

Hierarchische Ansätze zur Lösung komplexer hybrider Regelungsprobleme

Dissertation

Zur Erlangung des akademischen Grades

**Doktoringenieurin / Doktoringenieur
(Dr.-Ing.)**

von Dipl.-Ing. Alexander Itigin

geb. am 25. Mai 1971 in Sankt Petersburg

genehmigt durch die Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik

der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Gutachter:

Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. J. Raisch

Prof. Dr.-Ing. T. Moor

Promotionskolloquium am 19. Dezember 2005

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Systemdynamik und Regelungstechnik der Universität Stuttgart. Ein wesentlicher Teil der durchgeführten Untersuchungen wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 412 “Rechenunterstützte Modellierung und Simulation zur Analyse, Synthese und Führung verfahrenstechnischer Prozesse” gefördert.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Jörg Raisch danke ich besonders für die ausgezeichnete und engagierte Betreuung bei der Durchführung der Arbeit. Herrn Prof. Dr.-Ing. Thomas Moor danke ich für das Interesse an meiner Arbeit, zahlreiche Diskussionen, von denen ich sehr profitierte, und die freundliche Übernahme des Mitberichts.

Mein besonderer Dank gilt dem Direktor des Instituts für Systemdynamik und Regelungstechnik, Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. mult. Ernst Dieter Gilles, dafür, dass ich meine Arbeit an seinem Institut unter sehr günstigen und förderlichen Rahmenbedingungen durchführen durfte. Allen wissenschaftlichen und nicht-wissenschaftlichen Kolleginnen und Kollegen am Institut für Systemdynamik und Regelungstechnik, der “Systems and Control Theory” Gruppe des Max-Planck-Instituts für Dynamik komplexer technischer Systeme sowie allen Mitarbeiterin und Mitarbeitern des Lehrstuhls für Systemtheorie Technischer Prozesse der Universität Magdeburg möchte ich für eine freundliche und positive Atmosphäre und für die Bereitschaft zur Hilfe und Diskussion danken. Zum Gelingen der vorliegenden Arbeit hat dies wesentlich beigetragen.

Bei Herrn Dipl.-Ing. Dmitry Gromov und Herrn Dipl.-Ing. Carsten Conradi möchte ich mich für die gründliche und sorgfältige Durchsicht des Manuskripts bedanken.

München, Dezember 2005

Alexander Itigin

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Problemstellung	1
1.2	Stand der Forschung und Literaturübersicht	4
1.3	Zielsetzung	9
1.4	Gliederung der Arbeit	10
2	Grundlagen	11
2.1	Verhaltensorientierte Darstellung dynamischer Systeme	12
2.2	Approximation und Regelung	13
2.3	Diskrete Abstraktionen	15
2.3.1	Diskretisierung externer Signale	17
2.3.2	Aufstellung diskreter Abstraktionen	20
2.3.3	Vollständig geordnete Menge diskreter Abstraktionen	26
2.3.4	Diskrete Abstraktionen als endliche Automaten	28
2.4	Reglerentwurf	29
2.4.1	Spezifikation der zu lösenden Probleme	31
2.4.2	Umrechnung von Moore-Automaten in Automaten ohne Ausgabe	32
2.4.3	Synchrones Produkt zweier Automaten	33
2.4.4	Reglersynthese	35

2.4.5	Prozedur zur rechnerischen Durchführung der Reglersynthese	38
2.4.6	Diskrete Abstraktionen, Reglerentwurf und Motivation für hierarchische Vorgehensweise	53
2.5	Eine Regelungsaufgabe für Zwei-Behälter-System	54
2.6	Zusammenfassung	59
3	Hierarchische Ansätze	63
3.1	Einführende Betrachtung	64
3.1.1	Hierarchische Vorgehensweise zur Lösung komplexer Regelungsaufgaben	65
3.1.2	“Top-down” und “Bottom-up” – zwei Wege zur Strukturierung von Regelungsaufgaben	66
3.2	“Top-down”-Ansatz: diskrete Reglerarchitektur	69
3.2.1	Abstraktion und Selektion	70
3.2.2	Aufgabenteilung	71
3.2.3	Hierarchischer Reglerentwurf	73
3.2.4	Hierarchischer Reglerentwurf nach dem “Top-down”-Prinzip für ein Zwei-Behälter-System	75
3.3	“Bottom-up”-Prinzip: hybride Reglerarchitektur	80
3.3.1	“Elementarmanöver” auf der untergeordneten Ebene	81
3.3.2	Hierarchischer Reglerentwurf	82
3.3.3	Hierarchischer Reglerentwurf nach dem “Bottom-up”-Prinzip für ein Zwei-Behälter-System	86
3.4	Zusammenfassung	88
4	Anwendungsstudie Destillationsanlage	91
4.1	Anfahren der Hauptkolonne: hierarchische Regelung nach dem “Top-Down”-Prinzip	94
4.2	Anfahren der gekoppelten Kolonnen: hierarchische Regelung nach dem “Bottom-up”-Prinzip	101

4.3 Zusammenfassung	107
5 Zusammenfassung	111
Literaturverzeichnis	113

Kapitel 1

Einleitung

In diesem Kapitel wird eine einführende Übersicht über die in dieser Arbeit behandelte Problematik gegeben. Das Kapitel ist wie folgt aufgebaut. Zunächst wird in Abschnitt 1.1 die Problemstellung erläutert. Dann wird in Abschnitt 1.2 ein Überblick über die in Bezug auf die formulierte Problemstellung relevanten Forschungsergebnisse (anderer Forschungsgruppen sowie der Forschungsgruppe, der der Verfasser dieser Arbeit angehört) gegeben. Abschnitt 1.3 widmet sich der Definition der Ziele, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit zur Lösung des gestellten Problems gesetzt werden. Schließlich wird in Abschnitt 1.4 dargelegt, wie die nachstehende Arbeit gegliedert ist.

1.1 Problemstellung

Die Komplexität der Systeme, mit denen die Regelungstheorie konfrontiert ist, hat sich während der letzten Jahrzehnte drastisch erhöht und somit zwangsläufig auch die Komplexität der Regelungsaufgaben. Als “komplex” werden dabei Systeme bezeichnet, die aus einer großen Zahl von Teilen bestehen, bzw. deren Verhalten sich aus mehreren verschiedenen Aspekten zusammensetzt, wenn diese Teile bzw. Verhaltensaspekte nicht bloß in der einfachsten Weise interagieren. Mit dieser Interpretation des Begriffs “Systemkomplexität” folgt man SIMON – einem der geistigen Väter der künstlichen Intelligenz und Nobelpreisträger in Wirtschaftswissenschaften. Zu einer solchen Interpretation fügt er noch hinzu: “In solchen Systemen ist das Ganze mehr

als die Summe der Teile – nicht in einem absoluten metaphysischen Sinn, sondern in dem wichtigen pragmatischen, dass es keine triviale Angelegenheit ist, aus den gegebenen Eigenschaften der Teile und den Gesetzen ihrer Wechselwirkung die Eigenschaften des Ganzen zu erschließen”, [Sim94]. Es ist ganz klar, dass in der heutigen Zeit, wenn die Anforderungen an die Effizienz der Ressourcennutzung sowie an den Umweltschutz rapide ansteigen, die Komplexität technischer Systeme sich gleichermaßen miterhöht. Nicht verwunderlich ist dabei, dass in den letzten Jahrzehnten auf dem Gebiet “komplexe technische Systeme” aktiv geforscht wird. Neben den unten in Abschnitt 1.2 aufgeführten Arbeiten soll an dieser Stelle der Sonderforschungsbereich 412 “Rechnergestützte Modellierung und Simulation zur Analyse, Synthese und Führung verfahrenstechnische Prozesse” der Deutschen Forschungsgemeinschaft dankend erwähnt werden – ein großer Teil der vorliegenden Arbeit ist als ein Teilprojekt im Rahmen dieses Sonderforschungsbereichs entstanden. Neben der in diesem Teilprojekt untersuchten Destillationsanlage wurden in vielen weiteren Teilprojekten viele verschiedene komplexe verfahrenstechnische Systeme untersucht.

Offenkundig lassen sich Regelungsaufgaben, die sich mit komplexen Systemen befassen, in aller Regel nur dann erfolgreich bearbeiten, wenn sie modularisiert werden. In der Regelungstechnik werden seit geraumer Zeit zwei Klassen solcher Modularisierungskonzepte untersucht: Sowohl *dezentrale* als auch *hierarchische* Ansätze werden dazu verwendet, regelungstechnische Aufgaben für komplexe Systeme zu strukturieren und so einer systematischen Behandlung zugänglich zu machen. Dezentrale Regelkonzepte können allerdings nur dann zur Anwendung kommen, wenn sich das Gesamtsystem in mehrere nur schwach gekoppelte Untereinheiten aufteilen lässt. In diesem Fall kann man Rückführungen für die Teilsysteme weitgehend unabhängig voneinander entwerfen. Der von anderen Teilsystemen ausgehende Einfluss lässt sich als Störung interpretieren, der – bei geeigneter Auslegung der “Teilregler” – die gewünschten Eigenschaften des Gesamtsystems nicht gefährdet. Verständlicherweise sind derartige dezentrale Konzepte für die im Sinne der oben angeführten Interpretation komplexen Systeme nur bedingt anwendbar, da bei solchen Systemen der geforderte hohe Grad an Entkoppelbarkeit in den meisten Fällen nicht gegeben ist.

Anders als dezentrale Regelstrategien lassen sich hierarchische Konzepte auch bei stark verkoppelten Prozessen anwenden – ihre Informationsstruktur ist weniger restriktiv und deswegen prinzipiell auch zur Behandlung “schwieri-

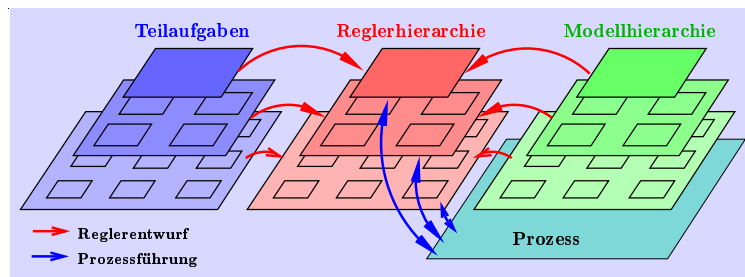


Abbildung 1.1: Aufbau hierarchischer Regelsysteme.

gerer Probleme” geeignet. Zunächst soll eine Definition des Begriffs “Hierarchie” versucht werden. [Sim94] schreibt dazu: “Unter einem hierarchischen System oder einer Hierarchie verstehe ich ein System, das aus untereinander verbundenen Subsystemen zusammengesetzt ist, wobei jedes der letzteren wiederum eine hierarchische Struktur aufweist, bis wir zu einer untersten Schicht elementarer Subsysteme gelangen”. Weiterhin unterscheiden MESAROVIC und TAKAHARA in ihrer richtungweisenden Arbeit [MMT70] in Hinblick auf Organisationsprobleme zwischen “hierarchy of goals” und “hierarchy of decision units”. In den hierarchischen Regelkonzepten findet eine solche Sichtweise ihren direkten Ausdruck. Komplexe, schwer überschaubare Aufgabenstellungen werden in mehrere “kleine” Teilaufgaben zerlegt, die hierarchisch angeordnet sind (“hierarchy of goals”). Diese können dann mit bekannten “unstrukturierten” Methoden angegangen werden. Dabei impliziert eine solche Strukturierung der Aufgabenstellung eine Hierarchie der Regler (“hierarchy of decision units”): Jeder dieser Regler löst eine ihm zugewiesene Teilaufgabe. Ein weiteres wichtiges Merkmal hierarchischer Regelung im Sinne dieser Arbeit ist, dass einzelne Teilaufgaben auf der Grundlage von Prozessmodellen unterschiedlicher Genauigkeit und/oder Struktur gelöst werden, wobei die Modelleigenschaften sich nach den Anforderungen der jeweiligen Teilaufgabe richten. Die so zustandekommende Modellhierarchie bildet neben einer hierarchisch gegliederten Aufgabenstellung und einer Reglerhierarchie den dritten “Baustein” der hierarchischen Regelung, vgl. Abb 1.1.

Die einzelnen Teilaufgaben können von kontinuierlicher, ereignisdiskreter¹

¹Unter den “Teilaufgaben kontinuierlicher bzw. ereignisdiskreter Natur” versteht man dabei Teilaufgaben, die auf kontinuierlichen bzw. ereignisdiskreten externen Signalen (siehe

oder hybrider (gemischt kontinuierlich/ereignisdiskret) Natur sein, wobei das “Gewicht” des diskreten Anteils in der Teilaufgabenhierarchie typischerweise “von unten nach oben” ansteigt, so dass man auf den unteren Ebenen der Teilaufgabenhierarchie gewöhnlich rein kontinuierliche und auf den oberen Ebenen rein diskrete Problemstellungen vorfindet. Dementsprechend können auch Regler und Modelle aus der Regler- und Modellhierarchie, je nach der Art der mit Hilfe eines Reglers auf der Grundlage eines Modells zu lösenden Teilaufgabe, kontinuierlich, ereignisdiskret oder hybrid sein. Da durch die Eigenschaften der Teilaufgabenhierarchie die Eigenschaften der Regler- und Modellhierarchie direkt impliziert werden, nimmt auch bei diesen zwei Hierarchien das “Gewicht” des diskreten Anteils “von unten nach oben” zu. Ein wesentliches charakteristisches Merkmal von Teilaufgabenhierarchien ist ein “von unten nach oben” zunehmender “Abstraktionsgrad” der Aufgabenstellungen. So interessiert beispielsweise auf einer höheren Ebene nicht mehr der genaue Wasserstand in einem Behälter, sondern lediglich, ob bestimmte Schwellenwerte über- bzw. unterschritten werden. Auf der Seite der Modellhierarchien spiegelt sich dies darin wider, dass der Abstraktionsgrad, mit dem das jeweilige Modell das konkret-physikalische Prozessgeschehen abbildet, ebenfalls “von unten nach oben” zunimmt. Bei dem eben erwähnten Behälterbeispiel kann auf einer höheren Ebene statt eines wertekontinuierlichen Messsignals eine “stark quantisierte” Version betrachtet werden. Ähnliches gilt für die Eingriffsmöglichkeiten in den Prozess: Während auf unterlagerten Ebenen die genaue Dosierung bestimmter Stoffströme eine wichtige Rolle spielen mag, ist auf übergeordneten Ebenen oft nur von Belang, ob ein solcher Stoffstrom zugeschaltet wird oder nicht. Auf höheren Hierarchieebenen werden also mehr und mehr physikalische Phänomene grob vereinfachend als “diskrete Ereignisse” modelliert, so dass man schließlich zu einer rein ereignisdiskreten Prozessbeschreibung gelangt.

