

$$d = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} \quad (2.12)$$

Durch Gleichsetzung der Gleichungen (2.9) und (2.11) lässt sich die theoretische kritische Schubspannung $\tau^{\text{krit,th}}$ bestimmen

$$\tau^{\text{krit,th}} = \frac{Gr_0}{2\pi d} \quad (2.13)$$

Die so berechneten kritischen Schubspannungen liegen jedoch um Größenordnungen über den experimentell an Realkristallen gemessenen Werten [46, 94]. Die Ursache für diese Diskrepanz liegt darin, dass in der Berechnung dieser Spannung von einem idealen Kristallgitter ausgegangen wird. In einem realen Kristall existieren jedoch Kristallbaufehler. Speziell die Versetzungen führen dazu, dass durch lokale Spannungen ein Teil der notwendigen Energie zur Überwindung des Potentialwalls geliefert wird. Somit wird ein Abgleiten des Materials bei wesentlich geringeren äußeren Spannungen ermöglicht. Dieses vollzieht sich dann nicht durch das gleichzeitige Abgleiten einer ganzen Kristallebene, sondern durch ein stufenweises Abgleiten [21, 51, 70, 139].

Die hierfür benötigte Spannung wird als Peierls-Nabarro-Spannung bezeichnet [38, 53, 120]. Zur Ableitung dieser Größe wird eine Näherung der an einer Stufenversetzung im kubisch primitiven Gitter wirkenden Spannungen betrachtet. Gleichung (2.9) beschreibt die einer Auslenkung $u(x)$ in Richtung \mathbf{b} entgegenwirkende Rückstellspannung. Betrachtet man eine Position direkt oberhalb der Gleitebene einer Versetzung, so wird hierbei der Abstand r_0 durch den Betrag des Burgers-Vektors $b = |\mathbf{b}|$ ersetzt. Diese Spannung steht im Gleichgewicht zu der von der anderen Seite der Halbebene durch den Einschub einer weiteren Gitterebene herrührenden Spannung τ_r der verteilten Versetzung. Diese bestimmt sich unter Annahme eines elastischen Verhaltens aus [53]

$$\tau_g(x) = \frac{Gb^2}{4\pi(1-\nu)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{b'(\zeta)}{x-\zeta} d\zeta \quad (2.14)$$

wobei gemäß der Definition des Burgers-Vektors

$$b = \int_{-\infty}^{+\infty} b'(\zeta) d\zeta = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{du}{d\zeta} d\zeta \quad (2.15)$$

gilt. Das Gleichgewicht wird bei einer Auslenkung $u(x)$ erreicht, bei der die Gleichungen (2.9) und (2.14) identische Spannungen liefern

$$\frac{1}{d} \sin \left(2\pi \frac{u(x)}{b} \right) = \frac{b}{2(1-\nu)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{du}{d\zeta} \frac{d\zeta}{x-\zeta} \quad (2.16)$$

Die Lösung der Peierlschen Integralgleichung ergibt sich im Fall des kubisch primitiven Gitters mit der Position des Versetzungszentrums bei x_0 zu

$$u(x) = -\frac{b}{2\pi} \arctan\left(\frac{2(1-\nu)(x-x_0)}{d}\right) \quad (2.17)$$

mit ν als Querkontraktionszahl. Somit ergibt sich als Näherung für die notwendige Schubspannung zur Verschiebung um den Betrag d ein Wert von

$$\tau_p = \frac{2G}{1-\nu} \exp\left(-\frac{2\pi d}{(1-\nu)b}\right) \quad (2.18)$$

Die Peierls-Nabarro-Spannung τ_p ist die Mindestspannung, die aufgebracht werden muss, um ohne thermische Aktivierung ein Abgleiten einer Versetzung herbeizuführen [51].

Die Größe der anfänglichen kritischen Schubspannung kann durch gezielte Erzeugung von Gitterfehlern verändert werden. Die Zugabe von Fremdatomen führt auf Grund der daraus resultierenden Gitterverzerrung zu einer Änderung des Potentials proportional zur Volumendifferenz der Atome [146].

Cottrell [33] beschrieb 1953 die Möglichkeit der Versetzungsverankerung durch die Anlagerung von Fremdatomen um Versetzungen herum. Die Auswirkung dieser Cottrell-Wolken besteht in einer Steigerung der Fließspannung und die Ausbildung einer ausgeprägten Streckgrenze.

Die Existenz einer solchen kritischen Schubspannung wurde bereits 1924 durch Untersuchungen von Schmid [125] gezeigt. Bei Zugversuchen mit Zink-Einkristallen konnte nachgewiesen werden, dass die Ausrichtung der Gleitsysteme gegenüber der Zugachse den entscheidenden Einfluss auf den Fließbeginn hat, während die kritische Schubspannung τ^{krit} nahezu unabhängig von der Ausrichtung der Kristalle ist. Dieser Zusammenhang konnte auch in anderen Einkristallen experimentell bestätigt werden. Dies führte zur Formulierung des Gesetzes der kritischen wirksamen Schubspannung (Schmid'sches Schubspannungsgesetz) [125, 139]: Ein Kristall kann sich plastisch verformen, wenn in einem Gleitsystem die wirksame Schubspannung und die kritische Schubspannung identisch sind [126]

$$\tau = \sigma \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 = \tau^{\text{krit}} \quad (2.19)$$

wobei τ die im Gleitsystem wirksame Schubspannung, σ den Betrag der Zugspannung, α_1 und α_2 die Winkel zwischen der Zugachse und der Gleitebenennormale \mathbf{n} bzw. der Gleitrichtung \mathbf{m} beschreiben. Die Verallgemeinerung auf einen beliebigen Spannungszustand $\boldsymbol{\sigma}$ liefert

$$\tau = \mathbf{m} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \tau^{\text{krit}} \quad (2.20)$$

Neuere Untersuchungen zeigen, dass das Schmid'sche Schubspannungsgesetz exakt nur für die dichtest-gepackten Kristallkonfigurationen gilt. Bei komplexeren Kristalltypen, wie z.B. kubisch-raumzentrierten Kristallen, kann eine Abhängigkeit der kritischen wirksamen Schubspannung von den Schubspannungen auch auf anderen

Gleitebenen auftreten. Ein hiermit verbundener Effekt ist die Asymmetrie im Zug- und Druckbereich der Polykristalle [39, 145].

Kristallographische Gleitung

Die kristallographische Gleitung ist dominant in vielen duktilen Metallen bei niedrigen Umformgeschwindigkeiten. Sie ist gekennzeichnet durch die Aktivierung sogenannter Gleitsysteme, bestehend aus einer Gleitrichtung und einer Gleitebene. Diese Systeme sind abhängig vom Kristalltyp (Tabelle 2.2). Die Gleitrichtungen und Gleitebenen sind typischerweise niedrig indizierte, dicht gepackte Richtungen bzw. Ebenen im Kristallgitter [51, 70, 146].

Tabelle 2.2: Kristallographische Gleitsysteme [51, 127]

Kristallsymmetrie	Gleitebenen	Gleitrichtungen	Anzahl
kubisch-raumzentriert	$\{110\}$	(111)	24
	$\{112\}$	(111)	12
	$\{123\}$	(111)	12
kubisch-flächenzentriert	$\{111\}$	(110)	12

Die Auswahl dieser Systeme ist direkt aus der Gleichung für die Peierls-Spannung (Gl. 2.18) ableitbar, die die notwendige Schubspannung zur Bewegung einer Versetzung beschreibt [53, 120]. Die geringsten Schubspannungen ergeben sich entsprechend dieser Beziehung für Systeme mit einem kleinen Betrag des Burgers-Vektors und einem großen Gleitebenenabstand.

Das Abgleiten auf diesen Systemen geschieht nicht als gesamte Kristallebene, sondern durch eine sukzessive Wanderung von Versetzungen. Diese sind zu Beginn der Deformation im Material enthalten, zusätzliche Versetzungen werden während des plastischen Fließens gebildet [51, 52, 70].

Der Zusammenhang zwischen der Versetzungswanderung und der Scherrate $\dot{\gamma}$ des Kristalls wird durch die Orowan-Beziehung vermittelt. Zur Ableitung dieser Beziehung wird die Scherung eines Kristalls der Länge l_1 und der Höhe l_2 infolge der Verschiebung einer Stufenversetzung betrachtet [38]. Die Scherverzerrung beim vollständigen Abgleiten des Kristalls ist

$$\gamma_i = \frac{b}{l_2} \quad (2.21)$$

Für den Fall, dass die Versetzung i einen Weg $x_i < L$ zurückgelegt hat, ergibt sich als Näherung der Abgleitung δ_i

$$\delta_i = \frac{bx_i}{l_1} \quad (2.22)$$

Bewegt sich eine Gruppe von N Versetzungen, so ergibt sich entsprechend

$$\delta = \sum_{i=1}^N \delta_i = \frac{b}{l_1} \sum_{i=1}^N x_i \quad (2.23)$$

Somit ergibt sich als makroskopische Gleitung

$$\gamma = \frac{b}{l_1 l_2} \sum_{i=1}^N x_i = \frac{Nb}{l_1 l_2} \bar{x} \quad (2.24)$$

wobei

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (2.25)$$

ist. Hieraus ergibt sich die Orowan-Beziehung, die die Scherrate im Falle einer konstanten Versetzungsdichte ρ_m der mobilen Versetzungen beschreibt

$$\dot{\gamma} = \rho_m b v \quad (2.26)$$

wobei die Versetzungsdichte durch den Quotienten

$$\rho_m = \frac{N}{l_1 l_2} \quad (2.27)$$

bestimmt wird und v die mittlere Geschwindigkeit der Versetzungen ist. Die reale Versetzungsdichte ist abhängig von der Schubspannung und über die Versetzungsmultiplikation auch von der Versetzungsgeschwindigkeit. Als Quellen der Versetzungsbildung fungieren vorhandene Störstellen, wie Korngrenzen oder festliegende Einschlüsse. An letzteren können über den Frank-Read-Mechanismus neue Versetzungen gebildet werden [51, 52, 53, 70].

Die wirksame Kraft bei einem gegebenen Spannungszustand $\boldsymbol{\sigma}$ auf eine Versetzung ergibt sich aus der Peach-Koehler-Gleichung [112]. Hierzu wird die beim Abgleiten einer Versetzung verrichtete Arbeit betrachtet. Das Wandern einer Versetzung mit dem Linienelement \mathbf{l} und dem Burgers-Vektor \mathbf{b} in Richtung $d\mathbf{r}$ infolge der Spannung $\boldsymbol{\sigma}$ führt zum Abgleiten eines Flächenelementes

$$d\mathbf{a}_{rs} = d\mathbf{l} \times d\mathbf{r} \quad (2.28)$$

Die bei der Verschiebung der Versetzung um den Burgers-Vektor verrichtete Arbeit muss identisch mit der Arbeit sein, die durch die Kraft $d\mathbf{k}$ auf die Versetzung bei der Verschiebung um $d\mathbf{r}$ geleistet wird

$$dU = d\mathbf{k} \cdot d\mathbf{r} = [\boldsymbol{\sigma} \cdot (d\mathbf{l} \times d\mathbf{r})] \cdot \mathbf{b} \quad (2.29)$$

$$dU = d\mathbf{k} \cdot d\mathbf{r} = [(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{b}) \times d\mathbf{l}] \cdot d\mathbf{r} \quad (2.30)$$

Somit ergibt sich für die Kraft pro Längeneinheit \mathbf{k} der Zusammenhang

$$\mathbf{k} = (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{b}) \times \mathbf{l} \quad (2.31)$$

Die auf die Versetzung wirkende Kraft ist somit immer orthogonal zum Linienelement der Versetzung. Die Spannung kann sowohl durch äußere Kräfte als auch durch die Spannungsfelder anderer Versetzungen aufgebracht werden [146].

Zwillingsbildung

Bei hohen Umformgeschwindigkeiten, tiefen Temperaturen und in Kristallen mit wenigen Gleitsystemen (z.B. hexagonalen Kristallen) besitzt der Mechanismus der Zwillingsbildung ebenfalls eine Bedeutung bei der plastischen Deformation. Da dieser für die später betrachtete Materialklasse und die Umformbedingungen nur von sekundärer Bedeutung ist, soll an dieser Stelle nur das zugrunde liegende Konzept kurz dargestellt werden. Ausführlichere Beschreibungen dieses Mechanismus finden sich z.B. bei Haasen [53] und Gottstein [51].

Die Zwillingsbildung ist eine Scherverformung, bei der ein Teil des Kristalls in eine spiegelsymmetrische Lage überführt wird. Die Ausgangsstruktur des Kristalls wird hierbei ebenfalls wie bei der Gleitung erhalten, während die Orientierung des Zwillingsbereiches in eine spiegelsymmetrische Lage überführt wird [51, 53].

Die Spiegelebene wird hierbei als Zwillingsebene bezeichnet. Die Charakterisierung der mechanischen Zwillingsbildung geschieht durch Zwillingsysteme, gekennzeichnet durch die Zwillingsebene und die Richtung der Scherung. Die Verschiebungsebene wird von der Scherrichtung und der Normalen der Zwillingsebene aufgespannt. Typische Zwillingsysteme sind in Tabelle 2.3 zusammengestellt [51].

Tabelle 2.3: Zwillingsysteme in kubischen Kristallen [51]

Kristallsymmetrie	Zwillings- ebenen	Verschiebungs- richtung	Verschiebungs- ebene
kubisch-raumzentriert	{112}	$\langle 111 \rangle$	{110}
kubisch-flächenzentriert	{111}	$\langle 112 \rangle$	{110}

Im Gegensatz zum kristallographischen Gleiten ist der Betrag der Scherung eine feste Größe und die Bewegung ist nur einsinnig möglich. Die Gesamtformänderung ist damit jedoch nicht fixiert, da diese auch vom Volumenanteil des Zwillings abhängt [51, 120].

2.3.3 Verfestigung von Einkristallen

Die plastische Deformation der Einkristalle durch den Mechanismus der Abgleitung ist abhängig von der Bewegung der Versetzungen. Diese wird durch Wechselwirkungen mit anderen Versetzungen und weiteren Kristallbaufehlern behindert.

Versetzungen führen auf Grund der Gitterverzerrung zu inneren Spannungsfeldern im Material. Die Spannungsfelder außerhalb des Versetzungskerns lassen sich gut mit elastischen Kontinuumsbetrachtungen beschreiben [51, 146]. Im Falle einer

Schraubenversetzung mit dem Burgers-Vektor \mathbf{b} ergibt sich ein Verzerrungsfeld in Zylinderkoordinaten, in dem nur eine Komponente ungleich null ist

$$\gamma_{\phi z} = \frac{b}{2\pi r} \quad (2.32)$$

Hierbei wird von einer Ausrichtung der z -Achse des Systems parallel zu \mathbf{b} ausgegangen. Der Radius r beschreibt den Abstand zum Versetzungskern. Unter der Annahme isotroper Elastizität mit einem Schubmodul G gilt damit

$$\tau_{\phi z} = \frac{Gb}{2\pi r} \quad (2.33)$$

In analoger Weise lässt sich das Spannungsfeld um eine Stufenversetzung [38] approximieren. In Zylinderkoordinaten ergibt sich

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\phi\phi} = -\frac{Gb}{2\pi(1-\nu)} \frac{\sin \phi}{r} \quad (2.34)$$

$$\tau_{r\phi} = \tau_{\phi r} = \frac{Gb}{2\pi(1-\nu)} \frac{\cos \phi}{r} \quad (2.35)$$

mit ν als Querkontraktionszahl. Wie aus diesen Gleichungen erkennbar ist, verhalten sich die Beträge der Spannungen umgekehrt proportional zum Abstand vom Versetzungskern und weisen somit eine lange Reichweite auf, so dass die Versetzungen über die Spannungsfelder wechselwirken können.

Somit kann die Kraft, die eine Versetzung auf eine andere ausübt über die Peach-Koehler-Gleichung (Gl. 2.31) beschrieben werden. Im Fall zweier paralleler Stufenversetzungen mit $\mathbf{l} = [001]$ und $\mathbf{b} = [100]$, von denen sich eine unbeweglich im Koordinatenursprung befindet und eine zweite vorbeibewegt wird, ergibt sich als Wechselwirkungskraft

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \tau_{xy}b \\ -\sigma_{xx}b \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{Gb^2}{2r\pi(1-\nu)} \begin{bmatrix} \cos \phi \cos 2\phi \\ -\sin \phi(2 + \cos 2\phi) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Die erste Komponente der Kraft muss für eine Gleitung aufgebracht werden, die zweite Komponente wirkt senkrecht zur Gleitebene und beeinflusst das „Klettern“ der Versetzungen.

Soll die Versetzung eine andere in einem Abstand r_0 passieren, ist demnach eine Maximalspannung τ_{pass} von

$$\tau_{\text{pass}} = \frac{Gb}{2r_0\pi(1-\nu)} \quad (2.37)$$

notwendig. Diese Beziehung lässt sich auf die Interaktion mehrerer Versetzungen verallgemeinern, so dass man die Größe der notwendigen Passierspannung durch

$$\tau_{\text{pass}} = \alpha_1 Gb\sqrt{\rho_m} \quad (2.38)$$

abschätzen kann [51]. Hierbei ist ρ_m die Dichte der mobilen (primären) Versetzungen. Auf Basis dieser Wechselwirkungen wurden die ersten Konzepte zur Verfestigung beschrieben. Wird die Bewegung von Versetzungen durch Einschlüsse oder Korngrenzen beschränkt, kommt es zu einem Aufstau. Auf Grund dieses Rückstaus an Versetzungen entsteht demnach eine Rückspannung, die weitere Versetzungen in ihrer Bewegung behindert. Eine Umkehr der Gleitrichtung führt zu einer Absenkung der kritischen Schubspannung. Dieser Effekt, der eine kinematische Verfestigung (Bauschinger-Effekt) widerspiegelt, wurde experimentell von Edwards, Washburn und Parker 1953 an Zinkeinkristallen nachgewiesen [41].

Zusätzlich zur Interaktion innerhalb eines Gleitsystems kommt es zur Wechselwirkung mit Versetzungen auf sekundären Gleitsystemen. Deren Versetzungslinien durchdringen die primäre Gleitebene, daher werden sie auch als Waldversetzungen bezeichnet. Die Bewegung der primären Versetzungen führt zu einem Schneidprozess, bei dem eine Versetzungsstufe gebildet wird. Die hierfür notwendige Energie muss durch das äußere Kraftfeld aufgebracht werden. Somit folgt aus der Energiebilanz

$$U = \mathbf{k} \cdot \mathbf{b} = \tau_s b l_w = \frac{Gb^2}{2} b \quad (2.39)$$

die Beziehung für die notwendige Schneidspannung τ_s , wobei die mittlere freie Weglänge l_w durch die Versetzungsdichte der Waldversetzungen $\rho_w = 1/l_w^2$ substituiert wird [51]

$$\tau_s = \frac{1}{2} Gb \sqrt{\rho_w} \quad (2.40)$$

Die aus dem Schneiden von Waldversetzungen resultierende Verfestigung sind von kurzer Reichweite, die resultierenden Spannungen klingen innerhalb von 5-10 Atomabständen ab. Dieser Effekt ist stark temperatur- und dehnratenabhängig, da die Behinderung durch thermische Fluktuation überwunden werden kann. Im Gegensatz dazu sind die Versetzungsaufstauungen vor Hindernissen mit Spannungsfeldern langer Reichweite verbunden und damit gegenüber der Temperatur und der Verformungsgeschwindigkeit relativ unabhängig [38].

Die kritische Schubspannung, die notwendig zur Fortsetzung des Deformationsprozesses ist, ergibt sich als Summe dieser Spannungen. Oft werden die beiden Gleichungen auch zu einer Funktion der Gesamtversetzungsdichte ρ_{ges} zusammengefasst [51].

$$\tau_0 = \alpha_1 Gb \sqrt{\rho_m} + \frac{1}{2} Gb \sqrt{\rho_w} \approx \alpha Gb \sqrt{\rho_{ges}} \quad (2.41)$$

Eine Zunahme der Versetzungsdichte führt somit zu einer Verfestigung des Materials. Ein klassisches Beispiel für die Versetzungsentstehung ist die Frank-Read-Quelle. Hierbei ist eine Versetzungslinie an ihren Enden in der Gleitebene fixiert. Infolge der Wirkung einer Schubspannung baucht sich diese Versetzungslinie aus. Aus dem Gleichgewicht der Kraft auf die Versetzungslinie infolge der Schubspannung und der Rückstellkraft infolge der Verlängerung der Versetzungslinie ergibt sich

$$\frac{u}{R} ds = \tau b ds \quad (2.42)$$

wobei u die Energie je Längeneinheit der Versetzungslinie s und R die Krümmung der Versetzungslinie sind. Für die Linienenergie ergibt sich aus dem Spannungsfeld um eine Schraubenversetzung (Gl. 2.33) die Näherung

$$u = \frac{1}{2} \int_{r_0}^{r_1} \tau_{\phi z} b dr = \frac{Gb^2}{4\pi} \ln \frac{r_1}{r_0} \quad (2.43)$$

Eine analoge Beziehung gilt für Stufenversetzungen. Mit der Näherung $r_0 = b$ für die Größe des Versetzungskerns lässt sich hiermit eine Abschätzung der Linienenergie aufstellen

$$u \approx \frac{Gb^2}{2} \quad (2.44)$$

Die Maximalspannung, die notwendig ist, um durch eine Frank-Read-Quelle einen neuen Versetzungsring zu erzeugen, ist erreicht, wenn die Versetzung einen Halbkreis zwischen ihren Fixpunkten aufspannt. Somit ergibt sich für die Spannung

$$\tau \approx \frac{Gb}{l_0} \quad (2.45)$$

wobei l_0 der Ausgangslänge der Versetzungslinie entspricht.

Liegt innerhalb des Kristalls eine zweite Phase vor, so trägt diese ebenfalls zur Veränderung des Festigkeitsverhaltens des Materials bei. Hierbei muss grundsätzlich zwischen Verhalten bei kohärenten und inkohärenten Phasen unterschieden werden. Kohärente Phasen weisen ein Kristallgitter auf, das dem des Matrixmaterials entspricht. Daher können Versetzungen diese Teilchen schneiden. Die hierfür notwendige Spannungserhöhung ist abhängig vom Teilchenradius r , von der mittleren Entfernung zweier Teilchen d , dem Betrag des Burgers-Vektor b sowie der Grenzflächenenergie Γ [146].

$$\tau_s = \frac{2\pi r \Gamma}{db} \quad (2.46)$$

Im Fall einer inkohärenten Phase ist ein Schneiden nicht möglich. Daher kann eine Versetzung diese Teilchen nur umgehen. Dies geschieht durch den Orowan-Mechanismus unter Ausbildung eines Versetzungsringes um das umgangene Teilchen. Hierbei handelt es sich um eine geometrisch notwendige Versetzung. Die hierfür notwendige Spannung ist die Orowan-Spannung [146], die sich aus der notwendigen Arbeit für das Aufweiten einer Versetzung zu einem Versetzungsring ergibt. Die hierfür benötigte Energie (siehe Gl. 2.44) muss durch das äußere Spannungsfeld aufgebracht werden

$$dU = 2\pi dr \frac{Gb^2}{2} = \mathbf{k} \cdot d\mathbf{r} = \tau 2\pi r b dr \quad (2.47)$$

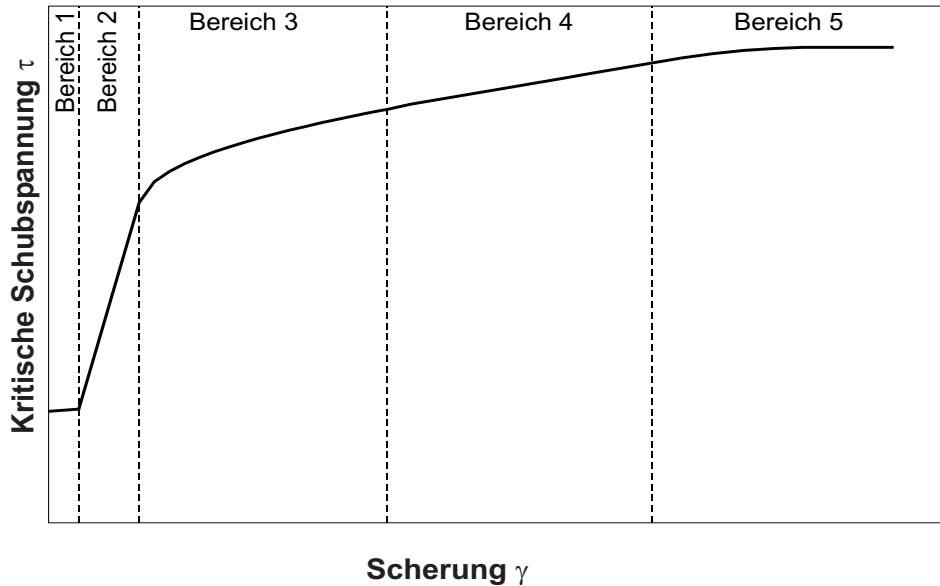


Abbildung 2.4: Schematische Verfestigungskurve für kubisch-flächenzentrierte Kristalle [109]

Somit folgt zur Umgehung eines Teilchen mit dem Durchmesser $d = 2r$ eine minimale Schubspannung von

$$\tau_o = \frac{Gb}{d} \quad (2.48)$$

Bei kubisch-flächenzentrierten Einkristallen lässt sich die Entwicklung der kritischen Schubspannung nach Seeger [132] in drei Bereiche einteilen. Neuere Untersuchungen [109] führen zu einer Einteilung in insgesamt fünf Bereichen, wobei der letzte Bereich der ursprünglichen Einteilung aufgeteilt wird. Diese Einteilung ist schematisch in Abbildung 2.4 dargestellt.

Im ersten Bereich, dem so genannten Easy-Glide-Bereich, kommt es nach Überschreitung der anfänglichen kritischen Schubspannung τ_0 zum Abgleiten von Versetzungen. Hierbei wird im Kristall nur ein Gleitsystem aktiviert [38]. Die Versetzungen können große Wege zurücklegen und verlassen teilweise den Kristall. Die Erzeugung von Versetzungen geschieht ebenfalls nahezu unbehindert. Ein Teil der Versetzungen wird jedoch an Hindernissen aufgehalten. Dies hat den Aufbau von Spannungen mit langer Reichweite zur Folge. Der Verfestigungskoeffizient Θ ist die Ableitung der kritischen Schubspannung nach der Gleitung

$$\Theta = \frac{\partial \tau^{\text{krit}}}{\partial \gamma} \quad (2.49)$$

In diesem Bereich ist der Anstieg der kritischen Schubspannung in einer Größenordnung von etwa

$$\Theta_1 \approx 10^{-4}G \quad (2.50)$$

Der Aufbau dieser Spannungen hat zur Folge, dass auch Versetzungen auf sekundären Gleitsystemen aktiviert werden. Dies führt schließlich zu einer deutlichen Steigerung der Festigkeit, die beim Übergang zum zweiten Bereich zu beobachten ist [51].

Die Größe dieses Anfangsbereiches ist stark von der Orientierung des Kristalls abhängig. Bei einer ungünstigen Lage des Kristalls gegenüber der Last beginnt die Verfestigungskurve direkt mit dem zweiten Abschnitt, in dem auch sekundäre Systeme aktiviert werden. Die Länge des ersten Abschnittes sinkt mit zunehmender Temperatur. Die Zunahme des Anteils von Fremdatomen im Kristallgitter führt ebenfalls zu einer Verringerung dieses Verfestigungsbereiches [48, 53, 146].

Der zweite Bereich ist durch die Wechselwirkung der primären und sekundären Versetzungen sowie durch eine starke Zunahme der Versetzungsdichte gekennzeichnet. Hierbei kommt es zur Immobilisierung der primären Versetzungen durch Ausbildung stabiler Konfigurationen, z.B. Lomer-Cottrell-Versetzungen [32, 92]. Diese behindern wiederum die Bewegung nachfolgender Versetzungen. Zur Aufrechterhaltung der Gleitung ist somit eine weitere Erzeugung von Versetzungen notwendig, für die höhere Spannungen benötigt werden. Der Verfestigungskoeffizient Θ_2 ist in diesem Bereich deutlich höher als im ersten Abschnitt [139]

$$\Theta_2 \approx 30\Theta_1 \quad (2.51)$$

Die Verfestigung in diesem Bereich ist nahezu unabhängig von der Orientierung des Kristalls und der Kristallstruktur [51].

Durch die Aktivierung unterschiedlicher Gleitsysteme kommt es zur Ausbildung von Zellstrukturen durch die Versetzungen. Hierbei sammeln sich Versetzungen in bestimmten Bereichen, während andere Bereiche nahezu versetzungsfrei sind [38].

Schließlich beginnen die aufgestauten Versetzungen die Hindernisse zu überwinden. Dies kennzeichnet den Beginn des dritten Bereiches der Verfestigungskurve. Die Festigkeit des Kristalls steigt weiter an, jedoch sinkt der Verfestigungskoeffizient. Die Ursache für dieses Verhalten liegt im Einsetzen der Quergleitung von Schraubenversetzungen, um die Hindernisse in der primären Gleitebene zu umgehen. Die Quergleitebene ist ungünstiger zur Last orientiert, so dass höhere Spannungen zur Aktivierung notwendig sind. Der Widerstand gegen die Quergleitung ist abhängig von der Stapelfolge der Kristallebenen, wobei eine höhere Stapelfehlerenergie das Quergleiten vereinfacht. Weiterhin ist dieser Effekt stark temperaturabhängig [139].

Die mögliche Laufweite der Versetzungen steigt durch diesen Effekt wieder an. Ebenfalls kann es zum Absinken der Versetzungsdichte kommen, da durch das Quergleiten die Möglichkeiten zur Auslöschung antiparalleler Versetzungen steigen. Dieser Effekt, der zum Absinken der Verfestigung führt, wird dynamische Erholung genannt [38, 51].

Im vierten Abschnitt der Verfestigung stabilisiert sich der Verfestigungskoeffizient

Θ und liegt laut Nes [109] in der Größenordnung von

$$\Theta_4 \approx 2 \cdot 10^{-4} G \quad (2.52)$$

Im abschließenden fünften Bereich sinkt der Verfestigungskoeffizient auf null ab, die kritische Schubspannung erreicht einen Sättigungswert [109].

In kubisch-raumzentrierten Kristallen sind die Unterschiede zwischen den einzelnen Bereichen wesentlich geringer [139]. Oftmals ist der zweite Abschnitt der Verfestigungskurve auf einen Wendepunkt reduziert [53].

Untersuchungen von Kocks [76] an kubisch-raumzentrierten Kristallen und Nakada [105] an Eiseneinkristallen zeigten, dass sich bei einem Prozess, bei dem nach einer Einfachgleitung auf einem System eine weitere Einfachgleitung auf einem anderen System anschließt, die kritische Schubspannung im zweiten System höher ist als die im zuerst betätigten System. Dieses Verhalten wird als Fremdverfestigung bezeichnet. In kubisch-flächenzentrierten Kristallen ist dieser Effekt sehr stark von der Lage der Gleitsysteme zueinander abhängig. In den untersuchten Eisenkristallen ist die Fremdverfestigung nahezu unabhängig von Temperatureinflüssen, Vordehnung und Verformungsgeschwindigkeit.

Dehnrateneffekte

Bei der bisherigen Beschreibung der Verformungen wurde die Zeitabhängigkeit der Verformungsvorgänge nicht beachtet. Experimentelle Beobachtungen zeigen jedoch, dass das Fließverhalten von Kristallen eine Abhängigkeit von der Dehnrates aufweist. Diese Dehnratenabhängigkeit ist jedoch bei niedrigen homologen Temperaturen gering ausgeprägt. Sie gewinnt erst bei Werten ab etwa der halben Schmelztemperatur an Bedeutung [51].

Wie die Orowan-Beziehung (Gl. 2.26) aufzeigt, ist die makroskopische Dehnrates an die mittlere Versetzungsgeschwindigkeit gekoppelt. Die Versetzungsgeschwindigkeit ist durch die thermisch beeinflusste Hindernisüberwindung ein statistischer Prozess, der bei gegebener Temperatur ebenfalls von der Zeit abhängig ist [53]. Ein Beispiel für eine solche Abhängigkeit ist die aus dem Schneiden von Waldversetzungen resultierende Verfestigung, die durch thermische Aktivierung beschleunigt wird [38]. Ebenso wird die Überwindung von Punktdefekten thermisch beeinflusst. Diese Effekte resultieren aus kurzreichweitigen Spannungsfeldern. Die Peierls-Spannung (Gl. 2.18) selbst ist ebenfalls stark temperaturabhängig [108]. Darüber hinaus gibt es Spannungsfelder mit langer Reichweite, die z.B. aus dem Versetzungsaufstau an Korngrenzen entstehen. Aus diesem Grund kann die Fließspannung auch als Summe eines thermisch beeinflussten und einen athermischen Anteils angesetzt werden [108]

$$\tau = \tau_{th} + \tau_{ath} \quad (2.53)$$

Das Verfestigungsverhalten der Kristalle verändert sich bei einer Variation der Dehnrates. Untersuchungen von Yasunaga [151] an Vanadium, Niob und Molybdän zeigen, dass bei niedrigen und moderaten Dehnrates sich die Versetzungen in

Zellstrukturen innerhalb der Kristalle anordnen. Oberhalb einer materialabhängigen kritischen Dehnrate kommt es im Gegensatz dazu zur Ausbildung von zufallsverteilten Versetzungen und kleinen Versetzungsringen. Aus diesen experimentellen Ergebnissen kann auf einen Wechsel des Deformationssystems geschlossen werden, der zu einer Ausbildung von Fehlstellen im Kristall führt. Dieses Verhalten wird durch die Abgleitung größerer Gitterbereiche gedeutet. Dieser Deformationsmodus führt zu einer Reduzierung der Verfestigung und damit zu einer Verbesserung der Umformbarkeit im Hochgeschwindigkeitsbereich [151].

Untersuchungen der Mikrostruktur an Stahl [140] zeigen ebenfalls die Ausbildung von Zellstrukturen bei geringen Umformgeschwindigkeiten, während dieses Verhalten bei höheren Dehnraten verzögert wird.

2.3.4 Verformung von Polykristallen

Die Verformung von polykristallinen Materialien basiert auf der Deformation der Einzelkristalle. Das reale Polykristallverhalten ist jedoch nicht als einfache Mittelung des Verhaltens der Einkristalle beschreibbar, da zusätzliche Effekte auftreten. Der Kristallverband wird zusätzlichen Randbedingungen zum Erhalt der Kontinuität unterworfen. Diese führen dazu, dass Polykristalle im Vergleich zu Einkristallen wesentlich fester sind [96].

Wie bereits erwähnt bilden Korngrenzen Hindernisse für die Bewegung der Versetzungen. Die Ursache dieses Verhaltens liegt im Orientierungsunterschied der benachbarten Körner. Dies limitiert die maximale freie Weglänge für die Versetzungsbewegung auf den Korndurchmesser. Hierdurch wird vielfach der erste Deformationsbereich der Einzelkristalle unterdrückt [53]. Der Zusammenhang zwischen der Korngröße und der kritischen Schubspannung wird durch die Hall-Petch-Beziehung [55, 114] beschrieben.

$$\tau = \tau_0 + c\sqrt{\frac{1}{D_K}} \quad (2.54)$$

Hierbei ist τ_0 die kritische Schubspannung des Einkristalls und D_K die Korngröße des Kristalls. Aus dieser Beziehung folgt, dass feinkörnige Materialien eine höhere Festigkeit besitzen. Weitere Untersuchungen zeigten, dass diese Beziehung nicht auf Korngrenzen beschränkt ist, sondern sich auch auf andere Grenzflächen, z.B. Zwillingsgrenzen, ausweiten lässt. Die Hall-Petch-Beziehung ist allerdings nicht in beliebig kleinen Körnern anwendbar, da sie unter Annahme eines großen Versetzungsaufstaus abgeleitet wurde [38].

Während bei Einkristallen nur eine Kristallorientierung vorliegt, kommt es in Polykristallen zu einer statistischen Verteilung der Orientierung der Kristallite. Diese Anordnung wird als Textur bezeichnet. Die unterschiedlich orientierten Kristallite würden sich, wenn sie unabhängig voneinander der gleichen Last ausgesetzt wären, unterschiedlich deformieren. Innerhalb des Polykristalls ist dies nicht unbeschränkt möglich. Es treten zusätzliche Kontinuitäts- und Kompatibilitätsbedingungen auf.

Diese können allgemein nicht durch eine Einfachgleitung der beteiligten Kristalle erfüllt werden [63, 96, 139].

Eine Möglichkeit, diesen Zusammenhalt zu erreichen, wurde durch Ashby [1] aufgezeigt. Hierbei kommt es neben den statistisch verteilten Versetzungen zur Ausbildung von geometrisch notwendigen Versetzungen, die eine zusammenhängende Deformation des Polykristalls sicherstellen.

Die Verformung der Kristallite in Polykristallen verläuft nicht homogen. Kristalle mit einer günstigen Orientierung der Gleitsysteme beginnen als erste zu deformieren. Durch den Versetzungsaufstau an den Korngrenzen und die damit einhergehenden Spannungen werden dann Abgleitungen in ungünstiger orientierten Kristallen ausgelöst [63].

2.4 Darstellung der Mikrostruktur

Wie im vorangegangenen Abschnitt dargestellt wurde, wirkt sich die Mikrostruktur der Werkstoffe stark auf die hier betrachteten mechanischen Eigenschaften aus. Daher werden Metalle typischen Untersuchungen zur Charakterisierung der Kornstrukturen und -ausrichtung unterworfen. Die kristallographische Textur, die die statistische Verteilung der Orientierung der Kristalle beschreibt, ist die Grundlage der kristallplastischen Materialmodelle. Zur Texturdarstellung werden unterschiedliche Formen verwendet, die im Folgenden zusammengestellt sind.

2.4.1 Darstellung der Kornstruktur

Die innere Struktur polykristalliner Werkstoffe kann durch lichtmikroskopische Verfahren dargestellt werden. Bei diesen metallographischen Verfahren werden die Proben poliert und anschließend angeätzt. Durch Ausnutzung der Unterschiede in der chemischen Reaktionsfähigkeit können im Ätzprozess unterschiedliche Kornausrichtungen, Korngrenzen, Versetzungen und andere Gefügeeigenschaften sichtbar gemacht werden [129]. Durch die Auswertung dieser Messungen kann z.B. die Verteilung der Korngrößen im Material beurteilt werden. Für die Deformation des Materials ist neben der Korngröße auch die Kornform von Interesse.

2.4.2 Darstellung der Kristallausrichtung (Textur)

Die Kristalle, die einen polykristallinen Werkstoffe aufbauen, können unterschiedlich ausgerichtet sein. Die Orientierungsdichteverteilungsfunktion (ODF) ist eine eindimensionale Wahrscheinlichkeitsfunktion, die die Ausrichtung der Kristalle in einem Kontrollvolumen beschreibt. Der Begriff der Textur wird im engeren Sinn für eine Verteilung verwendet, die von einer Gleichverteilung abweicht [28].

Zur Darstellung der Orientierung wird die Drehung des Probenkoordinatensystems in das Kristallkoordinatensystem verwendet. Das Probenkoordinatensystem wird anhand der Probensymmetrien definiert. Für ein gewalztes Material ergeben sich somit als Probenachsen die Walzrichtung (WR), die Querrichtung (QR) und die

Normalenrichtung (NR). Zur Definition des Kristallkoordinatensystems werden die niedrig indizierten Achsenrichtungen herangezogen, im Fall kubischer Symmetrie die [100]-, [010]- und [001]-Achse [28, 57, 64]. Unter Vernachlässigung der Translation wird dann eine Drehung durch einen orthonormalen Tensor \mathbf{Q} definiert, der die Abbildung zwischen diesen Koordinatensystemen vermittelt

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{x}_p \quad (2.55)$$

wobei \mathbf{x}_k für die Koordinaten im Kristallsystem und \mathbf{x}_p für die äquivalenten Koordinaten im Probensystem steht.

Die Darstellung des Tensors \mathbf{Q} über die Komponentenmatrix ermöglicht eine eindeutige Beschreibung der Orientierung der Kristalle. Nachteilig an dieser Darstellungsform ist, dass von den neun Matrixelementen nur drei als Parameter zur Verfügung stehen und die restlichen über die Nebenbedingung der Orthonormalität zu bestimmen sind. Aus diesem Grunde wurden unterschiedliche Darstellungsformen von Drehungen in der Praxis eingeführt:

1. Beschreibung über Euler-Winkel $(\varphi_1, \Phi, \varphi_2)$
2. Beschreibung über die Rotationsachse und den Drehwinkel
3. Beschreibung über die Miller-Indizes
4. Beschreibung durch Quaternionen
5. Beschreibung durch Kardanwinkel (α, β, γ)

An dieser Stelle soll nur auf die im Bereich der Texturanalyse häufig verwendete erste Notation sowie auf die zweite Möglichkeit, die in der hier benutzten Materialroutine Verwendung findet, eingegangen werden. Eine Beschreibung der weiteren Möglichkeiten findet sich z.B. in [18, 28, 57, 64].

In der Texturanalyse hat die Verwendung von Eulerwinkeln $(\varphi_1, \Phi, \varphi_2)$ eine weite Verbreitung gefunden [28, 64, 150]. Hierbei wird die Gesamtdrehung als Folge von drei Teildrehungen dargestellt. Die erste Drehung erfolgt um die z -Achse mit dem Winkel φ_1 . Die zweite Drehung erfolgt um die aktuelle x -Achse mit Φ . Die abschließende Drehung geschieht dann um die aktuelle Lage der z -Achse mit φ_2 . Somit ergibt sich die Komponentenmatrix von \mathbf{Q} zu

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cos \Phi \sin \varphi_2 & \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \Phi \sin \varphi_2 & \sin \Phi \sin \varphi_2 \\ -\cos \varphi_1 \sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cos \Phi \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \Phi \cos \varphi_2 & \sin \Phi \cos \varphi_2 \\ \sin \varphi_1 \sin \Phi & -\cos \varphi_1 \sin \Phi & \cos \Phi \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

Ein Nachteil dieser Darstellungsform besteht in der Bevorzugung einer Achse, der ersten Drehachse, durch den Beobachter [150].

Eine weitere Darstellung ergibt sich über die Definition einer Drehachse parallel zum Einheitsvektor \mathbf{a} und eines Drehwinkels ω [28, 150]. Die zugehörige Komponentenmatrix berechnet sich als

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \cos \omega + (1 - \cos \omega) a_1^2 & (1 - \cos \omega) a_1 a_2 - a_3 \sin \omega & (1 - \cos \omega) a_1 a_3 + a_2 \sin \omega \\ (1 - \cos \omega) a_1 a_2 + a_3 \sin \omega & \cos \omega + (1 - \cos \omega) a_2^2 & (1 - \cos \omega) a_2 a_3 - a_1 \sin \omega \\ (1 - \cos \omega) a_1 a_3 - a_2 \sin \omega & (1 - \cos \omega) a_2 a_3 + a_1 \sin \omega & \cos \omega + (1 - \cos \omega) a_3^2 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

wobei ohne Beschränkung der Allgemeinheit das erste Element von \mathbf{a} als nichtnegativ angenommen werden kann.

Orientierungsdichtefunktion

Die Orientierungsdichtefunktion (ODF) ist die Darstellung der statistischen Verteilung der Kristallite einer Probe unter Vernachlässigung der Ortskorrelation. Diese wurde in den 60er Jahren des 20. Jahrhunderts durch Wiglin, Bunge und Roe eingeführt.

Als Definition wird die Gleichung (2.58)

$$f(\mathbf{Q}) dQ = \frac{dV_Q}{V} \quad (2.58)$$

$$(2.59)$$

mit den Eigenschaften

$$f(\mathbf{Q}) \geq 0 \quad (2.60)$$

$$\int_{SO(3)} f(\mathbf{Q}) dQ = 1 \quad (2.61)$$

verwendet, wobei V_Q der Anteil der Kristallite mit einer Orientierung im Bereich Q und V das Gesamtvolumen aller Kristallite ist [28, 64]. Bei Verwendung der Eulerwinkel $(\varphi_1, \Phi, \varphi_2)$ ergibt sich eine Normierung entsprechend

$$f(\varphi_1, \Phi, \varphi_2) \sin \Phi d\Phi d\varphi_1 d\varphi_2 = 8\pi^2 \frac{dV_Q}{V} \quad (2.62)$$

Die Orientierungsdichtefunktion enthält ausschließlich die Information über die statistische Verteilung der Orientierungen der Kristalle. Die Information über die Größe und Form der beteiligten Körner sowie die räumliche Verteilung der Kristallorientierungen bleibt unberücksichtigt [27, 28].

Die ODF kann durch eine Reihe von sphärischen harmonischen Funktionen nach Bunge [28] approximiert werden. Es ergibt sich als Darstellung

$$f(\varphi_1, \Phi, \varphi_2) = f(\mathbf{Q}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{M(l)} \sum_{\nu=0}^{N(l)} C_l^{\mu\nu} T_l^{\mu\nu}(\mathbf{Q}) \quad (2.63)$$

wobei $T_l^{KP}(\mathbf{Q})$ symmetrische generalisierte sphärische Harmonische sind, die die (K)ristall- und (P)robensymmetrie bereits berücksichtigen. Es handelt sich hierbei um ein System orthonormaler Funktionen. Die Koeffizienten $C_l^{\mu\nu}$ beschreiben die Textur und können unter Ausnutzung der Orthonormalität der sphärischen Harmonischen aus der Textur berechnet werden.

Die symmetrischen generalisierten sphärischen Harmonischen lassen sich als Linearkombination der generalisierten sphärischen harmonischen Funktionen $T_l^{mn}(\mathbf{Q})$ darstellen

$$T_l^{KP}(\mathbf{Q}) = \sum_{m=-l}^l \sum_{n=-l}^l A_l^{K\mu} A_l^{P\nu} T_l^{mn}(\mathbf{Q}) \quad (2.64)$$

Die Koeffizienten $A^{K,P}$ sind dabei so zu bestimmen, dass die jeweiligen Symmetriebedingungen erfüllt werden.

Eine andere mathematische Darstellungsweise der ODF ist die Charakterisierung durch Komponenten. Die Idee der Komponenten geht auf die Ideallagen nach Wassermann [147] zurück. Im Gegensatz zu diesen setzt sich eine Komponente aus einer Mittenorientierung und einer Streuung zusammen. Typischerweise werden zur Charakterisierung Zentralverteilungen verwendet. Diese Verteilungen werden durch eine Hauptrichtung \mathbf{Q}_0 sowie eine Streubreite gekennzeichnet. Beispiele für diese Funktionen sind z.B. die Mises-Fischer- und die Lorentz-Verteilung [64].

Die Gesamttextur wird als gewichtete Summe von Einzelkomponenten f_i und einem isotropen Hintergrund f_0 gebildet. Die Gewichte I_i sind Volumenanteile bestimmter Orientierungen, daher müssen sie nichtnegativ sein. Ebenso folgt aus dieser Definition, dass die Gesamtsumme über alle Komponentengewichte, einschließlich der isotropen Komponente, identisch eins ist.

$$f(\mathbf{Q}) = I_0 f_0 + \sum_{i=1}^N I_i f_i(\mathbf{Q}) \quad (2.65)$$

$$\int_{SO_3} f_i(\mathbf{Q}) dQ = 1 \quad (2.66)$$

$$\sum_{i=0}^N I_i = 1 \quad (2.67)$$

$$I_i \geq 0 \quad \forall i \in [0, N] \quad (2.68)$$

Eulerraumdarstellung

Eine mögliche Darstellungsform der Orientierungsdichteverteilung ist die Euler- oder Orientierungsraumdarstellung. Hierbei werden die drei Eulerwinkel zum Aufbau eines kartesischen Koordinatensystems verwendet. Auf Grund der Periodizität der Eulerwinkel ist hierbei maximal ein Bereich von $0 \leq \varphi_{1,2} \leq 2\pi$ und $0 \leq \Phi \leq \frac{\pi}{2}$ aufzuspannen. Dieser lässt sich auf Grund der Kristall- und Probensymmetrie noch weiter

reduzieren. Transformationen, die diese Symmetrien erfüllen, führen zur Abbildung einer Orientierung auf sich selbst, so dass für die Orientierungsdichtefunktion gelten muss

$$f(\mathbf{Q}) = f(\mathbf{Q}_K \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{Q}_P) \quad (2.69)$$

wobei \mathbf{Q}_K und \mathbf{Q}_P Transformationen aus der Gruppe der Kristall- oder Probensymmetrie sind. Somit reicht es für eine vollständige Repräsentation der Orientierungsdichteverteilung aus, eine asymmetrische Elementarzelle des Eulerraums zu betrachten [27, 28]. Im Falle kubischer Kristall- und orthorhombischer Probensymmetrie lässt sich dieser Bereich in 96 äquivalente Gebiete einteilen. Da diese nicht-linear begrenzt sind, wird der Bereich $0 \leq \varphi_{1,2}, \Phi \leq \frac{\pi}{2}$, der eine Zusammenstellung von drei asymmetrischen Elementarbereichen ist, verwendet. Zur Darstellung des Eulerraums werden parallele Schnitte zu φ_1 und φ_2 erzeugt [28, 57, 150].

Diese Darstellungsform besitzt den Vorzug, die ODF als dreidimensionale Funktion betrachten zu können. Ein Nachteil ist in der kartesischen Abbildungsform zu sehen, die eine Linearität des Raumes vortäuscht, die nicht vorhanden ist. Neben den bereits beschriebenen Symmetrieeinflüssen ist der Eulerraum stark verzerrt. Dies folgt aus der Definition der Eulerwinkel: Für $\Phi = 0$ sind die Winkel φ_1 und φ_2 nur in der Summe fixiert, so dass sich im Eulerraumdiagramm statt eines Punktes eine Linie ergibt. Diese Degeneration führt zu einer starken Verzerrung im gesamten Raum [57, 150].

Polfiguren, inverse Polfiguren

Als Pol wird die vorzeichenlose Normalenrichtung einer kristallographischen Ebene bezeichnet. Eine Polfigur entsteht durch die Projektion eines Pols auf die Einheitskugel. Die hierbei erzeugten Durchstoßpunkte auf einer Hemisphäre werden in eine Ebene projiziert. Auf diese Weise kann die Ausrichtung einer ausgewählten kristallographischen Ebene in Bezug auf die Probenkoordinaten dargestellt werden. Aus diesem Grund sind Polfiguren gut geeignet, um die Probensymmetrie zu untersuchen [150].

Die Polfiguren eines Polykristalls repräsentieren die Verteilungsfunktion ausgewählter Pole gegenüber spezifischen Achsen, daher werden sie auch als Polverteilungsfunktionen bezeichnet [29].

Die stereographische (winkeltreue) Projektion kann man als Durchstoßpunkte der Verbindung der Punkte auf der nördlichen Hemisphäre mit dem Südpol der Einheitskugel und der Äquatorebene darstellen. Somit handelt es sich um eine konforme transversale Azimutalprojektion. Unter Verwendung von sphärischen Koordinaten α, β mit

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \cos(\beta) \\ \cos(\alpha) \sin(\beta) \\ \sin(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

zur Darstellung der Punktposition auf der Einheitskugel lassen sich die Koordinaten der Projektion in der winkeltreuen Polfigur berechnen

$$x = r(\alpha) \cos \beta \quad (2.71)$$

$$y = r(\alpha) \sin \beta \quad (2.72)$$

$$r(\alpha) = \tan \frac{\alpha}{2} \quad (2.73)$$

Diese Darstellungsform wird im Bereich der Metallurgie standardmäßig verwendet, da sie die Winkelbeziehungen der Orientierungen richtig darstellt [150].

Im Fall der flächentreuen Projektion wird eine Skalierung derart durchgeführt, dass eine Fläche unabhängig von ihrer Lage eine konstante Größe aufweist. Zur Umsetzung dieser Projektion wird Gleichung (2.73) durch die Gleichung (2.74) ersetzt.

$$r(\alpha) = \sqrt{2} \sin \frac{\alpha}{2} \quad (2.74)$$

Diese Darstellungsform ist sehr gut zur Einschätzung der Verteilungsdichte geeignet und wird im Bereich der Geologie als Standard verwendet [150].

Die inversen Polfiguren entstehen durch Umkehr der Betrachtungsweise. Während bei Polfiguren die Ausrichtung ausgewählter Ebenennormalen gegenüber den Probenachsen dargestellt wird, wird in den inversen Polfiguren die Ausrichtung ausgewählter Probenrichtungen zu den Kristallachsen dargestellt. Dies entspricht einer Inversion der Orientierungsmatrix. Die Vorgehensweise zur Erzeugung der Abbildung wird hierdurch jedoch nicht geändert [150].

Kapitel 3

Kristallplastische Modelle

Das in dieser Arbeit untersuchte Materialmodell basiert auf den Grundlagen der Kristallplastizität. Die für ein solches Modell in Frage kommenden Herangehensweisen sollen im folgenden Abschnitt dargestellt werden. Im ersten Bereich werden Modelle für den Einkristall vorgestellt, während im zweiten Abschnitt auf die Möglichkeiten der Modellierung eines polykristallinen Materials eingegangen wird.

3.1 Materialmodelle für den Einkristall

Die elastische und inelastische Deformation von Einkristallen lässt sich durch unterschiedliche Herangehensweise in Modellen abbilden. Hierbei liegen die Hauptunterschiede in der Modellbildung für das inelastische Verhalten.

3.1.1 Deformationsgeometrie

Zur Beschreibung der Deformation eines Körpers eignen sich prinzipiell zwei Herangehensweisen. Der Ortsvektor \mathbf{x} eines Punktes in der Momentanplatzierung des Körpers kann als Funktion des Vektors \mathbf{x}_0 eines festliegenden, materiellen Punktes des Körpers in der Bezugsplatzierung und der Zeit t dargestellt werden

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{\chi}(\mathbf{x}_0, t) \quad (3.1)$$

Bewegt sich der Körper im Raum, so ändert sich der Vektor \mathbf{x} , der somit einen räumlichen Vektor beschreibt. Da zwei unterschiedliche materiellen Punkte zu einem Zeitpunkt t nicht denselben räumlichen Punkt beschreiben, kann die Darstellung 3.1 für ein festes t invertiert werden

$$\mathbf{x}_0 = \boldsymbol{\chi}^{-1}(\mathbf{x}, t) \quad (3.2)$$

Betrachtet man beliebige skalare, vektorielle und tensorielle Felder $\boldsymbol{\Phi}$, so können diese jeweils in bezug auf die Ausgangslage (Lagrangesche Darstellung) oder in der momentanen Lage (Eulersche Darstellung) beschrieben werden. Die Beziehung zwischen diesen Darstellungsformen wird durch

$$\Phi_L(\mathbf{x}_0, t) = \Phi_L(\boldsymbol{\chi}^{-1}(\mathbf{x}, t), t) = \Phi_E(\mathbf{x}, t) \quad (3.3)$$

$$\Phi_E(\mathbf{x}, t) = \Phi_E(\boldsymbol{\chi}(\mathbf{x}_0, t), t) = \Phi_L(\mathbf{x}_0, t) \quad (3.4)$$

vermittelt. Mathematisch sind beide Beschreibungen äquivalent. Die Lagrangesche Beschreibung wird häufig in der Festkörpermechanik bevorzugt, da hier die Verzerrung von Körpern in Bezug auf einen Ausgangszustand untersucht wird. Die Eulersche Form ist in der Fluidmechanik von Vorteil, wenn die Bewegung von Teilchen durch ein räumlich festliegendes Kontrollvolumen beschrieben wird.

Die partielle materielle Ableitung eines Ortsvektors in der Momentanplatzierung zum Zeitpunkt t nach dem zugehörigen Vektor in der Bezugsplatzierung wird als Deformationsgradient \mathbf{F} bezeichnet

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \boldsymbol{\chi}(\mathbf{x}_0, t)}{\partial \mathbf{x}_0} \quad (3.5)$$

Betrachtet man die Längenänderung dl eines Elementes $d\mathbf{x}$ infolge einer Verzerrung, so erhält man

$$|d\mathbf{x}|^2 = d\mathbf{x} \cdot d\mathbf{x} = d\mathbf{x}_0 \cdot (\mathbf{F}^T \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x}_0) \quad (3.6)$$

$$dl^2 = |d\mathbf{x}|^2 - |d\mathbf{x}_0|^2 = d\mathbf{x}_0 \cdot (\mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{1}) \cdot d\mathbf{x}_0 \quad (3.7)$$

Somit ist der innere Ausdruck ein Maß für die Verzerrung des Elementes. Hieraus wird der Greensche Verzerrungstensor \mathbf{E} abgeleitet

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} (\mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{1}) = \frac{1}{2} (\mathbf{C} - \mathbf{1}) \quad (3.8)$$

wobei \mathbf{C} als rechter Cauchy-Green-Tensor bezeichnet wird. Auf Basis von \mathbf{C} oder seiner Quadratwurzel \mathbf{U} , dem rechten Strecktensor, lassen sich weitere generalisierte Verzerrungen definieren [80]. Der (rechte) Henckysche Tensor ist definiert durch

$$\boldsymbol{\varphi} = \ln \mathbf{U} = \frac{1}{2} \ln \mathbf{C} \quad (3.9)$$

Im Bereich kleiner Verzerrungen wird häufig auch der linearisierte Dehnungstensor $\boldsymbol{\varepsilon}$ verwendet

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \text{sym}(\mathbf{F} - \mathbf{1}) \quad (3.10)$$

Mit Hilfe des Deformationsgradienten lässt sich auch der Geschwindigkeitsgradient \mathbf{L} bestimmen

$$\mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}} \mathbf{F}^{-1} \quad (3.11)$$

Die Deformationsgeschwindigkeit \mathbf{D} ist der symmetrische Anteil des Geschwindigkeitsgradienten, während der Spintensor \mathbf{W} den asymmetrischen Anteil repräsentiert

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} (\mathbf{L} + \mathbf{L}^T) \quad (3.12)$$

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2} (\mathbf{L} - \mathbf{L}^T) \quad (3.13)$$

3.1.2 Spannungsmaße

Die Darstellung der Spannungen kann analog zur Darstellung der Deformationsgeometrie in Bezug auf die Ausgangskonfiguration oder auf die gegenwärtige Konfiguration durchgeführt werden. Die Cauchy-Spannung $\boldsymbol{\sigma}$ beschreibt die flächenbezogenen Kraftdichte in Bezug auf die Momentankonfiguration und stellt somit einen räumlichen Spannungstensor dar

$$\boldsymbol{\sigma} d\mathbf{a} = d\mathbf{f} \quad (3.14)$$

Hierbei ist $d\mathbf{f}$ eine Kraft auf dem Flächenelement $d\mathbf{a}$, wobei beide in der Momentankonfiguration betrachtet werden.

Wird der aktuelle Kraftvektor $d\mathbf{f}$ auf das Ausgangsflächenelement $d\mathbf{a}_0$ bezogen, erhält man den 1. Piola-Kirchhoff-Tensor \mathbf{T}^{1PK}

$$\mathbf{T}^{1PK} d\mathbf{a}_0 = d\mathbf{f}, \quad (3.15)$$

Wird die Betrachtung vollständig in der Bezugskonfiguration durchgeführt ergibt sich der 2. Piola-Kirchhoff-Tensor \mathbf{T}^{2PK}

$$\mathbf{T}^{2PK} d\mathbf{a}_0 = d\mathbf{f}_0, \quad (3.16)$$

der die Spannung im Bezugssystem beschreibt. Hierbei ist

$$d\mathbf{f}_0 = \mathbf{F}^{-1} d\mathbf{f} \quad (3.17)$$

der auf die Bezugskonfiguration zurückgezogene Kraftvektor. Die Beziehung zwischen diesen Spannungsmaßen wird durch die Transformation der Bezugssysteme mit Hilfe des Deformationsgradienten \mathbf{F} bestimmt. Somit ergibt sich folgender Zusammenhang

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{\det \mathbf{F}} \mathbf{T}^{1PK} \mathbf{F}^T \quad (3.18)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{\det \mathbf{F}} \mathbf{F} \mathbf{T}^{2PK} \mathbf{F}^T \quad (3.19)$$

Die beiden Spannungstensoren $\boldsymbol{\sigma}$ und \mathbf{T}^{2PK} sind symmetrische Tensoren.

3.1.3 Energetische Betrachtung

Die Änderung der spezifischen inneren Energie u eines Materialelementes ohne innere Wärmequellen lässt sich gemäß dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik aus der Differenz der mechanischen Leistung im Volumenelement und des Wärmestromes \mathbf{q} durch die Oberfläche des Volumenelementes berechnen. Mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes lässt sich für letzteres die Äquivalenz zur Divergenz des Wärmestromes im Volumenelement zeigen. Man erhält somit

$$\dot{u} = \frac{1}{\rho} (\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} - \nabla \cdot \mathbf{q}) \quad (3.20)$$

Durch den Übergang zur materiellen Betrachtung ergibt sich

$$\dot{u} = \frac{1}{\rho_0} (\mathbf{T}^{2PK} : \dot{\mathbf{E}} - \nabla_0 \cdot \mathbf{q}_0) \quad (3.21)$$

Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik schränkt die Umwandlungsmöglichkeit der Wärmeenergie in mechanische Energie ein. Als Zustandsvariable wird hierzu die Entropie eingeführt. Die spezifische Entropieänderung $\dot{\eta}$ setzt sich aus dem spezifischen Entropiestrom δ_S und der spezifischen Entropieproduktion δ_P zusammen.

$$\dot{\eta} = \delta_S + \delta_P \quad (3.22)$$

Der erste Summand δ_S lässt sich für die relevanten Prozesse durch

$$\delta_S = -\frac{1}{\rho_0} \nabla_0 \cdot \left(\frac{\mathbf{q}_0}{T} \right) \quad (3.23)$$

bestimmen, wobei T die absolute Temperatur ist [93]. Gemäß dem zweiten Hauptsatz ist die Entropieproduktion δ_P im Falle von irreversiblen Prozessen stets größer als null, bei reversiblen Prozessen ist die Entropieproduktion null. Hieraus folgt mit Gleichung (3.22) als Abschätzung für die Entropieänderung die Clausius-Duhem-Ungleichung

$$\dot{\eta} \geq -\frac{1}{\rho_0} \nabla_0 \cdot \left(\frac{\mathbf{q}_0}{T} \right) \quad (3.24)$$

Die Auflösung mit Hilfe der Quotientenregel liefert

$$\nabla_0 \cdot \left(\frac{\mathbf{q}_0}{T} \right) = \frac{1}{T} \nabla_0 \cdot \mathbf{q}_0 - \frac{1}{T^2} \mathbf{q}_0 \cdot \nabla_0 T \quad (3.25)$$

Wird darüber hinaus die Richtung des Wärmestromes entgegen dem Temperaturgradienten angenommen, so lässt sich der zweite Summand abschätzen

$$\mathbf{q}_0 \cdot \nabla_0 T \leq 0 \quad (3.26)$$

und die Gleichung (3.24) verschärfen

$$\dot{\eta} \geq -\frac{1}{T\rho_0} \nabla_0 \cdot \mathbf{q}_0 \quad (3.27)$$

3.1.4 Elastisches Verhalten

Die elastische Verformung eines Kristalls äußert sich in einer reversiblen Gitterverzerrung. In der Mechanik versteht man hierunter ein Verhalten, bei dem die Spannungen nur vom aktuellen Dehnungszustand abhängig sind. Dies impliziert eine Pfadunabhängigkeit des Spannungszustandes. Als Konsequenz ist das mechanische Verhalten reversibel, für die zugehörige Entropieproduktion gilt δ_P . Somit folgt aus der Clausius-Duhem-Ungleichung (Gl. 3.24)

$$\dot{\eta} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla_0 \cdot \left(\frac{\mathbf{q}_0}{T} \right) \quad (3.28)$$

Das Einsetzen dieser Beziehung in die Gleichung für die Rate der inneren Energie (Gl. 3.21) ergibt

$$\dot{u} = \frac{1}{\rho_0} \mathbf{T}^{2PK} : \dot{\mathbf{E}} + \dot{\eta} T \quad (3.29)$$

Die spezifische freie (Helmholtz) Energie ψ kann aus der spezifischen inneren Energie u , der spezifischen Entropie η und der absoluten Temperatur T berechnet werden

$$\psi = u - \eta T \quad (3.30)$$

Als Zeitableitung der spezifischen freien Energie ergibt sich unter Verwendung von Gleichung (3.29) die folgende Beziehung

$$\dot{\psi} = \frac{1}{\rho_0} \mathbf{T}^{2PK} : \dot{\mathbf{E}} - \dot{\eta} T \quad (3.31)$$

Die freie Energie ist somit ein Potential für die Spannung \mathbf{T}^{2PK} und die spezifische Entropie η , wobei der Greensche Verzerrungstensor \mathbf{E} und die absolute Temperatur T als Zustandsvariablen betrachtet werden. Somit ergibt sich für die Spannung

$$\mathbf{T}^{2PK} = \rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{E}} \quad (3.32)$$

Ein solches Verhalten wird als hyperelastisch bezeichnet. Im Falle kleiner Verzerrungen und Dehnungen kann für den Fall linearer Elastizität das Hookesche Gesetz verwendet werden

$$\mathbf{T}^{2PK} = \mathcal{C} : \mathbf{E} \quad (3.33)$$

Die Steifigkeitstetrade \mathcal{C} besitzt als Tensor 4. Stufe insgesamt 81 Elemente. Im Falle hyperelastischer Materialien besitzt die Steifigkeitstetrade die Hauptsymmetrie, d.h. $C_{ijkl} = C_{klij}$. Da dieser Tensor symmetrische Spannungs- und Dehnungsmaße miteinander verknüpft, können die Subsymmetrien in den vorderen und hinteren Indexpaaren, z.B: $C_{ijkl} = C_{jikl}$, ebenfalls angenommen werden [11]. Hierdurch reduziert sich die Anzahl der unabhängigen Parameter der Steifigkeitstetrade auf 21.

Zur Vereinfachung der Darstellung ist es möglich unter Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften die Voigt'sche Schreibweise einzuführen. Hierzu wird eine neue Basis benötigt

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1 \quad (3.34)$$

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_2 \quad (3.35)$$

$$\mathbf{E}_3 = \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_3 \quad (3.36)$$

$$\mathbf{E}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_2) \quad (3.37)$$

$$\mathbf{E}_5 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_1) \quad (3.38)$$

$$\mathbf{E}_6 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_1) \quad (3.39)$$

Mit diesem Basiswechsel lässt sich die Darstellung auf einen Tensor 2. Stufe zurückführen

$$C_{ij} = \mathbf{E}_i : \mathbf{C} : \mathbf{E}_j \quad (3.40)$$

Die Anzahl der unabhängigen Parameter wird durch die Symmetrieeigenschaften des zugrunde liegenden Kristallsystems und der untersuchten Probe reduziert. Während im triklinen Fall die volle Anzahl von 21 Parametern identifiziert werden muss, reduziert sich die Anzahl der unabhängigen Parameter auf zwei im isotropen Fall. Die in dieser Arbeit betrachteten Kristalle sind kubisch. Somit sind 3 unabhängige Parameter zur Bestimmung der Kristallsteifigkeit hinreichend. In Tabelle 3.1 sind diese Parameter für einige kubische Kristalle in der oben eingeführten Definition aufgeführt (Zu beachten ist hierbei, dass bei Verwendung einer nichtnormierten Voigt'schen Schreibweise C_{44} zu halbieren ist.).

Tabelle 3.1: Steifigkeitskonstanten kubischer Kristalle [120]

Metall	C_{11} in GPa	C_{12} in GPa	C_{44} in GPa	E_{isotr} in GPa
Al	108	61	58	70
Au	186,2	157	84	78
Cu	168	121	150	121
α - Fe	233	124	234	209
Ni	247	147	250	207
W	501	198	302	441

3.1.5 Inelastisches Verhalten

Wie im vorhergehenden Kapitel dargestellt, schließt sich an den Bereich der elastischen Verformung ein Bereich an, in dem die Spannungen sich nicht mehr als

Funktion des aktuellen Deformationszustandes beschreiben lassen. Eine inelastische Verformung führt zu einer irreversiblen Veränderung der Mikrostruktur, die sich z.B. in der Versetzungsbewegung bemerkbar macht. Hierbei ist zwischen einem dehnratenuabhängigen (plastischen) Modell und einem dehnratenuabhängigen (viskosen oder viskoplastischen) Modell zu unterscheiden.

Aus der Clausius-Duhem-Ungleichung (Gl. 3.24) folgt für den irreversiblen Fall die Abschätzung für die Entwicklung der inneren Energie u gemäß Gleichung (3.21)

$$\dot{u} \leq \frac{1}{\rho_0} (\mathbf{T}^{2PK} : \dot{\mathbf{E}}) + \dot{\eta}T \quad (3.41)$$

Somit ist der Zuwachs der inneren Energie \dot{u} stets kleiner oder gleich der geleisteten mechanischen Arbeit. Im Rahmen einer rein mechanischen Betrachtung ist diese Aussage mit der Passivität des Materials gleichzusetzen. Im Gegensatz zum rein elastischen Material wird also ein Teil der am Kristall geleisteten Arbeit dissipiert.

Zur Beschreibung eines plastischen Materialverhaltens werden daher zusätzliche innere Variablen benötigt, die den Einfluss der Verformungsgeschichte auf das Materialverhalten widerspiegeln. Zunächst ist zwischen dem Anteil der elastischen und der inelastischen Deformation zu unterscheiden. Hierzu gibt es verschiedene Herangehensweisen.

Betrachtet man ein elastisch-plastisches Materialverhalten bei kleinen Verformungen, so kann man den Dehnungstensor $\boldsymbol{\varepsilon}$ additiv in einen elastischen und einen inelastischen Teil zerlegen [4, 93]

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_e + \boldsymbol{\varepsilon}_i \quad (3.42)$$

Die Spannungsantwort ergibt sich als

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathcal{C} : \boldsymbol{\varepsilon}_e \quad (3.43)$$

Für den irreversiblen Teil der Verzerrung und die zusätzlich notwendigen inneren Variablen $\boldsymbol{\zeta}$ zur Beschreibung der Verformungsgeschichte werden Entwicklungsgleichungen benötigt. Diese lassen sich in eine Fließregel, die die Entwicklung des inelastischen Verzerrungsanteils beschreibt, und die Entwicklungsgleichungen für das Verfestigungsverhalten einteilen

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i = \mathbf{G}_1(\boldsymbol{\varepsilon}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \boldsymbol{\varepsilon}_i, \boldsymbol{\zeta}) \quad (3.44)$$

$$\dot{\boldsymbol{\zeta}} = \mathbf{G}_2(\boldsymbol{\varepsilon}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \boldsymbol{\varepsilon}_i, \boldsymbol{\zeta}) \quad (3.45)$$

Dieser Modellansatz ist wie erwähnt nur auf Modelle anwendbar, die für kleine Verformungen bestimmt sind, da es das Prinzip der materiellen Objektivität verletzt. Anwendungsfälle für derartige Modelle liegen im Bereich der zyklischen Verformungen, wie das Modell von Meric [99].

Die Übertragung dieser Vorgehensweise auf große Verformungen führt unter der Annahme einer konstanten Steifigkeit \mathcal{C} zu den so genannten hypoelastisch-plastischen Modellen [71, 93, 106, 107, 133, 115]. Hierbei wird die additive Zerlegung (Gl. 3.42) auf die Deformationsgeschwindigkeit (Gl. 3.12) angewandt [6]

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_e + \mathbf{D}_i \quad (3.46)$$

Die zugehörige Spannungsbeziehung wird dann über eine objektive Ableitung der Spannung, z.B. über die Jaumannsche Spannungsgeschwindigkeit vermittelt

$$\boldsymbol{\sigma}^{\nabla J} = \mathcal{C} : \mathbf{D}_e \quad (3.47)$$

Hierbei ist $\boldsymbol{\sigma}^{\nabla J}$ die Jaumann-Ableitung der Cauchy-Spannung

$$\boldsymbol{\sigma}^{\nabla J} = \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{W} \quad (3.48)$$

wobei $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ die materielle Zeitableitung der Cauchy-Spannung und \mathbf{W} der Spintensor (Gl. 3.13) sind.

Dieser Ansatz wurde z.B. durch Simo und Hughes [133] kritisiert, u.a. wegen der Einschränkung auf den Fall isotroper Elastizität und einer isotropen Fließbedingung zur Sicherstellung der materiellen Objektivität. Ein grundsätzliches Problem dieser Herangehensweise besteht in der Verwendung eines symmetrischen Tensors zur Beschreibung der plastischen Verzerrung. Dies kann durch den Übergang auf die Zerlegung des Geschwindigkeitsgradienten \mathbf{L} vermieden werden:

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_e + \mathbf{L}_p \quad (3.49)$$

wobei die Summanden jeweils in einen symmetrischen und antimetrischen Teil zerlegt werden

$$\mathbf{L}_e = \mathbf{D}_e + \mathbf{W}_e \quad (3.50)$$

$$\mathbf{L}_p = \mathbf{D}_p + \mathbf{W}_p \quad (3.51)$$

Für diese Anteile werden dann separate Entwicklungsgleichungen benötigt, so dass der Modellierungsaufwand der Einzelkristalle durch die additive Zerlegung von \mathbf{L} ansteigt [6, 11, 23, 24, 35].

Bei Verwendung der im Folgenden dargestellten multiplikativen Zerlegung des Deformationsgradienten \mathbf{F} ergibt sich eine mögliche additive Zerlegung von \mathbf{L} entsprechend Gleichung (3.49) direkt aus der Definition des Geschwindigkeitsgradienten [11, 79, 90].

Bei der multiplikativen Zerlegung [22, 62, 82, 89] wird der der Deformationsgradient in einen elastischen und einen inelastischen Anteil zerlegt

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_e \mathbf{F}_i \quad (3.52)$$

Im Allgemeinen sind diese beiden Tensoren keine Gradienten eines Vektorfeldes. \mathbf{F}_i ist daher i. A. nicht kompatibel, so dass sich nicht der gesamte Körper in eine spannungsfreie Konfiguration bringen lässt [80, 11].

Die Zerlegung ist im Allgemeinen nicht eindeutig, da eine beliebige Starrkörperrotation überlagert werden kann. Zur Beseitigung dieser Mehrdeutigkeit wurden unterschiedliche Annahmen über die Zerlegung getroffen. Eine Variante ist, den

elastischen Anteil auf eine reine Verzerrung zu beschränken [89]. Hieraus resultiert jedoch eine Abhängigkeit der Zwischenkonfiguration und damit von \mathbf{F}_i vom Prozess, selbst für den Fall einer elastischen Verformung [11]. Im Kontext der Kristallplastizität ist der Bezug auf das undeformierte Kristallgitter als Zwischenkonfiguration möglich, um die Mehrdeutigkeit der multiplikativen Zerlegung zu überwinden. Mit der Forderung der Übereinstimmung der Anisotropierichtungen in der undeformierten Gitterkonfiguration mit der Bezugskonfiguration wird die isokline Konfiguration definiert [135]. Somit beschreibt \mathbf{F}_e die lokale Verformung, die notwendig ist, um aus dem spannungsfreien Gitterzustand die aktuelle Konfiguration zu erreichen. Hierfür wird analog zu Gleichung (3.8) der Greensche Verzerrungstensor der elastischen Verformung definiert

$$\mathbf{E}_e = \frac{1}{2} (\mathbf{F}_e^T \mathbf{F}_e - \mathbf{1}) = \frac{1}{2} (\mathbf{C}_e - \mathbf{1}) \quad (3.53)$$

Hierbei ist \mathbf{C}_e der rechte Cauchy-Green-Tensor der elastischen Verformung. Die Spannung in der Zwischenkonfiguration \mathbf{T}_e^{2PK} ist nur von diesem Anteil abhängig, somit folgt aus Gleichung (3.33)

$$\mathbf{T}_e^{2PK} = \mathcal{C} : \mathbf{E}_e \quad (3.54)$$

Die Cauchy-Spannung ergibt sich damit zu:

$$\boldsymbol{\sigma} = \det(\mathbf{F}_e)^{-1} \mathbf{F}_e \mathbf{T}_e^{2PK} \mathbf{F}_e^T \quad (3.55)$$

Für die Entwicklung des inelastischen Anteils des Deformationsgradienten \mathbf{F}_i sowie für die inneren Variablen $\boldsymbol{\zeta}$ werden Entwicklungsgleichungen benötigt

$$\dot{\mathbf{F}}_i \mathbf{F}_i^{-1} = \mathbf{G}_1 (\mathbf{E}, \dot{\mathbf{E}}, \mathbf{F}_i, \boldsymbol{\zeta}) \quad (3.56)$$

$$\dot{\boldsymbol{\zeta}} = \mathbf{G}_2 (\mathbf{E}, \dot{\mathbf{E}}, \mathbf{F}_i, \boldsymbol{\zeta}) \quad (3.57)$$

Gleichung (3.56) ist die Fließregel, Gleichung (3.57) beschreibt die Entwicklung der inneren Variablen, die die Verfestigung des Materials bestimmen.

Ein besserer Zugang zur Plastizität ergibt sich bei Betrachtung des Materialverhaltens bei Belastung. Das elastische Verhalten von Kristallen (vergl. Abschnitt 2.3.1) entsteht aufgrund der reversiblen Verzerrung des Kristallgitters. Im Gegensatz hierzu wird die plastische Verformung (Abschnitt 2.3.2) in vielen Kristallen durch die Versetzungsbewegung dominiert. Diese Unterschiede in den Mechanismen führen zu dem Schluss, dass der Kristall keine ausgezeichnete Konfiguration besitzt, da die Gitterparameter durch eine plastische Verformung nicht verändert werden [80]. Dies hat zur Folge, dass die plastische Verzerrung nur einen untergeordneten Einfluss auf das elastische Verhalten der Einkristalle besitzt [9, 11].

Aus diesem Ansatz heraus beschreibt Krawietz [80] das Kristallverhalten bei einer plastischen Deformation, wobei auf die Verwendung einer Bezugskonfiguration verzichtet und ausschließlich die spannungsfreie Gitterkonfiguration als ausgezeichnete Konfiguration benutzt wird. Durch Einführung einer gitterfesten Basis \mathbf{g}_j^g wird

der Gitterraum definiert. Betrachtet man die Kristallverformung kontinuumsmechanisch, so kann man einen Tangentialraum durch die materiellen Koordinatenrichtungen \mathbf{g}_j^b im Beobachterraum definieren. Die lineare Abbildung zwischen dem Beobachterraum und dem Tangentialraum wird durch die Beziehung

$$\mathbf{g}_j^b = \mathbf{K} \mathbf{g}_j^t \quad (3.58)$$

vermittelt, wobei \mathbf{K} als lokale Platzierung bezeichnet wird und \mathbf{g}_j^t die Basis des Tangentialraumes ist. In analoger Weise wird die Zuordnung zwischen Tangential- und Gitterraum definiert.

$$\mathbf{g}_j^g = \mathbf{A} \mathbf{g}_j^t \quad (3.59)$$

Somit ergibt sich im Beobachterraum der Zusammenhang

$$\mathbf{g}_j^b = \mathbf{K} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{g}_j^g \quad (3.60)$$

Hieraus folgt eine multiplikative Zerlegung der Platzierung \mathbf{K}

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}^g \mathbf{A} \quad (3.61)$$

wobei \mathbf{K}^g als Gitterplatzierung bezeichnet wird.

Wird bei dieser Betrachtung eine feste Bezugsplatzierung zugrundegelegt und der spannungsfreien Gitterkonfiguration eine Platzierung im Beobachterraum zugeordnet, so gelangt man zur oben beschriebenen multiplikativen Zerlegung des Deformationsgradienten.

Ein weiterer Zugang zur Plastizität ist das Konzept der isomorphen elastischen Bereiche [9, 11]. Aufgrund der Unterschiedlichkeit der elastischen und plastischen Verformungsmechanismen müssen sich die elastischen Gesetze zu unterschiedlichen Deformationszuständen aufeinander abbilden lassen. Hierzu wird eine plastische Transformation \mathbf{P} definiert, die diese isomorphe Abbildung vornimmt. \mathbf{P} ist ein invertierbarer Tensor mit positiver Determinante. Aufgrund der plastischen Inkompressibilität muss \mathbf{P} ein Tensor mit einer Determinante von eins sein. Mit der Festlegung eines fixierten elastischen Referenzmaterialgesetzes \mathbf{K}_0 kann somit das elastische Materialgesetz \mathbf{K}_p nach einer plastischen Verformung beschrieben werden

$$\mathbf{T}^{2PK} = \mathbf{K}_p(\mathbf{C}) = \mathbf{P} \mathbf{K}_0 (\mathbf{P}^T \mathbf{C} \mathbf{P}) \mathbf{P}^T \quad (3.62)$$

Die plastische Transformation beschreibt den Einfluss der Plastizität auf die aktuellen elastischen Spannungen und wird somit nicht über kinematische Größen definiert.

Der Vorzug dieser Vorgehensweise gegenüber der multiplikativen Zerlegung des Deformationsgradienten besteht darin, dass keine Zwischenplatzierung oder entlastete Konfiguration eingeführt werden muss. Eine Mehrdeutigkeit, wie bei der multiplikativen Zerlegung, ist bis auf die natürlichen Symmetrieeigenschaften der zugrundeliegenden elastischen Bereiche nicht gegeben. Die Abbildung der Symmetriegruppen

der elastischen Bereiche geschieht entsprechend über die plastische Transformation gemäß der Regel von Noll [110]

$$\mathcal{G}_p = \mathbf{P}\mathcal{G}_0\mathbf{P}^{-1} \quad (3.63)$$

wobei \mathcal{G}_0 und \mathcal{G}_p die Symmetriegruppen der elastischen Gesetze in der Bezugsplatzierung und in der aktuellen Platzierung sind.

Eine Verbindung zum Konzept der multiplikativen Zerlegung unter Benutzung einer isoklinen Zwischenkonfiguration kann wie folgt hergestellt werden: Aufgrund der plastischen Transformation wird eine unverzerrte Konfiguration bezüglich des Referenzmaterialgesetzes \mathbf{K}_0 im Allgemeinen nicht ebenfalls eine unverzerrte Konfiguration in der aktuellen Platzierung bezüglich \mathbf{K}_p sein, da die Symmetriegruppen des Referenzmaterialgesetzes und des Materialgesetzes in der aktuellen Konfiguration nicht identisch sind. Dies kann jedoch durch einen Wechsel der Bezugsplatzierung mit \mathbf{P}^{-1} erreicht werden [11]. Infolge dieser Transformation sind die Symmetriegruppen von \mathbf{K}_0 und $\underline{\mathbf{K}}_p$ identisch und $\underline{\mathbf{C}} = \mathbf{P}^T\mathbf{C}\mathbf{P}$ beschreibt eine unverzerrte (Bezugs-)Konfiguration, die jedoch für jedes \mathbf{P} unterschiedlich ist. Dies entspricht der isoklinen Konfiguration aus der multiplikativen Zerlegung, wenn $\mathbf{P} \equiv \mathbf{F}_i^{-1}$ gesetzt wird.

Für die folgenden Betrachtungen soll die Annahme der multiplikativen Zerlegung zugrunde gelegt werden.

Dehnratenunabhängige Modelle

Im Fall einer dehnratenunabhängigen Modellierung wird eine Abgrenzung zwischen dem elastischen und dem plastischen Bereich mit Hilfe einer Fließbedingung durchgeführt. Hierzu wird eine Funktion f derart definiert, dass im elastischen Fall gilt

$$f \leq 0 \quad (3.64)$$

Als Kriterium auf Kristallebene wird hierbei das Gesetz der kritischen Schubspannung (Schmid'sches Schubspannungsgesetz, Gl. (2.20)) verwendet [125, 139]

$$f_j = |\tau_j| - \tau_j^{\text{krit}} \leq 0 \quad (3.65)$$

Hierbei ist τ_j die wirksame Schubspannung und τ_j^{krit} die kritische Schubspannung im System j . Die Schubspannung im System j ergibt sich als

$$\tau_j = \mathbf{m}_j \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_j \quad (3.66)$$

wobei $\boldsymbol{\sigma}$ die Cauchy'sche Spannung, \mathbf{m}_j die Gleitrichtung und \mathbf{n}_j die Gleitebenennormale sind [111]. Diese Schubspannung entspricht der Projektion der Kraft \mathbf{k} , die auf eine Versetzung infolge einer Spannung $\boldsymbol{\sigma}$ gemäß der Peach-Koehler-Gleichung (Gl. 2.31) wirkt, in die Gleitrichtung \mathbf{m}_j .

Diese Beziehung gilt nur für kleine Verzerrungen. Bei großen Verzerrungen ist es notwendig, die Veränderung der Ausrichtung der Gleitsysteme zu beachten [6, 62, 100]. Bei Verwendung der multiplikativen Zerlegung (Gl. 3.52) ergibt sich

$$\hat{\mathbf{n}}_j = \mathbf{F}_e \mathbf{n}_j \quad (3.67)$$

$$\hat{\mathbf{m}}_j = \mathbf{F}_e^{-T} \mathbf{m}_j \quad (3.68)$$

Bei Verwendung des 2. Piola-Kirchhoff-Tensors in der Zwischenkonfiguration [62, 100] \mathbf{T}_e^{2PK} erhält man somit

$$\tau_j = \frac{1}{\det(\mathbf{F}_e)} \mathbf{m}_j \mathbf{C}_e \mathbf{T}_e^{2PK} \mathbf{n}_j \quad (3.69)$$

Wird die Fließbedingung in einem System erfüllt und wird das Material belastet, so muss auch für eine plastische Prozessfortsetzung ein Verbleiben auf der Fließfläche erfolgen. Hieraus ergibt sich die Forderung $\dot{f} = 0$ für den plastischen Fall und $\dot{f} < 0$ für eine Entlastung. Somit ergibt sich aus Gleichung (3.65) die für die Prozessfortsetzung notwendige Konsistenzbedingung

$$\dot{f}_j = |\dot{\tau}_j| - \dot{\tau}_j^{\text{krit}} \leq 0 \quad (3.70)$$

Im plastischen Fall kommt es gemäß der gewählten Fließregel zu einem Zuwachs des plastischen Anteils des Deformationsgradienten. Die plastische Verformung der Kristalle wird, wie im vorhergehenden Kapitel dargestellt, durch Scherverformungen ausgelöst. Eine Gleitung in der \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_3 -Ebene, die durch die Gleitebenennormale \mathbf{e}_2 charakterisiert wird, mit der Gleitrichtung \mathbf{e}_1 und der Scherrate $\dot{\gamma}$ führt zu einem Geschwindigkeitsgradienten \mathbf{L} von

$$\mathbf{L} = \dot{\gamma} \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_2 \quad (3.71)$$

Der Zuwachs des plastischen Anteils des Deformationsgradienten \mathbf{F}_p lässt sich als Superposition aller Scherverformungen der aktiven Systeme J darstellen, in denen die Fließbedingung (Gl. 3.65) identisch null erfüllt wird. Somit lässt sich Gleichung (3.56) konkretisieren

$$\dot{\mathbf{F}}_p \mathbf{F}_p^{-1} = \sum_{j \in J} \dot{\gamma}_j \mathbf{m}_j \otimes \mathbf{n}_j \quad (3.72)$$

wobei $\dot{\gamma}_j$ die Scherrate, \mathbf{m}_j und \mathbf{n}_j die Gleitrichtung bzw. die Gleitebenennormale im Gleitsystem j sind.

Die Größe der Scherrate bei einer plastischen Prozessfortsetzung ist aus der Konsistenzbedingung (Gl. 3.70) zu bestimmen. Werden in einem System die Fließbedingung (Gl. 3.65) und die Konsistenzbedingung identisch null erfüllt, so ist zu überprüfen, ob die Belastung fortgesetzt wird. Eine solche Prozessfortsetzung ist charakterisiert durch eine Verletzung der Konsistenzbedingung (Gl. 3.70) bei konstant gehaltenen inneren Parametern und konstantem \mathbf{F}_p . Für diesen Fall so folgt für die Scherrate

$$\dot{\gamma}_j = \frac{\dot{\tau}_j}{\frac{\partial \tau_j^{\text{krit}}}{\partial \gamma_j}} \quad (3.73)$$

Ist eine der Bedingungen ungleich null, so befindet sich das System entweder im elastischen Bereich ($f_j < 0$) oder es kehrt in diesen zurück (Entlastung, $f_j < 0$). In beiden Fällen ist $\dot{\gamma}_j = 0$, da es keine Zuwächse in der plastischen Deformation des Systems geben kann. Für jedes Gleitsystem ist sicherzustellen, dass es sich in einem erlaubten Zustand befindet, d.h. die Fließbedingung und die Konsistenzbedingung stets erfüllt wird.

Dehnratenabhängige Modelle

Bei einer dehnratenabhängigen Modellierung wird zwischen visko-elastischen und elastisch-viskoplastischen Modellen unterschieden.

Im visko-elastischen Fall entfällt der Test der Erfüllung einer Fließbedingung. Alle Systeme sind aktiv, sofern die Schubspannung τ_j im System j (Gl. (3.66) und (3.69)) ungleich null ist. Ein typischer Ansatz für die resultierende Gleitgeschwindigkeit $\dot{\gamma}_j$ ist gegeben durch den Ansatz von Hutchinson [72] sowie von Peirce, Asaro und Needleman [113]

$$\dot{\gamma}_j = \dot{\gamma}_0 \text{sign}(\tau_j) \left| \frac{\tau_j}{\tau_{j0}} \right|^{\frac{1}{m}} \quad (3.74)$$

Hierbei ist $\dot{\gamma}_0$ die Referenzgleitgeschwindigkeit, τ_{j0} die Bezugsscherspannung und m der Dehnratenexponent. Auf Grund der geringen Dehnratenabhängigkeit ist dieser Wert sehr gering anzusetzen.

Im elastisch-viskoplastischen Fall wird eine Unterscheidung zwischen aktiven und passiven Gleitsystemen vorgenommen. Ein Beispiel für diese Formulierung ist der Ansatz von Meric [98]

$$\dot{\gamma}_j = \dot{\gamma}_0 \text{sign}(\tau_j - \tau_j^{\text{kin}}) \left\langle \frac{|\tau_j - \tau_j^{\text{kin}}| - \tau_j^{\text{krit}}}{\tau_{j0}} \right\rangle^{\frac{1}{m}} \quad (3.75)$$

τ_j^{kin} ist die kinematische Rückspannung, τ_j^{krit} ist die kritische Schubspannung im System. Der Klammeroperator ist durch

$$\langle x \rangle = \frac{x + |x|}{2} \quad (3.76)$$

definiert. Hierdurch kommt es zu einer strikten Trennung des elastischen und inelastischen Bereiches.