1.2 Stand der Forschung und Literaturübersicht

Wie in Abschnitt 1.1 erläutert, werden in der Regelungstheorie vor allem zwei Klassen von Modularisierungskonzepten regelungstechnischer Pro-

Kapitel 2) eines zu regelnden Systems formuliert werden.

bleme untersucht: dezentrale und hierarchische Ansätze. Der Großteil der zum Themenbereich dezentraler Regelkonzepte veröffentlichten Arbeiten beschränkt sich auf rein kontinuierliche lineare zeitinvariante Systeme: Beispiele hierfür findet man in [OSM86, Sin81, TTT89, Lun92a] und [Rai91]. Dezentrale Regelkonzepte in der rein ereignisdiskreten Welt werden in [KW86, RW92, YL00b, YL00a] diskutiert.

In Hinblick auf die Themenstellung der vorliegenden Arbeit ist hauptsächlich der Forschungsstand bei den hierarchischen Regelkonzepten vom Interesse. Die meisten Arbeiten zu diesem Thema befassen sich ebenfalls mit rein kontinuierlichen linearen zeitinvarianten Systemen. Besonders beliebt ist die Kombination dieser Modellannahmen mit der Aufgabe, ein in Zustand und Stellgröße quadratisches Kostenfunktional zu minimieren, [Sin80]. Durch solche restriktive Voraussetzungen (bezüglich Modell und Fragestellungen) wird offenbar der weitaus größte Teil realer Probleme von einer formalen Behandlung ausgeschlossen. Im Kontext der in dieser Arbeit durchzuführenden Untersuchungen interessieren deswegen vor allem solche Arbeiten, die auf weniger einschränkenden Annahmen beruhen. Dies sind in erster Linie die Untersuchungen von MESAROVIC, MACKO und TAKAHARA, [MMT70]. Diese Autoren betrachten wesentlich allgemeinere Systeme, erkaufen diese Allgemeinheit allerdings mit einem Mangel an Konstruktivität: Die von ihnen angestellten Überlegungen leisten zwar einen wichtigen Beitrag zu einer "generellen" [MT74] bzw. "abstrakten" Systemtheorie [MT89], können aber nicht direkt zur Synthese von hierarchischen Regelungsstrategien herangezogen werden. Ähnliches gilt für die Arbeiten von CAINES und WEI, [CW98] sowie von PAPPAS, LAFFERRIERE und SASTRY, [PLS00]. Konkretere – allerdings nur auf rein ereignisdiskrete Probleme anwendbare – Beiträge findet man in [WW96a, WW96b, ZW90, HC98a, HC98b, BH93].

In Abschnitt 1.1 wurde bereits angedeutet, dass in den Modellhierarchien Modelle unterschiedlicher Natur – kontinuierlich, ereignisdiskret, hybrid – enthalten sein können. Auf eine Übersicht der Arbeiten zu bekannten Modellierungsmethoden der kontinuierlichen Systemtheorie – Differential-, Differentialalgebra- und Differenzgleichungen – wird an dieser Stelle verzichtet. Bei den Modellierungsmethoden der ereignisdiskreten Systemtheorie bietet sich ein sehr heterogenes Bild: Da sich diese Disziplin aus verschiedenen Fachgebieten heraus entwickelt hat (der Informatik, dem Operations Research, der Steuer- und Regelungstechnik), existiert hier eine Vielzahl verschiedener Modellansätze; Automatentheorie, Formale Sprachen, Petri-

Netze, Markov-Prozesse, Minimax-Algebra, Temporale Logik werden eingesetzt, um ereignisdiskrete Modelle aufzustellen. Für weiterführende Übersichten über ereignisdiskrete Modellierungsmethoden und ihre Anwendung sei z. B. auf [Cas91, Cas93, CLO95, CL99] verwiesen.

Oft werden ereignisdiskrete Aufgabenstellungen Systemen auferlegt, für die ursprünglich nur kontinuierliche Modelle vorliegen. Ein in vielen Fällen sinnvoller Weg, die daraus resultierenden hybriden Aufgaben zu lösen, besteht darin, zunächst eine diskrete Approximation des vorliegenden kontinuierlichen Modells durchzuführen. Das ursprünglich hybride Problem wird dadurch in ein rein ereignisdiskretes Problem umgewandelt, das mit Standardmethoden der ereignisdiskreten Systemtheorie gelöst werden kann. Für die Aufstellung diskreter Approximationen kontinuierlicher Systeme findet man in der einschlägigen Literatur viele verschiedene Ansätze. Für den Entwurf ereignisdiskreter Regelung besitzen Automatenapproximationen größte Bedeutung. Erstmals wurden die Ansätze zur Approximation kontinuierlicher dynamischer Abtastsysteme durch nichtdeterministische endliche Automaten von ANTSAKLIS, STIVER und LEMMON, [ASL, SA92], sowie von LUNZE, [Lun92b, Lun93, Lun94, Lun95], vorgeschlagen. In den genannten Arbeiten wird der kontinuierliche Zustandsraum des zu approximierenden Systems in Zellen (“Äquivalenzklassen”) unterteilt, von denen jede als Zustand eines approximierenden Automaten aufgefasst wird. Darüberhinaus werden in [Lun94] den Zustandsübergängen Wahrscheinlichkeiten zugeordnet. Obwohl dadurch im Allgemeinen eine Verbesserung der Approximationsgenauigkeit erreicht werden kann, kann dies in Hinblick auf einen ereignisdiskreten Reglerentwurf nur dann nützlich sein, wenn Spezifikationen ebenfalls stochastisch formuliert werden können.

Andere Möglichkeiten, diskrete Modelle aus kontinuierlichen Systemen abzuleiten, werden in [NKC95, NKC] und [SKE97, SKE00] diskutiert. Das Überschreiten von Partitions Grenzen im kontinuierlichen Zustandsraum löst Ereignisse aus, die zu einem “Schalten” der diskreten Approximation führen. Während [NKC95, NKC] sich auf eine rein logische Approximation beschränkt (es interessiert nur die Reihenfolge, in der die diskreten Zustände durchlaufen werden, nicht aber die zugehörige Zeitinformation), wird in [SKE97, SKE00] die Ableitung zeitbehafteter diskreter Modelle behandelt.

CAINES und WEI schlagen eine weitere interessante Alternative vor: In [CW, CW98] werden Stelleingriffe der unterlagerten (kontinuierlichen) Ebene

eingesetzt, um nichtdeterministische Phänomene auf der Ebene der diskreten Approximation zu eliminieren.

In der vorliegenden Arbeit soll die Aufstellung ereignisdiskreter approximierender Modelle mit einem auf MOOR, RAISCH und O'YOUNG zurückgehenden Ansatz vorgenommen werden. Erste Versionen dieses Ansatzes finden sich in [RO94, RO95, ROa]. In [RO98, MRO98, MR99] wird formal gezeigt, dass der auf der Grundlage solcher Approximationen vorgenommene Entwurf ereignisdiskreter Regler die Einhaltung ereignisdiskreter Spezifikationen auch für das approximierte kontinuierliche Streckenmodell garantiert. Die aus diesem Ansatz resultierenden diskreten Modelle haben sich in einer Reihe von konkreten Anwendungstudien, [RKO⁺, RI00, KR98, KKR98, KKRW99, KIRK00, IRMK03], als gut geeignet für einen approximationsbasierten Entwurf ereignisdiskreter Regler erwiesen.

Der Ansatz von RAISCH, MOOR und O'YOUNG wird in der nachstehenden Arbeit ausführlich beschrieben, deshalb sei an dieser Stelle nur anzumerken, dass dieser Ansatz sich als eine konsequente Weiterentwicklung des Ansatzes von LUNZE interpretiert werden kann: Durch den Zustand des approximierenden Automaten werden neben dem Wert des symbolischen Messsignals (jeder Wert des symbolischen Messsignals entspricht einer Zelle im kontinuierlichen Messraum) zum aktuellen Zeitpunkt noch die Werte des symbolischen Mess- und Eingangssignals über einen in die Vergangenheit reichenden endlichen Horizont memorisiert. Durch das Miteinbeziehen der Vergangenheitswerte wird in Zuständen des approximierenden ereignisdiskreten Modells mehr Prozessinformation gespeichert. Dies erlaubt, die Approximationsgenauigkeit entscheidend zu verbessern. Der Kreis der Regelungsprobleme, für die auf der Basis der approximierenden Modelle eine Lösung gefunden werden kann, wird dadurch bedeutend erweitert.

Einzelne Teilaufgaben aus der Teilaufgabenhierarchie werden mit "unstrukturierten" Standardmethoden der Regelungstechnik gelöst. Für die kontinuierlichen Aufgaben haben sich schon vor geraumer Zeit eine ganze Reihe von robusten (d. h. Modellfehler tolerierenden) Methoden herausgebildet. Auf eine detaillierte Auflistung dieser Methoden wird an dieser Stelle verzichtet. Einen Überblick erhält man durch Konsultation einiger aktueller Lehrbücher der Regelungstechnik, z. B. [Lun97, ZDG96, FK96, Rai94].

Für die ereignisdiskreten Teilaufgaben bietet sich eine breite Palette der Reglerentwurfsmethoden an, was der großen Vielfalt der Modellierungsansätze

für ereignisdiskrete Systeme entspricht. Wie oben bereits angedeutet, sollen zur ereignisdiskreten Modellierung der zu regelnden Prozesse endliche Automaten eingesetzt werden. Für den Entwurf ereignisdiskreter Regler auf der Basis solcher Modelle erweist sich die auf Formalen Sprachen und Automatentheorie, z. B. [HU00], basierende “*supervisory control theory*” von RAMADGE und WONHAM, [RW87, RW89], als besonders geeignete Entwurfsmethode. In mehreren Arbeiten von MOOR, RAISCH, O’YOUNG und Mitarbeitern wurde mit Hilfe der Methode von RAMADGE und WONHAM schlüssige ereignisdiskrete Reglerstrategien für verschiedene, unter anderem auch recht komplexe, regelungstechnische Probleme aufgestellt, [RO98, RKO⁺, RI00, IR00, MRO02, MR99, KR98, KKR98, KKRW99, KIRK00, IRMK03].

In [RO94, RO95, ROa, MRO98, MR99, Rai99, MRO02] schlagen RAISCH, MOOR und O’YOUNG eine mächtige Methode zur Synthese hybrider Regelsysteme vor. Damit der Reglerentwurf mit Standardmethoden der ereignisdiskreten Regelungstheorie durchgeführt werden kann, wird dabei das ursprünglich hybride Problem durch geeignete Partitionierung des kontinuierlichen Zustandsraums in ein rein diskretes Problem umgewandelt. Durch die Eigenschaften der zum Reglerentwurf herangezogenen ereignisdiskreten Streckenmodelle wird gesichert, dass der resultierende ereignisdiskrete Regler die Einhaltung der Spezifikation der Regelungsaufgabe nicht nur für die diskretisierte Strecke, sondern auch für das ursprüngliche kontinuierliche oder hybride Streckenmodell garantiert.

Als Standard-Referenz zum Thema “Hybride Regelsysteme” gelten die in der Springer-Reihe *Lecture Notes in Computer Science* erschienenen Aufsatzsammlungen “Hybrid Systems I-V”, [GNRR93, AKNS95, AHS96, ALNS97, ALNS99]. Sie enthalten eine Anzahl repräsentativer Beiträge aus der Informatik und der Regelungstechnik. Eine knappe Übersicht über viele der dort veröffentlichten Ansätze findet man in [LBR96]. Die aus der Informatik stammenden Arbeiten zu diesem Themenkreis beschäftigen sich fast ausschließlich mit der *Verifikation* einer einfachen Klasse hybrider Systeme. Beispiele sind in [ACHH, MP, NOSY, ACH⁺94]. Analyseansätze aus der Sicht der Regelungstechnik werden in [Del90, Ram90, CSR93] beschrieben. Eine Reihe weiterer interessanter Beiträge zum Thema “Hybride Regelsysteme” findet man in den Sonderheften der Zeitschriften *IEEE Transactions on Automatic Control* [AN98], *International Journal of Robust and Nonlinear Control* [Ben01] und *Automatica* [MPSSS99] sowie in den Veröffentlichungen der jährlich stattfindenden Konferenz *Hybrid Systems: Computation and Control*

[VvS99, LK00, BSV01, TG02].

1.3 Zielsetzung

Das Ziel der vorliegenden Arbeit besteht in der Entwicklung von effizienten hierarchischen Ansätzen zur Lösung komplexer hybrider Regelungsprobleme. Es soll dabei untersucht werden, wie regelungstechnische Aufgabenstellungen sinnvoll in hierarchisch angeordnete Strukturen von Teilaufgaben aufgeteilt werden können. Dabei wird eine Vorgehensweise angestrebt, die es erlaubt, kontinuierliche und ereignisdiskrete Teilaufgaben im Rahmen hybrider Teilaufgabenhierarchien zu kombinieren. Die Lösung einzelner Teilaufgaben soll mit den “unstrukturierten” Standardmethoden der kontinuierlichen und ereignisdiskreten Regelungstheorie erfolgen. Eine Übersicht der Methoden, die dabei zum Einsatz kommen sollen, wurde in Abschnitt 1.1 gegeben. Der Entwurf ereignisdiskreter Regler soll dabei auf der Grundlage von Prozessmodellen unterschiedlicher Genauigkeit und/oder Struktur erfolgen, je nach Anforderungen und Struktur der jeweiligen Teilaufgabe. Es ist dabei beabsichtigt, zur Approximation kontinuierlicher Prozessmodelle durch ereignisdiskrete Systeme auf einen von MOOR, RAISCH und O’YOUNG entwickelten Ansatz zurückzugreifen. In zahlreichen früheren Arbeiten (s. Abschnitt 1.1) hat sich dieser Ansatz als gut für den ereignisdiskreten Reglerentwurf geeignet erwiesen. Darüber hinaus passen diese Modelle mit ihrer anpassbaren Approximationsgenauigkeit besonders gut in das zu erarbeitende hierarchische Konzept.

Neben der Teilaufgabenhierarchie bilden Regler, die die einzelnen Teilaufgaben lösen, sowie die zum Entwurf dieser Regler verwendeten Prozessmodelle ebenfalls Hierarchien, vgl. Abb. 1.1. Ein wichtiges Ziel dieser Arbeit ist zu überprüfen, welchen Bedingungen die Hierarchie der Teilaufgaben sowie die Modellhierarchie genügen müssen, damit garantiert werden kann, dass durch die resultierende hierarchische Regelstruktur die ursprüngliche Gesamtaufgabe gelöst wird. Für eine systematische Vorgehensweise ist die Untersuchung dieser Fragestellung unabdingbar: Durch ihre Beantwortung wird ein folgerichtiger Aufbau hierarchischer Regelsysteme erst möglich gemacht.

Alle theoretischen Überlegungen sollen durch praktische Untersuchungen anhand eines einfachen Beispielsystems – eines aus zwei miteinander verbundenen Flüssigkeitsbehältern bestehenden Praktikumsversuchs – begleitet wer-

den. Als echter Prüfstein für die zu erarbeitende Methode kann ein solch einfaches System natürlich nicht dienen. Diese Rolle sollen zwei komplexe verfahrenstechnische Beispielprozesse – eine Zweistoff- bzw. eine Dreistofftrennung in einer bzw. in zwei dynamisch verkoppelten Destillationskolonnen – übernehmen.

Den mathematischen Rahmen für alle in dieser Arbeit durchzuführenden Untersuchungen soll die WILLEMSSche “behavioural systems theory” stellen. Durch seinen einheitlichen Beschreibungsformalismus für Systeme oder Systemkomponente unterschiedlicher Natur (kontinuierlich, ereignisdiskret, hybrid) ist dieses systemtheoretische “Werkzeug” für die Darstellung der in dieser Arbeit durchzuführenden Untersuchungen besonders gut geeignet.

1.4 Gliederung der Arbeit

Am Anfang eines jeden Kapitels findet sich eine ausführliche Beschreibung des Kapitelinhalts; Deshalb wird an dieser Stelle nur ein kurzer Überblick über die Gliederung der Arbeit gegeben. In Kapitel 2 werden die Grundlagen erläutert, auf die in dieser Arbeit unmittelbar zurückgegriffen wird. Um eine bessere Verständlichkeit des darzulegenden Materials zu erzielen, wird dabei auf Ausführlichkeit der Darstellung Wert gelegt. Dann werden in Kapitel 3 die erarbeiteten hybriden hierarchischen Ansätze zur Lösung komplexer Regelungsprobleme ausführlich dargestellt. Anschließend wird in Kapitel 4 die Anwendung der erarbeiteten Methoden zum Entwurf hierarchischer Regelungsstrategien für die Zweistoff- bzw. Dreistofftrennprozesse von Methanol, Ethanol und Propanol in einer bzw. zwei gekoppelten Destillationskolonnen beschrieben. Wesentliche Ergebnisse der Arbeit werden in Kapitel 5 zusammengefasst.

Kapitel 2

Grundlagen

In diesem Kapitel wird das Grundlagenwissen vermittelt, welches für das Verständnis der Darstellung hierarchischer Ansätze zur Lösung komplexer Regelungsaufgaben in Kapitel 3 und Kapitel 4 erforderlich ist. Zunächst werden in Abschnitt 2.1 die für die vorliegende Arbeit relevanten Grundbegriffe der auf J. C. WILLEMS zurückgehenden “behavioural systems theory” zusammengestellt. Der aus dieser Theorie hervorgehende Beschreibungsformalismus für dynamische Systeme stellt den mathematischen Rahmen für sämtliche in der vorliegenden Arbeit durchgeführte Untersuchungen dar. Dann wird in Abschnitt 2.2 die approximationsbasierte Regelung ausführlich behandelt. In Abschnitt 2.3 wird erläutert, wie eine bestimmte Art von ereignisdiskreten approximierenden Modellen aufgestellt werden kann. Schließlich wird in Abschnitt 2.4 erläutert, wie auf der Basis dieser approximierenden Modelle diskrete Regler entworfen werden können, die typischerweise auf den höheren Hierarchieebenen komplexer mehrschichtiger Regelsysteme ihren Einsatz finden. Auf die Darstellung der Entwurfsmethoden für die herkömmlichen kontinuierlichen Regler, die typischerweise auf den unteren Hierarchieebenen eingesetzt werden, wurde an dieser Stelle aus Gründen der Allgemein zugänglichkeit dieser Informationen verzichtet. Abgeschlossen wird das Kapitel mit Abschnitt 2.5, in dem die Anwendung der in Kapitel 2 vorgestellten Methoden anhand eines einfachen aber gleichzeitig praxisrelevanten Beispiels – eines aus zwei gekoppelten Flüssigkeitsbehältern bestehenden Praktikumsversuchs – illustriert wird. In Abschnitt 2.6 werden die wichtigsten Ergebnisse des Kapitels 2 zusammengefasst.

2.1 Verhaltensorientierte Darstellung dynamischer Systeme

In der WILLEMSSchen “behavioural systems theory”, [Wil89, Wil91], wird ein dynamisches System als ein Objekt betrachtet, welches von seiner Umgebung unterscheidbar ist und mit ihr mittels *externer Signale* interagiert. Unter externen Signalen werden dabei die Zeitreihen der Systemkenngrößen verstanden, welche die Schnittstelle zwischen dem System und der Umgebung beschreiben. Der dabei verwendete Zeitbegriff kann kontinuierlich oder diskret sein (siehe unten).

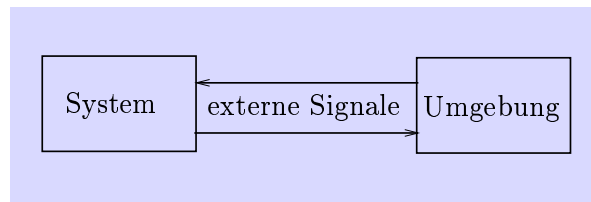


Abbildung 2.1: System und Umgebung.

Offensichtlich können nicht alle denkbaren Signale tatsächlich auftreten, sondern nur solche, die mit der Dynamik des Systems vereinbar sind. Die Menge aller solcher Signale wird in der “behavioural systems theory” als *Verhalten* des dynamischen Systems bezeichnet.

Um eine solche Sichtweise auf dynamische Systeme zu formalisieren, repräsentiert man ein dynamisches System als Tripel

$$\Sigma = (T, W, \mathcal{B}), \quad (2.1)$$

wobei T eine mit einer vollständigen Ordnung versehene, als abstrakter Zeitbegriff zu interpretierende Menge, W den Wertebereich aller zu erklärenden externen Systemsignale und \mathcal{B} das Verhalten des dynamischen Systems bezeichnen. Wie oben erklärt, ist das Verhalten eine Teilmenge der Menge aller Signale, i.e. eine Teilmenge der Menge aller Funktionen von T in W ,

$$W^T := \{w | w : T \rightarrow W\}. \quad (2.2)$$

Das Verhalten $\mathcal{B} \subseteq W^T$ umfasst alle im System möglichen Signale. Durch geeignete Wahl von T kann man Signale sowohl in kontinuierlicher als auch

in diskreter Zeit fassen. Durch geeignetes Festsetzen von W gelingt es, beliebige Kombinationen von kontinuierlichwertigen und diskretwertigen Signalen darzustellen und so ereignisdiskrete, wertekontinuierliche und hybride Systeme mit einem einheitlichen Formalismus zu behandeln. T und W definieren so den mathematischen Rahmen, \mathcal{B} die dynamischen Gesetzmäßigkeiten des untersuchten Systems. Ist – wie bei technischen Systemen meist der Fall – der Kausalzusammenhang zwischen einzelnen Systemgrößen a-priori bekannt, so wird W sinnvollerweise „zweigeteilt“; man schreibt $W = U \times Y$ und fasst U und Y als Wertebereiche von (vektoriellem) Ein- und Ausgangssignal auf. Das Verhalten $\mathcal{B} \subseteq W^T = (U \times Y)^T$ enthält dann die Menge aller durch das betrachtete System zugelassenen Paare von Ein- und Ausgangssignalen.

2.2 Approximation und Regelung

Im Formalismus der “behavioural systems theory” lassen sich das Verschalten dynamischer Systeme und somit auch beliebige Regelkreisfigurationen sehr anschaulich und auf die vertraute Art und Weise der Mengenalgebra darstellen. Der zu regelnde Prozess werde durch $P = (T, U \times Y, \mathcal{B}_p)$ bezeichnet und $u \in U^T$ und $y \in Y^T$ seien Eingangs- (Stell-)signal und der (messbare) Ausgangs- (Mess-)signal. Die Aufgabe des zu entwerfenden Reglers bestehe darin, dieses System nur „erlaubte“ Signale ausführen zu lassen. Die Menge aller solchen Signale fasst man als Spezifikationsverhalten \mathcal{B}_s auf. Im einfachsten Fall ist der Regler ein weiteres dynamisches System $C = (T, U \times Y, \mathcal{B}_c)$, bei dem die Rollen von Ein- und Ausgangssignal vertauscht sind, vgl. Abb. 2.2. Als Verhalten des sich ergebenden geschlossenen Kreises erhält man

$$\mathcal{B}_{cl} = \mathcal{B}_p \cap \mathcal{B}_c, \quad (2.3)$$

d. h. beim Verschalten zweier Systeme bleiben nur solche Signalpaare erhalten, die mit der Dynamik *beider* Systeme kompatibel sind. Um das Auftreten unerlaubter Signale zu unterbinden, muss für das durch die Aktion des Reglers resultierende Verhalten des geschlossenen Regelkreises dann offensichtlich die Bedingung

$$\mathcal{B}_{cl} \subseteq \mathcal{B}_s \quad (2.4)$$

erfüllt werden, vgl. Abb. 2.3. Da der Regler den Regelkreis auch nicht einfach “lahmlegen” oder “blockieren” darf, muss man außerdem $\mathcal{B}_{cl} \neq \emptyset$ fordern.

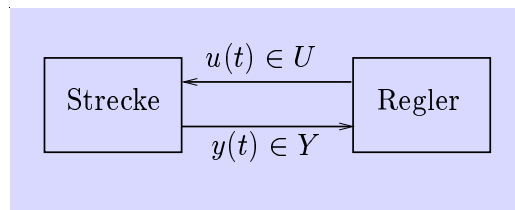


Abbildung 2.2: Geschlossener Regelkreis.

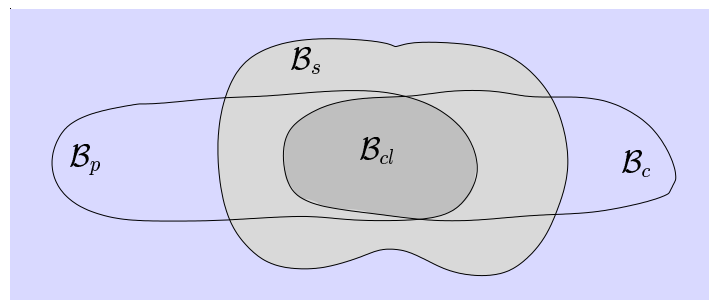


Abbildung 2.3: Verhalten des geschlossenen Regelkreises und der Spezifikation.

Häufig erweist sich der Entwurf eines geeigneten Reglers auf der Grundlage eines gegebenen Prozessmodells P als schwierig. Der Grund dafür ist oft, dass das gegebene Prozessmodell das Prozessgeschehen zu detailliert beschreibt und demzufolge zu komplex ist, um die Durchführung einer Reglerentwurfsprozedur zu ermöglichen. In einem solchen Fall liegt es nahe, den Entwurfsvorgang auf der Grundlage eines approximierenden bzw. abstrahierten Modells $PA = (T, U \times Y, \mathcal{B}_{pa})$ zu versuchen. Im einfachsten Fall “leben” P und PA im selben Signalraum $U \times Y$ und auf derselben Zeitachse T . Sie unterscheiden sich dann lediglich in ihren Verhalten. Aus der Abb. 2.4 ist unmittelbar ersichtlich, dass das Verhalten \mathcal{B}_{pa} des approximierenden Modells der Reduktionsbedingung

$$\mathcal{B}_{pa} \supseteq \mathcal{B}_p \quad (2.5)$$

genügen muss. Das bedeutet, dass jedes Signal (u, y) , das bei dem ursprünglichen Prozessmodell auftreten kann, auch mit dem approximierenden Modell PA kompatibel sein muss. Wäre die Bedingung (2.5) verletzt, so könnte das ursprüngliche Modell P auf ein Stellsignal mit einer unerwünschten Sy-

stemantwort reagieren, welche von der Approximation PA nicht vorhersehbar wäre. Diese Antwort könnte dann natürlich nicht durch einen auf der Grundlage von PA entworfenen Regler verhindert werden – PA wäre also ein im Hinblick auf den Reglerentwurf ungeeignetes vereinfachtes Modell.

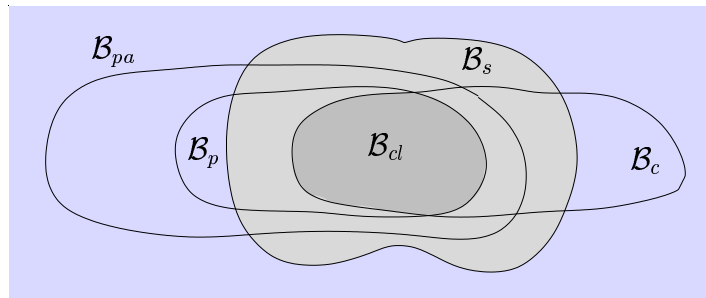


Abbildung 2.4: Abstraktionsbasierte Regelung.

Ist die Reduktionsbedingung erfüllt, gilt

$$\mathcal{B}_{pa} \cap \mathcal{B}_c \subseteq \mathcal{B}_s \Rightarrow \mathcal{B}_p \cap \mathcal{B}_c \subseteq \mathcal{B}_s. \quad (2.6)$$

Die Gültigkeit dieser Relation ist aus Abb. 2.4 direkt ersichtlich. Findet man also einen Regler, der die Einhaltung der vorgegebenen Spezifikation für die Approximation PA garantiert, so garantiert er dies auch für das ursprüngliche Modell P . Kann man außerdem sicherstellen, dass $\mathcal{B}_{pa} \cap \mathcal{B}_c \neq \emptyset$ und dass dies auch $\mathcal{B}_p \cap \mathcal{B}_c \neq \emptyset$ impliziert, hat man das Reglerentwurfproblem für P vollständig auf der Grundlage des vereinfachten Modells PA gelöst. Die Reduktionsbedingung bewirkt allerdings für jede Vereinfachung einen Verlust an ‘‘Aussagekraft’’. Anders ausgedrückt: je einfacher ein Modell, desto ‘‘ungenauer’’ wird es im Allgemeinen sein. Treibt man also die Vereinfachung ‘‘zu weit’’, findet man unter Umständen keinen Regler, der die gestellte Aufgabe auf der Approximationsebene löst.