Gleitmodelle

Die inelastische Verformung eines Kristalls kann sich durch verschiedene Modi vollziehen. Der bei kubisch-raumzentrierten Kristallen bei Raumtemperatur wichtigste

Modus ist die Gleitung auf bestimmten Systemen, die in Tabelle 2.2 zusammengestellt sind. Der Prozess der Deformation durch Abgleitung in definierten Gleitsystemen kann allgemein durch Gleichung (3.72) dargestellt werden.

Die zu bestimmenden Unbekannten sind die Schergeschwindigkeiten $\dot{\gamma}_j$ in den Gleitsystemen. Während sich diese im Falle der Dehnratenabhängigkeit direkt aus den wirksamen Schubspannungen ableiten (Gl. 3.74, 3.75) lassen, ist für den Fall eines dehnratenunabhängigen Modells eine zulässige Kombination von Gleitsystemen zu ermitteln, die die Fließbedingung (Gl. 3.65) und die Konsistenzbedingung (Gl. 3.70) erfüllen. Auf Grund der Vielzahl der möglichen Kombinationen ist dies ein sehr rechenintensiver Prozess. Zusätzlich bedarf es eines Kriteriums, um bei mehreren gültigen Kombinationen diejenige zu identifizieren, die für die Berechnung benutzt wird.

Eine Alternative zur Reduktion des Rechenaufwandes für den Fall kubisch-raumzentrierter Kristalle in der dehnratenunabhängigen Formulierung gibt es in der Form des so genannten Pencil Glide. Hierbei wird die Tatsache ausgenutzt, dass die möglichen Gleitebenen bei dieser Kristallklasse sehr dicht beieinander liegen und alle Gleitrichtungen durch die $\langle 111 \rangle$ -Richtungen gegeben sind. Aktiviert werden hierbei zuerst die Ebenen, die am günstigsten zur äußeren Last liegen. Im Fall des Pencil Glide wird angenommen, dass nur die Gleitrichtung in den Kristallen festliegt. Die Gleitebenen werden im Gegensatz zu kristallographischen Gleitsystemen als variabel angesehen, wobei angenommen wird, dass jede Ebene, deren Normale \mathbf{n}_j senkrecht auf der Gleitrichtung \mathbf{m}_j steht, eine zulässige Gleitebene ist. Dieser Gleitmodus ist nach Untersuchungen von Hutchinson [73] der am besten geeignete Modus zur Beschreibung der Verformung von kubisch-raumzentrierten Kristallen. Dieses Modell wird ebenfalls durch experimentelle Ergebnisse gestützt, die bei α -Fe-Kristallen nicht-kristallographische Gleitebenen mit einer Ausrichtung nahe bei der Ebene der maximalen Schubspannung beobachten [39].

Die Bestimmung der tatsächlich wirksamen Gleitebene geschieht über die Betrachtung der Schubspannung im System. Gemäß Gleichung (3.66) wird die wirksame Spannung in das Gleitsystem projiziert. Die Gleitebenennormale \mathbf{n}_j und die Gleitrichtung \mathbf{m}_j sind orthogonal zueinander. Die Anteile des Produktes $\mathbf{m}_j \boldsymbol{\sigma}$, die parallel zu \mathbf{m}_j sind, liefern keinen Beitrag zur wirksamen Schubspannung τ_j . Somit kann ein im System j wirksamer Schubspannungsvektor \mathbf{s}_j definiert werden, der nur den Anteil von $\mathbf{m}_j \boldsymbol{\sigma}$ enthält, der orthogonal zur Gleitrichtung \mathbf{m}_j ist

$$\mathbf{s}_j = \mathbf{m}_j \boldsymbol{\sigma} (\mathbf{1} - \mathbf{m}_j \otimes \mathbf{m}_j) \quad (3.77)$$

Die wirksame Schubspannung τ_j im System ergibt sich entsprechend Gleichung (3.69) als Skalarprodukt dieses Vektors mit der Gleitebenennormalen \mathbf{n}_j des Systems

$$\tau_j = \mathbf{s}_j \cdot \mathbf{n}_j \quad (3.78)$$

Die maximale Schubspannung im System wird demnach erreicht, wenn die Gleitebenennormale \mathbf{n}_j und der Schubspannungsvektor \mathbf{s}_j parallel zueinander sind. Somit folgt für die Gleitebenennormale

$$\mathbf{n}_j = \frac{\mathbf{s}_j}{|\mathbf{s}_j|} \quad (3.79)$$

Durch dieses Gleitmodell reduziert sich die Anzahl der zu untersuchenden Gleitsysteme auf vier, da in kubisch-raumzentrierten Kristallen nur vier zulässige Gleitrichtungen (die Raumdiagonalen der Elementarzelle) existieren. Die Reduktion der möglichen Gleitsystemkombinationen wird durch die zusätzlich notwendige Bestimmung der Gleitebenenrichtung \mathbf{n}_j erkauft. Diese sind im Gegensatz zu kristallographischen Gleitsystemen zusätzliche Variablen und vom vorliegenden Spannungszustand abhängig.

Eine Konsequenz dieses Vorgehens ist eine Veränderung der Fließfläche. Im Falle kristallographischer Gleitung auf den $\langle 111 \rangle \{110\}$ -Systemen ergibt sich eine hexagonale Struktur, deren Kanten orthogonal zu den Gleitebenen stehen. Auf Grund der Möglichkeit der Ausrichtung der Gleitebenen im Pencil-Glide in Richtung der Last folgt eine kreisförmige Fließfläche für diesen Modus. In beliebigen Schnittflächen ergeben sich entsprechend elliptische Formen für den Einkristall im Pencil-Glide-Modus [122].

Ein entsprechendes Modell für kubisch-flächenzentrierte Kristalle besteht im so genannten Deck Glide. Hierbei werden die Gleitebenennormalen \mathbf{n}_j fixiert und die Gleitrichtungen \mathbf{m}_j stellen sich entsprechend der vorliegenden Belastung ein.

Verfestigungsmodelle

Bei der Deformation des Einkristalls ist eine Steigerung der notwendigen Spannung zur Aufrechterhaltung des Fließens zu beobachten. Um diesen Effekt, der auf die Wechselwirkung von Versetzungen untereinander und mit Hindernissen zurückgeht, zu beschreiben, können unterschiedliche Konzepte verwendet werden.

Grundsätzlich sind makroskopisch zwei extreme Phänomene zu beobachten: Die Deformation eines Materials führt einerseits zur Erhöhung der Fließspannung für alle Richtungen im Spannungsraum. Diese Art der Verfestigung wird isotrop genannt. Andererseits ist bei einer Umkehr der Last die Fließspannung oftmals in der neuen Belastungsrichtung geringer als während der Vorbelastung. Dieser Effekt wird Bauschinger-Effekt genannt und resultiert aus einer kinematischen Verfestigung. Die mikroskopischen Ursachen für dieses Verhalten wurden bereits im vorhergehenden Kapitel dargestellt. Hieraus ergibt sich, dass beide Effekte bereits im Einkristall auftreten.

Ein direkter Zugang zur Verfestigung ergibt sich über die Versetzungsbewegung, da die plastische Deformation kubischer Kristalle durch deren Abgleitung dominiert wird. Über die Orowan-Beziehung (Gl. 2.26) ist eine Verknüpfung der Gleitgeschwindigkeit im Kristall mit der Bewegung der mobilen Versetzungen sowie der Versetzungsdichte möglich. Dieser direkte Weg wird von einer Anzahl von Modellen eingeschlagen.

Ein typisches Modell aus dieser Klasse ist das Kocks-Mecking-Modell [97]. Es handelt sich hierbei um ein einparametrisches Modell, mit der Gesamtversetzungs-

dichte ρ als Parameter. Die kritische Schubspannung ergibt sich aus der Versetzungsdichte gemäß Gleichung (2.41).

Die Änderung der Versetzungsdichte wird durch die Generierung sowie durch die Annihilation von Versetzungen bestimmt

$$\frac{d\rho}{d\gamma} = \frac{d\rho^+}{d\gamma} + \frac{d\rho^-}{d\gamma} \quad (3.80)$$

$$\frac{d\rho}{d\gamma} = \frac{2\Theta}{\alpha G b} \sqrt{\rho} - \frac{\nu_r}{\dot{\gamma}} \rho \quad (3.81)$$

wobei Θ der Anstieg der kritischen Schubspannung (Gl. 2.49), G der Schermodul des Kristalls, b der Betrag des Burgers-Vektors der Versetzung, ν_r Geschwindigkeit der Versetzungsrekombination sind. Der erste Anteil beschreibt die dehnratenunabhängige Verfestigung durch Hindernisse mit Spannungsfeldern langer Reichweite, wie sie z.B. von Korngrenzen ausgehen und ist somit athermisch. Die Reduzierung der Versetzungsdichte durch Quergleitung ist thermisch aktivierbar.

Das Modell von Estrin, Molinari und Tóth [43, 138] modelliert die Bildung von Zellstrukturen durch die Versetzungen. Hierbei wird zwischen Versetzungen im Inneren der Zelle ρ_c und in der Zellwand ρ_w unterschieden. Für beide Anteile werden separate Entwicklungsgleichungen angesetzt, die die Änderung der jeweiligen Versetzungsdichte in Abhängigkeit der im entsprechenden Gebiet wirksamen Scherrate $\dot{\gamma}_{c,w}$, der Gesamtscherrate $\dot{\gamma}$ und den bereits vorliegenden Versetzungsdichten beschreibt

$$\dot{\rho}_c = \alpha_0 \frac{2}{3\sqrt{3}} \frac{\sqrt{\rho_w}}{b} \dot{\gamma}_w - \beta_0 \frac{4\dot{\gamma}_c}{bd_v \sqrt{1-v_w}} - k \left(\frac{\dot{\gamma}_c}{\dot{\gamma}_0} \right)^{-\frac{1}{n}} \dot{\gamma}_c \rho_c \quad (3.82)$$

$$\dot{\rho}_w = \frac{2\beta_0 \dot{\gamma}_c \sqrt{\rho_w}}{bv_w \sqrt{3}} + \frac{4\beta_0 \dot{\gamma}_c \sqrt{1-v_w}}{bd_v v_w} - k \left(\frac{\dot{\gamma}_w}{\dot{\gamma}_0} \right)^{-\frac{1}{n}} \dot{\gamma}_w \rho_w \quad (3.83)$$

wobei v_w der Volumenanteil der Zellwände, d_v die Zellgröße, b der Betrag des Burgers-Vektors und α_0, β_0 Materialkonstanten sind. Der erste Term beschreibt jeweils die Erzeugung von Versetzungen im betrachteten Gebiet durch Frank-Read-Quellen, der zweite den Übergang von Versetzungen aus dem Zellinneren in die Zellwände, während der letzte Term die Annihilierung der Versetzungen beschreibt. Aus den Versetzungsdichten wird dann die im entsprechenden Bereich wirksame kritische Schubspannung bestimmt

$$\tau_{c,w}^{\text{krit}} = \alpha G b \sqrt{\rho_{c,w}} \quad (3.84)$$

Die effektiv wirksame kritische Schubspannung wird durch Volumenmittelung bestimmt

$$\tau^{\text{krit}} = (1 - v_w) \tau_c^{\text{krit}} + v_w \tau_w^{\text{krit}} \quad (3.85)$$

Mit diesem Modell kann die Wiederrücknahme der Verfestigung nach dem Durchschreiten des dritten Bereiches der Verfestigung beschrieben werden.

Diese Überlagerung wird bereits auch durch Seeger verwendet [131], der für diesen Teil eine athermische Spannung ansetzt, die proportional zur Wurzel der Versetzungsdichte (analog zu Gleichung (2.41)) ist.

Verbreiteter ist jedoch ein Verzicht auf die Modellierung der Versetzungsdichtentwicklung und die Verwendung empirischer Ansätze für die Verfestigung der Kristalle. Hierzu werden die beobachteten Effekte der isotropen und kinematischen Verfestigung auf Kristallebene durch entsprechende Funktionen abgebildet. Vielfach wird die Modellierung auf den Bereich der isotropen Verfestigung beschränkt, für den es eine Reihe unterschiedlicher Ansätze gibt.

Im Bereich der isotropen Verfestigung gibt es zwei unterschiedliche Effekte, die Selbstverfestigung und die Fremdverfestigung. Unter der ersten versteht man den Zuwachs der Fließspannung innerhalb eines Gleitsystems. Im zweiten Fall führt die Abgleitung in einem System zur Verfestigung in einem anderen System. Ein Modell, das in der Lage ist, diese beiden Effekte zu berücksichtigen ist das Modell von Mandel [95] und Hill [68]

$$\dot{\tau}_i^{\text{krit}} = \sum_{j=1}^N h_{ij} |\dot{\gamma}_j| \quad (3.86)$$

Hierbei ist τ_i^{krit} die kritische Schubspannung im System i , h_{ij} die Verfestigungsmatrix und $\dot{\gamma}_j$ die Gleitgeschwindigkeit im System j . Die Verfestigungsmatrix wird in diesem Modell als Funktion der akkumulierten Scherungen $\bar{\gamma}_k$ im Kristallit gewählt

$$h_{ij} = \begin{cases} qh(\bar{\gamma}_k) & i, j \text{ koplanar} \\ h(\bar{\gamma}_k) & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.87)$$

$$\bar{\gamma}_k = \sum_{j=1}^N \int |\dot{\gamma}_j| dt \quad (3.88)$$

Durch die letzte Gleichung wird innerhalb eines Kristalls die akkumulierte Gleitung als innere Zustandvariable gewählt. Der Parameter q bestimmt das Verhältnis von Selbstverfestigung und Fremdverfestigung. Dieser Parameter liegt nach Angaben von Kocks [76] für kubisch-flächenzentrierte Kristalle im Bereich von

$$1 < q_{kfs} < 1,4 \quad (3.89)$$

Messungen von Nakada [105] ergaben für Eiseneinkristalle ein Verfestigungsverhältnis im Bereich von

$$1,2 < q_{krz} < 1,4 \quad (3.90)$$

Die Abhängigkeit dieses Wertes von den aktivierten Systemen, sowie von der Temperatur, der Vordehnung und der Dehnrage wird in der Arbeit von Nakada als gering eingeschätzt.

Franciosi [45] kritisiert die Verwendung eines einzelnen, konstanten Parameters für die Beschreibung der Fremdverfestigung sowie die Abhängigkeit der kritischen Schubspannungen von der Abgleitung. Der Verfestigungsmodul repräsentiert die Wechselwirkung zwischen den Systemen, daher muss er von der Verformungsgeschichte abhängig sein. Die Abgleitung ist abhängig von der Gesamtzahl der Versetzungen, während die Verfestigung offensichtlich nur von der Zahl der gegenwärtig vorliegenden Versetzungen und deren Interaktionen abhängig ist. Aus diesem Grunde wird ein Verfestigungsmodell für kubisch-flächenzentrierte Kristalle vorgeschlagen, bei dem die h_{ij} sowohl von der Dehnung als auch vom Belastungsprozess abhängen. Hierzu wird die Entwicklungsgleichung (Gl. 3.86) modifiziert

$$\dot{\tau}_i^{\text{krit}} = \sum_{j=1}^N (A_{ij}\dot{\gamma}_j + B_{ij}\dot{\tau}_j) \quad (3.91)$$

Lee [90] führt für die Beschreibung der Verfestigung eine weitere Unterscheidung der Gleitsysteme ein, da die Interaktion der Versetzungen in unterschiedlichen Gleitsystemen nicht einheitlich erfolgt. Hierbei wird bei der Fremdverfestigung zwischen der Formierung beweglicher und sesshafter Versetzungen unterschieden.

Zur Einbeziehung der kinematischen Verfestigung werden die Gleitrichtungen in kristallographischen Gleitsystemen herangezogen. Hierbei unterscheiden sich die Modelle durch die Einarbeitung der Wirkungsweise der Verfestigung. Die ersten Modelle nach Meric [98] führen eine Rückspannung innerhalb des aktiven Gleitsystems ein, die bei Lastumkehr zur Reduzierung der notwendigen Fließspannung innerhalb des Systems führt. Somit wird die Fließbedingung (Gl. 3.65) modifiziert. Zusätzlich wird eine Entwicklungsgleichung für die Rückspannung benötigt

$$f_i = \tau_{i,\text{eff}} - \tau_i^{\text{krit}} = 0 \quad (3.92)$$

$$\tau_{i,\text{eff}} = \tau_i - \tau_{i,\text{kin}} \quad (3.93)$$

$$\dot{\tau}_{i,\text{kin}} = a\dot{\gamma}_i - b\tau_{i,\text{kin}}|\dot{\gamma}_i| \quad (3.94)$$

Auf Grund der weit reichenden Wirkung der Rückspannungen durch den Versetzungsaufstau schließt Harder [58] eine unabhängige Entwicklung der Rückspannungen in den Systemen aus und verwendet stattdessen einen Rückspannungstensor zur Beschreibung der anisotropen Anteile der Verfestigung. Die Verwendung eines Spannungstensors für alle Gleitsysteme impliziert zusätzliche Verträglichkeitsbedingungen zwischen den Rückspannungen in den Gleitsystemen. Die effektiv wirksame Schubspannung $\tau_{i,\text{eff}}$ im System ergibt sich analog zur Gleichung (4.12) durch die Projektion der effektiven Kirchhoffspannung $\boldsymbol{\tau}_{\text{eff}}$ in das Gleitsystem

$$\tau_{i,\text{eff}} = \boldsymbol{\tau}_{\text{eff}} : \mathbf{m}_j \otimes \mathbf{n}_j \quad (3.95)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{\text{eff}} = \det(\mathbf{F})(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}_{\text{kin}}) \quad (3.96)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{kin}} = 2 \sum_{j=1}^N \Omega_j \text{sym}(\mathbf{m}_j \otimes \mathbf{n}_j) \quad (3.97)$$

$$\dot{\Omega}_j = c\dot{\gamma}_j - d\Omega_j |\dot{\gamma}_j| \quad (3.98)$$

Zum Aufbau des Rückspannungstensors werden die Anteile der Einzelkomponenten Ω_j der Systeme als skalare Faktoren für den symmetrischen Teil des Gleitensors $\mathbf{m}_j \otimes \mathbf{n}_j$ verwendet. Die Entwicklung dieses Vorfaktors folgt einem Ansatz nach Meric [98, 99]. Durch die Verwendung von kristallographischen Gleitebenen kann die Gleitrate als Richtungsindikator verwendet werden.

Besdo [12] führt zusätzlich zur isotropen und kinematischen Verfestigung eine globale Verfestigung ein, die von der makroskopischen Vergleichsdehnung abhängig ist

$$\beta_i = (A_{\text{glo}} + B_{\text{glo}}\beta_i) \dot{\varphi} \quad (3.99)$$

Dieser Anteil der Spannung wird mit einer kinematischen und isotropen Spannung überlagert. Hierbei muss der Anteil der globalen Spannung die Verfestigung dominieren, um die von Kocks [76] angegebenen Verhältnisse Selbstverfestigung und Fremdverfestigung nicht zu verletzen.

3.2 Materialmodelle für den Polykristall

Zur Beschreibung des Materialverhaltens eines polykristallinen Werkstoffes ist es notwendig, einen Übergang zwischen den makroskopisch an einer Vielkristallprobe und den am Kristallit wirksamen Größen zu schaffen. Eine vollständige Berechnung aller möglichen Wechselwirkungen der Elemente auf der Mikroebene sowie zwischen der Mikro- und der Makroebene ist in vielen Fällen zu aufwendig. Aus diesem Grunde wurden verschiedene Modelle für eine vereinfachte Homogenisierung entwickelt, die im Folgenden dargestellt werden.

3.2.1 Sachs-Modell

Als erstes Polykristallmodell wurde von Sachs bereits 1928 [124] ein Vorgehen vorgeschlagen, bei dem alle Kristallite im Verband derselben Spannung ausgesetzt sind und sich durch Einfachgleitung verformen können. Somit wird die Spannungscontinuität gewährleistet, während die Kompatibilität der Kristalle verletzt wird. Dies entspricht einer Reihenschaltung der Einzelkristalle. Die makroskopische Verzerrung wird durch Mittelung der Deformationen der einzelnen Kristalle berechnet. Eine Wechselwirkung zwischen den Einzelkristallen zur Erhaltung des Kristallverbundes wird nicht berücksichtigt. Somit ergibt sich für einen aus N Kristallen gebildeten Polykristall

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{makro}} = \boldsymbol{\sigma}_j \quad \forall j \in [1, N] \quad (3.100)$$

$$\boldsymbol{\epsilon}_{\text{makro}} = \frac{1}{V} \sum_{j=1}^N \boldsymbol{\epsilon}_j V_j \quad (3.101)$$

wobei V das Gesamtvolumen aller Kristalle und V_j das Volumen des Einkristalls j ist. Betrachtet man das elastische Verhalten, so ergibt sich makroskopisch

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{makro}} = \mathcal{C}_R^{-1} : \boldsymbol{\sigma}_{\text{makro}} \quad (3.102)$$

wobei sich die effektive Nachgiebigkeit \mathcal{C}_R^{-1} als

$$\mathcal{C}_R^{-1} = \frac{1}{V} \sum_{j=1}^N \mathcal{C}_j^{-1} V_j \quad (3.103)$$

ergibt. Dies entspricht einer Mittelung nach Reuss [118]. Beim Übergang von einer diskreten Kristallgruppe zur Textur wird die Volumenfraktion V_j/V durch die ODF $f(\mathbf{Q})$ ersetzt

$$\mathcal{C}_R^{-1} = \int_{\mathbf{Q}} \mathcal{C}^{-1}(\mathbf{Q}) f(\mathbf{Q}) dQ \quad (3.104)$$

Hill [66] zeigte, dass eine Mittelung auf diesem Wege zu einer oberen Schranke der Formänderungsergänzungsenergie eines Polykristalls führt. Im Falle eines isotropen Polykristalls wird durch diese Mittelung eine untere Schranke für den Schubmodul G und den Kompressionsmodul K bestimmt.

Die Verletzung der Kompatibilität würde im realen Polykristall zu einer Lückenbildung zwischen den Einkristallen führen. Die mit diesem Modell prognostizierten Texturen entsprechen nur ungenügend den experimentellen Ergebnissen. Diese Gründe führten dazu, dass dieses Modell sich nicht durchsetzen konnte [104].

3.2.2 Taylor-Modell

Die grundlegende Annahme des von Taylor 1938 vorgeschlagenen Modells [134] besteht darin, dass alle Kristalle dieselbe Deformation erfahren, die somit der makroskopischen Deformation entspricht. In der ursprünglichen Variante wurde die Elastizität der Kristalle vernachlässigt. Auf Grund der Volumenkonstanz während der plastischen Deformation ist es möglich, die Abgleitung auf fünf unterschiedlichen Gleitsystemen zu berechnen. Dieses Modell entspricht einer Parallelschaltung der Kristalle. Die Kompatibilität der Kristalle ist gewährleistet, während die Spannungskontinuität verletzt wird. Somit erhält man

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{makro}} = \frac{1}{V} \sum_{j=1}^N \boldsymbol{\sigma}_j V_j \quad (3.105)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{makro}} = \boldsymbol{\varepsilon}_j \quad \forall j \in [1, N] \quad (3.106)$$

Die makroskopisch wirksame Steifigkeit ergibt sich somit als arithmetisches Volumenmittel über die N Steifigkeiten der Einkristalle

$$\mathcal{C}_V = \frac{1}{V} \sum_{j=1}^N \mathcal{C}_j V_j \quad (3.107)$$

Dies entspricht einer Mittelung im Sinne von Voigt [143]. Beim Übergang zu einer kontinuierlichen Textur ergibt sich analog zu Gleichung (3.108)

$$c_V = \int_{\mathbf{Q}} c(\mathbf{Q}) f(\mathbf{Q}) dQ \quad (3.108)$$

Eine Mittelung nach Voigt führt hinsichtlich der Formänderungsenergie zu einer oberen Schranke für den Polykristall. Im Fall eines isotropen Polykristalls erhält man auf diesem Wege eine obere Schranke für den Kompressionsmodul K und den Schubmodul G [66].

Untersuchungen von Kocks [78] zeigten, dass die prognostizierte Entwicklung der Texturen im Vergleich zu experimentellen Messungen zu stark ist. Das Taylor-Modell stellt jedoch hinsichtlich der physikalischen Annahmen, der erzielten Ergebnisse und der dafür benötigten Rechenzeit eine gute Näherung des Realverhaltens polykristalliner Werkstoffe dar.

Ein weiteres Problem besteht in der Auswahl der Gleitsystemkombination, die zur Einstellung der Deformation benötigt wird. Hierzu sind sämtliche Fünferkombinationen der möglichen Gleitsysteme durchzutesten. Eine Vereinfachung des Vorgehens wurde von Bishop und Hill 1951 [13, 14] vorgeschlagen. Hierbei wird die Symmetrie der Fließfläche unter der Annahme gleicher Scherfestigkeiten in den Gleitsystemen ausgenutzt, um die Anzahl der zu testenden Kombinationen zu reduzieren.

Dieses grundlegende Modell, welches auch als full constraint Modell (FC) bezeichnet wird, kann für bestimmte Deformationsprozesse optimiert werden, so dass sich die beschriebenen Probleme reduzieren. Dies geschieht dadurch, dass von der Forderung exakt gleicher Deformationen der Kristalle abgewichen wird. Durch die Annahme bestimmter Kornformen und die Relaxierung der Randbedingungen gelangt man zu den so genannten relaxed constraint Modellen (RC). Diese Modelle gehen im Wesentlichen auf Honneff und Mecking [69], Van Houtte [141] sowie Kocks und Canova [77] zurück, die in den späten 70er, Anfang der 80er Jahre des 20. Jahrhunderts entwickelt wurden.

Von großer Bedeutung sind in diesem Zusammenhang das lath- und das pancake-Modell. Hierbei wird angenommen, dass die Körner in lang gezogener bzw. flachgedrückter Form vorliegen. Für den Fall eines flachen Kornes existiert eine exakte Lösung der Gleichgewichts- und Kompatibilitätsbedingungen [78].

Ein Problem der RC-Modelle besteht darin, dass diese für nahezu gleichmäßig geformte Kristalle eine schlechtere Lösung als die FC-Modelle liefern. Aus diesem Grund muss im Falle großer Verformungen ein Übergangsformalismus geschaffen werden. Entsprechende Vorgehensweisen sind durch Tomé [136], Van Houtte [142] und Kocks [78] beschrieben worden.

3.2.3 Einbettungstheorie

Ein gemeinsamer Nachteil der beiden vorhergehenden Modelle besteht im Mangel der Wechselwirkung zwischen den Kristallen. Eine vollständige Modellierung dieser Effekte ist sehr aufwendig, da hierbei sowohl die räumliche Lage der Kristalle

zueinander als auch deren Form Auswirkungen auf die Ergebnisse der Rechnung hat.

Zur Näherung der Wechselwirkung zwischen den Kristallen wird der einzelne Kristall als Einschluss in einer Matrix betrachtet. Hierzu werden unterschiedliche Theorien verwendet, deren erste Entwicklung Ende der 50er Jahre des 20. Jahrhunderts begann. In den Modellen nach Eshelby [42], Kröner [88], Budianski und Wu [25] wird von einer elastischen Matrix ausgegangen. In der Theorie nach Kröner [87] und Hill [67] verhält sich die Matrix elastisch-plastisch. Eine Erweiterung auf große Verformungen wurde z.B. durch Harren [60, 61] vorgenommen.

Der Hauptnachteil in dieser Methode ist in dem zusätzlichen Rechenaufwand zu sehen, der für die Einstellung des Gleichgewichtes zwischen dem Kristall und der Matrix notwendig ist.

3.2.4 Finite Elemente Modelle der Mikrostruktur

Zur weiteren Steigerung der Aussagegenauigkeit werden auch Finite Elemente Modelle der Mikrostruktur verwendet. Hiermit ist eine bessere Simulation sowohl der Wechselwirkung zwischen den Kristallen als auch des Einflusses der Kristallform und der räumlichen Anordnung der Kristalle durchführbar. Mit dieser Herangehensweise lassen sich detaillierte Studien von kleinen Materialbereichen durchführen. Bereits in den 80er Jahren des 20. Jahrhunderts wurden durch Harren und Asaro [59] Rechnungen durchgeführt, um die Gültigkeit der Taylor-Annahme zu untersuchen. Bronkhost, Kalidindi und Anand [22, 74] benutzten derartige Modelle in den 90er Jahren zur Untersuchung der Texturentwicklung sowie der Entwicklung der Fließspannungen in unterschiedlichen Belastungszuständen. Dawson [35] simulierte mit dieser Herangehensweise die Gleitsystemaktivität in den Kristallen bei Druckbelastung. In diesen Modellen wurden die Kristalle durch einzelne Hexaederelemente abgebildet und eine anfängliche Zufallsverteilung der Kristallorientierungen angenommen.

Eine weitere Erhöhung der Genauigkeit kann durch eine Modellierung der Kornformen mit finiten Elementen und die Berücksichtigung der Anfangsausrichtung der Kristalle erreicht werden. Eine derartige Beschreibung zielt auf den Einsatz als virtuelles Werkstofflabor ab, mit dem das Materialverhalten bei einem detailliert beschriebenen Ausgangszustand unter komplexen Lastfällen untersucht werden kann [58, 79, 101, 116].

Auf Grund des extrem hohen Rechenaufwandes ist diese Methode jedoch derzeit auf die Berechnung sehr kleiner Materialbereiche beschränkt.

Kapitel 4

Vereinfachtes Materialmodell für die industrielle Berechnung

Ein kristallplastisches Materialmodell zum Einsatz in der industriellen Umformberechnung muss unterschiedlichen Kriterien genügen:

1. Genauigkeit der Ergebnisse
2. Schnelligkeit der Berechnung
3. Robustheit der Berechnung

Die derzeit verwendeten Umformsimulationsprogramme mit makroskopischen Materialgesetzen erfüllen diese Forderungen für den Bereich der Prognose der Dehnungsverteilung in den Tiefziehteilen gut. Als problematisch stellt sich die Genauigkeit der Berechnung der inneren Spannungen und der daraus resultierenden Rückfederung dar.

Zur Verbesserung der Prognosegüte soll ein Materialgesetz auf Basis des kristallplastischen Ansatzes verwendet werden. Die in der Automobilindustrie eingesetzten Stähle sind hauptsächlich ferritische Stähle. Daher wird ein Modell für kubisch-raumzentrierte Kristalle benötigt. Um einen industriellen Einsatz zu ermöglichen ist es notwendig, bei diesen Modellen eine Abwägung zwischen der erzielbaren Genauigkeit und der Rechengeschwindigkeit zu treffen. Ein solches Materialmodell wurde von Krawietz [82, 83, 84] entwickelt. Diese benutzt ein elastisch-plastisches Modell mit isotroper Verfestigung auf Basis der multiplikativen Zerlegung zur Beschreibung des Kristallverhaltens. Zur Abbildung der Gleitsysteme wird das Modell des Pencil-Glide verwendet. Der Übergang von der Kristallebene zur makroskopischen Ebene erfolgt unter Verwendung der Taylor-Annahme. Dieses Modell wurde im Rahmen dieser Arbeit in die Umgebung des Finite Elemente Programms LS-Dyna für Volumen- und Schalenmodelle eingepasst und getestet. Zur Reduzierung des Rechenaufwandes wurde ein von-Mises-Modell zur Realisierung des isotropen Hintergrundes umgesetzt. Weiterhin wurde das vorhandene Modell mit isotroper Verfestigung durch zwei Ansätze zur Realisierung einer kinematischen Verfestigung auf Kristallebene ergänzt.

4.1 Grundlagen

Der Verformungszustand eines infinitesimalen Kontinuums kann mit Hilfe des Deformationsgradienten \mathbf{F} charakterisiert werden. Als Dehnungsmaß soll im Folgenden der Greensche Verzerrungstensor \mathbf{E} (Gl. 3.8) verwendet werden.

Zur Verkürzung der Schreibweise sollen im Folgenden statt des Quotienten des Spannungsmaßes und der Dichte die entsprechenden Beanspruchungen verwendet werden. Die Cauchy'sche Beanspruchung \mathbf{P} kann aus der Cauchy'schen Spannung $\boldsymbol{\sigma}$ und der aktuellen Dichte ρ berechnet werden

$$\mathbf{P} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\rho} \quad (4.1)$$

Die Kirchhoffsche Beanspruchung \mathbf{Z} ist gemäß der nachfolgenden Definition zu berechnen

$$\mathbf{Z} = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{P} \mathbf{F}^{-T} = \frac{\mathbf{T}^{2PK}}{\rho_0} \quad (4.2)$$

Im Folgenden wird von einer multiplikativen Zerlegung (Gl. 3.52) des Deformationsgradienten in einen elastischen und einen plastischen Anteil $\mathbf{F}_{e,p}$ ausgegangen. Diese ist, wie bereits diskutiert, vom Ansatz her nicht eindeutig, da beliebige Starrkörperrotationen überlagert sein können. Zur Lösung dieser Mehrdeutigkeit wird in dem Modell von Krawietz [82, 83] auf die isokline Konfiguration zurückgegriffen. Somit beschreibt \mathbf{F}_e^{-1} die lokale Deformation zur Erreichung einer spannungsfreien Gitterkonfiguration des Kristalls

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_e \mathbf{F}_p \quad (4.3)$$

Beim Übergang in diese Konfiguration lässt sich der rechte Cauchy-Green-Tensor der elastischen Deformation \mathbf{C}_e und der Greensche Verzerrungstensor der elastischen Deformation \mathbf{E}_e entsprechend Gleichung (3.53) definieren

$$\mathbf{E}_e = \frac{1}{2} (\mathbf{F}_e^T \mathbf{F}_e - \mathbf{1}) = \frac{1}{2} (\mathbf{C}_e - \mathbf{1}) = \frac{1}{2} (\mathbf{F}_p^{-T} \mathbf{C} \mathbf{F}_p^{-1} - \mathbf{1}) \quad (4.4)$$

Analog zu Gleichung (4.2) errechnet sich der elastische Anteil der Kirchhoffschen Beanspruchung \mathbf{Z}_e

$$\mathbf{Z}_e = \mathbf{F}_e^{-1} \mathbf{P} \mathbf{F}_e^{-T} = \mathbf{F}_p \mathbf{Z} \mathbf{F}_p^T \quad (4.5)$$

Dieser Anteil wird auch als Gitterbeanspruchung bezeichnet, da die elastische Verformung zu einer Verzerrung des Kristallgitters führt. Das elastische Verhalten wird linear und anisotrop angesetzt. Somit ergibt sich entsprechend

$$\mathbf{Z}_e = \mathcal{C} : \mathbf{E}_e \quad (4.6)$$

wobei \mathcal{C} die elastische Steifigkeitstetrade ist.

Existiert eine spezifische elastische Formänderungsenergie

$$w_{rev} = \frac{1}{2} \mathbf{E}_e : \mathcal{C} : \mathbf{E}_e, \quad (4.7)$$

so besitzt die Steifigkeitstetrade \mathcal{C} die Hauptsymmetrie.

In kubisch-raumzentrierten Kristallen dominiert bei der plastischen Verformung die durch Ableitung von Versetzungen hervorgerufene Deformation. Aus diesem Grund wird in dem betrachteten Modell die Deformation durch Zwillingsbildung vernachlässigt [82]. Die plastische Verformung des Kristalls geschieht somit durch Gleiten innerhalb spezifischer Gleitsysteme, gekennzeichnet durch die Gleitebenennormale \mathbf{n}_j und die Gleitrichtung \mathbf{m}_j entsprechend Gleichung (3.72).

Die spezifische Leistung p_{ges} lässt sich als Summe der reversiblen Leistung \dot{w}_{rev} und der irreversiblen Leistung p_{irr} darstellen

$$p_{ges} = \mathbf{Z} : \dot{\mathbf{E}} \quad (4.8)$$

$$p_{ges} = \mathbf{Z}_e : \dot{\mathbf{E}}_e + \mathbf{C}_e \mathbf{Z}_e : \dot{\mathbf{F}}_p \mathbf{F}_p^{-1} \quad (4.9)$$

$$p_{ges} = \dot{w}_{rev} + p_{irr} \quad (4.10)$$

Die Dissipationsleistung kann durch

$$p_{irr} = \mathbf{C}_e \mathbf{Z}_e : \dot{\mathbf{F}}_p \mathbf{F}_p^{-1} = \mathbf{C}_e \mathbf{Z}_e : \sum_j \dot{\gamma}_j \mathbf{m}_j \otimes \mathbf{n}_j = \sum_j \dot{\gamma}_j \bar{\tau}_j \quad (4.11)$$

berechnet werden, wobei $\bar{\tau}_j$ die wirksame Schubbeanspruchung im System darstellt. Damit gilt analog zu Gleichung (3.69)

$$\bar{\tau}_j = \mathbf{C}_e \mathbf{Z}_e : \mathbf{m}_j \otimes \mathbf{n}_j \quad (4.12)$$

Mit dieser Schubbeanspruchung wird eine Fließbedingung analog zu Gleichung (3.65) definiert

$$f_j = \bar{\tau}_j - \bar{\tau}_j^{\text{krit}}(\zeta_j) \quad (4.13)$$

wobei y_j die kritische Beanspruchung im Gleitsystem j ist. Diese ist abhängig von der Wahl des spezifischen Gesetzes für die Verfestigung des Materials.

4.2 Elastisches Verhalten

Auf Grund der kubischen Kristallsymmetrie lässt sich die Kristallsteifigkeit \mathcal{C} als

$$\mathcal{C} = \frac{2G}{\rho_0} \mathcal{I} + \frac{\nu E}{\rho_0 (1 + \nu) (1 - 2\nu)} \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \left(\frac{E}{\rho_0 (1 + \nu)} - \frac{2G}{\rho_0} \right) \sum_{i=1}^3 \mathbf{g}_i \otimes \mathbf{g}_i \otimes \mathbf{g}_i \otimes \mathbf{g}_i \quad (4.14)$$

darstellen. Hierbei sind die \mathbf{g}_i die orthonormierten Achsenrichtungen des Kristallgitters in der spannungsfreien Bezugsorientierung. Die Parameter E , G und ν beschreiben den Elastizitätsmodul, den Schubmodul sowie die Querkontraktionszahl

des Einkristalls in Richtung der Achsen des Kristallgitters. Der Zusammenhang mit den in Tabelle 3.1 dargestellten Steifigkeitskoeffizienten ergibt sich über die nachfolgenden Beziehungen

$$\nu = 1 - \frac{C_{11}}{C_{11} + C_{12}} \quad (4.15)$$

$$G = \frac{1}{2}C_{44} \quad (4.16)$$

$$E = (C_{11} + C_{12})(1 + \nu)(1 - 2\nu) \quad (4.17)$$

4.3 Plastisches Verhalten

Zur Beschreibung der plastischen Verformung des Kristalls wird das Modell des Pencil-Glide verwendet. In diesem Modell ist jede Ebene die die Gleitrichtung \mathbf{m}_j enthält eine zulässige Gleitebene. Zur Bestimmung dieser wird in jedem System j ein Schubbeanspruchungsvektor $\bar{\mathbf{s}}_j$ analog zu Gleichung (3.77) senkrecht zur Gleitrichtung \mathbf{m}_j eingeführt

$$\bar{\mathbf{s}}_j = \mathbf{m}_j \mathbf{C}_e \mathbf{Z}_e (\mathbf{1} - \mathbf{m}_j \otimes \mathbf{m}_j) \quad (4.18)$$

Unter der Annahme, dass die elastischen Verformungen klein sind, lässt sich dieser Ausdruck vereinfachen

$$\bar{\mathbf{s}}_j \approx \mathbf{m}_j \mathbf{Z}_e (\mathbf{1} - \mathbf{m}_j \otimes \mathbf{m}_j) = \mathbf{m}_j \mathbf{Z}'_e (\mathbf{1} - \mathbf{m}_j \otimes \mathbf{m}_j) \quad (4.19)$$

Die wirksame Beanspruchung ergibt sich dann aus dem Skalarprodukt dieses Vektors mit der Gleitebenennormale \mathbf{n}_j analog zu Gleichung (3.78)

$$\bar{\tau}_j = \bar{\mathbf{s}}_j \cdot \mathbf{n}_j \quad (4.20)$$

Das Maximum dieser Beanspruchung wird erreicht, wenn beide Vektoren parallel sind, womit gemäß Gleichung (3.79) die Richtung von \mathbf{n}_j determiniert ist

$$\mathbf{n}_j = \frac{\bar{\mathbf{s}}_j}{|\bar{\mathbf{s}}_j|} \quad (4.21)$$

Im vorliegenden Modell [82, 83] wird in jedem Zeitschritt die verwendete Gleitsystemkombination auf Zulässigkeit getestet. Ist diese erfüllt, wird die Berechnung mit der bisher aktiven Kombination fortgesetzt. Bei Nichterfüllung werden sukzessive weitere Kombinationen getestet, wobei zunächst Kombinationen ausgewählt werden, die sich nur um die Aktivität eines einzelnen Systems unterscheiden. Für die weitere Rechnung wird die erste Gleitsystemkombination herangezogen, die diese Bedingung erfüllt.

4.3.1 Verfestigungsansatz

Bei der Beschreibung der Verfestigung des Materials wird auf eine Modellierung der Versetzungsdichteentwicklung verzichtet. Stattdessen wird auf eine verallgemeinerte akkumulierte Gleitbogenlänge als innere Verfestigungsvariable ζ_j zurückgegriffen. Hierbei werden Effekte durch die Selbstverfestigung und die Fremdverfestigung berücksichtigt [82, 83].

$$\dot{\zeta}_j = \left((1 - q) \dot{\gamma}_j + q \sum_{i=1}^4 \dot{\gamma}_i \right) \quad (4.22)$$

Jedes System innerhalb eines Kristalls besitzt eine individuelle kritische Schubspannung $\bar{\tau}_j^{\text{krit}}$. Die Entwicklung dieser wird aus der Verfestigungsvariablen ζ_j des Systems über einen Potenzansatz in einer Erweiterung des makroskopischen Swift-Gesetzes ermittelt [86]. Der Swift-Ansatz für die Verfestigung

$$\bar{\tau}_j^{\text{krit}} = A_1 (1 + A_2 \zeta_j)^n \quad (4.23)$$

kann das Verhalten des Materials im zweiten und dritten Verfestigungsbereich der Einkristalle gut beschreiben. Die Parameter A_i sowie der Exponent n sind für die entsprechenden Materialien bei der Modellanpassung zu bestimmen. Das nahezu lineare Verfestigungsverhalten im vierten Bereich sowie die Sättigung der kritischen Schubspannung im fünften Bereich können mit diesem Modell jedoch nicht abgebildet werden.

Ein weiteres Problem dieses Ansatzes ist die Approximation des Materialverhaltens bei Werkstoffen mit ausgeprägter Streckgrenze. Zur Abbildung dieses Verhaltens wurde der Swift-Ansatz (Gl. 4.23) erweitert

$$\bar{\tau}_j^{\text{krit}} = A_1 \left[1 + A_2 \left(\sqrt{A_3^2 + \zeta_j^2} - A_3 \right) \right]^n \quad (4.24)$$

Im Falle eines Materials mit ausgeprägter Streckgrenze wird der neue Parameter A_3 so gewählt, dass der Wurzelterm zu Beginn der plastischen Verformung (für kleine Werte der akkumulierten Gleitbogenlänge ζ_j) durch den Wert von A_3 dominiert wird. Somit erfährt die kritische Schubspannung $\bar{\tau}_j^{\text{krit}}$ für kleine Gleitbogenlängen nur geringe Zuwächse. Bei zunehmender plastischer Verformung vergrößert sich die Gleitbogenlänge ζ_j und dominiert schließlich den Wurzelterm. Dies hat zur Folge, dass sich der modifizierte Ansatz für große plastische Verformungen analog zum Swift-Ansatz mit einem entsprechenden Offset in ζ_j verhält. Zur Approximation von Materialien ohne eine ausgeprägte Streckgrenze wird der Parameter $A_3 = 0$ gesetzt, womit sich dieser Ansatz exakt auf das Swift-Gesetz reduziert.

Dieses Vorgehen entspricht der Umsetzung einer isotropen Verfestigung. Zur Verbesserung des zyklischen Verhaltens wurde weiterhin die Möglichkeit einer kinematischen Verfestigungskomponente getestet. Hierbei sind Anpassungen der Modelle für kristallographisches Gleiten an den Gleitmodus des Pencil-Glide notwendig. Während man im ersten Fall die vorzeichenbehaftete Abgleitung direkt für die kinematische Verfestigung nutzen kann, ist dies beim Pencil-Glide nicht möglich,

da die Gleitinkremente stets positiv sind. Aus diesem Grunde ist die Ausrichtung der Gleitebene als Indikator für einen Richtungswechsel heranzuziehen. Weiterhin existieren nicht N diskrete Gleitsysteme, sondern unendlich viele Systeme. Zwei Realisierungsformen einer kinematischen Verfestigung wurden für Volumenelemente umgesetzt und getestet.

Die Anwendung eines skalaren Modells für die kinematische Verfestigung bedingt im Falle des Pencil-Glide den Übergang zu einer vektoriellen Form. Auf diese Weise kann die Ausrichtung der aktuellen Gleitebenen gegenüber der bisher wirksamen Rückspannung analog zum skalaren Modell erfasst werden. Somit ergibt sich als Modifikation der entsprechenden Gleichungen (3.93) und (3.94) ein kinematischer Beanspruchungsvektor $\bar{\mathbf{s}}_{j,\text{kin}}$ im System

$$\bar{\mathbf{s}}_{j,\text{eff}} = \bar{\mathbf{s}}_j - \bar{\mathbf{s}}_{j,\text{kin}} \quad (4.25)$$

$$\dot{\bar{\mathbf{s}}}_{j,\text{kin}} = B_1 (\mathbf{1} - B_2 \bar{\mathbf{s}}_{j,\text{kin}} \otimes \mathbf{n}_j) \dot{\gamma}_j \mathbf{n}_j \quad (4.26)$$

Der Zuwachs des kinematischen Beanspruchungsvektors $\bar{\mathbf{s}}_{j,\text{kin}}$ zeigt in die Richtung der derzeitigen Gleitebenennormale. Der Sättigungsanteil ergibt sich aus der Projektion des Rückspannungsvektors in das Gleitsystem, gekennzeichnet durch die Gleitebenennormale \mathbf{n}_j .

Der Vektor $\bar{\mathbf{s}}_{j,\text{kin}}$ ist durch drei Komponenten gekennzeichnet. Durch die Erzeugung von $\bar{\mathbf{s}}_{j,\text{kin}}$ als Linearkombination von unterschiedlichen Gleitebenennormalen \mathbf{n}_j ist auch dieser orthogonal zur Gleitrichtung \mathbf{n}_j , so dass die Anzahl der zusätzlichen inneren Variablen auf acht pro Kristall reduziert werden kann. Als Materialparameter sind die Faktoren der Entwicklungsgleichung $B_{1,2}$ neu zu bestimmen.

Zur Erfassung des tensoriellen Charakters der langreichweitigen Rückspannungen infolge des Versetzungsaustausch an Korngrenzen (siehe Abschnitt 2.3.3) kann ein alternatives Vorgehen gewählt werden, welches durch das Modell von Harder [58] motiviert wird. Zur Anpassung an das Pencil-Glide Modell müssen die Entwicklungsgesetze der Gleichungen (3.97) und (3.98) modifiziert werden. Die effektiv wirksame Gitterbeanspruchung $\mathbf{Z}_{e,\text{eff}}$ ergibt sich als Differenz der elastischen Gitterbeanspruchung \mathbf{Z}_e und der kinematische Gitterbeanspruchung \mathbf{Z}_{kin}

$$\mathbf{Z}_{e,\text{eff}} = \mathbf{Z}_e - \mathbf{Z}_{\text{kin}} \quad (4.27)$$

Der Zuwachs der kinematische Gitterbeanspruchung ergibt sich in Analogie zu Gleichung (3.97)

$$\dot{\mathbf{Z}}_{\text{kin}} = \sum_{i=1}^4 \dot{\Omega}_i \text{sym}(\mathbf{m}_i \otimes \mathbf{n}_i) \quad (4.28)$$

wobei sich die kinematischen Verfestigungsvariable Ω_i aus der Ableitung $\dot{\gamma}$ sowie einem Sättigungsanteil, der abhängig von der bereits vorliegenden kinematische Gitterbeanspruchung ist, ergibt

$$\dot{\Omega}_i = B_1 (1 - B_2 \text{sym}(\mathbf{m}_i \otimes \mathbf{n}_i) : \mathbf{Z}_{\text{kin}}) \dot{\gamma}_i \quad (4.29)$$

Die weitere Berechnung wird dann ganz analog zum isotropen Modell durchgeführt, wobei für die Berechnungen die Gitterbeanspruchung \mathbf{Z}_e durch $\mathbf{Z}_{e,\text{eff}}$ ersetzt wird. Die Einarbeitung dieses Modells erhöht die Anzahl der inneren Variablen des Modells auf 19 pro Kristall. Zusätzlich zu den isotropen Materialparametern sind die Entwicklungsparameter B_1 und B_2 zu bestimmen.

4.3.2 Homogenisierung

Der Mikro-Makro-Übergang wird durch ein Taylor-Modell in jedem Integrationspunkt durchgeführt. Hierbei ist die Anfangsorientierungsverteilung der Kristalle in jedem Integrationspunkt der Platine identisch. Die Entwicklung der Kristallausrichtungen sowie der Verfestigungen während der Umformung erfolgt jedoch individuell für jeden Integrationspunkt.

Zur Reduktion des Rechenaufwandes wird die Gewichtung der Kristalle abweichend vom ursprünglichen Taylor-Modell (Gleichgewichtung der Kristalle) unterschiedlich gewählt. Jeder Kristall erhält bei der Initialisierung ein Gewicht zugeordnet, das bei der Texturapproximation bestimmt wurde und während der gesamten Rechnung beibehalten wird. Dieses Verfahren wird analog zum Vorgehen bei einem Komponentenmodell für die Gewichtung der Komponenten gewählt. Durch diese Gewichtung wird eine Mehrfachberechnung gleich ausgerichteter Kristalle vermieden. Nachteilig ist, dass die Gewichtungen während der Deformation durch die entsprechenden Kristalle erhalten bleiben, auch wenn in der Realität eventuell ein Zerfall einer Komponente zu beobachten ist. Ein solcher Zerfall ist möglich, wenn auf Grund der Streuung der Kristallausrichtung unterschiedliche Entwicklungsrichtungen ermöglicht werden.

Im Fall des Materialgesetzes für Schalenelemente ist zur Sicherstellung eines ebenen Spannungszustandes eine Iteration über die Dehnungskomponente in Dickenrichtung notwendig. Dies entspricht einem mehrfachen Durchlauf der gesamten Materialroutine. Zur Reduktion des Aufwandes wird in diesem Modell von der Taylor-Annahme abgewichen und entsprechend eines Vorschlages von Krawietz [84] in Dickenrichtung eine Übereinstimmung der Kristallspannungen mit der äußeren Spannung gefordert. Hierzu wird ein modifizierter Deformationsgradient verwendet

$$\mathbf{F} = \bar{\mathbf{F}} + \omega_F \hat{\mathbf{F}} \quad (4.30)$$

wobei $\bar{\mathbf{F}}$ dem vom Programm übergebenen Prediktor des Deformationsgradienten und $\hat{\mathbf{F}}$ einem festen zu überlagernden Anteil des Deformationsgradienten entspricht. ω_F ist ein skalarer Faktor, der durch die Iteration im Kristall zu so bestimmen ist, dass die Spannungskomponente senkrecht zur Elementebene identisch null ist. Die makroskopische Dehnung in der zugehörigen Richtung wird entsprechend durch Mittelung über alle Kristalle bestimmt.

Dieses Vorgehen ist analog zu einer Relaxierung des Taylor-Modells. Das hieraus resultierende Modell verhält sich geringfügig weicher als ein Taylor-Modell mit gleichen Kristallausrichtungen.

4.4 Isotropes Modell

Zur Anpassung des Materialverhaltens ist es notwendig, die dominanten anisotropen Kristalle mit einem näherungsweise isotropen Hintergrund zu kombinieren. Der Verzicht auf einen solchen Anteil hat bei einer geringen Kristallzahl eine deutliche Überschätzung der Anisotropie des Modells im Vergleich zum realen Material zur Folge.

Für diesen Anteil kann zum einen eine Kristallanordnung gewählt werden, die dieser Forderung im Fall einer plastischen Deformation entspricht. Zur exakten Wiedergabe eines solchen Verhaltens ist prinzipiell eine große Anzahl an Kristallen notwendig. Die Notwendigkeit, die Anzahl der Kristalle gering zu halten, bedingt also einen Kompromiss zwischen Rechenzeit und Güte der Approximation. Entsprechende Untersuchungen solcher Konfigurationen mit möglichst wenigen Kristallen werden im Kapitel Numerische Untersuchungen an verschiedene Kristallgruppen durchgeführt.

Eine andere Möglichkeit der Beschreibung eines isotropen Verhaltens besteht in der Verwendung eines makroskopischen isotropen Materialgesetzes. Dieses wird als „isotroper Kristall“ in den Kontext des kristallplastischen Modells einbezogen. Hierfür eignet sich ein einfaches Modell entsprechend dem von-Mises-Modell [102]. Die hierbei zu verwendende Fließbedingung ist

$$f_{iso} = |\mathbf{Z}'_e| - \tau_{iso}^{krit} \leq 0 \quad (4.31)$$

wobei sich \mathbf{Z}_e aus der Beziehung

$$\mathbf{Z}_e = \mathcal{C}_{iso} : \mathbf{E}_e \quad (4.32)$$

ergibt. Die isotrope Steifigkeit \mathcal{C}_{iso} kann aus Gleichung (4.14) durch Annahme von $E = 2G(1 + \nu)$ abgeleitet werden

$$\mathcal{C}_{iso} = \frac{2G}{\rho_0} \mathcal{I} + \frac{\nu E}{\rho_0(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} \quad (4.33)$$

Als Fließregel wird die Beziehung

$$\dot{\mathbf{F}}_p \mathbf{F}_p^{-1} = \dot{\gamma} \vec{\mathbf{Z}}'_e \quad (4.34)$$

verwendet, wobei

$$\vec{\mathbf{Z}}'_e = \frac{\mathbf{Z}'_e}{|\mathbf{Z}'_e|} \quad (4.35)$$

ist. Die Fließspannung entwickelt sich analog zu Gleichung (4.24). Die akkumulierte Gleitbogenlänge ζ ergibt sich hierbei aus

$$\dot{\zeta} = \dot{\gamma} \quad (4.36)$$

Ein solches Modell ist im Rechenaufwand wesentlich geringer als ein einzelner Kristall, da im plastischen Fall nicht unterschiedliche Gleitsysteme zu testen sind.

Durch die Verwendung dieses „isotropen Kristalls“ lässt sich eine große Anzahl von Kristallen bei der Berechnung einsparen oder für die Verbesserung der Anisotropiemodellierung verwenden. Ein grundsätzlicher Nachteil dieser Vorgehensweise besteht darin, dass außer einer Verfestigung keine weitere Entwicklung dieses Modellteils stattfindet. Im Gegensatz dazu entwickelt sich aus einem anfänglich isotropen Kristallmodell unter einer Deformation ein anisotropes Materialverhalten. Die Auswirkungen auf die Berechnungsergebnisse bei großen Deformationen sind anhand von Verifikationsrechnungen aufzuzeigen.

4.5 Zeitintegration

Das verwendete Simulationprogramm LS-Dyna bietet die Möglichkeit, die Zeitintegration sowohl nach einem expliziten Schema als auch durch implizite Verfahren durchzuführen. Für die Tiefziehsimulation wird eine explizite Zeitintegration verwendet. Eine anschließende Rückfederungsberechnung ist sowohl explizit als auch implizit möglich. Das implizite Verfahren ist jedoch in Hinblick auf die Lösungsgeschwindigkeit zu bevorzugen. Aus diesem Grunde sind für beide Anwendungsfälle entsprechende Vorgehensweisen notwendig, die im Folgenden beschrieben werden.

4.5.1 Explizite Zeitintegration für Umformprozesse

Das Simulationsprogramm verwendet für die Berechnung der Umformung ein explizites Zeitintegrationsschema. Als Folge dieses Vorgehens sind die zulässigen Zeit- und damit Verformungsinkremente sehr klein. Dies kann bei der Zeitintegration des Materialmodells ausgenutzt werden [82, 83, 84].

Innerhalb der Materialroutine wird eine implizite Zeitintegration nach dem Euler-Verfahren durchgeführt. Zur Reduzierung des Rechenaufwandes werden auf Grund der Größe der Inkremente Glieder zweiter Ordnung bei der Integration vernachlässigt. Weiterhin wird angenommen, dass innerhalb des Zeitinkrementes die Richtung von \mathbf{Z}'_e (und damit die Gleitebenennormalen \mathbf{n}_j) sowie das Verhältnis der Gleitgeschwindigkeiten $\dot{\gamma}_j$ konstant sind. Mit diesen Annahmen vereinfacht sich die Tensordifferentialgleichung (3.72) zu

$$\dot{\mathbf{F}}_p \mathbf{F}_p^{-1} = \dot{k}(t) \sum_{j=1}^4 \Delta \gamma_j \mathbf{m}_j \otimes \mathbf{n}_j = \dot{k}(t) \mathbf{K} \quad (4.37)$$

mit

$$\dot{\gamma}_j = \dot{k}(t)\Delta\gamma_j \quad (4.38)$$

wobei für den Parameter $k(t_0) = 0$ (Anfang des Integrationsintervalls) und $k(t_0 + \Delta t) = 1$ (Ende des Integrationsintervalls) gelten soll. Somit entsprechen die $\Delta\gamma_j$ den Scherinkrementen im Intervall. Da \mathbf{K} ein konstanter Tensor ist, kann direkt integriert werden

$$\mathbf{F}_p(t) = e^{k(t)\mathbf{K}}\mathbf{F}_p(t = t_0) \quad (4.39)$$

Als Startwert für den Integrationsschritt eignet sich die unter der Annahme einer elastischen Prozessfortsetzung bestimmte elastische Verzerrung

$$\mathbf{E}_e^{Pre} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{F}_p^{-T}(t_0)\mathbf{C}(t_0 + \Delta t)\mathbf{F}_p^{-1}(t_0) - \mathbf{1} \right) \quad (4.40)$$

Tritt keine plastische Verformung ein, so ist diese Lösung exakt. Für eine plastische Prozessfortsetzung ergibt sich die elastische Verzerrung am Ende des Zeitschrittes unter Ausnutzung von (Gl. 4.39)

$$\mathbf{E}_e(t_0 + \Delta t) = \frac{1}{2} \left(e^{-\mathbf{K}T} \mathbf{F}_p^{-T}(t_0)\mathbf{C}(t_0 + \Delta t)\mathbf{F}_p^{-1}(t_0)e^{-\mathbf{K}} - \mathbf{1} \right) \quad (4.41)$$

$$= \frac{1}{2} \left(e^{-\mathbf{K}T} \left(\mathbf{1} + 2\mathbf{E}_e^{Pre} \right) e^{-\mathbf{K}} - \mathbf{1} \right) \quad (4.42)$$

Da der Betrag von \mathbf{K} bei einer expliziten Berechnung klein ist, kann man die Tensorponentialfunktion durch die Näherung

$$e^{-\mathbf{K}} \approx \frac{\mathbf{1} - \mathbf{K}}{(\det(\mathbf{1} - \mathbf{K}))^{\frac{1}{3}}} \quad (4.43)$$

approximieren. Diese hat einen Fehler zweiter Ordnung in $|\mathbf{K}|$. Durch die Normierung mit dem Nennerausdruck wird sichergestellt, dass die Determinante der Approximation stets identisch eins ist und somit die Volumenkonstanz der plastischen Verformung gewährleistet ist [84].

Somit ergibt sich eine Korrektur des Schätzwertes \mathbf{E}_e^{Pre} , die von den Gleitinkrementen abhängig ist. Zur Lösung wird ein iteratives Schema unter Verwendung der Newton-Methode angewandt.

4.5.2 Implizite Zeitintegration für die Rückfederung

Die Rückfederung ist ein Prozess der durch die Umlagerung der Spannungen im Bauteil infolge einer Störung des Gleichgewichtes, z.B. durch Entnahme aus dem

Werkzeug oder durch Schnittoperationen, entsteht. Die Hauptanteile der Umlagerung sind elastischer Natur, Rückplastifizierungen spielen nur eine untergeordnete Rolle. Aus diesem Grund soll für die Rückfederungsberechnung von dem bereits vorhandenen Materialmodul Gebrauch gemacht werden.

Für die implizite Berechnung ist es notwendig, einen Tangentenmodul \mathcal{C}_{tan} zu bestimmen, der die Variation der Spannungen infolge einer Variation der Verzerrung beim jeweiligen Verfestigungszustand beschreibt. Zur Berechnung verwendet LS-Dyna Henckysche Dehnungen φ

$$\varphi = \frac{1}{2} \ln \mathbf{C} \quad (4.44)$$

Der natürliche Logarithmus eines Tensors lässt sich als Reihenentwicklung darstellen [11]

$$\ln(\mathbf{1} + \mathbf{A}) = \mathbf{A} - \frac{1}{2}\mathbf{A}^2 + \frac{1}{3}\mathbf{A}^3 - \dots \quad (4.45)$$

Unter der Annahme des Vorliegens kleiner Beträge $|\mathbf{A}|$ kann diese Reihe nach dem ersten Glied abgebrochen werden. Mit dieser Näherung gilt für die Variation der Verzerrung die lineare Approximation

$$\delta\varphi = \frac{1}{2}\delta\mathbf{C} \quad (4.46)$$

Analog lässt sich für die Variation der Verzerrung in der Zwischenkonfiguration die Näherung

$$\delta\varphi_e = \frac{1}{2}\delta\mathbf{C}_e \quad (4.47)$$

einführen, womit sich die Beziehung zwischen $\delta\varphi$ und $\delta\varphi_e$ ergibt

$$\delta\varphi_e = \delta(\mathbf{F}_p^{-T} \varphi \mathbf{F}_p^{-1}) \quad (4.48)$$

Auf Grund der speziellen Anwendung für die Rückfederung lässt sich die Annahme rechtfertigen, dass innerhalb eines Zeitschrittes die plastischen Anteile der Verformung \mathbf{F}_p konstant bleiben

$$\delta\varphi_e = \mathbf{F}_p^{-T} \delta\varphi \mathbf{F}_p^{-1} \quad (4.49)$$

Im Kristallmodell wird die Änderung der Cauchyschen Beanspruchung durch die Variation des elastischen Anteils des Deformationsgradienten $\delta\mathbf{F}_e$ vermittelt

$$\delta\mathbf{P} = \delta(\mathbf{F}_e \mathbf{Z}_e \mathbf{F}_e^T) \quad (4.50)$$

$$= \delta \left[\mathbf{F}_e \left(\mathcal{C} : \frac{1}{2} (\mathbf{F}_e^T \mathbf{F}_e - \mathbf{1}) \right) \mathbf{F}_e^T \right] \quad (4.51)$$

$$= \delta\mathbf{F}_e \left(\mathcal{C} : \frac{1}{2} (\mathbf{F}_e^T \mathbf{F}_e - \mathbf{1}) \right) \mathbf{F}_e^T + \mathbf{F}_e \left(\mathcal{C} : \frac{1}{2} (\mathbf{F}_e^T \mathbf{F}_e - \mathbf{1}) \right) \delta\mathbf{F}_e^T$$

$$+\mathbf{F}_e \left(\mathcal{C} : \frac{1}{2} \left(\delta \mathbf{F}_e^T \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_e^T \delta \mathbf{F}_e \right) \right) \mathbf{F}_e^T \quad (4.52)$$

$$= \delta \mathbf{F}_e \mathbf{Z}_e \mathbf{F}_e^T + \mathbf{F}_e \mathbf{Z}_e \delta \mathbf{F}_e^T + \mathbf{F}_e \left(\mathcal{C} : \frac{1}{2} \left(\delta \mathbf{F}_e^T \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_e^T \delta \mathbf{F}_e \right) \right) \mathbf{F}_e^T \quad (4.53)$$

Da \mathbf{Z}_e klein gegen die Steifigkeit \mathcal{C} ist, werden in der folgenden Betrachtung die ersten beiden Summanden von Gleichung (4.53) vernachlässigt. Somit wird die Näherung

$$\delta \mathbf{P} \approx \mathbf{F}_e \left(\mathcal{C} : \frac{1}{2} \delta \mathbf{C}_e \right) \mathbf{F}_e^T \quad (4.54)$$

$$\approx \mathbf{F}_e \left(\mathcal{C} : \delta \boldsymbol{\varphi}_e \right) \mathbf{F}_e^T \quad (4.55)$$

benutzt. Unter Verwendung von Gleichung (4.49) ergibt sich

$$\delta \mathbf{P} \approx \mathbf{F}_e \left(\mathcal{C} : \mathbf{F}_p^{-T} \delta \boldsymbol{\varphi}_p \mathbf{F}_p^{-1} \right) \mathbf{F}_e^T \quad (4.56)$$

$$\approx \mathbf{F}_e \left(\mathcal{C} : \mathbf{F}_e^T \mathbf{F}^{-T} \delta \boldsymbol{\varphi} \mathbf{F}^{-1} \mathbf{F}_e \right) \mathbf{F}_e^T \quad (4.57)$$

Dies kann auch mit Hilfe des Rayleigh-Produktes kürzer gefasst werden

$$\delta \mathbf{P} \approx (\mathbf{F}_e * \mathcal{C}) : (\mathbf{F}^{-T} \delta \boldsymbol{\varphi} \mathbf{F}^{-1}) \quad (4.58)$$

Der hiermit bestimmte Tangentenmodul ist aufgrund der getroffenen Annahme nicht für alle Anwendungsfälle geeignet. Als alternative Lösungsmöglichkeit kann das explizite Lösungsverfahren eingesetzt werden, mit dem gegebenenfalls auch quasistatische Lösungen zu berechnen sind. Die Nachteile des expliziten Lösungsverfahrens bei quasistatischen Problemen liegen in der wesentlich längeren Berechnungsdauer und im Einfluss der Dämpfungsparameter auf die Lösung. Vergleichsrechnungen der hier untersuchten Rückfederungsfälle mit impliziter und expliziter Zeitintegration zeigten eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse beider Integrationsmethoden.

4.6 Anpassung an das Simulationsprogramm

Für die Anwendung des Materialmoduls sind verschiedene Funktionalitäten notwendig, die vom zugrunde liegenden Simulationsprogramm LS-Dyna standardmäßig nicht realisiert werden. Hierzu sind entsprechende Anpassungen vorgenommen worden, die im folgenden Abschnitt kurz dargestellt werden sollen.

4.6.1 Elementunabhängige Ausrichtung der Kristalle

Im Falle realer Platinenvernetzungen ist es praktisch nicht zu vermeiden, dass die Elementausrichtung nicht achsenparallel zu den Probenachsen erfolgt. Dies hätte zur Folge, dass die Anfangskristallausrichtungen gegenüber den Globalkoordinaten

von Element zu Element variieren. Zur Sicherstellung einer einheitlichen Anfangsausrichtung der Kristallgruppen an allen Integrationspunkten der Elemente ist es daher notwendig, die Rechnung in einem einheitlichen Materialkoordinatensystem durchzuführen. Dies geschieht durch die Ausnutzung der Orthotropie-Option in LS-Dyna. Mit dieser wird die Drehung der Materialkoordinaten in der Elementebene berechnet. Diese Information wird zur Transformation der Kristallausrichtung benutzt, so dass sich als effektive Ausrichtung der Kristalle in Elementkoordinaten $\mathbf{N}_{0i,ele}$ ergibt

$$\mathbf{N}_{0i,ele} = \mathbf{Q}_{mat}^T \mathbf{N}_{0i} \quad (4.59)$$

wobei \mathbf{Q}_{mat} die Drehung aus den Elementkoordinaten in die Materialkoordinaten und \mathbf{N}_{0i} die Ausrichtung der Kristalle ($i = 1 \dots N$) in Materialkoordinaten beschreiben. Somit ist es möglich die Anfangsinitialisierung mit einem Parametersatz für alle Integrationspunkte durchzuführen.

4.6.2 Adaptive Netzverfeinerung

Das Programm LS-Dyna bietet die Möglichkeit, adaptive Netzverfeinerungen während der Laufzeit des Programms in Abhängigkeit von der Netzverzerrung durchzuführen. Dieses Vorgehen reduziert die Rechenzeiten deutlich und wird daher standardmäßig bei der Tiefziehsimulation verwendet. Sobald ein Verfeinerungskriterium erreicht ist, wird das entsprechende Element so geteilt, dass sich die Elementkantenlänge halbiert. Hierbei werden inkompatible Netze erzeugt, wobei die freien Knoten durch lineare Interpolation mit den Verschiebungen der Nachbarknoten gekoppelt werden. Für das Materialgesetz ist es hierzu notwendig, die inneren Variablen von den Integrationspunkten des Mutterelements auf die der Tochterelemente zu übertragen.

Die Anzahl der intern in LS-Dyna verwaltbaren inneren Variablen ist auf 100 limitiert. Für das kristallplastische Modell ist diese Anzahl nicht ausreichend. Aus diesem Grunde werden die inneren Variablen des Kristallmodells über einen COMMON-Block von der Materialroutine verwaltet. Die Adressierung der einzelnen Integrationspunkte geschieht über eine von LS-Dyna verwaltete Geschichtsvariable.

Das Eintreten einer solchen Elementteilung während einer expliziten Rechnung ist durch den mehrfachen Zugriff des Materialmoduls auf denselben Integrationspunkt gekennzeichnet. In diesem Falle werden für den neu entstandenen Integrationspunkt die Geschichtsvariablen übergeben und eine Neuadressierung des Punktes bezüglich der von der Routine selbst verwalteten Geschichtsvariablen durchgeführt. Dies kann jedoch erst geschehen, wenn der Integrationspunkt im entsprechenden Zeitschritt bereits bearbeitet wurde. Da die Deformation der Tochterelemente unmittelbar nach einer Netzverfeinerung nicht stark voneinander abweicht, sind aus diesem Vorgehen keine erhöhten Ungenauigkeiten zu erwarten.

Dieses Verfahren ist auf das explizite Zeitintegrationsschema, wie es von LS-Dyna für die Tiefziehsimulation verwendet wird, beschränkt. Bei Einsatz des impliziten

Integrationsverfahrens, z.B. für eine Rückfederungsrechnung, ist diese Option abzuschalten.

Eine alternative Methode läge darin, zwei Sätze an Geschichtsvariablen vorzuhalten und erst beim Beginn eines neuen Zeitschrittes den alten Variablensatz zu überschreiben. Dies würde den Speicherbedarf verdoppeln und durch die Umspeicheroperationen die Lösungsgeschwindigkeit beeinträchtigen.

4.6.3 Beschnitt und Restart

Zum Durchführen mehrstufiger Operationen ist die Restartfähigkeit des Programms zu gewährleisten. Hierzu werden am Ende des Rechenlaufes alle internen Variablen, sowohl die programminternen als auch die von LS-Dyna verwalteten, sowie der Deformationsgradient in externe Dateien geschrieben. Beim Restart ist es notwendig, eine eindeutige Zuordnung dieser Daten zu den einzelnen Integrationspunkten der Elemente vorzunehmen. Im Falle eines Beschnittes ist sicherzustellen, dass neu entstandene Elemente die inneren Variablen der Mutterelemente erhalten und dass die Ausrichtung dieser in Bezug auf die Materialkoordinaten korrekt erfolgt.

LS-Dyna verwendet zur Initialisierung eines Restarts die *dynain*-Datei. Diese enthält u.a. auch die Möglichkeit, die Geschichtsvariablen am Ende des Rechenlaufes auszugeben. Es ist jedoch nicht möglich, diese Variablen beim Preprocessing in DYNIFORM (5.1) einzulesen. Hierbei kann den Integrationspunkten nur die plastische Vergleichsdehnung übergeben werden. Ebenso liest LS-Dyna nur diese Variable bei Restart aus der *dynain*-Datei ein. Aus diesem Grund wird außerhalb des Simulationprogramms eine Umstrukturierung der *dynain*-Datei vorgenommen, so dass die interne Integrationspunktnummer auf dieser Variablen abgelegt wird. Mit DYNIFORM kann dann die neue Operation oder der Beschnitt definiert werden.

Im Falle eines Beschnittes sind anschließend die Geschichtsvariablen auf das neu entstandene Element zu übertragen und gegebenenfalls neue Integrationspunktnummern zu vergeben. Weiterhin ist die Ausrichtungsveränderung der Elemente gegenüber dem Materialkoordinatensystem zu berücksichtigen. Dies geschieht durch zwei Zwischenrechnungen: In der ersten Zwischenrechnung wird das Modell in der Endposition des vorhergehenden Rechenlaufes gestartet und die Winkel α_1 zwischen den Elementkoordinaten und den Materialkoordinaten bestimmt. Im zweiten Zwischenlauf erfolgt ein Start mit dem beschnittenen Modell, wobei die Winkel α_2 bestimmt werden. Der Drehwinkel für die Transformation in das Materialkoordinatensystem für den Restart $\alpha_{restart}$ ergibt sich dann aus dem ursprünglichen Winkel $\alpha_{initial}$ anhand

$$\alpha_{restart} = \alpha_{initial} - \alpha_1 + \alpha_2 \quad (4.60)$$

Beim Restart wird dann innerhalb der Materialroutine im ersten Zeitschritt eine Initialisierung der Geschichtsvariablen durchgeführt.

Kapitel 5

Numerische Untersuchung des Modells

Im folgenden Kapitel werden einige grundsätzliche Verhaltensweisen des Modells untersucht. Zunächst wird der Frage nach einer Gruppierung der Kristalle nachgegangen, die sich bei geringen plastischen Deformationen nahezu isotrop verhält. Im zweiten Teil wird dann die Entwicklung der Textur bei einfachen Deformationsprozessen untersucht und mit Referenzergebnissen verglichen. Abschließend wird ein Vergleich der Modelle mit isotroper und kinematischer Verfestigung durchgeführt. Diese Untersuchungen wurden mit dem Modell für Volumenelemente durchgeführt.

5.1 Näherung eines isotropen Materialverhaltens

Für die Realisierung einer Texturanpassung mit wenigen Kristallen ist es notwendig, neben den dominanten Orientierungen auch den zufallsverteilten Hintergrund der Textur näherungsweise zu erfassen. Nimmt man eine gleichverteilte Zufallsfunktion für diesen Teil der Textur an, so sind die resultierenden Materialeigenschaften bei unendlich vielen Kristallen isotrop.

Für eine Berechnung ist es nicht sinnvoll, eine große Zahl von Kristallen für die Erzeugung eines anfänglich isotropen Materialverhaltens zu benutzen. Aus diesem Grunde ist es wichtig, Anordnungen von Kristallen zu bestimmen, die der Forderung nach einem anfänglich isotropen Verhalten nahe kommen.

Zur Realisierung eines solchen Verhaltens bieten sich unterschiedliche Wege an. Einer besteht darin, für eine gegebene Anzahl von Kristallen eine Anordnung zu finden, die eine möglichst gleichmäßige Verteilung der Kristalle im Orientierungsraum realisiert. Dieser Weg wurde von Müller [104] und Wellerdick-Wojitasik [148] benutzt, um isotrope Verteilungen zu generieren. Die dahinterliegende Idee besteht darin, eine Gleichverteilung von Kristallen möglichst gut durch eine gegebene Anzahl von Stützstellen zu realisieren. Der Nachteil in dieser Vorgehensweise liegt darin, dass die in den Kristallen vorhandenen Symmetrieeigenschaften nur ungenügend ausgenutzt werden.

Eine andere Möglichkeit besteht darin, Anordnungen zu benutzen, die die Forderung der Isotropie für den elastischen Fall exakt erfüllen. Diese Eigenschaften hängen nur von wenigen Koeffizienten der Textur ab. Wird die Reihendarstellung nach Bunge [28] (Gl. (2.63) und (2.63)) auf Tensoren n -ter Stufen angewendet, so reduziert sich die Summation in l auf die Stufe n des darzustellenden Tensors. Wird mit einer so entwickelten Reihe das Volumenmittel für eine entsprechende Textur gebildet, so enthält das Ergebnis ebenfalls nur Reihenglieder bis zur n -ten Stufe in l . Das linearelastische Verhalten kubischer Kristalle wird durch einen Tensor 4. Stufe vermittelt. Auf Grund der kubischen Symmetrie reduziert sich die Abhängigkeit des elastischen Verhaltens auf die Koeffizienten C_0^{11} , C_4^{11} , C_4^{12} und C_4^{13} der Textur, wobei für den ersten Koeffizienten die Identität $C_0^{11} = 1$ gilt [28]. Zur Kennzeichnung der plastischen Kennwerte sind jedoch weitere Koeffizienten notwendig. Somit können die elastisch-isotropen Anordnungen nur eine erste Näherung für das plastische Materialverhalten darstellen.

Die Anordnung der Kristalle für den elastischen Fall wurde durch Krawietz, Gaffke, Heiligers, Bertram und Böhlke [10, 18, 17] bereits eingehend untersucht. Bei diesen Untersuchungen wurde eine Minimalzahl von vier Kristallen gefunden, die im elastischen Fall ein isotropes Verhalten aufweisen.

Für die Untersuchung des plastischen Verhaltens wurden mit einer Reihe dieser Gruppierungen volumentreue Zugversuche mit LS-Dyna simuliert. Hierzu wurde ein einzelnes 8-Knoten Hexaederelement verwendet, wobei die Knotenverschiebung vorgegeben wurde. Durch die systematische Variation der Ausrichtung der Kristallgruppen wurde eine Abtastung unterschiedlicher Richtungen realisiert. Im Falle eines ideal isotropen Verhaltens müssen die beobachteten Spannungen unabhängig von der Ausrichtung der Kristallgruppe sein. Somit eignet sich die Abweichung der Spannungsergebnisse als Maß für die Abweichungen vom isotropen Verhalten. Für die Untersuchung dieses Verhaltens wurde ein elastisch-ideal plastisches Materialverhalten angenommen. Der Prozess wurde bis zu einem plastischen Umformgrad von 1% in Zugrichtung simuliert. Dies sichert eine plastische Deformation des Materials bei gleichzeitig geringer Rotation der Kristalle aus der Anfangsorientierung, so dass eine Aussage über die anfängliche Anisotropie der Konfiguration getroffen werden kann.

Zur Bestimmung der Abweichungen können unterschiedliche Fehlerfunktionen verwendet werden. Ein erster Ansatz ergibt sich aus der Arbeit von Böhlke [16]. Hierbei werden die Varianzen der Spannungsverteilungen als Fehlermaß herangezogen

$$I_1 = \frac{\sqrt{\|E\{[\boldsymbol{\sigma} - E(\boldsymbol{\sigma})] \otimes [\boldsymbol{\sigma} - E(\boldsymbol{\sigma})]\}\|}}{\|E(\boldsymbol{\sigma}) \otimes E(\boldsymbol{\sigma})\|} \quad (5.1)$$

wobei $E(\boldsymbol{\sigma})$ der Erwartungswert der Cauchy-Spannungen für den Versuch ist

$$E(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\sigma}_i \quad (5.2)$$

σ_i repräsentiert den Spannungstensor des i -ten Experimentes. Dieses erste Anisotropiemaß ist unabhängig vom realisierten Prozess. Lässt man zusätzlich die bekannten Informationen über den Prozess in die Berechnung der Erwartungswerte einfließen, so ergibt sich eine modifizierte Variante

$$I_2 = \frac{\sqrt{\|E\{[\sigma - \sigma_{iso2}] \otimes [\sigma - \sigma_{iso2}]\}\|}}{\|\sigma_{iso2} \otimes \sigma_{iso2}\|} \quad (5.3)$$

wobei

$$\sigma_{iso2} = \begin{bmatrix} E(\sigma_{11}) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} [E(\sigma_{22} + \sigma_{33})] & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} [E(\sigma_{22} + \sigma_{33})] \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Der Nachteil der ersten Formulierung besteht darin, dass sämtliche Konfigurationen mit einer geringen Variation der Ergebnisse geringe Fehler liefern. Allerdings wird die Randbedingung für den konkreten Prozess, nämlich die Gleichheit der Spannungen senkrecht zur Zugachse sowie der Koaxialität der Spannungen mit den Verzerrungen nicht explizit geprüft. Dieses wird durch die Modifikation des Fehlermaßes abgesichert.

Ein weiteres mögliches Fehlermaß kann aus einem Abstandsmaß im Spannungsraum abgeleitet werden

$$I_3 = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\sigma_i - \sigma_{iso3}\|^2}}{\|\sigma_{iso3}\|} \quad (5.5)$$

Hierzu wird ein Zielwert für einen isotropen Spannungstensor derart definiert, dass

$$\sigma_{iso3} = \begin{bmatrix} \sigma_{iso311} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{iso322} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{iso333} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

wobei σ_{iso3} den Fehler der Quadrate der Normen minimiert

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\sigma_i - \sigma_{iso3}\|^2 \rightarrow \min \quad (5.7)$$

Im Test wurden unterschiedliche Kristallgruppen, beginnend mit 4 Kristallen bis zu 192 Kristallen getestet. Die Ergebnisse der Tests sind in Abbildung 5.1 dargestellt. Die Anordnung der Gruppierungen im Diagramm erfolgte entsprechend der jeweils verwendeten Kristallzahl. Die Bezeichnung der Kristallgruppen ist wie folgt gegliedert:

ISOn - elastisch isotrope Anordnung [10, 18, 17, 85] mit n Kristallen

KUn - Kugelverteilung nach Wellerdick-Wojitasik [148] mit n Kristallen

KRn - Kreisverteilung nach Müller [104] mit n Kristallen

Im Ergebnis der Untersuchung ist gut zu erkennen, dass die Fehlermaße keine großen Unterschiede zueinander aufweisen. Die vorhergesagten Tendenzen sind

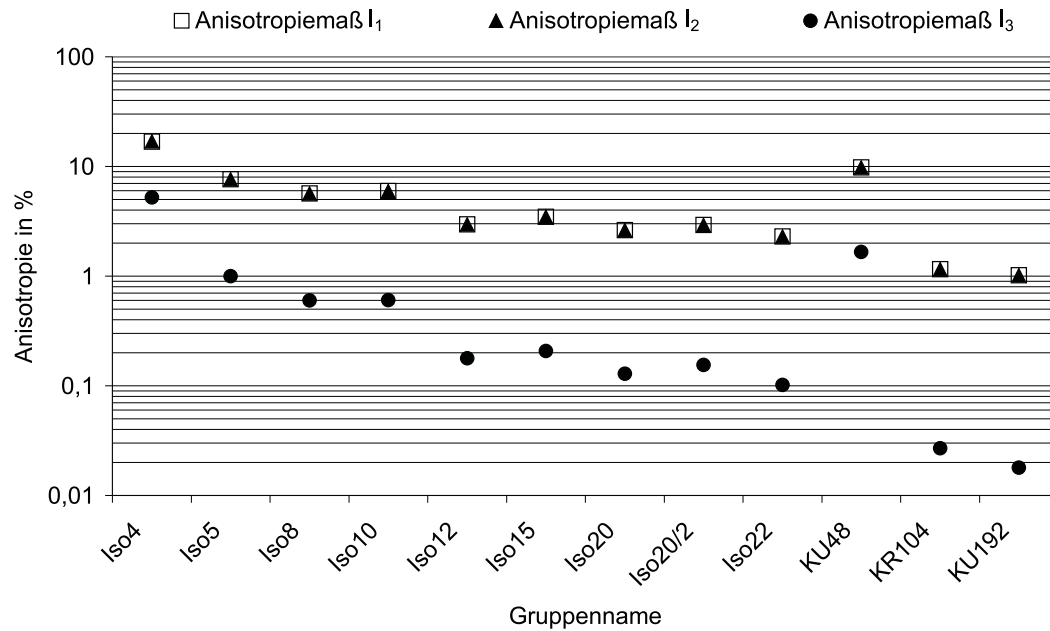


Abbildung 5.1: Ergebnisse des Isotropietests für unterschiedliche Kristallgruppen

gleich. Die Ergebnisse der ersten zwei Abstandsmaße sind praktisch identisch, während das dritte Maß in einem Offset zu diesen Maßen verläuft. Die Ursache hierfür ist, dass in das dritte Maß nur die Diagonalelemente des zweiten Fehlermaßes eingehen.

Die ISO12 - Anordnung ist auf Grund ihrer hohen Symmetrie sehr gut für die Approximation des isotropen Verhaltens geeignet. Durch die Hinzunahme weiterer Kristalle kann der Fehler reduziert werden, allerdings ist nahezu eine Verdoppelung der Kristallzahl nötig, um den Fehler in den Spannungen um ein weiteres Viertel gegenüber der ISO12-Konfiguration zu senken.

5.2 Simulation der Texturentwicklung bei einfachen Prozessen

Zur ersten Modellverifikation eignen sich speziell Prozesse, in denen keine Werkzeugkontakte auftreten. Hierbei sollen idealisierte Walzprozesse und Zugversuche, beginnend mit einer Zufallsverteilung der Kristallite, untersucht werden.

5.2.1 Texturentwicklung beim Walzen

Ein erster Untersuchungspunkt für ein kristallplastisches Modell ist die Änderung der Textur bei großen Deformationen. Ein solcher Prozess ist durch das Kaltwalzen

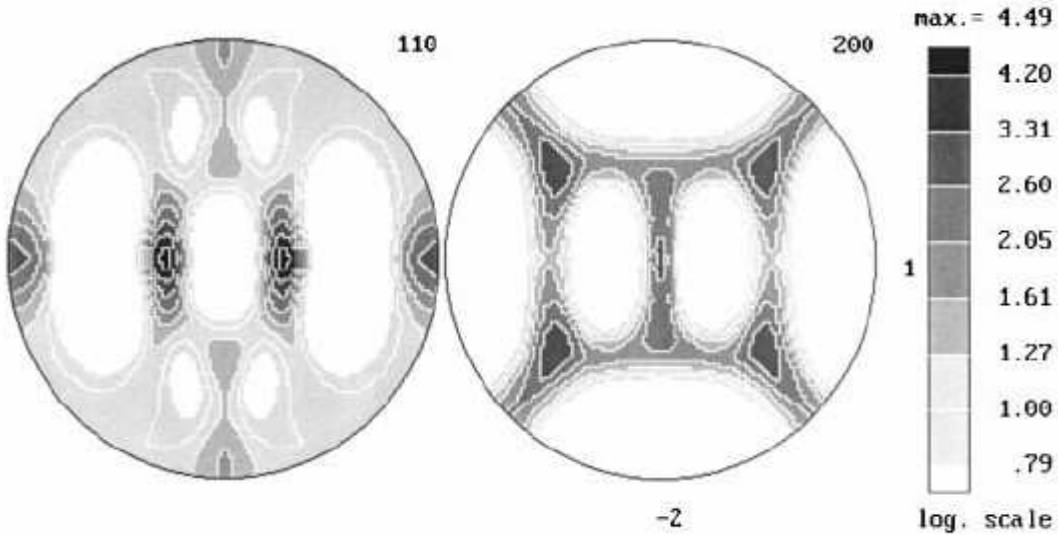


Abbildung 5.2: Experimentelle Polfiguren von zinkbeschichtetem Stahl nach Walzen mit 90% Dickenreduktion (1-Walzrichtung, 2 Querrichtung)(Quelle: Černík [30])

gegeben. Die Idealisierung dieses Prozesses führt auf der Makroebene zu einem ebenen Dehnungszustand, der durch eine Vorgabe der Knotenverschiebungen an einem einzelnen isoparametrischen 8-Knoten Hexaederelement eingestellt wird.

Nach Hutchinson [73] ist die Entwicklung der Kaltwalztextur nur wenig von Material- und Prozessparametern beeinflusst, während der Deformationsgrad eine entscheidende Rolle spielt.

Als Vergleichsdaten können die experimentellen Ergebnisse von Černík [30] verwendet werden. Hierbei wurde die Texturbildung bei einem Walzprozess von Eisen untersucht. Im Gegensatz zur Simulation ist das Ausgangsmaterial hierbei texturiert. Allerdings gewährleistet der hohe Umformgrad eine Dominanz der Umformtextur. Die gemessenen Polfiguren sind in Abbildung 5.2 dargestellt. Gut erkennbar ist die Dominanz der für eine Walztextur in kubisch-raumzentrierten Kristallen typische α - und γ -Faser. Die α -Faser ist in Eulerwinkeln durch $(\varphi_1 = 0^\circ; 0^\circ \leq \Phi < 90^\circ, \varphi_2 = 45^\circ)$ definiert. Die γ -Faser verläuft entlang der Winkel $(0^\circ \leq \varphi_1 < 90^\circ; \Phi = 54,7^\circ, \varphi_2 = 45^\circ)$.

Als Anfangsanordnung der Kristalle wurden für die Simulation mit dem kristallplastischen Materialgesetz die im vorhergehenden Kapitel untersuchten elastisch-isotropen Kristallanordnungen verwendet. Zusätzlich wurde eine Anzahl von zufallsverteilten Kristallen als Anfangskonfiguration herangezogen. Die Simulation wurde mit einem einzelnen 8-Knoten Hexaederelement durchgeführt. Die Simulation bildet einen idealisierten Walzprozess ab, bei dem ein ebener Dehnungszustand eingestellt wird. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.3 zusammengestellt.