2.3 Diskrete Abstraktionen

Wird einem zu regenden Prozess P , der von einem kontinuierlichen System generiert wird, eine ereignisdiskrete Regelungsaufgabe auferlegt, geht ein hybrides Regelungsproblem hervor. Um ein solches hybrides Regelungsproblem

zu lösen, ist es in vielen Fällen sinnvoll, zunächst eine diskrete Approximation des vorliegenden kontinuierlichen Systems durchzuführen. Das resultierende rein ereignisdiskrete Regelungsproblem kann dann mit Standardmethoden der ereignisdiskreten Systemtheorie gelöst werden. In den 90er Jahren wurden von ANTSAKLIS *et al.*, [ASL, SAL], LUNZE, [Lun92b, Lun95], und RAISCH *et al.*, [ROa, RO96, ROb], verschiedene Ansätze zur Aufstellung diskreter approximierender Modelle für kontinuierliche Systeme vorgeschlagen. Eine charakteristische Eigenschaft dieser diskreten approximierenden Modelle ist die Endlichkeit ihrer Zustandsmengen. Diese Eigenschaft erlaubt es, für solche Modelle, einen Reglerentwurf in geschlossener Form durchzuführen. Wird ein passender Regler für ein approximierendes diskretes Modell gefunden und erfüllt dieses Modell darüberhinaus die Reduktionsbedingung (2.5), löst dieser Regler auch für das kontinuierliche “Basis”-Modell die gestellte Regelungsaufgabe, wie dies aus (2.6) hervorgeht. Auf diese Weise können oft Regelungsstrategien für kontinuierliche Systeme gefunden werden, für welche herkömmliche Regelungsverfahren versagen oder nicht anwendbar sind.

Für den approximationsbasierten Entwurf diskreter Regler, die typischerweise auf den höheren Ebenen komplexer hierarchischer Reglereinheiten angesiedelt sind, wird in der vorliegenden Arbeit der auf MOOR, RAISCH und O’YOUNG zurückgehende Ansatz verfolgt. Die aus diesem Ansatz resultierenden diskreten approximierenden Modelle, sie werden von nun an *diskrete Abstraktionen* genannt, erfüllen die Reduktionsbedingung (2.5) und sind daher für einen approximationsbasierten Reglerentwurf geeignet. Darüberhinaus besitzen diese approximierenden Modelle die Eigenschaft der Minimalität, siehe [Rai00], sowie die Eigenschaft, *stärkste l-vollständige Approximation* für das zu approximierende “Basismodell” zu sein. Eine ausführliche Diskussion dieser Eigenschaft findet man in [MRO98, MRO02].

Abschnitt 2.3 ist wie folgt aufgebaut. Als eine vorbereitende Maßnahme für die Aufstellung diskreter Abstraktionen wird in Abschnitt 2.3.1 die Diskretisierung externer Signale betrachtet. Dann wird in Abschnitt 2.3.2 gezeigt, wie eine geeignete diskrete Abstraktion aufzustellen ist. In Abschnitt 2.3.3 wird erklärt, dass die Familie solcher diskreten Abstraktionen eines kontinuierlichen Systems eine bezüglich der Eigenschaft “Genauigkeit” vollständig geordnete Menge bildet. Schließlich wird in Abschnitt 2.3.4 erläutert, dass die eingesetzten diskreten Abstraktionen durch endliche Automaten realisiert werden können und die damit verbundene Problematik behandelt.

2.3.1 Diskretisierung externer Signale

Der Ausgangspunkt der Betrachtung ist ein kontinuierliches dynamisches System, gegeben durch

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), \quad (2.7)$$

$$y(t) = g(x(t)), \quad (2.8)$$

wobei $x(t) \in X \subset \mathbb{R}^n$ den Zustand, $u(t) \in U \subset \mathbb{R}^p$ die Stellgröße (Systemeingang) und $y(t) \in Y \subset \mathbb{R}^q$ die Messgröße (Systemausgang) bezeichnen. Die Mengen X , U und Y stellen jeweils die Wertebereiche der Zustands-, Stell- und der Messgröße dar. Die Zeit ist kontinuierlich, $t \in \mathbb{R}^+$. Im weiteren wird für das System (2.7)–(2.8) die Bezeichnung P verwendet, $P = (\mathbb{R}^+, U \times Y, \mathcal{B}_p)$, wobei mit \mathcal{B}_p das Verhalten von P bezeichnet wird.

Der erste Schritt hin zu einer diskreten Abstraktion für das System P ist eine Diskretisierung von Stell- und Messgröße. Um zu einer diskreten Stellgröße überzugehen, wählt man zunächst eine Reihe von diskreten Werten innerhalb des Wertebereichs der kontinuierlichen Stellgröße $u_1, \dots, u_\alpha \in U$. Mit jedem dieser Werte der kontinuierlichen Stellgröße wird dann ein Wert der *diskreten symbolischen Stellgröße* u_d assoziiert, so dass man insgesamt α Werte der diskreten Stellgröße erhält. Diese Werte werden dann zu der Menge U_d – Wertemenge der diskreten Stellgröße – zusammengefasst, $U_d = \{u_d^{(1)}, \dots, u_d^{(\alpha)}\}$. Die Werte der diskreten Stellgröße nennt man auch *Stellsymbole*. Die Übersetzung symbolischer Stellgrößen in physikalische Größen stellt eine *Injektion* dar:

$$Inj : U_d \rightarrow U, \quad (2.9)$$

$$u_i = Inj(u_d^{(i)}). \quad (2.10)$$

Für die Diskretisierung der kontinuierlichen Messgröße wird wie auch in den meisten in der Literatur anzutreffenden Fällen eine *Quantisierung* des Wertebereiches der kontinuierlichen Messgröße Y durchgeführt. Hierbei wird die Menge Y durch Mengen Y_i , $i = 1, \dots, \beta$ partitioniert:

$$Y = \bigcup_{i=1}^{\beta} Y_i, \quad Y_i \cap Y_k = \emptyset, \quad i \neq k. \quad (2.11)$$

Jeder Partitionszelle Y_i kann dann eindeutig ein Messsymbol $y_d^{(i)}$ zugeordnet werden. Die Menge $Y_d = \{y_d^{(1)} \dots y_d^{(\beta)}\}$ lässt sich dann als Wertemenge eines diskretisierten Messsignals y_d interpretieren.

Die Aufnahme der diskreten Messgröße y_d soll nur zu diskreten äquidistanten Zeitpunkten t_0, t_1, t_2, \dots erfolgen. Die Zeitspanne zwischen zwei benachbarten Zeitpunkten wird *Abtastzeit* genannt und mit t_a bezeichnet, $t_a := t_{i+1} - t_i, \forall i \geq 0$. Auf diese Weise wird die diskrete Messgröße y_d auf der diskreten "Zeitachse" $T := \{t_0, t_1, t_2, \dots\}$ definiert. Man erhält die Werte $y_d(t_k)$ aus den Werten $y(t_k)$ des kontinuierlichen Messsignals durch

$$y_d(t_k) = \text{Quant}(g(x(t_k))) = y_d^{(i)}, \text{ wenn } y(t_k) \in Y_i. \quad (2.12)$$

Die diskrete Stellgröße soll ebenfalls nur für diskrete Zeitpunkte t_0, t_1, t_2, \dots , d. h. auf T , definiert werden. Für die kontinuierliche Stellgröße resultiert dies darin, dass sie ihren Wert nur zu den Zeitpunkten t_0, t_1, t_2, \dots ändern kann, i.e.

$$u(t) = \text{Inj}(u_d(t_i)), t_i \leq t < t_{i+1}, i = 0, 1, 2, \dots \quad (2.13)$$

In Abb. 2.5 ist beispielhaft ein diskretes Stellsignal und das entsprechende kontinuierliche Stellsignal dargestellt. Das kontinuierliche dynamische Sy-

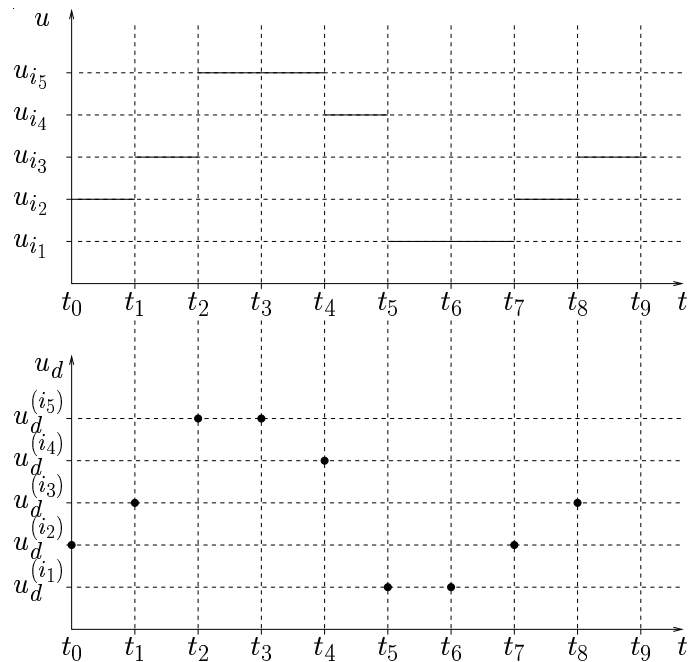


Abbildung 2.5: Die Stellgröße ändert ihren Wert nur zu diskreten Zeitpunkten.

stem P mit diskretisierten, auf einer diskreten Zeitachse definierten, Stell- und Messgrößen kann wie folgt angegeben werden

$$\dot{x}(t) = f(x(t), \text{Inj}(u_d(t_k))), t_k \leq t < t_{k+1}, k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.14)$$

$$y_d(t_k) = \text{Quant}(g(x(t_k))). \quad (2.15)$$

In Abb. 2.6 wird diese Systemdarstellung graphisch illustriert. Man beachte, dass bei dieser Systemdarstellung lediglich externe Signale sowie der Zeitbegriff diskretisiert wurden. Sie weist nach wie vor einen kontinuierlichen Zustand und eine Zustandsmenge, die eine unendlich große Anzahl von Werten umfasst, auf. Diese "Version" von P wird mit $PD = (T, U_d \times Y_d, \mathcal{B}_{pd})$ bezeichnet.

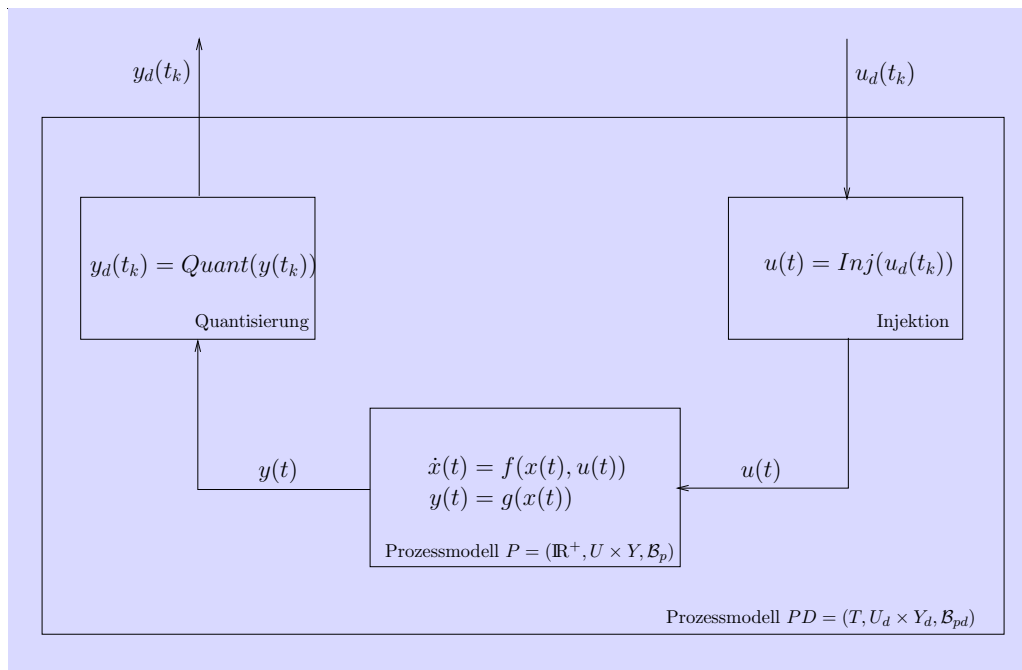


Abbildung 2.6: Kontinuierliches System in diskreter Zeit, mit diskreten externen Signalen.

2.3.2 Aufstellung diskreter Abstraktionen

Nachdem eine Diskretisierung der externen Signale durchgeführt wurde, kann mit dem Übergang zu einem diskreten Zustand die Aufstellung einer diskreten Abstraktion vollbracht werden. Wie bereits angedeutet wird hierfür auf die von MOOR, RAISCH und O'YOUNG vorgeschlagene Methode [ROa, MRO98, MR99, Rai99, MRO02] zurückgegriffen.

Der Zustand der diskreten Abstraktion, in dem diese sich zu einem Zeitpunkt t_k befindet, wird als

$$x_d(t_k) = ([y_d(t_k), \dots, y_d(t_{k-l})], [u_d(t_{k-1}), \dots, u_d(t_{k-l})]), \quad k \geq l, \quad (2.16)$$

$$x_d(t_k) = ([y_d(t_k), \dots, y_d(t_0)], [u_d(t_{k-1}), \dots, u_d(t_0)]), \quad 0 \leq k \leq l-1 \quad (2.17)$$

definiert, wobei l eine vorgegebene nichtnegative ganze Zahl ist. Wie aus (2.16), (2.17) ersichtlich ist, besteht der Zustand der diskreten Abstraktion $x_d(t_k)$ aus einer Kette von Werten der diskreten Stell- und Messgröße, die über ein Intervall von l Zeitpunkten t_i in die Vergangenheit zurückreichen, vgl. (2.16). Sind noch keine l Zeitpunkte vergangen, i.e. $k < l$ wird über k Zeitpunkte bis zum Zeitpunkt t_0 zurückgegangen, vgl. (2.17). Für $l = 0$ wird (2.17) nicht verwendet. Aus (2.16) resultiert in diesem Fall, dass Zustände der diskreten Abstraktion zu allen Zeitpunkten aus einem einzigen zum jeweiligen Zeitpunkt auftretenden Wert der diskreten Messgröße bestehen. Je größer der Approximationsparameter l ist, desto genauer approximiert die entsprechende diskrete Abstraktion das darunterliegende kontinuierliche Modell.

Die Werte der diskreten Stellgröße $u_d(t_{k-l}), \dots, u_d(t_{k-1})$ und Werte der diskreten Messgröße $y_d(t_{k-l}), \dots, y_d(t_k)$ können jeweils Werte aus den Mengen $U_d = \{u_d^{(1)}, \dots, u_d^{(\alpha)}\}$ und $Y_d = \{y_d^{(1)}, \dots, y_d^{(\beta)}\}$ annehmen. Somit kann eine obere Schranke für die Anzahl der Elemente in der Zustandsmenge der diskreten Abstraktion, (diese Menge wird mit X_d bezeichnet), wie folgt berechnet werden

$$\bar{N}_l = \sum_{i=0}^l \beta^{i+1} \alpha^i. \quad (2.18)$$

Dies ist die Anzahl verschiedener Symbolketten (2.16), (2.17), die durch vollständige Permutation der Stell- und Messsymbole über U_d und Y_d aufgestellt werden können.