Der Vergleich der bei dieser Simulation erzielten Ergebnisse mit den Verifika-

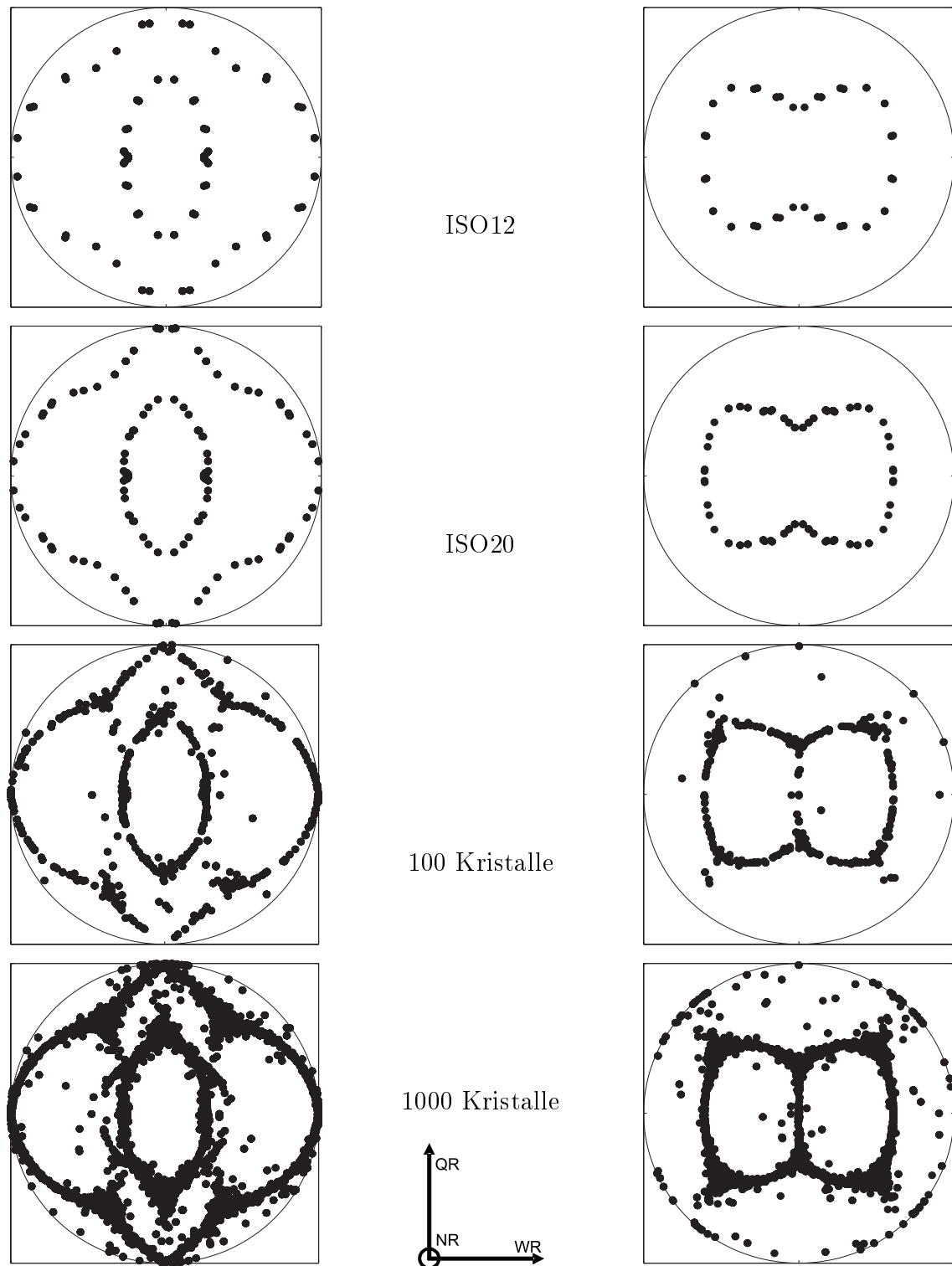


Abbildung 5.3: Simulierte $\langle 110 \rangle$ und $\langle 100 \rangle$ Polfiguren nach Walzprozess mit 90% Dickenreduktion

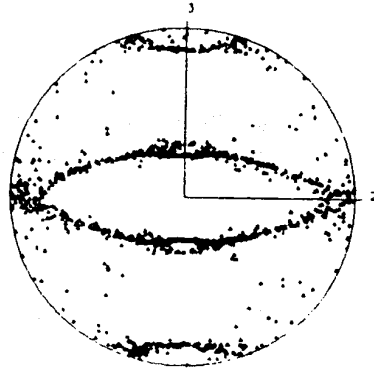


Abbildung 5.4: $\langle 111 \rangle$ Polfigur mit 300 Kristallen nach Simulation eines Walzprozesses mit einer Vergleichsdehnung von 3 (Quelle: Rollett [122])

tionsdaten zeigt eine gute Übereinstimmung der Ergebnisstruktur mit den Verteilungen des Experimentes. Bereits bei geringen Kristallzahlen (12; 20) sind wichtige Strukturen der Endkonfiguration erkennbar. Mit zunehmender Kristallzahl wird die Ausprägung dieser Strukturen deutlicher. Im Vergleich mit der real gemessenen Textur ist eine sehr hohe Schärfe der prognostizierten Textur zu beobachten, die typisch für Taylor-Modelle ist.

Als weitere Vergleichsdaten können die Berechnungen von Rollett und Kocks [122] für die Texturentwicklung bei Pencil-Glide in kubisch-raumzentrierten Kristallen herangezogen werden. In dieser Berechnung wurde ein Walzprozess bis zu einer Vergleichsdehnung von 3 mit 300 Kristallen simuliert. Die Ergebnisse sind als modifizierte Polfigur in Abbildung 5.4 dargestellt, bei der die Walzrichtung normal zur Projektionsebene ist.

In Abbildung 5.5 sind die entsprechenden Ergebnisse mit dem verwendeten kristallplastischen Modell für unterschiedliche Ausgangskonfigurationen der Kristalle zusammengestellt. In dieser Darstellung wurden ebenfalls die Walz- und die Dickenrichtung vertauscht.

Der Vergleich der beiden Simulationen zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse. Auch hierbei werden wichtige Strukturen der Textur bereits mit 12 und 20 Kristallen abgebildet.

5.2.2 Texturentwicklung beim Zugversuch

Bei der Durchführung eines Zugversuches kommt es auf Grund der Randbedingungen zur Ausrichtung der Gleitrichtungen in Richtung der Zugachse [58]. Als Anfangsorientierungen wurden dieselben Ausrichtungen der Kristalle wie beim Walzen verwendet. Die Simulation wurde ebenfalls mit einem einzelnen isoparametrischen 8-Knoten Hexaederelement durchgeführt, wobei die Knoten an der Grund- und Deckfläche durch Verschiebungsrandbedingungen in einer Ebene gehalten und eine

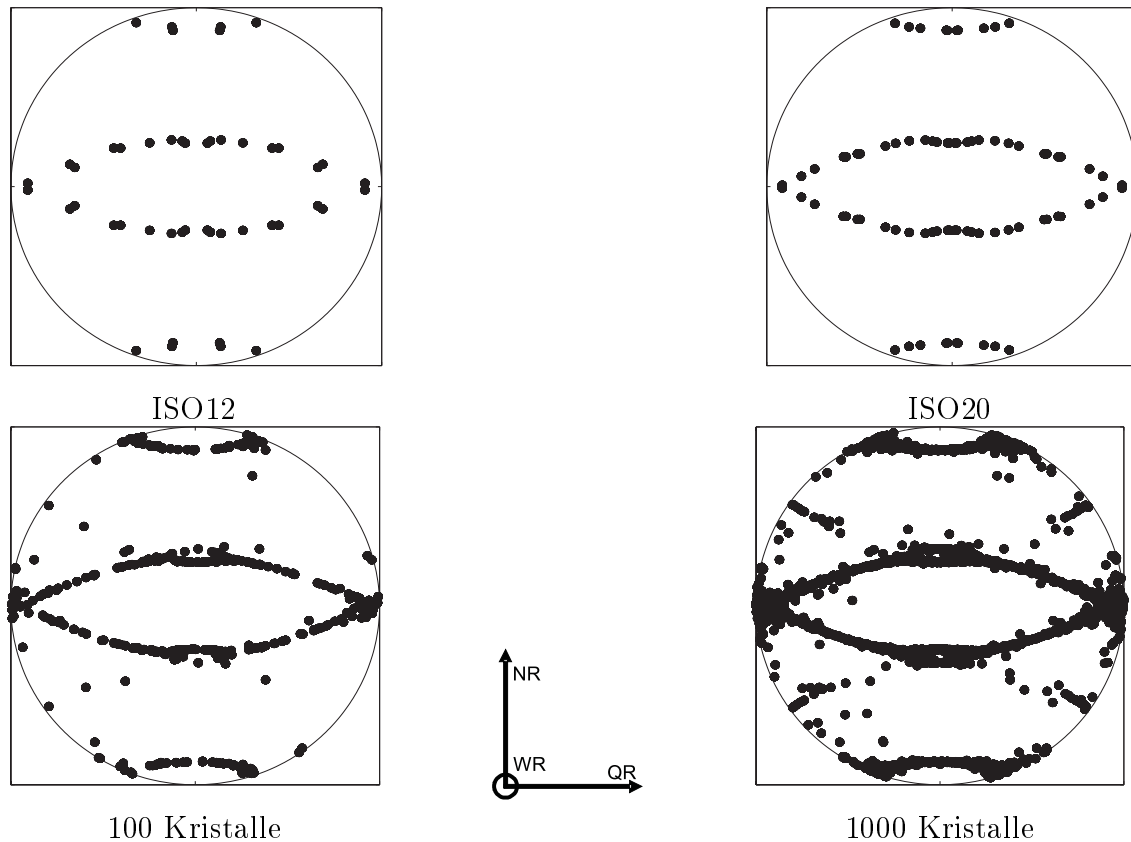


Abbildung 5.5: $\langle 111 \rangle$ Polfiguren nach einer simulierten Walzung mit einer Vergleichsdehnung von 3

Scherverzerrung unterbunden wurde. In Abbildung 5.6 sind die Endorientierungen der Kristalle nach einer Zugbelastung in z -Richtung bei einer Vergleichsdehnung von 0,5 dargestellt. Obwohl der Grad der Umformung, verglichen mit dem Walzprozess, relativ gering ist, kommt es zu einer deutlichen Verlagerung der Gleitrichtungen. Die Texturausbildung ist im Fall der 100 und 1000 Kristalle sehr deutlich ausgeprägt. Bei den kleineren Modellen, mit 12 und 20 Kristallen ist diese Umorientierung ebenfalls zu verzeichnen.

Dieses Verhalten entspricht der zu erwartenden Umlagerung der Kristalle. Auf Grund der Dualität der Deformationsmechanismen bei kubisch-raumzentrierten und kubisch-flächenzentrierten Kristallen kann zum Vergleich die Kristallentwicklung von kfz-Kristallen im Druckversuch herangezogen werden. Ein solches Beispiel ist in Abbildung 5.7 dargestellt. Man erkennt hierbei die Entwicklung der Kristallausrichtungen für unterschiedliche Modellansätze im einfachen Druckzustand. Die dargestellten Ergebnisse des FE-Modells wurden mit einem Einheitswürfel mit je sieben Elementen auf den Kanten mit einem vollintegrierten Volumenelement mit unterschiedlichen Randbedingungen berechnet [101].

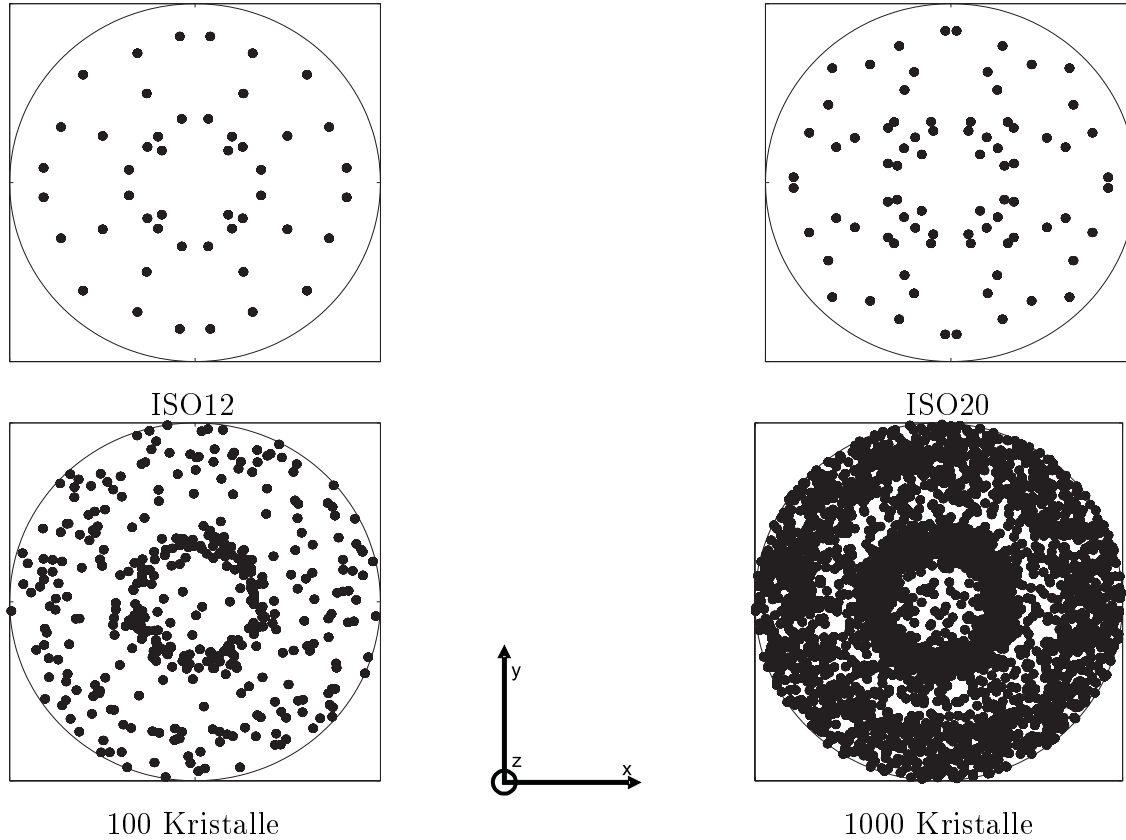


Abbildung 5.6: $\langle 111 \rangle$ Polfiguren nach einem simulierten Zugversuch in z -Richtung mit einer Vergleichsdehnung von 0,5

5.3 Zyklisches Verhalten

Bei Tiefziehprozessen treten häufig Lastwechsel im Material auf, z.B. die Wechselbiegung beim Durchlaufen des Matrizenradius. Aus diesem Grunde ist das Verhalten des Materials bei wechselnder Be- und Entlastung von Interesse und soll im folgenden Abschnitt prinzipiell dargestellt werden. Zunächst wird das Materialmodell mit isotroper Verfestigung untersucht, anschließend werden die Möglichkeiten einer Modellverbesserung mit den beiden kinematischen Ansätzen aufgezeigt.

5.3.1 Reales Verhalten

Das zyklische Verhalten realer Materialien im Zug-Druck-Wechselversuch kann für viele Werkstoffe durch eine Überlagerung von kinematischen und isotropen Verfestigungsanteilen approximiert werden. Der erste Belastungsanstieg entspricht einem monotonen Zugversuch. Nach dem ersten Lastwechsel ist typischerweise eine Verlagerung der Folgefließspannung infolge des Bauschinger-Effektes zu beobachten. Weiterhin ist eine Absättigung der Fließspannung mit zunehmender Zyklenzahl zu

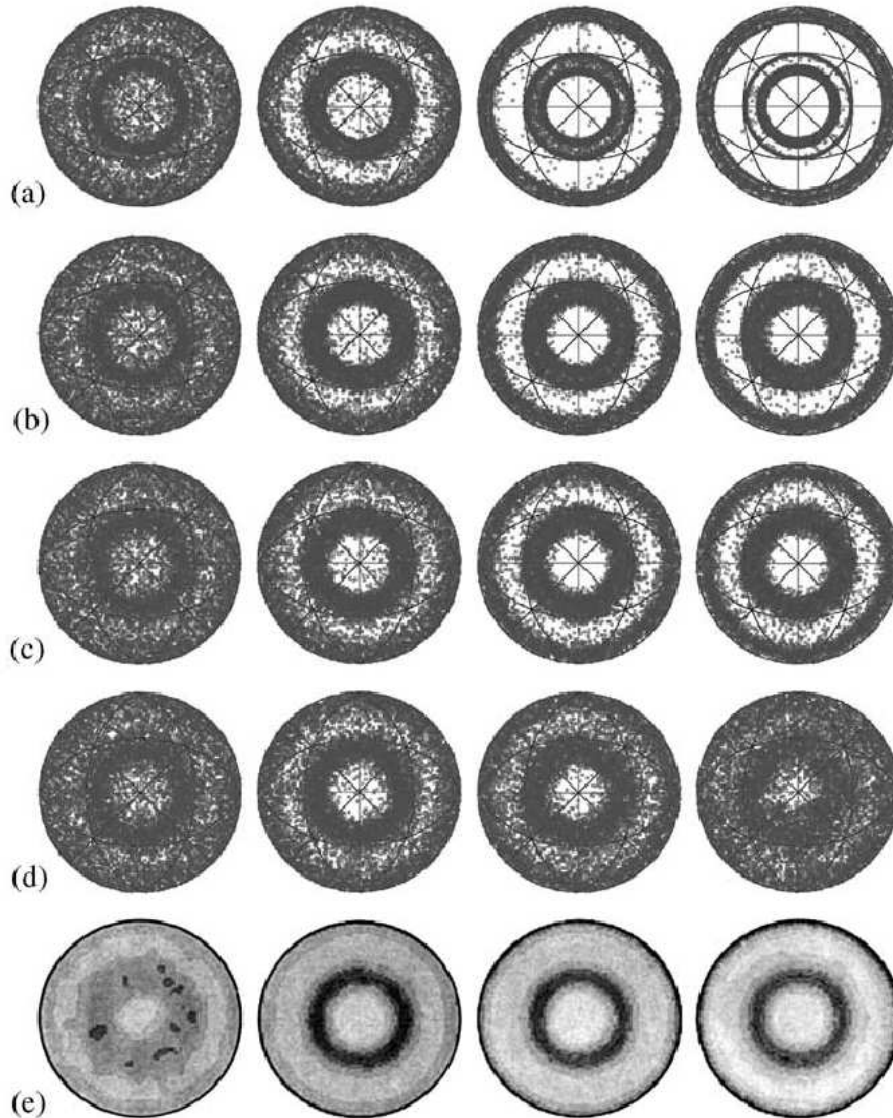


Abbildung 5.7: $\langle 111 \rangle$ Polfiguren von kfz-Kristallen im Druckversuch bei 18%, 39%, 63% und 78% Dickenreduktion (Quelle: Mische [101])

- a) Taylor-Modell mit 2744 Kristallen
- b) FE-Modell mit homogenen Dehnungsrandbedingungen
- c) FE-Modell mit periodischen Dehnungsrandbedingungen
- d) FE-Modell mit homogenen Spannungsrandbedingungen
- e) Experimentelle Ergebnisse

beobachten. In Abbildung 5.8(a) ist ein typisches experimentelles Ergebnis für einen Tiefziehstahl (DC06) dargestellt.

5.3.2 Kristallmodell mit isotroper Verfestigung

Zum Test des zyklischen Verhaltens wird ein Einzelement mit der ISO12-Konfiguration einem Zug-Druck-Wechselversuch ausgesetzt. Als Verfestigungsparameter wurden die Einstellungen entsprechend Tabelle 5.1 verwendet. Die Ergebnisse der Simulation sind in Abbildung 5.8(b) dargestellt.

Tabelle 5.1: Materialparameter für zyklischen Versuch

Parameter	Isotropes Modell	Kinematisches Modell 1	Kinematisches Modell 2
E in GPa	134	134	134
G in GPa	118	118	118
ν	0,367	0,367	0,367
q	1,4	1,4	1,4
A_1 in MPa	41	41	41
A_2	100	0,0	10,0
A_3	0,0	0,0	0,0
n	0,1	0,1	0,1
B_1 in GPa	-	1,5	1,5
B_2	-	0,001	0,001

Der zyklische Test zeigt, dass das Modell mit isotroper Verfestigung einen Bauschinger-Effekt aufweist. Die Ursache für dieses Verhalten liegt in den unterschiedlichen Spannungszuständen der einzelnen Kristalle am Ende der Belastung. Nach dem Lastwechsel werden diese Spannungen unterschiedlich abgebaut, so dass zu bestimmten Zeitpunkten einige Kristalle noch entlastet werden, während bei anderen Kristallen bereits die neue Belastung stattfindet. Somit gibt es einen inhärenten Rückspannungseffekt. Bei dem verwendeten Modell ist auf Grund der Akkumulation der absoluten Gleitbogenlänge keine Sättigung der Fließspannung bei hohen Zyklenzahlen zu erwarten, so dass das Modellverhalten für größere Lastwechselzahlen unrealistisch wird.

5.3.3 Kristallmodell mit kinematischer Verfestigung

Durch das Verwenden eines kinematischen Ansatzes auf Kristallebene kann der beobachtete Bauschinger-Effekt auf der makroskopischen Ebene verstärkt und somit eine bessere Näherung des zyklischen Verhaltens erreicht werden. Im ersten Schritt werden die beiden Modelle ohne isotrope Verfestigung gegenübergestellt, um die Modellunterschiede im Zug-Druck-Wechselversuch festzustellen.

Die beiden untersuchten Verfestigungsansätze haben unterschiedliche Eigenschaften: Im Falle des vektoriellen Ansatzes können sich die Rückspannungen in den Systemen unabhängig voneinander entwickeln, während sie im tensoriellen Modell miteinander gekoppelt sind. Dies hat Auswirkungen auf das Modellverhalten, wie im Zug-Druck-Wechselversuch ersichtlich wird. Für diesen Versuch wurde wiederum eine Zusammenstellung von 12 Kristallen entsprechend der ISO12-Anordnung verwendet. Die Berechnung wurde für beide Modelle ohne isotrope Verfestigung mit gleichen Parametersätzen durchgeführt, wobei als Verfestigungsparameter die in Tabelle 5.1 aufgeführten Werte verwendet wurden. In Abbildung 5.8(c) sind die Ergebnisse beider Modelle bei gleicher Parameterwahl für die ersten fünf Zyklen dargestellt.

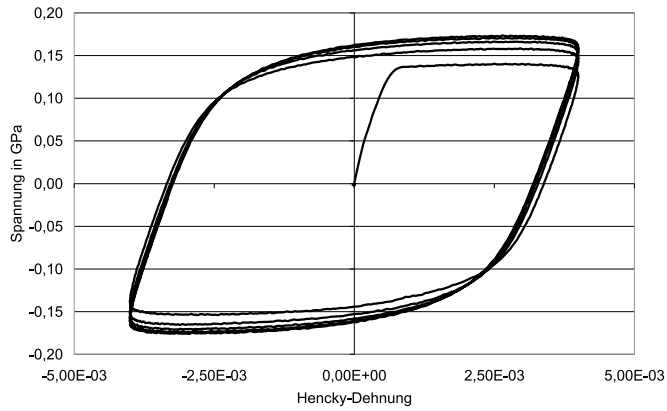
Beide Modelle weisen makroskopisch einen deutlichen Bauschinger-Effekt auf. Die Modelle gehen bei einem Lastwechsel in eine Hysterese, die stationär durchlaufen wird. Das tensorielle Modell weist einen weicheren Übergang zwischen dem elastischen und dem plastischen Modellverhalten auf. Während dieser Übergang bei der tensoriellen Verfestigungsvariante durch eine zunehmende Krümmung der Spannungs-Dehnungs-Kurve erfolgt, ist im Fall der vektoriellen Variante ein diskontinuierlicher Übergang zu verzeichnen. Die Ursache für dieses Verhalten liegt in der unterschiedlichen Verteilung der Rückspannung. Während im tensoriellen Modell die Rückspannung auf alle Gleitsysteme wirkt, kommt es im Fall des vektoriellen Modells nur zur Rückwirkung innerhalb desselben Systems. Dies hat zur Folge, dass die ungünstiger ausgerichteten Systeme aktiviert werden, so dass nahezu alle Systeme am Gleiten beteiligt sind. Hierzu werden höhere Spannungen benötigt, so dass das Material beim Übergang schneller verfestigt. In der Darstellung der aktivierten Gleitsystemkombinationen (Abb. 5.9) ist dieses Verhalten gut zu erkennen. Die Gleitsysteme sind hierbei binär kodiert, d.h. eine Aktivierung des n -ten Systems entspricht einem Summanden von 2^n . Im Gegensatz dazu wird bei der tensoriellen Variante schneller die stabile Gleitsystemkombination eingenommen. Im stabilen Zustand sind im untersuchten Fall weniger Gleitsysteme aktiv.

5.3.4 Diskussion des zyklischen Verhaltens

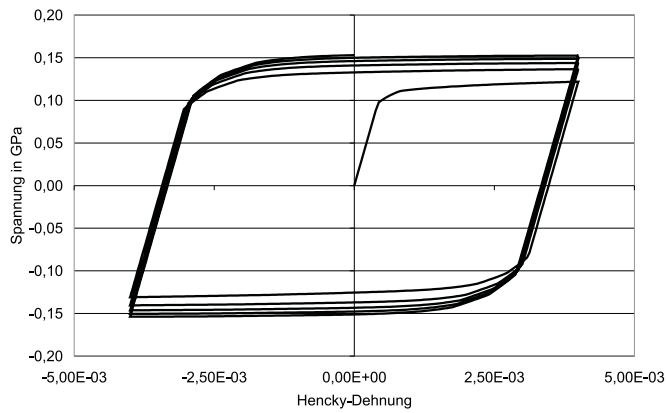
Das zyklische Verhalten des Kristallmodells zeigt bereits mit der isotropen Verfestigung auf Kristallebene einen Bauschinger-Effekt. Für den Durchlauf der ersten Zyklen ist eine gute Übereinstimmung mit dem realen Materialverhalten feststellbar. Allerdings wird das zyklische Sättigungsverhalten ungenügend abgebildet, so dass die Lösung mit zunehmender Zyklenzahl sich vom Realverhalten entfernt.

Eine Verbesserung des zyklischen Verhaltens kann durch den Einsatz eines kinematischen Verfestigungsansatzes auf Kristallebene erfolgen. Diese verstärken den Bauschinger-Effekt und zeigen eine stabile Hysterese.

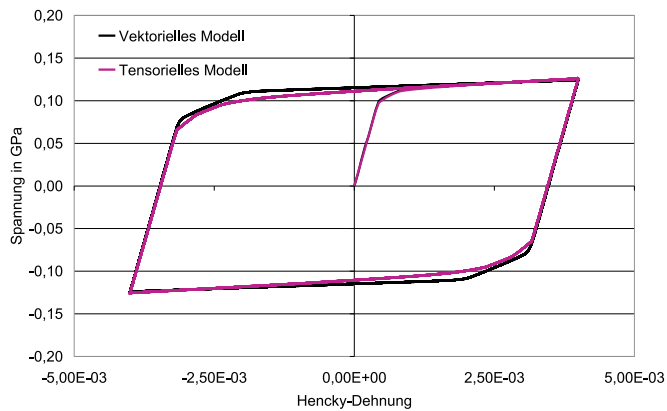
Die Umsetzung der zwei kinematischen Verfestigungsansätze erfolgte unter Beibehaltung der isotropen Verfestigungsroutine. Somit besteht die Möglichkeit, durch eine entsprechende Variablenwahl beide Verfestigungsansätze zu kombinieren und auf diesem Weg eine bessere Näherung des realen Materialverhaltens zu erzielen.



(a) Messung an DC06

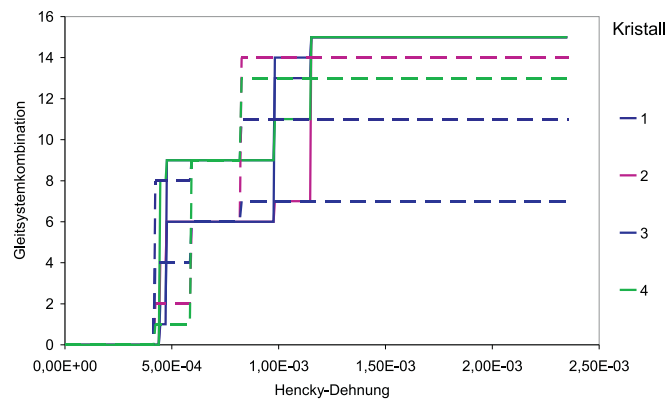


(b) Isotroper Verfestigungsansatz

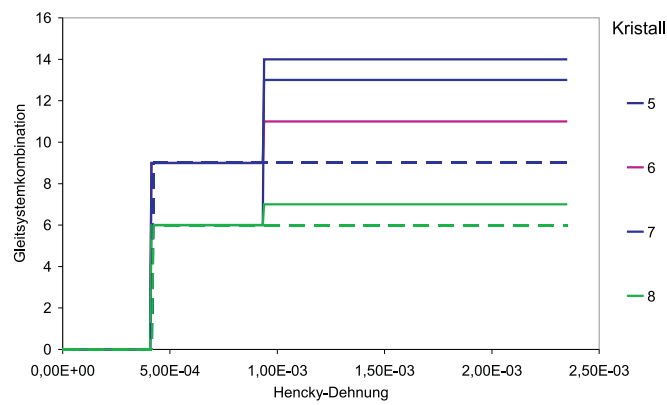


(c) Kinematische Verfestigungsansätze

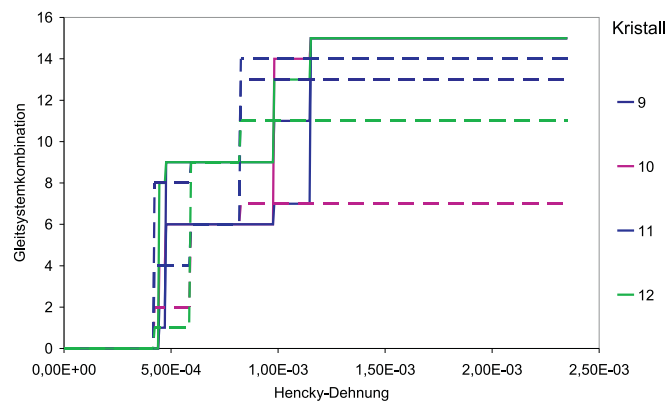
Abbildung 5.8: Vergleich des zyklischen Verhaltens bei gleicher Parameterwahl



(a) Kristalle 1-4



(b) Kristalle 5-8



(c) Kristalle 9-12

Abbildung 5.9: Aktivierte Gleitsystemkombination beim elastisch-plastischen Übergang (Gestrichnet - Tensorielles Modell, Durchgezogen - Vektoriellles Modell)

Diese Verbesserung der Materialabbildung zieht jedoch eine Verlängerung der Rechenzeit nach sich. So verlängert sich die Rechenzeit für die Kombination der isotropen Verfestigung mit der vektoriell-kinematischen Verfestigung auf das Zweieinhalbfache, bei der Kombination mit der tensoriell-kinematischen Verfestigung auf mehr als das Dreifache der Rechenzeit mit dem rein isotropen Modell.

Auf Grund des Einsatzgebietes des Materialmodells in der Umformsimulation ist von einer geringen Lastwechselzahl in der Simulation auszugehen. Aus diesem Grunde ist der Einsatz eines kinematischen Verfestigungsansatzes auf Grund der deutlichen Erhöhung der Berechnungskosten nicht gerechtfertigt. Bei einer Ausweitung des Einsatzziels, z.B. auf Betriebsfestigkeitsanalysen, ist eine Einbeziehung eines solchen Modells jedoch notwendig.

Kapitel 6

Anpassung des Modells an reale Materialien

Für die Untersuchung des Materialmodells wurde eine Gruppe von typischen einphasigen Tiefziehstählen ausgewählt. Die Anpassung des Modells an diese Materialien erfolgt in zwei Schritten: Als erster Schritt muss die Textur des Materials durch die Ausrichtung der zur Berechnung verwendeten Kristalle genähert werden. Mit diesen Anfangswerten sind in einem zweiten Schritt die weiteren inneren Variablen so zu bestimmen, dass das elastische und plastische Verhalten des Materials abgebildet werden kann. Dieses Vorgehen wird in den folgenden Abschnitten näher erläutert.

6.1 Materialauswahl

Die untersuchten Materialien sind Tiefziehstähle, die eine weite Verbreitung in der Automobilindustrie besitzen. Alle Materialien sind einphasig ferritische Stähle, die als Kaltbänder geliefert werden. In Tabelle 6.1 sind die untersuchten Werkstoffe zusammengestellt.

Tabelle 6.1: Ausgewählte Materialien

Material	Werkstoffnummer	Norm	Dicke in mm
DX53D+Z	1.0355	DIN EN 10327	1,00
H180B	1.0354	DIN EN 10292	0,75
H340LAD	1.03933	DIN EN 10292	1,00

Die Elementaranalyse der untersuchten Materialien ist in Tabelle 6.2 zusammengefasst.

Durch die Auswahl der Werkstoffe wurde ein typisches Spektrum sowohl hinsichtlich der Festigkeit als auch der Formbarkeit abgedeckt. Das untere Ende des Spektrums wird durch den DX53D+Z gebildet, einen weichen unlegierten Stahl zur

Tabelle 6.2: Elementaranalyse der untersuchten Materialien

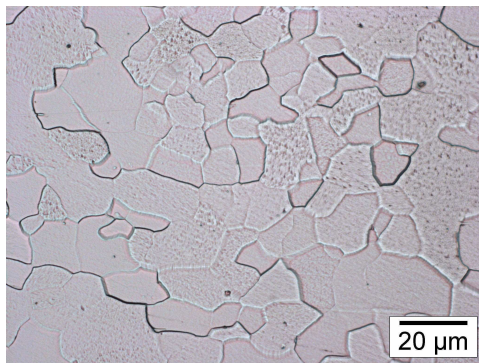
Material	DX53D+Z	H180B	H340LAD
C in %	0,004	0,018	0,079
Si in %	0,004	0,007	0,010
P in %	0,009	0,011	0,009
Mn in %	0,133	0,203	0,338
S in %	0,0105	0,0058	0,0110
Al in %	0,024	0,019	0,036
Cr in %	0,025	0,021	0,011
Ni in %	0,018	0,016	0,007
Nb in %	0,002	0,001	0,053
Ti in %	0,068	0,001	0,001
Sn in %	0,008	0,00	0,002
N in %	0,0066	0,0055	0,0055

Kaltumformung. Die metallographische Untersuchung wurde am Institut für experimentelle Physik der Universität Magdeburg durchgeführt. Das Schlibbild (Abb.6.1) zeigt, dass das Material sowohl im Korninneren als auch im Bereich der Korngrenzen nur sehr wenige Ausscheidungen aufweist. Die Bestimmung der mittleren Korngröße (Durchmesser des flächenäquivalenten Kreises) zeigt in der Quer-, Längs- und Walzebene nahezu gleiche Werte (Tab. 6.3). Das in diesen Ebenen bestimmte Seitenverhältnis, das das Verhältnis zwischen den Seiten eines einhüllenden Rechtecks angibt, zeigt ebenfalls nahezu identische Werte im Bereich von 1,6-1,7.

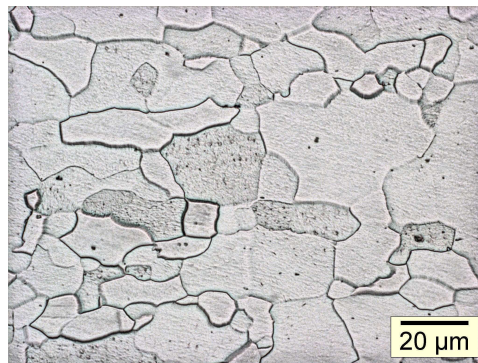
Tabelle 6.3: Kornparameter der untersuchten Materialien

Material	DX53D+Z	H180B	H340LAD
Korngröße in μm			
Querebene	10,9	13,6	4,7
Längsebene	11,7	12,9	4,6
Walzebene	10,8	14,5	5,4
Seitenverhältnis			
Querebene	1,67	1,66	1,75
Längsebene	1,76	1,82	2,07
Walzebene	1,61	1,45	1,66

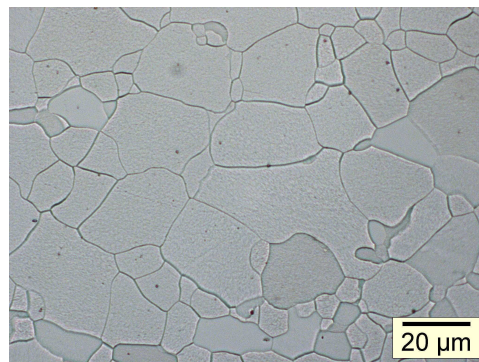
Der H180B ist ein Bake-Hardening-Stahl, der durch eine Wärmebehandlung (Lackeinbrennen) nach dem Tiefziehen eine zusätzliche Verfestigung erfährt. Hierbei wird die Ausbildung von Cottrell-Wolken durch Kohlenstoffatome ausgenutzt, die sich an die vorhandenen Versetzungen anlagern. Im Schlibbild (Abb. 6.2) zeigen sich



(a) Querebene

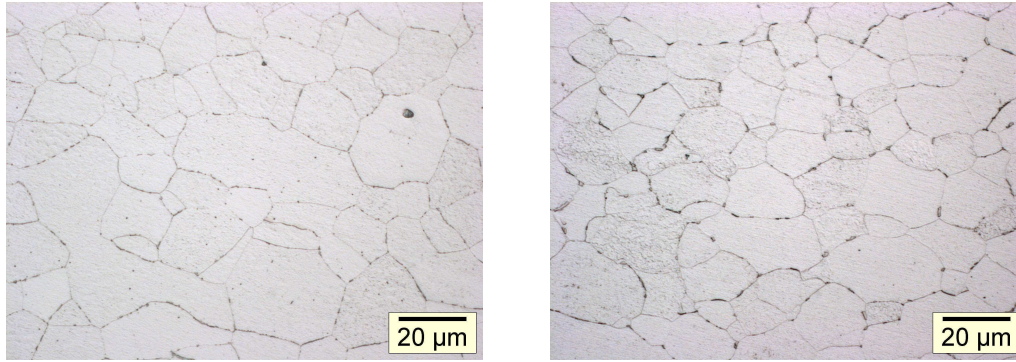


(b) Längsebene



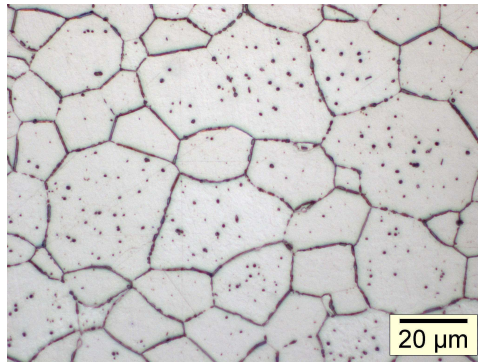
(c) Walzebene

Abbildung 6.1: Mikrostruktur in DX53D+Z



(a) Querebene

(b) Längsebene



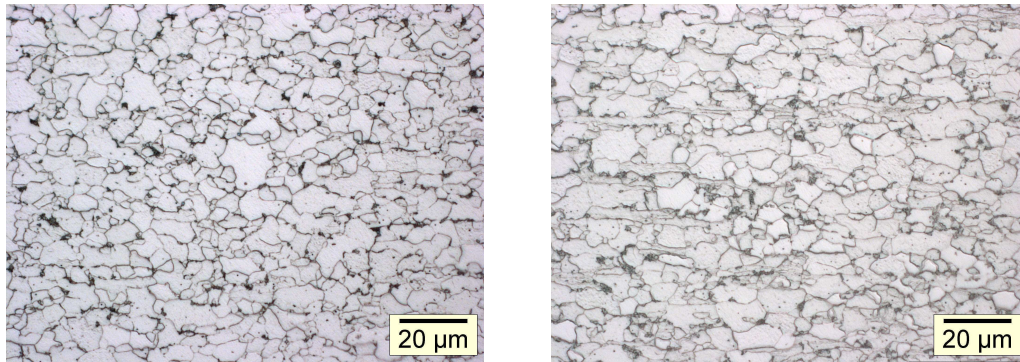
(c) Walzebene

Abbildung 6.2: Mikrostruktur in H180B

deutlich Ausscheidungen im Korninneren, ebenso wie eine verstärkte Anlagerung dieser im Bereich der Korngrenzen. Dieses Material ist im Vergleich zum DX53D+Z etwas grobkörniger, wobei die Schwankungen zwischen den betrachteten Ebenen gering sind. Das Seitenverhältnis liegt im selben Bereich wie bei DX53D+Z.

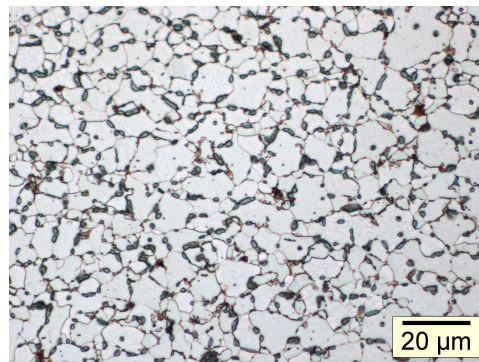
Die höchste Festigkeit der untersuchten Werkstoffe weist der Stahl H340LAD auf. Hierbei handelt es sich um einen mikrolegierten Stahl, bei dem durch eine Kornverfeinerung unter Ausnutzung der Hall-Petch-Beziehung (Gl. 2.54) eine Festigkeitssteigerung erzielt wird. Durch die Legierungselemente wird die Bildung von feinen Nitriden und Karbiden gefördert, die ebenfalls zur Festigkeitssteigerung beitragen. Die Bildung von Ausscheidungen bei H340LAD ist gut in den Schlifffbildern (Abb. 6.3) erkennbar. Im Vergleich mit dem vorhergehenden Material ist eine deutliche Zunahme der an den Korngrenzen angelagerten Ausscheidungen zu beobachten.

Bei diesem Material ist die mittlere Korngröße in der Walzebene gegenüber den Vergleichsebenen erhöht. Ebenso weist dieses Material das größte Seitenverhältnis



(a) Querebene

(b) Längsebene



(c) Walzebene

Abbildung 6.3: Mikrostruktur in H340LAD

(2,1) in der Längsebene auf. Die Auswertung der Richtung der längsten Kornachse zeigt, dass in der Längsebene die Walzrichtung eine deutliche Bevorzugung aufweist.

Die Untersuchung der ausgewählten Blechwerkstoffe zeigt, dass in allen betrachteten Materialien die durch den Herstellungsprozess erzeugte Dickenreduktion nur geringe Effekte in der Morphologie zur Folge hat. Die maximale Differenz der mittleren Korngröße in den unterschiedlichen Schliffebene eines Werkstoffes ist geringer als 20%. Das mittlere Seitenverhältnis der Körner liegt mit Ausnahme von H340LAD im Bereich von 1,6-1,8. Bei H340LAD ist dieses Verhältnis höher und liegt im Bereich von 1,7-2,1. Die Materialien sind einphasig. Ausscheidungen sind in unterschiedlicher Intensität zu beobachten.

Bei den betrachteten Materialien handelt es sich um Werkstoffe, in denen die Kristallite keine extremen Vorzugsdeformationen aufweisen. Somit ist die Anwendung eines konventionellen Taylor-Modells (full constraint) für diese Materialklasse gerechtfertigt, bei der die Anisotropie des Materials nur von der Ausrichtung und nicht von zusätzlichen Annahmen über die Morphologie der Kristalle abhängig ist.

Dieses Modell liefert nach Kocks [78] für Körner mit nahezu gleichen Hauptachsen (Achsenverhältnis < 10) die realistischsten Simulationsergebnisse.

6.2 Texturmessung

Für ein solches Materialmodell ist die Textur somit eine entscheidende Größe zur Initialisierung des Modells. Weiterhin stellt sie eine Möglichkeit zur Verifikation der Modellentwicklung dar. Die Texturmessungen wurden durch die AG Texturen an der Universität Clausthal-Zellerfeld durchgeführt.

Für die Bestimmung der Verteilung der Kristallite werden Methoden auf Basis der Gitterstreuung verwendet. Dieser Vorgang wird durch das Braggsche Gesetz beschrieben

$$n\lambda = 2d \sin \theta \quad (6.1)$$

Hierbei ist n die Ordnung der Beugung, λ die Wellenlänge der verwendeten Strahlung, d der Netzebenenabstand und θ der Glanz- oder Braggwinkel [129]. Um einen Beugungseffekt zu erzielen, ist es also notwendig, Strahlen mit einer Wellenlänge zu verwenden, die in der Größenordnung des Netzebenenabstandes liegt. Der Netzebenenabstand ist wiederum von den Gitterkonstanten und der Indizierung der zu untersuchenden Netzebenen abhängig. Für kubische Kristalle gilt bei Verwendung der Millerschen Indizes $\{hkl\}$ Gleichung (2.12).

Aus diesem Grunde ist die Verwendung von Strahlen notwendig, die eine sehr geringe Wellenlänge aufweisen. Im praktischen Einsatz im Bereich der Texturanalyse sind Röntgenstrahlen, Elektronenstrahlen und Neutronenstrahlen. In Tabelle 6.4 sind deren charakteristischen Eigenschaften zusammengestellt.

Die hohe Ortsauflösung der Elektronenstrahlverfahren kann zur Erstellung von Orientierungstereologien $f(\mathbf{Q}, \mathbf{x})$ benutzt werden, die nicht nur die statistische Verteilung der Kristallorientierungen bestimmen, sondern auch deren räumliche Zusammensetzung. Der Arbeit mit Neutronenstrahlen und Röntgenstrahlen aus einem Synchrotron ist auf Grund der Verfügbarkeit dieser Quellen Grenzen gesetzt, obwohl die Möglichkeit der Durchstrahlung großer Volumina günstig für die Bestimmung einer repräsentativen Orientierungsverteilungsfunktion ist [29].

Auf Grund der guten Verfügbarkeit ist die Bestimmung der Textur mit Hilfe der Röntgenographie für eine technische Realisierung ein gut geeignetes Verfahren. Zur Durchführung dieser Untersuchungen wird monochromatische (charakteristische) Röntgenstrahlung benutzt. Als Messinstrument wird das Texturgoniometer verwendet. Hierbei handelt es sich typischerweise um ein 4-Kreis-Goniometer, in dem die Probe um die drei Winkel ω, ξ, Φ , sowie der Detektor in der Messebene um den Winkel 2θ relativ zum einfallenden Strahl gedreht werden können [27, 29].

Die Messung kann sowohl im Transmissions- als auch im Reflektionsmodus durchgeführt werden. Die primären Messergebnisse müssen in beiden Fällen noch durch entsprechende Korrekturen für die Absorption, die Hintergrundstreuung und Defokussierung und eine Normalisierung in Bezug auf die Zufallsverteilung in (unvoll-

Tabelle 6.4: Methoden zur Texturmessung

Strahlung	Wellenlängen in Å	Eindringtiefe	Winkelauflösung	Ortsauflösung	Verfügbarkeit
Röntgenstrahlen (konventionell)	1-2 (Mo - Cr)	10-100 μ m	1°-5°	0.1-10mm	sehr gut
Röntgenstrahlen (Synchrotron)	\sim 0.1	1-10mm	0,01°	0.1-10mm	schlecht
Elektronenstrahlen	0,01-0,05 (1000- 50kV)	0,1 μ m	1°-5°	1nm-1 μ m	gut
Neutronenstrahlen	0,2 - 4 heiß - thermisch	1-10mm	1°-5°	1-10mm	schlecht

ständige) Polfiguren umgerechnet werden. Eine Polfigur ist nicht ausreichend zur Charakterisierung der Orientierungsdichtefunktion. Allerdings kann durch mehrere solcher Messungen für unterschiedliche Netzebenen auf mathematischem Wege (Polfigurinversion) die Orientierungsdichteverteilungsfunktion reproduziert werden. Hierzu stehen unterschiedliche Methoden zur Verfügung [28], die an dieser Stelle nicht weiter beschrieben werden sollen.

Bei der Messung der Texturen von gewalztem Flachmaterial ist dabei darauf zu achten, dass es einen Gradienten in der Textur in Dickenrichtung geben kann. Die Ursache hierfür ist der Werkzeugkontakt, der zu einer Überlagerung einer Scherkomponente in den Randbereichen des Bleches über die ideale Walzdeformation führt. Aus diesem Grunde ist es für die Simulation wichtig, einen verlässlichen Mittelwert der Textur zu bestimmen. Auf Grund der geringen Eindringtiefe der konventionell erzeugten Röntgenstrahlung ist es nicht möglich, das gesamte Blech auf einmal zu durchstrahlen. Mit einer solche Messung wäre nur die lokale Textur des Materials, z.B. die Oberflächen- oder Mittentextur, zu ermitteln. Zur Bestimmung eines realistischen Mittelwertes kann es daher notwendig sein, einen größeren Aufwand bei der Probenerstellung zu betreiben. Zu diesem Zweck wurde eine Sandwichprobe [26, 149] angefertigt. Bei einer solchen Probe werden mehrere Lagen des Bleches zu einem Paket zusammengefasst. Diese Kompositprobe wird durch die Präparation so aufbereitet, dass der gesamte Blechquerschnitt zur Messung zur Verfügung steht, womit eine mittlere Textur des gesamten Bleches gemessen werden kann. Auf Grund der Verkippung der Messebene gegenüber dem Probenkoordinatensystem müssen die so bestimmten Verteilungen zur weiteren Verwendung auf dieses zurückgerechnet werden.

Zur Senkung des Aufwandes der Messungen ist es sinnvoll, das einfachste mög-

liche Verfahren zu benutzen. Zu diesem Zweck sollen die Ergebnisse der Texturmessung mittels Synchrotron und Röntgenuntersuchung an der Oberfläche, der Mittelfläche sowie einer Sandwichprobe am Beispiel von DX53D+Z verglichen werden. Die gemessenen Texturen sind in den Abbildungen 6.4 - 6.7 zusammengestellt.

Die Messung mit dem Synchrotron (Abb. 6.4) resultiert in den schärfsten Komponenten aller Messverfahren. Sie zeigt eine Faser parallel zur γ -Faser mit einem Knoten bei $\varphi_1 = 30^\circ$, $\Phi = 55^\circ$, $\varphi_2 = 45^\circ$. Die α -Faser ist kaum besetzt.

Die Oberflächentextur (Abb. 6.5) und die Mittelflächentextur (Abb. 6.6) sind sehr ähnlich zueinander und zeigen eine zur γ -Faser verkippte Fasertextur als dominante Komponente. Innerhalb dieser Faser gibt es einen Knoten bei $\varphi_1 = 25^\circ$, $\Phi = 50^\circ$, $\varphi_2 = 50^\circ$. Sekundär ist eine Besetzung der α -Faser in einem großen Winkelbereich zu beobachten. In der Oberflächentextur sind die vorhandenen Komponenten stärker gestreut als die in der Mittelfläche.

Die Sandwichmessung (Abb. 6.7) weist ebenfalls eine dominante Faserstruktur im Bereich der γ -Faser auf. Der Verlauf der Faser ist deutlich geringer verkippt als in der Oberflächen- und Mittelflächentextur. Im Gegensatz zu den vorhergehenden Messungen liegen zwei getrennte Knoten im Bereich von $\varphi_1 = 10^\circ$, $\Phi = 50^\circ$, $\varphi_2 = 45^\circ$ und $\varphi_1 = 40^\circ$, $\Phi = 50^\circ$, $\varphi_2 = 45^\circ$ Grad vor. Die Besetzung der α -Faser ist auf den Bereich, der mit der γ -Faser identisch ist, beschränkt.

Die vorliegenden Messungen zeigen qualitativ sehr ähnliche Texturverteilungen, die durch eine Faserstruktur im Bereich der γ -Faser dominiert werden. Im Detail gibt es jedoch Abweichungen: Die Lage der Knoten auf dieser Faser sowie die Verkipfung gegenüber der φ_1 -Achse variieren. Bei der Sandwichmessung ist eine Aufteilung der Extrema in zwei Bereiche zu beobachten, die nicht anhand anderer Messungen verifiziert werden kann.

Anhand der vorliegenden Ergebnisse zeigt sich, dass für eine technische Messung der Kristallorientierungen eine röntgenographische Messung in einer Ebene ausreichend ist. Hierbei werden alle wesentlichen Strukturen erfasst, die auch in den Messungen der Vollproben auftreten. Letztere liefern statistisch bessere Aussagen, sind jedoch hinsichtlich Verfügbarkeit und Kosten für eine industrielle Anwendung auszuschließen. Bei den verwendeten Blechen mit einer Dicke von ca. 1 mm tritt offenbar kein nennenswerter Texturgradient in der Dickenrichtung auf. Aus diesem Grunde sind Messungen einer Blechebene zur Modellidentifikation hinreichend. Diese weisen im Vergleich zu den Messungen an der Sandwichprobe eine bessere Übereinstimmung mit den mechanischen Messwerten auf.

6.3 Anpassung an Realtexturen

Zur Anpassung an reale Texturen ist es notwendig, die Orientierungsdichteverteilungsfunktion durch eine Gruppe von Kristallen zu reproduzieren. Da die Anzahl der verwendeten Kristalle von entscheidender Bedeutung für die Rechenzeit ist, besteht das Ziel der Anpassung darin, mit einer möglichst kleinen Kristallgruppe die Materialeigenschaften hinreichend genau abzubilden. Zur Realisierung dieser Approxima-

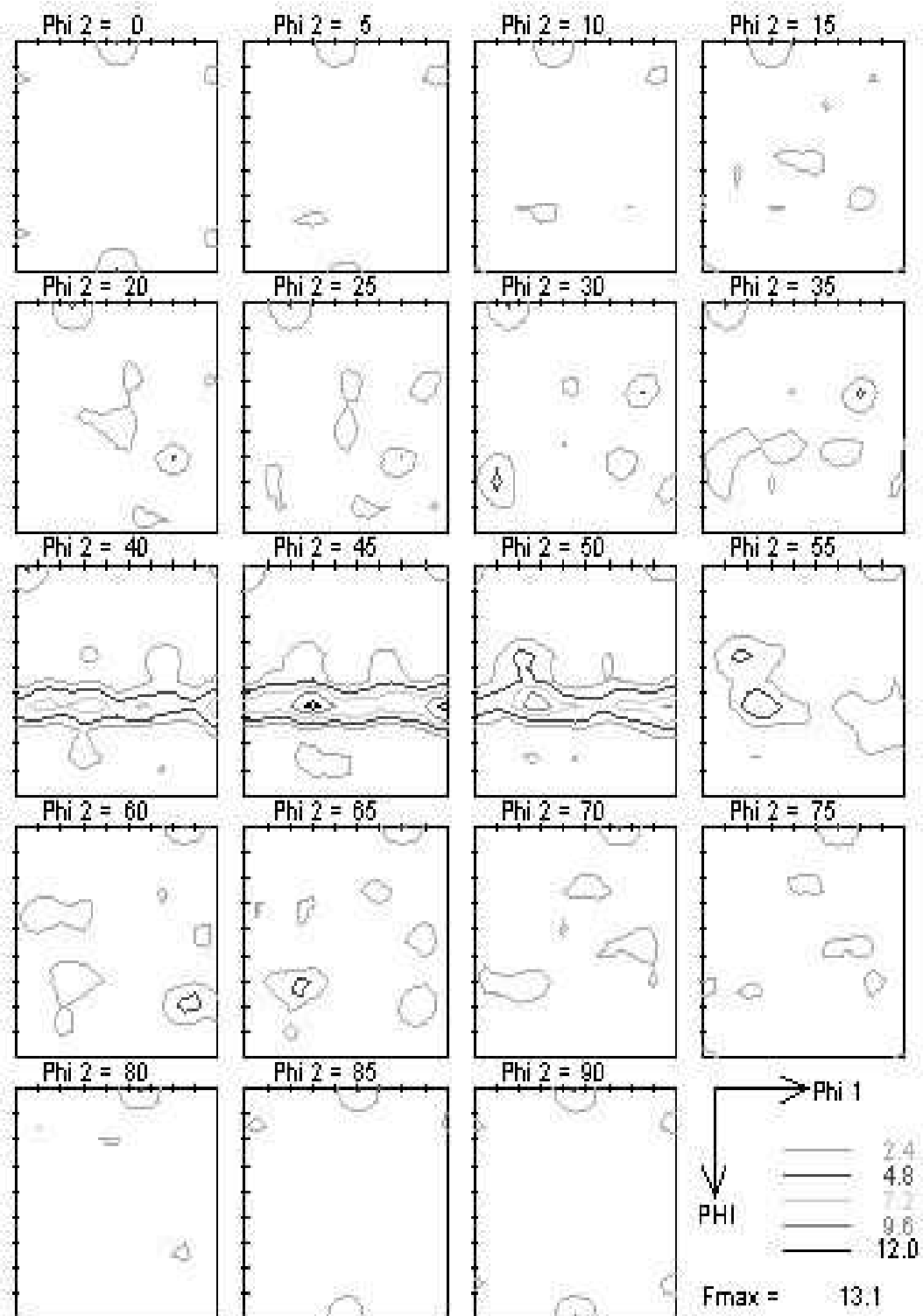


Abbildung 6.4: Texturmessergebnisse DX53D+Z - Synchrotron

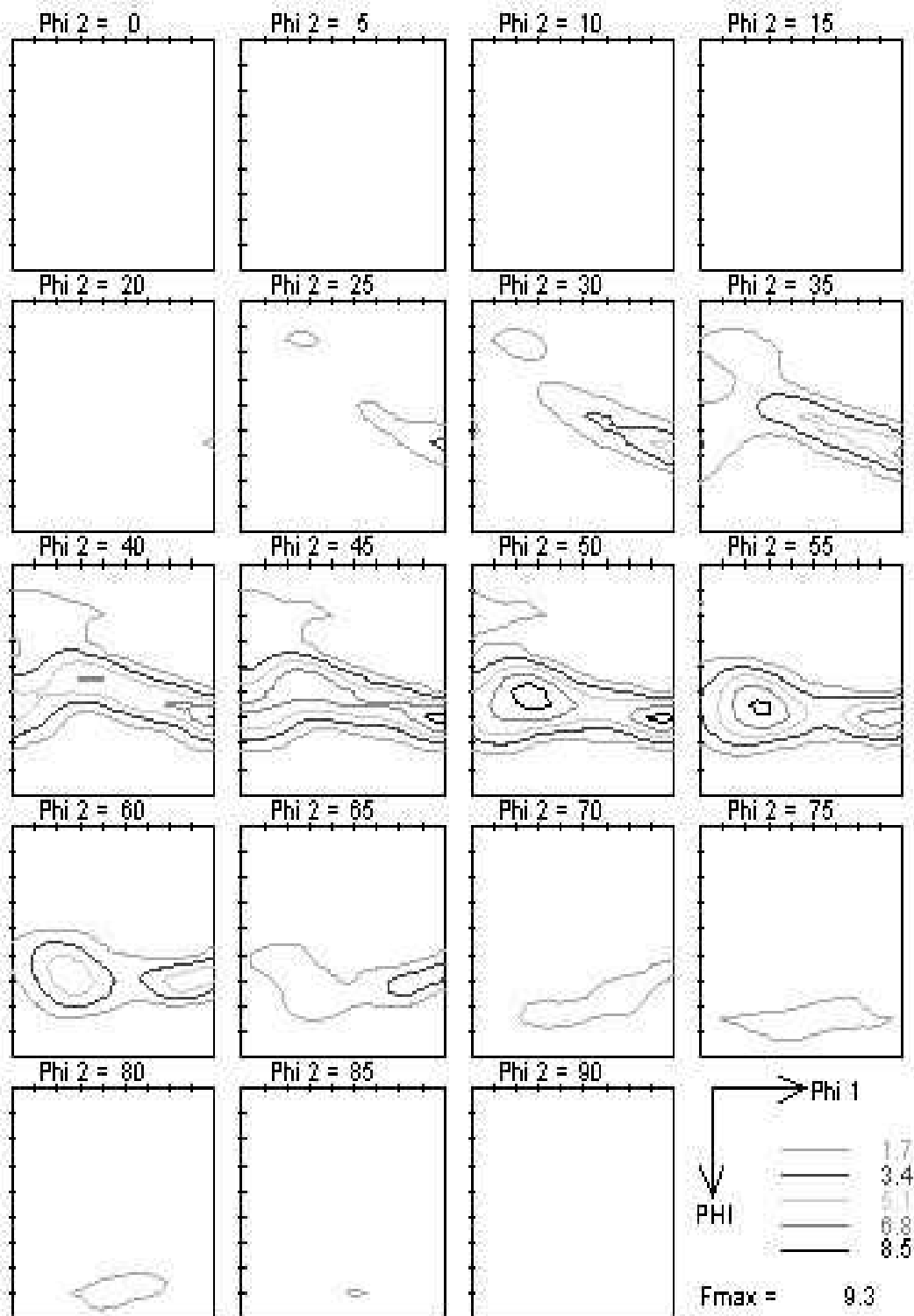


Abbildung 6.5: Texturmessergebnisse DX53D+Z - Oberflächentextur

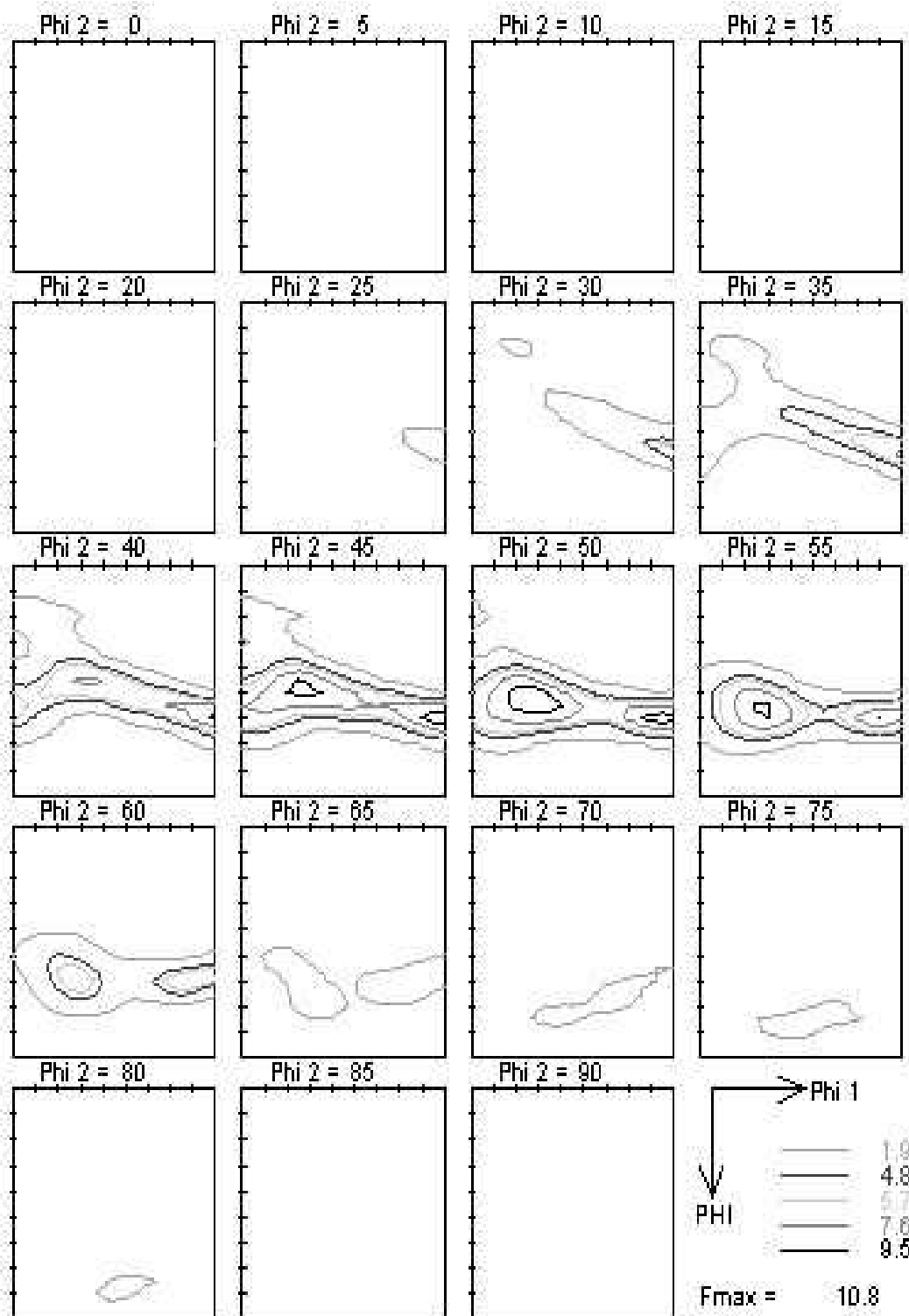


Abbildung 6.6: Texturmessergebnisse DX53D+Z - Mittelflächentextur

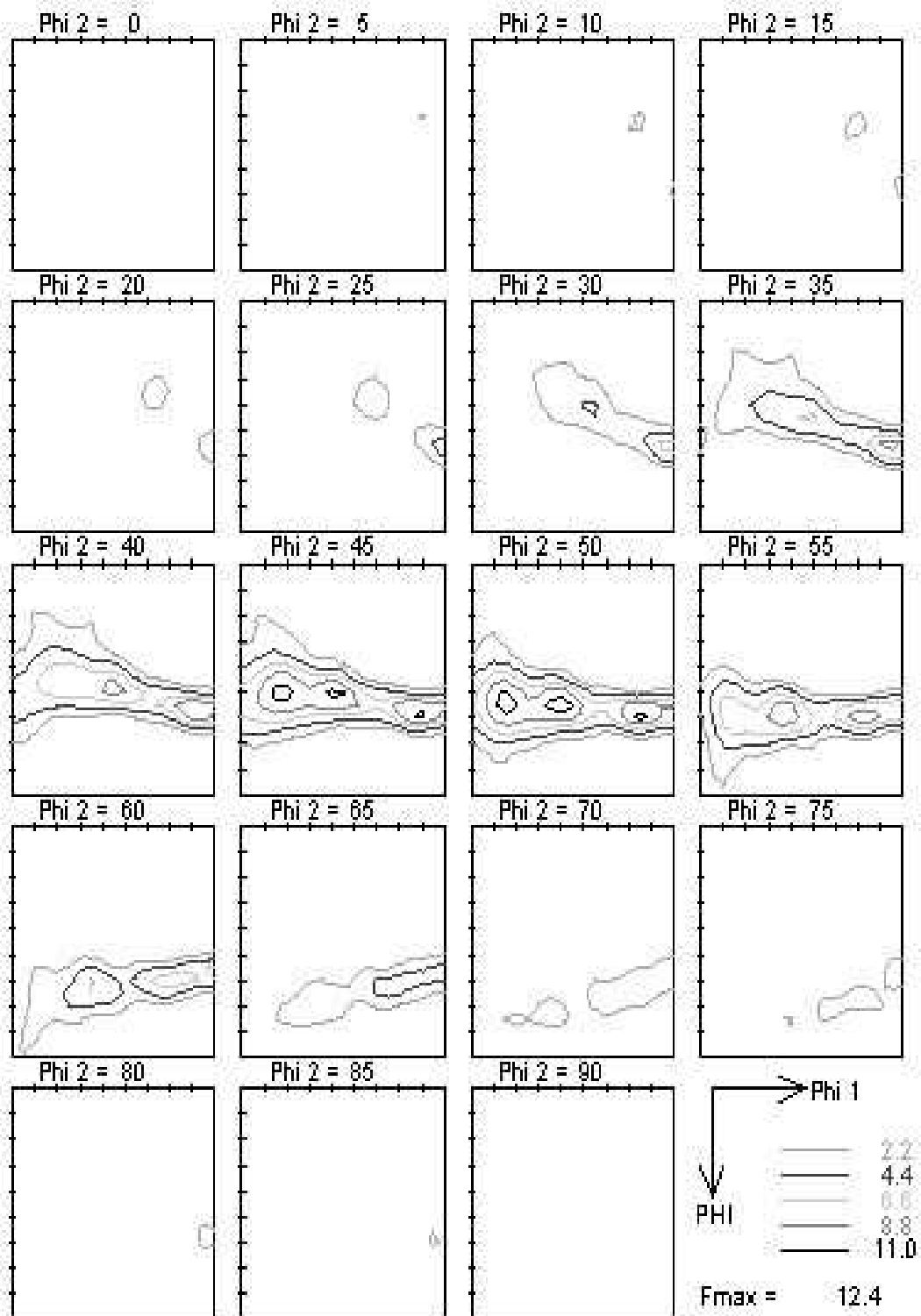


Abbildung 6.7: Texturmessergebnisse DX53D+Z - Sandwichprobe

tion sind unterschiedliche Herangehensweisen möglich, die im folgenden Abschnitt aufgezeigt und diskutiert werden sollen.

6.3.1 Statistisches Anpassungsverfahren

Eine Möglichkeit der Anpassung besteht in einem Vorschlag nach Van Houtte und Tóth [137]. Hierbei wird eine Unterteilung des Orientierungsraumes in N Boxen durchgeführt. Die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Kristall innerhalb einer solchen Box befindet, wird durch die Integration der ODF innerhalb der Box berechnet. Aus diesen Einzelwahrscheinlichkeiten I_i wird eine kumulative Wahrscheinlichkeitsfunktion $F(j)$ gebildet.

$$I_i = \int_{Box_i} f(\mathbf{Q}) dQ \quad (6.2)$$

$$F(j) = \sum_{i=0}^{INT(j)} I_i \quad (6.3)$$

$$(6.4)$$

Die Auswahl der Kristalle für die Simulation geschieht dann über die Umkehrfunktion der kumulativen Wahrscheinlichkeitsfunktion. Hierzu wird eine gleichverteilte Wahrscheinlichkeitsgröße auf dem Intervall von null bis eins erzeugt. Die dieser Wahrscheinlichkeit entsprechende Mittenorientierung wird dann für die Berechnung herangezogen.

Der Vorteil dieses Vorgehens besteht darin, dass für eine große Anzahl an Kristallen die ODF (mit Ausnahme der Rasterung) asymptotisch genähert wird. Hierin besteht allerdings auch ein gravierender Nachteil. Da die Auswahl der Kristalle über einen zufallsgesteuerten Prozess abläuft, sind zur Erzeugung stabiler Lösungen sehr viele Kristalle (> 400) notwendig.

6.3.2 Verfahren mit Winkelkriterium

Ein alternatives Verfahren wird in derselben Veröffentlichung von Van Houtte und Tóth [137] angeführt. Bei diesem Verfahren wird zunächst die maximale Intensität bestimmt. Die Bestimmung der zu dieser Komponente gehörenden Volumenfraktion wird anhand eines Mindestabstandes definiert. Alle Punkte der ODF, die innerhalb dieses Abstandes liegen, werden dieser Komponente zugeschlagen. Abschließend wird die Komponente aus der ODF entfernt und das nächste Maximum für die Fortsetzung des Vorgehens ausgewählt. Im Gegensatz zum erstgenannten Verfahren eignet sich diese Methode besser für Regionen mit einer hohen Intensität.

6.3.3 Anpassung von Komponenten

Ein Vorschlag zur Reduktion der Freiheitsgrade bei der Berechnung von Texturen besteht in der Verwendung von Komponenten zur Charakterisierung. Eine Kompo-

nente ist durch die Wahl des Typs der Ansatzfunktion, die Hauptorientierung und die Streuparameter gekennzeichnet. Die Textur wird durch eine konvexe Kombination der so beschriebenen Ansatzfunktionen approximiert (siehe Gl. (2.65)).

Das von Helming [64] vorgeschlagene Verfahren besteht darin, einzelne Komponenten direkt in den Polfiguren anzupassen. Hierzu werden die Maxima der Verteilung identifiziert. Dabei wird die Definition der Polfigur als Abbildung einer Netzebenenormale \mathbf{d}_i ausgenutzt.

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{d}_i \quad (6.5)$$

Um die Orientierung \mathbf{Q} eindeutig zu identifizieren ist jedoch eine Polfigur nicht ausreichend, da die Drehung um die Netzebenenormale hierüber nicht bestimmt werden kann. Erst mit der Hinzunahme einer weiteren Netzebenenormale kann auch dieser Parameter bestimmt werden. Bei realen Messungen ist eine dritte Normale zur Identifikation notwendig, um das Vorzeichen der Normale sicher zu bestimmen [64].

Im zweiten Arbeitsschritt wird die Streuung der Komponente angepasst, die bei isoliert auftretenden Maxima ebenfalls gut in den Polfiguren abschätzbar ist. Mit diesen Startwerten kann dann eine Optimierungsroutine für ein nichtlineares Optimierungsproblem gestartet werden.

Dieses Vorgehen eignet sich speziell für stark texturierte Materialien, die auf diesem Wege durch wenige Parameter gut gekennzeichnet werden können. Die Texturen können bei Verwendung eines Komponentenmodells für das Material direkt in der Berechnung verwendet werden. Ein weiterer Vorzug besteht darin, dass direkt in den gemessenen Polfiguren die Auswertung durchgeführt werden kann.

Das Vorgehen zur Bestimmung der Maxima ist interaktiv graphisch durchzuführen. Dies hat den Nachteil, dass die Güte der Ergebnisse vom jeweiligen Benutzer abhängig ist. Im Falle eines konventionellen Kristallmodells mit diskreten Orientierungen ist es zusätzlich zur Näherung der ODF durch die Komponenten notwendig, die Einzelkomponenten durch eine kleine Gruppe von Kristallen zu approximieren. Hierzu reichen bei Streuungen von 10° - 20° nicht mehr einzelne Kristalle aus, sondern eine Gruppe von mindestens sieben Kristallen ist pro Komponente innerhalb des Elementarbereiches notwendig. Somit steigt die Zahl der verwendeten Kristalle sehr stark mit der Komponentenzahl an. Durch die Koppelung der Kristalle an die Komponenten ist eine optimale Nutzung der Kristallzahl zur Wiedergabe der Textureigenschaften mit möglichst wenigen Kristallen nicht mehr gegeben.

Von Cho, Rollet und Oh [31] wird ein Vorgehen angewandt, welches die Anpassung mit einem Winkelkriterium mit dem Konzept der Komponenten verbindet. In dieser Methode werden die zugrunde liegenden Komponenten durch Mises-Fischer-Verteilungen mit einheitlicher Halbwertsbreite ($12,5^\circ$) abgebildet. Die Position der Komponenten ist a priori in typischen Lagen für kubische Kristalle definiert, so dass ausschließlich die Volumenfraktionen angepasst werden. Dies geschieht dadurch, dass alle Intensitäten innerhalb eines vordefinierten Winkels aufsummiert und der entsprechenden Komponente zugeschlagen werden. Da in diesem Falle die Komponenten einzeln nacheinander abgearbeitet werden, kommt es bei größeren Winkeln

zwangsläufig zu Überlappungen und Doppelwertungen einzelner Bereiche.

Eine spezielle Anwendung der Anpassung von Komponenten wird von Dellany [37] für gewalzte Stähle entwickelt. Hierbei werden vordefinierte Faserstrukturen an die gemessenen Texturen angepasst. Die Parameter variieren die Intensität und Streubreite an vorgegebenen Stützpunkten sowie Abweichungen der Position der Stützstellen von den Ideallagen. Zwischen den Stützstellen werden die Intensitäten und Streubreiten linear interpoliert. Dieses Vorgehen ist gut für Modelle mit entsprechenden Faseransätzen geeignet, da die Anzahl der Parameter mit 25 sehr gering gehalten ist. Für eine Anwendung mit einem klassischen Kristallmodell ist die sekundäre Approximation problematisch, da die Variation der Faserstrukturen nur schlecht mit einzelnen Kristallen abgebildet werden kann.

6.3.4 Gitterabtastung mit Komponenten

Eine alternative Idee besteht darin, einen fest vorgegebenen Satz von Komponenten, die den Eulerraum gitterförmig abdecken, zu verwenden und die Anpassung durch eine entsprechende Gewichtung dieser vorzunehmen [19]. Diese Methode bietet den Vorteil, dass eine Anwendung auf beliebige Texturen einer Kristallklasse möglich ist. Die Auswahl der angewendeten Komponenten geschieht durch einen Optimierungsalgorithmus, der für eine gegebene Stützstellenzahl die optimale Approximation der Textur mit den vorhandenen Komponenten bestimmt.

Im ersten Schritt wird eine Gütefunktion für die Approximation benötigt. Der Fehler wird durch den quadratischen Abstand zwischen der gemessenen ODF $f(\mathbf{Q})$ und der approximierten ODF $f_{anp}(\mathbf{Q})$ definiert. Die Integration über den Orientierungsraum liefert das entsprechende Fehlermaß F

$$F = \int_{SO(3)} [f(\mathbf{Q}) - f_{anp}(\mathbf{Q})]^2 dQ \rightarrow Min \quad (6.6)$$

$$f_{anp}(\mathbf{Q}) = \sum_{i=1}^N \nu_i f(\mathbf{Q}_i, \mathbf{Q}) = \sum_{i=1}^N \nu_i f_i(\mathbf{Q}) \quad (6.7)$$

Hierbei entsprechen f_{anp} der angepassten Funktion, die sich aus f_i einzelnen Komponenten mit den Gewichtungen ν_i zusammensetzt. Diese unterscheiden sich ausschließlich in der Orientierung \mathbf{Q} , während die Streuung konstant gehalten wird.

Durch Ableitung der Zielfunktion F nach den variablen Gewichtungen erhält man ein lineares Gleichungssystem in den GewichtungsvARIABLEN. Zur Optimierung

werden noch die Nebenbedingungen für physikalisch relevante Volumenfraktionen hinzugezogen

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{G}\mathbf{v} = \mathbf{h} \\
 \text{mit} \quad & h_i = \int_{SO(3)} f(\mathbf{Q}) f_i(\mathbf{Q}) dQ \\
 & G_{ij} = \int_{SO(3)} f_i(\mathbf{Q}) f_j(\mathbf{Q}) dQ \quad (6.8) \\
 \text{Nebenbedingungen :} \quad & \sum_{i=1}^N v_i \leq 1 \\
 & v_i \geq 0 \quad \forall i \in [1, N]
 \end{aligned}$$

Durch die Parametrisierung des $SO(3)$ mit den Eulerwinkeln $(\varphi_1, \Phi, \varphi_2)$ ergibt sich eine natürliche Periodizität des Raumes von 2π in allen drei Winkeln. Hierbei tritt in Φ eine Symmetrie auf, die zu einer Einschränkung des unabhängigen Bereiches führt, so dass die Grenzen in diesem Argument auf $0 \leq \Phi \leq \pi$ eingeschränkt werden können [28]. Weitere Einschränkungen ergeben sich auf Grund der vorliegenden Kristall- und Probensymmetrien. Die hier betrachteten Kristalle weisen eine kubische Symmetrie auf. Diese Symmetriegruppe umfasst 24 Drehungen, somit kann der asymmetrische Unterraum auf einen entsprechenden Bruchteil reduziert werden. Auf Grund der dreifachen Symmetrieachse in der kubischen Gruppe kommt es hierbei zu nichtlinearen Bereichsgrenzen im Eulerraum. In Abbildung 6.8 sind drei dieser prismatischen Bereiche dargestellt [57].

Eine weitere Reduktion ist auf Grund der Probensymmetrie möglich [57]. Gewalzte Bleche weisen eine orthorhombische Symmetrie auf. Somit kann der unabhängige Bereich auf ein Viertel in der φ_1 -Richtung reduziert werden.

Für die Abrasterung ist der Bereich 1 aus Abbildung 6.8 am besten geeignet, da sich im Bereich 3 die singuläre Ebene bei $\Phi = 0$ befindet und sich der Bereich 2 aus zwei Teilbereichen, die nur in einem Punkt verbunden sind, zusammensetzt. Somit ergeben sich als Bereichsgrenzen

$$\begin{aligned}
 & \left\{ 0 \leq \varphi_1 \leq \frac{\pi}{2}; \Phi_{min} \leq \Phi \leq \frac{\pi}{2}; 0 \leq \varphi_2 \leq \frac{\pi}{2} \right\} \\
 \text{mit} \quad \Phi_{min} = & \arccos \min \left(\frac{\cos \varphi_2}{\sqrt{1 + \cos^2 \varphi_2}}; \frac{\sin \varphi_2}{\sqrt{1 + \sin^2 \varphi_2}} \right) \quad (6.9)
 \end{aligned}$$

Eine weitere Einschränkung des effektiven Suchraumes wird durch die Verwendung eines Schwellwertes erreicht. Hierbei wird der Funktionswert der ODF am Gitterpunkt berechnet. Liegt dieser unterhalb des Schwellwertes, so wird dieser Punkt von der weiteren Auswertung ausgeschlossen.

Nach Aufstellung der Matrizen für das quadratische Optimierungsproblem (QP) mit M Ansatzfunktionen mit linearen Ungleichungsnebenbedingungen wird eine Lösung unter Vorgabe einer Stützstellenzahl M_0 mit dem Programm CPLEX am Institut für Mathematische Optimierung der Universität Magdeburg berechnet. Somit erhält man ein gemischt-ganzzahliges quadratisches Optimierungsproblem (MIQP) [19]

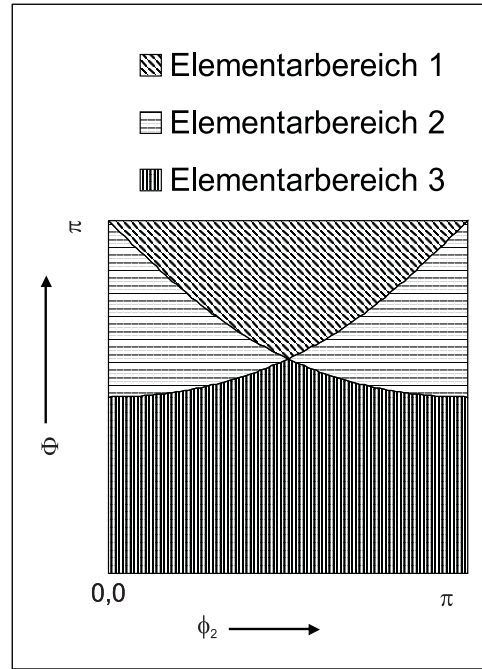


Abbildung 6.8: Elementargebiet im φ_1 -Schnitt für kubische Kristallsymmetrie [57]

$$\begin{aligned}
 \min \quad & -2 \sum_{i=1}^M v_i h_i + \sum_{i,j=1}^M v_i v_j G_{ij} \\
 \text{Nebenbedingungen :} \quad & w_i \geq v_i \\
 & \sum_{i=1}^M v_i = 1 \\
 & \sum_{i=1}^M w_i \leq M_0 \\
 & v_i \geq 0 \quad \forall i \in M \\
 & w_i \in \{0; 1\} \quad \forall i \in M
 \end{aligned} \tag{6.10}$$

Eine Variation dieses Anpassungsverfahrens besteht darin, die Zuweisung von Gitterpunkten zu unterbinden, deren sphärischer Abstand ω kleiner als ein Mindestabstand ω_0 ist. Dies verhindert eine Clusterbildung in einzelnen Bereichen hoher Intensitäten und beschleunigt die Erfassung sekundärer Texturkomponenten auch bei geringen Anzahlen von Ansatzfunktionen. Hierzu wird eine zusätzliche Bedingung für die Variable w_i eingeführt, die über die Beteiligung der Ansatzfunktion i an der Approximation entscheidet

$$w_i + w_j \leq 1 \quad \text{falls} \quad \omega(\mathbf{Q}_i, \mathbf{Q}_j) \leq \omega_{min} \tag{6.11}$$

$$\omega(\mathbf{Q}_i, \mathbf{Q}_j) = \arccos \left(\frac{1}{2} (\text{tr} \mathbf{Q}_i^{-1} \mathbf{Q}_j - 1) \right) \tag{6.12}$$

wobei \mathbf{Q}_i die zum Maximum der Komponente i gehörende Drehmatrix ist.

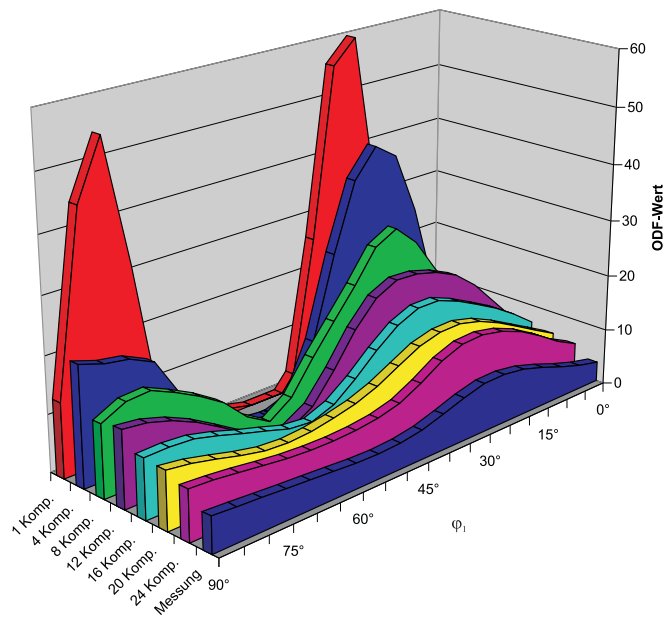
Dieses Vorgehen bietet gegenüber den vorher beschriebenen Varianten den Vorteil, dass Komponenten mit einer geringen Halbwertsbreite (6°) angepasst werden können. Dieses Verfahren ist für beliebige Texturen und Kristallklassen einsetzbar, wobei gegebenenfalls der Integrations- und Abtastbereich anzupassen sind. Durch die Verwendung einer einheitlichen Streubreite wird die Überführung in diskrete Kristalle erleichtert. Die Anzahl der notwendigen Kristalle kann durch eine bessere Ausnutzung des Anpassungsvorganges geringer als bei der Anpassungsmethode nach Helming gehalten werden. Ein weiterer Vorteil besteht in der Verwendung eines festen Testgitters. Auf diese Weise wird nach Auswahl der geplanten Komponenten- oder Kristallzahl ein robuster Auswahlalgorithmus gestartet, der nutzerunabhängige Ergebnisse liefert.

6.3.5 Ergebnisse der Texturanpassung

Die Texturanpassung wurde mit der Methode der Gitterabtastung mit Komponenten an allen untersuchten Werkstoffen durchgeführt. Für alle Werkstoffe wurde eine Anpassung mit einem Raster von (5°) im Eulerraum durchgeführt, wobei eine Ballung von Komponenten mit Hilfe des Mindestabstandes verhindert wurde. Dieser wurde so gewählt, dass die Auswahl von zwei direkt benachbarten Stützstellen nicht möglich ist. Zur Reduzierung des Rechenaufwandes wurden für die Optimierung nur Ansatzfunktionen verwendet, deren Hauptorientierung mindestens eine Intensität von 20% der Maximalintensität der gemessenen ODF besitzt.

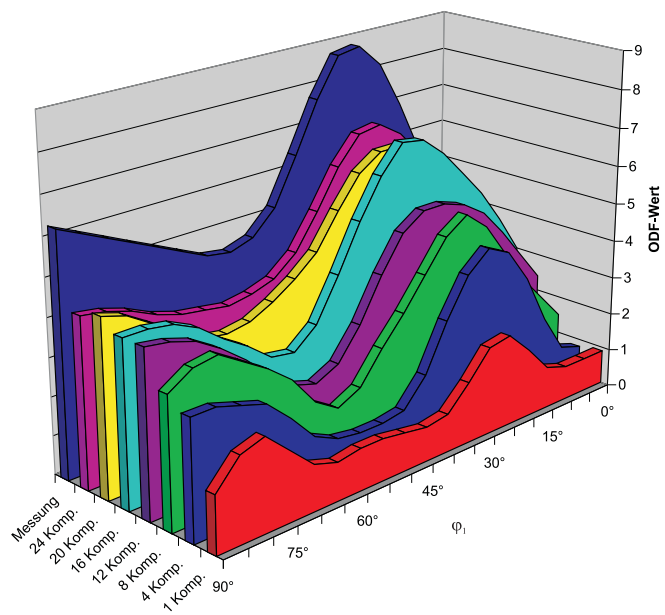
DX53D+Z

Das Material ist gekennzeichnet durch eine ausgeprägte Faser in der Nähe der γ -Faser, die in Euler-Winkeln durch ($0^\circ \leq \varphi_1 < 90^\circ; \Phi = 54,7^\circ, \varphi_2 = 45^\circ$) gegeben ist. Die Approximation der Textur bei unterschiedlichen Komponentenzahlen ist in Abbildung 6.9(a) anhand eines Schnittes durch Eulerraum bei ($0^\circ \leq \varphi_1 < 90^\circ, \varphi_1 = 55^\circ; \Phi = 55^\circ, \varphi_2 = 55^\circ$) dargestellt. Gut erkennbar ist, dass die ersten Komponenten im Bereich der absoluten Maximalwerte platziert werden. Mit zunehmender Komponentenzahl verbessert sich die Anpassung. Werden nur die Ansatzfunktionen für die anisotropen Komponenten verwendet, so ergibt sich eine deutliche Überschätzung der Schärfe der Textur. Durch Hinzunahme des mitbestimmten isotropen Anteils (Abb. 6.9(b)) verbessert sich die Anpassung deutlich. Die bestimmten Maximalintensitäten liegen hiermit in der richtigen Größenordnung, unterschätzen jedoch systematisch die absoluten Maxima der gemessenen Textur.



[t]

(a) Nur Komponenten



(b) Komponenten + Isotroper Anteil

Abbildung 6.9: Texturanpassung von DX53D+Z - ODF-Schnitte bei $\Phi = 55^\circ$, $\varphi_2 = 55^\circ$

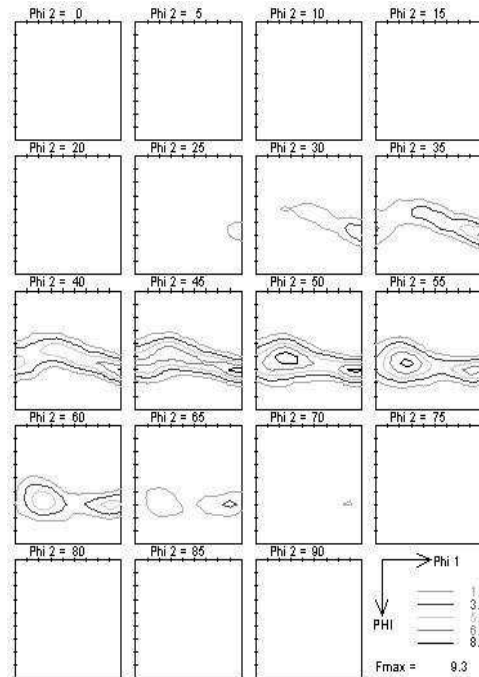


Abbildung 6.10: Texturanpassung DX53D+Z mit 24 Komponenten und isotropem Volumenanteil

In Abbildung 6.10 ist die Texturapproximation mit 24 Komponenten und isotropem Volumenanteil dargestellt. Weitere Anpassungsergebnisse sind im Anhang dokumentiert.

Der Approximationsprozess lässt sich anhand der Entwicklung der Fehlerabschätzung gut verfolgen. Diese ist in Abbildung 6.11 dargestellt. Die untere Schranke ergibt sich anhand der Optimierungsrechnung ohne eine Limitation der zulässigen Anzahl an Ansatzfunktionen. Die dargestellte untere Schranke für das MIQP-Verfahren lässt sich wie folgt abschätzen: Während der Lösung des gemischt-ganzzahligen quadratischen Optimierungsproblems wird nach Auswahl der vorgegebenen Anzahl von Funktionen auf der verbleibenden Untermenge eine quadratische Optimierung durchgeführt. Der schlechteste Zielfunktionswert, der hierbei berechnet wird, stellt eine sichere untere Schranke für das MIQP-Verfahren dar [19]. Die durchgezogene Linie charakterisiert den Zielfunktionswert gemäß Gleichung (6.10) der besten Lösung bei Abbruch der Rechnung.

H180B

Die gemessene Textur von H180B weist eine dominante γ -Faser auf. Die Approximation mit unterschiedlichen Anzahlen von Komponenten ist in Abbildung 6.12 für einen Schnitt entlang der γ -Faser sowohl mit als auch ohne isotropen Anteil dargestellt. Die Approximation ohne isotropen Anteil führt wiederum zur Überschätzung der Texturschärfe. Durch die Einbeziehung der isotropen Komponente wird die Ap-

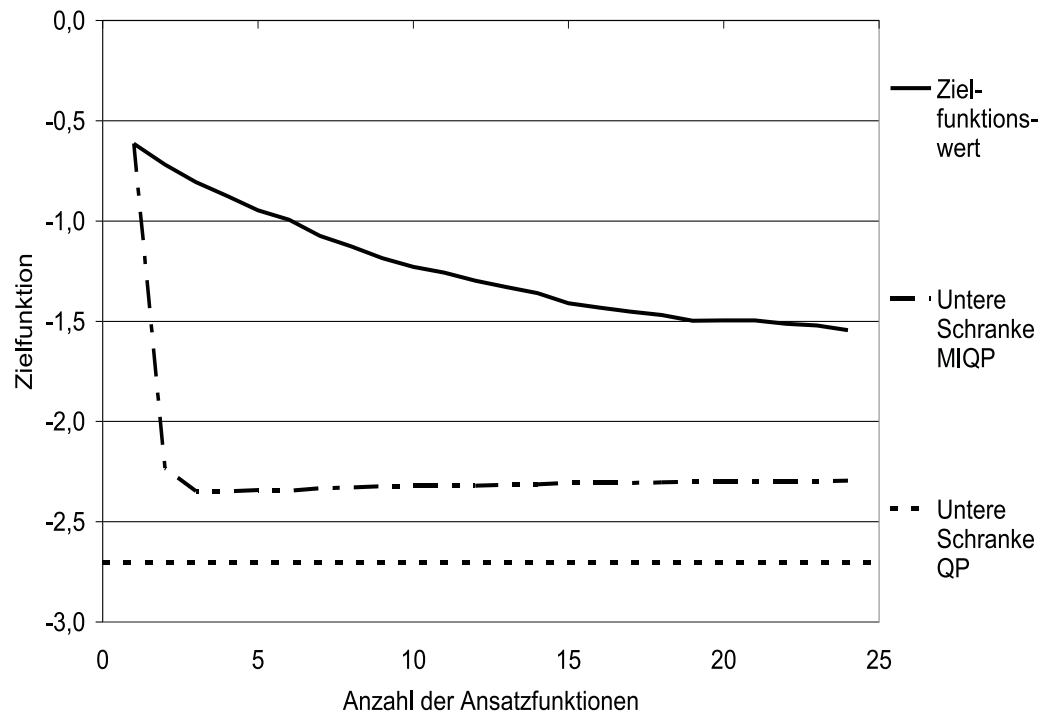
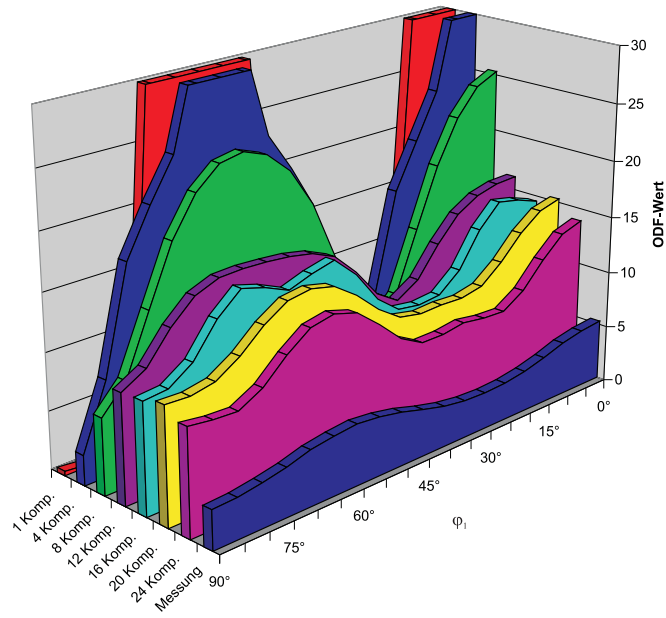
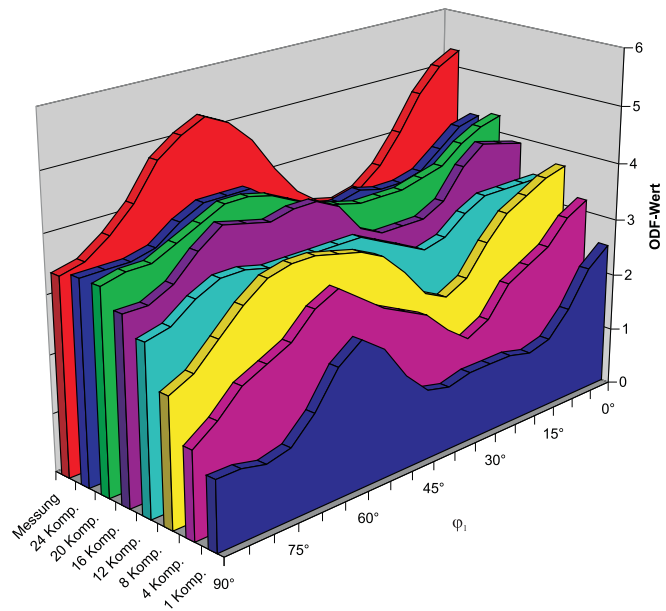


Abbildung 6.11: Fehlerentwicklung bei der Texturanpassung von DX53D+Z

proximation auf den Bereich der Messwerte gebracht. Die Näherung der Messwerte mit 24 Komponenten ist in Abbildung 6.13 dargestellt.



(a) Nur Komponenten



(b) Komponenten + Isotroper Anteil

Abbildung 6.12: Texturanpassung von H180B - ODF-Schnitte bei $\Phi = 55^\circ$, $\varphi_2 = 45^\circ$

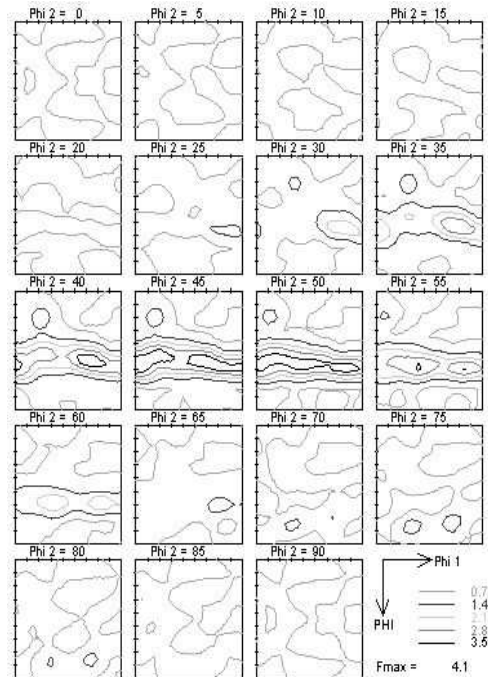


Abbildung 6.13: Texturanpassung H180B mit 24 Komponenten und isotropem Volumenanteil

H340LAD

Die im Werkstoff H340LAD gemessene Textur weist eine Textur auf, bei der neben der α -Faser auch der Bereich der γ -Faser stark belegt ist. Die Ergebnisse der Approximation sind in Abbildung 6.15(a) dargestellt. Man erkennt gut, dass zunächst die dominanten Komponenten im Bereich der α -Faser reproduziert werden. Sekundär werden auch die Komponenten im Bereich der γ -Faser wiedergegeben. In Abbildung 6.16 ist das Ergebnis der Anpassung mit 24 Komponenten und isotropem Hintergrund dargestellt.

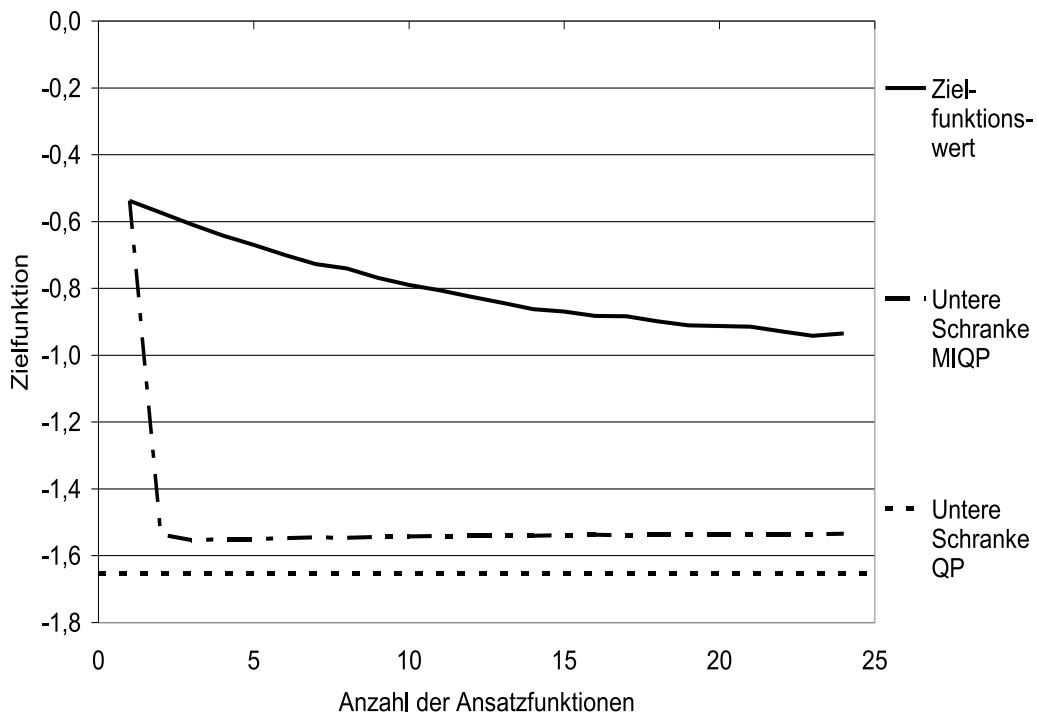
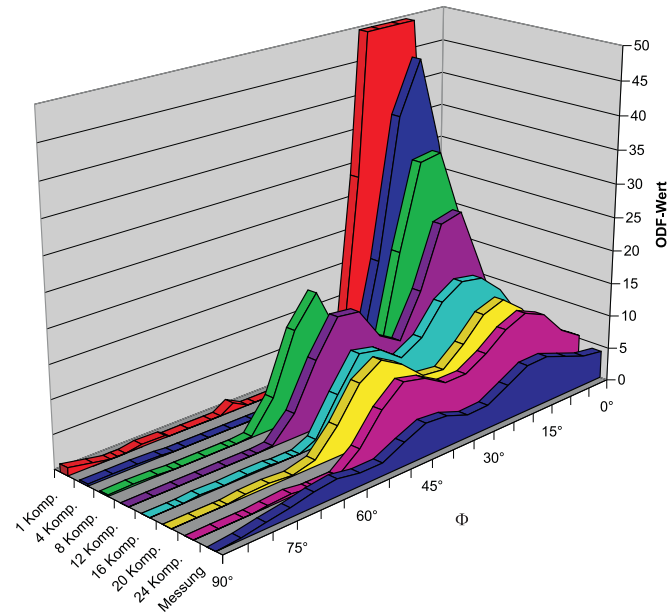
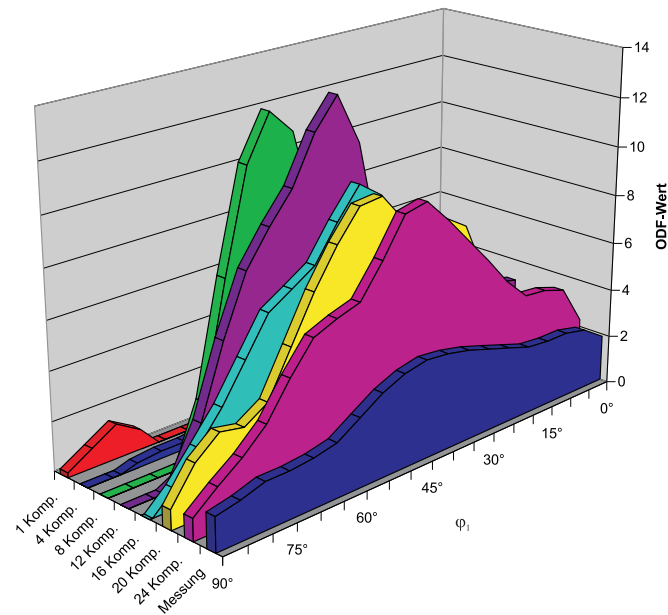


Abbildung 6.14: Fehlerentwicklung bei der Texturanpassung von H180B



(a) Nur Komponenten



(b) Komponenten + Isotroper Anteil

Abbildung 6.15: Texturanpassung von H340LAD - ODF-Schnitte bei $\Phi = 55^\circ, \varphi_2 = 45^\circ$

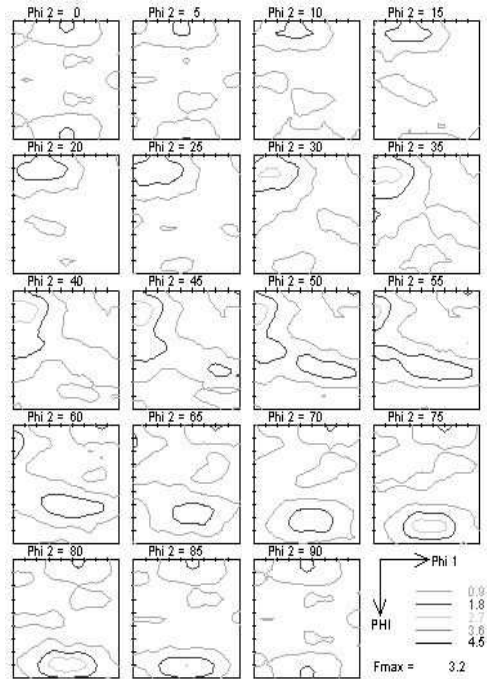


Abbildung 6.16: Texturanpassung H340LAD mit 24 Komponenten und isotropem Volumenanteil

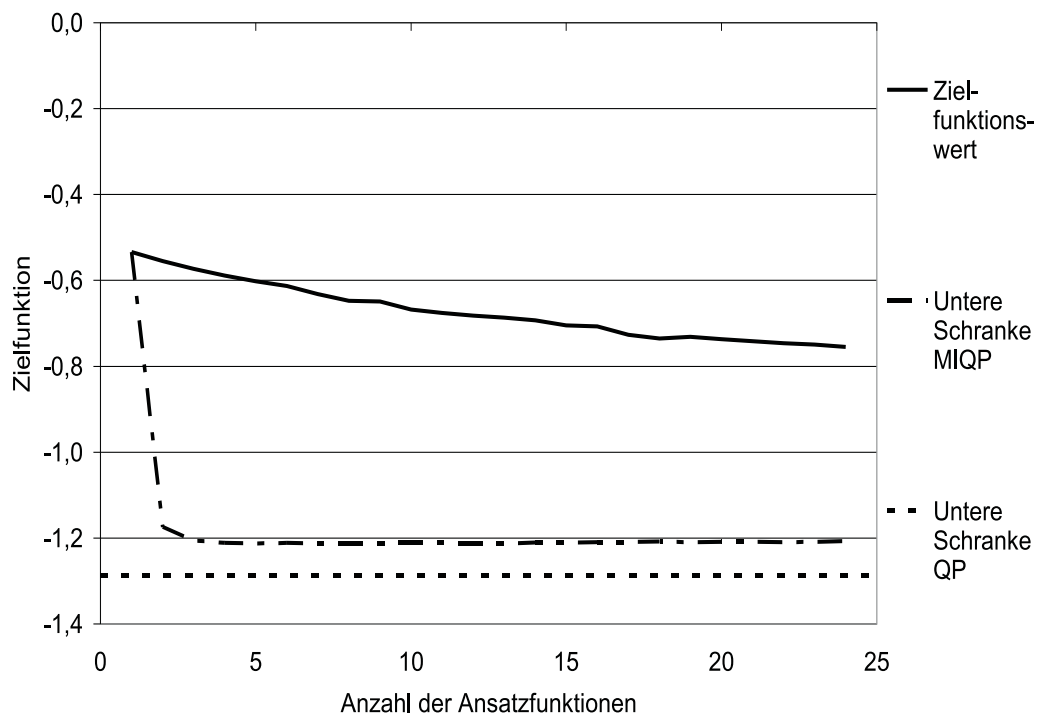


Abbildung 6.17: Fehlerentwicklung bei der Texturanpassung von H340LAD

Diskussion der Texturanpassung

Die Texturanpassung mit der Methode der Gitterabtastung mit Komponenten ermöglicht eine gute Anpassung der gemessenen Texturen. Die Anzahl der für die Approximation benötigten Komponenten ist abhängig von der Schärfe der Textur und von der Anzahl der dominanten Fasern. Dieser Effekt ist anhand der Entwicklung der Zielfunktionswerte der Optimierung zu beobachten. Texturen mit einer geringeren Intensität und höheren Komplexität weisen in diesen Darstellungen eine geringere Abnahme des Funktionswertes der besten erzielten Anpassung als Texturen mit einer größeren Schärfe auf.

Die Anpassung mit einem Mindestabstand zwischen den Komponenten führt zu einer stärkeren Verteilung der ausgewählten Orientierungen im Eulerraum. Dies hat zur Folge, dass Faserstrukturen und sekundäre Texturmerkmale bereits bei geringeren Komponentenzahlen in die Approximation aufgenommen werden. Gleichzeitig ist eine sukzessive Unterschätzung der Maximalintensitäten mit dieser Methode festzustellen. Die Ursache hierfür liegt in der Näherung des Hintergrundes durch die isotrope Komponente, welche nahezu gleiche Gewichte bei beiden Methoden aufweist. Der größere Abstand der ausgewählten Ansatzfunktionen zueinander führt dann zur Senkung der Maximalintensitäten.

6.4 Bestimmung der Materialkennwerte in Zugversuchen

Zugversuche sind als einfache standardisierte Versuche gut geeignet, um Daten für die Identifikation von Materialien bereitzustellen. Neben dem Spannungs-Dehnungs-Diagramm werden auf diesem Wege die Kennwerte für die makroskopische Anisotropie bestimmt. Des Weiteren eignen sich diese Versuche gut zur Verifikation des Materialmodells. Der Vorzug dieser Versuche besteht darin, dass die Probenform einfach ist und es keine Werkzeugkontakte im Verformungsbereich gibt.

Zur Bestimmung der Materialkennwerte werden Zugversuche mit standardisierten Flachzugproben nach DIN-EN 10002-1 [154] durchgeführt. Bei den verwendeten Proben handelt es sich um die Probenform 2 gemäß Anhang B für Flacherzeugnisse mit einer Dicke zwischen 0,1 mm und 3 mm. Die Messungen wurden durch die Thyssen-Krupp-Stahl AG ausgeführt.

Zur Bestimmung des E -Moduls und der Fließgrenze in drei Richtungen (0° , 45° und 90° zur Walzrichtung) werden jeweils 3 Proben untersucht. Die Probenentnahme erfolgte aus dem Kernbereich der gewalzten Platinen. Die Versuche wurden gemäß der Prüfrichtlinie [155] mit einer Spannungszunahmegeschwindigkeit von 20MPa/s durchgeführt.

Die Fließkurve und die r -Werte der Materialien wurden ebenfalls im Zugversuch mit Standardflachzugproben der Form 2 [154] ermittelt. Entsprechend der Prüfrichtlinie [155] wurden die Versuche bei konstanter Dehnungsgeschwindigkeit von 0,4 %/s bezogen auf die Ausgangsmesslänge l_0 durchgeführt. Die Bestimmung der r -Werte

geschieht entsprechend der Definition im Stahl-Eisen-Prüfblatt 1126 [156]:

$$r = \frac{\varphi_b}{\varphi_d} \quad (6.13)$$

$$r = \frac{\ln \frac{b}{b_0}}{\ln \frac{d}{d_0}} \quad (6.14)$$

wobei b und d die aktuelle Probenbreite und Probendicke und die mit Null indizierten Größen die jeweiligen Ausgangsparameter sind. Auf Grund des hohen relativen Messfehlers in Dickenrichtung wird der Umformgrad in dieser Richtung unter Annahme der Volumenkonstanz aus der Längen- und Breitenänderung berechnet:

$$r = \frac{\ln \frac{b}{b_0}}{\ln \frac{b_0 l_0}{b l}} \quad (6.15)$$

Die Ergebnisse für die untersuchten Materialien sind in Tabelle 6.5 zusammengestellt.

Tabelle 6.5: Bestimmung der mechanischen Kennwerte

Material	Winkel zur Walzrichtung	E -Modul in GPa	$R_{p0,2}(*R_{eH})$ in MPa	r -Wert
DX53D+Z	0°	179	159	2,02
DX53D+Z	45°	196	166	1,54
DX53D+Z	90°	190	164	2,39
H180B	0°	205	209*	2,05
H180B	45°	212	222*	1,28
H180B	90°	199	216*	1,73
H340LAD	0°	201	381*	0,78
H340LAD	45°	203	379	1,07
H340LAD	90°	210	401	1,10

6.5 Anpassung der elastischen und plastischen Parameter

Mit der Anpassung der Textur und des Gewichtes des isotropen Volumenanteils ist nur ein Teil der inneren Variablen des kristallplastischen Modells fixiert. Ein weiterer Satz an Materialparametern sind die elastischen Konstanten und die Parameter für die Verfestigung bei plastischer Deformation. Diese müssen bei gewählter Ausgangstextur für das Material festgelegt werden. Die Wirkung der Parameter

auf das Verhalten des Polykristalls ist trotz der vereinfachenden Taylor-Annahme sehr komplex. Aus diesem Grunde ist es notwendig, die Modellidentifikation durch Optimierungsrechnungen mit den Modellparametern zu erzeugen.

Im folgenden Abschnitt soll die hier angewandte Vorgehensweise dargestellt werden. Hierbei wird mit der Anpassung des isotropen Anteils und der elastischen Parameter begonnen. Anschließend wird dann die Optimierung der Verfestigungsparameter durchgeführt.

6.5.1 Anpassung des isotropen Anteils

Zur Anpassung des isotropen Volumenanteils wird eine Optimierung hinsichtlich der Verteilung der r -Werte durchgeführt. Hierzu werden Zugversuche mit den identifizierten Kristallgruppen durchgeführt. Da diese Versuche im Bereich der Gleichmaßdehnung erfolgen, ist es möglich, die Simulation auf ein einzelnes Schalenelement zu beschränken. Die Bestimmung der r -Werte wird dann entsprechend der mechanischen Definition (Gl. 6.15) durchgeführt, so dass eine Vergleichbarkeit der Simulationsdaten mit den Messwerten gewährleistet ist. Die Optimierung wird mit dem Programm OPTIMUS durchgeführt, wobei die Methode der sequentiellen quadratischen Programmierung zum Einsatz kommt. Als Fehlerfunktion wird die Summe der Fehlerquadrate über die untersuchten Winkel in Bezug auf die Walzrichtung verwendet.

In der Simulation wird das Modell bis zu einer Dehnung von 20% gestreckt und anschließend entlastet, so dass ausschließlich die plastischen Verzerrungen für die Berechnung verwendet werden. Die r -Werte weisen leichte Abhängigkeit von den elastischen und plastischen Modellparametern auf, sie werden jedoch durch die Verteilung der Kristalle sowie den isotropen Volumenanteil dominiert. Aus diesem Grunde ist es möglich, die Anpassung mit einem Standardparametersatz für ein Material durchzuführen. Dieser Parametersatz wird in einem ersten Durchlauf der im Folgenden dargestellten Anpassungsprozedur mit dem aus der Texturoptimierung übernommenen isotropen Anteil erzeugt.

Als Startwerte für die Optimierung sind die in der Texturanpassung berechneten isotropen Volumenanteile geeignet. Eine vollständige Übereinstimmung ist auf diesem Wege nicht zu erwarten, da bei der Texturapproximation eine Komponente mit endlicher Streubreite angenommen wurde, während das hier verwendete Modell einzelne Kristalle verwendet. Hierdurch wird die Anisotropie schärfer, was durch eine entsprechende Anpassung des isotropen Anteils kompensiert werden kann, so dass das resultierende Modellverhalten optimiert wird.

Eine Anpassung unter Benutzung der aus der Textur gewonnenen r -Wert-Verläufe ist ebenfalls keine sinnvolle Option. Die hierbei verwendete Definition des r -Wertes differiert wesentlich von der mechanischen Definition, so dass eine Verbesserung des Modellverhaltens in Hinblick auf das Gesamtmodell nicht möglich ist.

Zur Reduktion des Messaufwandes ist es möglich, mit dem Standarddatensatz (0° , 45° , 90°) zu arbeiten. Die Anpassung des isotropen Anteils ist lediglich eine Skalierung der r -Werte hinsichtlich ihrer Höhe, jedoch keine Änderung im Verlauf oder

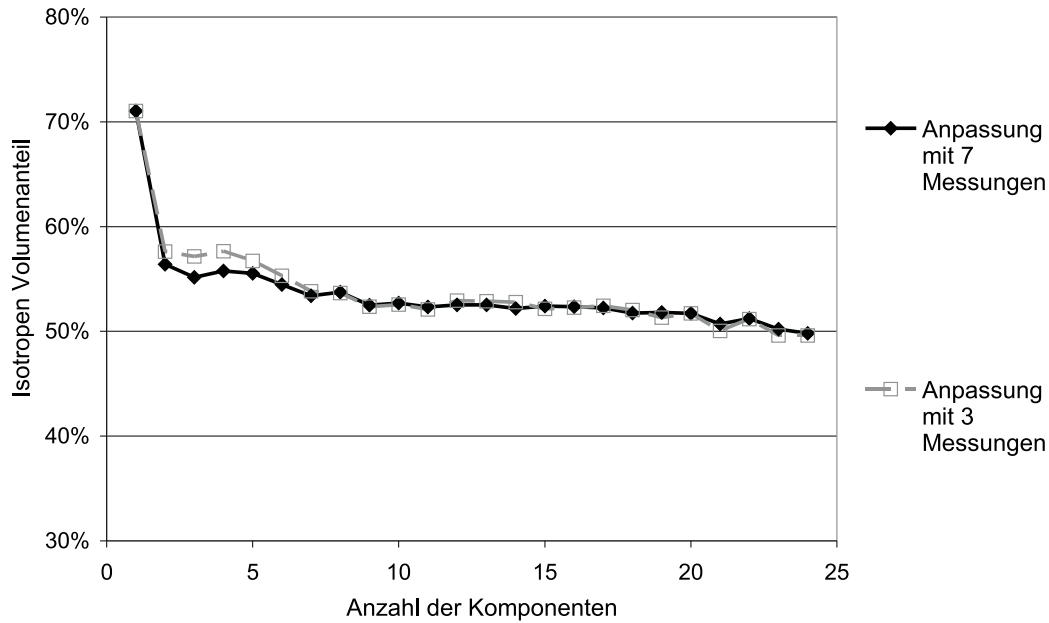


Abbildung 6.18: Vergleich der Anpassung des isotropen Volumenanteils bei DX53D+Z mit unterschiedlichen Anzahlen von r -Wert-Messungen

in der Verteilung der Maxima. Vergleichsrechnungen mit den Werkstoffen DX53D+Z (Abb. 6.18) und H340LAD (Abb. 6.19) zeigen, dass die auf diesem Wege bestimmten Volumenfraktionen mit guter Näherung bei den Werten liegen, für die eine Anpassungsrechnung mit zusätzlichen Stützstellen (alle 15°) durchgeführt wurde. Der maximale Fehler liegt bei beiden Anpassungen unter 5%, der mittlere Fehler im Falle von DX53D+Z bei 1% und bei H340LAD bei 2% des Anpassungsergebnisses mit 7 Stützstellen.

Die zusätzliche Bestimmung der r -Werte an den Zwischenstellen verbessert jedoch die Möglichkeiten zur Überprüfung des aus der Textur resultierenden qualitativen Verhaltens des Materialmodells.

6.5.2 Anpassung des elastischen Verhaltens

Das elastische Verhalten des kubischen Einkristalls ist durch drei Parameter, den E -Modul, den Schubmodul und die Querkontraktionszahl gekennzeichnet. Eine direkte Bestimmung dieser Einkristallkonstanten ist bei den hier betrachteten technisch relevanten Materialien nicht möglich. Von einer Übereinstimmung mit den Elastizitätskonstanten von idealen Einkristallen kann ebenfalls nicht a priori ausgegangen werden. Aus diesem Grunde muss eine Anpassungsrechnung erfolgen. Hierfür werden die Messungen des elastischen Bereiches in drei Richtungen (0° , 45° und 90° zur Walzrichtung) als Basisdaten herangezogen.

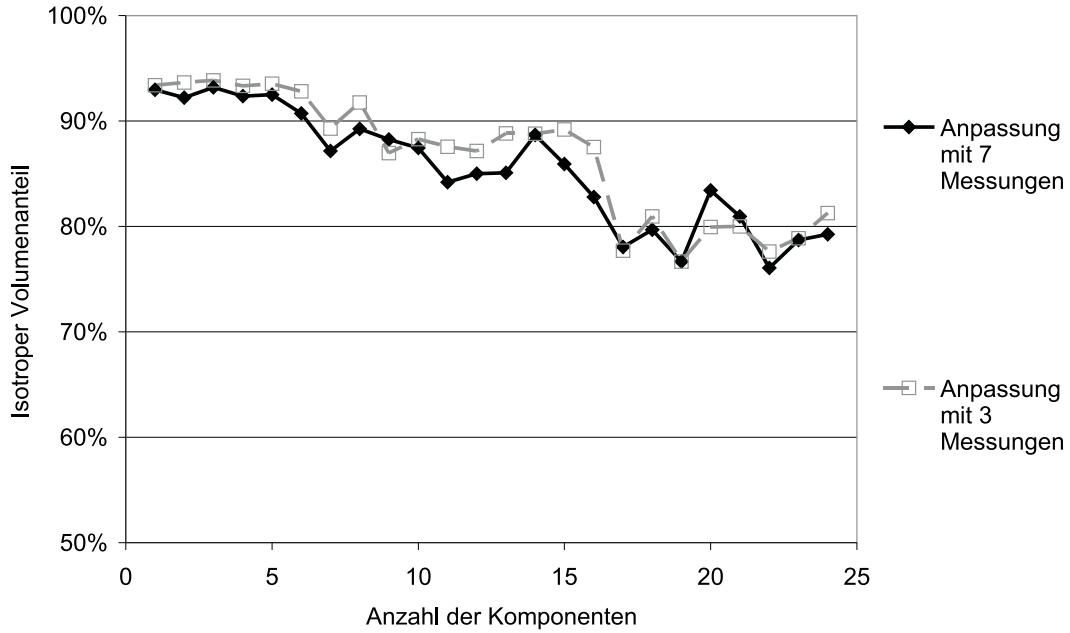


Abbildung 6.19: Vergleich der Anpassung des isotropen Volumenanteils bei H340LAD mit unterschiedlichen Anzahlen von r -Wert-Messungen

Zur Identifikation werden die gemessenen makroskopischen E -Module verwendet, da die Querkontraktion mit einer hohen Messunsicherheit verbunden ist. Für eine bekannte Parameterwahl auf der Mikroebene lassen sich über die Voigtsche Mittelung die resultierenden makroskopischen Parameter bestimmen. Bei der Umkehrung dieses Schemas ergibt sich ein nichtlineares Gleichungssystem für die unbekanntene Kristallparameter. Für eine Darstellung bietet sich hierbei die harmonische Zerlegung an [18]

$$\mathcal{C} = h_1 \mathcal{P}_1^I + h_2 \mathcal{P}_2^I + \mathcal{H}' \quad (6.16)$$

$$\mathcal{P}_1^I = \frac{1}{3} \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} \quad (6.17)$$

$$\mathcal{P}_2^I = \mathcal{I} - \mathcal{P}_1^I \quad (6.18)$$

$$\mathcal{H}' = \frac{1}{5} (\lambda_3 - \lambda_2) (2\mathcal{I} + \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} - 5\mathcal{G}) \quad (6.19)$$

$$h_1 = \lambda_1 \quad (6.20)$$

$$h_2 = \frac{2}{5} \lambda_2 + \frac{3}{5} \lambda_3 \quad (6.21)$$

$$\mathcal{G} = \sum_{i=1}^3 \mathbf{g}_i \otimes \mathbf{g}_i \otimes \mathbf{g}_i \otimes \mathbf{g}_i \quad (6.22)$$

Hierbei sind \mathcal{P}_i^I die isotropen Projektoren [8] und die λ_i die Eigenwerte von \mathcal{C} . Die Mittelung nach Voigt ergibt sich zu

$$\mathcal{C}^V = \lambda_1 \mathcal{P}_1^I + \left(\frac{2}{5} \lambda_2 + \frac{3}{5} \lambda_3 \right) \mathcal{P}_2^I + \frac{1}{5} (\lambda_3 - \lambda_2) (2\mathcal{I} + \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} - 5\mathcal{G}^V) \quad (6.23)$$

Somit reduziert sich die Mittelung auf den Anteil in \mathcal{G} . Auf Grund der Verwendung diskreter Kristalle kann das Volumenmittel auf eine Summe zurückgeführt werden

$$\mathcal{G}^V = \sum_{i=1}^N v_i \mathcal{G}_i \quad (6.24)$$

Die v_i stehen hierbei für die bereits bestimmten Volumenfraktionen der Einzelkristalle.

Im Falle des von-Mises-Modells sind zusätzlich die Parameter für ein isotropes Verhalten zu bestimmen. Hierzu können die resultierenden makroskopischen Kennwerte aus den Kristallgrößen abgeleitet werden. Analog zum Kristall lässt sich die Steifigkeit eines isotropen Materials darstellen:

$$\mathcal{C}_{iso} = \lambda_1^{iso} \mathcal{P}_1^I + \lambda_2^{iso} \mathcal{P}_2^I \quad (6.25)$$

$$\lambda_1^{iso} = \lambda_1 \quad (6.26)$$

$$\lambda_2^{iso} = \frac{2}{5} \lambda_2 + \frac{3}{5} \lambda_3 \quad (6.27)$$

Der aus der isotropen Steifigkeit resultierende Anteil muss entsprechend in der Anpassung des Kristallverhaltens berücksichtigt werden

$$\mathcal{C}_{ges}^V = (1 - v_{iso}) \mathcal{C}_{Kristall}^V + v_{iso} \mathcal{C}_{iso} \quad (6.28)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{ges}^V &= [(1 - v_{iso}) \lambda_1 + v_{iso} \lambda_{iso,1}] \mathcal{P}_1^I \quad (6.29) \\ &+ \left[(1 - v_{iso}) \left(\frac{2}{5} \lambda_2 + \frac{3}{5} \lambda_3 \right) + v_{iso} \lambda_{iso,2} \right] \mathcal{P}_2^I \\ &+ \frac{1}{5} (\lambda_3 - \lambda_2) (2\mathcal{I} + \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} - 5\mathcal{G}^V) \end{aligned}$$

Hierbei steht v_{iso} für das Gewicht des isotropen Volumenanteils und $\lambda_{iso,j}$ für die Eigenwerte des isotropen Steifigkeitstensors. Auf diesem Wege wird die Einbindung des von-Mises-Modells konsistent ausgeführt und die Anzahl der anzupassenden Materialparameter wird im elastischen Bereich konstant gehalten.

Auf Grund der Nichtlinearität der entstehenden Gleichungen und der Genauigkeit der Texturanpassung wird die Lösung durch eine Minimierung der Summe der Fehlerquadrate in den drei Testrichtungen bestimmt. Hierzu wird der Optimierungsalgorithmus auf Basis des Simplex-Verfahrens innerhalb des Programms MATLAB herangezogen.

Bei der Anpassung des Materials wird die Messgenauigkeit der E -Moduln als Fehlerschranke für die Anpassung verwendet. Innerhalb des Streubereiches der Messungen wird eine quadratische Fehlerfunktion verwendet, außerhalb dieses Bereiches wird das Fehlermaß um einen Anteil 4. Ordnung erhöht. Für die anzupassenden Parameter ist ebenfalls eine zulässige Schwankungsbreite von 15% um die Nennwerte definiert. Außerhalb dieses Bereiches erfolgt ebenfalls eine Bestrafung mit einer quadratisch anwachsenden Fehlerfunktion, die additiv dem Fehler in der Anpassung zugerechnet wird.

6.5.3 Anpassung des plastischen Verhaltens

Für die Anpassung des plastischen Verhaltens der Kristalle müssen vier Parameter für die Fließkurvenanpassung gemäß Gleichung (4.24) modifiziert werden. Des Weiteren sind die vier Ausgangsverfestigungen $\zeta_{0,i}$ der Kristalle für jeden Kristall zu definieren. Hierzu werden wiederum Zugversuche in drei Richtungen herangezogen. Zur Anpassung an die Fließkurven wird der Bereich bis zur Gleichmaßdehnung verwendet. Zur Reduktion des notwendigen Rechenaufwandes ist es möglich, die entsprechenden Rechnungen mit einem einzelnen Element durchzuführen, da die Berechnungen sich ebenfalls im Bereich der Gleichmaßdehnung bewegen. Als zu approximierende Zielfunktion werden die Fließkurven mit wahren Dehnungen und Spannungen in den entsprechenden Untersuchungsrichtungen verwendet. Die Fehlerfunktion wird durch die Summe der Fehlerquadrate gebildet. Auf Grund der vorhandenen Materialsymmetrien wird der 45-Grad-Messung eine doppelte Gewichtung zugeordnet.

Die Optimierung wird mit dem Programm OPTIMUS durchgeführt. Das angewendete Verfahren beruht auf der Methode der sequentiellen quadratischen Programmierung.

Bei der Verwendung eines hybriden Modells ist zunächst der isotrope Anteil anzupassen. Hierzu wird eine mittlere Fließkurve aus den Messungen durch eine arithmetische Mittelung an den Stützstellen erzeugt

$$\sigma_{iso}(\varphi) = \frac{\sigma_0(\varphi) + 2\sigma_{45}(\varphi) + \sigma_{90}(\varphi)}{4} \quad (6.30)$$

Die Bestimmung der Parameter wird in zwei Stufen durchgeführt: Im ersten Schritt wird das plastische Verhalten des von-Mises-Modells angepasst und danach erfolgt die Bestimmung der Parameter des Kristallmodells unter Konstanthaltung der Parameter für das von-Mises-Modell.

6.5.4 Ergebnisse der Anpassung

Das beschriebene Anpassungsverfahren wurde für alle Werkstoffe mit unterschiedlichen Anzahlen von Kristallen und Hintergrundmodellen durchgeführt. Im ersten Schritt wurde anhand der aus der Texturapproximation resultierenden Ausrichtung

der Kristalle der Verlauf der r -Werte durch eine Justierung des isotropen Anteils angepasst. Hierzu wurde die jeweils betrachtete Kristallgruppe um einen „isotropen“ Kristall oder eine Gruppe in der ISO12-Anordnung ergänzt.

Die Anpassungsrechnung liefert für die Werkstoffe DX53D+Z, H180B und H340LAD eine gute Übereinstimmung mit dem qualitativen Verlauf der mechanisch gemessenen r -Werte. Im Vergleich der unterschiedlichen Hintergrundmodelle zeigt sich ein glatterer Verlauf der r -Werte bei dem von-Mises-Modell. Dieses Ergebnis ist nicht überraschend, da die Einzelkristalle zu scharfen r -Wert-Verteilungen führen, die durch den konstanten r -Wert des von-Mises-Modells, der zwischen 50 und 90% der Volumenanteile enthält, geglättet wird. Diese Glättung tritt bei Verwendung des ISO12 Hintergrundes nicht auf. Erschwerend kommt hinzu, dass das ISO12 Modell nur im elastischen Bereich isotrop ist. Da die Bestimmung der r -Werte im Bereich von 15-20% Hencky-Dehnung durchgeführt wird, treten signifikante Abweichungen der r -Werte des ISO12 Modells vom Idealwert 1 auf.

Die Approximation der E -Modul-Verteilung zeigt, dass es mit den vorangepassten Kristallgruppen möglich ist, die Messwerte innerhalb einer Fehlerschranke von 3% zu erreichen. Die Modelle tendieren zu einem isotropen Verlauf der E -Moduln in der Walzebene.

Die Anpassung an die Spannungs-Dehnungs-Kurven der Zugversuche unter 0° , 45° und 90° ist ebenfalls mit guter Genauigkeit möglich. Hierbei sind die Ergebnisse ebenfalls in einem Toleranzbereich von etwa 3% zum Mittelwert der jeweiligen Messung. Als problematisch erweist sich die Anpassung des Exponenten n des Verfestigungsansatzes (Gl. 4.24), wenn die zugrunde liegenden Messungen durch unterschiedliche Exponenten zu nähern wären. Hierbei kann die Anpassung nur einen mittleren Verlauf widerspiegeln. Durch die Anwendung des Parameters A_3 ist auch eine Anpassung bei einer ausgeprägten Streckgrenze möglich. Die Anpassungsparameter liegen innerhalb eines Materials und des gewählten Hintergrundmodells für die unterschiedlichen Kristallgruppen im gleichen Bereich, mit zunehmender Kristallanzahl verbessert sich die Anpassung des Modells an die gemessenen Fließkurven.

Die Ergebnisse der Anpassungsrechnungen sind für ausgewählte Kristallanordnungen im Anhang C zusammengestellt.

Kapitel 7

Anwendung in der Tiefziehsimulation

Bei der Anwendung des Materialmodells ist sicherzustellen, dass die Simulationsergebnisse unter realistischen Belastungssituationen das Materialverhalten widerspiegeln. Das hier untersuchte Materialmodell soll für die Tiefziehsimulation verwendet werden. Hierzu wird ein vollständiger Prozessablauf, bestehend aus einem Tiefziehen, einem Zwischenbeschnitt und der Rückfederung des Bauteils simuliert. Als Referenzmodell wird das standardmäßig verwendete makroskopische Materialmodell für die Tiefziehsimulation von Stahl verwendet.

Zur Modellverifikation beim Tiefziehen werden die Dehnungsverteilung im Bauteil und der Randeinzug der Platine herangezogen. Ferner wird die Texturentwicklung während des Prozesses mit entsprechenden Messungen verglichen. Die Ergebnisse der Rückfederungssimulation werden ebenfalls anhand experimenteller Ergebnisse überprüft.

7.1 Napfziehprozess

Zur Verifikation des Verhaltens im realen Einsatz wurden Tiefziehversuche mit rotationssymmetrischen Näpfen aus verschiedenen Materialien durchgeführt. Dieser Prozess verbindet unterschiedlichste Belastungszustände des Materials, von einachsigem Druck am Rand der Platine bis zur biaxialen Streckung im Bodenbereich des Napfes. Somit kann mit diesem Prozess ein umfangreiches Spektrum des Materialverhaltens verifiziert werden [103]. Weiterhin stellt das Napfziehen die idealisierte Form vieler industrieller Tiefziehprozesse dar.

7.1.1 Experimentelle Untersuchung

Zur experimentellen Durchführung des Tiefziehens wurde ein Werkzeug entsprechend Abbildung 7.1 verwendet. Das Werkzeugkonzept entspricht dem von Rohleder [121] verwendeten. Es handelt sich hierbei um einen Napf mit einem Nenndurchmesser von 150 mm. Die Ziehtiefe des Napfes ist 91,8 mm. Zur Vermeidung von doppelten Werkzeugkontakten im Bodenbereich besitzt die Matrize eine größere Tiefe als der Stempel, so dass sie ausschließlich als Ziehring wirkt. Zur Vermeidung von

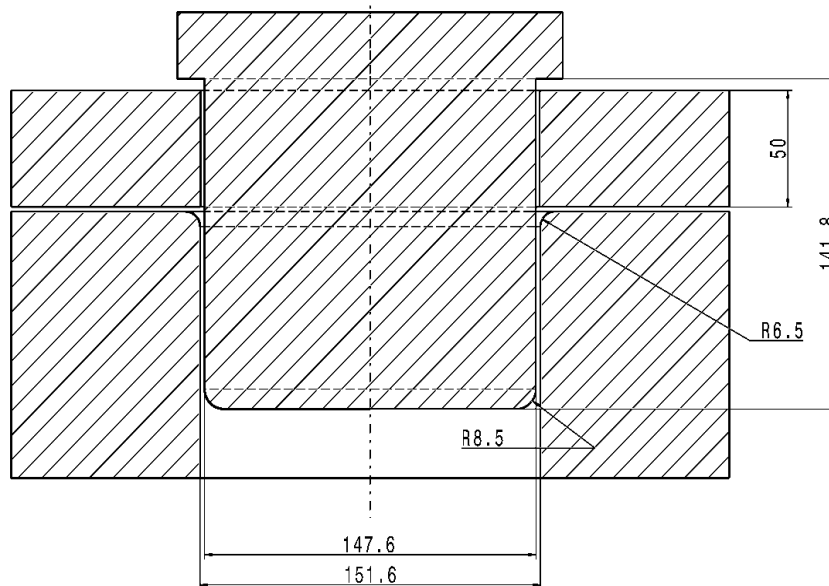


Abbildung 7.1: Geometrie des Napfziehwerkzeuges

Pressungen im Zargenbereich wurde ein Ziehspalt von 2 mm verwendet. Der Innendurchmesser der gefertigten Matrize liegt bei 151,6 mm und der Stempeldurchmesser bei 147,6 mm. Der Stempelradius beträgt 8,5 mm, der Matrizenradius 6,5 mm. Die Oberflächen der Werkzeugelemente wurden nach dem Härten geschliffen, so dass eine Oberflächenrauigkeit von $R_a < 0,6 \mu\text{m}$ erreicht wurde. Zur Positionierung der Platine und zur Vermeidung des Hängenbleibens unmittelbar vor dem Einzug wurde eine Abstandsplatine mit einer Dicke von 1 mm auf dem Blechhalter montiert. Abbildung 7.2 zeigt das in die Versuchspresse eingebaute Werkzeug.

Die Versuche wurden auf einer einwirkenden hydraulischen Presse (Tab. 7.1) im Versuchsbau Wolfsburg der Volkswagen AG durchgeführt. Hierbei wird die Platine auf dem Blechhalter aufgelegt, der während des Ziehvorganges durch die Matrize verdrängt wird. Der Blechhalter wird über acht Steckbolzen durch das Ziehkissen mit der gewählten Blechhalterkraft beaufschlagt. Die genaue Positionierung des Stempels zur Matrize wird über eine Säulenführung sichergestellt.

Tabelle 7.1: Daten der Versuchspresse

Hersteller	SMG Pressen
Typ	HZPU 400-1000/850
Baujahr	1986
Tischgröße	900 x 1000
Stempelkraft	5 - 4000 kN
Ziehkissenkraft	50 - 1000 kN

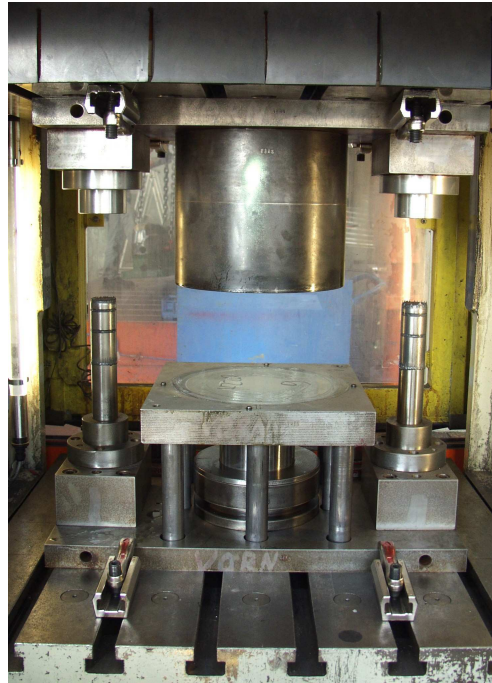


Abbildung 7.2: Napfziehwerkzeug in der Versuchspresse

Alle Versuche wurden mit einer Blechhalterkraft von 500 kN und mit einer Stempelgeschwindigkeit von 30 mm/s durchgeführt. Zur Erreichung der Ziehtiefe wurden die Ziehversuche mit einem Schmiermittel (Wedolit) durchgeführt, so dass das Nachfließen des Materials erleichtert wurde.

Zur Abschätzung der beim Tiefziehen vorliegenden Reibwerte wurden Streifenzugversuche (siehe Abb. 7.3) am Institut für Umformtechnik der Universität Stuttgart durchgeführt. Für diese Untersuchung wird statt der realen Werkzeugelemente ein Probekörper verwendet, der mit denselben Bearbeitungsvorgaben wie die Werkzeugelemente im Versuchsbau Wolfsburg der Volkswagen AG hergestellt wurde.

Die Zugversuche wurden für alle untersuchten Werkstoffe mit Proben bei fünf unterschiedlichen Flächenpressungen (10-50 MPa) durchgeführt. Die Blechstreifen werden auf einem Schlitten eingespannt und mit einer konstanten Geschwindigkeit am Probekörper vorbeigezogen. Bei vorgegebener Flächenpressung wird die statische Reibzahl μ durch die Messung der normal und tangential zur Reibfläche des Probekörpers wirkenden Kräfte bestimmt

$$\mu = \frac{F_t}{F_n} \quad (7.1)$$

wobei F_t die Tangentialkraft und F_n die Normalkraft sind. Die verwendeten Sensoren für die Kraftmessung haben eine Genauigkeit von $\pm 1 \%$. Die Messlänge bei den Versuchen liegt bei ca. 400 mm. Zur Absicherung wurden jeweils mindestens drei Versuche durchgeführt.

Die Ergebnisse der Versuche mit dem Schmiermittel Wedolit weisen die maxi-

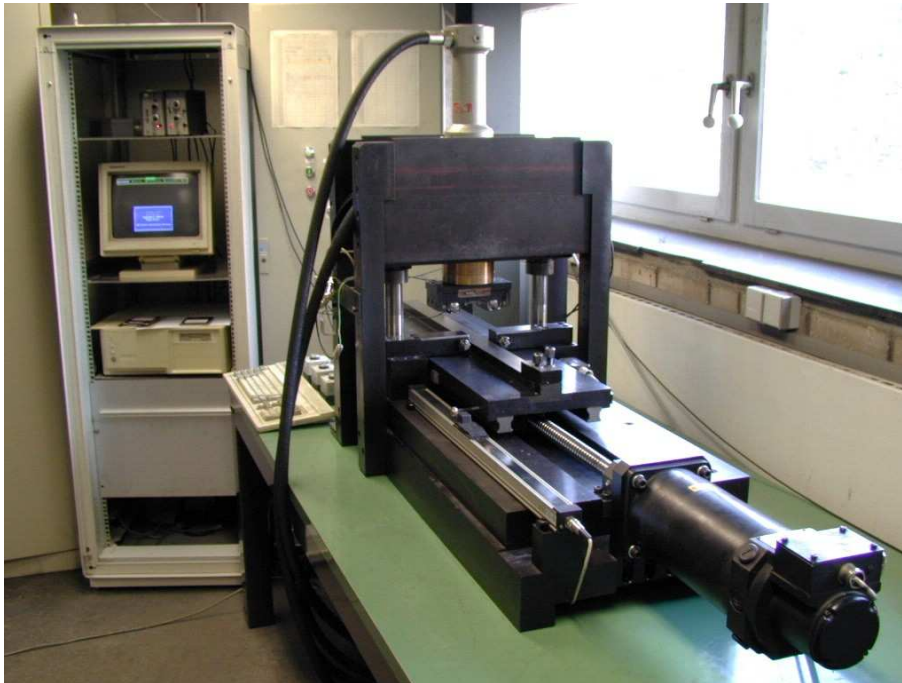


Abbildung 7.3: Streifenziehanlage am IFUM Stuttgart

malen Reibzahlen bei der kleinsten Flächenpressung auf. Im Falle von DX53D+Z und H340LAD steigen die Reibwerte nach Erreichen eines Minimums bei weiterer Erhöhung der Flächenpressung wieder an. Dieses Verhalten entspricht dem typischen Verhalten ölgeschmierter Gleitreibpaarungen, wie er auch in der Stribeck-Kurve im Bereich der Mischreibung auftritt [54]. In Abbildung 7.4 sind die Ergebnisse der Versuche zusammengestellt. Die Unterschiede in den Reibwerten der verschiedenen Werkstoffe sind auf die unterschiedlichen Oberflächenbeschichtungen, die unterschiedliche Rauigkeiten nach sich ziehen, zurückzuführen. Auf Grund der Verwendung desselben Beschichtungsverfahrens (Feuerverzinkung) im Falle von DX53D+Z und H340LAD bewegen sich diese Werte im selben Bereich. Signifikant höhere Reibwerte werden mit dem elektrolytisch verzinkten H180B erzielt.

Für die Simulation kann für jedes Material und jede Kontaktfläche nur ein Reibwert vorgegeben werden. Die tatsächlich am Werkzeug auftretenden Gegebenheiten sind jedoch wesentlich komplexer, da z.B. die Flächenpressung in den unterschiedlichen Kontaktbereichen stark variiert. Zur Bestimmung der für die Simulation verwendeten Reibzahlen wurde daher eine Mittelung der Ergebnisse im Bereich der in der Simulation dominierenden Flächenpressungen (20-30 MPa) vorgenommen. Die entsprechenden Ergebnisse sind in Tabelle 7.2 zusammengefasst.

Vermessung des Dehnfeldes

Zur Vermessung des Dehnfeldes wurde das System ARGUS der Firma GOM verwendet. Die Durchführung der Messung erfolgte mit Unterstützung der Betriebsmit-

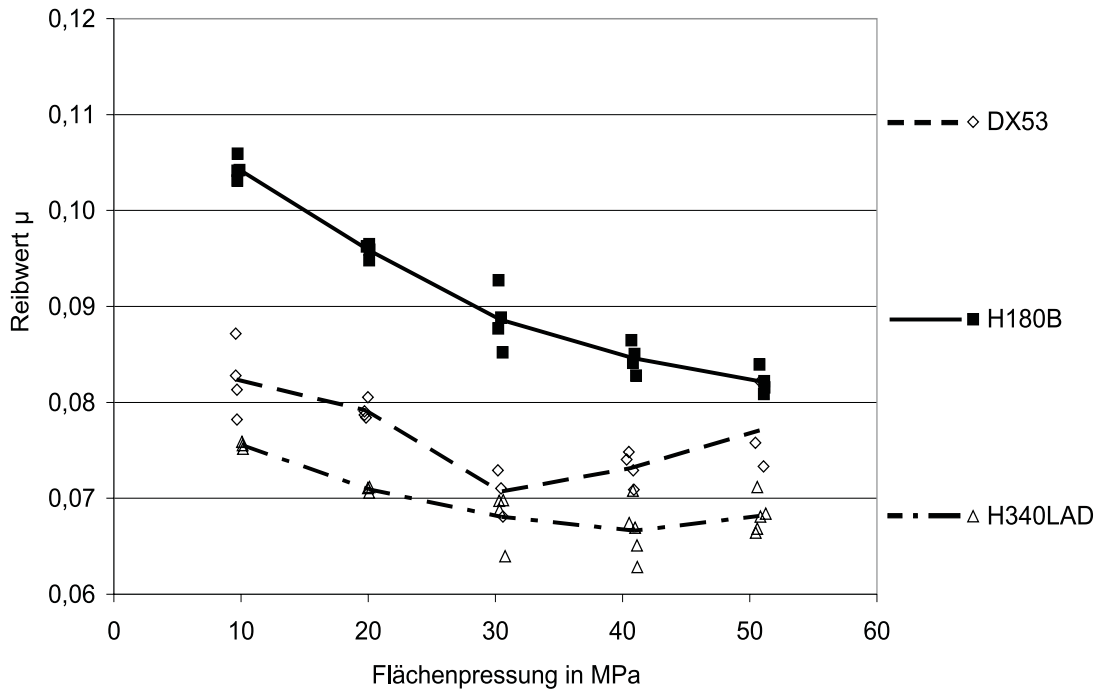


Abbildung 7.4: Reibzahlen beim Tiefziehen mit Wedolit

Tabelle 7.2: Mittlere Reibwerte beim Tiefziehen für Flächenpressungen im Bereich von 20-30 MPa

Werkstoff	Mittlerer Reibkoeffizient im Bereich 20-30 MPa	Messunsicherheit
DX53D+Z	0,075	0,005
H180B	0,092	0,008
H340LAD	0,070	0,006

telentwicklung der Volkswagen AG und der Salzgitter Flachstahl AG. Es handelt sich hierbei um ein statisches, rasterbasiertes Messsystem. Zur Durchführung der Messungen wird auf elektrochemischem Wege ein regelmäßiges Punktraster auf die unverformten Platinen aufgebracht. Dieses Raster wird während der Umformung infolge der Platinendeformation verzerrt. Die umgeformten Teile werden mit Hilfe einer CCD-Kamera aus mehreren Richtungen aufgenommen, so dass jeder Rasterpunkt auf mindestens drei Aufnahmen unter unterschiedlichen Winkeln vorhanden ist. Weiterhin werden Kalibriermarken aufgenommen, anhand derer die Aufnahmen überlagert werden. Auf diese Weise werden die dreidimensionalen Koordinaten der Rasterpunkte erfasst. Die deformierten Punkte werden durch Ellipsen approximiert. Deren Mittelpunkt ist der Messpunkt [5, 128].

Mit der Kenntnis der ursprünglichen Abstände der Mittelpunkte im undefor-

mierten Zustand werden die ebenen Anteile des lokalen Rechtsstrecktensors berechnet. Hieraus werden dann die Hauptdehnungen auf der berasterten Blechoberfläche bestimmt. Eine Berechnung der Dickendehnung kann unter Annahme der Volumenkonzanz durchgeführt werden. Die Messgenauigkeit des Systems für die ebenen Hauptdehnungen liegt bei einem absoluten Fehler von 3% Dehnung in ebenen Bauteilbereichen. Dieser Fehler vergrößert sich bei starker Abrasion des Messgitters, da die Mitten der Rasterpunkte infolge des schlechteren Kontrastes ungenauer bestimmt werden [5, 128].

Die Rastergröße bestimmt die Messlänge für die Dehnungsmessung. Sie beträgt bei den durchgeführten Versuchen 3 mm, die Punkte haben einen Durchmesser von 1,5 mm. Hieraus resultierend ist in den Bereichen des Stempel- und Matrizenradius mit einer verringerten Messgenauigkeit zu rechnen. Ebenso ist die Erfassung lokaler Dehnungsspitzen mit diesem Verfahren nicht möglich.

Zur Erzeugung von Schnitten wird dieses Messgitter zunächst gegenüber der Sollgeometrie ausgerichtet. Hierzu werden die Rasterpunkte in CATIA V4 in das Bezugskoodinatensystem transformiert. Alle Punkte in einer Suchumgebung der Schnittebenen werden in diese projiziert. Anhand dieser Punkte wird eine Schnittkurve erzeugt, die den geometrischen Verlauf des Bauteils widerspiegelt. Entlang dieser Kurve werden im Abstand von einem Millimeter die Messwerte interpoliert berechnet. Hierzu wird eine lineare Interpolation auf Basis von Dreieckselementen, die durch die benachbarten Messgitterpunkte aufgespannt werden, durchgeführt.

Geometrievermessung

Neben der Dehnungsverteilung ist die Zipfelbildung für die Modellverifikation ein wichtiger Messwert. Die Zipfelbildung resultiert aus der Anisotropie des Bleches. Ein isotropes Material ergibt bei Tiefziehen eines kreiszylindrischen Napfes aus einer Kreisplatte einen vollkommen gleichförmigen Einzug. Die Abweichungen hiervon werden als Zipfel bezeichnet. Die Höhe dieser Zipfel korrespondiert zur planaren Anisotropie Δr [50]. Diese ist eine Funktion der r -Werte (r_{00}, r_{45}, r_{90}) in drei verschiedenen Winkeln ($0^\circ, 45^\circ$ und 90°) zur Walzrichtung.

$$\Delta r = \frac{1}{2}(r_{00} - 2r_{45} + r_{90}) \quad (7.2)$$

Zur Bestimmung der Zipfelbildung wurde die Geometrie der Nöpfe nach dem Tiefziehen durch Messtechnikabteilung der Volkswagen AG photogrammetrisch vermessen. Das verwendete Messsystem ATOS II basiert auf der Triangulation eines auf das Bauteil projizierten Streifenmusters. Zur Vermessung des gesamten Bauteils wird dieses in mehreren Ansichten erfasst. Die räumliche Zuordnung der einzelnen Aufnahmen geschieht durch am Objekt fixierte Referenzmarken. Diese Positionen werden auch zur Positionierung der Punktwolke im CAD-Koordinatensystem genutzt [47, 119].

Die hiermit erhaltenen Punktwolken wurden mit CATIA V4 aufbereitet, wobei eine Ausrichtung der Punkte anhand einer Einpassung von Kreisen erfolgte. Im

ersten Schritt wurde hierzu eine Ausgleichsebene im Bodenbereich des Napfes angepasst. Parallel zu dieser Ebene wurden Schnittebenen durch die Punktwolke gelegt und die enthaltenen Punkte mit Kreisen approximiert. Durch dieses Vorgehen ist eine hohe Genauigkeit der Mittenapproximation des Napfes erreichbar.

Die endgültige Verarbeitung zur Bestimmung der Zipfelbildung wurde unter MATLAB durchgeführt. Hierbei wurden aus den Messpunkten diejenigen extrahiert, deren z-Koordinate innerhalb eines Schwankungsbereiches um den Maximalwert lag. Anschließend wurden in einem Suchabstand von 1° die Punkte herausgesucht, die den größten Abstand zur Mittenachse des Napfes haben. Zur Reduktion der Messfehler infolge asymmetrischer Einzüge wurde die dem Idealprozess zugrunde liegende Symmetrie ausgenutzt und die äquivalenten Messwerte gemittelt.

Bestimmung der Folgetextur

Eine weitere Möglichkeit zur Modellverifikation ergibt sich aus der Entwicklung der Textur des Materials. Zur Modellidentifikation ist eine Messung der Textur im Ausgangszustand des Materials notwendig. Mit derselben Methode kann nach einem Tiefziehvorgang die resultierende Textur bestimmt werden.

Zu diesem Zweck wurden den tiefgezogenen Näpfen in einer Höhe von 10 mm unterhalb der Napfoberkante Proben unter 0° und 90° entnommen. Diese Sekundärproben wurden auf röntgenographischem Wege vermessen, wobei ein lokales Koordinatensystem verwendet wurde. Hierbei ist die lokale x-Achse in radialer Probenrichtung und nicht mehr in der ursprünglichen Walzrichtung angeordnet.

7.1.2 Simulation des Tiefziehens

Das Simulationsmodell umfasst die geometrische Abbildung des Werkzeuges in Form einer Oberflächenvernetzung, bestehend aus der Matrize, dem Stempel und dem Blechhalter. Diese werden in der Simulation durch Starrkörper modelliert und ausschließlich für die Bestimmung der Kontakte und der damit einhergehenden tangentialen und normalen Kontaktkräfte benötigt. Für diesen Zweck ist es notwendig, die Werkzeuggeometrie hinreichend genau abzubilden. Hierzu wurde das Werkzeug mit Schalenelementen adaptiv vernetzt, wobei ein Winkel von 7.5 Grad zwischen benachbarten Werkzeugelementen nicht überschritten wird.

Die Platine und das Abstandsblech sind als deformierbare Schalen abgebildet und repräsentieren die Geometrie der Blechmittelfläche. Hierbei werden unterintegrierte Schalenelemente nach Belytschko-Lin-Tsay verwendet [56]. Der Elementtyp basiert auf der diskretisierten Variante der Schalentheorie nach Mindlin-Reissner. Hierbei wird die Annahme dieser Theorie, dass die Normalen zur Mittelebene grade bleiben, ausschließlich für die Integrationspunkte angewendet [6]. In der Elementebene werden lineare Interpolationsfunktionen verwendet. In Dickenrichtung sind mehrere Integrationspunkte verwendbar, um eine Abbildung von Biegezuständen zu ermöglichen. Dieses Element wird standardmäßig in der Tiefziehsimulation verwendet.

Als Vergleichsmaterialmodell wurde das Standardmaterialmodell von LS-Dyna

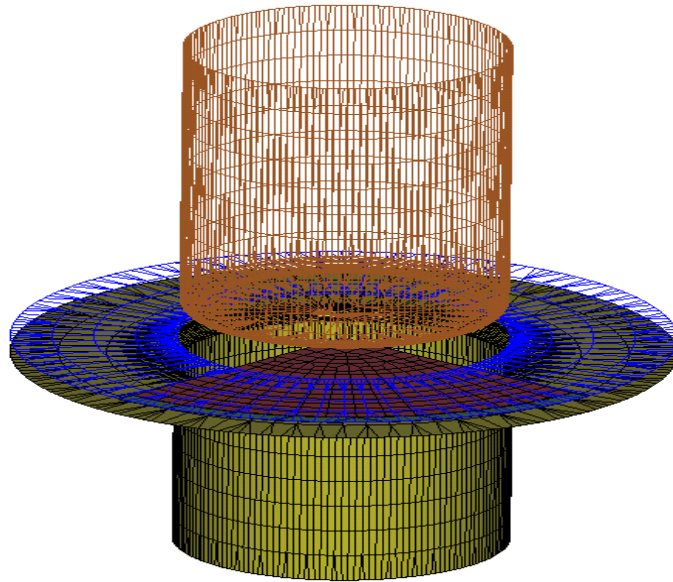


Abbildung 7.5: FEM Modell für Tiefziehsimulation

für Umformsimulationen von Blechwerkstoffen herangezogen. Hierbei handelt es sich um das 3-Parameter-Barlat Modell [3] aus LS-Dyna [56]. Für die Tiefziehsimulation wird standardmäßig der Exponent $m = 2$ gewählt, so dass das Verhalten dem Hill48-Kriterium [65] nahe kommt, jedoch zusätzlich den Einfluss der Schubspannungen berücksichtigt. Als Alternative kann dieser Exponent für kubisch-raumzentrierte Kristalle auf $m = 6$ gesetzt werden [56]. Die Berücksichtigung der planaren Anisotropie geschieht durch die Verwendung der r -Werte unter 0, 45 und 90 Grad zur Walzrichtung. Die Fließkurve wird direkt als gemittelter Kurvenzug der Zugversuche in Walzrichtung hinterlegt. Ab dem Erreichen der Gleichmaßdehnung erfolgt eine lineare Extrapolation bis zu einem Umformgrad $\varphi = 1$, wobei die Extrapolation tangential erfolgt.

Auf Grund der Symmetrie des Prozesses und des Materials ist es für die Auswertung des Tiefziehprozesses ausreichend, ein Viertel des Napfes zu simulieren. Für Modelle, die anschließend zur Rückfederungssimulation verwendet werden sollen, ist es jedoch notwendig, die Rechnung mit einem Halbmodell durchzuführen. Ein solches Halbmodell für die Tiefziehberechnung ist in Abbildung 7.5 dargestellt.

Zur Reduktion der Rechenzeit wurde die Berechnung mit einer zweifachen adaptiven Netzverfeinerung durchgeführt. Die Stempelgeschwindigkeit für die Berechnung wurde mit 5 m/s angesetzt, um die Rechenzeit zu reduzieren. Da ein ebener Blechhalter verwendet wird, kann auf die Berechnung des Blechhalterschließens verzichtet und der Blechhalter unmittelbar mit der Prozesskraft beaufschlagt werden. Blechhalter und Stempel sind zu Beginn der Rechnung in Kontakt mit der Platine. Die Stempelgeschwindigkeit wird sinusförmig bis auf die Maximalgeschwindigkeit gesteigert, am Prozessende wird sie auf gleichem Wege auf null herabgesetzt.

Die Kontakte zwischen Werkzeug und Platine werden durch Knotenkräfte in Normalen- und Tangentenrichtung wiedergegeben. Die Normalkräfte werden mit Hilfe des Penalty-Verfahrens realisiert, wobei die Werkzeugsteifigkeit durch einen Bestrafungsfaktor (Steifigkeit) dargestellt wird. Dieses Vorgehen kann bei Unterschätzung des Penalty-Wertes für den Kontakt zur Durchdringung der Werkzeugflächen führen. Das alternative Verfahren (Lagrangesche Multiplikatoren), das ein solches Verhalten mit Sicherheit unterdrückt, führt jedoch zu Spannungsverteilungen, die für eine Rückfederungsrechnung problematisch sind. Die Tangentialkomponente der Kontaktkraft bildet die Reibung zwischen dem Werkzeug und der Platine ab. Sie wird durch einen Coulombschen Ansatz mit einem festliegenden statischen Reibparameter für den gesamten Kontaktbereich modelliert.

7.1.3 Ergebnisse des Tiefziehens

Im folgenden Abschnitt werden die wesentlichen Ergebnisse der Tiefziehversuche und Tiefziehsimulationen mit den untersuchten Werkstoffen vorgestellt. Zunächst werden anhand des ersten Werkstoffes (DX53D+Z) die Einflüsse der unterschiedlichen Modellparameter auf die Ergebnisse mit dem neuen Materialmodell getestet. Mit den hierbei ausgewählten Parametern werden dann weitere Rechnungen mit den anderen Testmaterialien durchgeführt.

Parametervariation

Im ersten Schritt wurden die Einflüsse der unterschiedlichen Modellparameter untersucht. Die hierbei variierten Parameter sind in Tabelle 7.3 zusammengestellt.

Tabelle 7.3: Parametervariation

Parameter	Standardwert	Modifikationen
Stempelgeschwindigkeit	5 m/s	2 m/s ; 10 m/s
Blechhaltekraft	500 kN	450 kN ; 550 kN
Reibung	0,075	0,065; 0,085
Adaptivität	2-fach	ohne (1,5 mm Netz)
Anzahl der Integrationspunkte	5	3;7
Kontaktsteifigkeit	0,030	0,010; 0,050
Kontaktdämpfung	20%	10%; 30%

Die Parametervariation wurde mit einem Modell mit 32 Kristallen und dem von-Mises-Modell für den isotropen Hintergrund durchgeführt. Das Modell ist eine Anpassung an den Werkstoff DX53D+Z. Zum Vergleich wurden die Dehnungsergebnisse sowie die Spannungen in einem Schnitt in Walzrichtung, sowie der Platineneinzug und die Zipfelhöhe verwendet. Die Ergebnisse der Modifikationen sind in den Abbildungen 7.6 -7.10 dargestellt.

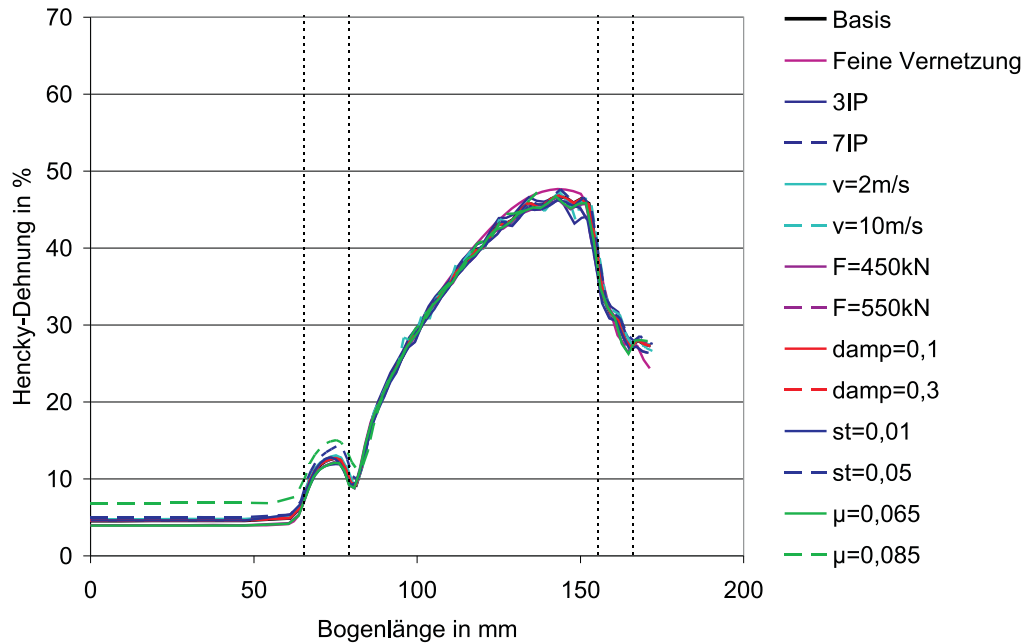


Abbildung 7.6: Einfluss der Simulationsparameter auf die 1. Hauptdehnung

Die Auswertung der Dehnungsdaten (siehe Abb. 7.6) im betrachteten Schnitt zeigt, dass nur die Variation der Reibung und der adaptiven Vernetzung einen nennenswerten Effekt in Hinblick auf die berechneten Verzerrungen aufweist. Die Erhöhung dieses Reibwertes führt zu einer Vergrößerung der 1. Hauptdehnung, die sich besonders im Bereich des Bodens bemerkbar macht. Der Verzicht auf eine adaptive Vernetzung führt zu einem glatteren Verlauf, speziell im Bereich des Flansches, der in den adaptiven Modellen durch deutliche Dehnungsschwankungen gekennzeichnet ist. Im Bodenbereich ist im Falle des nicht adaptiven Modells eine geringere 1. Hauptdehnung zu verzeichnen. Die Ursache für dieses Verhalten liegt in der höheren Steifigkeit der adaptiv vernetzten Bereiche im Vergleich zu den fein vernetzten, nicht adaptiven Bereichen.

Die genauere Betrachtung der 1. Hauptdehnung im Bereich (Abb. 7.7) des Stempelradius zeigt, dass in diesem Bereich die Abweichungen des Modells mit 3 Integrationspunkten in Dickenrichtung gegenüber den Modellen mit 5 und 7 Integrationspunkten deutlich ausgeprägt ist (ca. 10 % Abweichung). Ebenso wirkt sich in diesem Bereich die Veränderung der Steifigkeit aus. Eine Verringerung von 0,03 auf 0,01 senkt die lokalen Dehnungen um ca. 10 %, während eine Erhöhung diese entsprechend anwachsen lässt. Die Veränderungen der Adaptivität haben in diesem Bereich keinen Einfluss auf das Ergebnis.

Im Spannungsvergleich (Abb. 7.8) sind die Auswirkungen der Modellparameter deutlicher. Die Reduzierung der Werkzeugsteifigkeit auf 0,01 führt zu einer deutlich höheren Spannung in Bereich der Wand. Die Ursache hierfür liegt im Auftreten

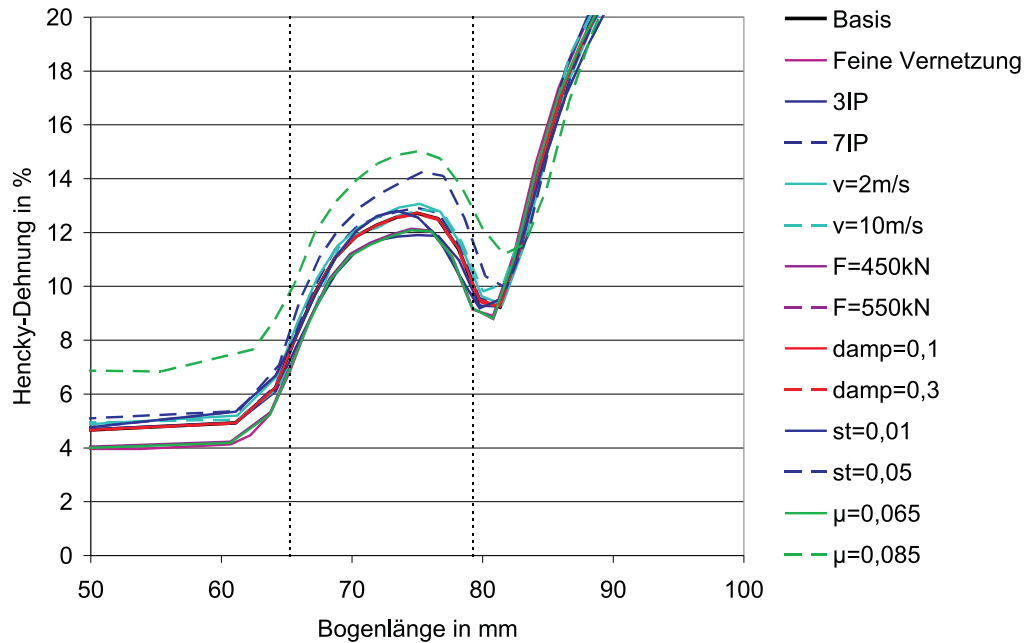


Abbildung 7.7: Einfluss der Simulationsparameter auf die 1. Hauptdehnungen (lokal)

einer Durchdringung des Blechhalters und der damit einhergehenden Faltenbildung (Faltenhöhe max. 1 mm) am Rand der Platine. Diese versteift den Randbereich, so dass die Spannungen im letzten Ziehabschnitt im Vergleich zum Standardmodell deutlich ansteigen. Die Verwendung eines Reibparameters von 0,085 führt im Bereich des Bodens zu einem deutlichen Anstieg der Spannungen, was durch die Verstärkung der Rückhaltekräfte erklärbar ist. Die Reduktion der Blechhaltekraft führt zu einer Reduktion der Spannungsspitzen im Bereich der Werkzeuggraden.

Im Bereich der Spannungsspitzen liegen die restlichen Modelle in einem Fehlerkorridor von 3%. Im Bereich der Napfwand treten größere Abweichungen auf.

Beim mittleren Einzug (Abb. 7.9) gibt es eine signifikante Abweichung im Fall der erhöhten Reibung (Reduktion um mehr als 2 mm). Die Auswirkung der Variation der Blechhaltekraft ist der nächstfolgende Einflussfaktor, der innerhalb des Testbereiches von 10% nahezu linear auf den Einzug wirkt.

Die Zipfelhöhe (Abb. 7.10) wird durch die Faltenbildung bei der reduzierten Werkzeugsteifigkeit deutlich erhöht. Die adaptive Vernetzung sowie die Reibbedingungen wirken sich ebenfalls auf die Zipfelhöhe aus. Der Verlauf der Kontur zeigt jedoch, dass es zu keinen Umlagerungen der Zipfel auf Grund der Parameterwahl des Modells kommt.

Die adaptive Netzverfeinerung hat demnach einen deutlichen Einfluss auf die Ergebnisse der Simulation. Die Ursache hierfür liegt im verwendeten Verfeinerungsverfahren: Durch die Netzverfeinerung entsteht ein irreguläres Netz, das Knoten auf

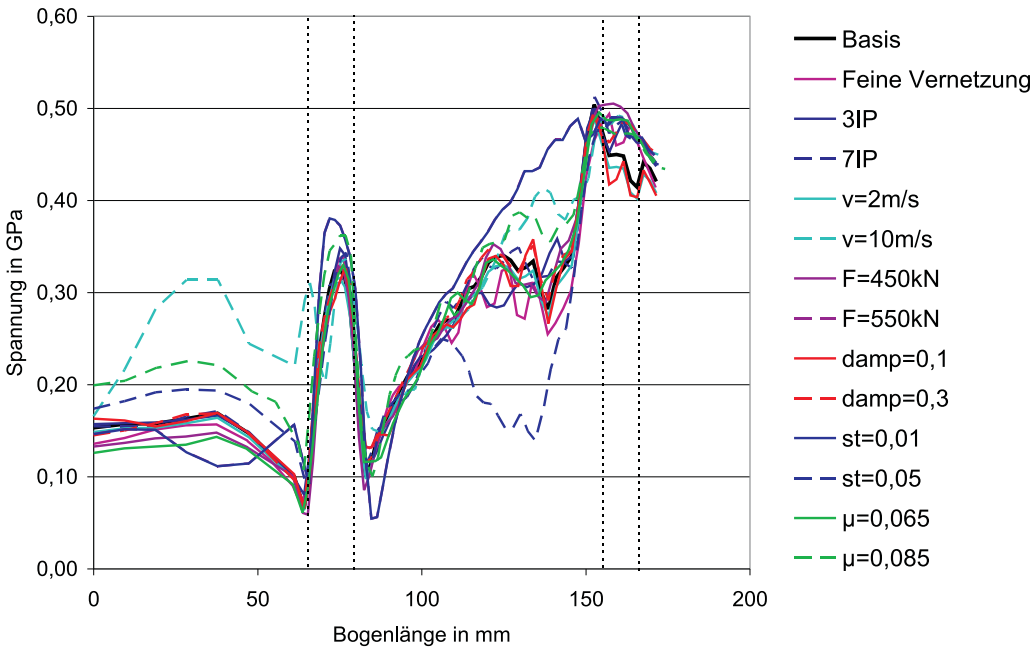


Abbildung 7.8: Einfluss der Simulationsparameter auf die Vergleichsspannung

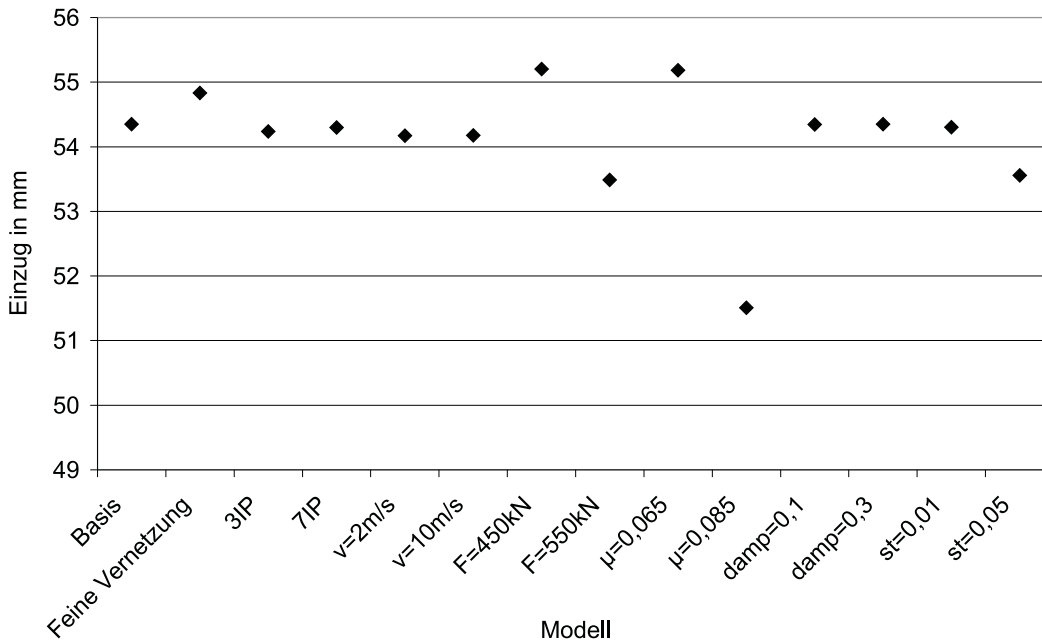


Abbildung 7.9: Einfluss der Simulationsparameter auf den mittleren Platineinzug

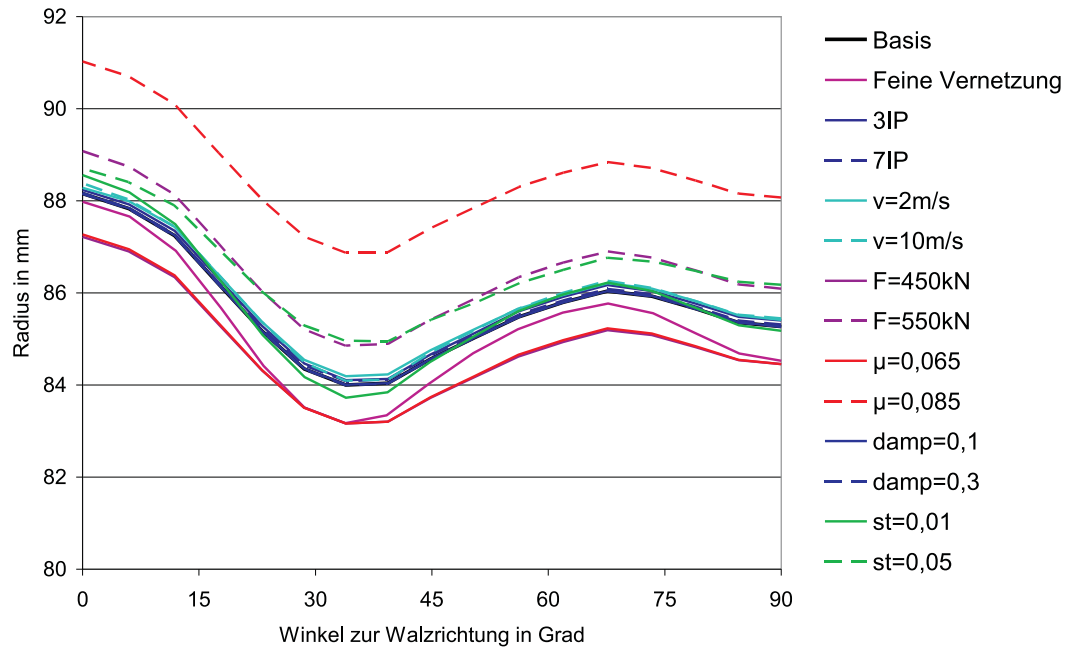


Abbildung 7.10: Einfluss der Simulationsparameter auf die Zipfelbildung

benachbarten Elementkanten aufweisen kann. Diese Knoten werden durch geometrische Bedingungen an die Nachbarknoten gekoppelt, so dass es zu einer Versteifung des Netzes kommt. Allerdings sind die berechneten Ergebnisse in der Größenordnung der Rechnung ohne adaptives Verhalten, so dass für praktische Belange die Zeitersparnis bei der Berechnung Vorrang hat.

Für die Berechnung des Tiefziehvorganges ist eine Integrationpunktzahl von 5 Punkten in Dickenrichtung ausreichend. Die Ergebnisse der Dehnungsverteilung mit 7 Integrationspunkten weichen nur unwesentlich von den Ergebnissen mit 5 Punkten ab. Bei der Verwendung von 3 Integrationspunkten zeigen sich im Bereich der Biegeradien deutliche Abweichungen, so dass eine Reduktion hierbei nicht durchgeführt werden kann.

Die Reduzierung der Kontaktsteifigkeit auf einen Wert von 0,01 führt zum Auftreten von Durchdringungen von Werkzeug und Platine, während eine Erhöhung dieses Parameters die Spannungsschwankungen im Bereich des Napfwand (Wechsel zwischen Kontakt und freien Flächen) verstärkt. Aus diesem Grund werden für die weiteren Rechnungen die Standardwerte für die Tiefziehsimulation verwendet. Der Einfluss des Modellparameters Kontaktdämpfung auf die betrachteten Ergebnisse ist nur gering, so dass auch hierbei im Weiteren auf die Standardwerte zurückgegriffen wird.

Tiefziehen mit DX53D+Z

Zur Simulation des Tiefziehens wurden unterschiedliche Kristallkonfigurationen verwendet. Tabelle 7.4 enthält eine Zusammenstellung der untersuchten Konfigurationen. Mit der Anzahl der Kristalle ist jeweils die Kristallgruppe gemeint, die den anisotropen Teil der Textur approximiert. Die Gesamtanzahl der Kristalle ergibt sich im Falle der ISO12-Variante dann als Summe der 12 Kristalle der ISO12-Anordnung und der jeweils aufgeführten Kristallzahl. Im Falle der Verwendung des von-Mises-Hintergrundes ist zusätzlich zur Kristallzahl ein „isotroper“ Kristall im Gesamtmodell enthalten.

Tabelle 7.4: Namenskonventionen für die Tiefziehsimulation mit DX53D+Z

Name	Textur- kristalle	Gesamtanzahl Kristalle	Modell für Hintergrund	Integrationspunkte in Dickenrichtung
A16M7	16	17	Mises	7
A16M9	16	17	Mises	9
A16I7	16	28	ISO12	7
A32M7	32	33	Mises	7
A48M7	48	49	Mises	7
A48M9	48	49	Mises	9
A48I7	48	60	ISO12	7
A64M7	64	65	Mises	7
A80M7	80	81	Mises	7
A80M9	80	81	Mises	9
A80I7	80	92	ISO12	7
A96M7	96	97	Mises	7
	Exponent	Typ des Makromodells		
A2B7	2	Barlat		7
A2B9	2	Barlat		9
A6B7	6	Barlat		7
A6B9	6	Barlat		9

Die Kristallkonfigurationen wurden mit der oben beschriebenen Anpassungsmethode bestimmt und hinsichtlich der r -Wert-Verläufe sowie der elastischen und plastischen Kennwerte optimiert.

Als Reibkoeffizient wurde ein statischer Reibwert von $\mu = 0,075$ verwendet. Die Penalty-Kontaktparameter sind identisch mit den für eine Tiefziehsimulation empfohlenen Parametern, die sich auch im Rahmen der Parameteruntersuchung als anwendbar erwiesen haben.

In den Abbildungen D.1 bis D.6 sind die Ergebnisse der Umformsimulation in Bezug auf die gemessenen Hauptdehnungen an der Blechoberfläche mit den Kristallmodellen mit ISO12-Hintergrund und von-Mises-Hintergrund zusammengestellt. Zum

Vergleich sind die Berechnungsergebnisse mit den zwei konventionellen Modellen gegenübergestellt. Die Schnitte zeigen eine deutliche Verbesserung der Vorhersage der 2. Hauptdehnung. In der ersten Hauptdehnung liegen die Simulationsergebnisse mit den Kristallmodellen ebenfalls etwas besser. Während die Vorhersagedaten in Querrichtung etwa denselben Fehler wie die konventionellen Simulationen aufweisen, liegen die Ergebnisse in Walzrichtung und unter 45° deutlich näher an den Messwerten.

Die berechnete Zipfelbildung der Näpfe mit den Modellen mit von-Mises-Hintergrund ist in der Abbildung D.19(a) dargestellt. Hierbei ist erkennbar, dass bereits die Modelle mit nur 16 Kristallen eine bessere Vorhersage der Zipfelhöhe ermöglichen als das Standard-Materialmodell. Allerdings ist bei Verwendung von nur 16 Kristallen die Lage des maximalen Einzuges eindeutig gegenüber der Messung versetzt. Die Prognosegüte erhöht sich bei der Verwendung zusätzlicher Kristalle. Die Ergebnisse geben ab 48 Kristallen den Verlauf des Einzuges qualitativ gut wieder. Die stärksten Unterschiede gibt es im Bereich um 0° zur Walzrichtung, unter der der minimale Einzug zu beobachten ist. Der mittlere Fehler im Einzug sinkt von mehr als 3,3 mm im Falle der Barlat-Modelle auf 1,0-1,6 mm im Falle der Kristallmodelle. Die Zipfelhöhe wird von einer Prognose von 13,8 mm (A2B7) bis auf eine Größe von 3,3 mm (A80M7) reduziert und liegt damit im Bereich der Messung ($3,6 \text{ mm} \pm 0,7 \text{ mm}$).