Während für die diskrete Stellgröße im Regelfall tatsächlich alle denkbaren Ketten der Stellsymbole möglich sind, da die Stellgröße dem System von außen vorgegeben wird und im Rahmen der vorliegenden Arbeit üblicherweise Werte aus U_d in beliebiger Reihenfolge annehmen darf, können offensichtlich für eine jeweilige Kette der Stellsymbole nicht alle denkbaren Ketten der Messsymbole mit der Dynamik des kontinuierlichen “Basissystems” kompatibel sein. Da man in die Zustandsmenge der diskreten Abstraktion X_d nur kompatible Zeichenketten aufnehmen möchte, muss man nun feststellen, welche von allen denkbaren Zeichenketten diese Eigenschaft besitzen.

Folgendes Kriterium kann dafür formuliert werden: Die Zeichenkette $([y_d^{(j_\rho)}, \dots, y_d^{(j_0)}], [u_d^{(i_{\rho-1})}, \dots, u_d^{(i_0)}])$, $0 \leq \rho \leq l$ ist genau dann ein Element der Zustandsmenge der diskreten Abstraktion X_d , wenn für die Systemkonfiguration PD ((2.14), (2.15)) ein solcher Anfangswert des kontinuierlichen Zustandes $x(t_0) \in X$ existiert, dass für die Trajektorie, die sich mit diesem Anfangswert und mit dem Stellsignal $u_d : u_d(t_\mu) = u_d^{(i_\mu)}$, $\mu = 0, \dots, \rho - 1$ ergibt, folgende Aussage gilt

$$y_d(t_\nu) = y_d^{(j_\nu)}, \nu = 0, \dots, \rho. \quad (2.19)$$

Die Anzahl der Zeichenketten in Form (2.16), (2.17), die das oben formulierte Kriterium erfüllen und somit Elemente der Menge X_d sind, wird mit N_l bezeichnet,

$$X_d = \{x_d^{(1)}, \dots, x_d^{(N_l)}\}. \quad (2.20)$$

Offensichtlich ist die Zustandsmenge endlich. Weiterhin gilt $N_l \leq \bar{N}_l$.

Ist das kontinuierliche “Basissystem” P linear, lässt sich die Überprüfung des Kriteriums und somit die Aufstellung der Zustandsmenge der diskreten Abstraktion in geschlossener Form durchführen. Dabei wird die Überprüfung des Kriteriums auf die Frage der Existenz einer Lösung für ein System linearer Ungleichungen zurückgeführt, wie dies in [ROb, Rai99] recht ausführlich dargestellt ist. Dieses Problem kann dann mit Standardmethoden der LMI-Theorie (Linear Matrix Inequalities), [Zha02], exakt und mit einem vertretbaren Aufwand gelöst werden.

Für ein nichtlineares kontinuierliches System P ist die Überprüfung des Kriteriums und somit die Aufstellung der Zustandsmenge der diskreten Abstraktion im Allgemeinen viel komplexer als im linearen Fall und nur in Form einer Schätzung möglich. Erheblich vereinfacht wird die Aufstellung der schätzenden Menge, wenn das vorliegende kontinuierliche System monoton ist [Smi95].

Die Aufstellung der Zustandsmenge der diskreten Abstraktion für ein monotonen System wurde in [MR02] behandelt und wird an dieser Stelle nicht dargestellt.

Nun soll erläutert werden, wie im Falle eines allgemeinen nichtlinearen kontinuierlichen Systems P bei der Berechnung der Zustandsmenge der diskreten Abstraktion näherungsweise vorgegangen werden kann. Um die Frage des Kriteriums nach der Existenz einer Anfangsbedingung $x(t_0) \in X$ beantworten zu können, wird in die Zustandsmenge $X \subset \mathbb{R}^n$ des Systems PD ein Gitter gelegt. Bei technischen Anwendungsaufgaben wird oft angenommen, dass die Zustandsmenge X quaderförmig ist, i.e. $X = \{x | \underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i, i = 1, \dots, n\}$, wobei mit x_i die i -te Komponente von x und mit $\underline{x}_i, \bar{x}_i \in \mathbb{R}, \underline{x}_i \leq \bar{x}_i$ jeweils die untere und die obere Grenze für x_i bezeichnet werden. Dann kann ein rechteckiges Gitter durch Definition der Punkte $\xi_i^j, 1 \leq j \leq n_i$, wobei $\xi_i^1 = \underline{x}_i, \xi_i^{n_i} = \bar{x}_i, \xi_i^j < \xi_i^{j+1}$, definiert werden. Oft verwendet man äquidistante Teilungen, i.e. $\xi_i^{j+1} - \xi_i^j = \Delta_i, 1 \leq j \leq n_i - 1$. Durch Permutation der auf diese Weise definierten Punkte erhält man dann $N_g = \prod_{i=1}^n n_i$ Punkte $\hat{x}^k \in \mathbb{R}^n, k = 1, \dots, N_g$, die ein rechteckiges Gitter definieren,

$$\{\hat{x}^1, \dots, \hat{x}^{N_g}\} = \bigcup_{\substack{j_i, 1 \leq j_i \leq n_i, \\ i, 1 \leq i \leq n}} \begin{bmatrix} \xi_1^{j_1} \\ \vdots \\ \xi_n^{j_n} \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

Ist die Zustandsmenge X der Systemdarstellungen P und PD nicht quaderförmig, so kann z. B. zunächst eine umhüllende quaderförmige Menge $X_u, X_u \supset X$ definiert und dann für X_u mit (2.21) ein Gitter aufgestellt werden. Die Gitterpunkte, die in X liegen, bilden dann das gesuchte Gitter für X .

Man beachte, dass weder für die quaderförmige noch für die nicht quaderförmige Menge X die oben beschriebene Wahl eines Gitters zwingend ist. Bei einer festgelegten Anzahl der Gitterpunkte, müssen die Gitterpunkte möglichst gleichmäßig verteilt werden. Jedes Gitter, das diesem Aspekt Rechnung trägt, kann verwendet werden.

Nun wird das System PD für jeden der Gitterpunkte als Anfangsbedingung $x(t_0) = \hat{x}_i, 1 = 1, \dots, N_g$ mit jeder durch Permutation über U_d möglichen Kette der Stellsymbole $[u_d^{(i_{\rho-1})}, \dots, u_d^{(i_0)}], 0 \leq \rho \leq l$ als Stellsignal $u_d(t_\mu) = u_d^{(i_\mu)}, \mu = 0, \dots, \rho - 1$ über das Zeitintervall $[t_0, t_\rho]$ numerisch integriert. Für jede Kette der Stellsymbole $[u_d^{(i_{\rho-1})}, \dots, u_d^{(i_0)}], 0 \leq \rho \leq l$ liest

man dann für jede der insgesamt N_g Integrationen die Werte der diskreten Messgröße zu den Zeitpunkten t_0, \dots, t_ρ ab, vgl. Abb. 2.7, und bildet daraus die Zeichenketten $[y_d^{(j_\rho)}, \dots, y_d^{(j_0)}]$, wobei $y_d^{(j_0)} = y_d(t_0), \dots, y_d^{(j_\rho)} = y_d(t_\rho)$ gilt. Durch die Zusammenlegung der Stellsymbolkette $[u_d^{(i_{\rho-1})}, \dots, u_d^{(i_0)}]$ mit

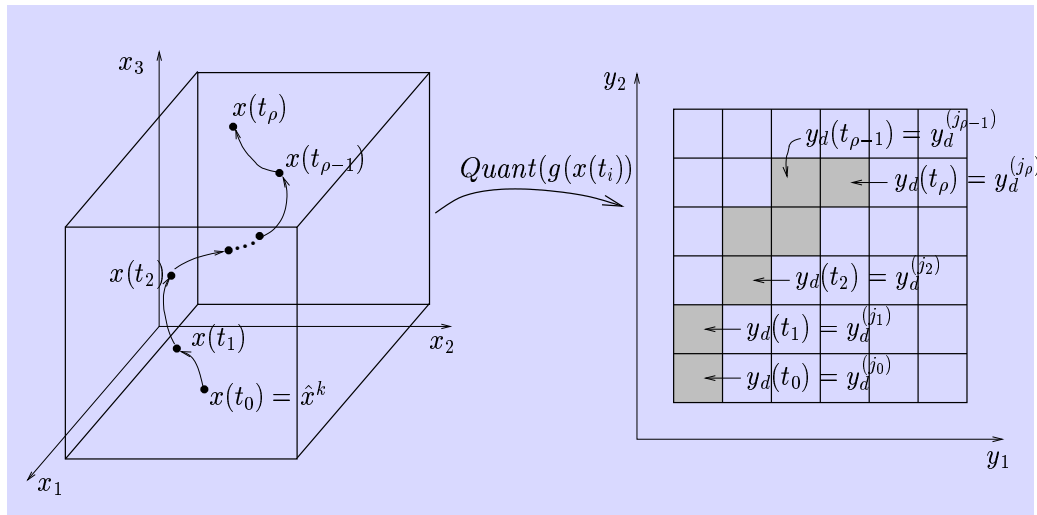


Abbildung 2.7: Prozedur zur Aufstellung der Zustandsmenge der diskreten Abstraktion.

allen Messsymbolketten $[y_d^{(j_\rho)}, \dots, y_d^{(j_0)}]$, die sich aus Integration mit dem dieser Stellsymbolkette entsprechenden Stellsignal für die durch alle Gitterpunkte gegebenen Anfangsbedingungen ergeben haben, erhält man dann die Zustände der diskreten Abstraktion, die mit der verwendeten Stellsymbolkette assoziiert sind. Wiederholt man nun die ganze Prozedur für alle durch Permutation über U_d möglichen Stellsymbolketten, erhält man eine Schätzung für die komplette Menge der Zeichenketten aus den Stell- und Messsymbolen, die mit der Dynamik des kontinuierlichen Systems P kompatibel sind, i.e. eine Schätzung für die Zustandsmenge der diskreten Abstraktion X_d . Man beachte, dass aus dem Verfahren eine Schätzung und nicht eine exakt berechnete Zustandsmenge resultiert. Der Grund dafür liegt offensichtlich darin, dass man nicht alle möglichen Anfangsbedingungen für den kontinuierlichen Zustand $x \in X$, sondern nur eine endliche Anzahl von Gitterpunkten untersucht hat. Wenn einerseits die Gitterpunkte gleichmäßig und ausreichend dicht über X verteilt sind und andererseits die Dynamik des vorliegenden konti-

nuierlichen Systems keine zu hohe “Unregelmäßigkeiten” aufweist, liefert das Verfahren aber in der Regel eine gute Schätzung für die Zustandsmenge. Um in der Praxis die Güte der Schätzung zu verifizieren, können einfache heuristische Strategien verwendet werden. Eine davon besteht darin, dass man zunächst die Anfangswerte $\Delta_i^{(0)}$ für die Teilungen Δ_i , $i = 1, \dots, n$ wählt und mit dem daraus resultierenden Gitter eine erste Schätzung für die Zustandsmenge der diskreten Abstraktion $X_d^{(0)}$ berechnet. Dann wird das Gitter durch Zweiteilung der Teilungen verfeinert, $\Delta_i^{(1)} = \Delta_i^{(0)}/2$, $i = 1, \dots, n$. Mit dem verfeinerten Gitter wird die nächste Schätzung für die Zustandsmenge der diskreten Abstraktion $X_d^{(1)}$ berechnet. Gilt $X_d^{(1)} = X_d^{(0)}$, wird der Vorgang abgebrochen und man nimmt an, eine ausreichend gute Schätzung der Zustandsmenge X_d berechnet zu haben, $X_d = X_d^{(1)} = X_d^{(0)}$. Gilt dagegen $X_d^{(1)} \supset X_d^{(0)}$, wird das Gitter konsequent weiter verfeinert, $\Delta_i^{(j+1)} = \Delta_i^{(j)}/2$, und entsprechende Schätzungen der Zustandsmenge $X_d^{(j)}$ berechnet bis für ein j^* $X_d^{(j^*)} = X_d^{(j^*-1)}$ gilt. Dann wird angenommen, dass die gesuchte ausreichend genaue Schätzung für die Zustandsmenge der diskreten Abstraktion durch $X_d = X_d^{(j^*)} = X_d^{(j^*-1)}$ gegeben ist. Eine Verbesserung dieser Strategie erhält man, wenn man das Abbruchkriterium zu $X_d^{(j^*)} = X_d^{(j^*-1)} = X_d^{(j^*-2)}$ modifiziert. Allerdings muss man hinsichtlich der gesamten Problematik der Berechnung von Schätzungen für Zustandsmengen der diskreten Abstraktionen allgemeiner nichtlinearer Systeme immer im Auge behalten, dass eine Vergrößerung der Anzahl der Gitterpunkte parallel zu einer Verbesserung der Schätzung leider auch eine Erhöhung des erforderlichen Rechenaufwands mit sich bringt.

Als nächstes möchte man die Übergangstruktur in der Zustandsmenge X_d untersuchen. Als *Ereignis*, das einen Zustandsübergang auslöst, wird das Auswählen eines Wertes der diskreten Stellgröße interpretiert. Somit ist die Menge der möglichen Ereignisse durch die Menge der Stellsymbole gegeben. Befindet sich die diskrete Abstraktion zu einem der Zeitpunkte t_m , $m = 0, 1, 2, \dots$ in einem Zustand $x_d(t_m) = x_d^{(i)} \in X_d$ und tritt zu diesem Zeitpunkt das einem Stellsymbol $u_d(t_m) = u_d^{(j)} \in U_d$ entsprechende Ereignis auf, geht die diskrete Abstraktion zu dem nächsten Zeitpunkt t_{m+1} in einen Zustand $x_d(t_{m+1}) = x_d^{(k)} \in X_d$ über. Das Tripel $(x_d^{(i)}, u_d^{(j)}, x_d^{(k)})$ wird dann als *Transition* bezeichnet. Den Zustand $x_d^{(i)}$ nennt man *Ausgangszustand* und den Zustand $x_d^{(k)}$ *Folgezustand* der Transition. Das dem eingetretenen Ereignis, das eine Transition auslöst, entsprechende Symbol nennt man

Transitionsmarke. Im vorliegenden Fall wird die Transitionsmarke durch das Stellsymbol $u_d^{(j)}$ gegeben. Offensichtlich definiert die Übergangsstruktur in X_d die Dynamik des Systems in der durch die diskrete Abstraktion gegebenen Darstellung. Möchte man die Dynamik kennen, muss man alle möglichen Transitionen bestimmen. Im folgenden wird gezeigt, wie dies erreicht werden kann. Für eine bessere Übersichtlichkeit und Kompaktheit der Notation werden zwei weitere Bezeichnungen eingeführt. Die zu einem Zustand der diskreten Abstraktion gehörenden Ketten der Stell- und Messsymbole werden mit $u_d^*(x_d^{(i)})$ und $y_d^*(x_d^{(i)})$ bezeichnet. Außerdem wird der “Vergessensoperator” Φ eingeführt, mit welchem das älteste Symbol aus den Ketten $u_d^*(x_d^{(i)})$ und $y_d^*(x_d^{(i)})$ entfernt wird falls $k \geq l$.

$$\Phi(u_d^*(x_d(t_k))) = \begin{cases} [u_d(t_{k-1}), \dots, u_d(t_{k-l+1})], & k \geq l, \\ [u_d(t_{k-1}), \dots, u_d(t_1), u_d(t_0)], & 0 \leq k \leq l-1, \end{cases} \quad (2.22)$$

$$\Phi(y_d^*(x_d(t_k))) = \begin{cases} [y_d(t_k), y_d(t_{k-1}), \dots, y_d(t_{k-\nu+1})], & k \geq l, \\ [y_d(t_k), y_d(t_{k-1}), \dots, y_d(t_1), y_d(t_0)], & 0 \leq k \leq l-1. \end{cases} \quad (2.23)$$

Nun kann die Übergangsstruktur in X_d wie folgt angegeben werden.