Wird statt eines von-Mises-Modells für den Hintergrund eine ISO12-Anordnung von Kristallen verwendet, so zeigt sich ein anderes Bild: Mit zunehmender Kristallzahl treten deutlich andere Zipfelformen auf, als in Realität beobachtet werden (Abb. D.19(b)). Die Ursache für dieses Verhalten ist in der überproportionalen Gewichtung der Kristalle in der ISO12-Anordnung zu suchen. Mit zunehmender Kristallzahl sinkt zwar das Gewicht des isotropen Anteils, jedoch erhöht sich die relative Gewichtung der ISO12-Kristalle gegenüber den weiteren Kristallen stark. Das Verhältnis der Gewichtung der ISO12-Kristalle zum mittleren Gewicht der weiteren Kristalle steigt von 3,8 im für das Modell mit 16 anisotrop ausgerichteten Kristallen auf 16 im Falle von 80 anisotrop ausgerichteten Kristallen. Aus diesem Grunde liefern die Tiefziehversuche immer stärker eine Form der Zipfelbildung, wie sie aus einer reinen ISO12-Konfiguration folgen würde.

Eine Erhöhung der Anzahl der Integrationspunkte von sieben auf neun führt zu keinen Veränderungen in den Dehnungsergebnissen und in der Zipfelbildung.

Die experimentellen Messungen der Textur zeigen einen Zerfall der Faserstruktur und eine Konzentration der Kristalle einer dominanten Komponente, die aus Symmetriegründen in den Darstellungen doppelt dargestellt wird. Zu beachten ist, dass das Referenzkoordinatensystem dem Prozess angepasst wurde, so dass für die betrachteten Winkel eine orthorhombische Symmetrie erhalten bleibt. Die ODF-Darstellungen sind als Schnitte in der φ_2 -Richtung in den Abbildungen E.1(a) und E.5(a) dargestellt.

In der Simulation kann ebenfalls eine deutliche Umorientierung der Kristalle beobachtet (Abb. E.1 - E.8) werden. Zur Verbesserung der Vergleichbarkeit mit den Messungen wurden die diskreten Kristallorientierungen durch Komponenten mit einer Halbwertsbreite von 6° ersetzt. Hierbei zeigt sich, dass bereits mit nur 16

Kristallen und einem isotropen von-Mises-Hintergrund die entstehende Endtextur gut mit der gemessenen Textur korrespondiert. Das Modell bildet die Lage der maximalen Intensität auf den gemessenen Positionen ab. Die Schärfe der Folgetextur wird im Vergleich zur Messung jedoch deutlich überschätzt. Dies ist ein typisches Verhalten für Modelle auf Basis der Taylor-Annahme.

Die Folgetexturen bei Verwendung der ISO12-Anordnung als Hintergrund werden durch die Endpositionen der hierfür verwendeten Kristalle dominiert. Diese Positionen weichen von den Werten der Messungen signifikant ab. Betrachtet man die Kristalle, die für die Anpassung der Textur verwendet wurden, so zeigt sich, dass diese in die Positionen wandern, wie sie auch in der Messung beobachtet werden.

Tiefziehen mit H180B

Die verwendeten Kristallkonfigurationen für die Tiefziehsimulation von H180B sind in Tabelle 7.5 zusammengefasst.

Tabelle 7.5: Namenskonventionen für die Tiefziehsimulation mit H180B

Name	Textur- kristalle	Gesamtanzahl Kristalle	Modell für Hintergrund	Integrationspunkte in Dickenrichtung
B16M7	16	17	Mises	7
B16M9	16	17	Mises	9
B16I7	16	28	ISO12	7
B32M7	32	33	Mises	7
B48M7	48	49	Mises	7
B48M9	48	49	Mises	9
B48I7	48	60	ISO12	7
B64M7	64	65	Mises	7
B80M7	80	81	Mises	7
B80M9	80	81	Mises	9
B80I7	80	92	ISO12	7
B96M7	96	97	Mises	7
	Exponent	Typ des Makromodells		
B2B7	2	Barlat		7
B2B9	2	Barlat		9
B6B7	6	Barlat		7
B6B9	6	Barlat		9

Der Vergleich der Dehnungsergebnisse zeigt wie im Fall von DX53D+Z eine gute Abbildung der Dehnungsverläufe (Abb. D.7 bis D.12) bei Verwendung des Kristallmodells mit von-Mises-Anteil. Die zweite planare Hauptdehnung wird von den Kristallmodellen besser wiedergegeben als mit den konventionellen Modellen. Im Bereich

der ersten planaren Hauptdehnung sind die Abweichungen der Modelle gegenüber den Messwerten im gleichen Bereich.

Die Zipfelbildung (Abb. D.20(a)) wird durch die untersuchten Kristallmodelle mit von-Mises-Hintergrund systematisch unterschätzt, wobei die Lage der Extrema (mit Ausnahme der Modells mit 16 Kristallen) korrekt abgebildet wird. Das Barlat-Modell mit $m = 2$ führt zu einer signifikanten Überschätzung der Zipfelbildung, während der Fehler des Modells mit $m = 6$ im selben Bereich wie der der Kristallmodelle liegt. Die mittlere Abweichung der Simulation von der Messung des Einzuges wird von mehr als 3 mm bei den Barlat-Modellen auf etwa 1 mm reduziert. Die Verwendung des ISO12-Hintergrundes resultiert in einer qualitativ falschen Wiedergabe der Zipfelbildung (Abb. D.20(b)).

Die Texturmessung (Abb. E.9(a) und E.13(a)) zeigt analog zum DX53 einen Zerfall der Faser im Bereich der γ -Faser und eine Konzentration in einer dominanten Komponente, die jedoch eine geringere Intensität aufweist. Eine geringe Sekundärstruktur ist im Bereich $\varphi_1 = 0^\circ$, $\Phi = 90^\circ$, $\varphi_2 = 45^\circ$ zu beobachten, so dass der Bereich der α -Faser ab ca. $\Phi = 25^\circ$ signifikant besetzt ist.

Die berechneten Texturen (Abb. E.9-E.16) mit dem von-Mises-Hintergrundmodell nach der Umformung zeigen eine dominante Komponente, deren Ausrichtung sehr gut mit den Messwerten übereinstimmt. Wie bereits im ersten Fall wird jedoch die Schärfe der Textur deutlich überschätzt. Die in der Texturmessung beobachtbare Belegung der α -Faser wird jedoch nicht abgebildet.

Bei Verwendung des Kristallmodells mit ISO12-Hintergrund zeigt sich als dominante Struktur die Endposition der ISO12-Kristalle, die wie im Fall von DX53D+Z von den Messwerten abweicht. Die berechnete Position der Kristalle für die Texturapproximation stimmt jedoch wieder gut mit den Ergebnissen der Messung überein.

Tiefziehen mit H340LAD

Das Material mit der höchsten Festigkeit im Test war H340LAD. Für die Tiefzieh-simulation wurden die Konfigurationen in Tabelle 7.6 untersucht.

Die Dehnungsverteilungen in den Schnitten unter 0° , 45° und 90° zur Walzrichtung sind in den Bildern D.13 bis D.18 dargestellt. Die berechneten Werte der zweiten planaren Hauptdehnung werden durch die Kristallmodelle geringfügig besser als mit den Barlat-Modellen abgebildet. Die Auswertung der ersten planaren Hauptdehnung zeigt, dass die Ergebnisse mit dem Kristallmodell im Bereich der Resultate mit den Barlat-Modellen liegen. Während das Barlat-Modell mit $m=6$ eine sehr gute Übereinstimmung mit den Messwerten aufweist, sind die Ergebnisse unter 45° zur Walzrichtung deutlich schlechter als die des Kristallmodells. Das Barlat-Modell mit $m=2$ liegt unter 0° und 45° im selben Ergebnisbereich wie die Kristallmodelle, jedoch ist der Fehler im Flanschbereich bei der Auswertung unter 90° deutlich höher.

Die Zipfelbildung (Abb. D.21(a) und D.21(b)) der Kristallmodelle ist stärker ausgeprägt als bei den realen Bauteilen. Die Verwendung der Barlat-Modelle führt zu einer weiteren Überschätzung dieses Effektes. Während letztere Modelle einen ma-

Tabelle 7.6: Namenskonventionen für die Tiefziehsimulation mit H340LAD

Name	Textur- kristalle	Gesamtanzahl Kristalle	Modell für Hintergrund	Integrationspunkte in Dickenrichtung
C16M7	16	17	Mises	7
C16M9	16	17	Mises	9
C16I7	16	28	ISO12	7
C32M7	32	33	Mises	7
C48M7	48	49	Mises	7
C48M9	48	49	Mises	9
C48I7	48	60	ISO12	7
C64M7	64	65	Mises	7
C80M7	80	81	Mises	7
C80M9	80	81	Mises	9
C80I7	80	92	ISO12	7
C96M7	96	97	Mises	7
	Exponent	Typ des Makromodells		
C2B7	2	Barlat		7
C2B9	2	Barlat		9
C6B7	6	Barlat		7
C6B9	6	Barlat		9

ximalen Einzug im Bereich von 90° zur Walzrichtung prognostizieren, wird dieser durch die Kristallmodelle bei 0° und 90° etwa ausgewogen berechnet. Die Messungen zeigen ebenfalls einen nahezu identischen Einzug in diesen Richtungen. Der mittlere Fehler der Kristallmodelle ist mit Ausnahme des Modells mit 64 Kristallen geringer als 1,5 mm, während dieser bei den Barlat-Modellen größer als 2 mm ist.

Die Texturmessung (Abb. E.17(a) und E.21(a)) zeigt in Walzrichtung eine relativ scharfe Komponente, die im selben Bereich wie die bisherigen Folgetexturen liegt. In der Querrichtung ist die Textur deutlich schwächer ausgeprägt und weist eine sekundäre Faser im Bereich von $\varphi_1=0^\circ$, $\Phi=90^\circ$, $0^\circ \leq \varphi_1=90^\circ$ auf.

Die aus der Simulation resultierenden Texturkomponenten (Abb. E.17 -E.24) sind erst ab einer Kristallzahl von 48 in guter Übereinstimmung mit den Messwerten. Allerdings werden auch hier die Nebenkomponten auf der oben genannten Faser nur unzureichend entwickelt. Im Gegensatz zu den Materialien DX53D+Z und H180B wird die Schärfe der Textur eher unterschätzt, wobei eine deutliche Annäherung an die gemessenen Werte mit zunehmender Kristallzahl zu beobachten ist. Die Ursache für diese für ein Taylor-Modell untypische Unterschätzung der Texturschärfe liegt in der Verwendung eines sehr hohen isotropen Anteils, der durch ein von-Mises-Modell abgebildet wird. Dieser Volumenanteil (80-90%) bleibt während der Umformung konstant erhalten, so dass die Entwicklung Texturschärfe infolge der Umordnung der Kristalle deutlich abgemildert wird.

Der Vergleich der beiden Hintergrundmodelle (ISO12 und von Mises) in Hinblick auf die Texturentwicklung zeigt auch für dieses Modell eine bessere Prognose mit dem von-Mises-Modell. Die Vordergundkristalle entwickeln sich in beiden Modellen in analoge Positionen. Die Gesamttextur wird jedoch durch die ISO12-Kristalle bei dem entsprechenden Modell auf Grund der starken Gewichtung dominiert. Dies führt zu deutlichen Unterschieden in der Folgetextur im Vergleich zu den Messwerten.

7.1.4 Diskussion des Tiefziehverhaltens

Mit Hilfe der Tiefziehsimulation wurde das Verhalten des Kristallmodells für drei unterschiedliche Materialien untersucht. Die Ergebnisse zeigen, dass die Dehnungsverteilungen der Modelle für einen Werkstoff sich nur geringfügig mit der Anzahl der verwendeten Kristalle verändern. Somit erhält man bereits bei geringen Kristallzahlen (16 oder 32 Kristalle in der anisotropen Anordnung) eine gute Übereinstimmung mit den Messwerten. Im Vergleich zu den Referenzmodellen stellt sich, für alle untersuchten Werkstoffe und Dehnungsverteilungen, eine leichte Verbesserung der Prognosegüte ein.

Der Einsatz der Kristallmodelle führt zu einer deutlichen Verbesserung der Simulationsergebnisse in Hinblick auf die Zipfelbildung im Vergleich zu den Barlat-Modellen. Die Kristallmodelle reduzieren den mittleren Fehler im Einzug auf die Größe im Bereich der Messunsicherheiten im Experiment. Ebenso wird eine Verbesserung der Prognose der Zipfelhöhe erreicht. Die Lage der minimalen und maximalen Einzüge wird durch die Kristallmodelle mit von-Mises-Hintergrund jedoch erst bei Verwendung einer größeren Anzahl von Kristallen korrekt abgebildet. Eine Approximation mit 16 Kristallen führt bei den stärker texturierten Materialien zu einer fehlerhaften Lage der Zipfel. Ab einer Anzahl von 32 Kristallen wird die Lage der Minima und Maxima der Einzüge gut approximiert.

Bei Verwendung eines ISO12-Hintergrundes wird die Zipfelbildung durch die Entwicklung der 12 Kristalle dominiert, die den isotropen Hintergrund abbilden sollen. Dies hat zur Folge, dass die verbleibenden Kristalle einen untergeordneten Beitrag zur Lösung liefern. Die durchgeführten Berechnungen zeigen alle qualitativ gleiche Verläufe der Zipfelbildung für diesen Hintergrund.

Der Vergleich der Rechenzeiten der Kristallmodelle mit den makroskopischen Modellen zeigt, dass pro verwendetem Kristall im Materialmodell für Schalen etwa das Vierfache der Rechenzeit des im Vergleich verwendeten Barlat-Modells benötigt wird. Aus diesem Grund ist wegen der zu erwartenden Rechenzeiten ineffektiv, den isotropen Hintergrund durch eine große Anzahl von Kristallen abzubilden.

Eine Verbesserung der Simulation der Zipfelhöhen ist prinzipiell durch eine nachträgliche Modifikation des Volumenanteils des von-Mises-Modells, analog zum Vorgehen von Zhao et al. [152], möglich. Auf Grund der Zielsetzung einer Materialidentifikation mit vergleichsweise geringem Messaufwand erscheint ein solches Vorgehen nicht gerechtfertigt, da bei der Verwendung eines solchen Identifikationsversuches eine Vielzahl von zusätzlichen Randbedingungen (z.B. Reibung) einfließt.

Durch die gewählten Reibzahlen für die einzelnen Werkstoffe wird der mittlere

Einzug der Platine bei Verwendung des Kristallmodells geringfügig unterschätzt. Diese Abweichungen liegen in einer Größe, wie sie schon auf Grund des Fehlers in der Reibwertbestimmung erwartet werden kann.

Sowohl die Dehnungsverteilung als auch die Zipfelbildung ist bei den untersuchten Materialien nicht signifikant von der Anzahl der Integrationspunkte in Dickenrichtung abhängig. Die Parameterstudie zeigt, dass auch mit fünf Integrationspunkten in Dickenrichtung diesbezüglich gute Ergebnisse erzielt werden.

Die Auswertung der Texturmessungen zeigt für alle Materialien eine deutliche Entwicklung der Texturen gegenüber dem Lieferzustand der Bleche. Die ursprünglich vorhandene Fasertextur wird durch einzelne, stärker ausgeprägte Komponenten ersetzt. Die Intensitäten dieser Komponenten werden von den Anfangsintensitäten der Ausgangstexturen beeinflusst. Mit Ausnahme der 90° -Richtung des Werkstoffes H340LAD werden nahezu identische Endpositionen dieser Komponenten eingenommen. Neben diesen Hauptkomponenten entwickeln sich sekundäre Fasern, die bei den Werkstoffen mit geringerer Schärfe der Anfangstextur stärker ausgeprägt sind.

Die simulierte Texturentwicklung deckt mit guter Übereinstimmung die Hauptkomponenten der experimentellen Folgetexturen ab. Mit Ausnahme der Fälle, in denen die isotrope Komponente eine extreme Dominanz aufweist, ist das typische Verhalten eines Taylor-Modells zu beobachten: Die Schärfe der Texturen wird überschätzt. Die Entwicklung von sekundären Texturkomponenten, wie sie bei den schwächer texturierten Materialien auftreten, wird durch das Modell nur ungenügend beschrieben.

Der Vergleich der Hintergrundmodelle zeigt auch in Hinblick auf die Texturentwicklung einen Vorteil für das von-Mises-Modell. Die Folgetexturen werden durch die Dominanz der ISO12-Kristalle gegenüber den weiteren Kristallen verfälscht.

Grundsätzlich ist bei den untersuchten Werkstoffen zu beobachten, dass der Einfluss der anfänglichen Textur auf die Lage der dominanten Komponenten in der Folgetextur relativ gering ist. Dieses Ergebnis deckt sich mit Ergebnissen nach Van Houtte [141], der ein analoges Verhalten für Walztexturen beschreibt. Die Ursache für dieses Verhalten ist die Größe der aufgebrachten Verformungen, die zu einer grundsätzlichen Umorientierung aller Kristalle des Werkstoffes führt. Je nach Ausgangsposition der Kristalle geschieht dies schneller oder langsamer, so dass die Anfangstextur sich in der Schärfe der Folgetextur bemerkbar macht. Dies erklärt auch die Unterschiede in den Folgetexturen der Proben in Walz- und Querrichtung.

7.2 Rückfederung

Die Rückfederung von Bauteilen nach einer Verformung wird durch innere Spannungen hervorgerufen. Dieser Effekt ist bei allen Umformvorgängen nach der Entlastung des Bauteils, z.B. bei Entnahme aus dem Werkzeug zu beobachten. Ebenso treten Rückfederungseffekte auf, wenn der nach der Entlastung eingestellte Gleichgewichtszustand gestört wird, z.B. durch eine Änderung der Geometrie des Bauteils infolge eines Beschnittes. Die hieraus resultierende Formänderung des Bauteils ist abhängig



Abbildung 7.11: Rückfederungsversuch: Napf, Ringe, Ringe nach Öffnung

vom Material und der Verformungsgeschichte.

Im folgenden Abschnitt wird dieser Effekt am Beispiel von Ringen eines Napfes experimentell und simulativ untersucht.

7.2.1 Experimentelle Untersuchung der Rückfederung

Als Beispiel zur Untersuchung der Rückfederung wurde das Vorgehen nach Rohleder [121] gewählt. Die tiefgezogenen Näpfe wurden durch Drahterosion in Ringe mit einer Breite von 10 mm geschnitten. Der Abstand zwischen den Ringen beträgt ebenfalls 10 mm, der erste Ring befindet sich 10 mm unterhalb der Oberkante des Napfes. Die so erhaltenen Ringe wurden durch die Messtechnikabteilung der Volkswagen AG photogrammetrisch vermessen. Zum Einsatz kam das System ATOS II, das auch zur Erstvermessung der Näpfe benutzt wurde [47, 119]. Im Anschluss an die Messung erfolgte die einseitige Durchtrennung der Ringe, die ebenfalls mit Hilfe der Drahterosion durchgeführt wurde. Diese Störung des Gleichgewichtszustandes führt zu einer Auffederung des Bauteils. In diesem Zustand erfolgt eine zweite photogrammetrische Vermessung der Ringe.

Die drei Stufen dieses Prozesses sind in Abbildung 7.11 dargestellt. Hierbei ist gut erkennbar, dass die Größe der Rückfederung von der Position des Ringes innerhalb des Napfes abhängig ist.

Als Messgröße für die Rückfederung wird die Veränderung der Radien der Ringe infolge der Auftrennung verwendet. Hierzu wurden die bei der Messung generierten Punktwolken in CATIA V4 aufbereitet. Die Messpunkte wurden anhand einer Markierung in Walzrichtung ausgerichtet und anschließend einer Normalprojektion in die Ebene $z = 0$ unterzogen. Die resultierenden Koordinaten wurden als Grundlage

für die Anpassung eines Ausgleichskreises mit Hilfe einer Optimierungsroutine auf Basis des Simplex-Verfahrens in MATLAB herangezogen. Als Fehlermaß wurde die Summe der Fehlerquadrate zwischen einem idealen Kreis und den realen Messpunkten verwendet.

7.2.2 Simulation der Rückfederung

Zur Realisierung dieses Prozesses ist für die Rückfederung die Simulation eines Halbmodells notwendig. Für eine sinnvolle Abbildung der Biegespannungszustände innerhalb des Materials sind nach Rohleder [121] neun Integrationspunkte in Dickenrichtung zu verwenden. Auf Grund der zu erwartenden Rechenzeiten ist eine solche hohe Anzahl an Integrationspunkten für das betrachtete Modell problematisch. Als Kompromiss zwischen der Genauigkeit der Berechnung und der Berechnungsdauer wird deshalb ein Modell mit sieben Integrationspunkten in Dickenrichtung verwendet. Zur Überprüfung der hiermit erzielten Ergebnisse werden einzelne Rechnungen ebenfalls mit neun Integrationspunkten durchgeführt.

Nach dem Abschluss des Tiefziehens wird das Modell in Dynaform interaktiv beschnitten. Hierbei werden alle inneren Variablen des Tiefziehmodells auf Integrationspunktebene (siehe Abschnitt 4.6.3) übertragen.

Als Randbedingungen wird an einem Rand des Halbringes die Symmetrierandbedingung wie beim Tiefziehen erhalten, während sie am zweiten Rand gelöscht werden, um den Beschnitt zur Öffnung des Ringes zu simulieren. Zusätzlich werden auf der Seite der Symmetrierandbedingung die Verschiebung und Verdrehung eines Knotens unterbunden. Die Aufbringung dieser zusätzlichen Randbedingungen ist auf Grund der impliziten Rechnung notwendig, da hierbei Starrkörperverschiebungen unterdrückt werden müssen.

Das Modell wird einer impliziten Rückfederungsrechnung unterzogen, da dieses Vorgehen im Vergleich zur expliziten Rückfederungsrechnung nur etwa 5% der Rechenzeit benötigt. Ebenso entfällt die Problematik der Bestimmung einer Dämpfungskonstanten für die explizite Rückfederung.

Die Positionen der Knoten im stationären Zustand am Ende der Rechnung werden in die Ebene $z=0$ normal projiziert. Die Approximation dieser Punkte mit einem Kreis wird mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate durchgeführt. Auf Grund der Symmetrieeigenschaften wird bei der Optimierung die Lage des Kreises in y -Richtung bei null fixiert. Die Optimierung wurde analog zur Behandlung der Messwerte in MATLAB durchgeführt.

7.2.3 Ergebnisse der Rückfederung

DX53D+Z

Die Berechnung mit dem Werkstoff DX53D+Z erfolgt mit den Kristallmodellen in Kombination mit der von-Mises-Approximation des isotropen Hintergrundes. Abbildung 7.12 zeigt die Ergebnisse der Rückfederungsrechnung der Kristallmodelle im Vergleich zu den makroskopischen Modelle sowie zu den Messwerten. Die Messungen

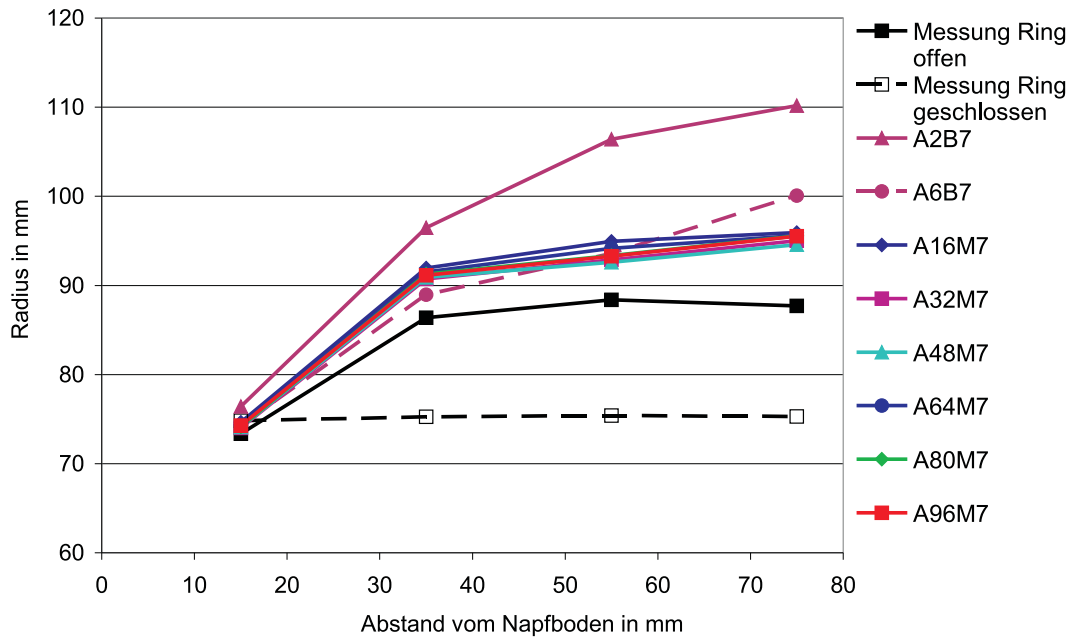


Abbildung 7.12: Rückfederung von DX53D+Z: Verteilung der Ringradien
 Barlatmodell (7 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (7 IP)

zeigen, dass sich der unterste Ring nach der Durchtrennung schließt, während sich die anderen Ringe öffnen. Die größte Aufweitung ist am 2. Ring zu beobachten.

Das Kristallmodell mit 7 Integrationspunkten in Dickenrichtung bildet die gemessene Auffederung (siehe auch Tab. 7.7) gut ab. Das Schließen des 4. Ringes (bei 15 mm) wird von allen verwendeten Kristallgruppen korrekt prognostiziert, während des Barlat-Modell mit dem Exponenten $m = 2$ ein Öffnen des unteren Ringes berechnet. Im Gegensatz zur Messung wird in allen Simulation die maximale Öffnung der Ringe jedoch am obersten Ring berechnet. Die Unterschiede zwischen den Rückfederungsergebnissen der einzelnen Kristallgruppen sind relativ gering. Bereits das Modell mit 16 Kristallen weist einen mittleren Fehler von weniger als 6,5% auf. Die Maximalfehler der Modelle liegen unter 10% der Messwerte und damit deutlich besser als die Ergebnisse des besten makroskopischen Modells (15% Maximalfehler).

Die Erhöhung der Anzahl der Integrationspunkte von sieben auf neun verbessert die Lösungsgenauigkeit des Modells (Abb. 7.13) sowohl für die Kristallmodelle mit von-Mises-Hintergrund als auch für die makroskopischen Modelle. Der qualitative Verlauf der Auffederung wird hiervon jedoch nicht beeinflusst.

Die Verwendung des Modells mit der ISO12-Gruppe statt des von-Mises-Modells für den isotropen Hintergrund verbessert die Lösung der Rückfederungsberechnung. Die Rückfederung wird mit 48 (A48I7) und 80 (A80I7) Kristallen und 7 Integrationspunkten in Dickenrichtung qualitativ richtig berechnet.

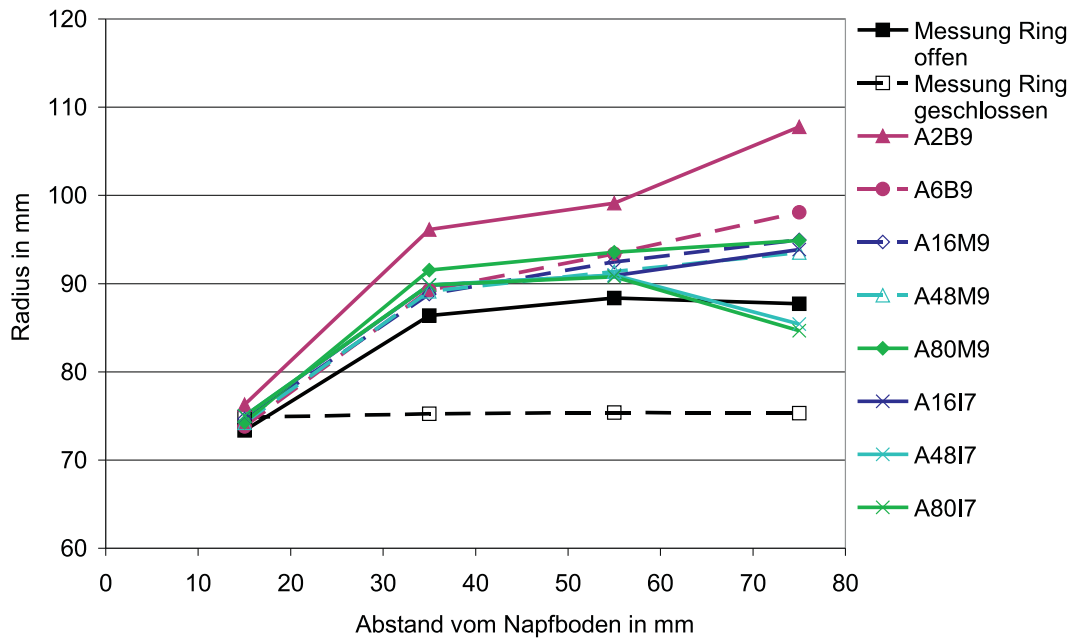


Abbildung 7.13: Rückfederung von DX53D+Z: Verteilung der Ringradien
 Barlatmodell (9 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (9 IP)
 Kristallmodell mit ISO12-Hintergrund (7 IP)

H180B

Die Rückfederung des Werkstoffes H180B zeigt ein Schließen des Ringes mit dem geringsten Abstand zum Napfboden. Die maximale Ringöffnung tritt ebenfalls beim 2. Ring auf. Die verwendeten Modelle zeigen alle ein Schließen des untersten Ringes (Abb. 7.14). Die maximale Öffnung wird bei den Barlat-Modellen und den Kristallmodellen (ab 44 Kristallen) beim 1. Ring erreicht (Tab. 7.8). Für diesen Werkstoff unterschätzen die Kristallmodelle die Auffederung systematisch. Der mittlere Fehler der Kristallmodelle ab 16 Kristallen liegt bei ca. 7%. Dies entspricht dem mittleren Fehler des Barlat-Modells mit $m = 2$, der mittlere Fehler des Modells mit $m = 6$ liegt bei 4%.

Die Erhöhung der Anzahl der Integrationspunkte (Abb. 7.15) führt bei den Kristallmodellen zu einer Lösung der Rückfederungsberechnung, die den gemessenen Verlauf qualitativ reproduziert. Die maximale Auffederung wird am 2. Ring erreicht. Der mittlere Fehler der entsprechenden Modelle sinkt gegenüber den entsprechenden Modellen mit 7 Integrationspunkten.

Tabelle 7.7: Ergebnisse der Rückfederungsrechnung mit DX53D+Z

Abstand vom Boden	15 mm	35 mm	55 mm	75 mm
	r in mm	r in mm	r in mm	r in mm
Messung	73,4	86,3	88,4	87,7
A2B7	76,4	96,5	106,4	110,2
A2B9	76,3	96,1	99,1	107,8
A6B7	74,4	89,0	93,6	100,1
A6B9	73,8	89,3	93,4	98,1
A16I7	75,0	89,8	90,9	93,9
A16M7	74,7	92,0	95,0	95,9
A16M9	74,7	88,8	92,5	95,0
A32M7	74,1	90,7	92,9	95,0
A48I7	75,0	89,8	91,0	85,4
A48M7	74,1	90,9	92,6	94,6
A48M9	74,2	89,1	91,3	93,5
A64M7	74,3	91,5	94,2	95,6
A80I7	75,0	89,8	90,7	84,6
A80M7	74,1	91,3	93,4	95,6
A80M9	74,3	91,5	93,5	94,9
A96M7	74,3	91,2	93,3	95,6

H340LAD

Beim Werkstoff mit der höchsten Streckgrenze ist eine deutlichen Öffnung des untersten Ringes zu beobachten (Abb. 7.16). Diese Öffnung wird von den Barlat-Modell kaum erfasst, der entsprechende Ring weist praktisch keine Rückfederung auf, im Modell mit $m = 2$ wird sogar ein leichtes Schließen berechnet. Alle anderen Modelle prognostizieren dieses Verhalten. Die beste Näherung des Gesamtverhaltens wird durch das Modell mit 64 Kristallen erreicht. Hierbei werden die Messwerte mit einem mittleren Fehler von ca. 1,5% reproduziert. Die weiteren untersuchten Kristallmodelle weisen einen mittleren Fehler von weniger als 3% aus. Die Abweichungen der makroskopischen Modelle sind im Mittel höher ($m = 2$: 5%, $m = 6$: 7%). Die Ergebnisse sind in Tabelle 7.9 zusammengefasst.

Die Erhöhung der Anzahl der Integrationspunkte auf neun in Dickenrichtung (Abb. 7.17) führt in diesem Fall zu einer geringfügigen Verschlechterung der Lösung (mittlerer Fehler bei max. 4%). Die Radienänderungen des 3. Ringes werden gegenüber der Lösung mit sieben Integrationspunkten unterschätzt. Am qualitativen Verlauf der Ergebnisse gibt es jedoch keine Änderung.

Die Verwendung des ISO12-Hintergrundes führt bei den beiden Modellen mit größeren Kristallzahlen zu einer Verschiebung der maximalen Auffederung zum drit-

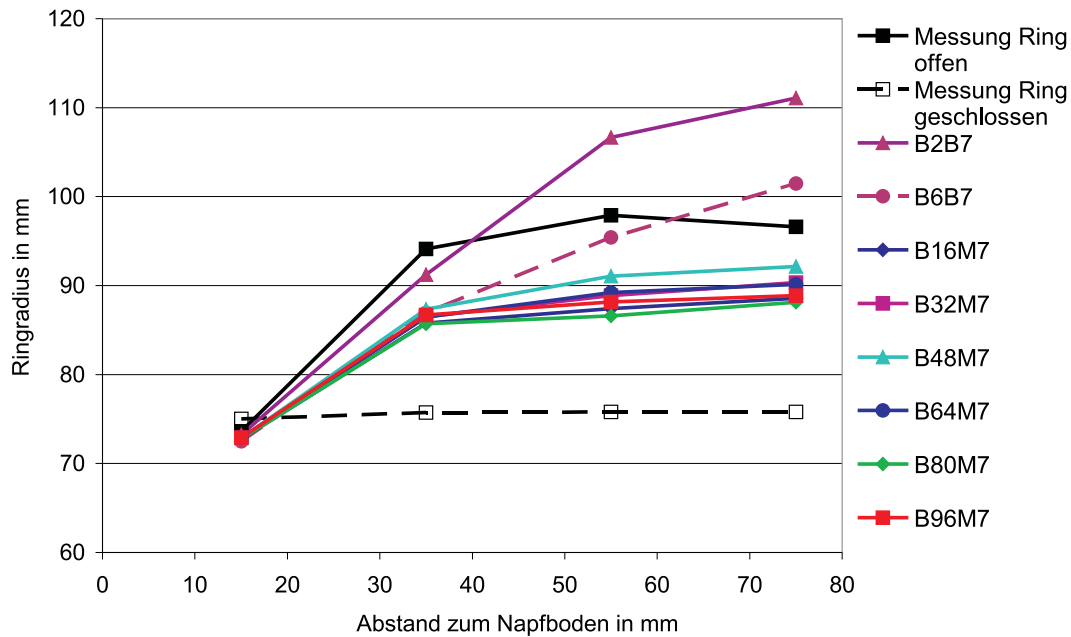


Abbildung 7.14: Rückfederung von H180B: Verteilung der Ringradien
 Barlatmodell (7 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (7 IP))

ten Ring. Beim Modell mit nur 16 Kristallen zur Abbildung der Textur sind die Auffederungen im zweiten und dritten Ring nahezu identisch.

7.2.4 Diskussion des Rückfederungsverhaltens

Die experimentelle Untersuchung des Rückfederungsverhaltens zeigt eine deutliche Abhängigkeit der Ergebnisse von den verwendeten Werkstoffen. Die Größe der maximalen Auffederung wächst bei gleicher Blechdicke mit zunehmender Festigkeit des Materials. Ein zusätzlicher Einflussfaktor ist die Blechdicke. Das Material mit der geringsten Blechdicke (H180B) zeigt die größte Auffederung. Dieses Ergebnis deckt sich mit der Parameterstudie zum Dickeneinfluss von Rohleder [121].

Ebenso ist ein qualitativer Wechsel des Auffederungsverhaltens des untersten Ringes zu beobachten: Während bei den Materialien mit geringerer Fließspannung ein Schließen beobachtet wird, kommt es bei dem Material höchster Festigkeit zu einem deutlichen Öffnen dieses Ringes. Die maximale Auffederung wird stets am 2. Ring von oben beobachtet, wobei sich der Unterschied zum obersten Ring mit zunehmender Festigkeit vergrößert.

Die Rückfederungsberechnung mit dem Kristallmodell zeigt eine gute Übereinstimmung mit den Messwerten. Die Verteilung der Auffederung wird mit Ausnahme von DX53D+Z von den Kristallmodellen bei Verwendung von neun Integrations-

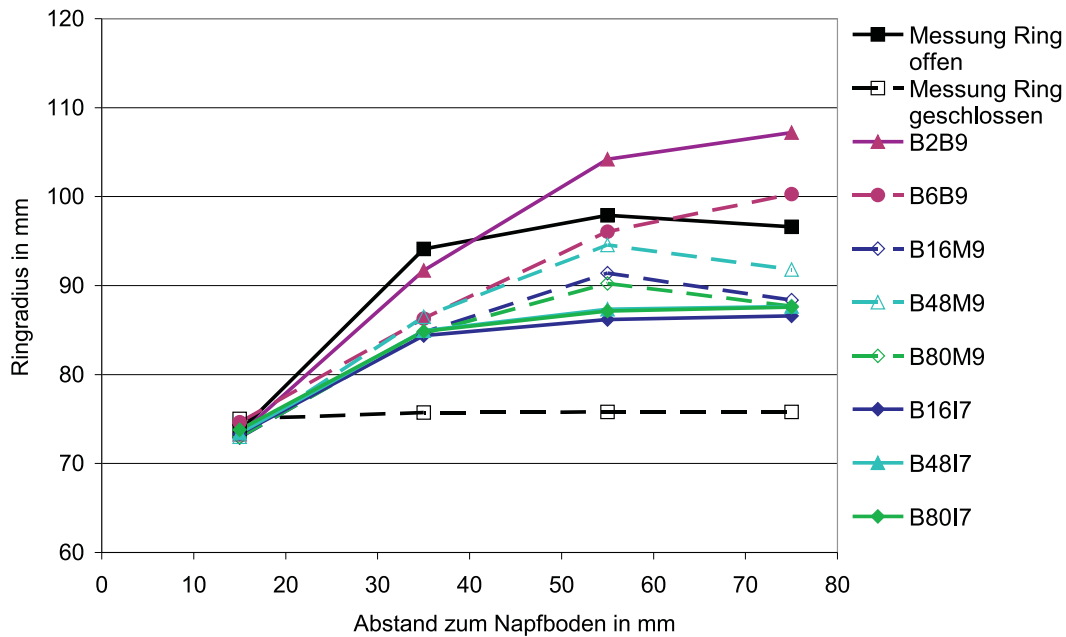


Abbildung 7.15: Rückfederung von H180B: Verteilung der Ringradien
 Barlatmodell (9 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (9 IP)
 Kristallmodell mit ISO12-Hintergrund (7 IP)

punkten in Dickenrichtung korrekt abgebildet. Im Fall von DX53D+Z wird die maximale Auffederung am 1. Ring erzielt, die jedoch nur gering von der am 2. Ring abweicht. Auch bei diesem Material ist der qualitative Verlauf mit dem Kristallmodell besser prognostiziert als mit dem Referenzmodell.

Die Verwendung einer höheren Anzahl an Integrationspunkten in Dickenrichtung führt zu einer Verbesserung der qualitativen Übereinstimmung der berechneten Rückfederung mit den Messwerten. Die Ursache hierfür liegt in der besseren Approximation des Spannungsprofils in Dickenrichtung.

Die Erhöhung der Anzahl der Kristalle führt bei Verwendung des von-Mises-Hintergrundmodells zu keiner Änderung des qualitativen Verlaufes der Rückfederung. Bereits mit 16 Kristallen ist eine gute Prognose der Rückfederung möglich.

Bei Betrachtung des Verhalten des untersten Ringes zeigt sich, dass dieses nur von den Kristallmodellen kontinuierlich richtig prognostiziert wird. Die makroskopischen Modelle bilden das Verhalten in diesem Bereich nicht für alle untersuchten Materialien qualitativ richtig ab. Das starke Öffnen dieses Ringes bei H340LAD wird in keiner Weise durch diese Modelle reproduziert.

In der Gesamtbetrachtung der untersuchten Materialien liefert das kristallplastische Modell im Falle einer Rückfederungssimulation zuverlässigere Ergebnisse als das Vergleichsmodell. Die Richtung der Rückfederung wird in jedem Falle korrekt

Tabelle 7.8: Ergebnisse der Rückfederungsrechnung mit H180B

Abstand vom Boden	15 mm	35 mm	55 mm	75 mm
	r in mm	r in mm	r in mm	r in mm
Messung	73,7	94,2	98,0	96,8
B2B7	73,3	91,2	106,6	110,1
B2B9	73,3	91,7	104,2	107,2
B6B7	72,5	86,9	95,4	101,5
B6B9	74,7	86,3	96,1	107,2
B16I7	73,3	84,4	86,2	86,6
B16M7	72,8	85,8	87,4	88,6
B16M9	72,9	84,8	91,4	88,4
B32M7	72,9	86,5	88,9	90,3
B48I7	73,4	84,9	97,4	87,7
B48M7	72,9	87,4	91,0	92,2
B48M9	73,1	86,5	94,6	91,8
B64M7	72,8	86,5	89,2	90,1
B80I7	72,8	84,9	87,1	87,6
B80M7	72,8	85,7	86,6	88,1
B80M9	73,0	84,6	90,3	87,7
B96M7	72,9	86,7	88,2	88,9

berechnet und die simulierten Radien weisen eine gute Übereinstimmung mit den Messwerten auf.

7.3 Zusammenfassung der Tiefziehuntersuchung

Die Untersuchung des Modellverhaltens beim Tiefziehen zeigt für die untersuchten Materialien, dass die Kombination der kristallplastischen Modells mit einem isotropen Hintergrund auf Basis eines von-Mises-Modells für die praktische Anwendung gute Ergebnisse liefert. Das hier verwendete vereinfachte Kristallmodell ist in der Lage, das wesentliche Verhalten der untersuchten Werkstoffe gut abzubilden. Zur Berechnung der stärker texturierten Werkstoffe ist eine Mindestzahl von 32 Kristallen notwendig, um hinsichtlich der hier untersuchten Eigenschaften (Zipfelbildung, Dehnungsverteilung und Rückfederung) gute Ergebnisse zu erhalten.

Die Vorteile des kristallplastischen Modells liegen besonders in der besseren Prognose der Zipfelbildung und der Rückfederung. Im Vergleich der Dehnungsergebnisse sind die Abweichungen mit dem Kristallmodell insgesamt geringer, jedoch erscheint aus Gründen der Rechenzeiten ein Einsatz im reinen Bereich der Tiefziehsimulation nicht gerechtfertigt.

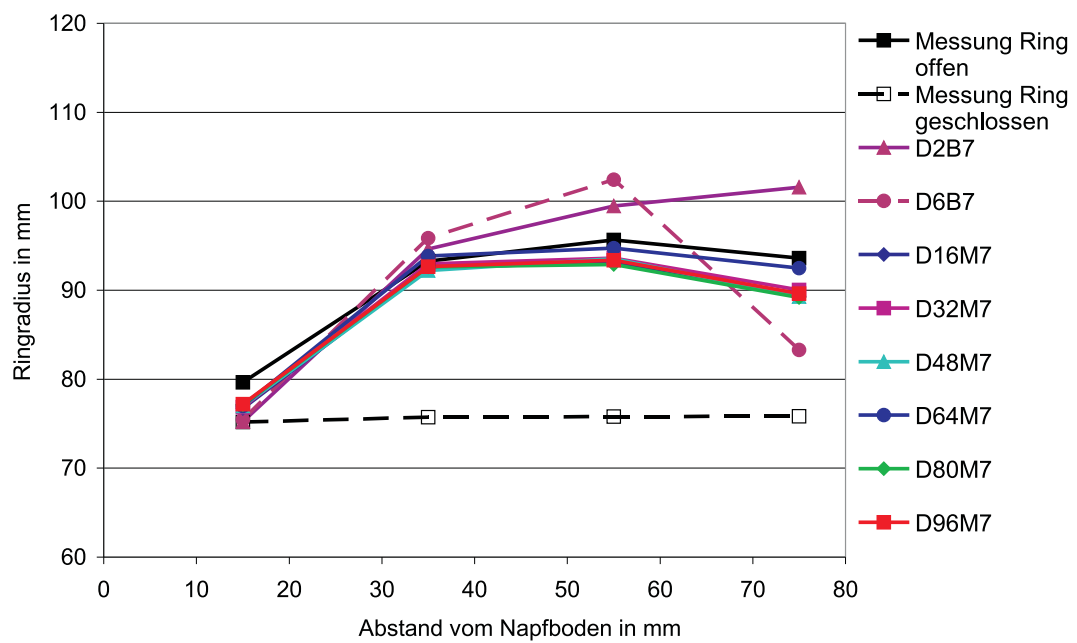


Abbildung 7.16: Rückfederung von H340LAD: Verteilung der Ringradien
 Barlatmodell (7 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (7 IP)

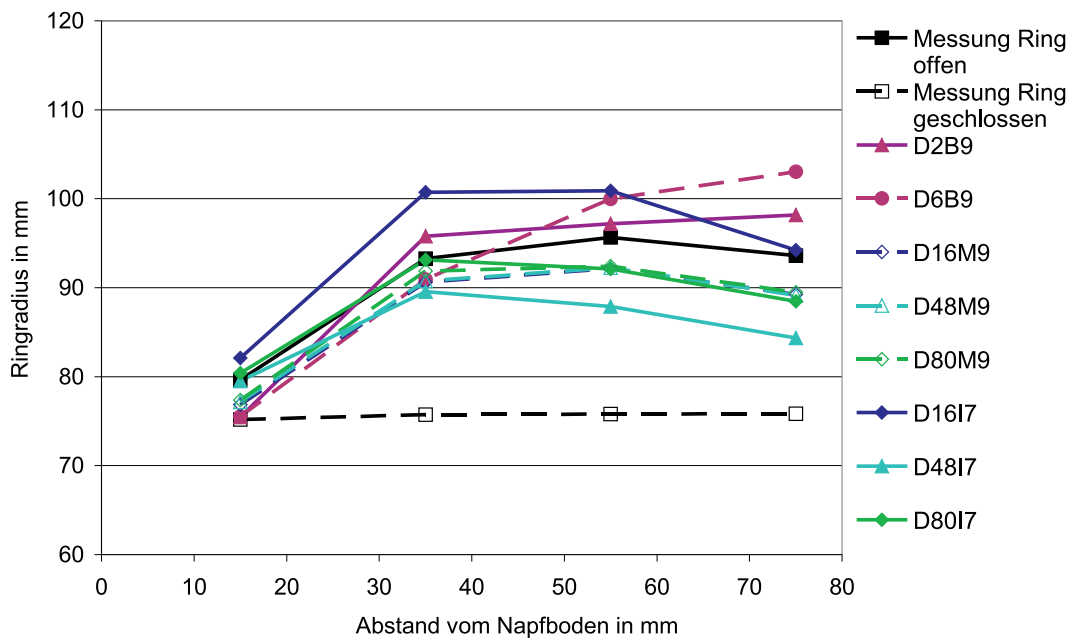


Abbildung 7.17: Rückfederung von H340LAD: Verteilung der Ringradien
 Barlatmodell (9 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (9 IP)
 Kristallmodell mit ISO12-Hintergrund (7 IP)

Tabelle 7.9: Ergebnisse der Rückfederungsrechnung mit H340LAD

Abstand vom Boden	15 mm	35 mm	55 mm	75 mm
	r in mm	r in mm	r in mm	r in mm
Messung	79,7	93,3	95,7	93,6
C2B7	75,2	94,6	99,5	101,6
C2B9	75,5	95,8	97,2	98,2
C6B7	75,5	95,9	102,4	83,3
C6B9	75,5	90,9	100,0	103,1
C16I7	76,9	90,6	92,1	89,3
C16M7	76,7	92,6	93,1	89,3
C16M9	76,9	90,6	92,1	89,3
C32M7	76,9	93,0	93,6	90,1
C48I7	77,2	90,8	92,3	89,1
C48M7	77,0	92,2	93,5	89,3
C48M9	77,2	90,8	92,3	89,2
C64M7	77,0	93,9	94,8	92,5
C80I7	80,4	93,1	92,1	88,5
C80M7	77,1	92,6	92,9	89,2
C80M9	77,4	91,9	92,4	89,5
C96M7	77,2	92,7	93,4	89,6

Kapitel 8

Grenzen des Modells

Das verwendete kristallplastische Materialmodell ist auf Grund seiner Modellannahmen limitiert. Diese Einschränkungen sollen im folgenden Abschnitt diskutiert werden.

Die plastische Deformation der hier betrachteten kubisch-raumzentrierten Kristalle erfolgt durch das Modell des Pencil-Glide. Diese verwischt die eng beieinander liegenden Gleitsysteme, die die $\langle 111 \rangle$ -Gleitrichtungen enthalten, zu einer Gruppe von 4 Gleitsystemen, wobei die zulässigen Gleitebenen alle Ebenen sind, die die Gleitrichtung enthalten. Dieses Vorgehen hat zur Folge, dass nicht mehr zwischen den Gleitebenen $\{110\}$, $\{112\}$ und $\{123\}$ unterschieden werden kann. Diese Gleitebenen können in Realität jedoch unterschiedliche kritische Schubspannungen aufweisen. Zusätzlich gibt es bei kubisch-raumzentrierten Kristallen Unterschiede zwischen der kritischen Schubspannung auf den $\{112\}$ -Ebenen infolge der dort möglichen Zwillingsbildung [34]. Diese Effekte können mit dem hier verwendeten Pencil-Glide-Modell nicht abgebildet werden, da hierbei für jedes Gleitsystem nur eine kritische Schubspannung verwendet wird. Zur Berücksichtigung solcher Effekte wäre es in erster Näherung notwendig, die kritische Schubspannung abhängig von der Ausrichtung des Schubbeanspruchungsvektors \bar{s}_j zu gestalten.

Bei der Deformation von krz-Kristallen kommt es zusätzlich zur kristallographischen Abgleitung auch zur Formierung von Scherbändern, die ebenfalls einen Einfluss auf die Endtextur besitzen [40, 91]. Ebenso führt die Interaktion der realen Körner zu inhomogenen Dehnungsfeldern [15]. Die Korndeformation ist in Realität nicht nur von der Ausrichtung des Kristalls sondern auch von der Ausrichtung seiner Nachbarkristalle abhängig, so dass zur korrekten Beschreibung höhere Korrelationsfunktionen benutzt werden müssen [36].

Der Übergang zwischen der mikroskopischen Ebene (Kristallebene) und der makroskopischen Ebene (Zustand am Integrationspunkt) erfolgt über die Taylor-Annahme [134]. Diese Methode hat zur Folge, dass das Materialverhalten tendenziell zu steif wiedergegeben wird. Weiterhin verläuft auf Grund der Taylor-Annahme die Texturentwicklung schneller als in Realität, die entstehenden Texturen sind schärfer als real beobachtet. Eine Ausnahme hiervon bilden die Ergebnisse der Folgetextur mit H340LAD, bei denen die Maximalintensitäten auf Grund des isotropen Hin-

tergrundes unterschätzt werden. Die Folgetexturen sind jedoch in guter qualitativer Übereinstimmung mit realen Messungen und nähern sich den Messwerten mit zunehmender Kristallzahl. Gleichzeitig sind durch die Taylor-Annahme bestimmte Deformationslagen der Kristalle nicht abbildbar. Ein typisches Beispiel für diesen Unterschied ist das Auftreten der stabilen Taylor-Lage in der Simulation von Walzprozessen von kfz-Kristallen, die von der stabilen Lage im Experiment abweicht [36].

Auf Grund der Notwendigkeit der Reduktion der Zahl der in der Rechnung verwendeten Kristalle wird eine unterschiedliche Gewichtung der einzelnen Kristalle vorgenommen. Diese Gewichtung bleibt während der Berechnung konstant. Die Folge dieses Vorgehens ist, dass gerade bei geringen Kristallzahlen die Verteilung der Extrema der ODF nach einer Deformation durch die anfängliche Verteilung der am stärksten gewichteten Kristalle dominiert wird. Besonders deutlich wird dieses Verhalten bei der Verwendung einer kleinen Kristallgruppe zur Abbildung des isotropen Hintergrundes.

Durch die Verwendung eines von-Mises-Modells zur Approximation des isotropen Hintergrundes ist für diesen Teil des Materials keine Anisotropieentwicklung möglich. Dies hat zur Folge, dass die Schärfe der berechneten Folgetexturen nicht nur von der Entwicklung der Kristallorientierungen, sondern auch vom anfänglich gewählten Volumenanteil des isotropen Hintergrundes abhängig ist. Dies kann insbesondere bei geringtexturierten Materialien zu deutlichen Unterschätzungen der Texturschärfe führen.

Die Beschreibung der Anisotropie des Materials geschieht ausschließlich über die kristallographische Textur (ODF). Einflüsse aus anderen Teilen der Mikrostruktur, z.B. aus Einschlüssen oder auf Grund unterschiedlicher Kornfestigkeiten, werden im Modell nicht berücksichtigt. Dies hat zur Folge, dass z.B. die r -Wert-Verläufe, die prognostiziert werden, in den Verläufen qualitativ mit den aus der reinen Textur bestimmten Werten (z.B. nach Bunge [28]) übereinstimmen. Reale mechanische Versuche zeigen teilweise abweichende r -Wert-Verläufe (siehe z.B. Klein [75]), die auch durch umfassendere Messungen der Textur nicht genauer abgebildet werden können.

Kapitel 9

Zusammenfassung und Ausblick

Die Simulation von Umformprozessen hat eine hohe Bedeutung in der Absicherung der Herstellbarkeit von Blechbauteilen. Auf Basis eines kommerziellen Finite-Elemente-Programms sollte die Möglichkeit des Einsatzes eines kristallplastischen Modells zur Simulation von Tiefziehprozessen untersucht werden. Hierzu wurde das Materialmodell von Krawietz [82, 83] in das Finite Elemente Programm LS-Dyna eingebunden.

Die Untersuchung dieses Modells bei zyklischen Belastungen zeigt auch bei ausschließlicher Verwendung einer isotropen Verfestigung auf Kristallebene einen Bauschinger-Effekt, wie er auch beim realen Material beobachtet wird. Die ersten Lastwechsel werden durch ein solches Modell gut wiedergespiegelt. Im Falle einer längeren zyklischen Belastung führt dieser Ansatz jedoch auf keine stabile Hysterese. Ein solches Verhalten kann nur mit einem kinematischen Verfestigungsmodell auf der Kristallebene realisiert werden. Hierzu wurden zwei entsprechende Verfestigungsansätze der Materialmodell hinzugefügt und getestet.

Zur Beschleunigung der Rückfederungsberechnung wurde das Materialmodell um die Möglichkeit zur impliziten Zeitintegration für diesen Berechnungsfall erweitert. Diese Modellergänzung führt zu einer Reduktion der notwendigen Lösungszeit auf ein Zwanzigstel der für eine expliziten Rückfederungsrechnung benötigten Zeit.

Zur Anpassung der Anfangsausrichtung der Kristalle wurde eine Methode entwickelt, die es ermöglicht, beliebige Kristalltexturen mit einer vorgegebenen Anzahl von Kristallkomponenten gleicher Streubreite zu approximieren. Aufgrund der Verwendung weniger charakteristischer Orientierungen ist es notwendig, eine Approximation des isotropen Hintergrundes vorzunehmen. Hierzu wurden zwei Herangehensweisen getestet: Als direkter Weg wurde eine Kristallgruppe bestehend aus 12 Kristallen, die ein elastisch-isotropes Verhalten aufweist, zur Abbildung des Hintergrundes verwendet. Dieses Vorgehen liefert bei kleinen plastischen Verzerrungen gute Ergebnisse. Zum Einsatz als gewichteter Hintergrund eines realen Materials unter großen Verzerrungen ist eine solche kleine Kristallgruppe jedoch nicht geeignet, da sie durch die entsprechend hohe Gewichtung der enthaltenen Kristalle die Anisotropieentwicklung dominiert. Dies zeigt sich deutlich in der Texturentwicklung und der Zipfelbildung beim Tiefziehen. Eine deutliche Vergrößerung der Kristallanzahl

zur Absenkung der Einzelgewichte der Hintergrundkristalle ist jedoch aufgrund der Zielsetzung geringer Rechenzeiten nicht realisierbar.

Als alternatives Vorgehen wurde die Benutzung eines isotropen Materialmodells auf Kristallebene getestet. Ein solcher „von-Mises-Kristall“ ermöglicht eine exakte Abbildung des isotropen Hintergrundes im Ausgangszustand. Dies hat zur Folge, dass die für geringe Kristallzahlen typischen starken Schwankungen in den Anisotropiekennwerten, z.B. den r -Werten, geglättet werden. Nachteilig anzusehen ist, dass dieser Anteil keine Anisotropieentwicklung erfährt.

Zur Anpassung des Modells an das reale Materialverhalten ist neben der Texturmessung nur die Messung der E -Moduln, der r -Werte und der Fließkurven in 0° , 45° und 90° zur Walzrichtung notwendig, die bisher auch zur Identifikation des verwendeten Barlat-Modells benötigt wurden.

Das vereinfachte kristallplastische Modell ermöglicht eine gute Prognose der Texturentwicklung. Hiermit ist es möglich, eine Anisotropieentwicklung, sowohl im elastischen als auch im plastischen Bereich, zu beschreiben. Als direkte Folge sind die berechneten Zipfelbildungen beim Tiefziehen in besserer Übereinstimmung mit den Messwerten als die mit dem Standard-Materialmodell nach Barlat bestimmten Werte. Ebenso wird die Spannungsberechnung genauer, was sich in einer deutlich verbesserten Rückfederungsberechnung widerspiegelt. Hierbei ermöglicht das Kristallmodell eine korrekte Prognose der Rückfederung aller untersuchten Werkstoffe, was bisher nicht möglich war. Auch die Absolutwerte der berechneten Rückfederungen weisen eine höhere Genauigkeit als die Prognosen mit dem konventionellen Modell auf.

Die Ergebnisse der Tiefzieh- und Rückfederungsberechnungen zeigen, dass eine Kristallgruppe, bestehend aus 32 anisotrop ausgerichteten Kristallen und einem von-Mises-Hintergrund, bereits gute Berechnungsergebnisse liefert. Die Simulationsergebnisse mit einem solchen Modell sind in Hinblick auf die Zipfelbildung und die Rückfederung besser als die Ergebnisse der Vergleichsrechnung. Somit ergibt sich eine Reduktion der notwendigen Kristallzahl auf etwa ein Zehntel der bei den bisherigen Untersuchungen benötigten Kristalle [7, 137].

Trotz dieser deutlichen Reduzierung führt die Verwendung dieses Modells noch immer zu einer Steigerung des Berechnungsaufwandes um zwei Größenordnungen im Vergleich zum Barlat-Modell. Aus diesem Grund erscheint derzeit ein Einsatz zur ausschließlichen Tiefziehberechnung für industrielle Zwecke bei den gegenwärtigen Rechnerleistungen nicht gerechtfertigt. Im Bereich der Rückfederungsberechnungen kleiner bis mittlerer Teile ist aufgrund der verbesserten Prognose ein Einsatz in absehbarer Zeit vorstellbar, da durch die Einsparungen in der Werkzeugfertigung die entsprechend längeren Rechenzeiten gerechtfertigt werden können. Voraussetzung für einen breiteren Einsatz des Modells sind entsprechende Fortschritte in der Rechengeschwindigkeit der verwendeten Computer.

Das derzeit vorliegende Materialmodell ist sowohl für Volumen- als auch für Schalenelemente einsetzbar. Aufgrund der Struktur des Materialmodells eignet es sich gut zur Parallelisierung, da die einzelnen Kristalle am Integrationspunkt unabhängig voneinander berechnet werden können. Ein solches Vorgehen würde sich

jedoch gut dazu eignen, die Gesamtberechnungszeit des Modells zu reduzieren.

Diese Arbeit wurde mit einer Beta-Version von LS-Dyna 9.71 durchgeführt, die ausschließlich unterintegrierte Schalenelemente unterstützte. Eine weitere Einschränkung dieser Version bestand im Ausschluss der grundsätzlich vorhandenen Parallelisierbarkeit, so dass in diesem Bereich keine Untersuchungen zum Geschwindigkeitsvorteil durchgeführt werden konnten. Mit der Bereitstellung der entsprechenden Vollversion werden diese Einschränkungen aufgehoben sein.

Das derzeit vorliegende Materialmodell ist somit in der Lage, Tiefziehprozesse und Rückfederungen kubisch-raumzentrierter Kristalle mit guter Genauigkeit abzubilden. Für den praktischen Einsatz ist neben diesen Grundlagen auch die Prognose des Versagens des Materials von Interesse. Die derzeit verwendeten Modelle auf Basis des Grenzformänderungsdiagramms sind hierzu bei komplexen Lastpfaden nicht in der Lage. Eine alternative Vorgehensweise besteht in der Verwendung von Grenzspannungsdiagrammen [2, 130], die bisher jedoch auf Grund der Probleme bei der korrekten Berechnung der Spannungen nur selten zum Einsatz kamen. Die deutliche Verbesserung der Simulation der Rückfederung mit dem Kristallmodell lässt auf eine bessere Genauigkeit der Spannungsberechnung schließen, so dass diese Möglichkeit untersucht werden sollte. Ein weiterer Ansatzpunkt zur Bestimmung der Versagensgrenze besteht in der Untersuchung von Lokalisierungsvorgängen bei der Verformung, wie sie bei Kristallmodellen z.B. durch die Ausbildung von Texturinhomogenitäten [144] oder durch die Entstehung von Ecken am Lastpunkt in der Fließfläche [81, 93] möglich sind.

Zur Erweiterung des Einsatzspektrums wäre eine Ausweitung des Modells auf kubisch-flächenzentrierten Kristallen sinnvoll, da diese ebenfalls im geplanten Einsatzgebiet verwendet werden. Hierzu könnte ein Vorgehen mit einem Deck-Glide-Modell eingeschlagen werden, wobei die Rollen der Gleitebenennormale und der Gleitrichtung in der Bedeutung zu vertauschen sind.

Literaturverzeichnis

- [1] M. F. Ashby. *The deformation of plastically non-homogeneous materials*. Philosophical Magazine, Ser. 8, **21**, 399-424 (1970)
- [2] R. Arrieux, C. Bedrin, M. Boivin. *Determination of an intrinsic forming limit stress diagram for isotropic metal sheets*. Proceedings of the 12th Biennial Congress of the IDDRG, 61-71 (1982)
- [3] F. Barlat, J. Lian. *Plastic behavior and stretchability of sheet metals part I: A yield function for orthotropic sheet under plane stress conditions*. International Journal of Plasticity, 51-66 (1989)
- [4] P. Bate. *Modelling deformation microstructure with the crystal plasticity finite-element method*. Philosophical Transactions of the Royal Society London A, **357**, 1589-1601 (1999)
- [5] D. Bering, K. Galanulis, H. Friebe, M. Klein. *Simulationsüberprüfung von Umformprozessen durch Formänderungsanalysen*. GOM (2004)
- [6] T. Belytschko, W. K. Liu, B. Moran. *Nonlinear finite elements for continua and structures*. John Wiley & Sons, Chincester (2001)
- [7] A. J. Beaudoin, P.R. Dawson, K.K. Milka. *Analysis of anisotropy in sheet forming using polycrystal plasticity*. Proc. of Engineering Mechanics, **2**, ASCE (1995)
- [8] A. Bertram, J. Olschewski. *Zur Formulierung anisotroper linear anelastischer Stoffgleichungen mit Hilfe einer Projektormethode*. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, **73**, 401-403 (1993)
- [9] A. Bertram. *An alternative approach to finite plasticity based on material isomorphisms*. International Journal of Plasticity, **15**, 353-374 (1999)
- [10] A. Bertram, T. Böhlke, N. Gaffke, B. Heiligers, R. Offinger. *On the generation of discrete isotropic orientation distributions for linear elastic crystals*. Journal of Elasticity, 58 (2000)
- [11] A. Bertram. *Elasticity and plasticity of large deformations - an introduction*. Springer, Berlin (2005)

- [12] D. Besdo. *Eine Erweiterung der Taylor-Theorie zur Erfassung der kinematischen Verfestigung*. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, **71**, 264-265 (1991)
- [13] J. F. W. Bishop, R. Hill. *A theory of the plastic distortion of polycrystalline aggregate under combined stress*. Philosophical Magazine, Serie 7, **42**, 414-427 (1951)
- [14] J. F. W. Bishop, R. Hill. *Theoretical derivation on the plastic properties of a polycrystalline face-centred metal*. Philosophical Magazine, Serie 7, **42**, 1298-1307 (1951)
- [15] W. Boas, M. E. Hargreaves. *On the inhomogeneity of plastic deformation in the crystals of aggregate*. Proceedings of the Royal Society London A, **93**, 89-97 (1948)
- [16] T. Böhlke. *Induzierte Anisotropie bei Polykristallen*. Diplomarbeit, Fachbereich Angewandte Mechanik, TU Berlin (1995)
- [17] T. Böhlke, A. Bertram. *Isotropic orientation distributions of cubic crystals*. Journal of Mechanics and Physics of Solids, **49**, 2459-2470 (2001)
- [18] T. Böhlke. *Crystallographic texture evolution and elastic anisotropy. Simulation, modeling, and applications*. Shaker Verlag (2001)
- [19] T. Böhlke, U.-U. Haus, V. Schulze. *Crystallographic texture approximation by quadratic programming*. Acta Materialia, **54**, 1359-1368 (2006)
- [20] A. Bravais. *Abhandlung über die Systeme von regelmäßig auf einer Ebene oder im Raum vertheilten Punkten*. Engelmann Verlag, Leipzig (1897)
- [21] R. M. Brick, A. W. Pense, R. B. Gordon. *Structure and properties of engineering materials*. McGraw-Hill, New York (1977)
- [22] C. A. Bronkhorst, S. R. Kalidini, L. Anand. *Polycrystalline plasticity and the evolution of crystallographic texture in FCC metals*. Philosophical Transactions of the Royal Society London A, **341**, 443-477 (1992)
- [23] O. T. Bruhns, H. Xiao, A. Meyers. *A self-consistent Eulerian rate type model for finite deformation elastoplasticity with isotropic damage*. International Journal of Solids and Structures, **38**, 657-683 (2001)
- [24] T. E. Buchheit, G. W. Wellmann, C. C. Battaile. *Investigating the limits of polycrystal plasticity modeling*. International Journal of Plasticity, **21**, 221-249 (2005)
- [25] B. Budiansky, T. T. Wu. *Theoretical prediction of plastic strains of polycrystals*. Proceedings of the 4th US National Congress of Applied Mechanics, **2**, 1175 (1962)

- [26] H.J. Bunge, P.I. Welch. *Entwicklung der Textur und der plastischen Anisotropie in Stählen durch Warmwalzen, Umwandlung und Kaltwalzen*. Forschungsbericht T83-219, Bundesministerium für Forschung und Technologie (1983)
- [27] H. J. Bunge. *Three-dimensional texture analysis*. International Materials Review, **32**, 6, 265-291 (1987)
- [28] H. J. Bunge. *Texture analysis in material science*. Culliver Verlag, Göttingen (1993)
- [29] H. J. Bunge. *Grain orientation and texture*. In: Industrial applications of x-ray diffraction, Edt. F.H. Chung, D.K. Smith, Marcel Decker Verlag, New York 919-974, (1999)
- [30] M. Černík, D. Neov. *Texture study of cold rolled steel, Cu and Ni by neutrone diffraction*. Physica B: Condensed Matter, **276-278**, 894-896 (2000)
- [31] J.-H. Cho, A. D. Rollet, K. H. Oh. *Determination of volume fractions of texture components with standard distributions in Euler space*. Metallurgical and Materials Transactions A, **35A**, 1075-1086 (2004)
- [32] A. H. Cottrell. *Formation of immobile dislocations during slip*. Philosophical Magazine, **43**, 645-647 (1952)
- [33] A. H. Cottrell. *Dislocation and plastic flow in crystals*. Clarendon-Press, Oxford (1953)
- [34] D. Daniel, J.J. Jomas *Measurement and prediction of plastic anisotropy in deep-drawing steels*. Metallurgical Transactions A, **21A**, 331-343 (1990)
- [35] P. Dawson, A. Beaudoin, K. Mathur, G. Sarma. *Finite element modeling of polycrystalline solids*. Revenue européenne des éléments finis, **3**, 543-571 (1994)
- [36] P. R. Dawson, A. J. Beaudoin. *Finite element simulations of metal forming*. In U. F. Kocks, C. N. Tome, H. -R. Wenk. *Texture and Anisotropy*, 533-558 (1998)
- [37] L. Dellanay, P. Van Houtte, A. Van Bael, D. Vanderschueren. *Application of a texture parameter model to study planar anisotropy of rolled steel sheets*. Modelling and Simulation in Material Science and Engineering 8, 413-422 (2000)
- [38] G. E. Dieter. *Mechanical metallurgy*, MacGraw-Hill, New York, 3. Aufl. (1986)
- [39] M. S. Duesbery. *The dislocation core and plasticity*. In F. R. N. Nabarro. *Dislocation in solids*. 8, 67-173, Elsevier Science Publishers B.V. (1989)

- [40] B. J. Duggan, E. C. H. Lim, G. L. Liu. *The effects of rolling conditions and some material variables on microstructure and texture development in single phase metals and alloys*. In R. K. Ray, A. K. Singh. Textures in materials research. 73-92, Science Publishers, Enfield (1999)
- [41] E. H. Edwards, J. Washburn, E. R. Parker *Some observations on the work hardening of metals*. Transactions AIME, **197**, 1525-1529 (1953)
- [42] J. D. Eshelby. *The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems*. Proceedings of the Royal Society of London A241, 376-396 (1957)
- [43] Y. Estrin, L. S. Tóth, A. Molinari, Y. Bréchet. *A dislocation-based model for all hardening stages in large strain deformation*. Acta Materialia, **46**, 5509-5522 (1998)
- [44] J. A. Ewing, W. Rosenhain. *The crystalline structure of metals*. Philosophical Transactions, **193**, 353-375 (1900)
- [45] P. Franciosi. *The concepts of latent hardening and strain hardening in metallic single crystals*. Acta Metallurgica, **33**, 1601-1612 (1985)
- [46] J. Frenkel. *Zur Theorie der Elastizitätsgrenze und der Festigkeit kristallinischer Körper*. Zeitschrift für Physik, **37**, 572-609 (1926)
- [47] K. Galanulis, C. Reich, J. Thesing, D. Winter. *Soll-/Ist- Vergleich von Pressteilen und Werkzeugen mit ATOS, GOM*, Braunschweig (2004)
- [48] J. Garestone, R.W. Honeycombe, G. Greetham. *Easy glide of cubic metals*. Acta Metallurgica, **4**, 485-494 (1956)
- [49] C. Gerthsen, H. O. Kneser, H. Vogel. *Physik*. Springer-Verlag, Berlin, 15. Auflage (1986)
- [50] R. Großterlinden, K.-P. Imlau, R. Kawalla, U. Lotter, C.-P. Reip. *Possible influences on textures in unalloyed steels and their effect on steel properties*. steel research, **67**, 456-463 (1996)
- [51] G. Gottstein. *Physikalische Grundlagen der Metallkunde*. Springer-Verlag, Berlin (1998)
- [52] A. G. Guy. *Metallkunde für Ingenieure*. Akademische Verlagsgesellschaft, Wiesbaden (1978)
- [53] P. Haasen. *Physikalische Metallkunde*. Springer-Verlag, Berlin, 3. Auflage (1994)
- [54] K. H. Habig. *Tribologie*. In: W. Beitz, K. H. Küttner. *Doppel Taschenbuch für den Maschinenbau*. 18. Auflage, E72-E73 (1995)

- [55] E. O. Hall. *The deformation and aging of mild steel*. Proceedings of the Physical Society of London, **643**, 747-753 (1951)
- [56] J. O. Hallquist. *LS-DYNA theoretical manual*. Livermore Software Technology Corp. (1998)
- [57] J. Hansen, J. Pospiech, K. Lücke. *Tables for texture analysis of cubic crystals*. Springer Verlag, Berlin (1978)
- [58] J. Harder. *Simulation lokaler Fließvorgänge in Polykristallen*. Braunschweiger Schriften zur Mechanik Nr. 28, TU Braunschweig (1997)
- [59] S. V. Harren, R. J. Asaro. *Nonuniform deformations in polycrystals and aspects of the validity of the Taylor model*. Mechanics and Physics of Solids, **37**, 191-232 (1989)
- [60] S.V. Harren. *The finite deformation of rate-dependent polycrystals - I: A self-consistent framework*. Journal of Mechanics and Physics of Solids, **39**, 345-360 (1991)
- [61] S.V. Harren. *The finite deformation of rate-dependent polycrystals - II: A comparison of the self-consistent and Taylor methods*. Journal of Mechanics and Physics of Solids, **39**, 361-383 (1991)
- [62] P. Haupt, T. Kersten. *On the modelling of anisotropic material behaviour in viscoplasticity*. International Journal of Plasticity, **19**, 1885-1915 (2003)
- [63] D. Henkel, A. W. Pense. *Structure and properties of engineering materials*. McGraw-Hill, New York, 5. Aufl. (2002)
- [64] K. Helming. *Texturapproximation durch Modellkomponenten*. Culliver Verlag, Göttingen (1996)
- [65] R. Hill. *A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals*. Proceedings of the Royal Society of London, Serie A, Math. a. Phys. Sciences, **193**, 281-297 (1948)
- [66] R. Hill. *The elastic behavior of a crystalline aggregate*. Proceedings of the Royal Physical Society London, **A65**, 349-354 (1952)
- [67] R. Hill. *Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals*. Journal of Mechanics and Physics of Solids, **13**, 89-101 (1965)
- [68] R. Hill. *Generalized constitutive relations for incremental deformation of metal crystals by multislip*. Journal of Mechanics and Physics of Solids, **14**, 95-102 (1966)

- [69] H. Honneff, H. Mecking. *A method for the determination of the active slip systems and orientation changes during single crystal deformation*. Proceedings of the 5th Conference on Textured Materials (ICOTOM), **1**, 265-275 (1978)
- [70] E. Hornbogen. *Werkstoffe*. Springer-Verlag, Berlin, 7. Auflage (2002)
- [71] J. W. Hutchinson. *Elastic-plastic behaviour of polycrystalline metals and composites*. Proceedings of the Royal Society of London, Serie A, **319**, 247-272 (1970)
- [72] J. W. Hutchinson. *Bounds and selfconsistent estimates for creep of polycrystalline materials*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London A, **348**, 101-127 (1976)
- [73] B. Hutchinson. *Deformation microstructures and textures in steel*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London A, **357**, 1471-1485 (1999)
- [74] S. R. Kalidindi, L. Anand. *An approximate procedure for predicting the evolution of crystallographic textures in bulk deformation processing of fcc metals*. International Journal of Mechanical Science, **34**, 3099-329 (1992)
- [75] H. Klein. *Berechnung der Texturenwicklung mit Hilfe von Orientierungsfeldern*. Culliver Verlag, Göttingen (1992)
- [76] U. F. Kocks. *The relation between polycrystal deformation and single-crystal deformation*. Metall. Trans., **1**, 1121-1143 (1970)
- [77] U. F. Kocks, G. R. Canova. *How many slip systems, and which?*. N. Hansen, Deformation of polycrystals - mechanisms and microstructure, Proceedings of the 2nd RisøSymposium, 35-44 (1981)
- [78] U. F. Kocks, C. T. Necker. *Polycrystal models to fit experiments*. 15th RisøInternational Symposium on Material Science (1994)
- [79] M. Kraska. *Textursimulation bei großen inelastischen Verformungen mit der Technik des repräsentativen Volumenelements (RVE)*. Dissertation, TU Berlin (1998)
- [80] A. Krawietz. *Materialtheorie*. Springer-Verlag, Berlin (1986)
- [81] A. Krawietz. *Materialverhalten und Versagen von Tiefziehblech*. Projektbericht, Volkswagen AG (1997)
- [82] A. Krawietz. *Parallel versus conventional elastoplasticity*. Technische Mechanik, **19**(4), 279-288 (1999)
- [83] A. Krawietz. *Efficient integration in the plasticity of crystals with pencil glide and deck glide*. Technische Mechanik, **21**(4), 243-250 (2001)

- [84] A. Krawietz. *Implementation eines Materialmodells für kubisch-raumzentrierte Kristalle*. Projektbericht, Volkswagen AG, 2001
- [85] A. Krawietz. *Beitrag zur Synthese isotroper Orientierungsverteilungen von kubisch-raumzentrierten Kristallen*. Persönliche Mitteilung (2003)
- [86] A. Krawietz. Persönliche Mitteilung (2004)
- [87] E. Kröner. *Kontinuumstheorie der Versetzungen und Eigenspannungen*. Erg. Angew. Math., **5**, 155 (1958)
- [88] E. Kröner. *Zur plastischen Verformung des Vielkristalls*. Acta Metallurgica **9**, 155-161 (1961)
- [89] E. Lee. *Elastic-plastic deformation at finite strains*. Journal of Applied Mechanics, **26**, 1-6 (1969)
- [90] Z. J. Lee, G. Subhash, G. Ravichandran. *Constitutive modeling of textured body-centered-cubic (bcc) polycrystals*. International Journal of Plasticity, **15**, 625-645 (1999)
- [91] T. Leffers. *Microstructure - the forgotten factor in texture models*. In R. K. Ray, A. K. Singh. Textures in materials research. S. 93-110, Science Publishers, Enfield (1999)
- [92] W. Lomer. *A Dislocation Reaction in the face-centered cubic lattice*. Philosophical Magazine, **42**, 1327-1331 (1951)
- [93] V. A. Lubarda. *Elastoplasticity theory*. CRC Press, Boca Raton (2002)
- [94] Mackenzie. *Verfeinerter Ansatz zur Bestimmung der theoretischen Scherfestigkeit*. (1949)
- [95] Mandel, J. *Contribution théorique à l'étude de l'écroutissement et des lois de l'écoulement plastique*. Proceedings of the 11th International Congress of Applied Mechanics, München **1964**, 502-509 (1966)
- [96] G. Masing. *Grundlagen der Metallkunde*. Springer-Verlag, Berlin (1955)
- [97] H. Mecking, U. F. Kocks. *Kinetics of flow and strain-hardening*. Acta Metallurgica, **34**, 527-535 (1986)
- [98] L. Méric, G. Calletaud. *Finite element implementation of a model for single crystal at finite strain*. New Advances in Computational Structural Mechanics, Hrg. P Ladevéze, O. C. Zienkiewicz (1992)
- [99] L. Méric, G. Calletaud, M. Gasérini. *Finite element calculations of copper bicrystal specimens submitted to tension-compression test*. Acta Metallurgica et Materialia, **42**, 921-935 (1994)

- [100] C. Miehe, J. Schröder, J. Schotte. *Computational homogenization analysis in finite plasticity simulation of texture development in polycrystalline materials*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **171**, 387-418 (1999)
- [101] C. Miehe, J. Schotte, M. Lamprecht. *Homogenization of inelastic solid materials at finite strains based on incremental minimization principles. Application to the texture analysis of polycrystals*. Journal of Mechanics and Physics of Solids, **50**, 2123-2167 (2002)
- [102] R. v. Mises. *Mechanik fester Körper im plastisch-deformablen Zustand*. Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse, 582-592 (1913)
- [103] L. P. Moreira, G. Ferron, G. Ferran. *Experimental and numerical analysis of the cup drawing test for orthotropic metal sheets*. Journal of Materials Processing Technology, **108**, 78-86 (2000)
- [104] M. Müller. *Plastische Anisotropie polykristalliner Materialien als Folge der Texturentwicklung*. VDI-Verlag (1993)
- [105] Y. Nakada, A. S. Keh. *Latent hardening in iron single crystal*. Acta Metallurgica, **14**, 961-973 (1966)
- [106] S. Nemat-Nasser. *Decomposition of strain measures and their rates in finite elastoplasticity*. International Journal of Solids and Structures, **15**, 155-166 (1979)
- [107] S. Nemat-Nasser. *On finite deformation elastoplasticity*. International Journal of Solids and Structures, **18**, 857-872 (1982)
- [108] S. Nemat-Nasser, W.-G. Guo. *Thermomechanical response of HSLA-65 steel plates: experiments and modeling*. Mechanics of Materials, **37**, 379-405 (2005)
- [109] E. Nes. *Modelling of work hardening and stress saturation in fcc metals*. Progress in Material Science, **41**, 129-193 (1998)
- [110] W. Noll. *A mathematical theory of the mechanical behavior of continuous media*. Archive for Rational Mechanics and Analysis, **2**, 197-226 (1958)
- [111] J. Pan, J. R. Rice. *Rate sensitivity of plastic flow and implications for yield surface vertices*. International Journal of Solids and Structures, **19**, 973-987 (1983)
- [112] M. Peach, J. S. Koehler. *The forces exerted on dislocation and the stress field produced by them*. Physical Review, **80**, 436-439 (1950)
- [113] D. Peirce, R. J. Asaro, A. Needleman. *An analysis of nonuniform and localized deformation in ductile single crystals*. Acta Metallurgica, **30**, 1087-1119 (1982)

- [114] N. J. Petch. *The cleavage strength of polycrystals*. Journal of the Iron and Steel Institute of London, **174**, 25 (1953)
- [115] D. Raabe. *Yield surface simulation for partially recrystallized aluminum polycrystals on the basis of spatially discrete data*. Computational Materials Science, **19**, 13-26 (2000)
- [116] D. Raabe, M. Sachtleber, Z. Zhao, F. Roters, S. Zaefferer. *Micromechanical and macromechanical effects in grain scale polycrystal plasticity experimentation and simulation*. Acta Materialia, **49**, 3433-3441 (2001)
- [117] D. Raabe, K. Helming, F. Roters, Z. Zhao, J. Hirsch. *A texture component crystal plasticity finite element method for scalable large strain anisotropy simulations.*, Proc. 13th Intern. Conf. on Textures of Materials (2002)
- [118] A. Reuss. *Berechnung der Fließgrenze von Mischkristallen auf Grundlage der Plastizitätsbedingung für Einkristalle*. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik **9**, 49-58 (1929)
- [119] M. Röder, D. Winter. *3D-Digitalisierung im Werkzeug- und Formenbau*. VDI-Z Integrierte Produktion, 62-65 (2003)
- [120] J. Rösler, H. Harders, M. Bäker. *Mechanisches Verhalten der Werkstoffe*. B. G. Teubner Verlag, Stuttgart (2003)
- [121] M. Rohleder. *Simulation rückfederungsbedingter Formabweichungen im Produktentstehungsprozeß von Blechformteilen*. Shaker Verlag (2002)
- [122] A. D. Rollett, U.F. Kocks. *Computer simulation of pencil glide in b.c.c. metals*. 8. Conf. on Textures of Materials, Santa Fe (1987)
- [123] E. Roos, K. Maile. *Werkstoffkunde für Ingenieure*. Springer Verlag, Berlin (2002)
- [124] G. Sachs. *Zur Ableitung der Fließbedingung*. Zeitschrift des VDI, **72**, 734-36 (1928)
- [125] E. Schmid. *'Yield point' of crystals. Critical shear stress law*. Proceedings of the International Congress of Applied Mechanics, Delft, 342-353, 1924
- [126] E. Schmid, W. Boas. *Kristallplastizität*. Verlag von Julius Springer, Berlin (1935)
- [127] E. Schmid, W. Boas. *Plasticity of crystals*. Chapman & Hall, London (1968)
- [128] T. Schmidt, J. Tzson, K. Galanulis. *Total area strain mapping improves total quality of stampings*. Stamping Journal (2003)

- [129] H. Schumann, K. Czrener, W. Molle, H. Oettel, J. Ohser, H.-L. Steyer. *Metallographie*. Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 13. Auflage (1991)
- [130] T. B. Stoughton, X. Zhu. *Review of theoretical models of the strain-based FLD and their relevance to the stress-based FLD*. International Journal of Plasticity, **20**, 1463-1486 (2004)
- [131] A. Seeger. *The temperature dependence of the critical shear stress and of workhardening of metal crystals*. Philosophical Magazine, **45**, 771-773 (1954)
- [132] A. Seeger. *Dislocations and mechanical properties of crystals*. J. Wiley & Sons, New York (1957)
- [133] J. C. Simo, T. J. R. Hughes. *Computational Inelasticity*. Springer, New York (1998)
- [134] G.I. Taylor. *Plastic strain in metals*. The Journal of the Institute of Metals, **62**, 307-325 (1938)
- [135] C. Teodosiu. *A dynamic theory of dislocations and its application to the theory of the elastic-plastic continuum*. In: Fundamental Aspects of Dislocation Theory. Hrsgb: J. A. Simmona, R. de Wit, R. Bullough, National Bureau of Standardization (U.S.), Special Publication, **317**, 837-876 (1970)
- [136] C. N. Tomé, G. R. Canova, U. F. Kocks, N. Christodoulou, J. J. Jonas. *The relation between macroscopic and microscopic strain hardening in f.c.c. polycrystals*. Acta Metallurgica, **32**, 1637-1653 (1984)
- [137] L. S. Tóth, P. v. Houtte. *Discretization techniques for orientation distribution functions*. Textures and Microstructures, **19**, 229-244 (1992)
- [138] L. S. Tóth, A. Molinari, Y. Estrin. *Strain hardening at large strains as predicted by dislocation based polycrystal plasticity model*. Journal of Engineering and Material Science, **124**, 71-77 (2002)
- [139] A. Troost. *Einführung in die allgemeine Werkstoffkunde metallischer Werkstoffe I*. Bibliographisches Institut, Zürich, 2. Aufl. (1984)
- [140] A. Uenishi, C. Teodosiu, E.V. Nesterova. *Microstructural evolution at high strain rates in solution-hardened interstitial free steels*. Materials Science and Engineering A, 400-401, 499-503 (2005)
- [141] P. Van Houtte. *Adaptation of the Taylor theory to the typical substructure of some cold rolled fcc metals*. Proceedings of the 6th conference on Textured Materials (ICOTOM), 428-433 (1981)

- [142] P. Van Houtte. *Assessment of macroscopic strain heterogenities in relaxed constraints models for the prediction of deformation textures*. 8th International Conference on Textures in Materials, 349 (1988)
- [143] W. Voigt. *Lehrbuch der Kristallphysik*. Teubner Verlag, Leipzig (1910)
- [144] E. M. Viatkina, W. A. M. Brekelmans, M. G. D. Geers. *A crystal plasticity based estimate for formin limit diagrams from textural inhomogenities*. Journal of Materials Processing Technology, **168**, 211-218 (2005)
- [145] V. Vitek, M. Mrovec, J. L. Bassani. *Influence on non-glide stresses on plastic flow: from atomistic to continuum modeling*. Materials Science and Engineering A, **365**, 31-37 (2004)
- [146] F. Vollertsen, S. Vogler. *Werkstoffeigenschaften und Mikrostruktur*. Hanser Verlag, München (1989)
- [147] G. Wassermann. *Texturen metallischer Werkstoffe*. Springer-Verlag, Berlin (1939)
- [148] N. Wellerdick-Wojtasik *Theoretische und experimentelle Untersuchungen über die Fließflächenentwicklung bei großen Scherdeformationen*. VDI-Verlag (1997)
- [149] P. I. Welch. *Techniques for the determination of complete pole figures using composite specimens*. Texture of Crystalline Solids **4**, 99 (1980)
- [150] H. R. Wenk, U. F. Kocks. *The representation of orientation distributions*. ASM Fall Meeting, Toronto (1985)
- [151] K. Yasunaga, M. Iseki, M. Kiritani. *Dislocation structures introduced by high-speed deformation in bcc metals*. Materials Science and Engineering A, **350**, 76-80 (2003)
- [152] Z. Zhao, F. Roters, W. Mao, D. Raabe. *Introduction of a texture component crystal plasticity finite element method for anisotropy simulation*. Advanced Engineering Materials, **3**, 984-990 (2001)
- [153] Nicklas, D. *Abschlußbericht Arbeitskreis Kennwerte für Feinblech*. VDEh (2001)
- [154] *DIN EN 10002-1: Metallische Werkstoffe Zugversuch, Teil 1: Prüfverfahren bei Raumtemperatur*. Deutsches Institut für Normung, (12.2001)
- [155] Arbeitskreis Kennwerte für Feinblech. *Prüf- und Dokumentationsrichtlinie für die mechanischen Kennwerte von Feinblechen aus Stahl und Aluminium.*, Volkswagen AG (2000)
- [156] *Ermittlung der senkrechten Anisotropie (r-Wert) von Feinblech im Zugversuch*. Stahl-Eisen-Prüfblatt 1126 (1984)

Abbildungsverzeichnis

2.1	Nulldimensionale Kristallfehler	13
2.2	Eindimensionale Kristallfehler	14
2.3	Potentialkurven und Wechselwirkungskraft benachbarter Atome	16
2.4	Verfestigungskurve für kubisch-flächenzentrierte Kristalle	26
5.1	Ergebnisse des Isotropietests	75
5.2	Experimentelle Polfiguren von zinkbeschichtetem Stahl nach Walzen	76
5.3	Simulierte Polfiguren nach Walzprozess	77
5.4	$\langle 111 \rangle$ Polfigur nach Simulation eines Walzprozesses	78
5.5	$\langle 111 \rangle$ Polfiguren nach einer simulierten Walzung	79
5.6	$\langle 111 \rangle$ Polfiguren nach einem simulierten Zugversuch	80
5.7	$\langle 111 \rangle$ Polfiguren von kfz-Kristallen im Druckversuch	81
5.8	Vergleich des zyklischen Verhaltens bei gleicher Parameterwahl	84
5.9	Aktivierte Gleitsystemkombination	85
6.1	Kornstruktur in DX53D+Z	89
6.2	Mikrostruktur in H180B	90
6.3	Mikrostruktur in H340LAD	91
6.4	Texturmessergebnisse DX53D+Z - Synchrotron	95
6.5	Texturmessergebnisse DX53D+Z - Oberflächentextur	96
6.6	Texturmessergebnisse DX53D+Z - Mittelflächentextur	97
6.7	Texturmessergebnisse DX53D+Z - Sandwichprobe	98
6.8	Elementargebiet für kubische Kristallsymmetrie	103
6.9	Texturanpassung von DX53D+Z	105
6.10	Texturanpassung DX53D+Z - 24 Komponenten	106
6.11	Fehlerentwicklung Texturanpassung DX53D+Z	107
6.12	Texturanpassung von H180B	108
6.13	Texturanpassung H180B - 24 Komponenten	109
6.14	Fehlerentwicklung Texturanpassung H180B	110
6.15	Texturanpassung von H340LAD	111
6.16	Texturanpassung H340LAD - 24 Komponenten	112
6.17	Fehlerentwicklung Texturanpassung H340LAD	112
6.18	Anpassung des isotropen Anteils bei DX53D+Z mit verschiedenen Messungen	116

6.19	Anpassung des isotropen Anteils bei H340LAD mit verschiedenen Messungen	117
7.1	Geometrie des Napfziehwerkzeuges	122
7.2	Napfziehwerkzeug in der Versuchspresse	123
7.3	Streifenziehanlage	124
7.4	Reibzahlen beim Tiefziehen mit Wedolit	125
7.5	FEM Modell für Tiefziehsimulation	128
7.6	Einfluss der Simulationsparameter auf die 1.Hauptdehnungen	130
7.7	Einfluss der Simulationsparameter auf die 1. Hauptdehnungen (lokal)	131
7.8	Einfluss der Simulationsparameter auf die Vergleichsspannung	132
7.9	Einfluss der Simulationsparameter auf den mittleren Platineneinzug	132
7.10	Einfluss der Simulationsparameter auf die Zipfelbildung	133
7.11	Rückfederungsversuch	141
7.12	Rückfederung von DX53D+Z (1)	143
7.13	Rückfederung von DX53D+Z (2)	144
7.14	Rückfederung von H180B (1)	146
7.15	Rückfederung von H180B (2)	147
7.16	Rückfederung von H340LAD (1)	149
7.17	Rückfederung von H340LAD (2)	150
A.1	DX53D+Z Oberflächentextur	174
A.2	DX53D+Z Mittentextur	175
A.3	DX53D+Z Textur mit Sandwichverfahren	176
A.4	DX53D+Z Textur mit Synchrotron	177
A.5	H180B Mittelflächentextur	178
A.6	H340LAD Mittelflächentextur	179
B.1	Texturanpassung von DX53D+Z (1)	181
B.2	Texturanpassung von DX53D+Z (2)	182
B.3	Texturanpassung von H180B (1)	183
B.4	Texturanpassung von H180B (2)	184
B.5	Texturanpassung von H340LAD (1)	185
B.6	Texturanpassung von H340LAD (2)	186
C.1	Anpassung von E-Modul und r-Wert von DX53D+Z	188
C.2	Anpassung der Fließkurve von DX53D+Z (1)	189
C.3	Anpassung der Fließkurve von DX53D+Z (2)	190
C.4	Anpassung von E-Modul und r-Wert von H180B	191
C.5	Anpassung der Fließkurve von H180B (1)	192
C.6	Anpassung der Fließkurve von H180B (2)	193
C.7	Anpassung von E-Modul und r-Wert von H340LAD	194
C.8	Anpassung der Fließkurve von H340LAD (1)	195
C.9	Anpassung der Fließkurve von H340LAD (2)	196

D.1	Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit DX53D+Z (1)	198
D.2	Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit DX53D+Z (2)	199
D.3	Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit DX53D+Z (3)	200
D.4	Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit DX53D+Z (4)	201
D.5	Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit DX53D+Z (5)	202
D.6	Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit DX53D+Z (6)	203
D.7	Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H180B (1)	204
D.8	Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H180B (2)	205
D.9	Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H180B (3)	206
D.10	Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H180B (4)	207
D.11	Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H180B (5)	208
D.12	Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H180B (6)	209
D.13	Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H340LAD (1)	210
D.14	Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H340LAD (2)	211
D.15	Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H340LAD (3)	212
D.16	Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H340LAD (4)	213
D.17	Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H340LAD (5)	214
D.18	Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H340LAD (6)	215
D.19	Zipfelbildung beim Tiefziehen DX53D+Z	216
D.20	Zipfelbildung beim Tiefziehen H180B	217
D.21	Zipfelbildung beim Tiefziehen H340LAD	218
E.1	Folgetexturen von DX53D+Z nach Tiefziehen in WR (1)	220
E.2	Folgetexturen von DX53D+Z nach Tiefziehen in WR (2)	221
E.3	Folgetexturen von DX53D+Z nach Tiefziehen in WR (3)	222
E.4	Folgetexturen von DX53D+Z nach Tiefziehen in WR (4)	223
E.5	Folgetexturen von DX53D+Z nach Tiefziehen in QR (1)	224
E.6	Folgetexturen von DX53D+Z nach Tiefziehen in QR (2)	225
E.7	Folgetexturen von DX53D+Z nach Tiefziehen in QR (3)	226
E.8	Folgetexturen von DX53D+Z nach Tiefziehen in QR (4)	227
E.9	Folgetexturen von H180B nach Tiefziehen in WR (1)	228
E.10	Folgetexturen von H180B nach Tiefziehen in WR (2)	229
E.11	Folgetexturen von H180B nach Tiefziehen in WR (3)	230
E.12	Folgetexturen von H180B nach Tiefziehen in WR (4)	231
E.13	Folgetexturen von H180B nach Tiefziehen in QR (1)	232
E.14	Folgetexturen von H180B nach Tiefziehen in QR (2)	233
E.15	Folgetexturen von H180B nach Tiefziehen in QR (3)	234
E.16	Folgetexturen von H180B nach Tiefziehen in QR (4)	235
E.17	Folgetexturen von H340LAD nach Tiefziehen in WR (1)	236
E.18	Folgetexturen von H340LAD nach Tiefziehen in WR (2)	237
E.19	Folgetexturen von H340LAD nach Tiefziehen in WR (3)	238
E.20	Folgetexturen von H340LAD nach Tiefziehen in WR (4)	239
E.21	Folgetexturen von H340LAD nach Tiefziehen in QR (1)	240
E.22	Folgetexturen von H340LAD nach Tiefziehen in QR (2)	241

E.23 Folgetexturen von H340LAD nach Tiefziehen in QR (3) 242
E.24 Folgetexturen von H340LAD nach Tiefziehen in QR (4) 243

Tabellenverzeichnis

2.1	Definition der Kristallsysteme und Elementarzellen	12
2.2	Kristallographische Gleitsysteme	20
2.3	Zwillingssysteme in kubischen Kristallen	22
3.1	Steifigkeitskonstanten kubischer Kristalle	41
5.1	Materialparameter für zyklischen Versuch	82
6.1	Ausgewählte Materialien	87
6.2	Elementaranalyse der untersuchten Materialien	88
6.3	Kornparameter der untersuchten Materialien	88
6.4	Methoden zur Texturmessung	93
6.5	Bestimmung der mechanischen Kennwerte	114
7.1	Daten der Versuchspresse	122
7.2	Mittlere Reibwerte beim Tiefziehen	125
7.3	Parametervariation	129
7.4	Namenskonventionen für die Tiefziehsimulation mit DX53D+Z	134
7.5	Namenskonventionen für die Tiefziehsimulation mit H180B	136
7.6	Namenskonventionen für die Tiefziehsimulation mit H340LAD	138
7.7	Ergebnisse der Rückfederungsrechnung mit DX53D+Z	145
7.8	Ergebnisse der Rückfederungsrechnung mit H180B	148
7.9	Ergebnisse der Rückfederungsrechnung mit H340LAD	151

Anhang A

Ergebnisse der Texturmessung

Die Texturmessungen wurden, wenn nicht anders vermerkt, mit Röntgenstrahlung im Texturgoniometer an der Mittelebene der Bleche durchgeführt. Die hierbei bestimmten Polfiguren wurden anschließend in Orientierungsverteilungsfunktionen umgerechnet.

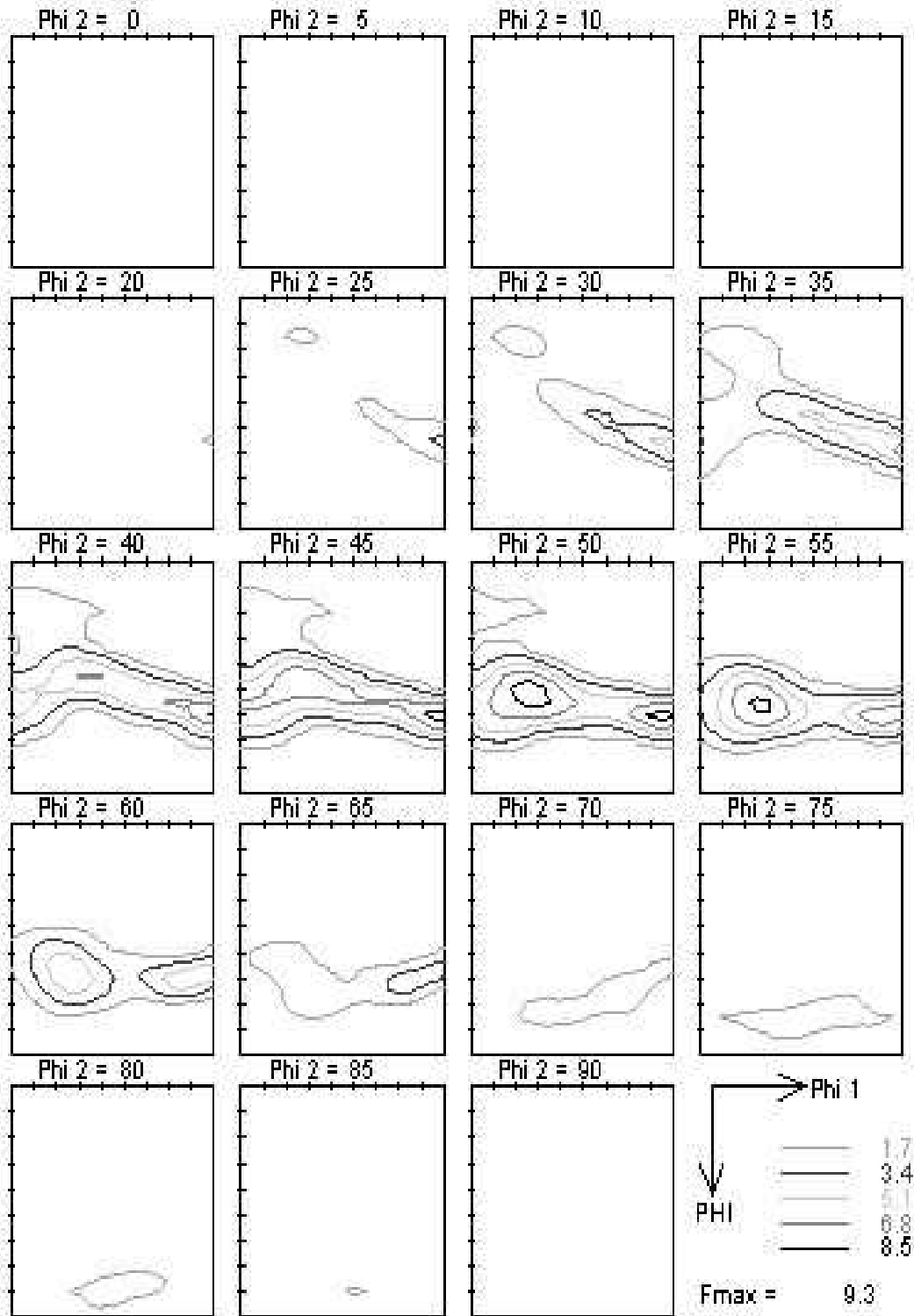


Abbildung A.1: Oberflächentextur in DX53D+Z

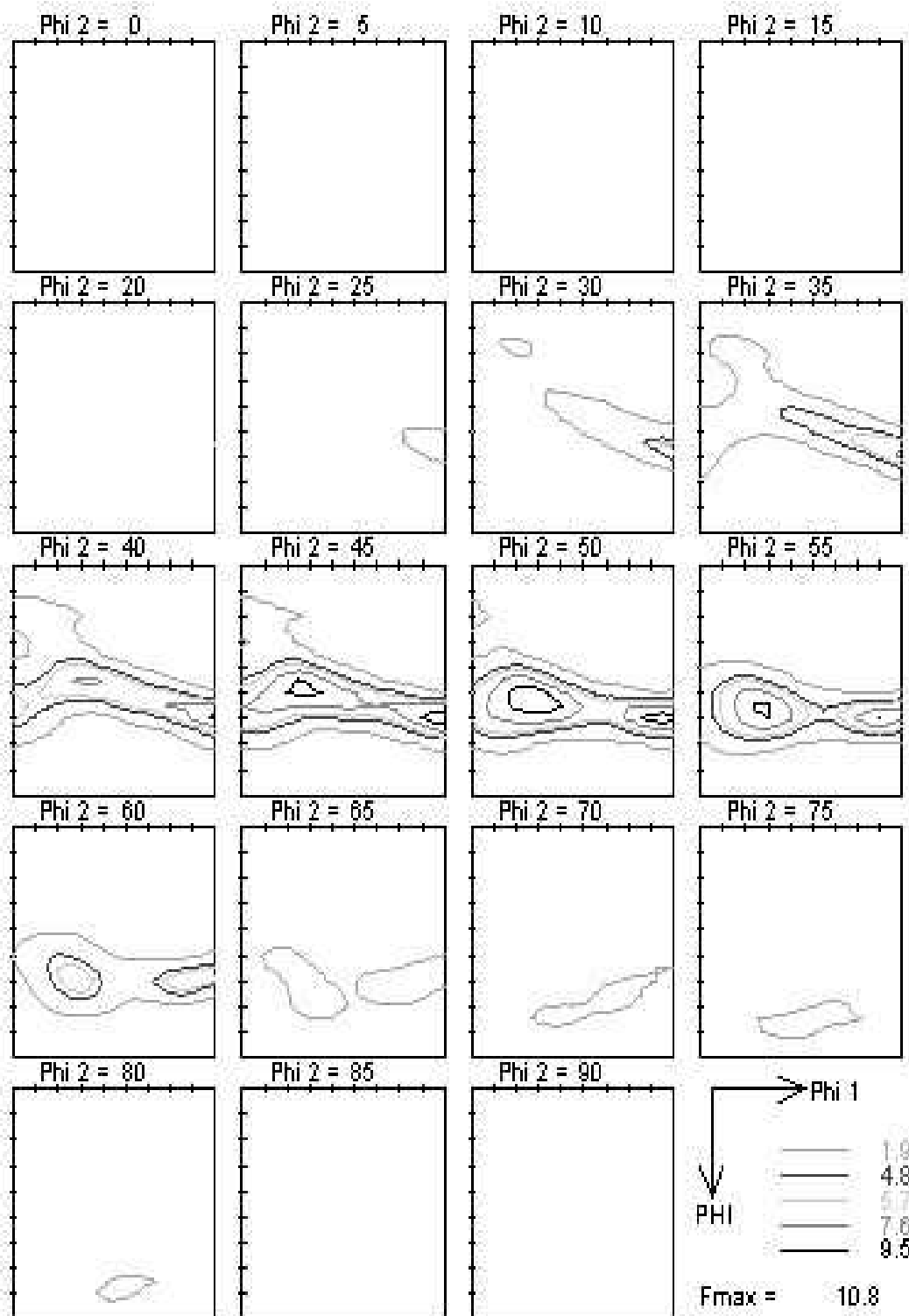


Abbildung A.2: Mittelflächentextur in DX53D+Z

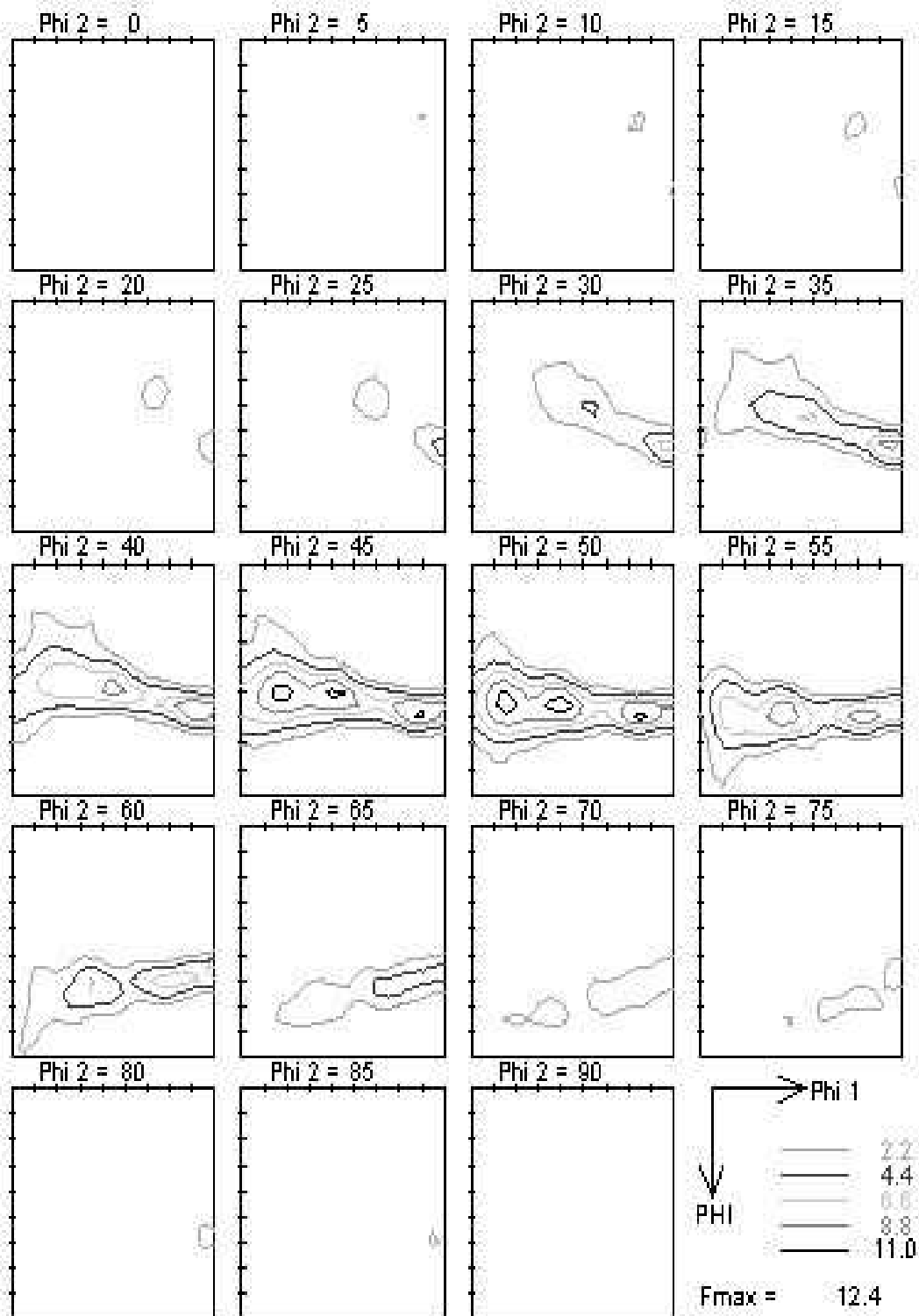


Abbildung A.3: Textur in DX53D+Z bei Messung mit Sandwichverfahren

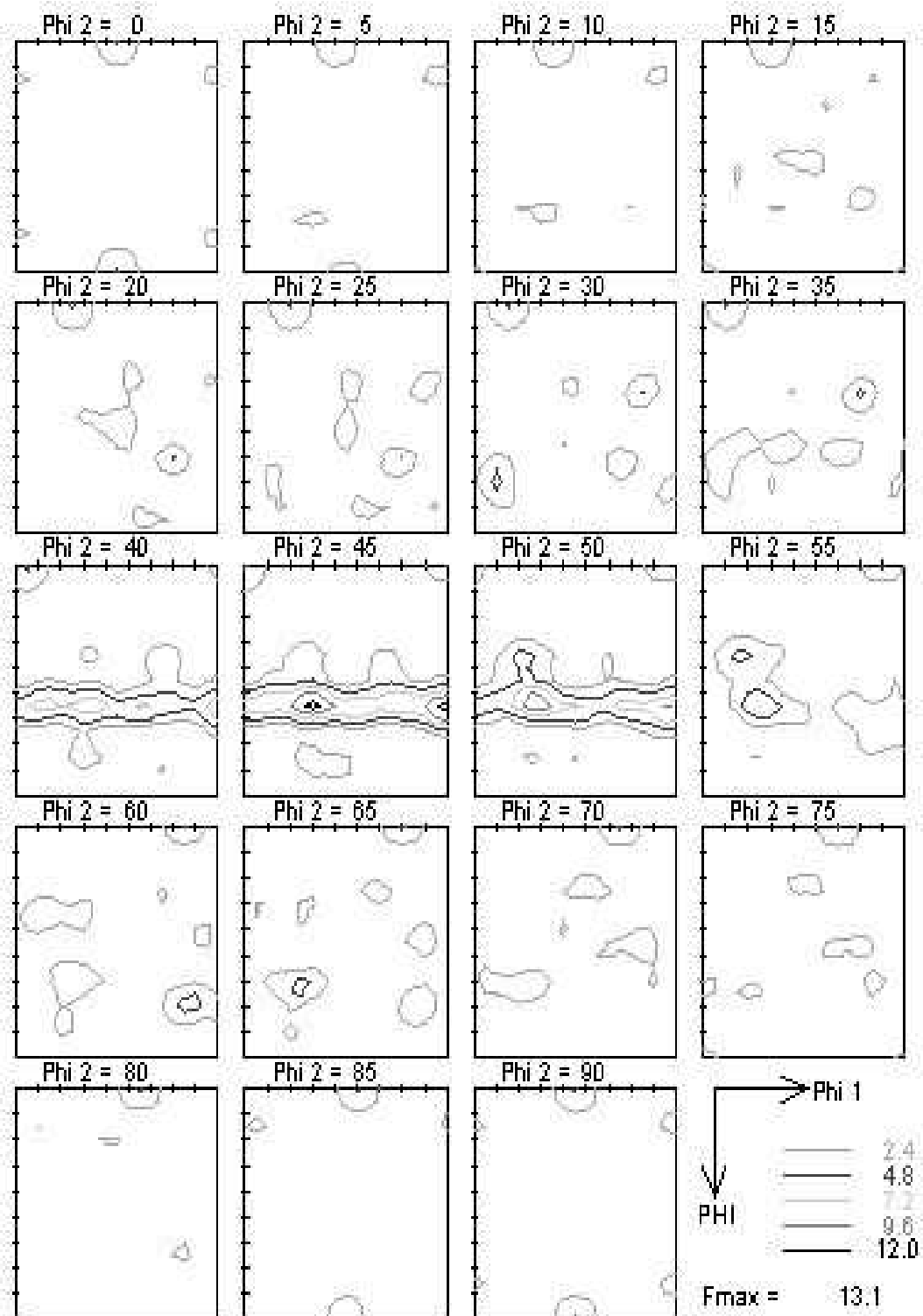


Abbildung A.4: Textur in DX53D+Z bei Messung mit Synchrotron

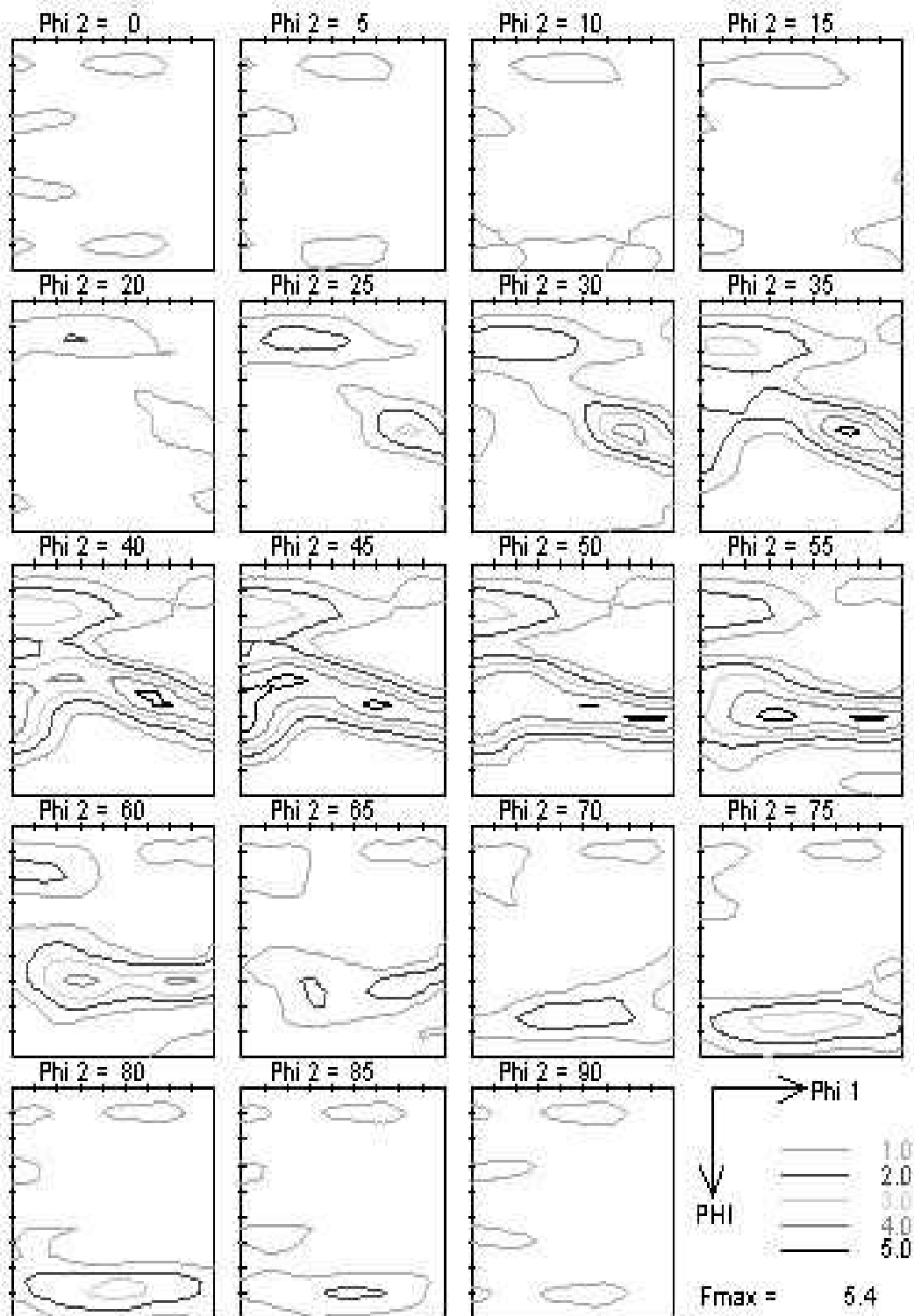


Abbildung A.5: Mittelflächentextur in H180B

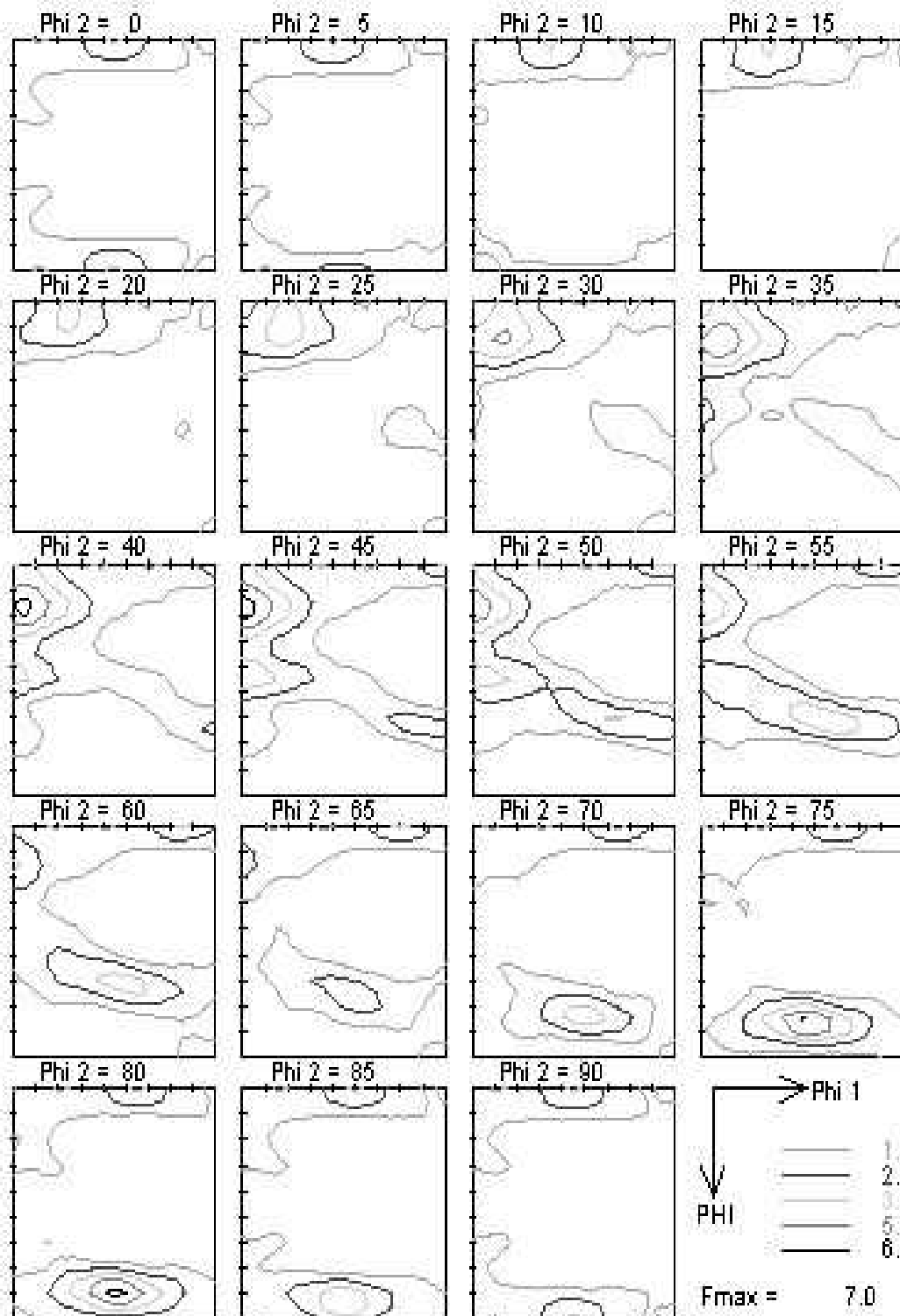


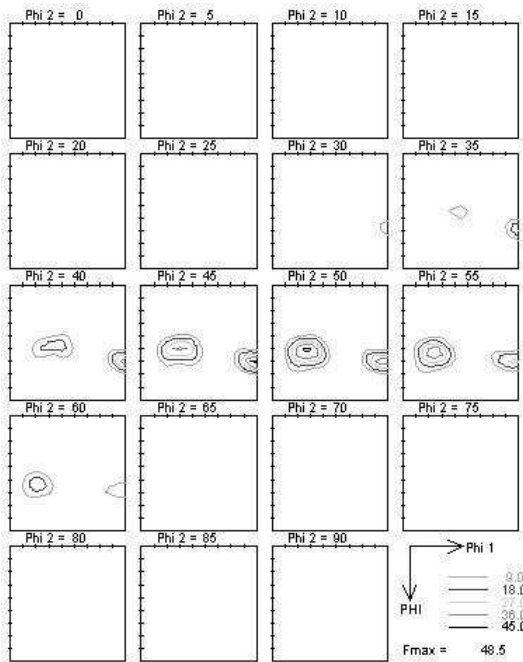
Abbildung A.6: Mittelfächentextur in H340LAD

Anhang B

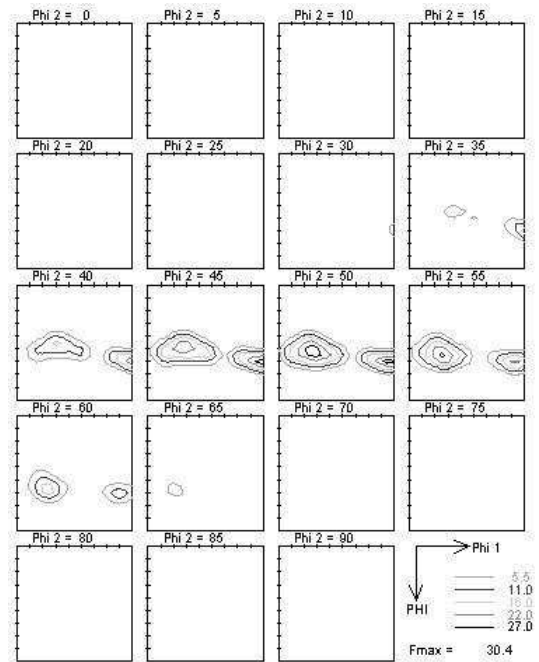
Texturanpassung

Die Anpassung der Texturen wurde mit Hilfe der Gittermethode durchgeführt. Hierzu wurde ein Gitter mit einem 5° -Raster verwendet. Die Ansatzfunktionen sind Mises-Fischer-Verteilungen mit einer Halbwertsbreite von 6° .

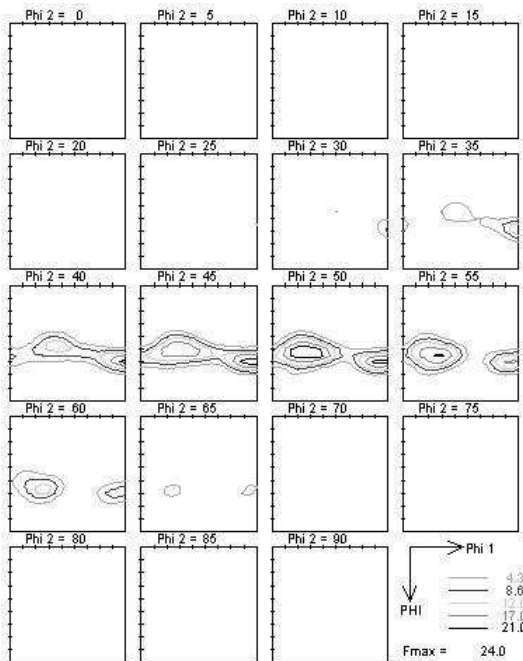
Eine Komponente wird im Kristallmodell für die Tiefziehsimulation aufgrund der Probensymmetrie durch eine Gruppe von 4 Kristallen repräsentiert.



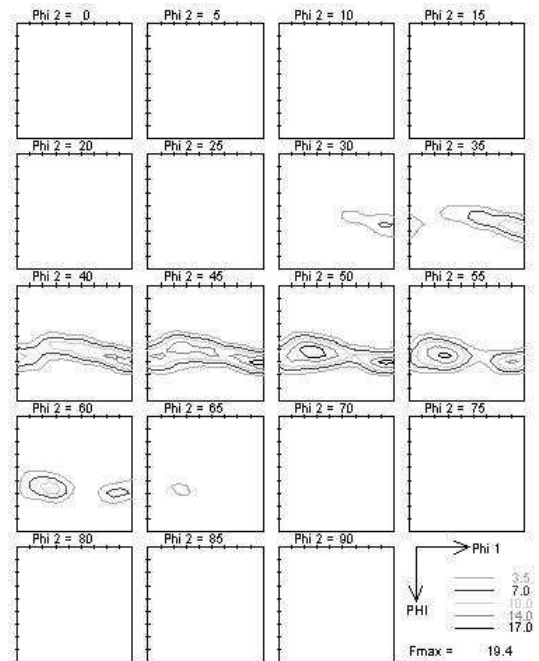
(a) 4 Komponenten



(b) 8 Komponenten

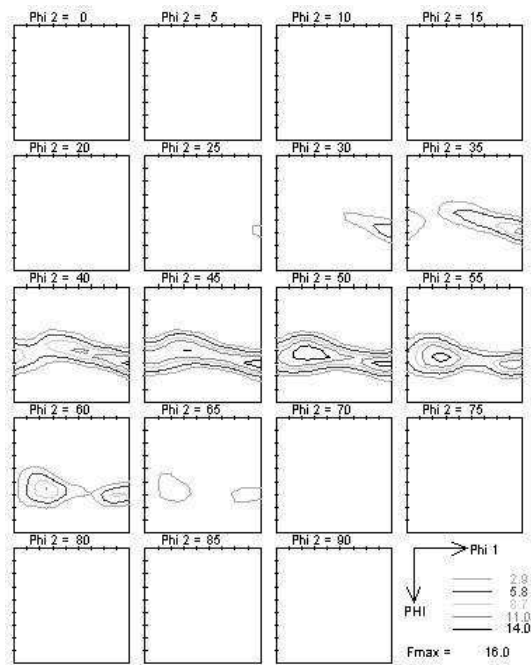


(c) 12 Komponenten

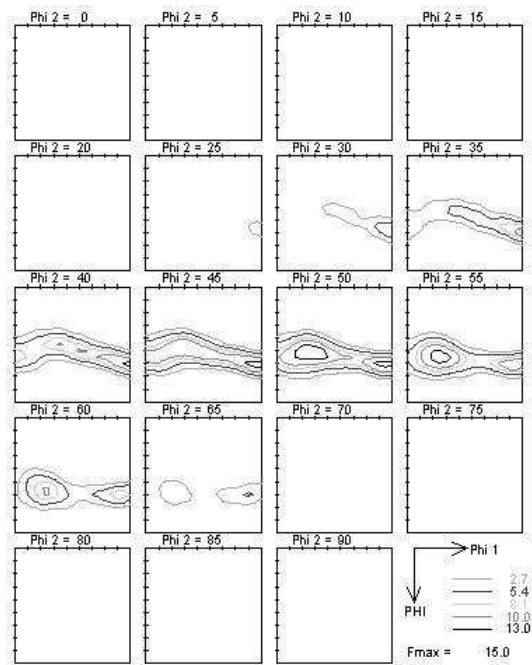


(d) 16 Komponenten

Abbildung B.1: Anpassung von DX53D+Z mit 4-16 Komponenten

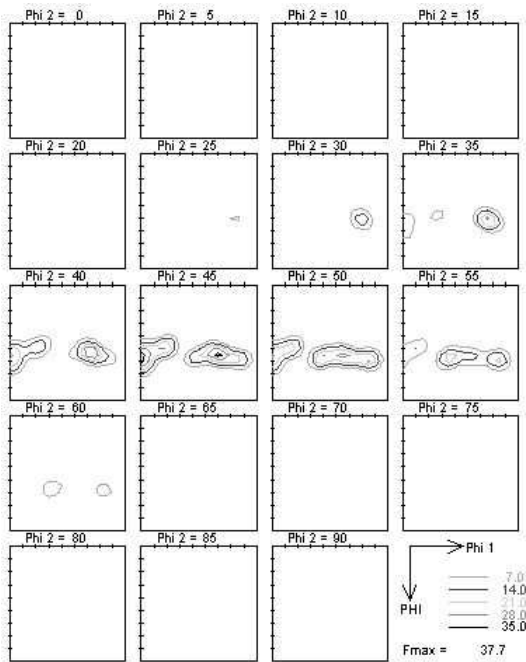


(a) 20 Komponenten

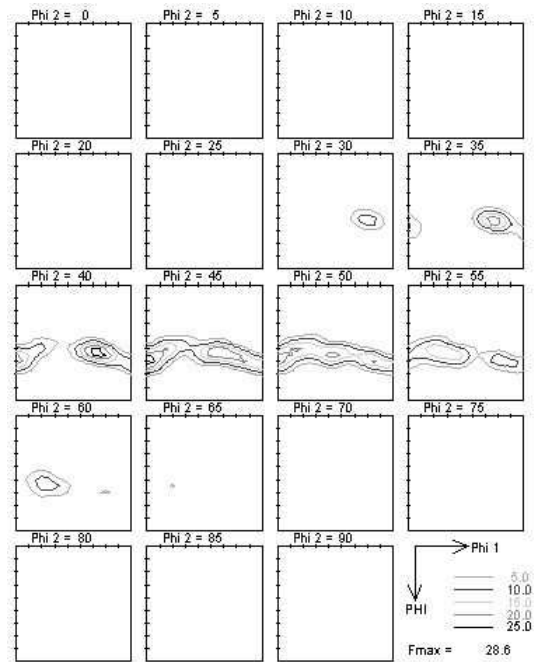


(b) 24 Komponenten

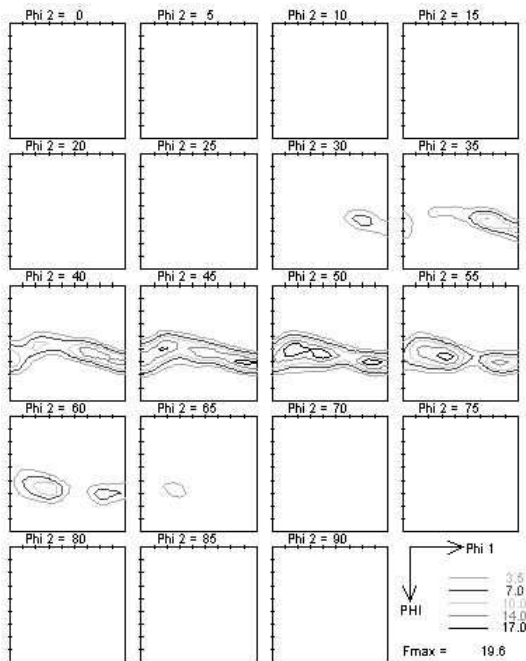
Abbildung B.2: Anpassung von DX53D+Z mit 20 und 24 Komponenten



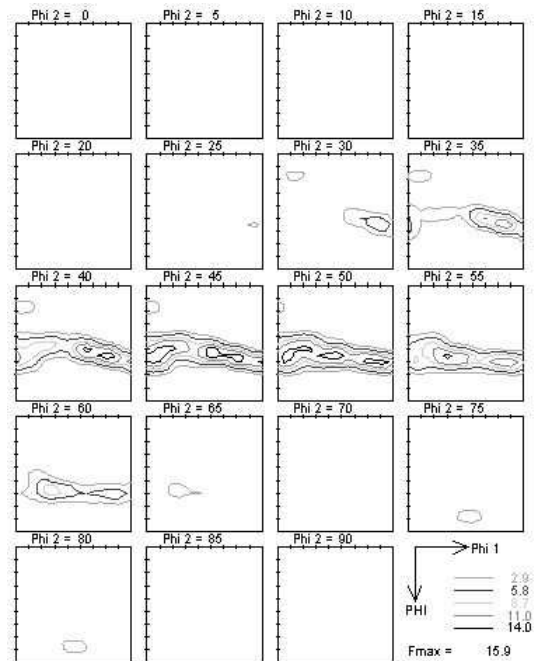
(a) 4 Komponenten



(b) 8 Komponenten

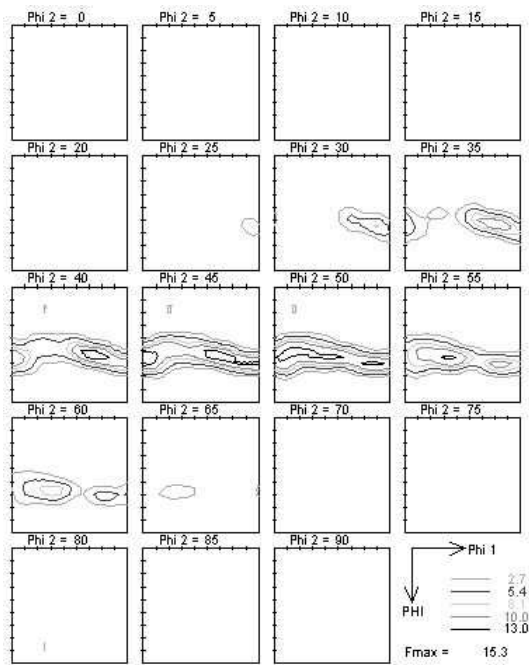


(c) 12 Komponenten

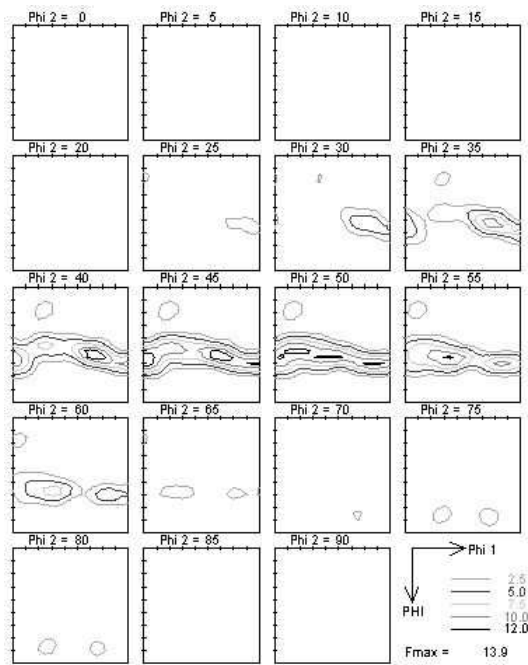


(d) 16 Komponenten

Abbildung B.3: Anpassung von H180B mit 4-16 Komponenten

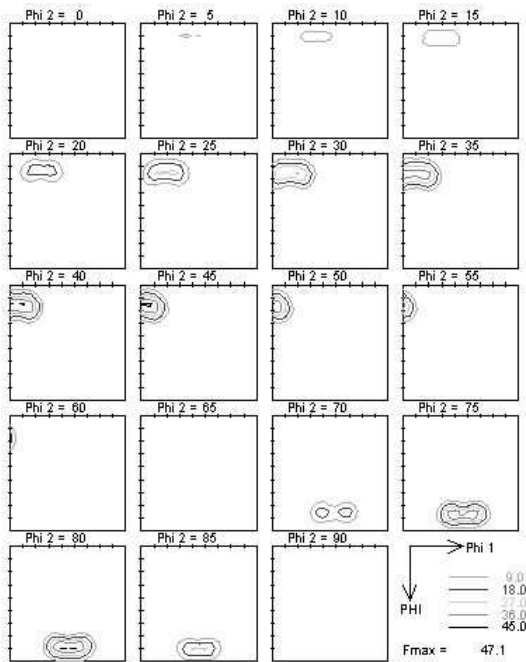


(a) 20 Komponenten

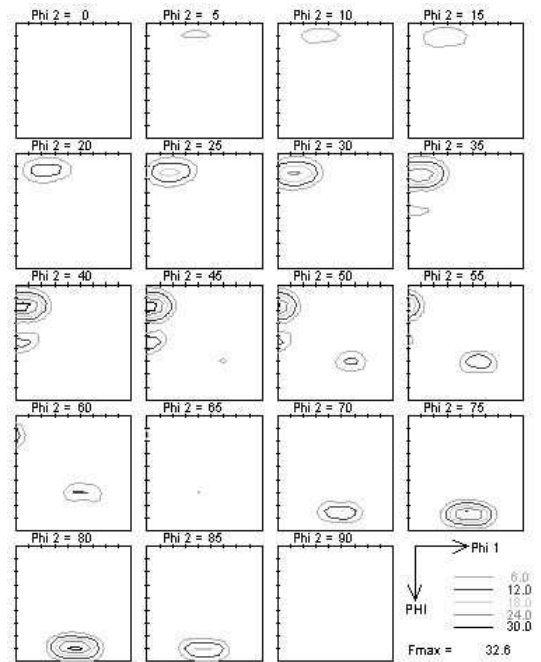


(b) 24 Komponenten

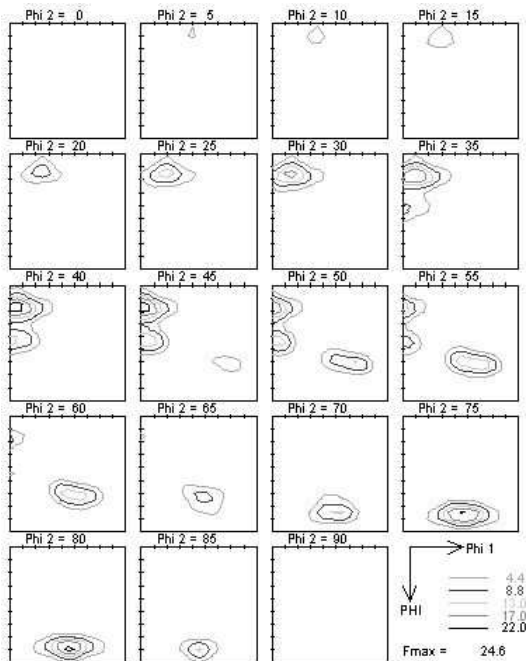
Abbildung B.4: Anpassung von H180B mit 20 und 24 Komponenten



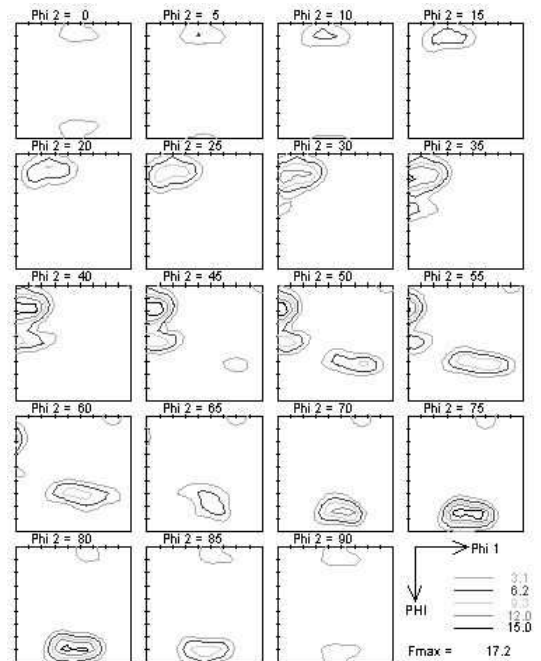
(a) 4 Komponenten



(b) 8 Komponenten

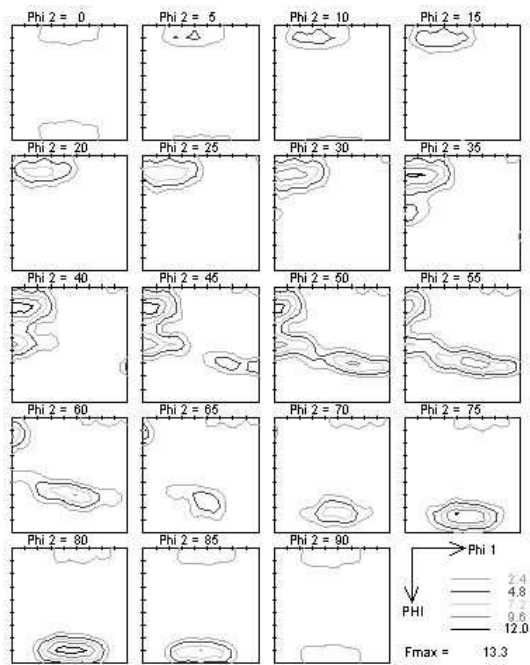


(c) 12 Komponenten

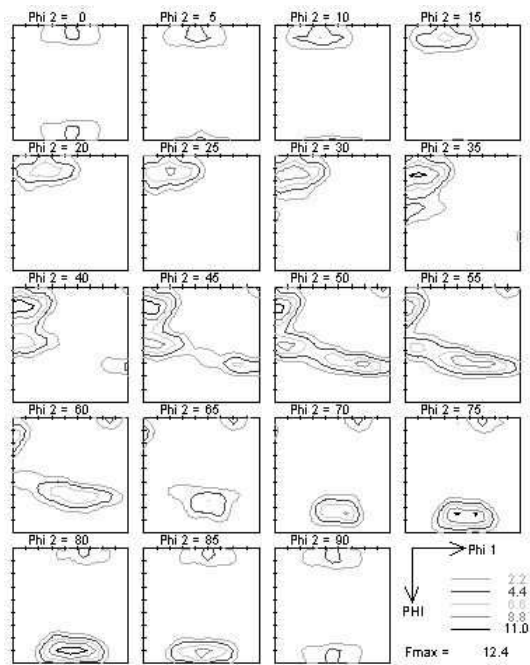


(d) 16 Komponenten

Abbildung B.5: Anpassung von H340LAD mit 4-16 Komponenten



(a) 20 Komponenten



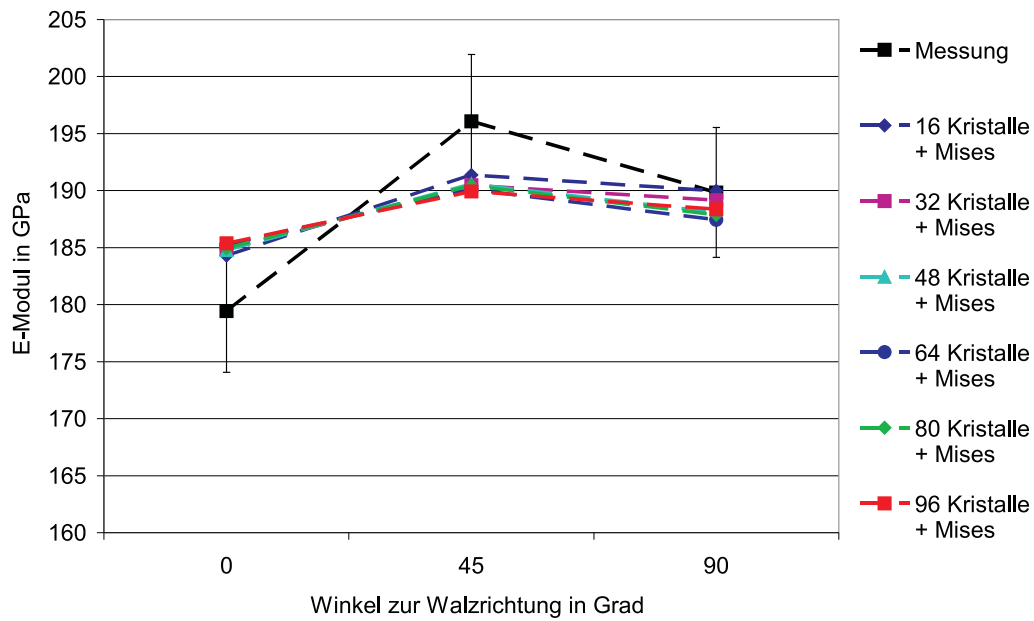
(b) 24 Komponenten

Abbildung B.6: Anpassung von H340LAD mit 20 und 24 Komponenten

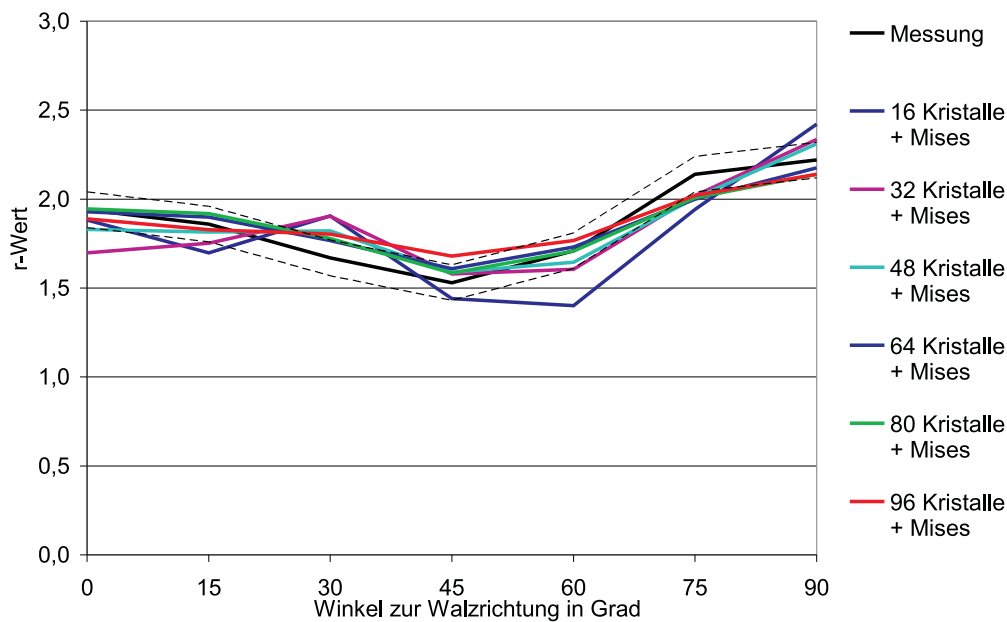
Anhang C

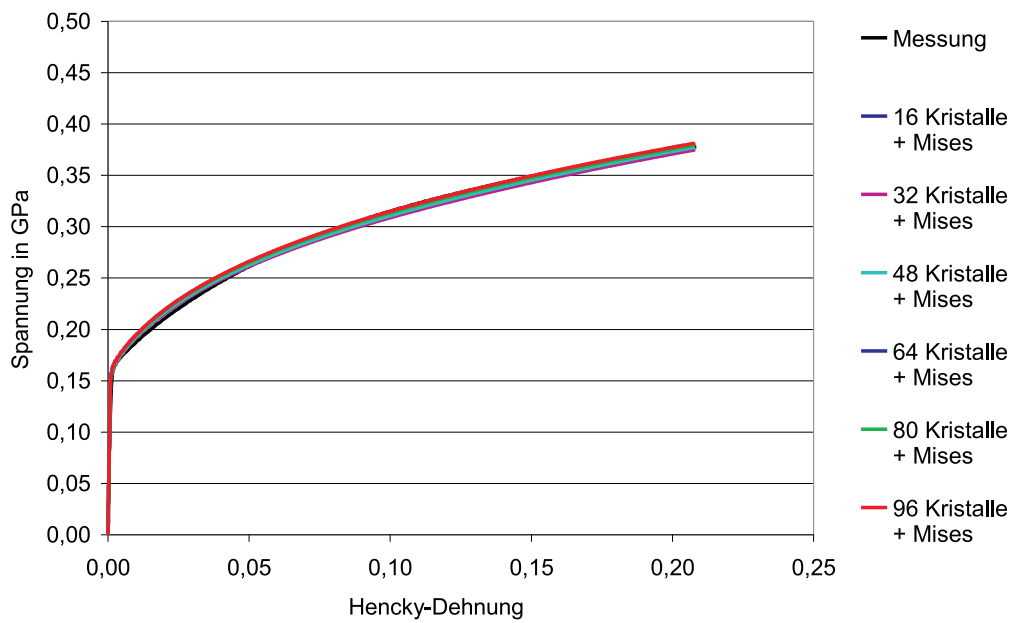
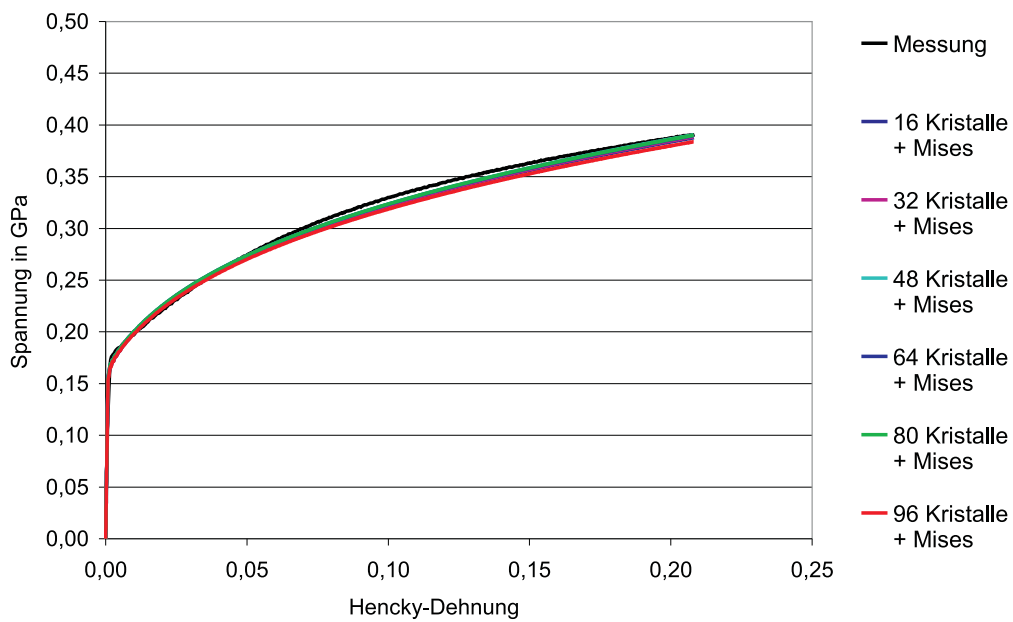
Anpassung der Materialparameter

Im folgenden Abschnitt sind die Ergebnisse der Anpassung der Materialparameter anhand von Zugversuchen dargestellt. Die zugrundeliegenden Kristallorientierungen entsprechen den Ergebnissen der vorher durchgeführten Texturapproximation. Zunächst wird der Volumenanteil des isotropen Hintergrundes anhand des Verlaufes der r -Werte angepasst, anschließend wird das elastische Verhalten mit Hilfe der E -Modul-Messungen in der Blechebene in 3 Richtungen approximiert. Die Parameter für das plastische Verhalten werden danach an die Fließkurvenmessungen angepasst.



(a) E-Modul

(b) r -WertAbbildung C.1: Anpassung von E-Modul und r -Wert von DX53D+Z

(a) Fließkurve 0° zur WR(b) Fließkurve 45° zur WRAbbildung C.2: Anpassung der Fließkurve von DX53D+Z unter 0° und 45° zur Walzrichtung

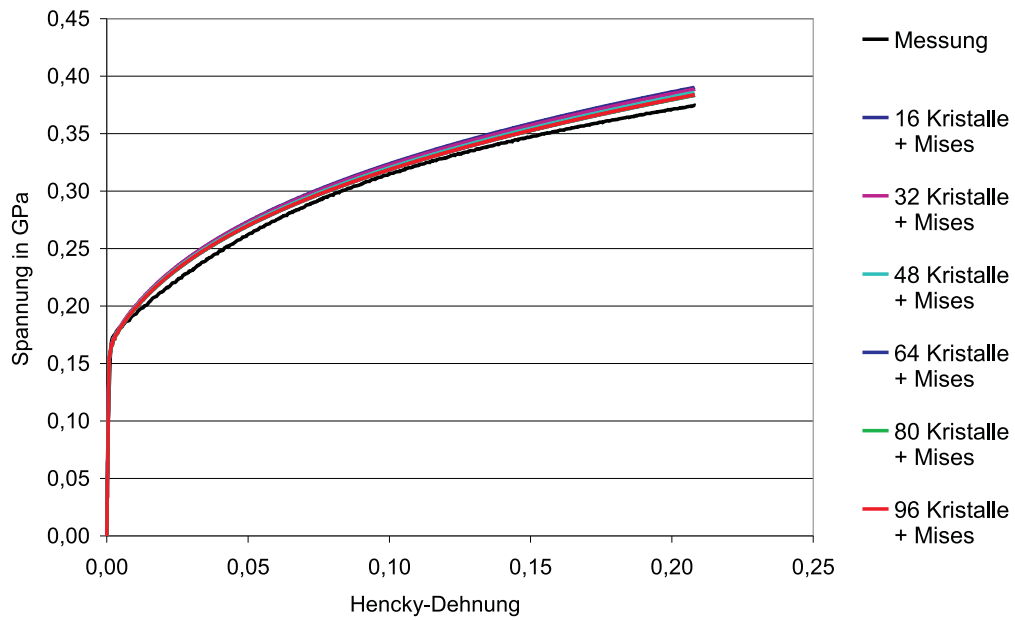
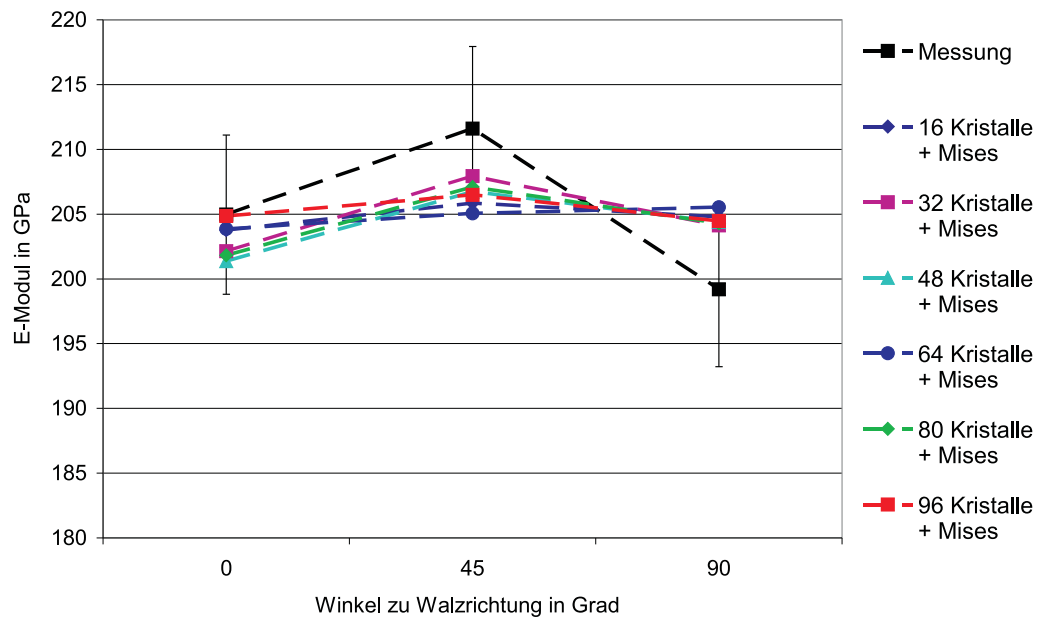
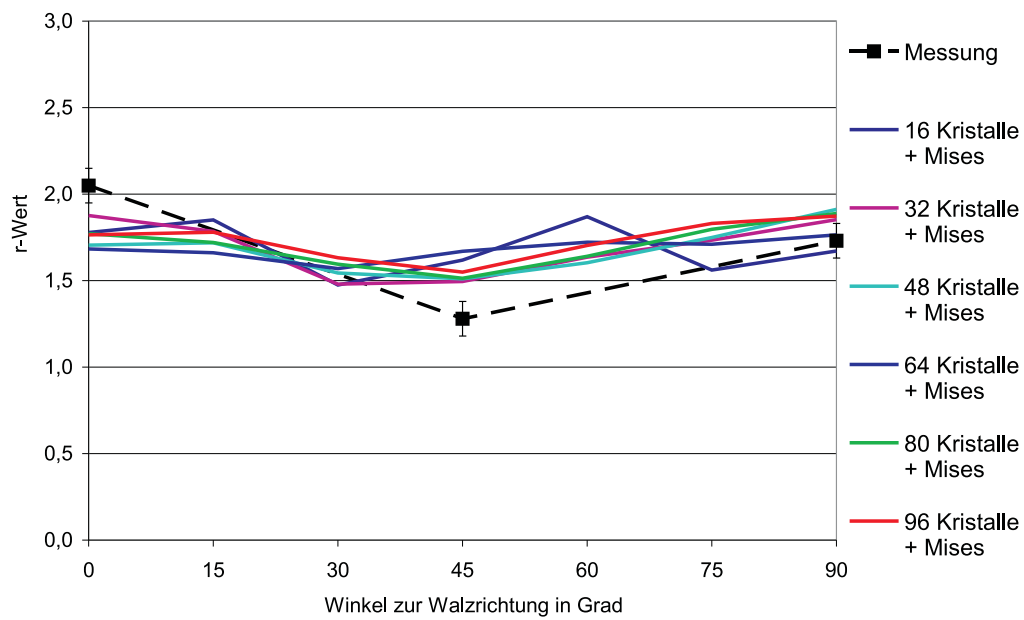


Abbildung C.3: Anpassung der Fließkurve von DX53D+Z unter 90° zur Walzrichtung

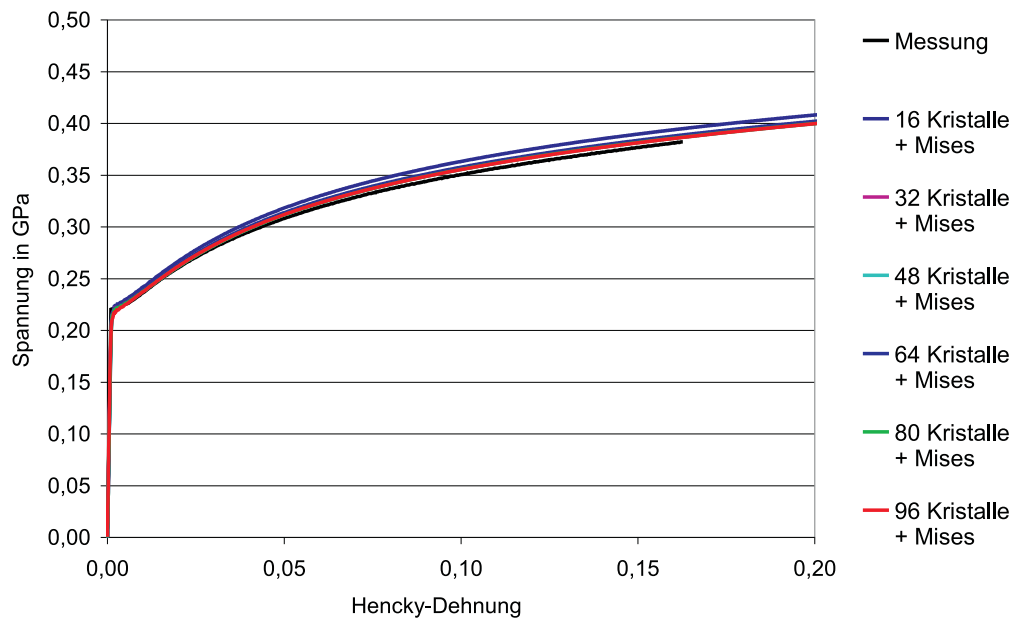
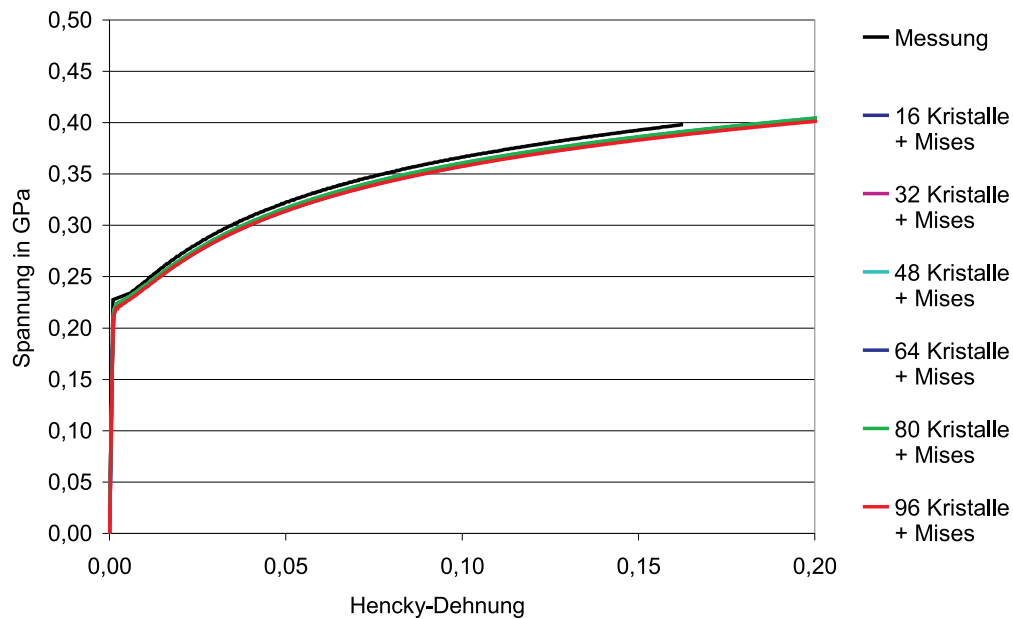


(a) E-Modul



(b) r-Wert

Abbildung C.4: Anpassung von E-Modul und r-Wert von H180B

(a) Fließkurve 0° zur WR(b) Fließkurve 45° zur WRAbbildung C.5: Anpassung der Fließkurve von H180B unter 0° und 45° zur Walzrichtung

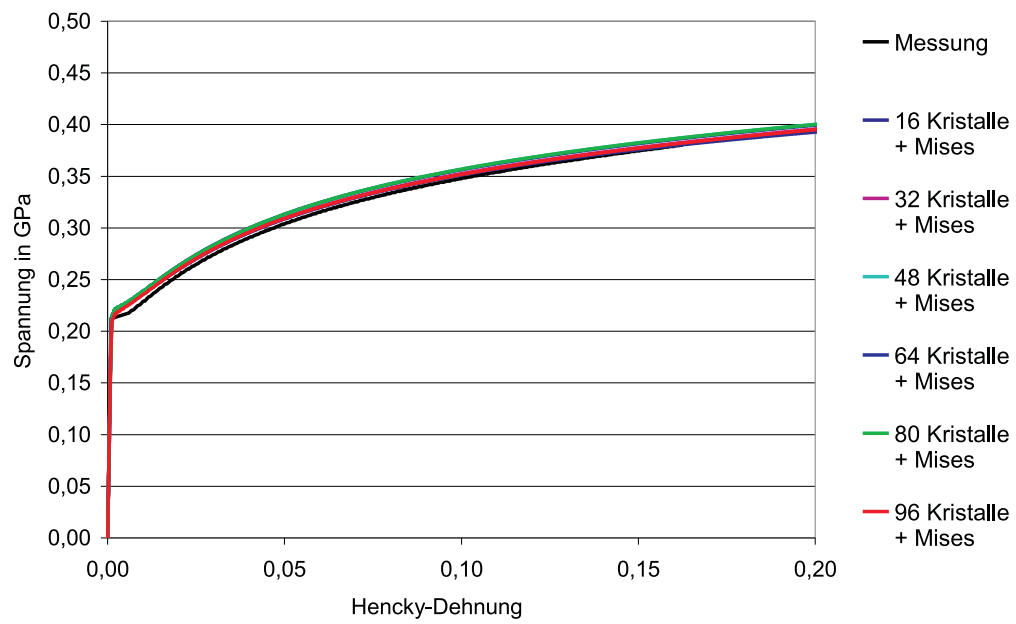
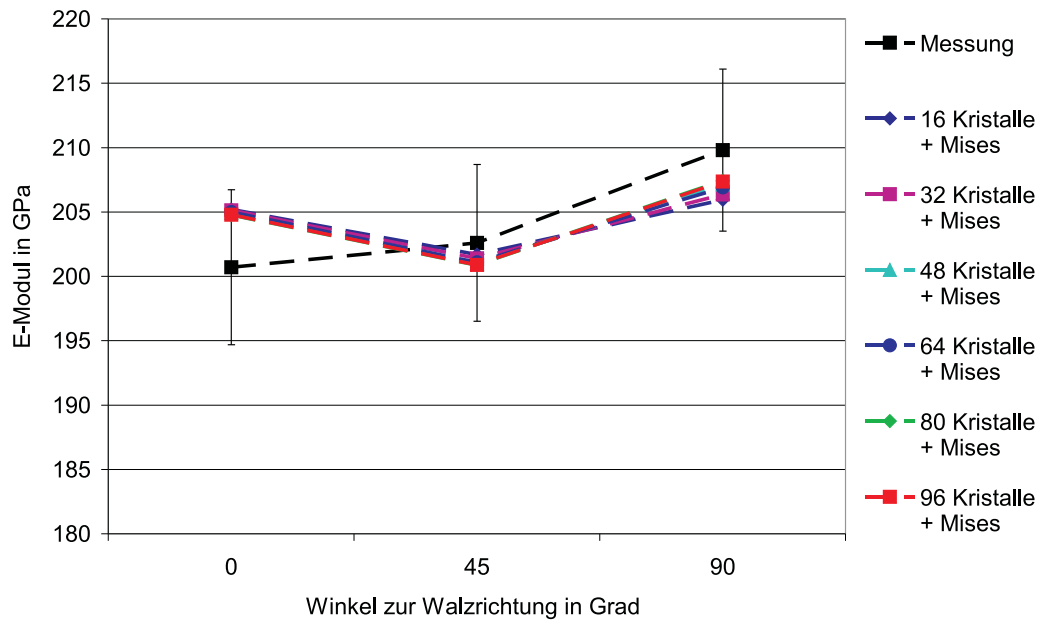
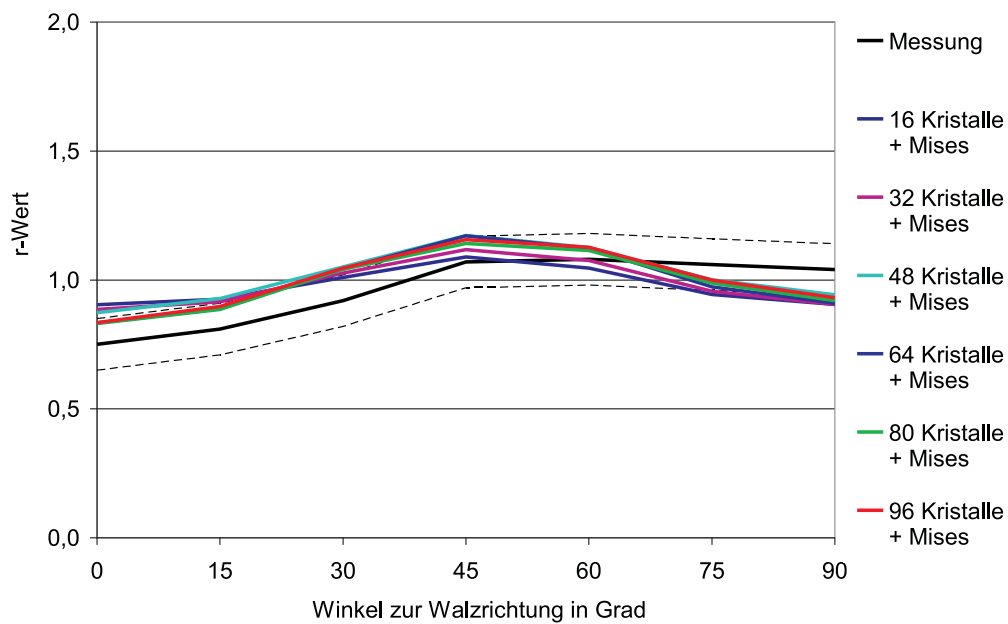
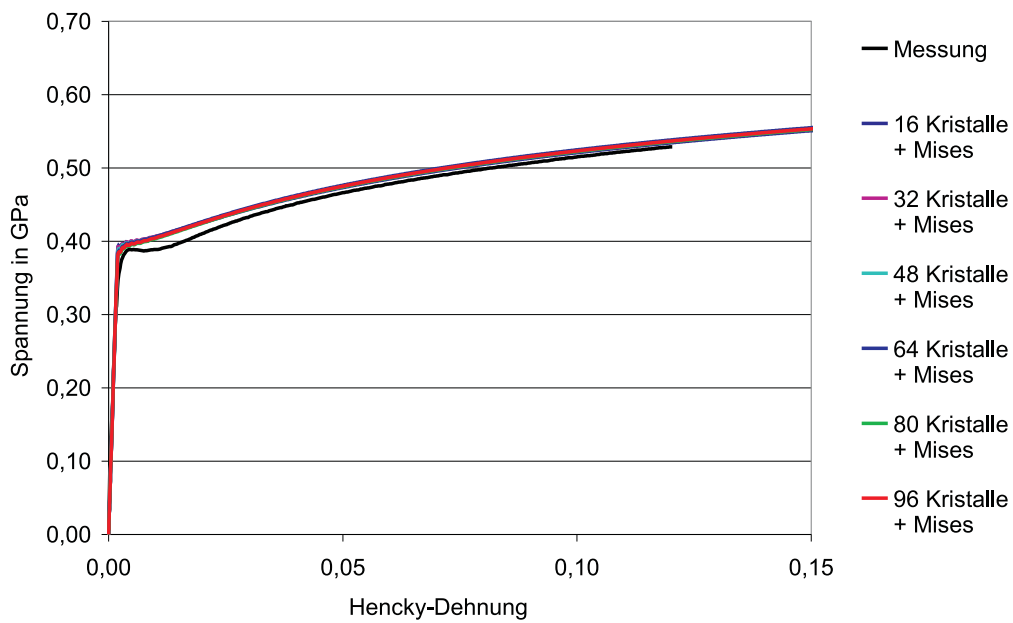


Abbildung C.6: Anpassung der Fließkurve von H180B unter 90° zur Walzrichtung

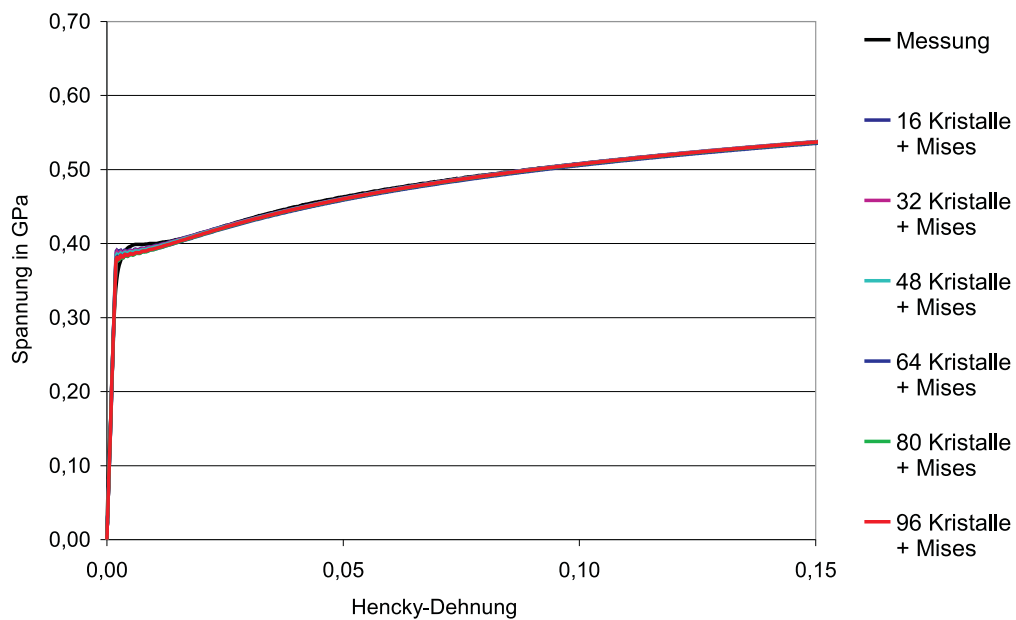


(a) E-Modul

(b) r -WertAbbildung C.7: Anpassung von E-Modul und r -Wert von H340LAD



(a) Fließkurve 0° zur WR



(b) Fließkurve 45° zur WR

Abbildung C.8: Anpassung der Fließkurve von H340LAD unter 0° und 45° zur Walzrichtung

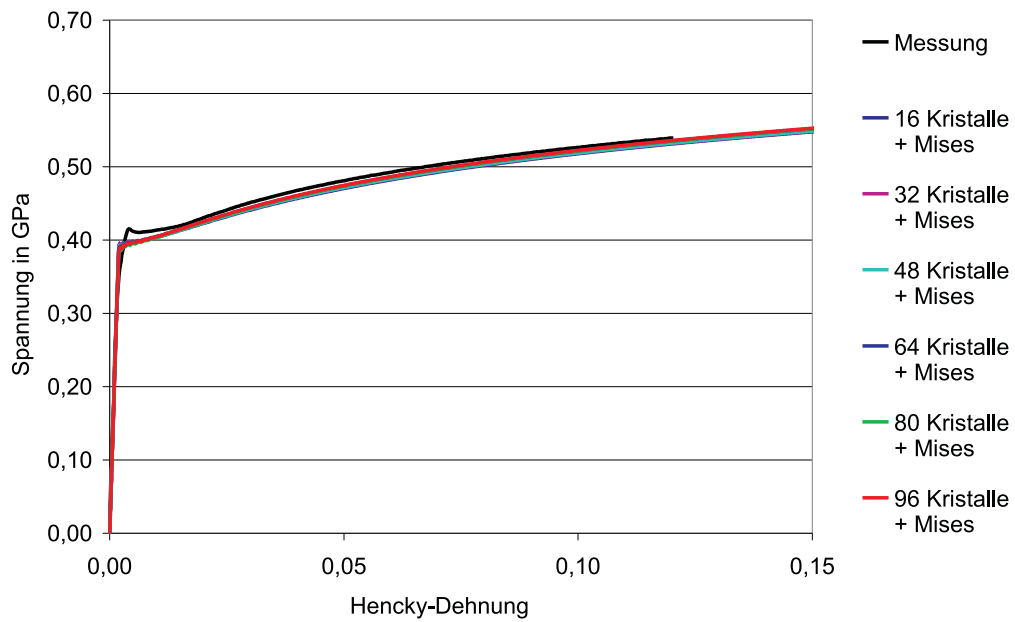


Abbildung C.9: Anpassung der Fließkurve von H340LAD unter 90° zur Walzrichtung

Anhang D

Tiefziehen

Bei Tiefziehen wurden die Hauptdehnungen in der Blechebene in drei Richtungen zur Walzrichtung experimentell gemessen. Die Ergebnisse dieser Messungen sind den Berechnungsergebnissen der angepassten Materialmodelle gegenübergestellt. Die Darstellung der Ergebnisse erfolgt jeweils als Funktion der Bogenlänge beginnend im Zentrum des Stempels/Napfes.

Weiterhin ist die Zipfelbildung der Modelle im Vergleich zu den experimentellen Ergebnisse abgebildet. Hierzu wird der Radius der Napfkante als Funktion des Winkels zur Walzrichtung vermessen.

In den jeweiligen Diagrammen sind die Ergebnisse der Rechnungen mit dem Kristallmodell mit 7 Integrationspunkten in Dickenrichtung mit dem von-Mises-Hintergrundmodell sowie mit 9 Integrationspunkten mit dem von-Mises-Hintergrundmodell und 7 Integrationspunkten mit dem ISO12-Modell dargestellt. Gegenübergestellt sind jeweils auch die mit dem Vergleichsmodell erzielten Ergebnisse.