$(x_d^{(i)} \ u_d^{(j)} \ x_d^{(k)})$ ist eine Transition, wenn ein Messsymbol $y_d^{(m)}$ existiert, so dass

1)

$$u_d^*(x_d^{(k)}) = [u_d^{(j)}, \Phi(u_d^*(x_d^{(i)}))], \quad (2.24)$$

$$y_d^*(x_d^{(k)}) = [y_d^{(m)}, \Phi(y_d^*(x_d^{(i)}))], \quad (2.25)$$

2) die Symbolkette

$$\left([y_d^{(m)}, y_d^*(x_d^{(i)})], [u_d^{(j)}, u_d^*(x_d^{(i)})] \right) \quad (2.26)$$

mit dem zustandskontinuierlichen Systemmodell PD kompatibel ist.

Da die Zustände der diskreten Abstraktion aus den in die Vergangenheit zurückreichenden Ketten der Stell- und Messsymbolen bestehen, muss bei dem Ausgangszustand und dem Folgezustand einer Transition ein korrektes “Überlappen” gewährleistet werden. Damit beschäftigt sich die erste der beiden Bedingungen. Die zweite Bedingung garantiert, dass die untersuchte Transition mit der Dynamik des zustandskontinuierlichen Systems PD bzw. kontinuierlichen Systems P kompatibel ist. Offensichtlich kann für die Überprüfung der Kompatibilität einer Transition dasselbe Kriterium wie für die

Überprüfung der Kompatibilität der Zustände verwendet werden. Die rechnerische Aufstellung der Transitionsmenge erfolgt ebenfalls analog. Somit ist die Aufstellung der diskreten Abstraktion abgeschlossen.

2.3.3 Vollständig geordnete Menge diskreter Abstraktionen

Man bezeichne die aufgestellte diskrete Abstraktion mit $DA_l = (T, U_d \times Y_d, \mathcal{B}_{dal})$. Die l -Indizierung referenziert die Abhängigkeit der konstruierten diskreten Abstraktion von der Wahl des Approximationsparameters l . Aufgrund des Formalismus, mit dem DA_l konstruiert wurde, ist leicht ersichtlich, dass das Verhalten von DA_l die Reduktionsbedingung

$$\mathcal{B}_{dal} \supseteq \mathcal{B}_{pd}. \quad (2.27)$$

bezüglich des Verhaltens des Systems PD erfüllt, wenn die Bedingung des Kriteriums aus dem Abschnitt 2.3.2 exakt oder zumindest sicher ausgewertet werden kann. Handelt es sich beim System P bzw. PD um ein kontinuierliches nichtlineares nicht monotones System, so kann die Zustandsmenge von DA_l nicht exakt berechnet und sicher abgeschätzt werden. Erfolgt eine näherungsweise numerische Auswertung wie in Abschnitt 2.3.2 dargestellt, kann die Gültigkeit von (2.27) natürlich nicht als sicher vorausgesetzt werden. Erfolgt die numerische Auswertung aber "genügend fein", kann man in der Regel davon ausgehen, dass (2.27) gilt.

Die Beziehung (2.27) besagt, dass jede Sequenz von Stell- und Messsymbolen, die vom System PD generiert werden kann, wobei zu jedem Zeitpunkt $t_m \in T, m = 0, 1, 2, \dots$ ein Wert der diskreten Stellgröße $u_d^{(i)} \in U_d$ gewählt wird und ein Wert der diskreten Messgröße $y_d^{(j)}$ abgelesen wird, auch von der diskreten Abstraktion DA_l produziert werden kann. Die Umkehrung dieser Aussage gilt dagegen im Allgemeinen nicht. Eine diskrete Abstraktion kann durchaus Sequenzen von Stell- und Messsymbolen produzieren, die mit der Dynamik des kontinuierlichen Systems nicht kompatibel sind. Allerdings kann aufgrund der Kompatibilität der Transitionen der diskreten Abstraktion die Kompatibilität der Zeichenketten aus $l + 1$ Stellsymbolen und $l + 2$ Messsymbolen garantiert werden. Lediglich längere Sequenzen, die aus mehr als $l + 1$ Stellsymbolen und $l + 2$ Messsymbolen bestehen, können inkompatibel mit der Dynamik des kontinuierlichen Systems sein. Aus dieser Betrachtung

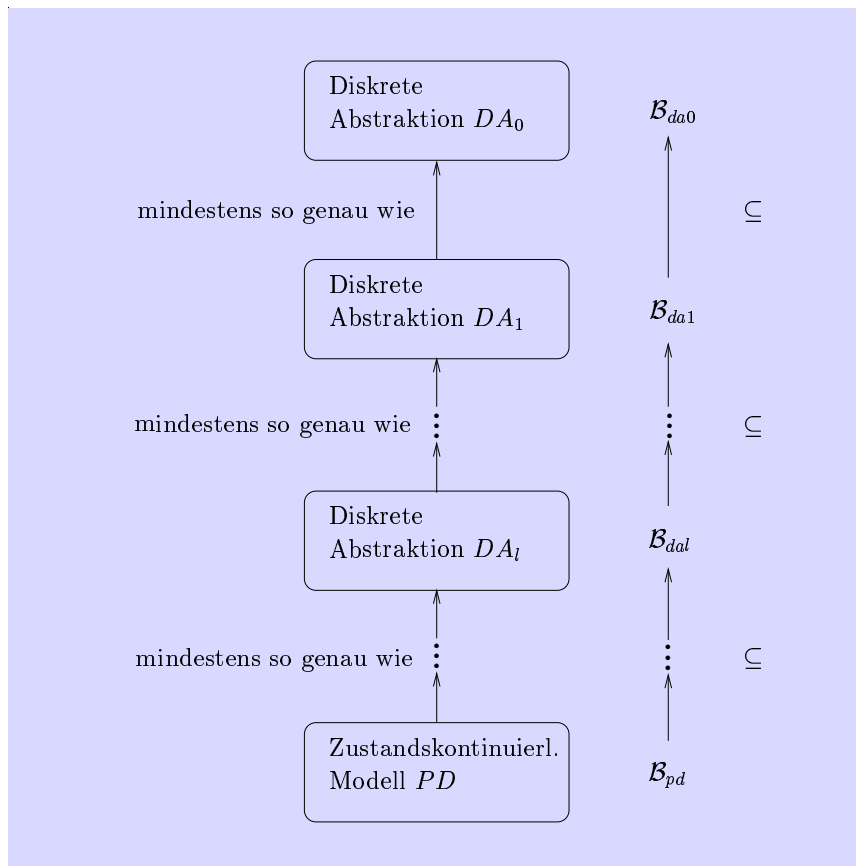


Abbildung 2.8: Das kontinuierliche “Basissystem” P und seine diskreten Abstraktionen bilden eine vollständig geordnete Menge, aus [Rai99].

ist bereits ersichtlich, dass, je größer der Approximationsparameter l , desto genauer die Approximation des zustandskontinuierlichen Modells PD durch die diskrete Abstraktion, vgl. Abb. 2.8. Mathematisch kann diese Tatsache wie folgt ausgedrückt werden

$$\mathcal{B}_{da0} \supseteq \mathcal{B}_{da1} \supseteq \mathcal{B}_{da2} \supseteq \mathcal{B}_{da3} \supseteq \dots \supseteq \mathcal{B}_{pd}. \quad (2.28)$$

Einen formalen, mit dem Prinzip der vollständigen mathematischen Induktion geführten, Beweis von (2.28) findet man in [Rai99]. Mengentheoretisch kann die Relation (2.28) so interpretiert werden, dass das kontinuierliche “Basismodell” und seine Abstraktionen $DA_l, l = 0, 1, 2, \dots$ eine bezüglich

der Eigenschaft “Genauigkeit” vollständig geordnete Menge bilden, [Rai99].

2.3.4 Diskrete Abstraktionen als endliche Automaten

Eine diskrete Abstraktion wird durch eine endliche Anzahl diskreter Zustände und einer Zustandsübergangsstruktur gegeben, wobei die Zustandsübergänge durch das Eintreten von Ereignissen ausgelöst werden. Solche Modelle werden in der Systemtheorie als *endliche Automaten* bezeichnet, z. B. [HU00]. Die einfachste Variante eines Automatenmodells kann als 4-Tupel

$$Aut = (\Omega, \Sigma, \delta, \Omega_0) \quad (2.29)$$

definiert werden, wobei Ω die Zustandsmenge, Σ die Menge der Ereignisse, δ die Zustandsübergangsfunktion und $\Omega_0 \subseteq \Omega$ die Menge der Anfangszustände bzw. Startzustände bezeichnet. Um die Übergangsfunktion δ anzugeben, muss zunächst zwischen *deterministischen* und *nicht deterministischen* Automaten unterschieden werden. Man nennt einen Automaten $Aut = (\Omega, \Sigma, \delta, \Omega_0)$ deterministisch, wenn $\forall \omega, \omega_1, \omega_2 \in \Omega, \forall \sigma \in \Sigma$ gilt

$$\left\{ \begin{array}{l} (\omega \sigma \omega_1) \text{ ist eine Transition von } Aut \\ (\omega \sigma \omega_2) \text{ ist eine Transition von } Aut \end{array} \right\} \Rightarrow \{\omega_1 = \omega_2\}, \quad (2.30)$$

d. h. bei einem deterministischen Automaten folgt aus Anfangszustand und Transitionsmarke eindeutig der Folgezustand. Die Übergangsfunktion $\delta : (\Omega \times \Sigma) \rightarrow \Omega$ definiert man dann wie folgt

$$\forall \omega \in \Omega, \forall \sigma \in \Sigma \delta(\omega, \sigma) := \begin{cases} \bar{\omega} \text{ falls } Aut \text{ die Transition } (\omega \sigma \bar{\omega}) \text{ besitzt,} \\ \text{nicht definiert sonst.} \end{cases} \quad (2.31)$$

Bei einem nichtdeterministischen Automaten gilt (2.30) nicht mehr. Ein solcher Automat darf Transitionen besitzen, die vom gleichen Ausgangszustand mit dem gleichen Ereignis zu verschiedenen Folgezuständen führen. Die Übergangsfunktion $\delta : \Omega \times \Sigma \rightarrow 2^\Omega$ wird in diesem Fall definiert als

$$\forall \omega \in \Omega, \forall \sigma \in \Sigma \delta(\omega, \sigma) := \bar{\Omega} := \{\bar{\omega} \in \bar{\Omega} | Aut \text{ besitzt die Transition } (\omega \sigma \bar{\omega})\}. \quad (2.32)$$

Man beachte, dass die Übergangsfunktion (2.32) für jeden Zustand aus Ω und jedes Ereignis aus Σ definiert ist. Besitzt der Automat in einem Ausgangszustand ω für ein Ereignis σ keine Transitionen, liefert die Übergangsfunktion die leere Menge als Ergebnis, $\delta(\omega, \sigma) = \bar{\Omega} = \emptyset$.

Offensichtlich stellt die in den vorhergehenden Abschnitten beschriebene diskrete Abstraktion einen nichtdeterministischen Automaten dar, da aufgrund ihrer Aufbaustruktur für einen Ausgangszustand $x_d^{(i)}$ in Form (2.16) oder (2.17) und eine Transitionsmarke $u_d^{(j)}$ Transitionen zu mehreren verschiedenen Folgezuständen $x_d^{(k)}$ möglich sein können. Offenbar gilt für diesen Automaten $\Omega = X_d$, $\Sigma = U_d$; Die Übergangsfunktion δ ist durch die mit Hilfe des Kriteriums (2.24)-(2.26) berechnete Transitionsstruktur gegeben. Die Menge der Anfangszustände besteht aus allen Zeichenketten, die genau ein Messsymbol (und kein Stellsymbol) enthalten: $\Omega_0 = Y_d$. Dies spiegelt die Tatsache wieder, dass, wenn dem System keine speziellen Einschränkungen auferlegt werden, der diskrete Ausgang y_d zum Anfangszeitpunkt beliebige Werte aus Y_d annehmen darf.

Oft ist es erforderlich, die Zustände eines Automaten mit einer Ausgabefunktion zu versehen. Mathematisch kann ein solcher Automat als

$$Aut = (\Omega, \Sigma, \Psi, \delta, \lambda, \Omega_0) \quad (2.33)$$

definiert werden. Dabei bezeichnet $\lambda : \Omega \rightarrow \Psi$ die Zustandsausgabefunktion und Ψ die Wertemenge von λ . Die übrigen Symbole in (2.33) stimmen mit der Notation in (2.29) überein. Einen solchen Automaten nennt man *Automat mit Zustandsausgabe* oder *Moore-Automat*, [Moo56].

Für die Zustände des Automaten, der eine diskrete Abstraktion repräsentiert, ist es sinnvoll, eine "Messwertausgabe" in den Zuständen zu definieren, die den aktuellen Wert der diskreten Messgröße ausgibt. Die Ausgabefunktion λ besteht dabei in dem Ablesen des "am weitesten links stehenden" Messsymbols in der Zustandszeichenkette. Für Ψ gilt offensichtlich $\Psi = Y_d$. Zusammenfassend ergibt sich die Aussage, dass eine diskrete Abstraktion durch einen endlichen nicht deterministischen Moore-Automaten repräsentiert wird. In Abb. 2.9 ist ein solcher Automat schematisch dargestellt. Kreise repräsentieren die Zustände, Pfeile, die Zustände verbinden, die Transitionen; Pfeile, die von den Zuständen aus nach oben zeigen, die Zustandsausgabe, schräge auf Zustände zeigende Pfeile markieren die Anfangszustände.

2.4 Reglerentwurf

In diesem Abschnitt wird erklärt, wie für eine recht breite Problemklasse diskrete Regler auf der Basis diskreter Abstraktionen entworfen werden können.

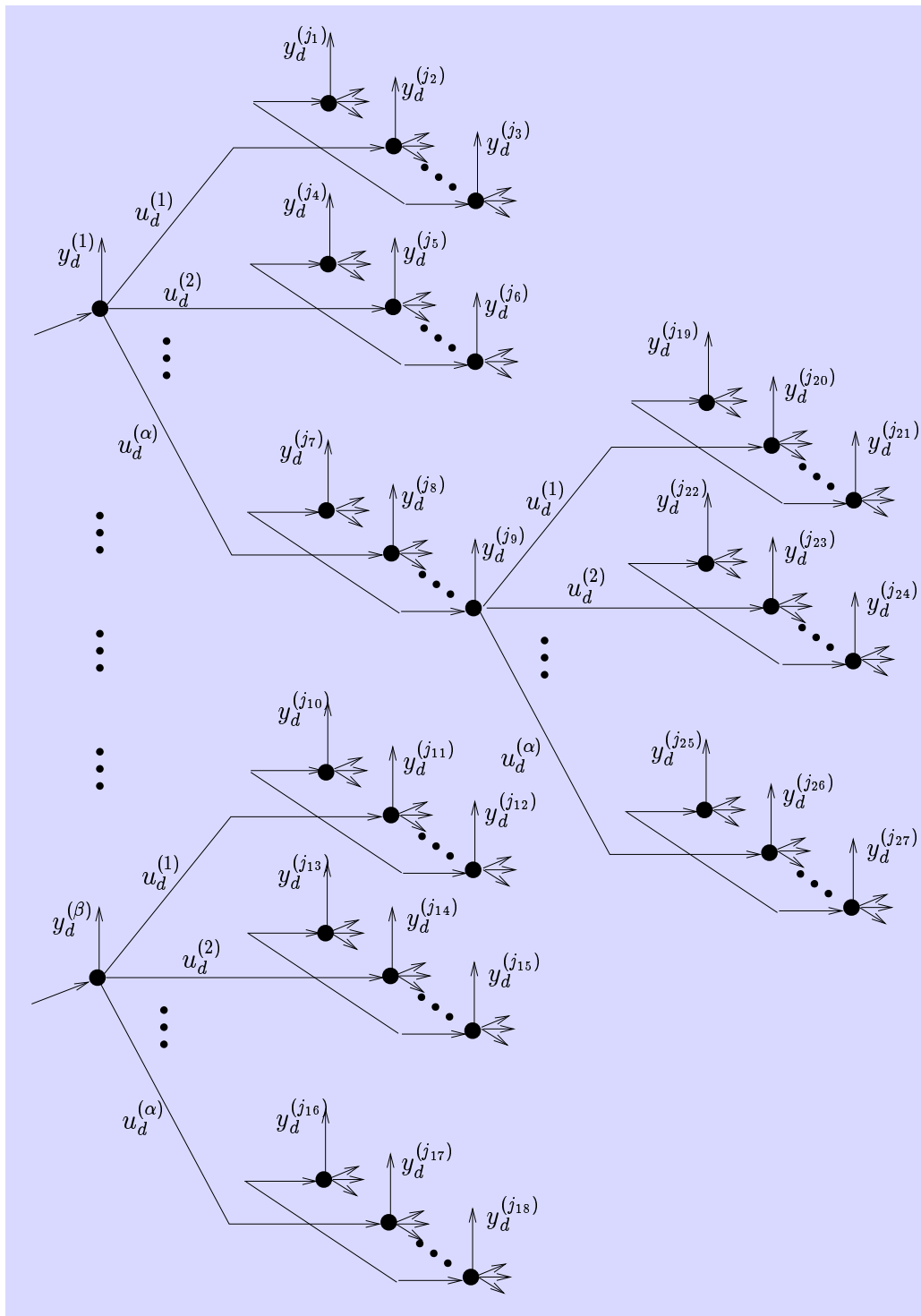


Abbildung 2.9: Ein eine diskrete Abstraktion repräsentierender Moore-Automat.

Da für die verwendeten diskreten Abstraktionen die Reduktionsbedingung (2.5) erfüllt ist, wird durch diese Regler die Einhaltung der Spezifikation der jeweiligen Regelungsaufgabe nicht nur für die diskrete Abstraktion, sondern auch für das kontinuierliche “Basissystem” garantiert, wie in Abschnitt 2.2 erklärt.

Der Abschnitt ist wie folgt aufgebaut. Zunächst wird in Abschnitt 2.4.1 erklärt, wie die Spezifikationen der zu lösenden Regelungsaufgaben in Hinblick auf einen diskreten approximationsbasierten Reglerentwurf sinnvoll formalisiert werden können. Dann werden in Abschnitt 2.4.2 und 2.4.3 zwei für den Reglerentwurf erforderliche Automatenoperationen erläutert: Die Umrechnung eines Moore-Automaten in einen Automaten ohne Ausgabe sowie die Verknüpfung zweier Automaten ohne Ausgabe mit Hilfe des synchronen Produkts. Das Konzept des approximationsbasierten Entwurfs diskreter Regler auf der Basis der diskreten Abstraktionen ist in Abschnitt 2.4.4 behandelt. Im darauffolgenden Abschnitt 2.4.5 wird ein Algorithmus zur rechnerischen Durchführung des Reglerentwurfs dargestellt. Im abschließenden Abschnitt 2.4.6 wird man an eine natürliche Motivation für die hierarchische Vorgehensweise zum Reglerentwurf für komplexe Regelungsprobleme herangeführt, die dann ausführlich in Kapitel 3 behandelt wird.

2.4.1 Spezifikation der zu lösenden Probleme

Wie oben bereits erläutert wurde, kann bei der betrachteten Problemklasse die Spezifikation des zu lösenden Regelungsproblems als eine Menge von “erlaubten” Signalen formuliert werden. Die Menge dieser “erlaubten” Signale wurde in Abschnitt 2.2 mit \mathcal{B}_s bezeichnet. Um eine solche Spezifikation handhaben zu können, benötigt man offensichtlich eine Realisierung, also eine Zustandsdarstellung, die als Verhalten \mathcal{B}_s aufweist. Der später darzustellende Reglerentwurf beruht im wesentlichen auf einer Verknüpfung dieser die Spezifikation der Regelaufgabe repräsentierenden Zustandsdarstellung und der diskreten Abstraktion der zu regelnden Strecke in Form eines Automaten. Nachdem man sich klar gemacht hat, dass die verwendete diskrete Abstraktion durch einen Moore-Automaten gegeben wird, liegt es auf der Hand, die Spezifikation ebenfalls in Form eines Moore-Automaten darzustellen. Der prinzipielle Aufbau eines Moore-Automaten, der eine Spezifikation repräsentiert, ist in Abb. 2.10 gezeigt. Die Symbole “ U_d ” zwischen Zuständen sind so zu interpretieren, dass hier Transitionen mit allen Tran-

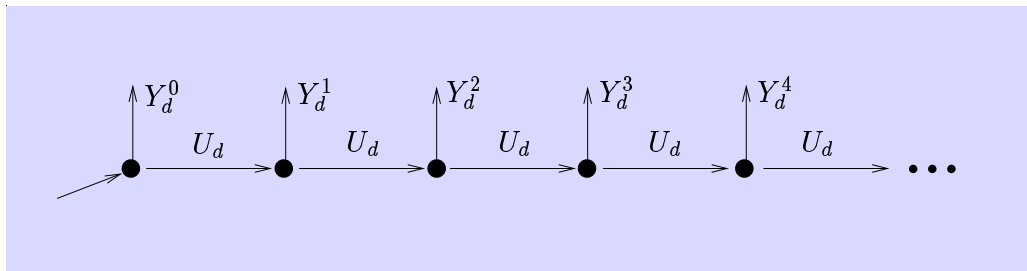


Abbildung 2.10: Ein eine Spezifikation repräsentierender Moore-Automat mit nichtdeterministischer Zustandsausgabe.

sitionsmarken $u_d^{(i)} \in U_d$, $i = 1, \dots, \alpha$ stattfinden dürfen. Die Spezifikation wird dadurch wiedergegeben, dass an den Zuständen des Automaten die Werte der diskreten Messung ausgegeben werden, die zum entsprechenden Zeitpunkt durch die Spezifikation erlaubt werden. Diese Werte sind jeweils zu den Mengen $Y_d^i \subseteq Y_d$, $i = 0, 1, 2, \dots$ zusammengefasst. Jeder Zustand ist mit einem Zeitpunkt $t_i \in T$, $i = 0, 1, 2, \dots$ assoziiert, jede Transition entspricht einem Zeitschritt. Das Vorhandensein der Transitionen mit allen Stellsymbolen als Transitionsmarke spiegelt die Tatsache wieder, dass man dem Stellsignal erlaubt, alle möglichen Werte der diskreten Stellgröße in einer beliebigen Reihenfolge anzunehmen. Ist dies nicht der Fall, d. h. werden auch dem Stellsignal bestimmte Einschränkungen auferlegt, muss dies durch Streichen entsprechender Transitionen berücksichtigt werden.

Man beachte, dass abweichend von (2.33) die Zustandsausgabe bei dem die Spezifikation repräsentierenden Automaten mehrdeutig ist, $\lambda : \Omega \rightarrow 2^\Psi$, vgl. Abb. 2.10. Einen solchen Automaten kann man als *Moore-Automat mit nichtdeterministischer Zustandsausgabe* bezeichnen.

2.4.2 Umrechnung von Moore-Automaten in Automaten ohne Ausgabe

Für die rechentechnische Durchführung des Reglerentwurfs ist es günstiger, diskrete Abstraktionen der Strecke sowie Spezifikationen nicht in Form von Moore-Automaten, sondern in Form von Automaten ohne Ausgabe darzustellen. Für den Reglerentwurf wird durch diese Darstellung die Verwendung des

Supervisory Control Formalismus von RAMADGE und WONHAM ermöglicht. Im folgenden soll deshalb gezeigt werden, wie ein Moore-Automat in einen Automaten ohne Ausgabe umgerechnet werden kann. Man betrachte beispielsweise den Moore-Automaten in Abb. 2.9. Wie oben bereits angegeben, wird dieser Automat mathematisch als 6-Tupel $(X_d, U_d, Y_d, \delta, \lambda, Y_d)$ dargestellt. Für jeden nominellen Zustand des Moore-Automaten wird nun ein zusätzlicher assoziierter Zustand eingeführt. Dann wird die Ausgabe an den nominellen Zuständen durch die Transitionen "ersetzt", welche von jedem assoziierten Zustand auf den entsprechenden nominellen Zustand führen, wobei die Transitionsmarken den Werten der Zustandsausgabefunktion am jeweiligen Zustand gleichen, Abb. 2.11. Man erinnere sich, dass ein solcher Automat als 4-Tupel $(\Omega, \Sigma, \tilde{\delta}, \Omega_0)$ definiert wird. Für den Automaten ohne Ausgabe, welcher aus dem Moore-Automaten $(X_d, U_d, Y_d, \delta, \lambda, Y_d)$ hervorgeht, ergibt sich: $\Omega = X_d \cup X'_d, \Sigma = U_d \cup Y_d, \Omega_0 = Y'_d$, wobei mit X'_d die Menge der neudazugekommenen assoziierten Zustände des Automaten ohne Ausgabe bezeichnet wird. Zu jedem nominellen Zustand $x_d^{(i)} \in X_d$ ist dann der assoziierte Zustand $x_d^{(N_i+i)} \in X'_d$ komplementär. Dementsprechend ist die Menge $Y'_d \subseteq X'_d$ die Menge der assoziierten Zustände, die zu den einkomponentigen Ketten $Y_d \subseteq X_d$ komplementär sind. Für die Übergangsfunktion des berechneten Automaten ohne Ausgabe $\tilde{\delta} : (X_d \cup X'_d) \times (U_d \cup Y_d) \rightarrow 2^{(X_d \cup X'_d)}$ gilt

$$\forall x_d^{(i)} \in X_d, \forall u_d^{(j)} \in U_d \quad \tilde{\delta}(x_d^{(i)}, u_d^{(j)}) = x_d^{(N_i+k)}, \quad (2.34)$$

$$\text{genau dann wenn } \delta(x_d^{(i)}, u_d^{(j)}) = x_d^{(k)},$$

$$\forall x_d^{(i)} \in X_d, \forall y_d^{(j)} \in Y_d \quad \tilde{\delta}(x_d^{(i)}, y_d^{(j)}) = \emptyset, \quad (2.35)$$

$$\forall x_d^{(i)} \in X'_d, \forall u_d^{(j)} \in U_d \quad \tilde{\delta}(x_d^{(i)}, u_d^{(j)}) = \emptyset, \quad (2.36)$$

$$\forall x_d^{(i)} \in X'_d, \forall y_d^{(j)} \in Y_d \quad \tilde{\delta}(x_d^{(i)}, y_d^{(j)}) = x_d^{(i-N_i)}. \quad (2.37)$$

Völlig analog kann auch ein Moore-Automat, der die Spezifikation einer Regelungsaufgabe darstellt, in einen Automaten ohne Ausgabe umgerechnet werden.