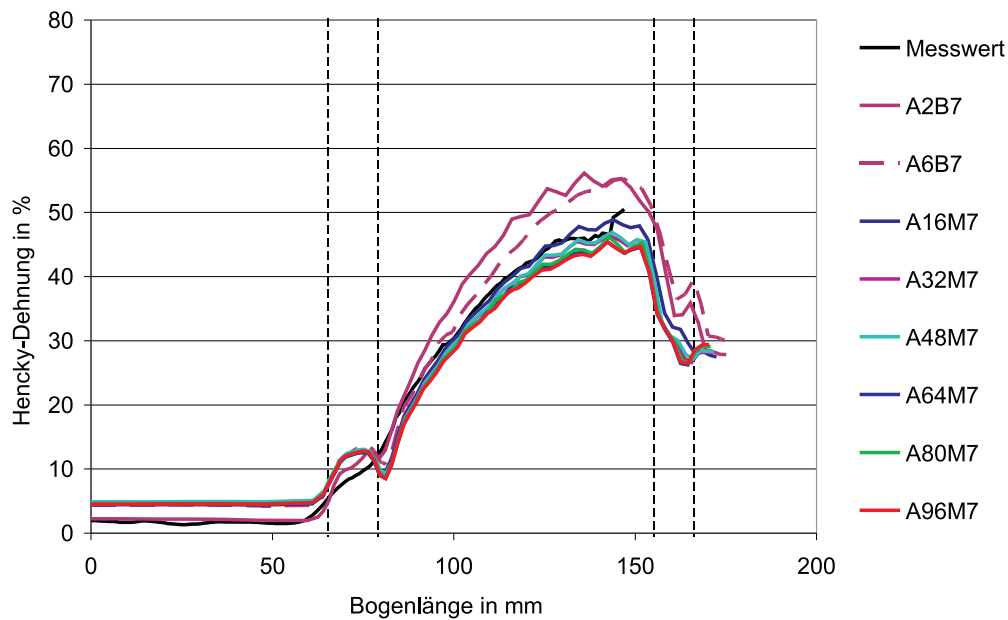
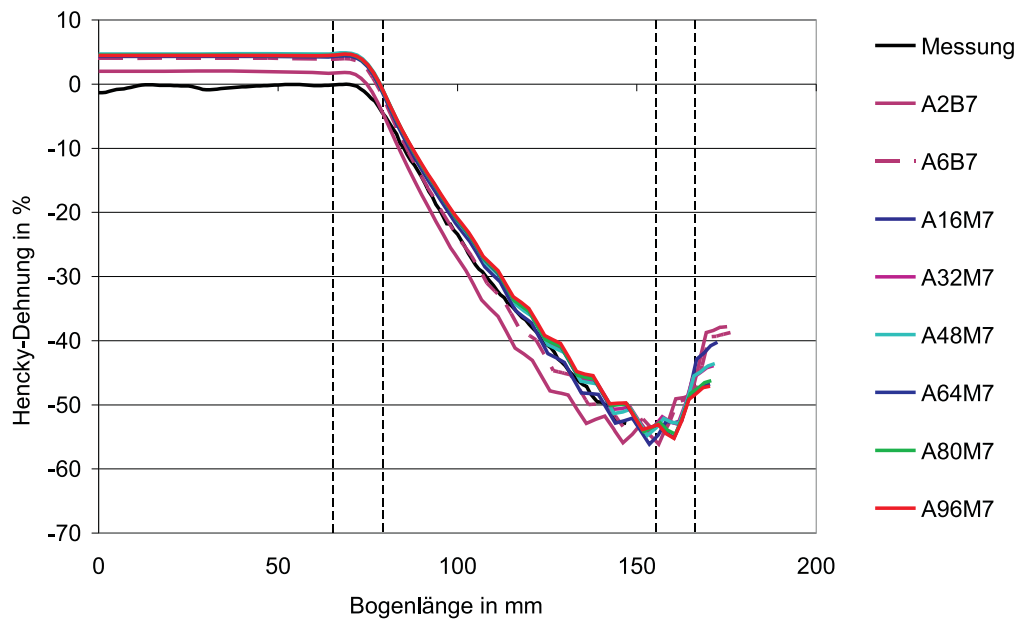
(a) 1. planare Hauptdehnung 0° zur WR(b) 2. planare Hauptdehnung 0° zur WR

Abbildung D.1: Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit DX53D+Z (1)
 Barlatmodell (7 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (7 IP)

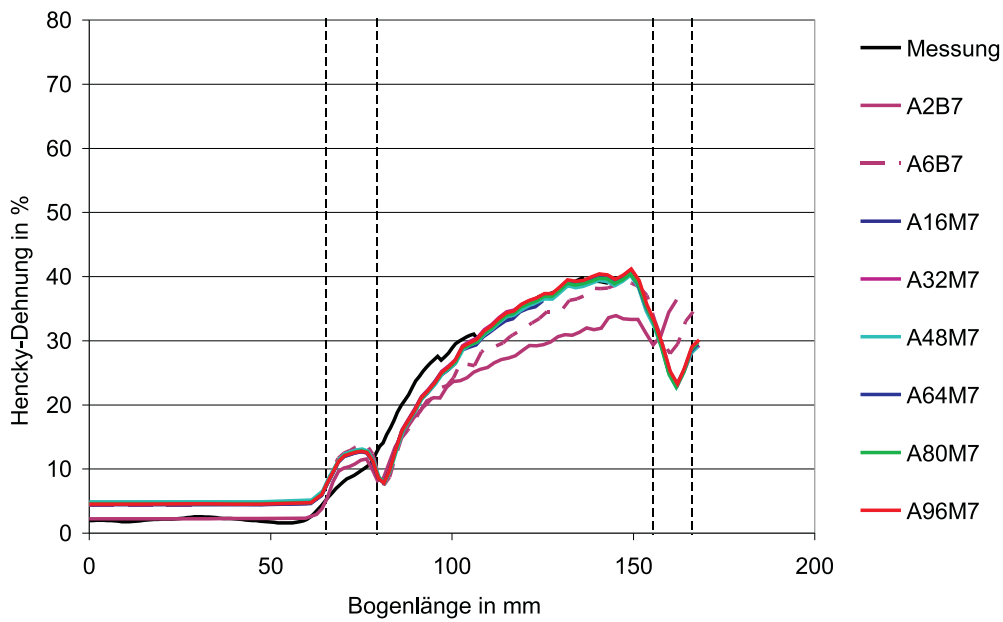
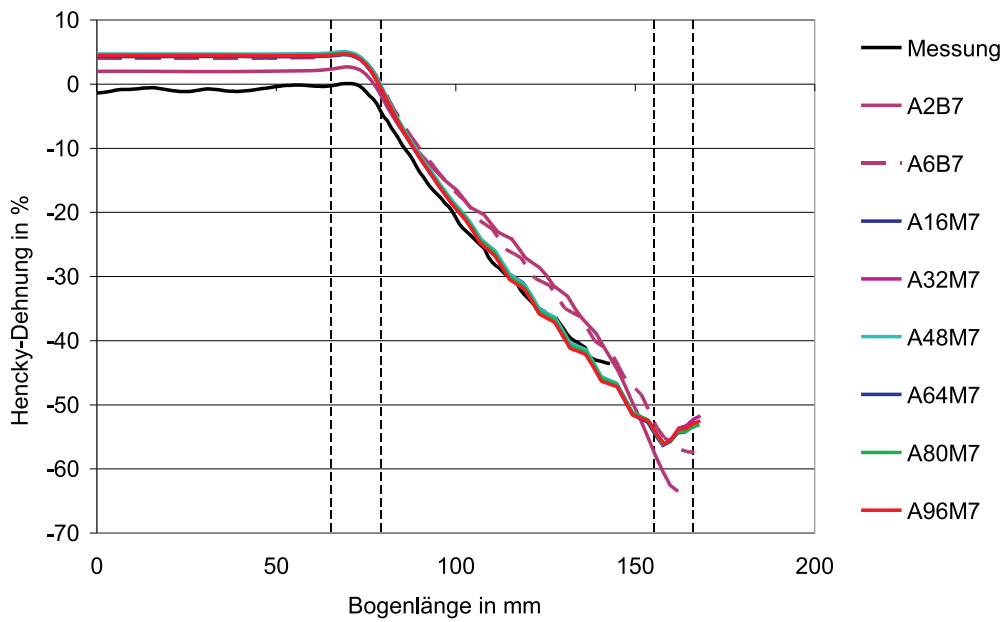
(a) 1. planare Hauptdehnung 45° zur WR(b) 2. planare Hauptdehnung 45° zur WR

Abbildung D.2: Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit DX53D+Z (2)
 Barlatmodell (7 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (7 IP)

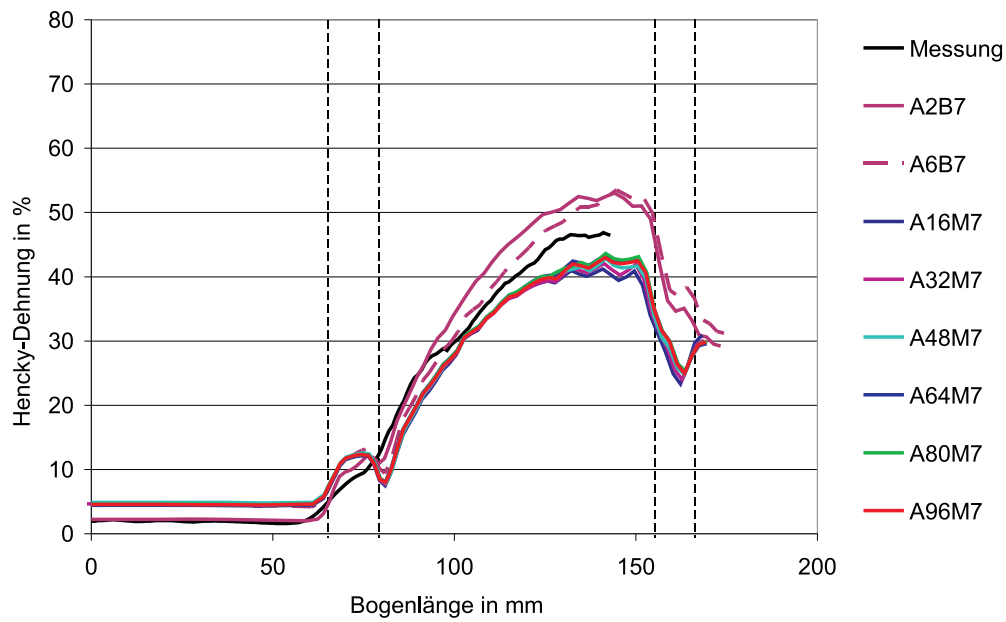
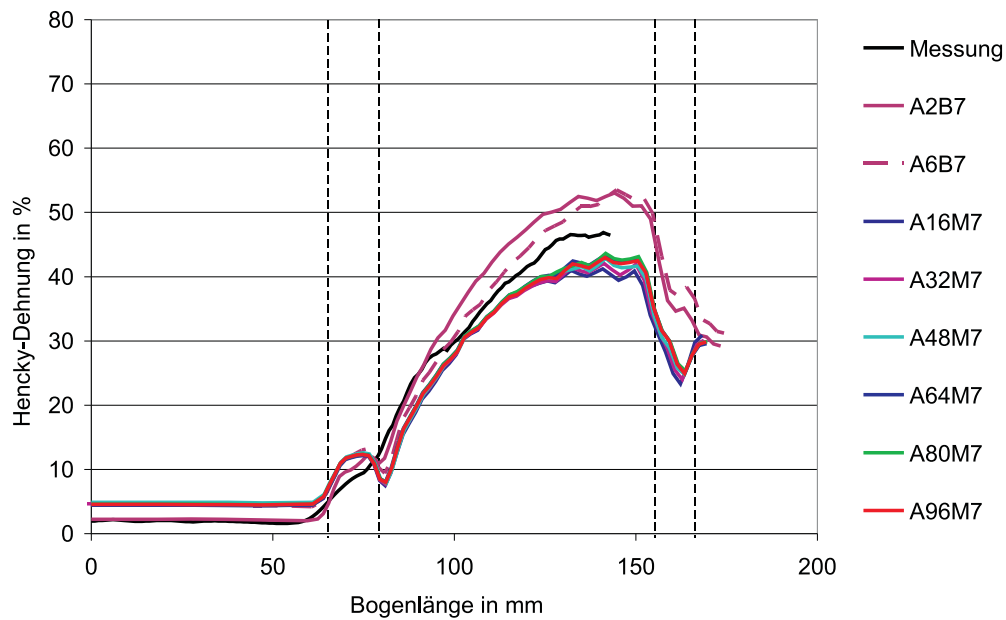
(a) 1. planare Hauptdehnung 90° zur WR(b) 2. planare Hauptdehnung 90° zur WR

Abbildung D.3: Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit DX53D+Z (3)
 Barlatmodell (7 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (7 IP)

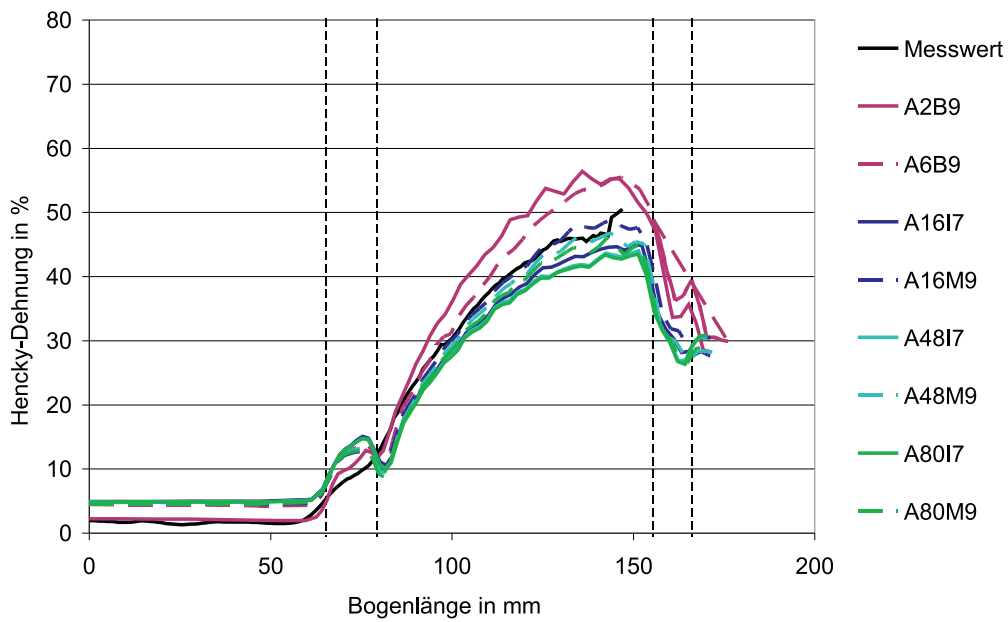
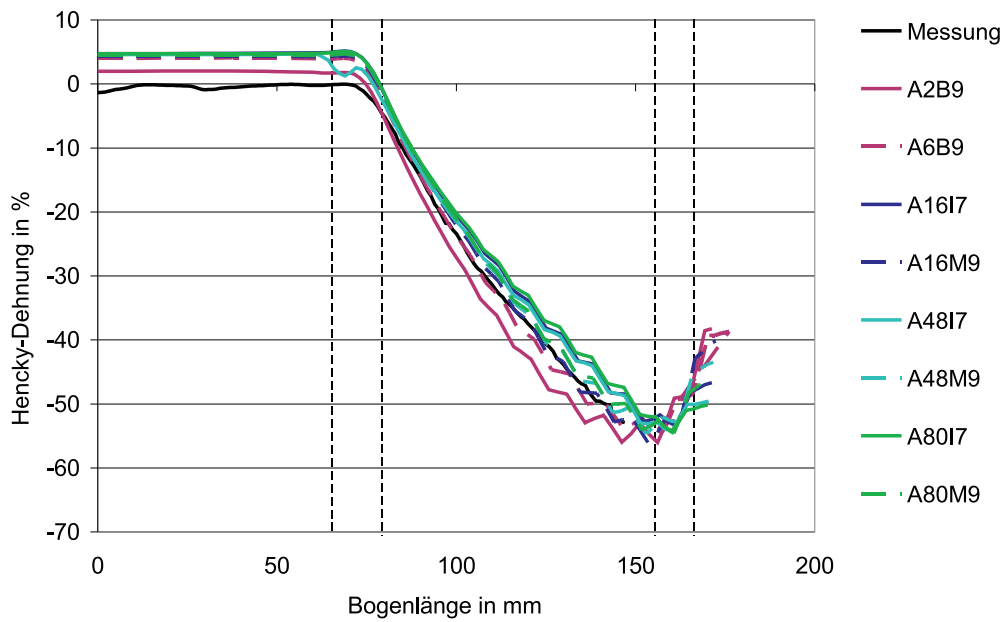
(a) 1. planare Hauptdehnung 0° zur WR(b) 2. planare Hauptdehnung 0° zur WR

Abbildung D.4: Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit DX53D+Z (4)
 Barlatmodell (9 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (9 IP)
 Kristallmodell mit ISO12-Hintergrund (7 IP)

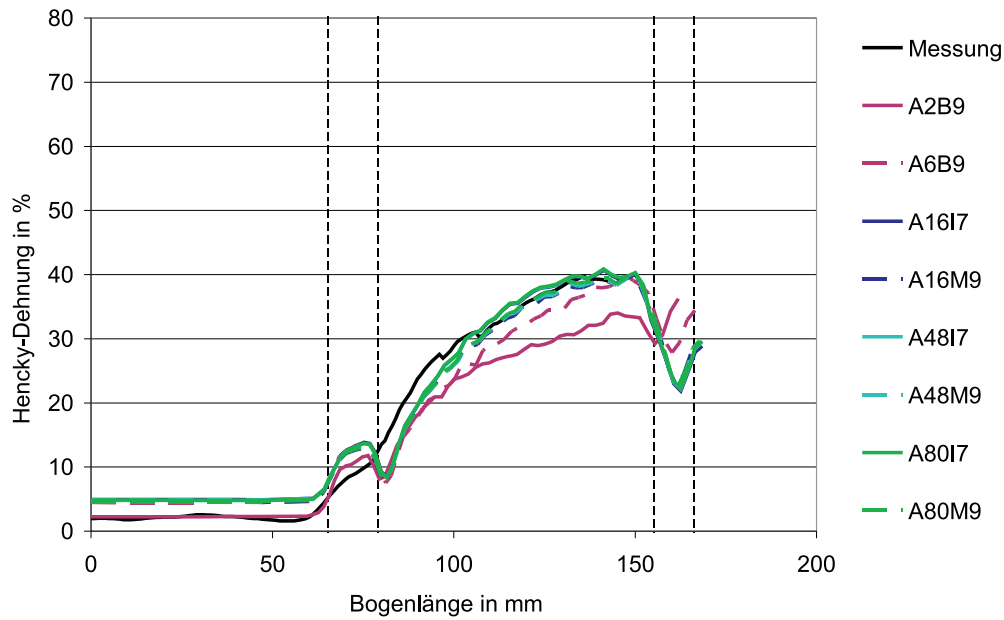
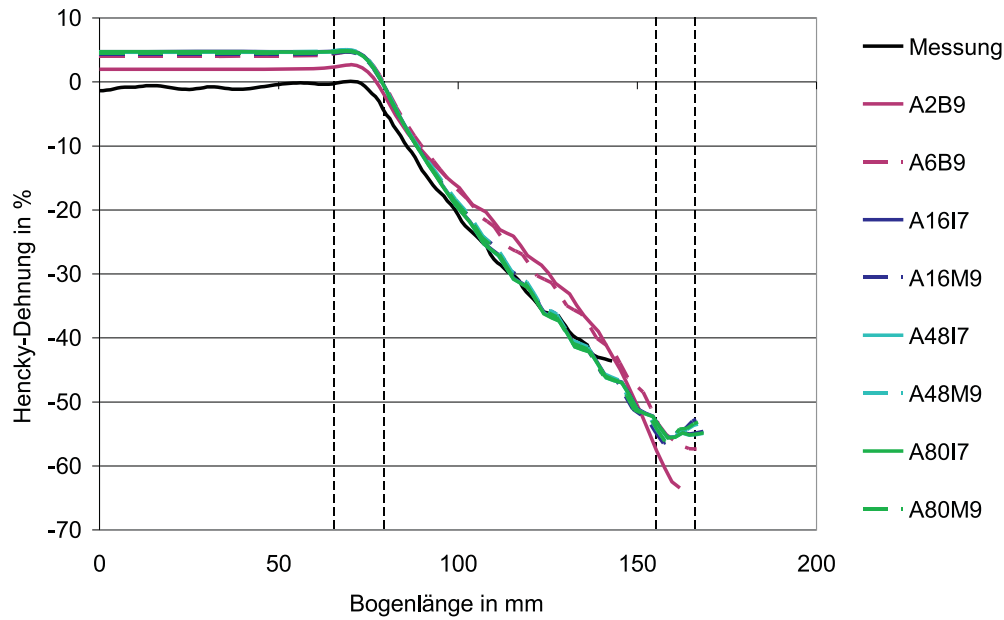
(a) 1. planare Hauptdehnung 45° zur WR(b) 2. planare Hauptdehnung 45° zur WR

Abbildung D.5: Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit DX53D+Z (5)
 Barlatmodell (9 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (9 IP)
 Kristallmodell mit ISO12-Hintergrund (7 IP)

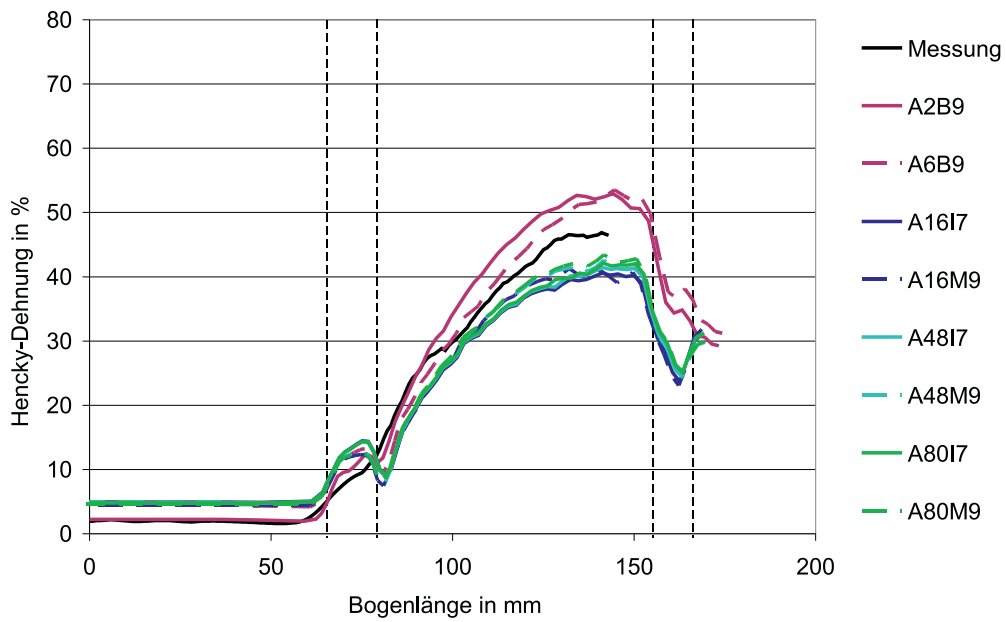
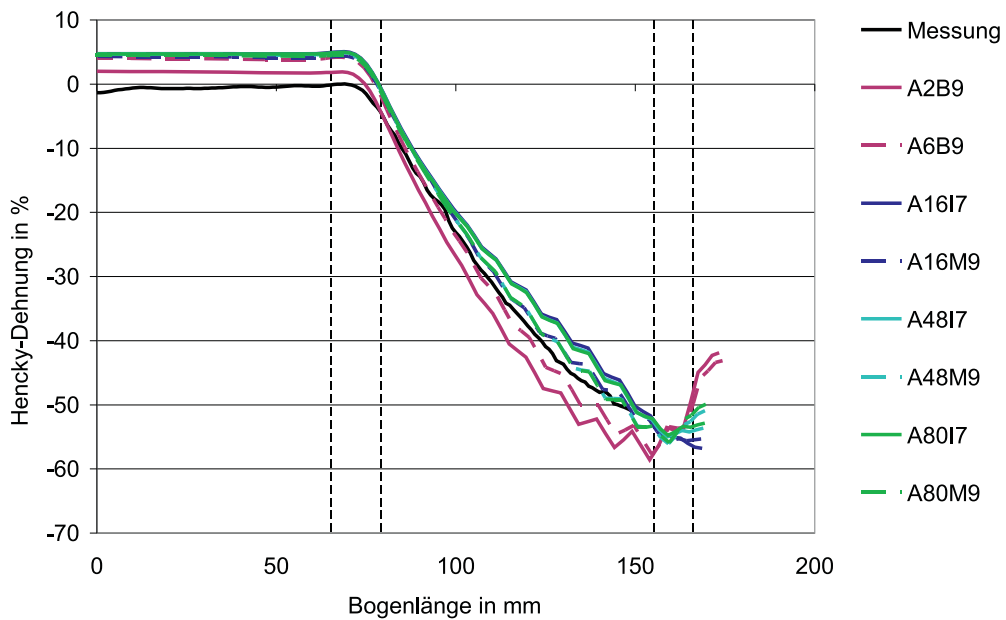
(a) 1. planare Hauptdehnung 90° zur WR(b) 2. planare Hauptdehnung 90° zur WR

Abbildung D.6: Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit DX53D+Z (6)
 Barlatmodell (9 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (9 IP)
 Kristallmodell mit ISO12-Hintergrund (7 IP)

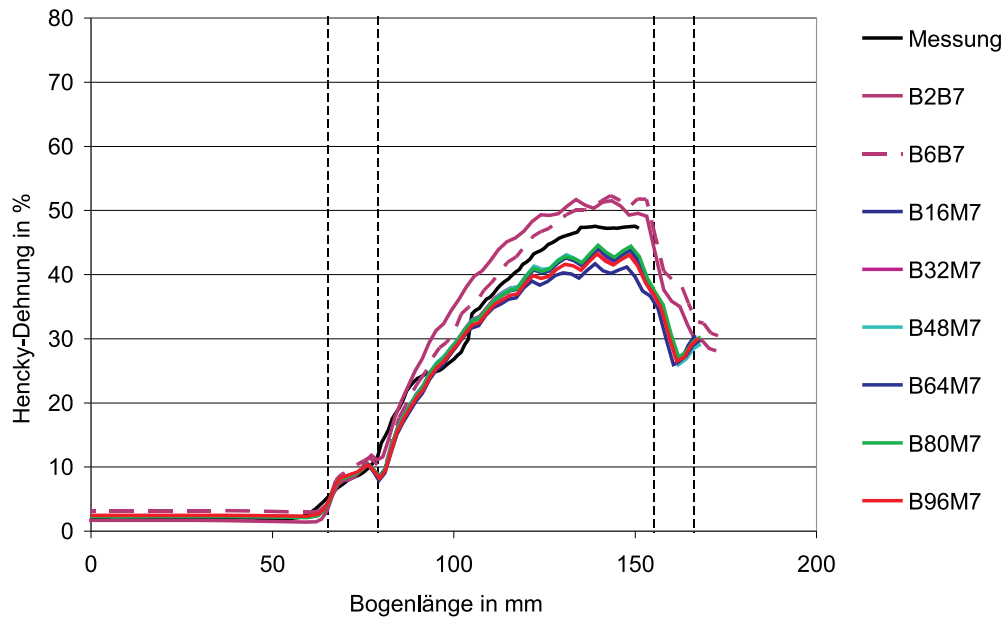
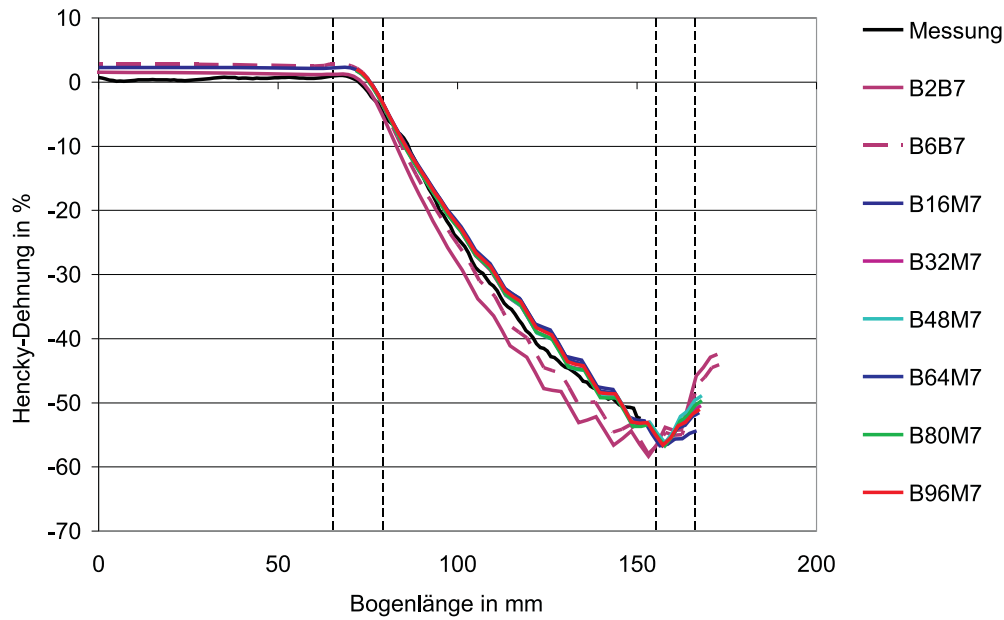
(a) 1. planare Hauptdehnung 0° zur WR(b) 2. planare Hauptdehnung 0° zur WR

Abbildung D.7: Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H180B (1)
 Barlatmodell (7 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (7 IP)

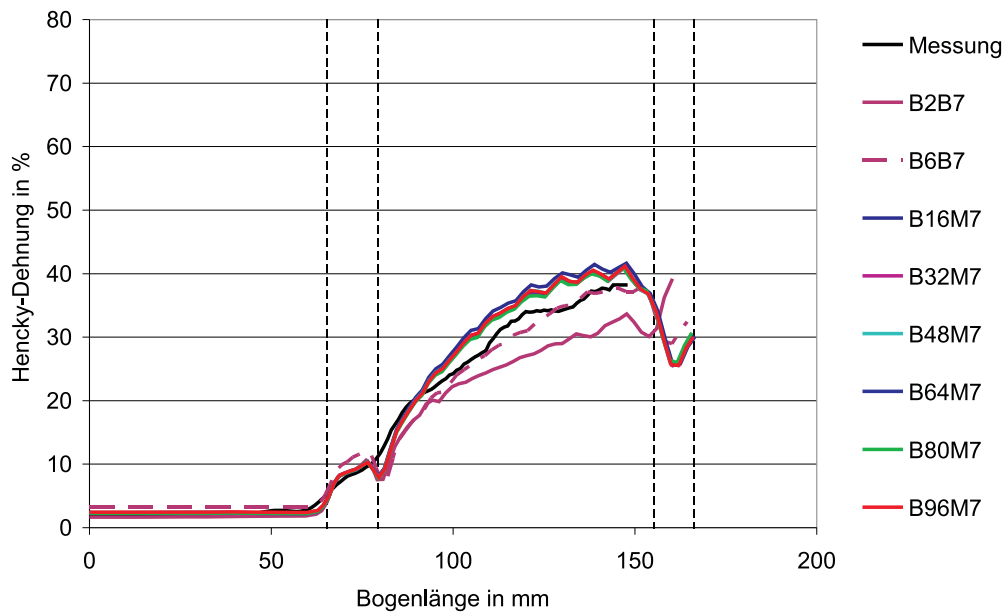
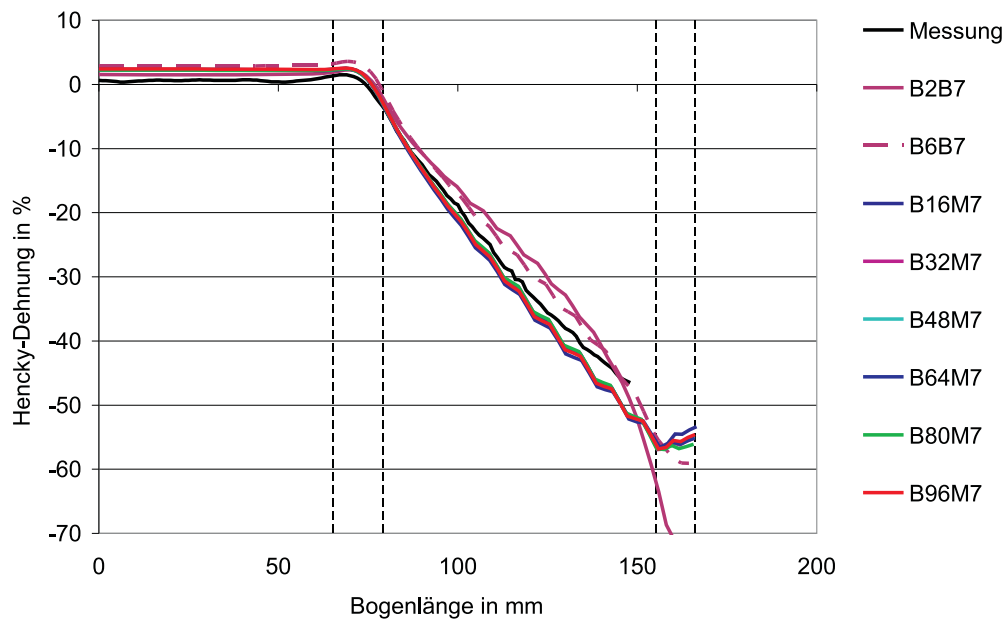
(a) 1. planare Hauptdehnung 45° zur WR(b) 2. planare Hauptdehnung 45° zur WR

Abbildung D.8: Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H180B (2)
 Barlatmodell (7 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (7 IP)

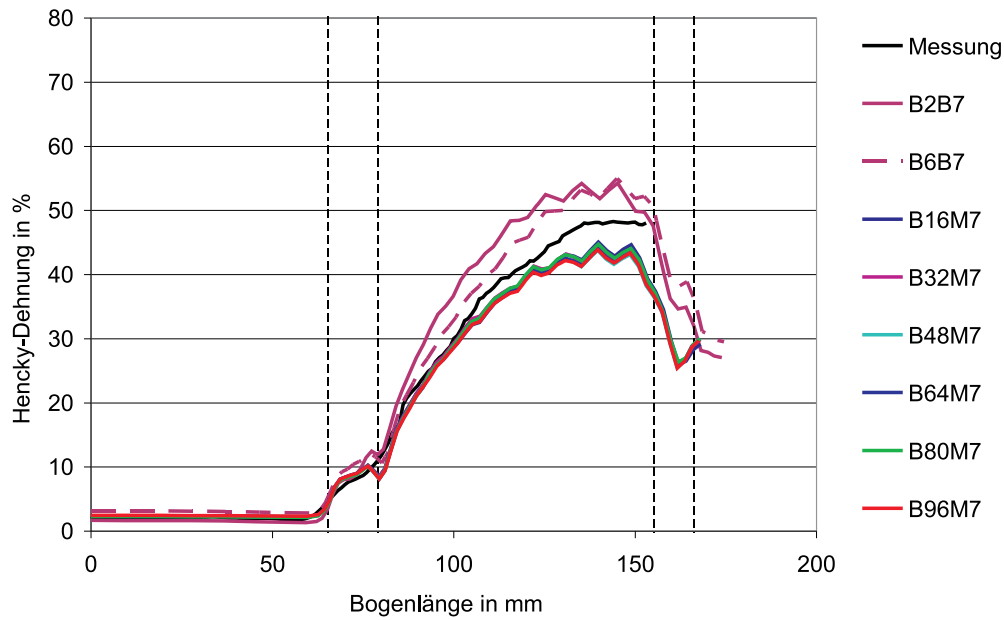
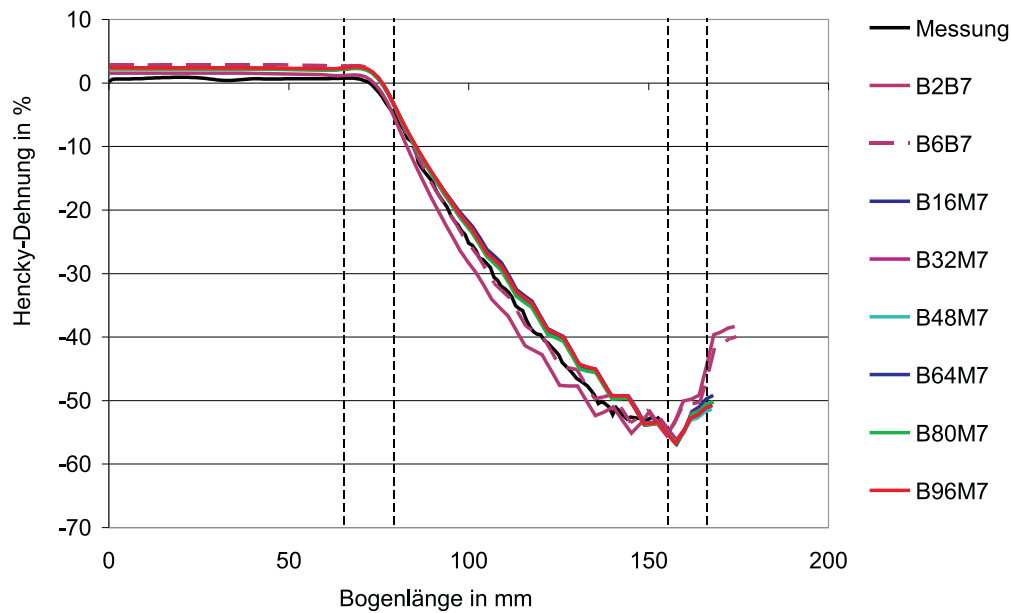
(a) 1. planare Hauptdehnung 90° zur WR(b) 2. planare Hauptdehnung 90° zur WR

Abbildung D.9: Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H180B (3)
 Barlatmodell (7 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (7 IP)

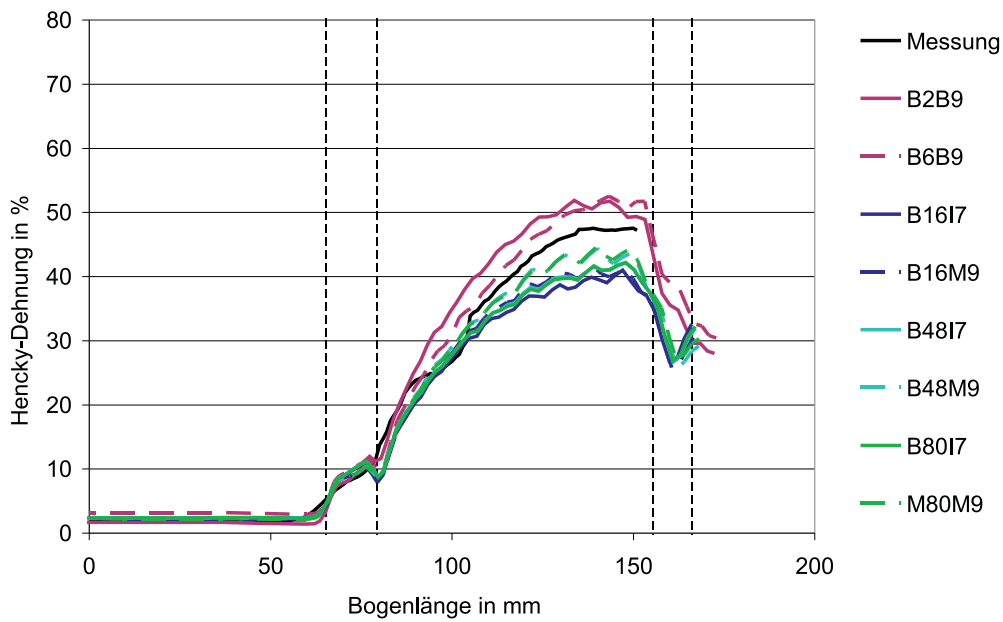
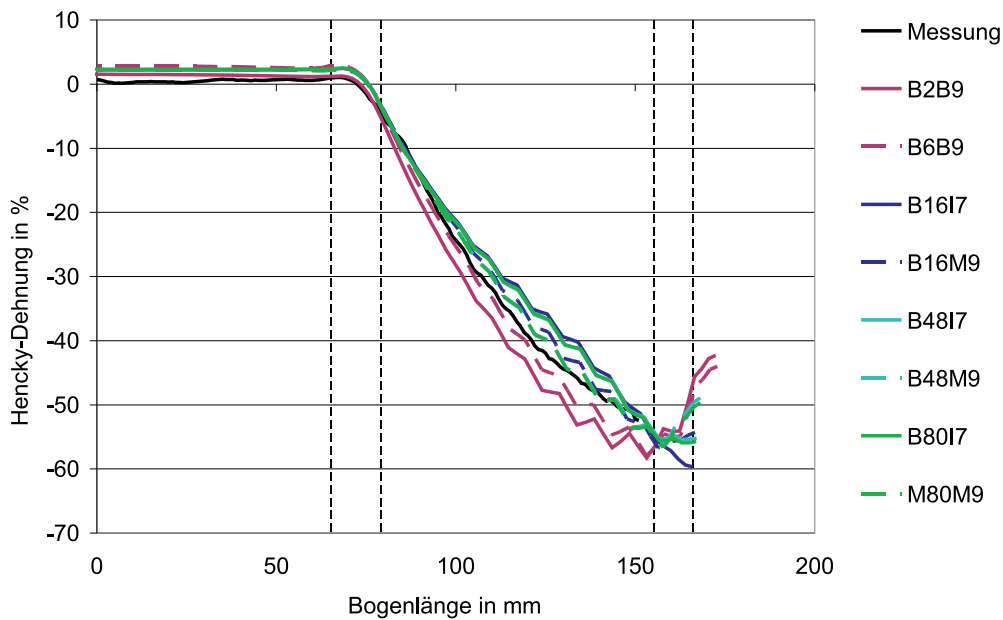
(a) 1. planare Hauptdehnung 0° zur WR(b) 2. planare Hauptdehnung 0° zur WR

Abbildung D.10: Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H180B (4)
 Barlatmodell (9 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (9 IP)
 Kristallmodell mit ISO12-Hintergrund (7 IP)

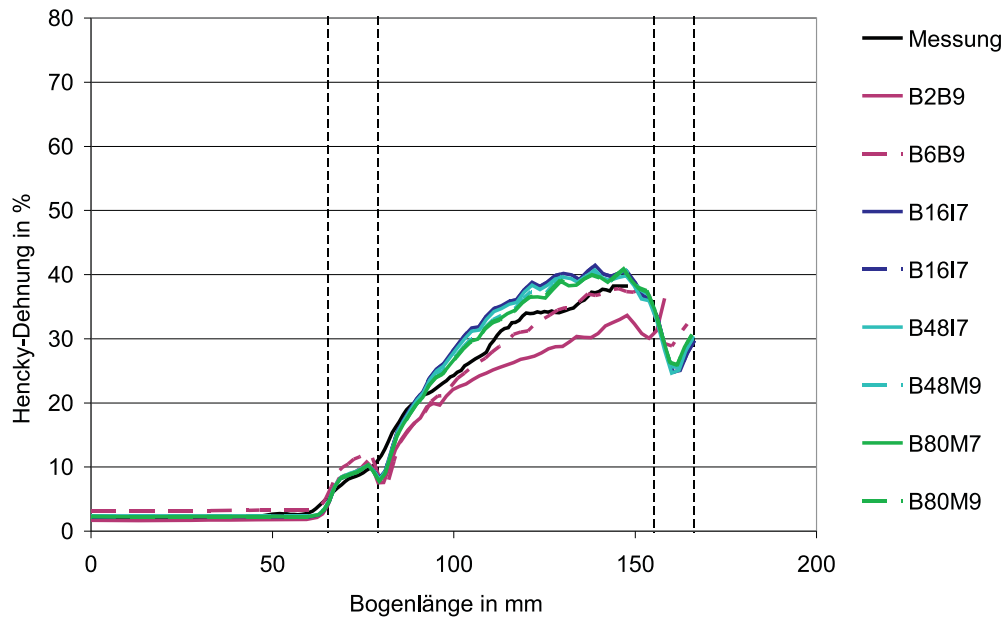
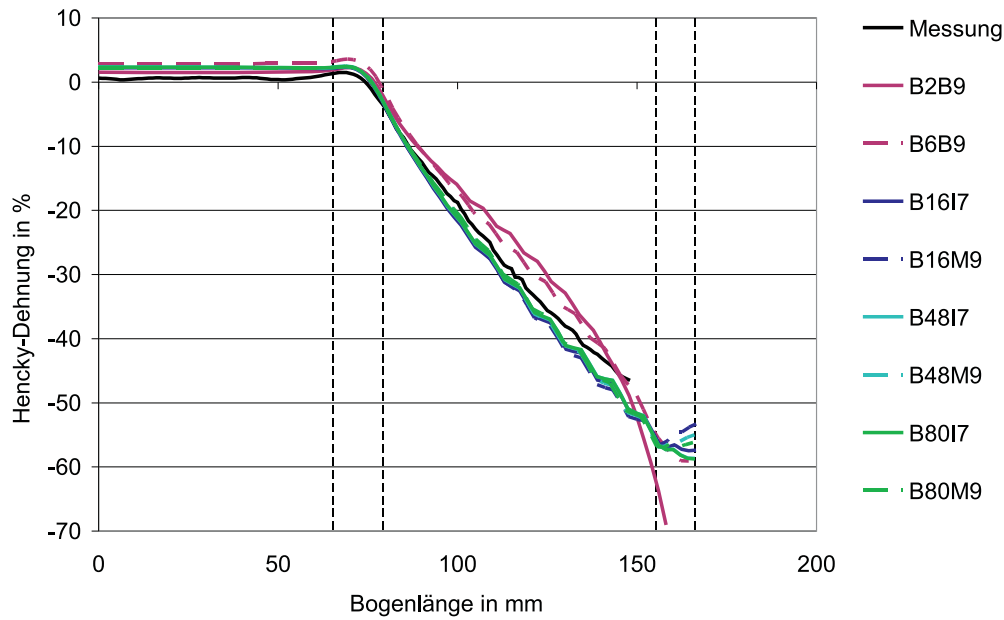
(a) 1. planare Hauptdehnung 45° zur WR(b) 2. planare Hauptdehnung 45° zur WR

Abbildung D.11: Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H180B (5)
 Barlatmodell (9 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (9 IP)
 Kristallmodell mit ISO12-Hintergrund (7 IP)

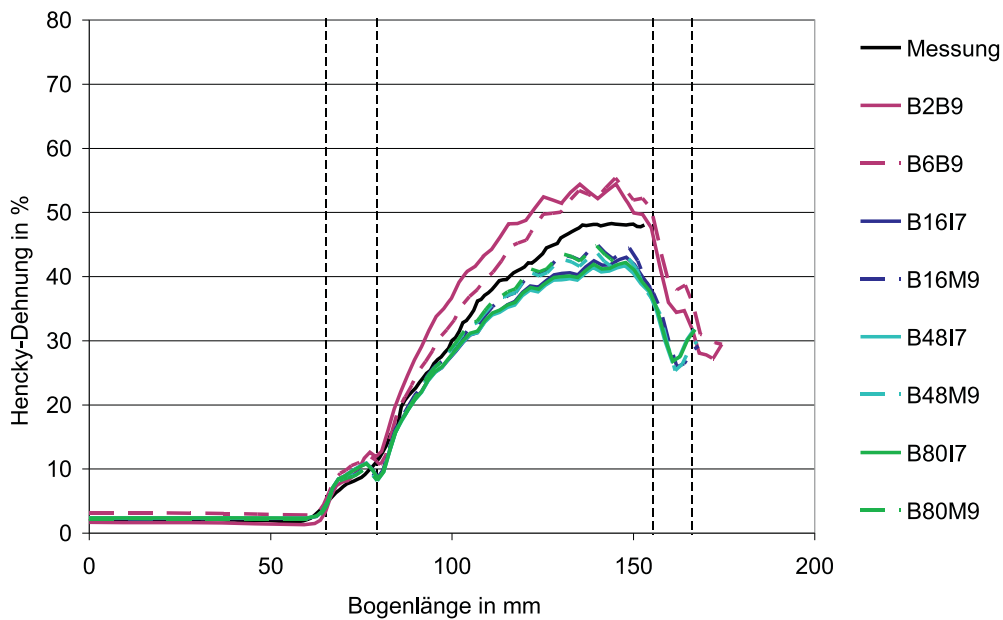
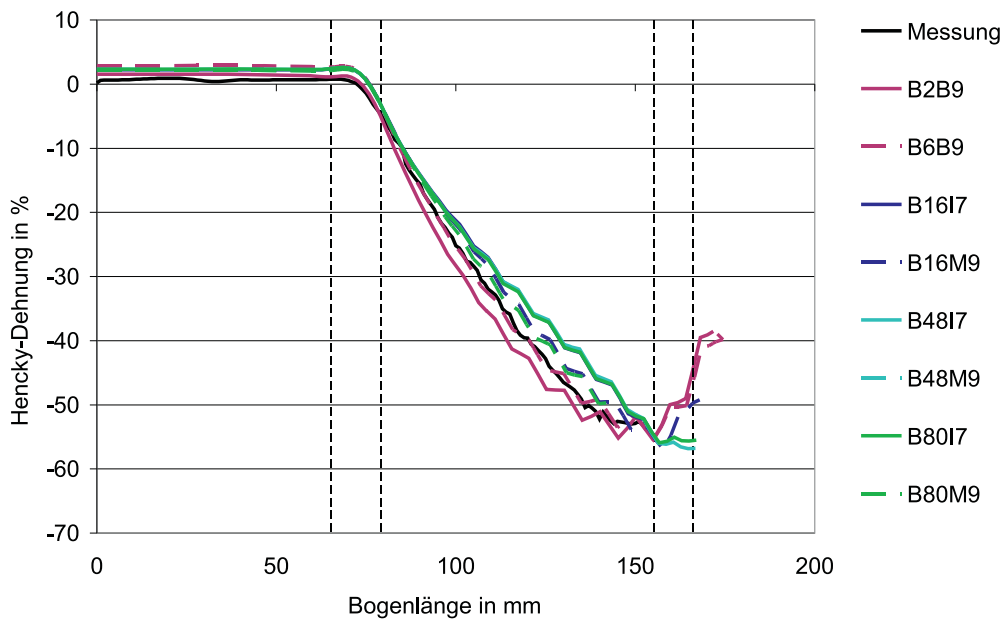
(a) 1. planare Hauptdehnung 90° zur WR(b) 2. planare Hauptdehnung 90° zur WR

Abbildung D.12: Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H180B (6)
 Barlatmodell (9 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (9 IP)
 Kristallmodell mit ISO12-Hintergrund (7 IP)

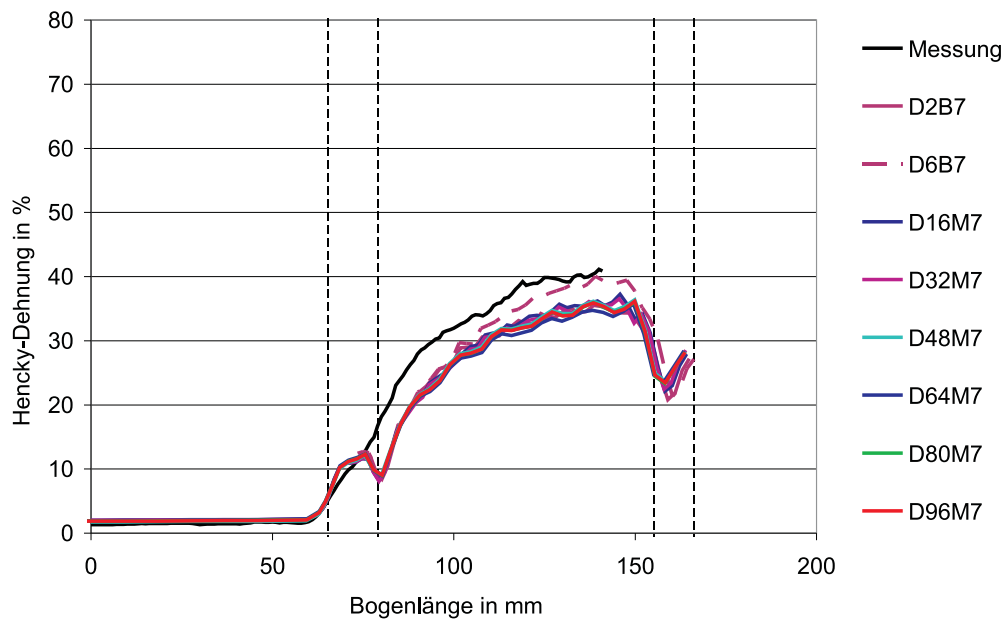
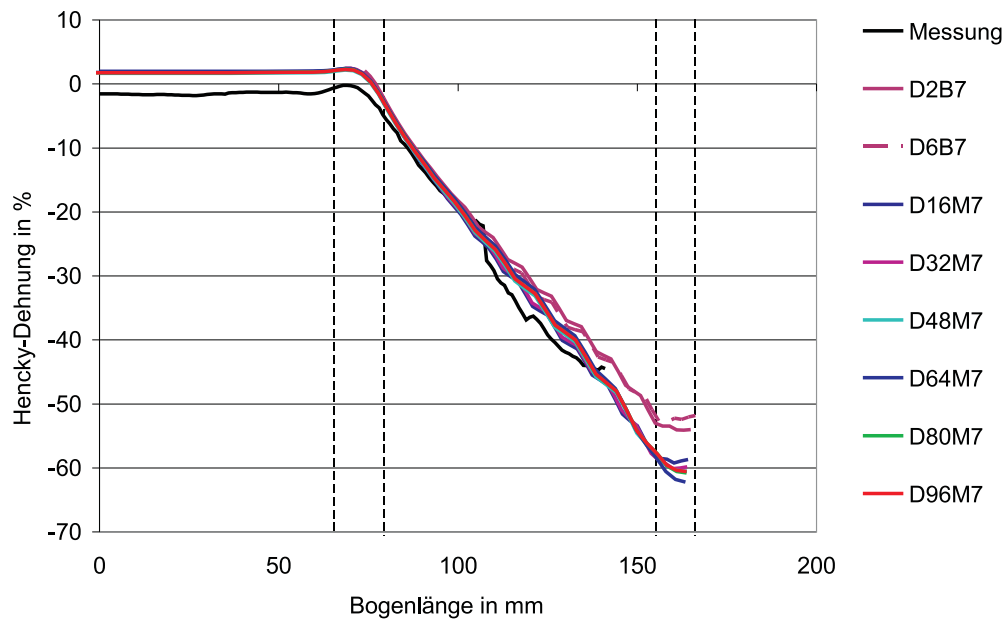
(a) 1. planare Hauptdehnung 0° zur WR(b) 2. planare Hauptdehnung 0° zur WR

Abbildung D.13: Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H340LAD (1)
 Barlatmodell (7 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (7 IP)

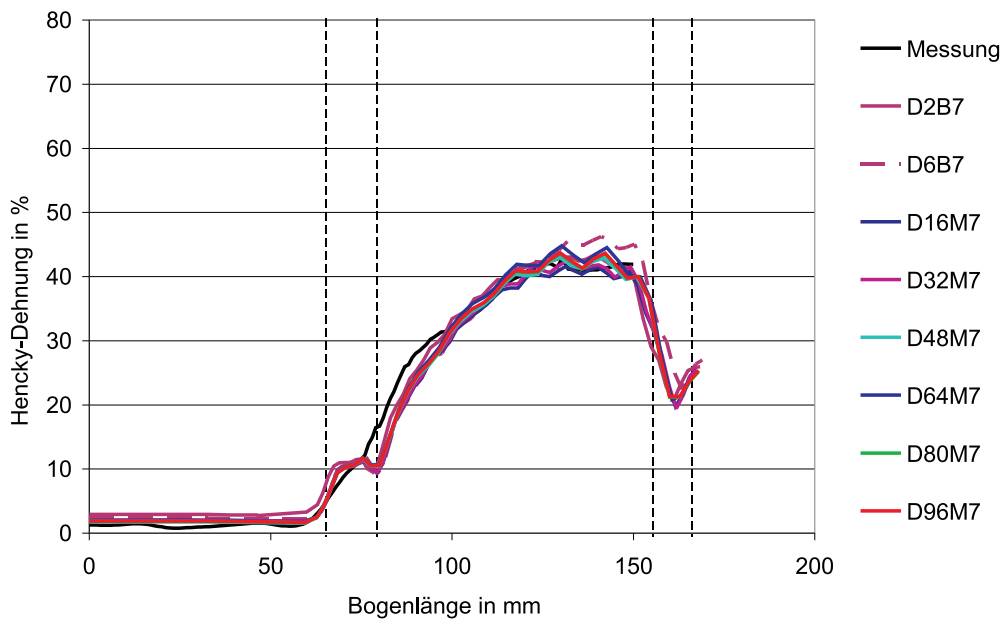
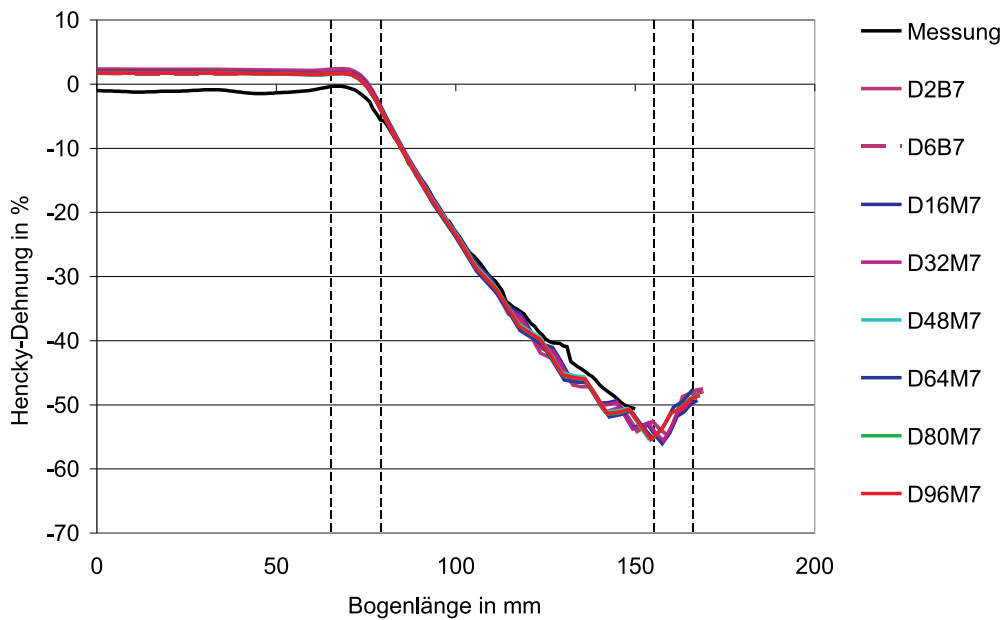
(a) 1. planare Hauptdehnung 45° zur WR(b) 2. planare Hauptdehnung 45° zur WR

Abbildung D.14: Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H340LAD (2)
 Barlatmodell (7 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (7 IP)

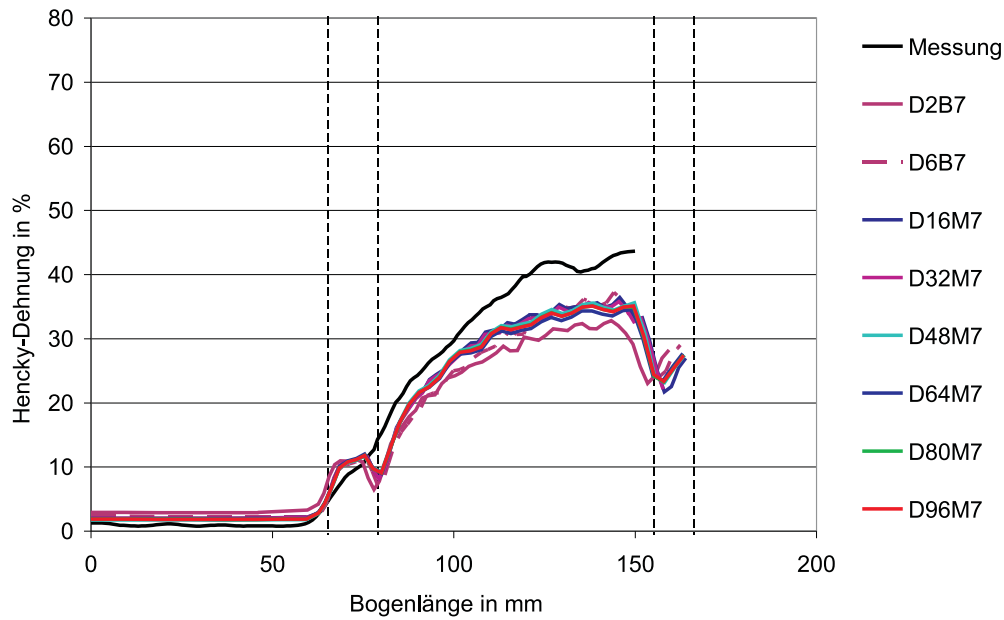
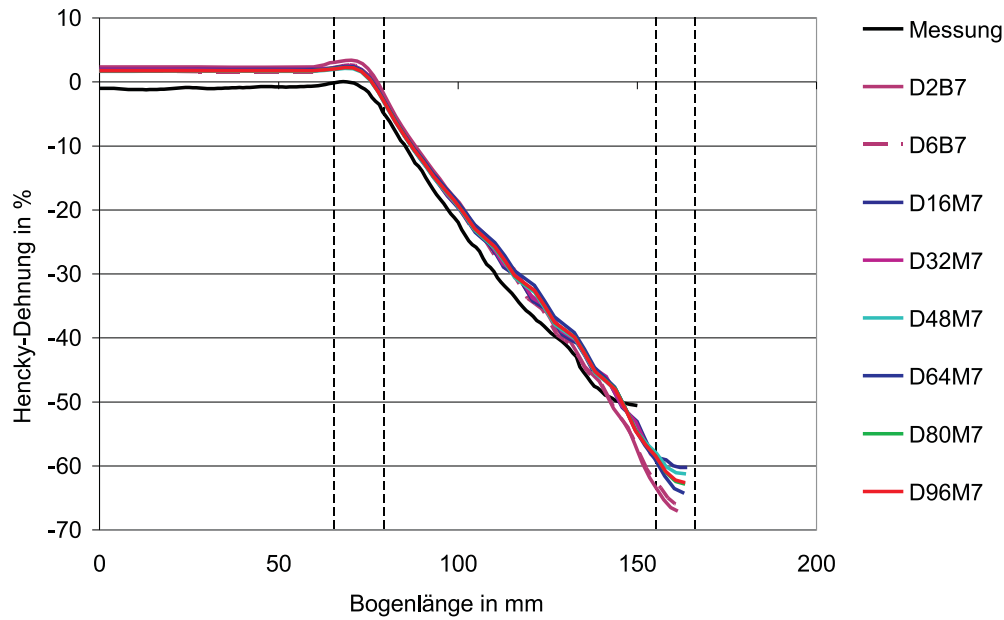
(a) 1. planare Hauptdehnung 90° zur WR(b) 2. planare Hauptdehnung 90° zur WR

Abbildung D.15: Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H340LAD (3)
 Barlatmodell (7 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (7 IP)

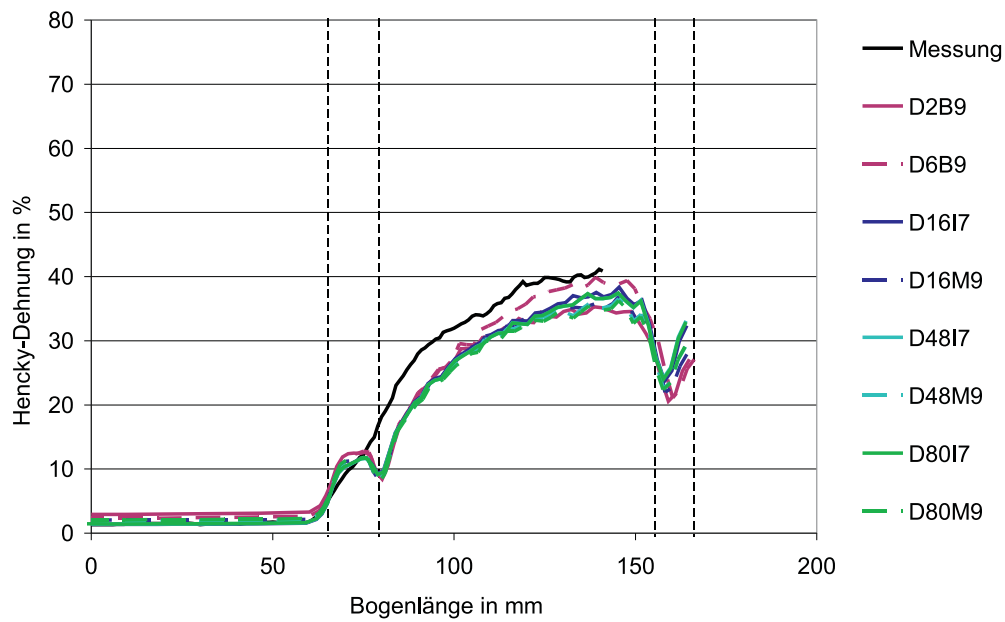
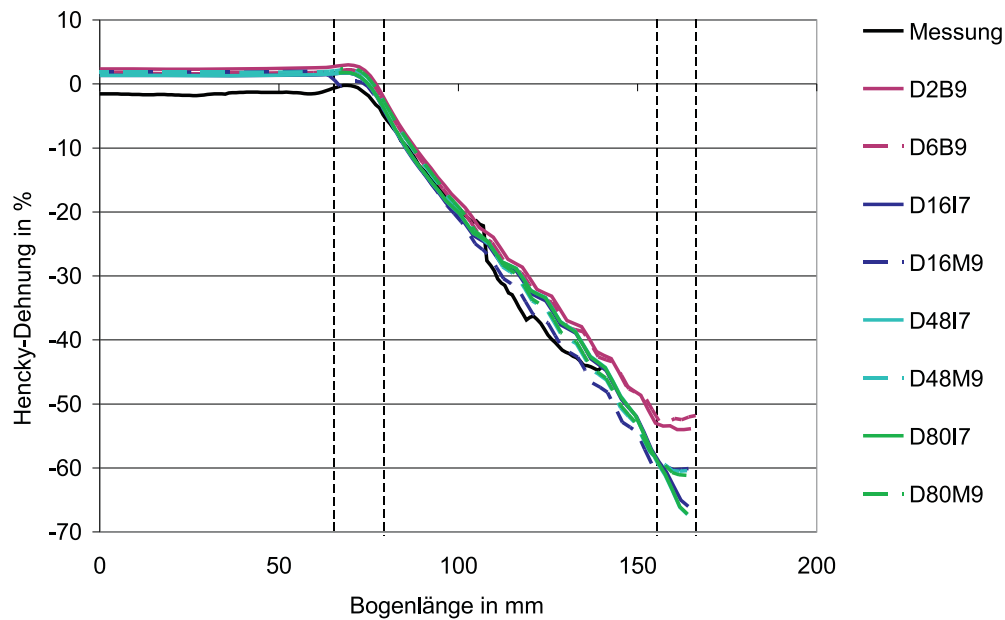
(a) 1. planare Hauptdehnung 0° zur WR(b) 2. planare Hauptdehnung 0° zur WR

Abbildung D.16: Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H340LAD (4)
 Barlatmodell (9 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (9 IP)
 Kristallmodell mit ISO12-Hintergrund (7 IP)

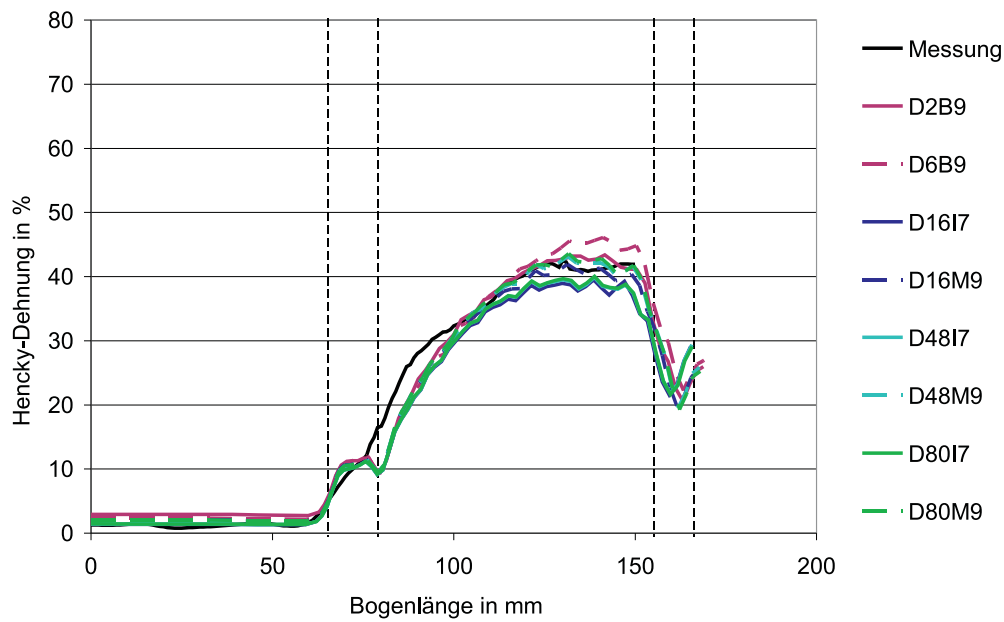
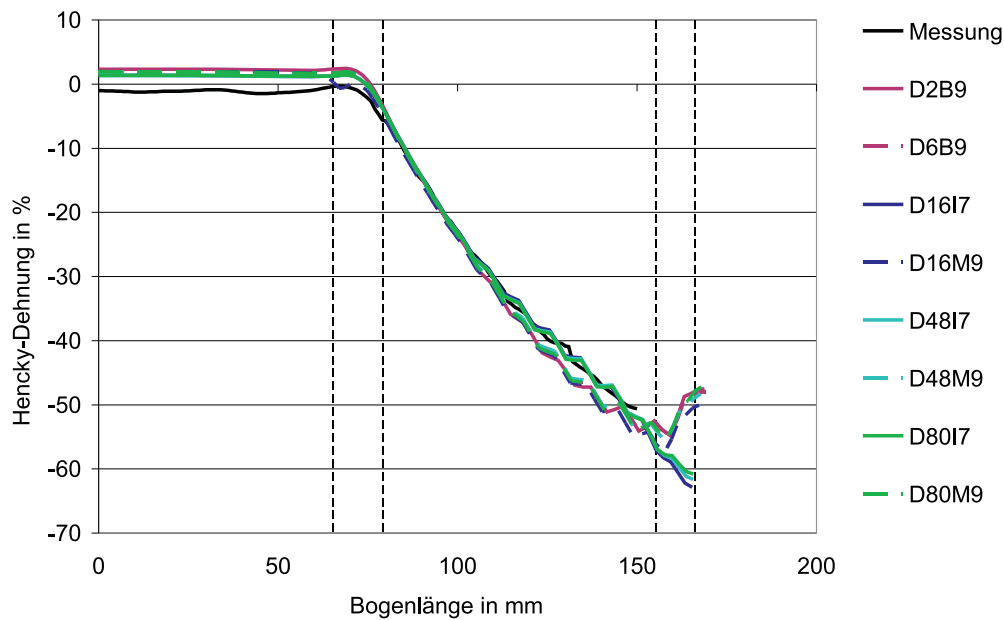
(a) 1. planare Hauptdehnung 45° zur WR(b) 2. planare Hauptdehnung 45° zur WR

Abbildung D.17: Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H340LAD (5)
 Barlatmodell (9 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (9 IP)
 Kristallmodell mit ISO12-Hintergrund (7 IP)

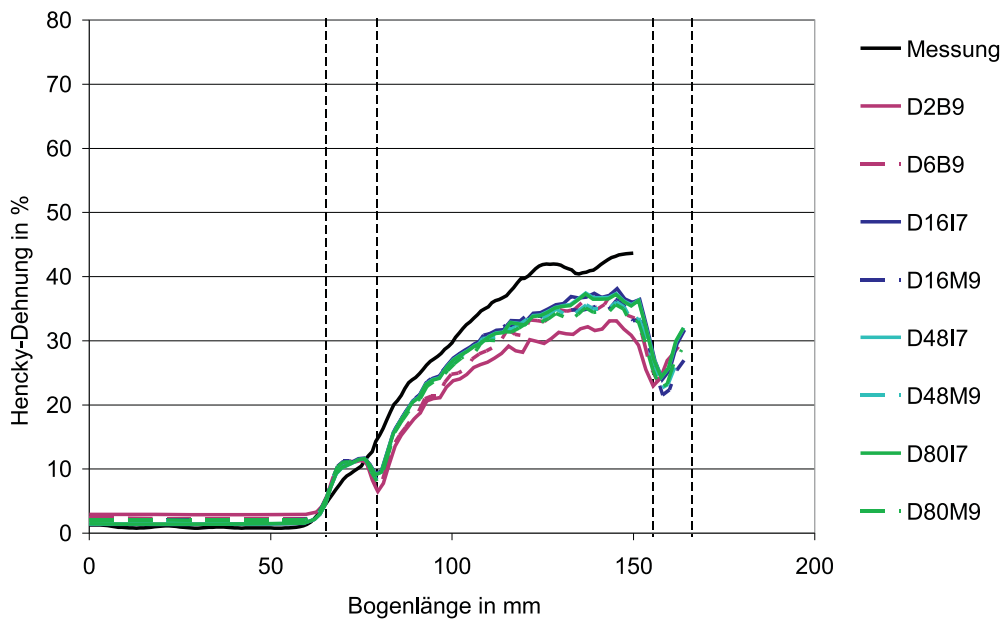
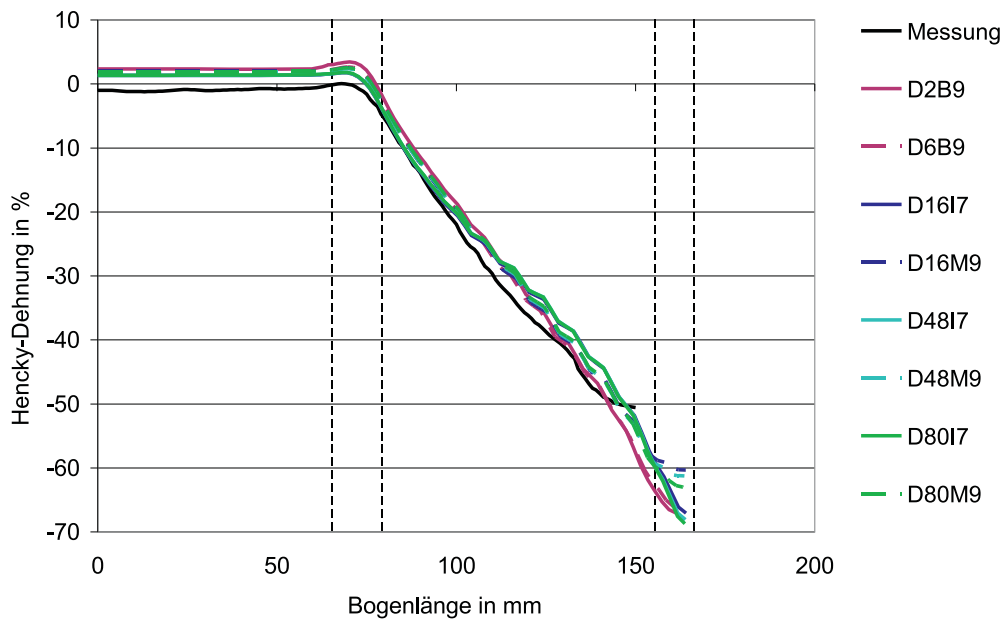
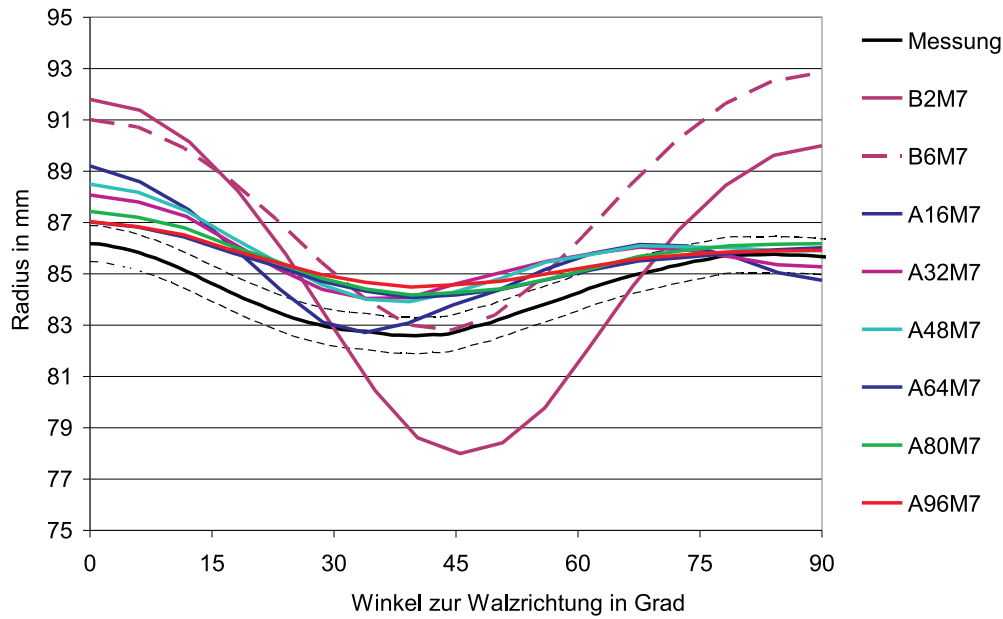
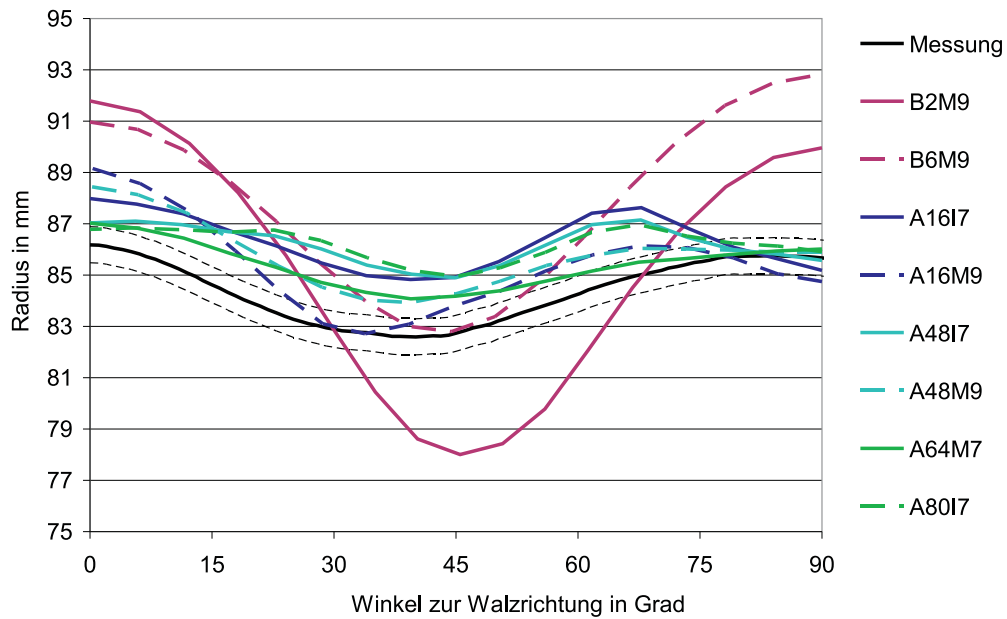
(a) 1. planare Hauptdehnung 90° zur WR(b) 2. planare Hauptdehnung 90° zur WR

Abbildung D.18: Dehnungsverteilung nach Tiefziehen mit H340LAD (6)
 Barlatmodell (9 IP)
 Kristallmodell mit von-Mises-Hintergrund (9 IP)
 Kristallmodell mit ISO12-Hintergrund (7 IP)

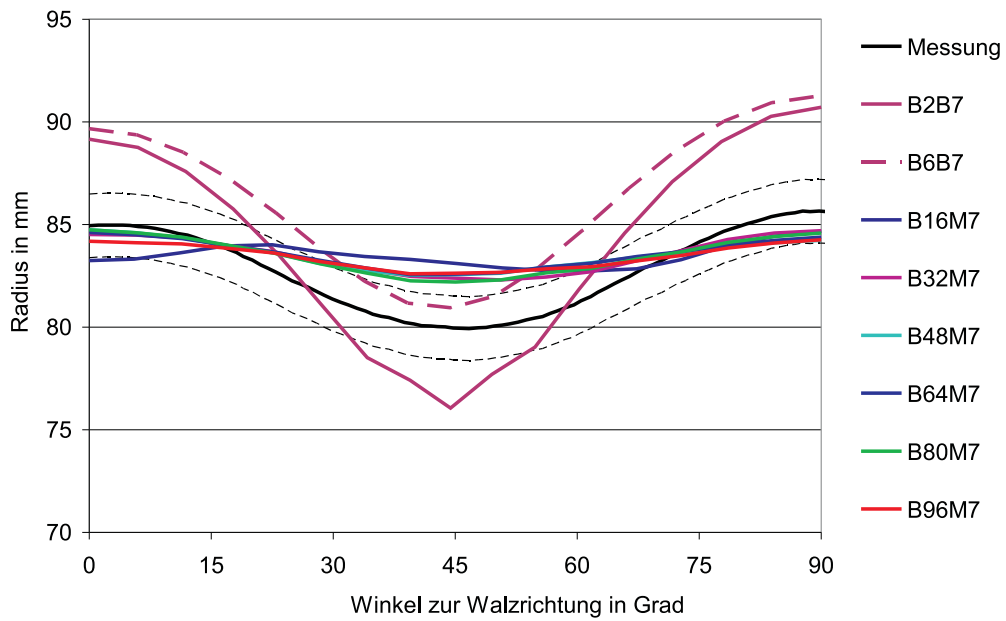


(a) Modelle mit von-Mises-Hintergrund (7IP)

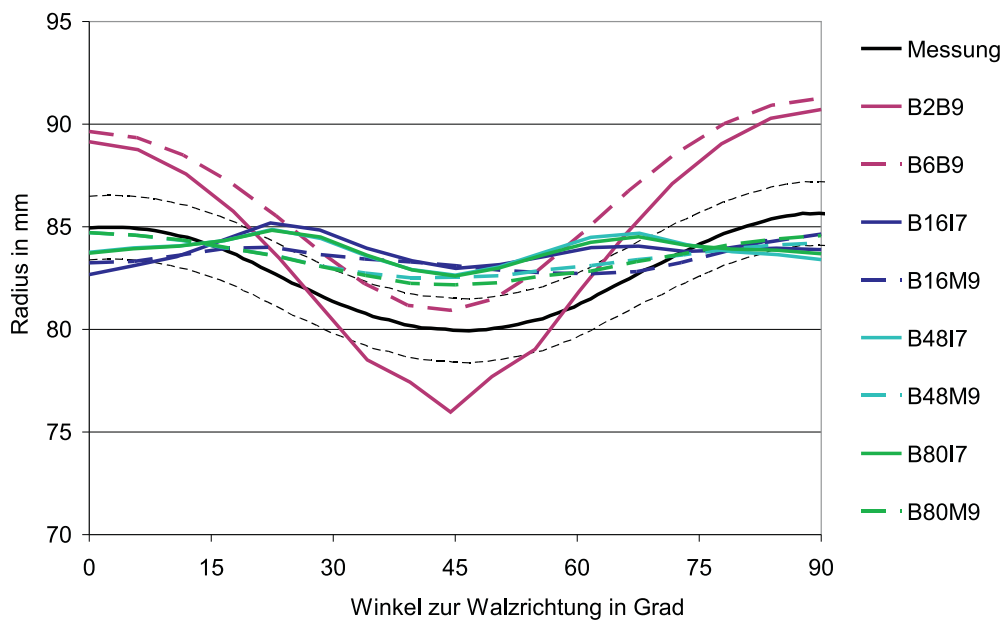


(b) Modelle mit ISO12-Hintergrund (7IP) und mit von-Mises-Hintergrund (9IP)

Abbildung D.19: Zipfelbildung bei DX53D+Z

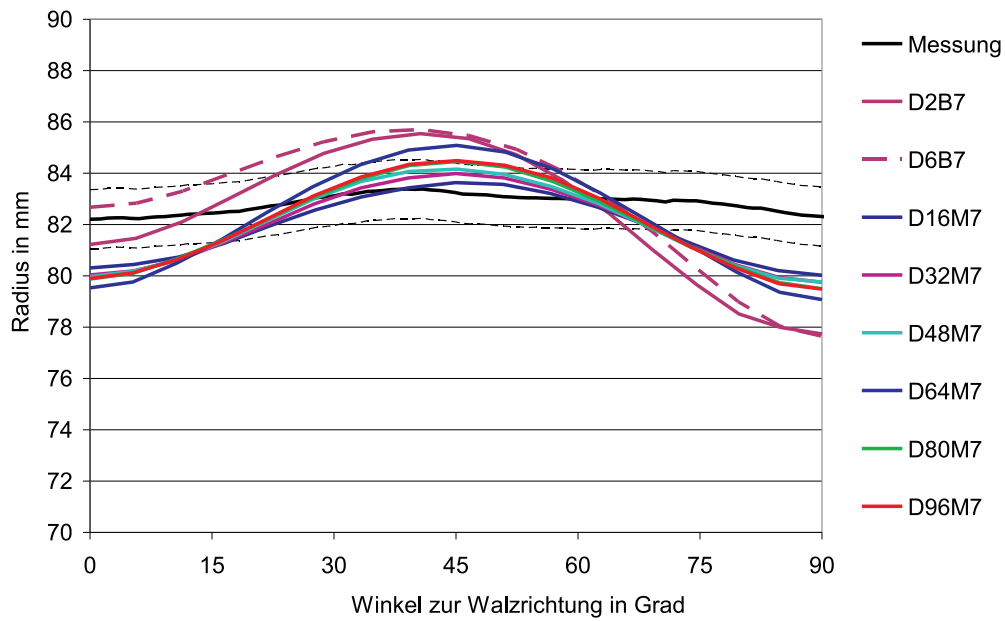


(a) Modelle mit von-Mises-Hintergrund (7IP)

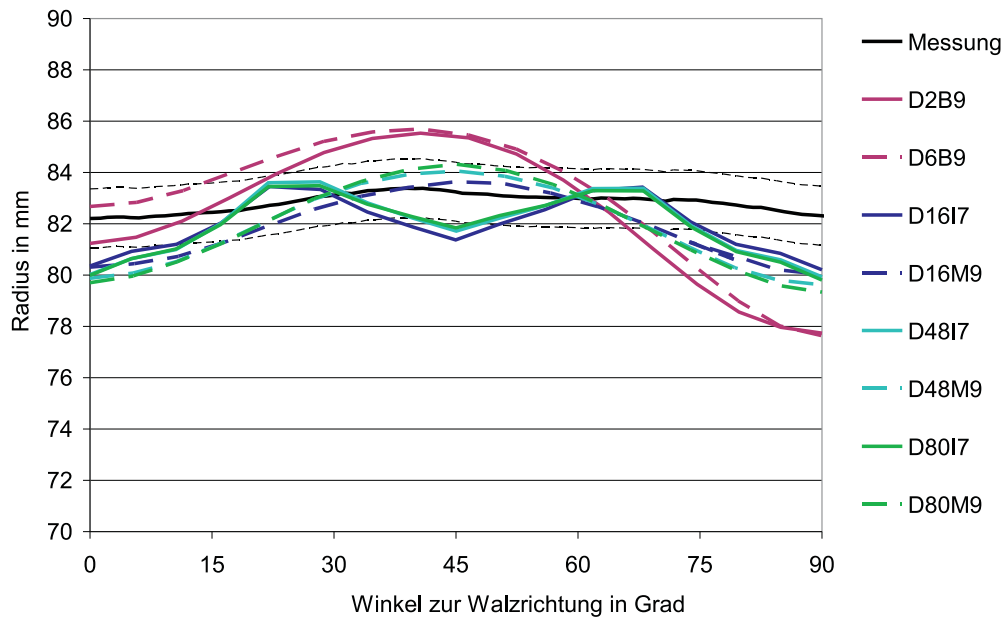


(b) Modelle mit ISO12-Hintergrund (7IP) und mit von-Mises-Hintergrund (9IP)

Abbildung D.20: Zipfelbildung bei H180B



(a) Modelle mit von-Mises-Hintergrund (7IP)



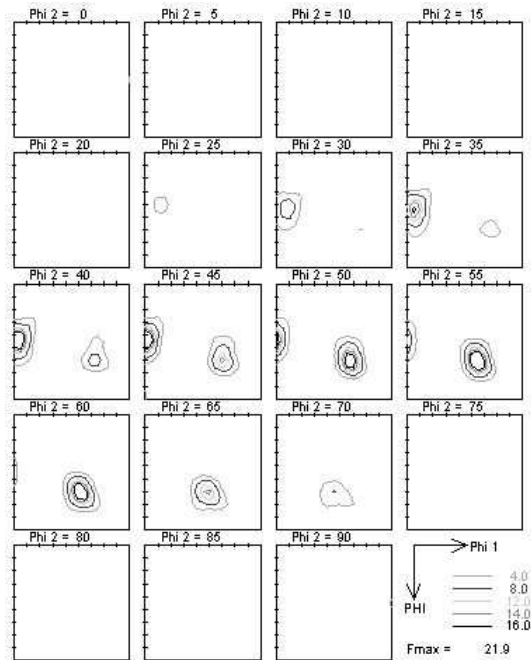
(b) Modelle mit ISO12-Hintergrund (7IP) und mit von-Mises-Hintergrund (9IP)

Abbildung D.21: Zipfelbildung bei H340LAD

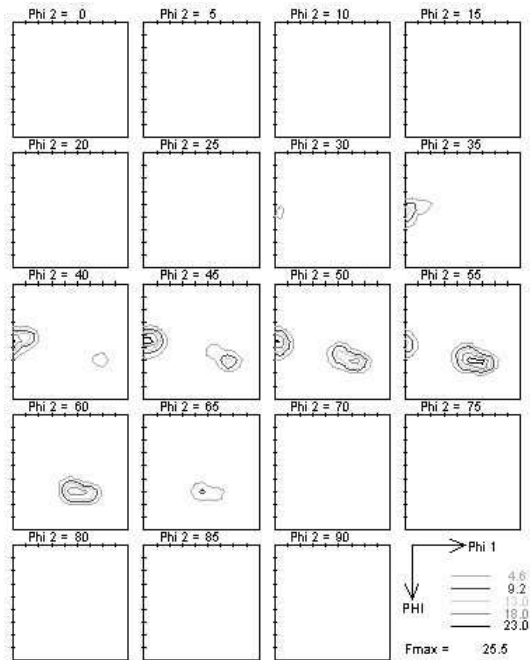
Anhang E

Folgetexturen

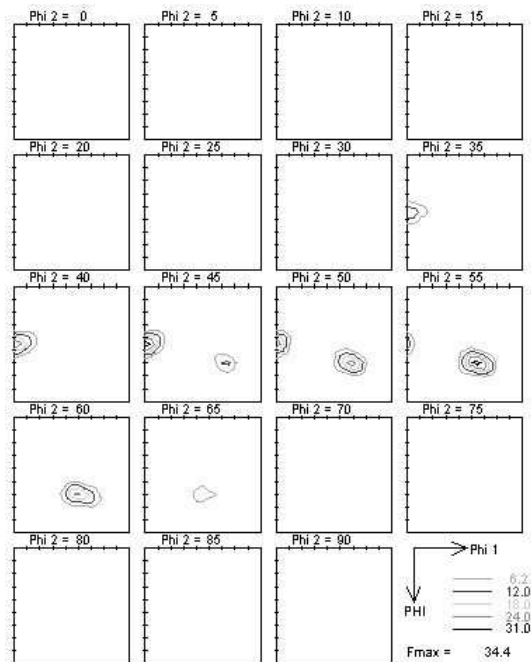
Zur Überprüfung der Texturentwicklung wurden Proben aus den Näpfen (10 mm unterhalb der Napfoberkante) in Walzrichtung und in Querrichtung entnommen und röntgenographisch vermessen. In der Simulation wurden im selben Bereich die Endorientierungen der Kristalle bestimmt. Zur Verbesserung der Vergleichbarkeit wurden die Kristalle durch Komponenten mit derselben Streubreite, wie sie in der Texturanpassung verwendet wurde, ersetzt.



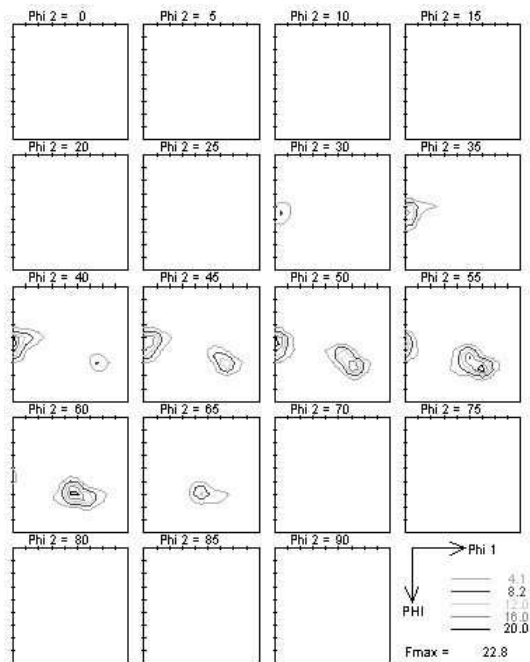
(a) Messung



(b) 16 Kristalle + Mises

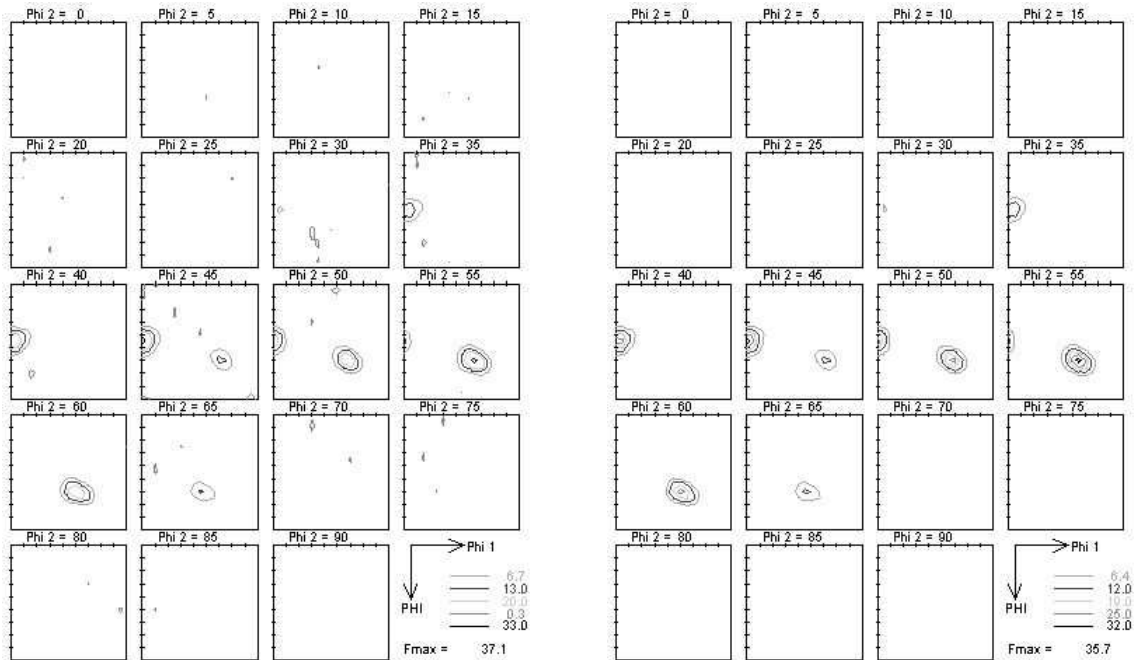


(c) 32 Kristalle + Mises



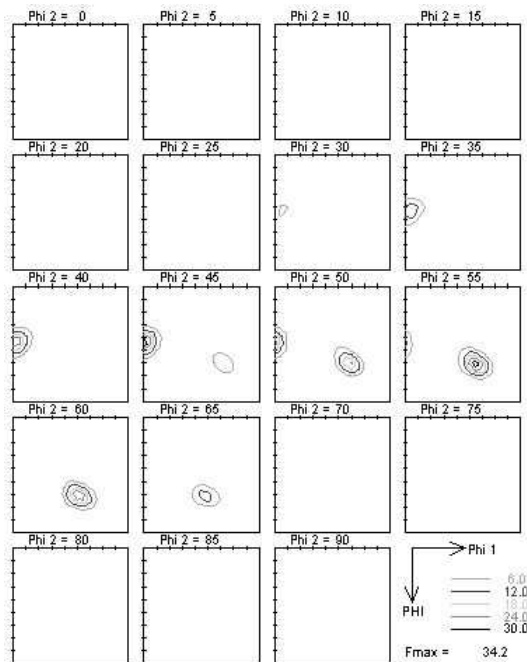
(d) 48 Kristalle + Mises

Abbildung E.1: Texturen nach Tiefziehen von DX53D+Z in Walzrichtung
Messung und 16-48 Kristalle mit von-Mises-Hintergrund



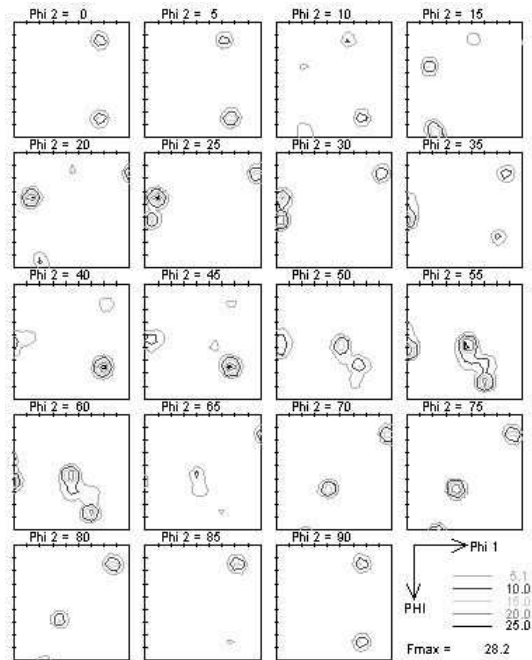
(a) 64 Kristalle + Mises

(b) 80 Kristalle + Mises

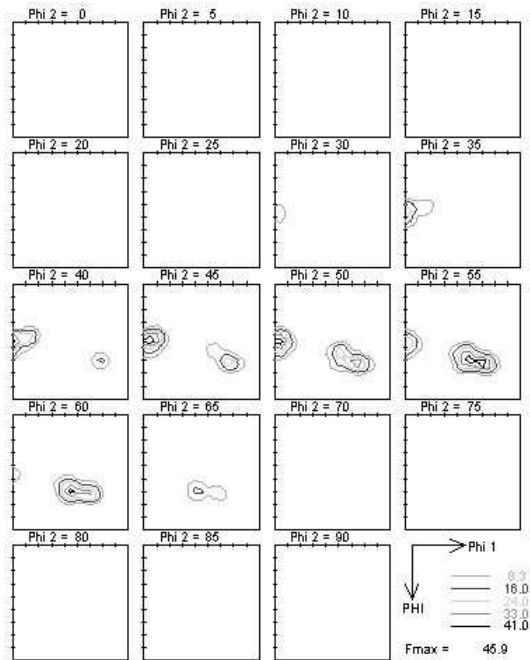


(c) 96 Kristalle + Mises

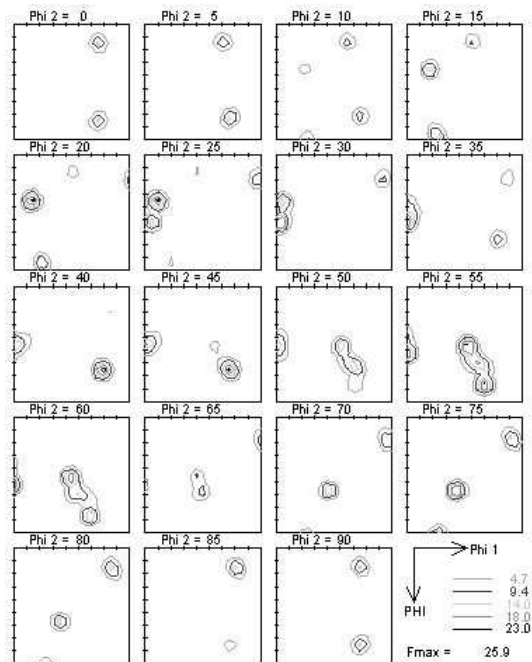
Abbildung E.2: Texturen nach Tiefziehen von DX53D+Z in Walzrichtung
64-96 Kristalle mit von-Mises-Hintergrund



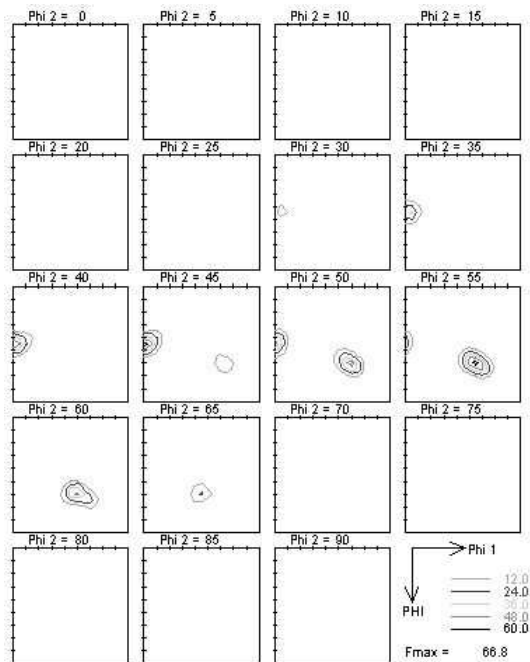
(a) 16 Kristalle + ISO12



(b) 16 Kristalle

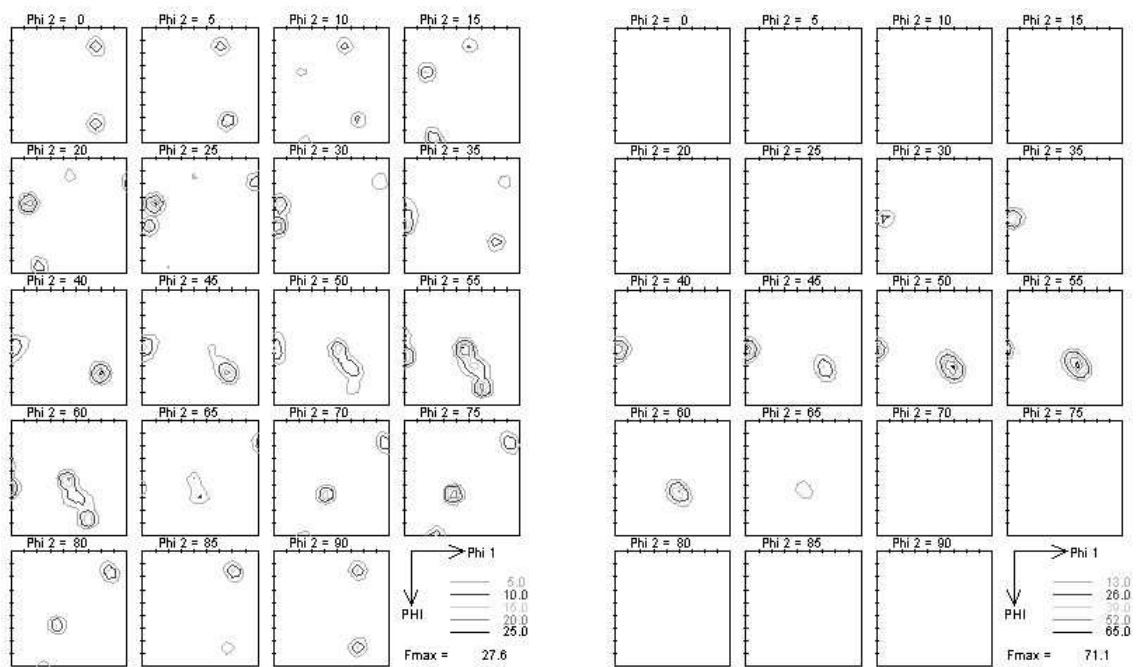


(c) 48 Kristalle + ISO12



(d) 48 Kristalle

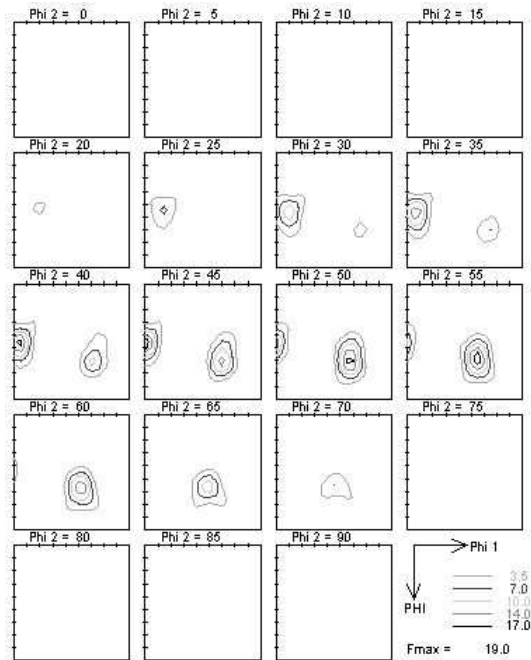
Abbildung E.3: Texturen nach Tiefziehen von DX53D+Z in Walzrichtung
16 und 48 Kristalle mit und ohne ISO12-Hintergrund



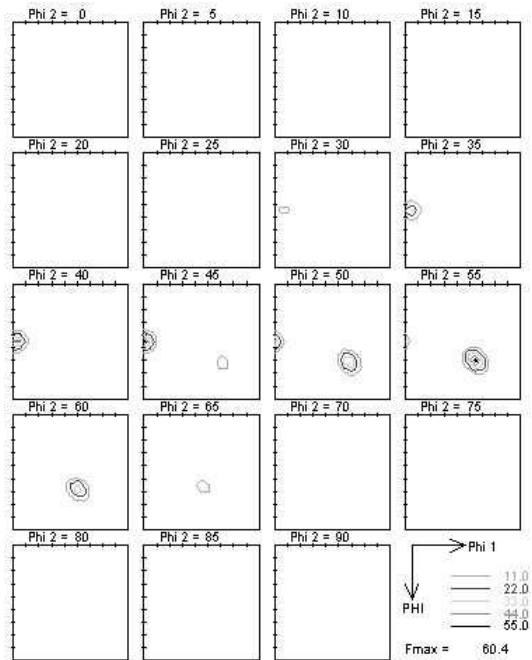
(a) 80 Kristalle + ISO12

(b) 80 Kristalle

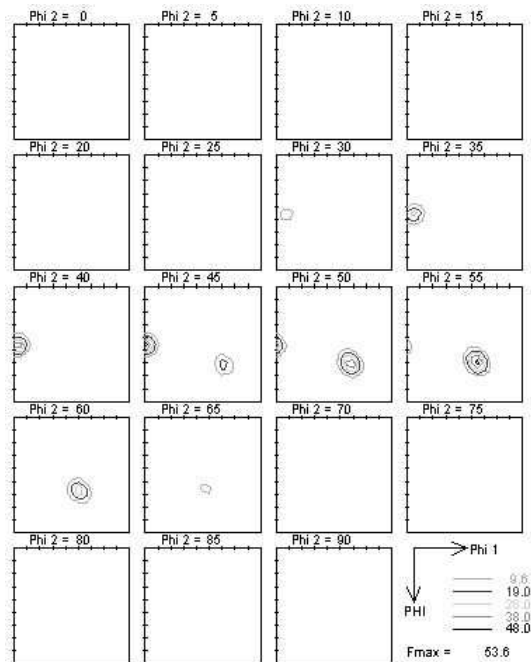
Abbildung E.4: Texturen nach Tiefziehen von DX53D+Z in Walzrichtung
80 Kristalle mit und ohne ISO12-Hintergrund



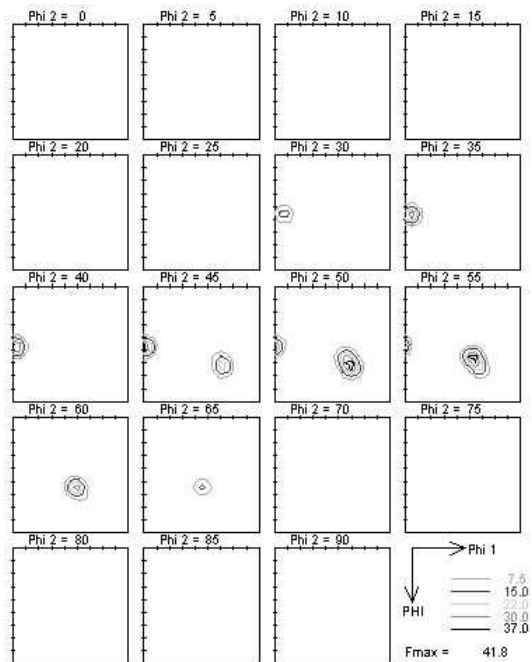
(a) Messung



(b) 16 Kristalle + Mises

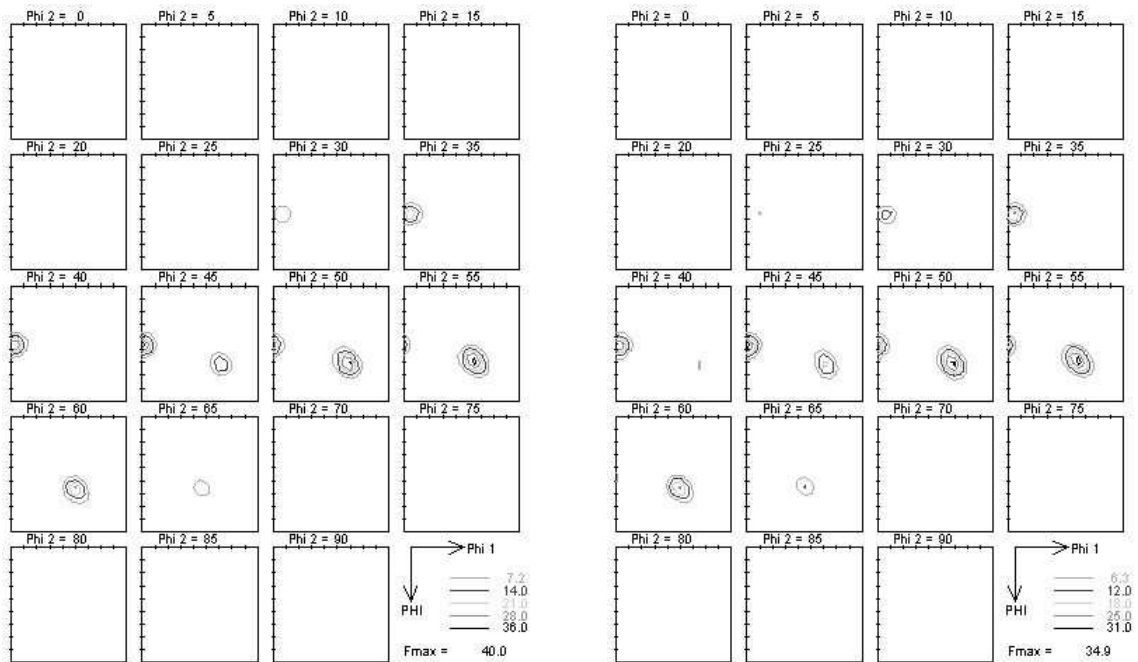


(c) 32 Kristalle + Mises



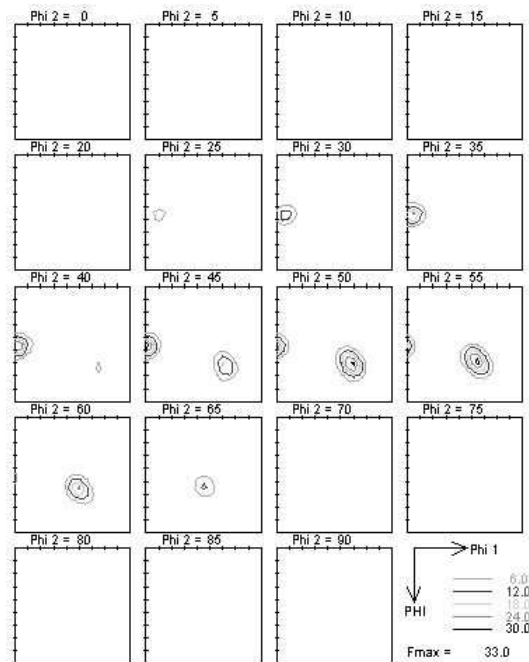
(d) 48 Kristalle + Mises

Abbildung E.5: Texturen nach Tiefziehen von DX53D+Z in Querrichtung
Messung und 16-48 Kristalle mit von-Mises-Hintergrund



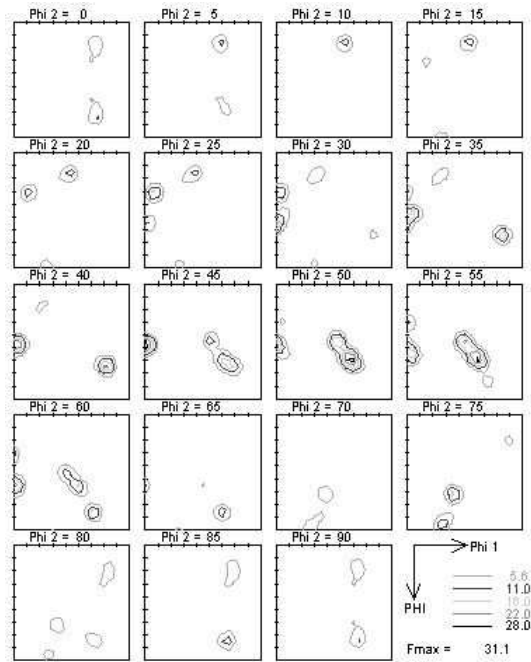
(a) 64 Kristalle + Mises

(b) 80 Kristalle + Mises

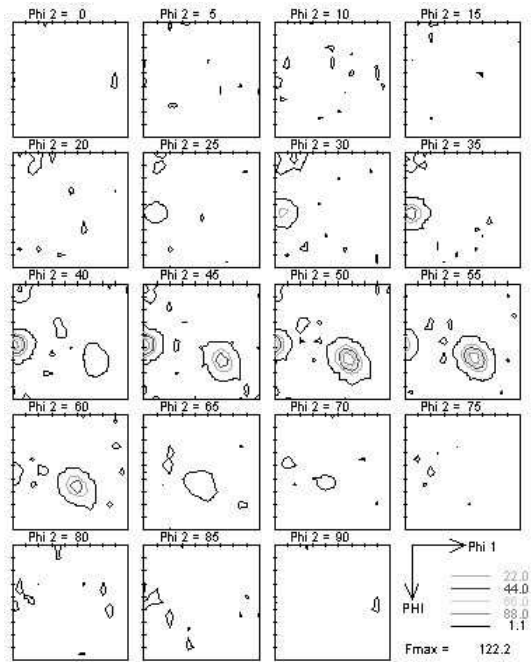


(c) 96 Kristalle + Mises

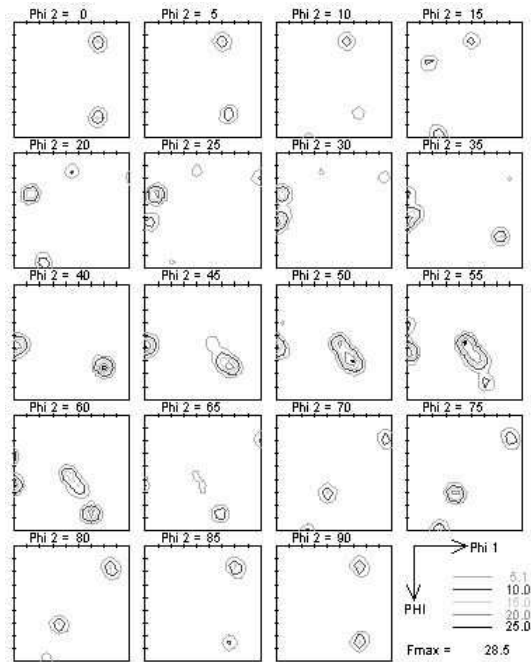
Abbildung E.6: Texturen nach Tiefziehen von DX53D+Z in Querrichtung
64-96 Kristalle mit von-Mises-Hintergrund



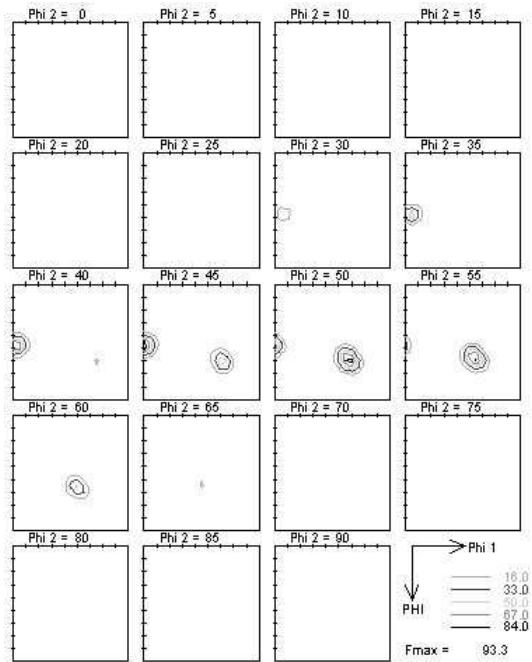
(a) 16 Kristalle + ISO12



(b) 16 Kristalle

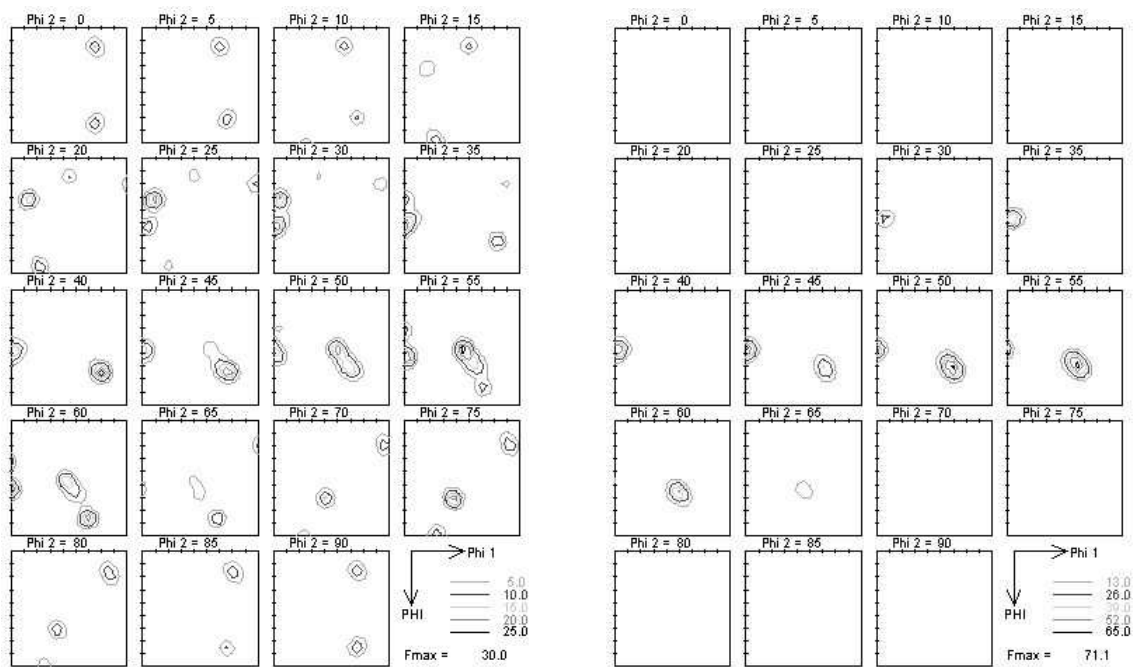


(c) 48 Kristalle + ISO12



(d) 48 Kristalle

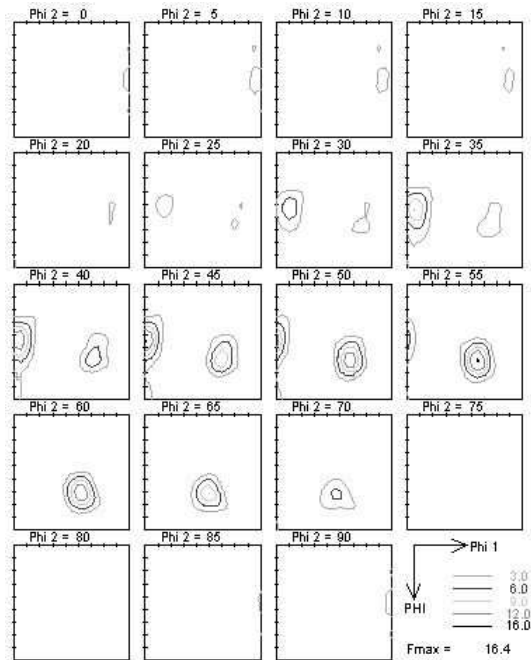
Abbildung E.7: Texturen nach Tiefziehen von DX53D+Z in Querrichtung
16 und 48 Kristalle mit und ohne ISO12-Hintergrund



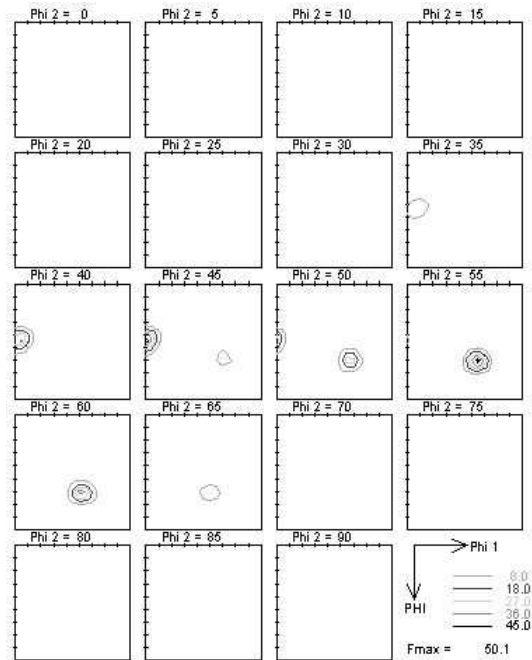
(a) 80 Kristalle + ISO12

(b) 80 Kristalle

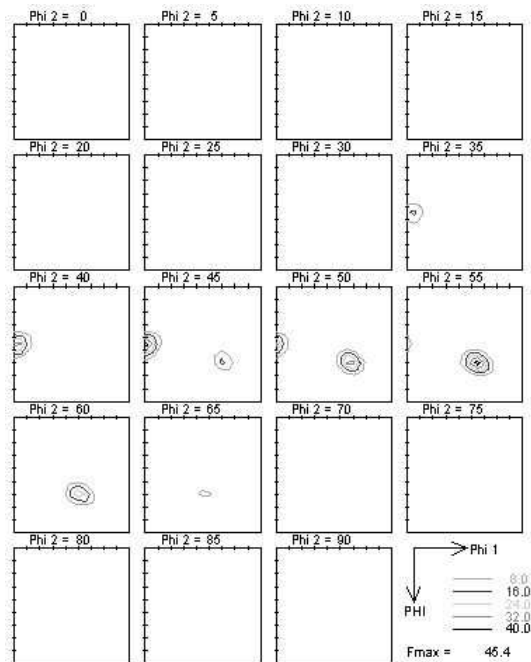
Abbildung E.8: Texturen nach Tiefziehen von DX53D+Z in Querrichtung
80 Kristalle mit und ohne ISO12-Hintergrund



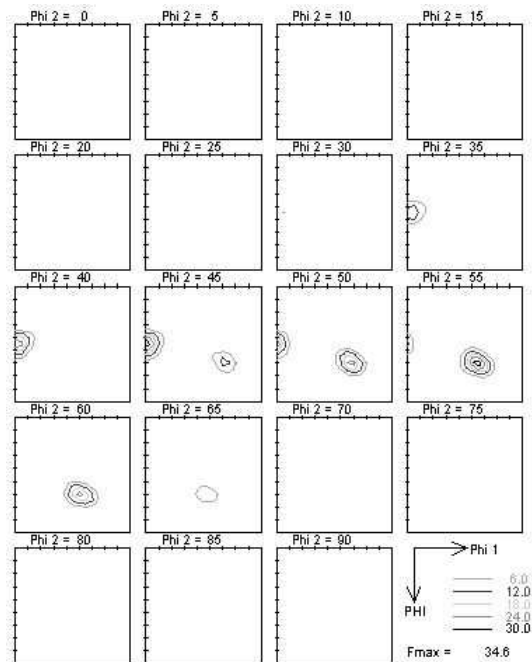
(a) Messung



(b) 16 Kristalle + Mises

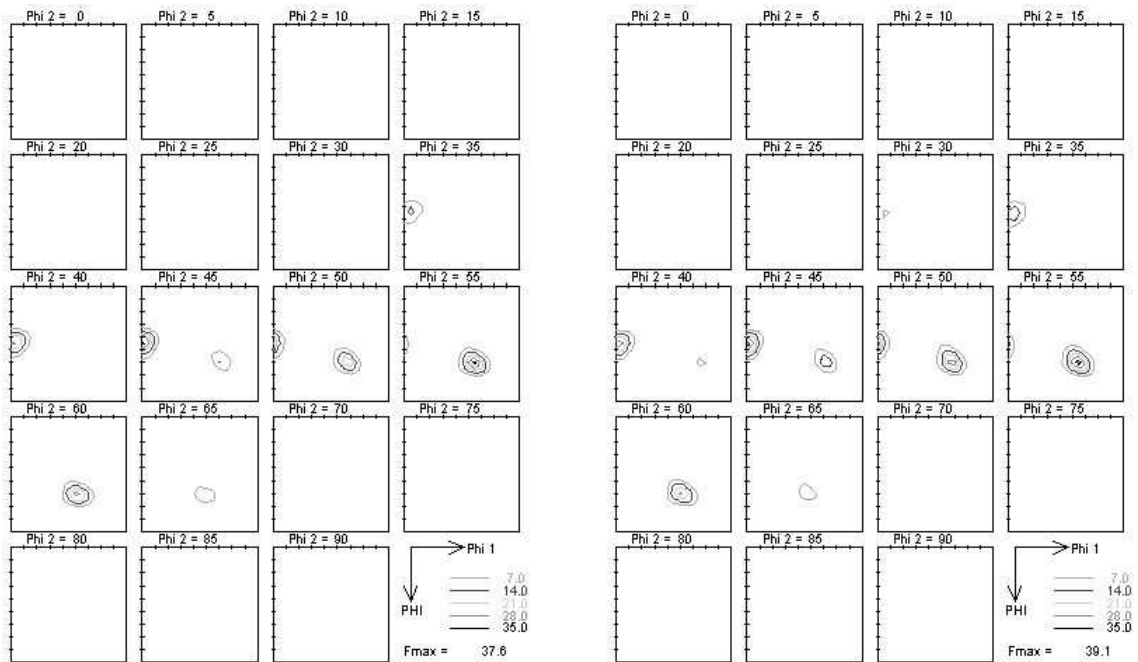


(c) 32 Kristalle + Mises



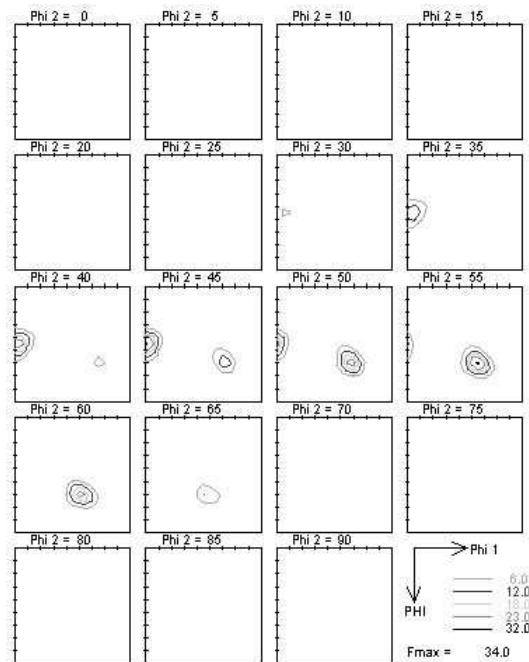
(d) 48 Kristalle + Mises

Abbildung E.9: Texturen nach Tiefziehen von H180B in Walzrichtung
Messung und 16-48 Kristalle mit von-Mises-Hintergrund



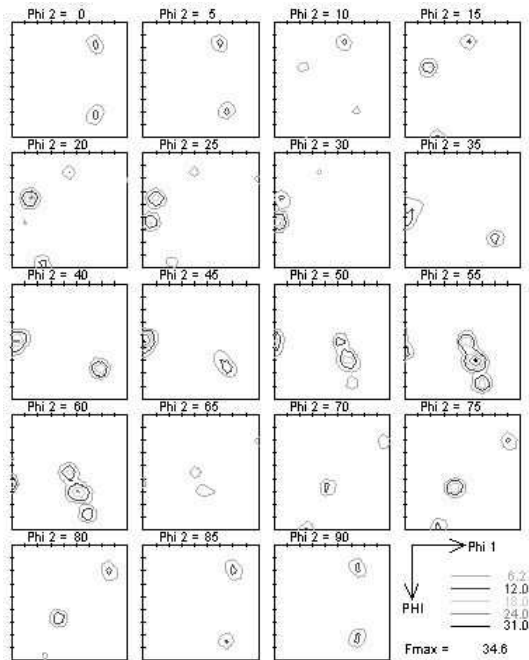
(a) 64 Kristalle + Mises

(b) 80 Kristalle + Mises

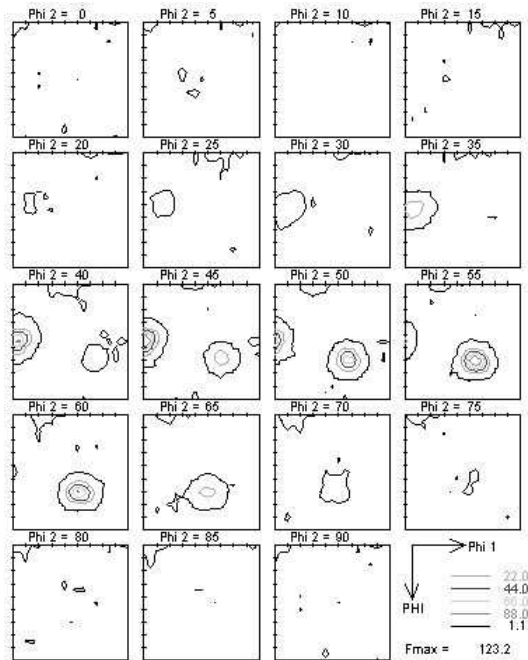


(c) 96 Kristalle + Mises

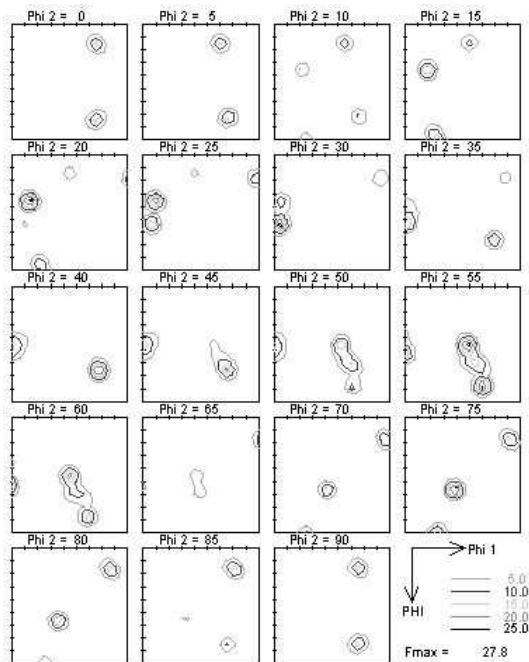
Abbildung E.10: Texturen nach Tiefziehen von H180B in Walzrichtung
64-96 Kristalle mit von-Mises-Hintergrund



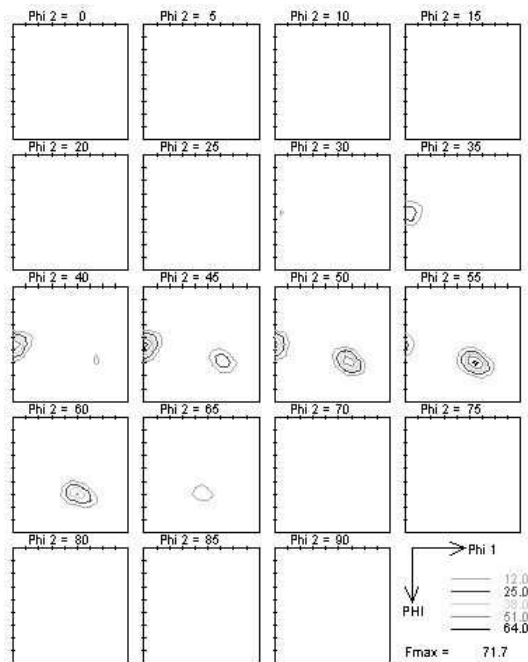
(a) 16 Kristalle + ISO12



(b) 16 Kristalle

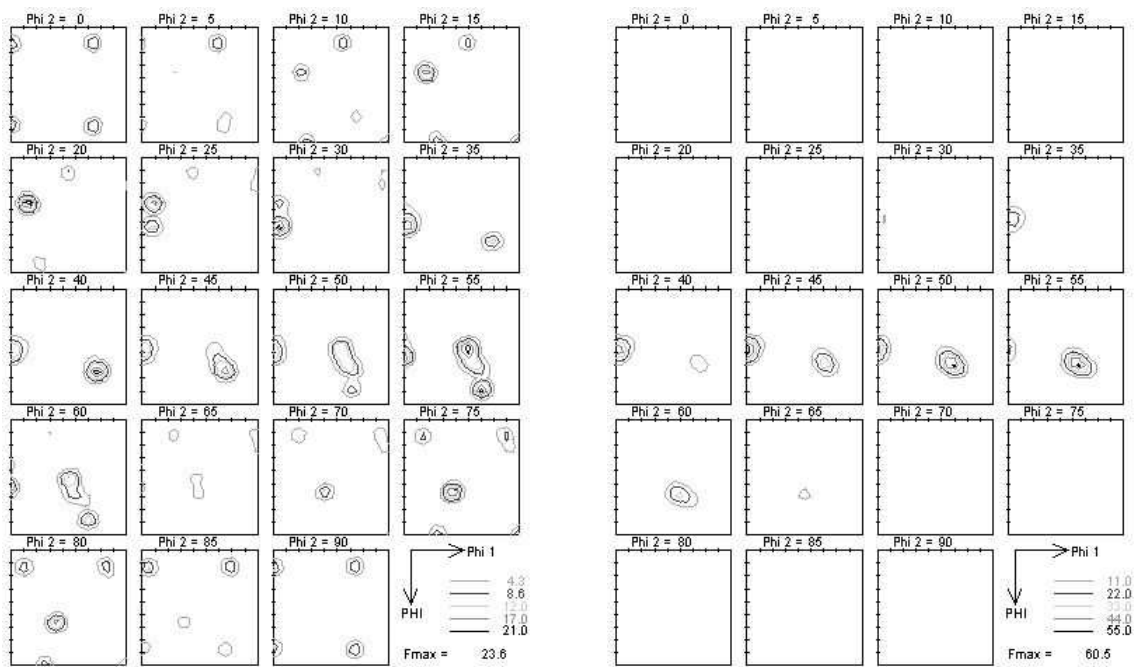


(c) 48 Kristalle + ISO12



(d) 48 Kristalle

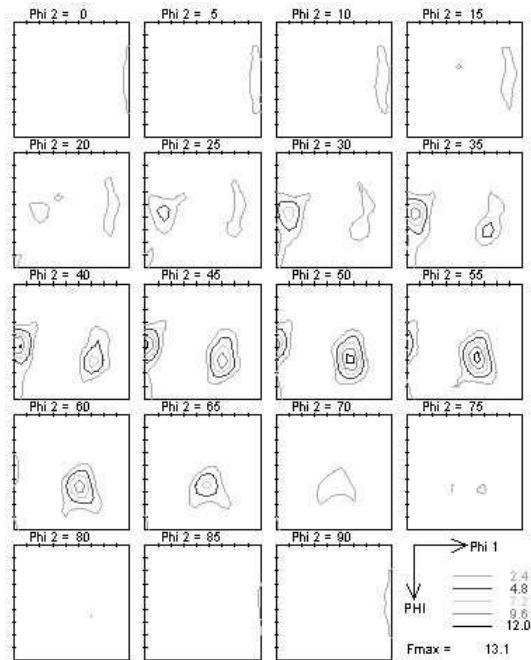
Abbildung E.11: Texturen nach Tiefziehen von H180B in Walzrichtung
16 und 48 Kristalle mit und ohne ISO12-Hintergrund



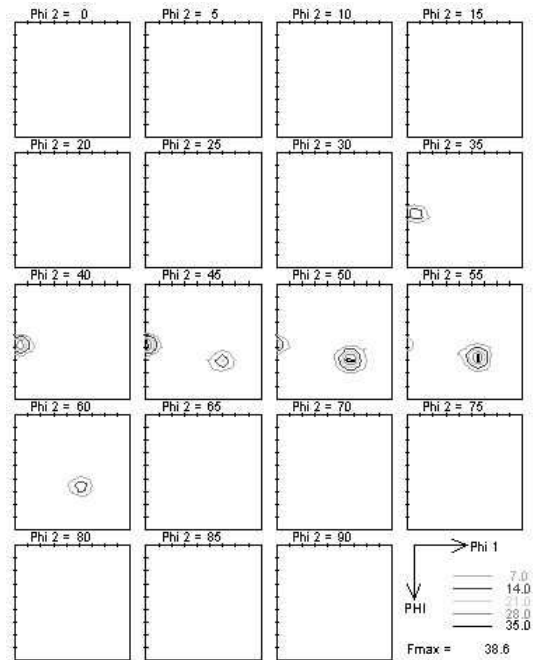
(a) 80 Kristalle + ISO12

(b) 80 Kristalle

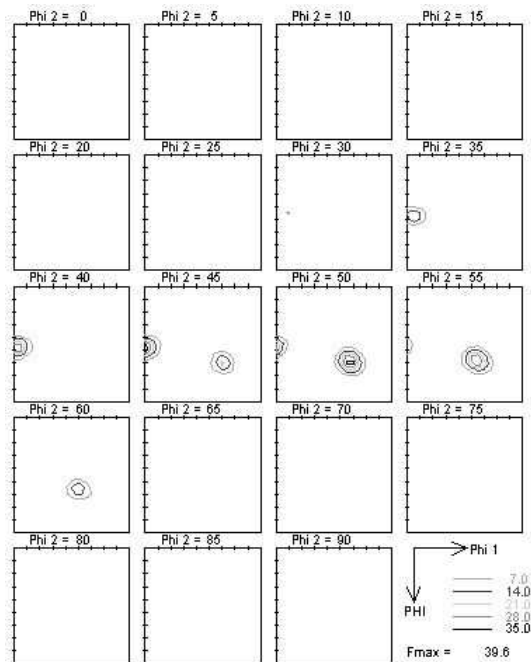
Abbildung E.12: Texturen nach Tiefziehen von H180B in Walzrichtung
80 Kristalle mit und ohne ISO12-Hintergrund



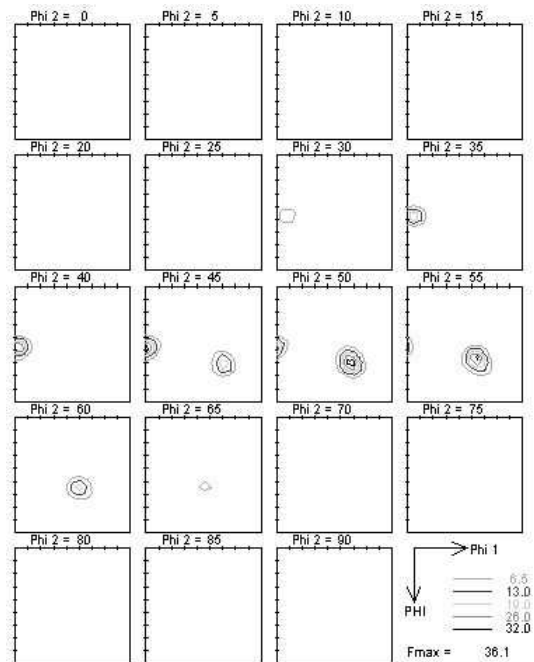
(a) Messung



(b) 16 Kristalle + Mises

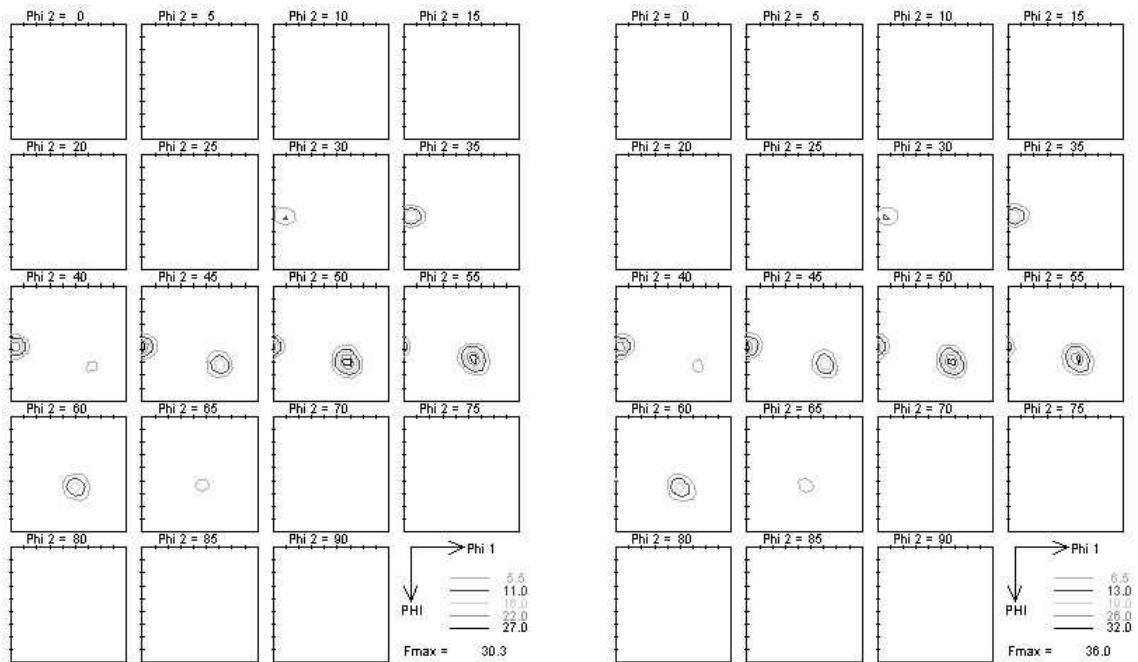


(c) 32 Kristalle + Mises



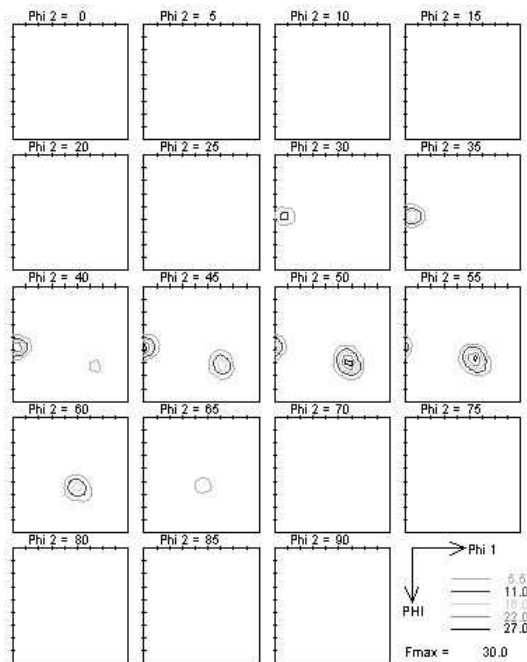
(d) 48 Kristalle + Mises

Abbildung E.13: Texturen nach Tiefziehen von H180B in Querrichtung
Messung und 16-48 Kristalle mit von-Mises-Hintergrund



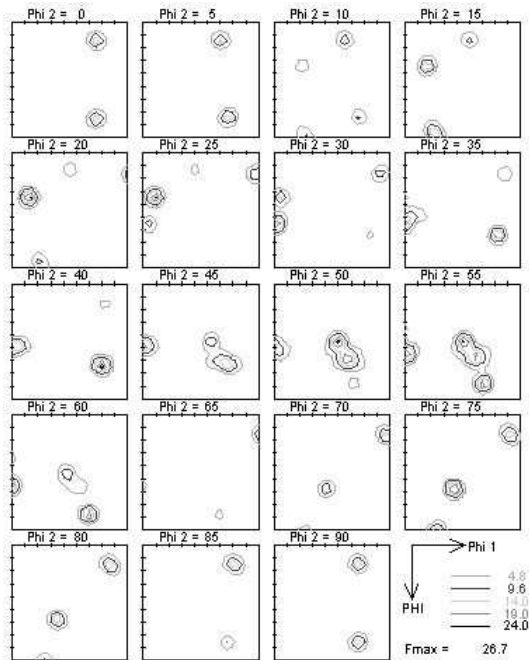
(a) 64 Kristalle + Mises

(b) 80 Kristalle + Mises

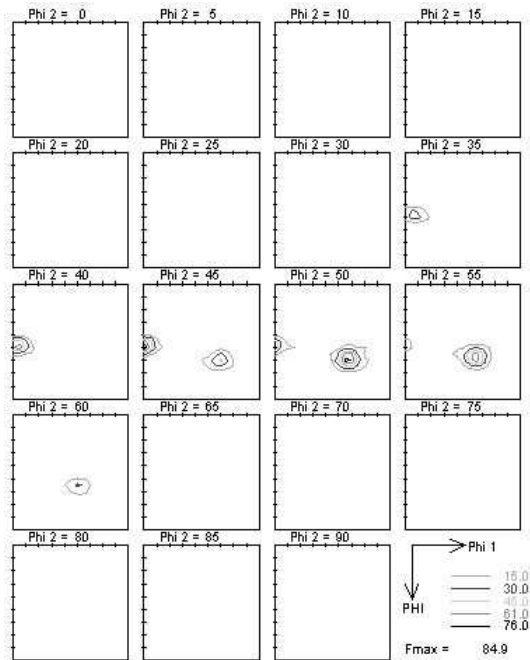


(c) 96 Kristalle + Mises

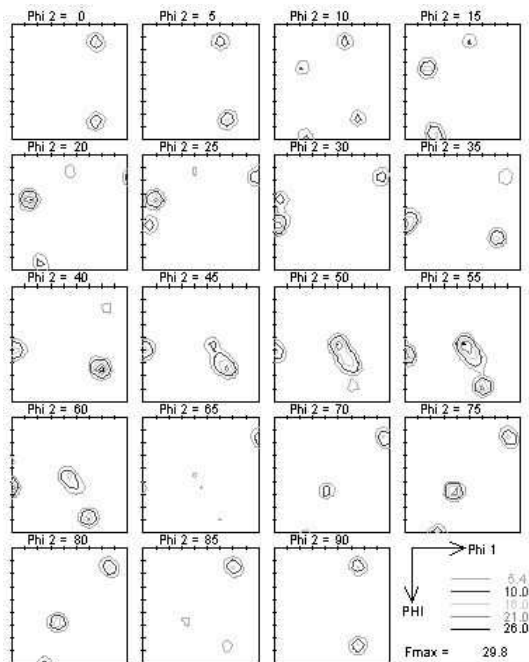
Abbildung E.14: Texturen nach Tiefziehen von H180B in Querrichtung
64-96 Kristalle mit von-Mises-Hintergrund



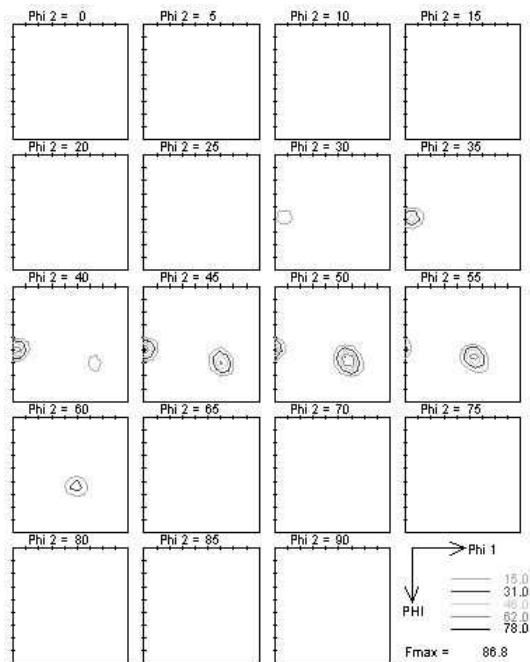
(a) 16 Kristalle + ISO12



(b) 16 Kristalle

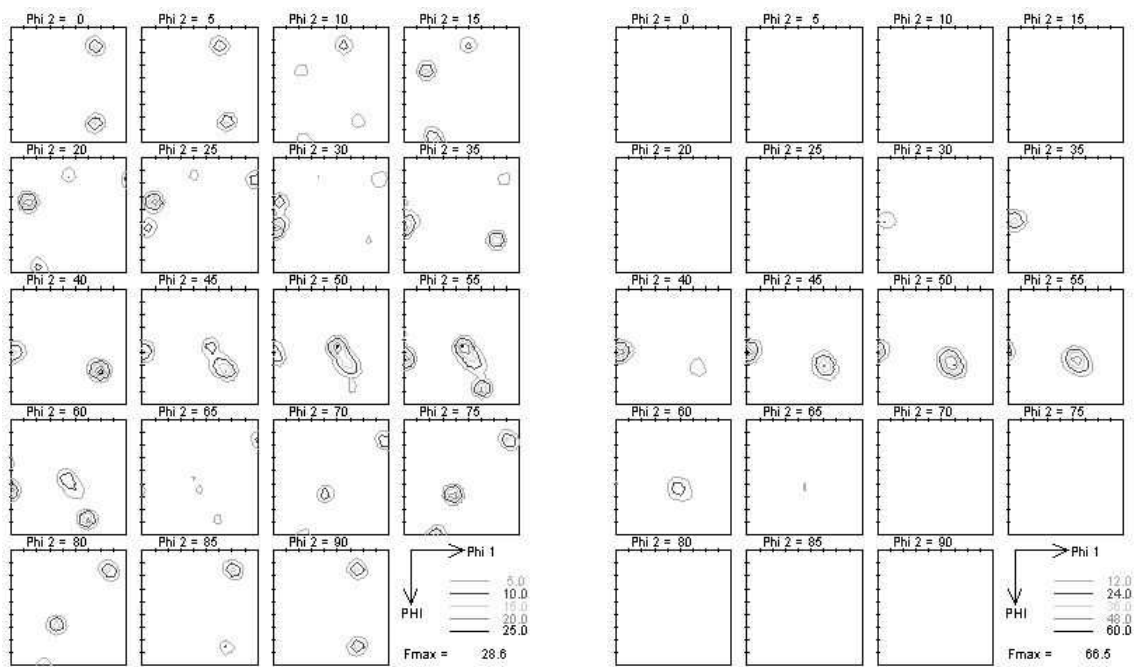


(c) 48 Kristalle + ISO12



(d) 48 Kristalle

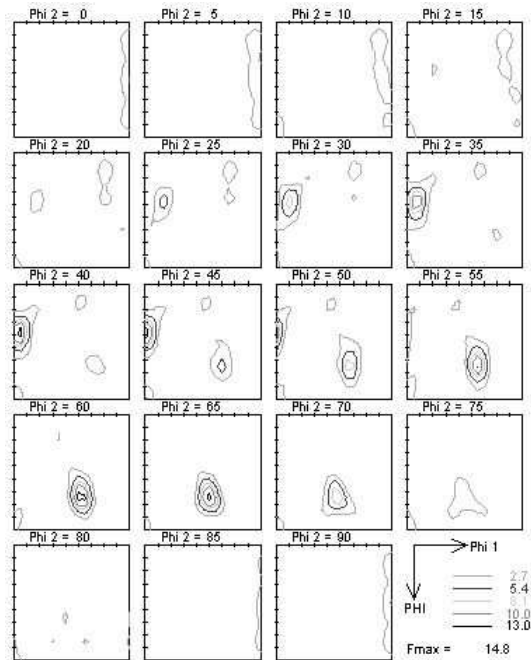
Abbildung E.15: Texturen nach Tiefziehen von H180B in Querrichtung
16 und 48 Kristalle mit und ohne ISO12-Hintergrund



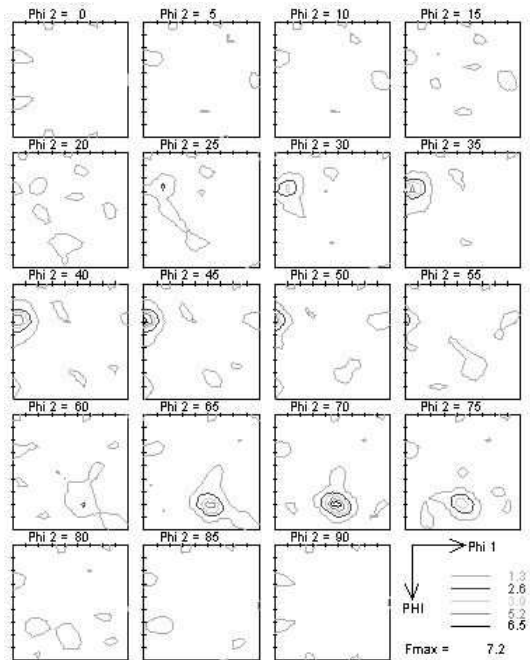
(a) 80 Kristalle + ISO12

(b) 80 Kristalle

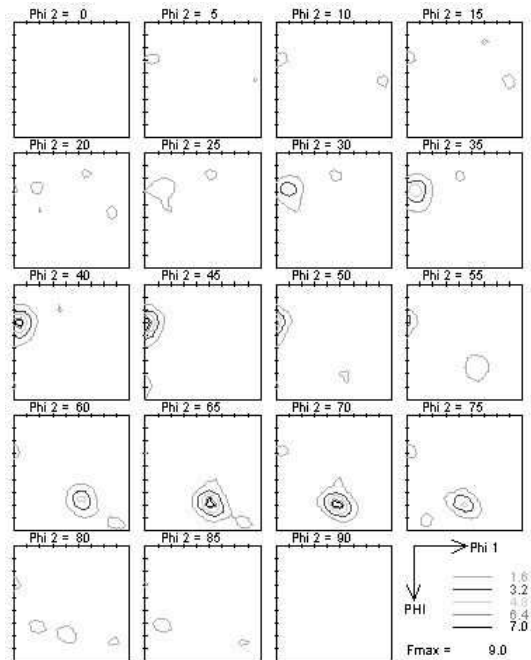
Abbildung E.16: Texturen nach Tiefziehen von H180B in Querrichtung
80 Kristalle mit und ohne ISO12-Hintergrund



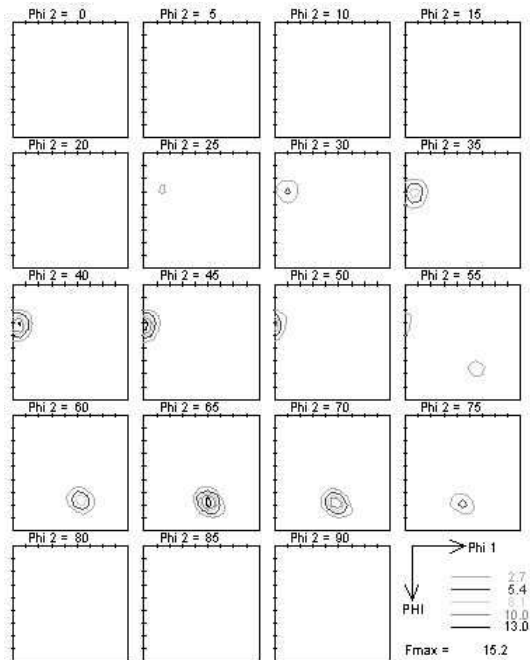
(a) Messung



(b) 16 Kristalle + Mises

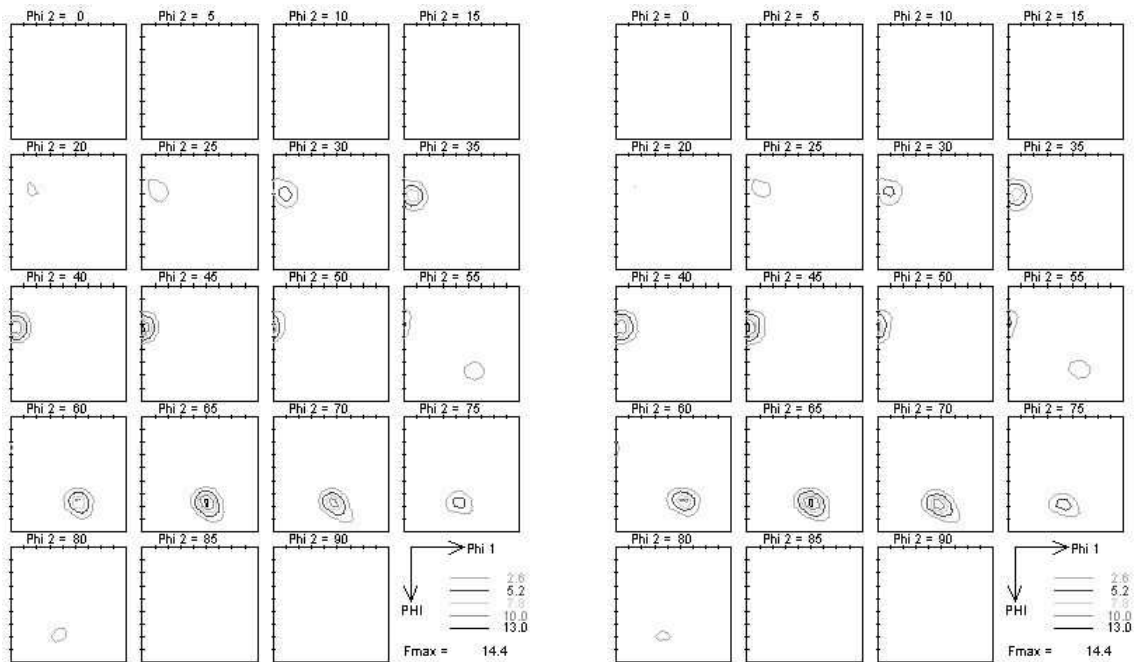


(c) 32 Kristalle + Mises



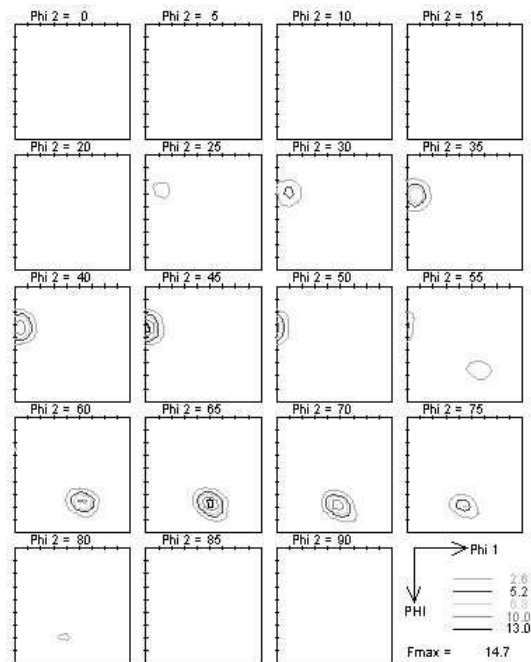
(d) 48 Kristalle + Mises

Abbildung E.17: Texturen nach Tiefziehen von H340LAD in Walzrichtung
Messung und 16-48 Kristalle mit von-Mises-Hintergrund



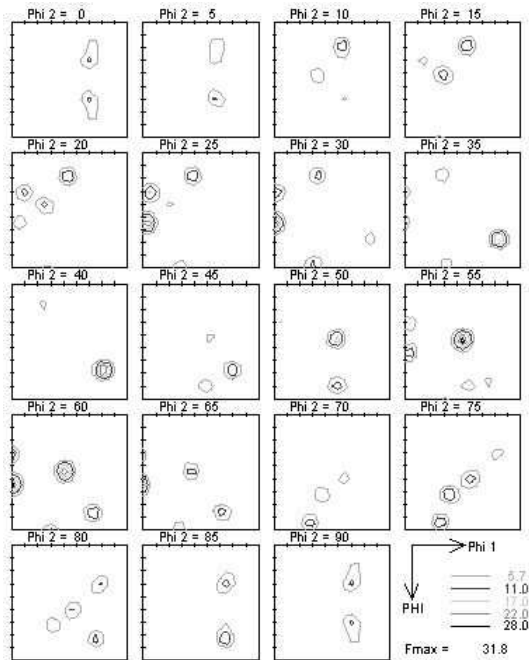
(a) 64 Kristalle + Mises

(b) 80 Kristalle + Mises

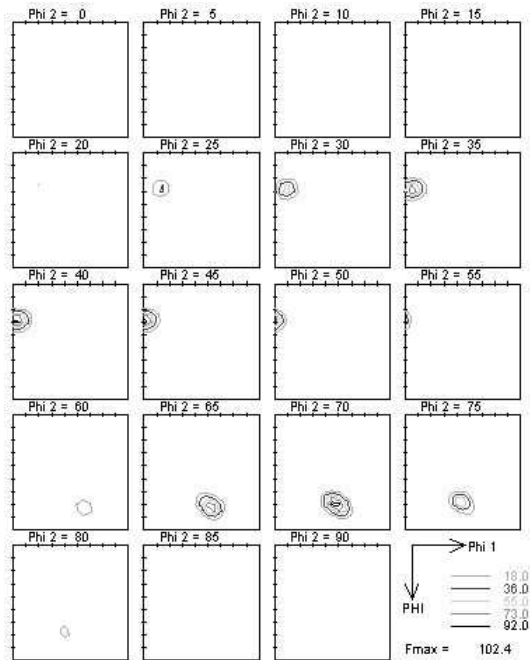


(c) 96 Kristalle + Mises

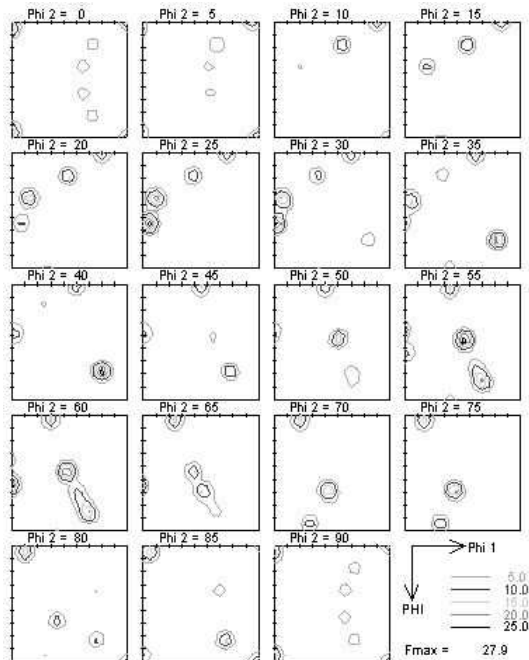
Abbildung E.18: Texturen nach Tiefziehen von H340LAD in Walzrichtung
64-96 Kristalle mit von-Mises-Hintergrund



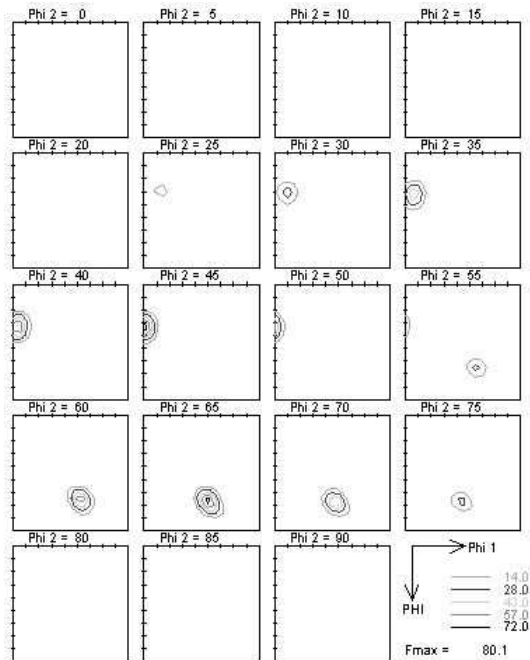
(a) 16 Kristalle + ISO12



(b) 16 Kristalle

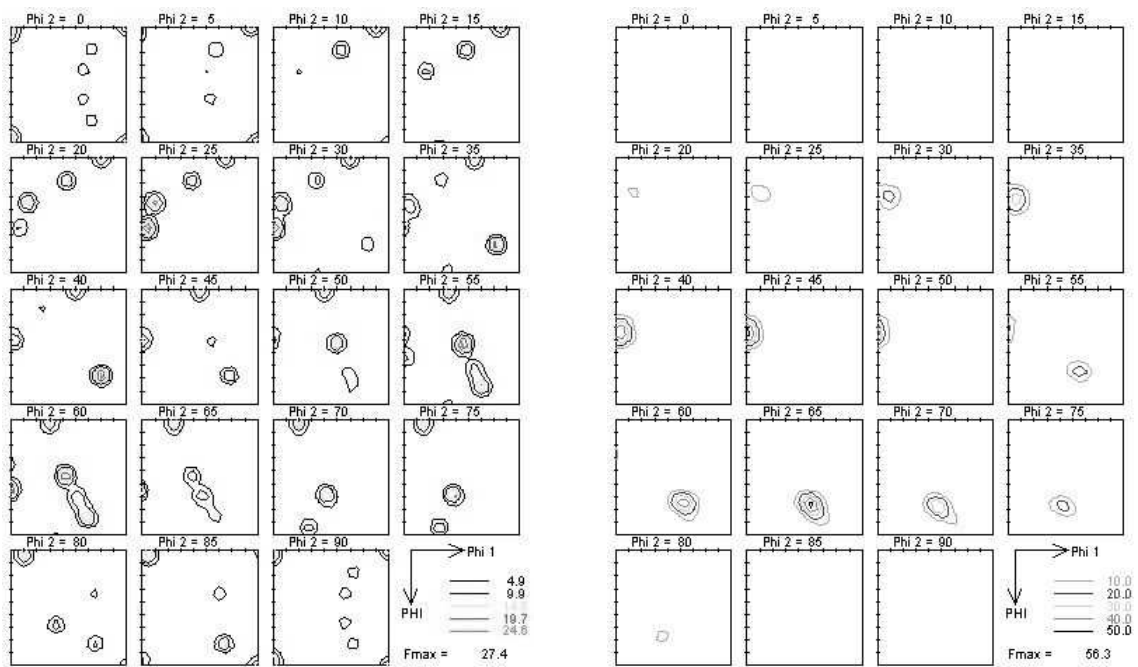


(c) 48 Kristalle + ISO12



(d) 48 Kristalle

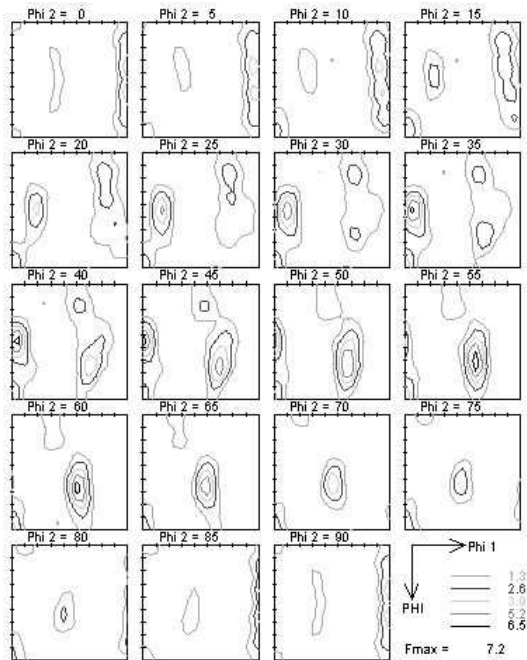
Abbildung E.19: Texturen nach Tiefziehen von H340LAD in Walzrichtung
16 und 48 Kristalle mit und ohne ISO12-Hintergrund



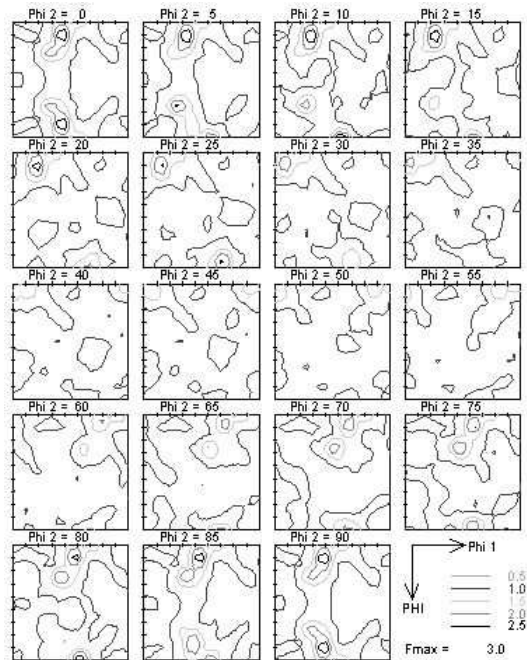
(a) 80 Kristalle + ISO12

(b) 80 Kristalle

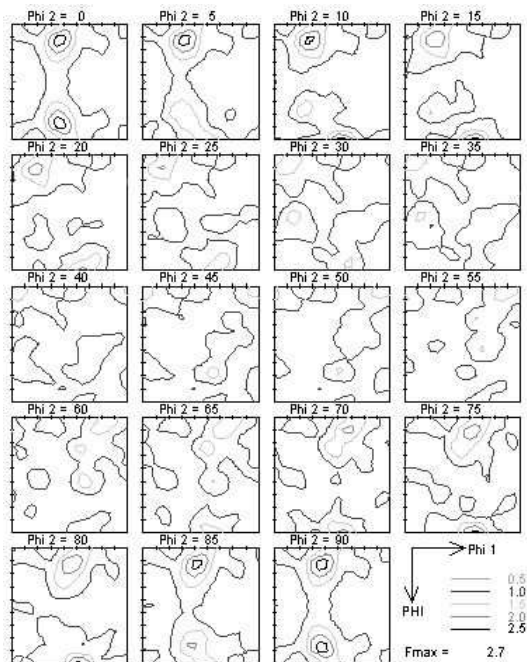
Abbildung E.20: Texturen nach Tiefziehen von H340LAD in Walzrichtung
80 Kristalle mit und ohne ISO12-Hintergrund



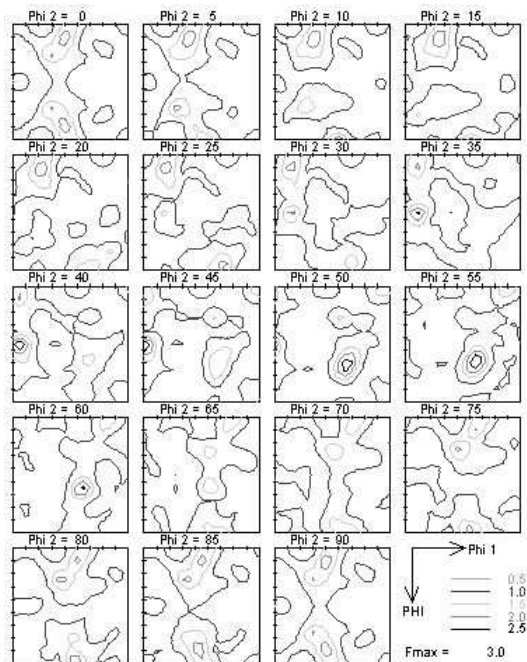
(a) Messung



(b) 16 Kristalle + Mises

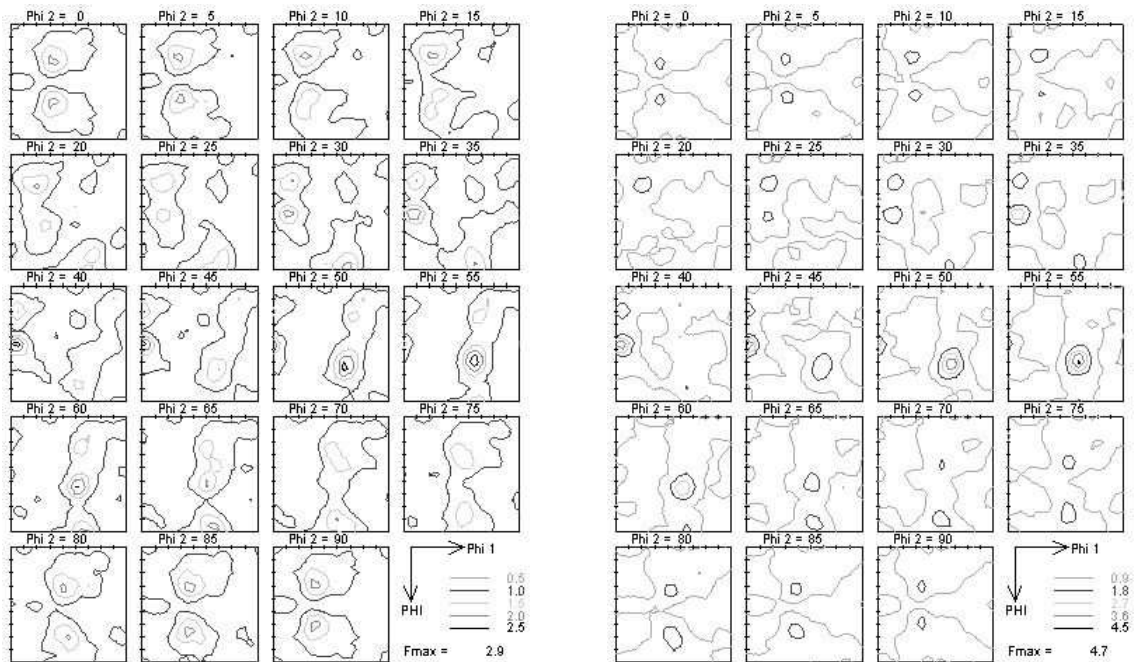


(c) 32 Kristalle + Mises



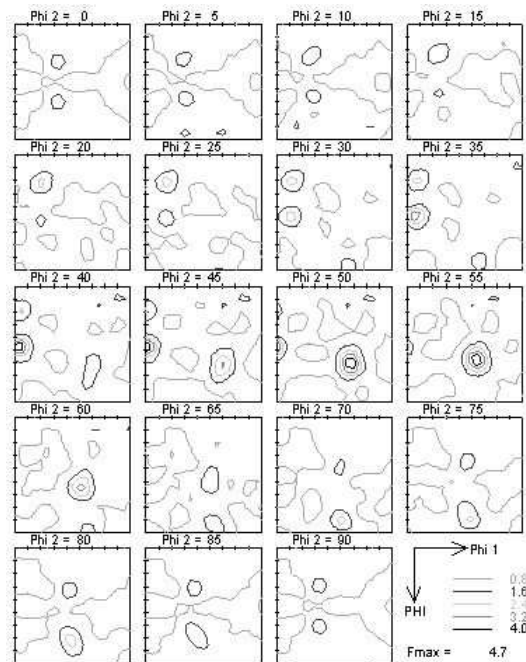
(d) 48 Kristalle + Mises

Abbildung E.21: Texturen nach Tiefziehen von H340LAD in Querrichtung
Messung und 16-48 Kristalle mit von-Mises-Hintergrund



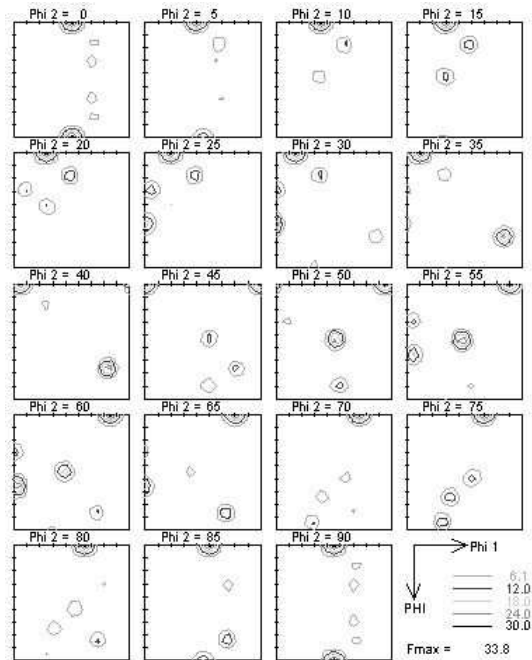
(a) 64 Kristalle + Mises

(b) 80 Kristalle + Mises

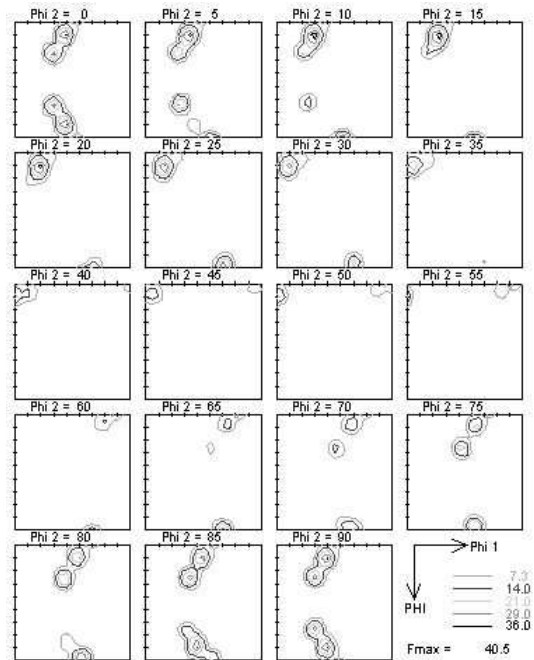


(c) 96 Kristalle + Mises

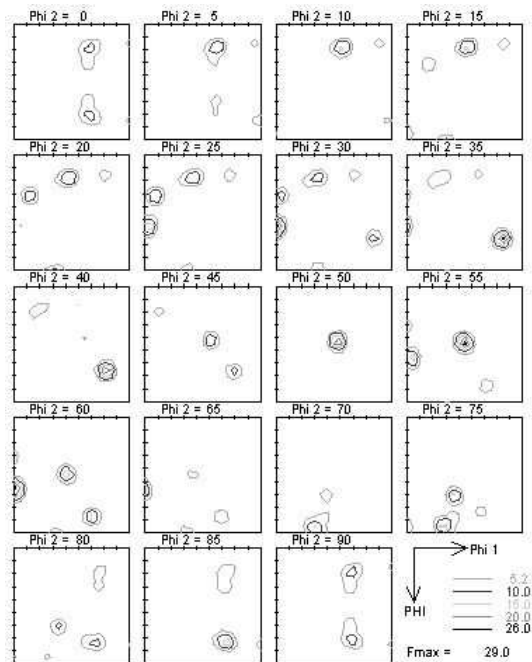
Abbildung E.22: Texturen nach Tiefziehen von H340LAD in Querrichtung
64-96 Kristalle mit von-Mises-Hintergrund



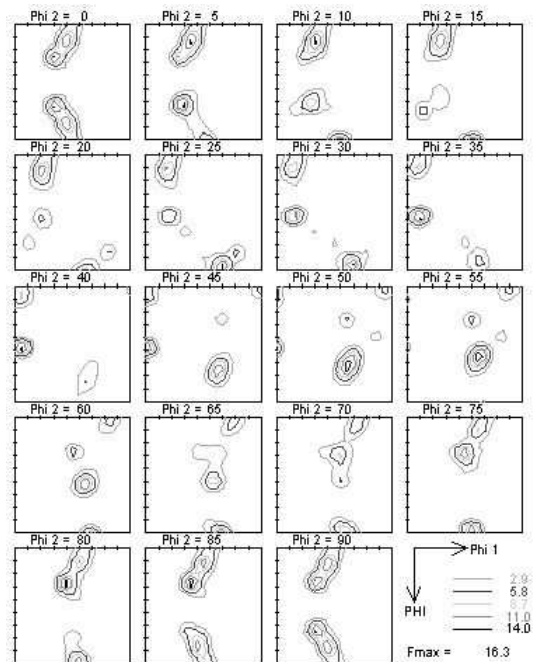
(a) 16 Kristalle + ISO12



(b) 16 Kristalle

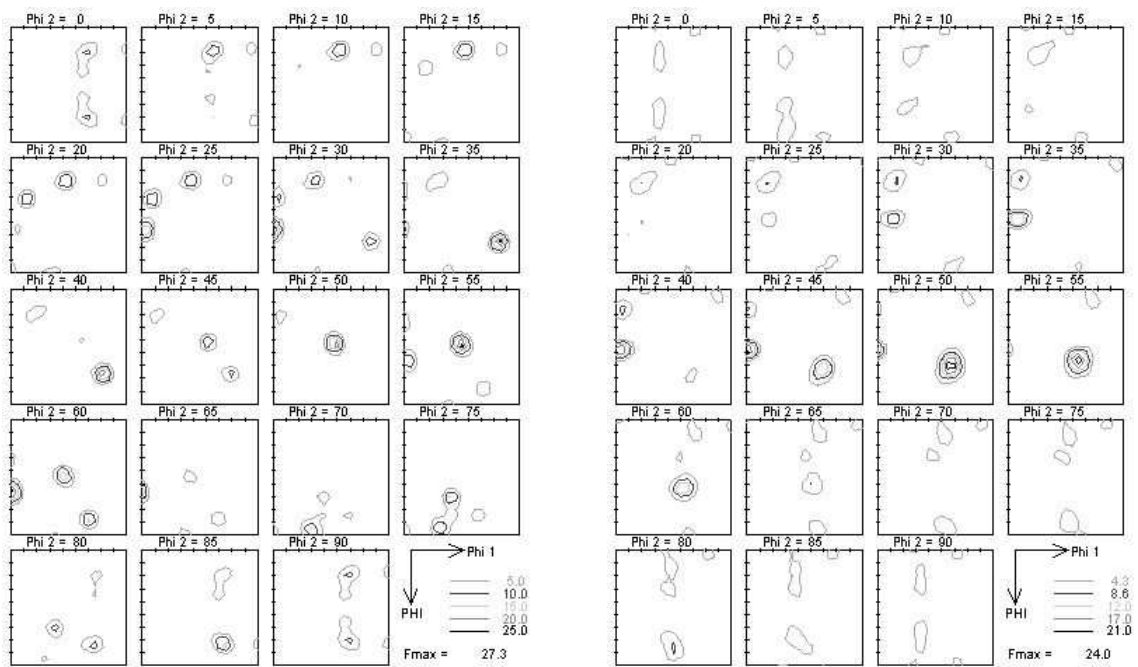


(c) 48 Kristalle + ISO12



(d) 48 Kristalle

Abbildung E.23: Texturen nach Tiefziehen von H340LAD in Querrichtung
16 und 48 Kristalle mit und ohne ISO12-Hintergrund



(a) 80 Kristalle + ISO12

(b) 80 Kristalle

Abbildung E.24: Texturen nach Tiefziehen von H340LAD in Querrichtung
80 Kristalle mit und ohne ISO12-Hintergrund

Lebenslauf

Name: Volker Schulze
Geburtsdatum: 01.03.1974
Geburtsort: Magdeburg
Adresse: Zum Kälberkamp1, 38165 Lehre

Schulbesuch: 9/80 - 8/88 Polytechnische Oberschule, Magdeburg
9/88 - 6/92 Spezialschule mathematisch-naturwissenschaftlich-technischer Richtung, Magdeburg

Wehrdienst: 10/92 - 9/93

Studium: 10/93 - 9/94 Physikstudium,
Otto-von-Guericke-Universität, Magdeburg
10/94 - 4/00 Maschinenbaustudium,
Otto-von-Guericke-Universität, Magdeburg
Spezialisierung: Angewandte Mechanik
Abschluss: Dipl.-Ing.
7/97 - 8/98 Maschinenbaustudium, San José State
University, San José, Kalifornien, USA
Spezialisierung: Mechanical Engineering Design
Abschluss: Master of Science in
Mechanical Engineering

Praktika: 8/92 - 9/92 OTIS GmbH, Magdeburg,
Instandhaltungsabteilung
8/95 - 9/95 ZF Friedrichshafen AG, Friedrichshafen,
Werkzeuggruppe
9/98 - 2/99 Lucas NovaSensor, Fremont, Kalifornien,
USA, Design Group
10/99 - 4/00 Volkswagen AG, Wolfsburg, Betriebsfestigkeit,
Diplomarbeit

Beruf. Tätigkeit: 5/00 - 8/02 Volkswagen AG, Wolfsburg, Methodenplanung/
Umformsimulation, Berechnungsingenieur
8/02 - 7/05 Volkswagen AG, Wolfsburg, Methodenplanung/
Umformsimulation, Doktorand
seit 2/03 Graduiertenkolleg „Micro-Macro-Interactions
of StructuredMedia and Particle Systems“,
Universität Magdeburg, Assoziiertes Mitglied
seit 7/05 Volkswagen AG, Wolfsburg, Berechnung Aufbau,
Berechnungsingenieur