2.4.3 Synchrones Produkt zweier Automaten

Als eine weitere vorbereitende Maßnahme für die Reglersynthese soll für Automaten ohne Ausgabe eine Verknüpfungsregel, das *synchrone Produkt*, vor-

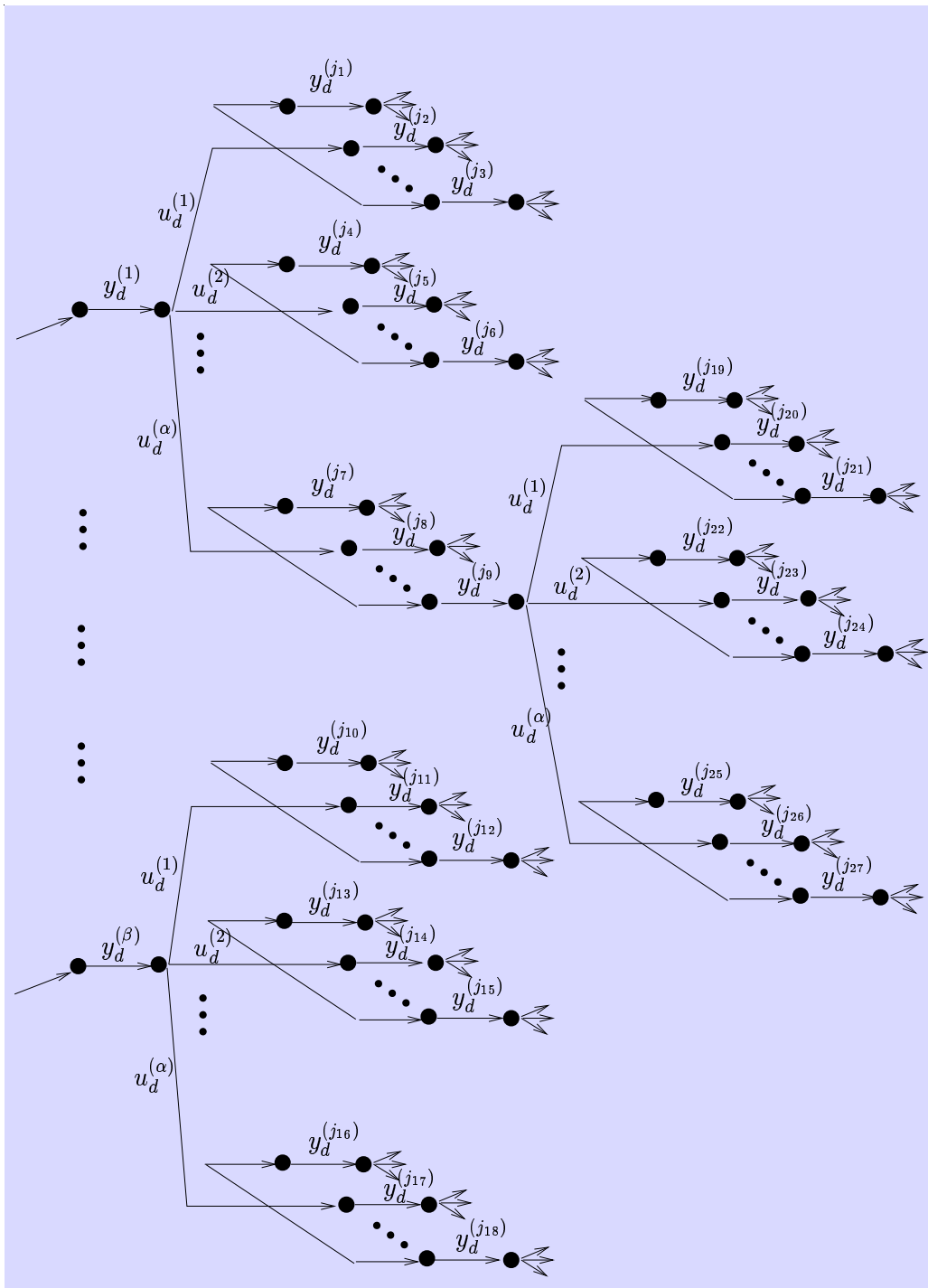


Abbildung 2.11: Ein eine diskrete Abstraktion repräsentierender Automat ohne Ausgabe.

gestellt werden. Gegeben seien zwei Automaten ohne Ausgabe

$$A_1 = (\Omega_1, \Sigma_1, \delta_1, \Omega_{01}), \quad (2.38)$$

$$A_2 = (\Omega_2, \Sigma_2, \delta_2, \Omega_{02}). \quad (2.39)$$

Das Synchrones Produkt $A_1 || A_2$ beider Automaten ist wiederum ein Automat ohne Ausgabe

$$A_1 || A_2 = (\Omega_1 \times \Omega_2, \Sigma_1 \cup \Sigma_2, \delta, \Omega_{01} \times \Omega_{02}) \quad (2.40)$$

mit Übergangsfunktion

$$\delta((\omega_1, \omega_2), \sigma) = \begin{cases} (\delta_1(\omega_1, \sigma), \delta_2(\omega_2, \sigma)) & \text{falls } \sigma \in \Sigma_1 \cap \Sigma_2 \text{ und sowohl } \delta_1(\omega_1, \sigma) \\ & \text{als auch } \delta_2(\omega_2, \sigma) \text{ definiert sind,} \\ (\delta_1(\omega_1, \sigma), \omega_2) & \text{falls } \sigma \in \Sigma_1 \setminus \Sigma_2 \text{ und } \delta_1(\omega_1, \sigma) \text{ definiert ist,} \\ (\omega_1, \delta_2(\omega_2, \sigma)) & \text{falls } \sigma \in \Sigma_2 \setminus \Sigma_1 \text{ und } \delta_2(\omega_2, \sigma) \text{ definiert ist,} \\ \text{undefiniert} & \text{sonst.} \end{cases} \quad (2.41)$$

Wie aus (2.41) ersichtlich ist, werden durch das synchrone Produkt den Automaten A_1 und A_2 keine Beschränkungen hinsichtlich Ereignissen auferlegt, die im Verhalten des jeweils anderen Automaten keine Rolle spielen. Ereignisse, die sowohl in Σ_1 als auch in Σ_2 enthalten sind, können dagegen nur auftreten, wenn beide Automaten sich auf ihre Ausführung "einigen".

Im nächsten Abschnitt wird zwecks Reglerentwurf das synchrone Produkt der Automaten ohne Ausgabe, die jeweils die diskrete Abstraktion des zu regelnden Systems und die Spezifikation darstellen, gebildet. Offensichtlich gilt in diesem Fall $\Sigma_1 = \Sigma_2 = U_d \cup Y_d$. Sämtliche Transitionen können dann nur von beiden Automaten gemeinsam ausgeführt werden. Solch ein synchrones Produkt wird auch *vollständiges synchrones Produkt* genannt, [Rai99].

2.4.4 Reglersynthese

Zunächst sollen zwei in Hinblick auf den unten dargestellten Reglerentwurf wichtige Begriffe eingeführt werden. Ein Zustand eines Automaten heißt *erreichbar*, wenn dieser Zustand von einem der Anfangszustände durch eine

Reihe von Transitionen erreicht werden kann und *nicht erreichbar*, wenn dies nicht der Fall ist. Besitzt ein Automat keine nicht erreichbaren Zustände, nennt man den Automaten *erreichbar*. Ist von einem Zustand eines Automaten keine weitere Transition mehr möglich, sagt man, dass der Automat in diesem Zustand *blockiert*. Den Zustand selber nennt man *blockierend*. Besitzt ein Automat keine blockierenden Zustände, nennt man den Automaten *nicht blockierend*. Man beachte, dass, wenn der Zustand des approximierten kontinuierlichen Systems für alle Zeiten in der gewählten Zustandsmenge bleibt, sind Moore-Automaten, die die approximierenden diskreten Abstraktionen darstellen, nicht blockierend.

Eine diskrete Abstraktion des zu regelnden kontinuierlichen Systems sowie die zu erfüllende Spezifikation liegen also in Form von Automaten ohne Ausgabe vor. Man bezeichne diese Automaten mit $Aut_p = (X_d \cup X'_d, U_d \times Y_d, \delta_p, Y'_d)$ und $Aut_s = (X_{ds} \cup X'_{ds}, U_d \times Y_d, \delta_s, X_{ds0})$. Nun möchte man einen diskreten Regler entwerfen, der für Aut_p die durch Aut_s festgelegte Spezifikation erzwingen würde. Nach der auf RAMADGE und WONHAM zurückgehenden Methode (“supervisory control theory”), [RW87, RW89], muss man dafür zunächst das synchrone Produkt $Aut_p || Aut_s$ bilden. Dann leitet man aus dem resultierenden Automaten den *größten erreichbaren nichtblockierenden Teilautomaten* ab. Als Teilautomat eines Automaten bezeichnet man dabei einen Automaten, dessen Zustands- und Transitionsmenge zum einen jeweils eine Teilmenge der Zustands- und Transitionsmenge des ursprünglichen Automaten darstellen und zum anderen die folgenden Eigenschaft besitzen: Gehört eine Transition zu der Transitionsmenge des Teilautomaten, so gehören dazu auch alle Transitionen, welche den gleichen Ausgangszustand und die gleiche Transitionmarke besitzen. In [Rai99, RO98] wird gezeigt, dass die Menge der erreichbaren nicht blockierenden Teilautomaten, sofern sie nicht leer ist, ein eindeutiges größtes Element bezüglich der partiellen Ordnung besitzt, die durch den Mengenrelationsoperator \subseteq , angewandt an die Zustands- und Transitionsmenge des Teilautomaten, induziert wird. Dieses größte Element nennt man auch größter erreichbare nichtblockierende Teilautomat. Dieser größte Teilautomat stellt den gesuchten diskreten Regler oder in der Terminologie von RAMADGE und WONHAM den *least restriktive supervisory controller* dar, der die durch die Spezifikation definierte Regelungsaufgabe löst. Um diesen Teilautomaten zu berechnen, werden aus dem synchronen Produkt alle blockierenden und nicht erreichbaren Zustände, sowie alle von diesen Zuständen ausgehenden und alle zu diesen Zuständen führenden Tran-

sitionen eliminiert. Da Aut_p und Aut_s nicht blockierend sind, bedeutet die Blockierung des mit dem synchronen Produkt berechneten Automaten in einem seiner Zustände, dass sich in diesem Zustand die Strecke und die Spezifikation im Sinne der Ausführung einer Transition “nicht einig werden”. Dies bedeutet, dass an dieser Stelle die Spezifikation nicht erfüllt werden kann. Um eine Verletzung der Spezifikation zu unterbinden, müssen alle solche Zustände aus dem synchronen Produkt eliminiert werden. An den nicht blockierenden Zuständen dagegen kann die Strecke eine Transition ausführen, die mit der Spezifikation vereinbar ist.

Offensichtlich ist das Entstehen der nicht erreichbaren Zustände bei einem synchronen Produkt ebenfalls auf eine Unvereinbarkeit des Verhaltens der Strecke mit der Spezifikation zurückzuführen. Tatsächlich wird Nichterreichbarkeit eines Zustandes durch Fehlen der zu diesem Zustand führenden Transitionen verursacht. Das Fehlen einer Transition kann seinerseits, wie dies oben bereits erklärt wurde, daraus resultieren, dass sich die Strecke und die Spezifikation “nicht einig werden können”.

Muss eine Transition eliminiert werden, z. B. weil sie auf einen blockierenden Zustand führt, werden gleichzeitig alle Transitionen eliminiert, die den gleichen Ausgangszustand und die gleiche Transitionsmarke haben, sonst wäre das Resultat kein “Teilautomat” im oben definierten Sinne. Der Grund für eine solche Elimination ist einleuchtend: ist eine Verletzung der Spezifikation eine der möglichen Folgen des Wählens eines Stellsymbols, muss das Wählen dieses Stellsymbols vom Regler unterbunden werden. Die auf diese Weise erfolgende gleichzeitige Elimination mehrerer Transitionen, die wegen des Nichtdeterminismus des die diskrete Abstraktion darstellenden Automaten erforderlich wird, stellt eine Modifikation, [RO98], der klassischen Methode von RAMADGE und WONHAM dar, die sich ausschließlich mit deterministischen Automaten beschäftigt. Obwohl die Ausführung einer Transition mit der Transitionsmarke aus Y_d natürlich nicht von einem Regler unterbunden werden kann, kann während des Reglerentwurfs erforderlich sein, auch solche Transitionen zu eliminieren. Der Grund dafür ist einleuchtend. Führt eine solche Transition auf einen Zustand, von dem keine weitere Transitionen mehr möglich ist (etwa, weil alle weiterführenden Transitionen mit den Transitionsmarken aus U_d bereits eliminiert wurden), muss auch eine solche Transition “reglerentwurfstechnisch” eliminiert werden.

Man kann leicht erkennen, dass die Elimination der blockierenden und nicht

erreichbaren Zustände samt den dazu gehörenden Transitionen aus dem synchronen Produkt ein mehrschrittiger iterativer Vorgang ist. Tatsächlich kann z. B. die Elimination der zu einem blockierenden Zustand führenden Transition zum Entstehen von neuen blockierenden oder nicht erreichbaren Zuständen führen, die dann auch samt den dazu gehörenden Transitionen zu eliminieren sind. Wie eine solche iterative Prozedur aufgebaut werden kann, wird im nächsten Abschnitt erklärt.

Ist die Elimination der nicht erreichbaren und blockierenden Zustände abgeschlossen, liegt ein Teilautomat vor, der den gesuchten diskreten Regler (supervisory controller) darstellt. Da die Aufstellung dieses Reglers auf der Grundlage eines approximierenden Streckenmodells (diskrete Abstraktion) erfolgt ist, das die Reduktionsbedingung (2.5) erfüllt, wird dieser Regler auch für das ursprüngliche kontinuierliche Streckenmodell korrekt arbeiten, d. h. die Einhaltung der Spezifikation garantieren. Die Interaktion von Regler und Strecke wird dadurch realisiert, dass der Regler dem Streckengeschehen durch Ausführen seiner Transitionen mit Transitionsmarken aus Y_d folgt und das Streckengeschehen durch Ausführung von Stelleingriffen beeinflusst, welche seinen Transitionen mit Transitionsmarken aus U_d entsprechen (näheres dazu wird im nächsten Abschnitt anhand eines Beispiels erläutert). Zu jedem Abtastzeitpunkt ist dem Regler das Wählen aller Werte der diskreten Stellgröße erlaubt, für die am aktuellen Reglerzustand entsprechende Transitionen vorhanden sind. Auf diese Weise werden durch die Regelung jene Stelleingriffe verhindert, die (eventuell später) zu einer Verletzung der Spezifikation führen können; Alle anderen werden erlaubt. Diese Art der Regelung wird in der Literatur, [RW87, RW89], als *minimal restriktiv* bezeichnet. Die Wahl eines konkreten auszuführenden Stelleingriffs, muss einer weiteren Logik-Vorrichtung überlassen werden, wobei auch ein Zufallsgenerator verwendet werden kann.

2.4.5 Prozedur zur rechnerischen Durchführung der Reglersynthese

In diesem Abschnitt wird erläutert, wie das in Abschnitt 2.4.4 erklärte Verfahren für die approximationsbasierte Synthese eines diskreten Reglers im Rahmen einer rechnerischen Prozedur realisiert werden kann. Die verwendete Prozedur besteht in der schrittweisen Ausführung der Transitionen des

synchronen Produkts von dessen Startzuständen aus. Nach jedem Schritt wird dann die Menge der bis zu diesem Schritt erreichten Zustände, die eine Teilmenge der Zustandsmenge des synchronen Produkts darstellt, frei von blockierenden und nicht erreichbaren Zuständen gemacht. Der Algorithmus terminiert, wenn entweder in einem Schritt die entsprechende Teilmenge nach der Elimination der blockierenden Zustände keine Elemente mehr besitzt, oder die Zustandsmengen von zwei aufeinander folgenden Schritten gleich sind. Im ersten Fall lässt sich für die gewählte diskrete Abstraktion und die Spezifikation kein Regler berechnen, im zweiten Fall liefert die Zustandsmenge des letzten Schritts zusammen mit den dazugehörigen Transitionen den gesuchten Regler. Im folgenden soll der skizzierte Algorithmus mathematisch dargestellt werden.

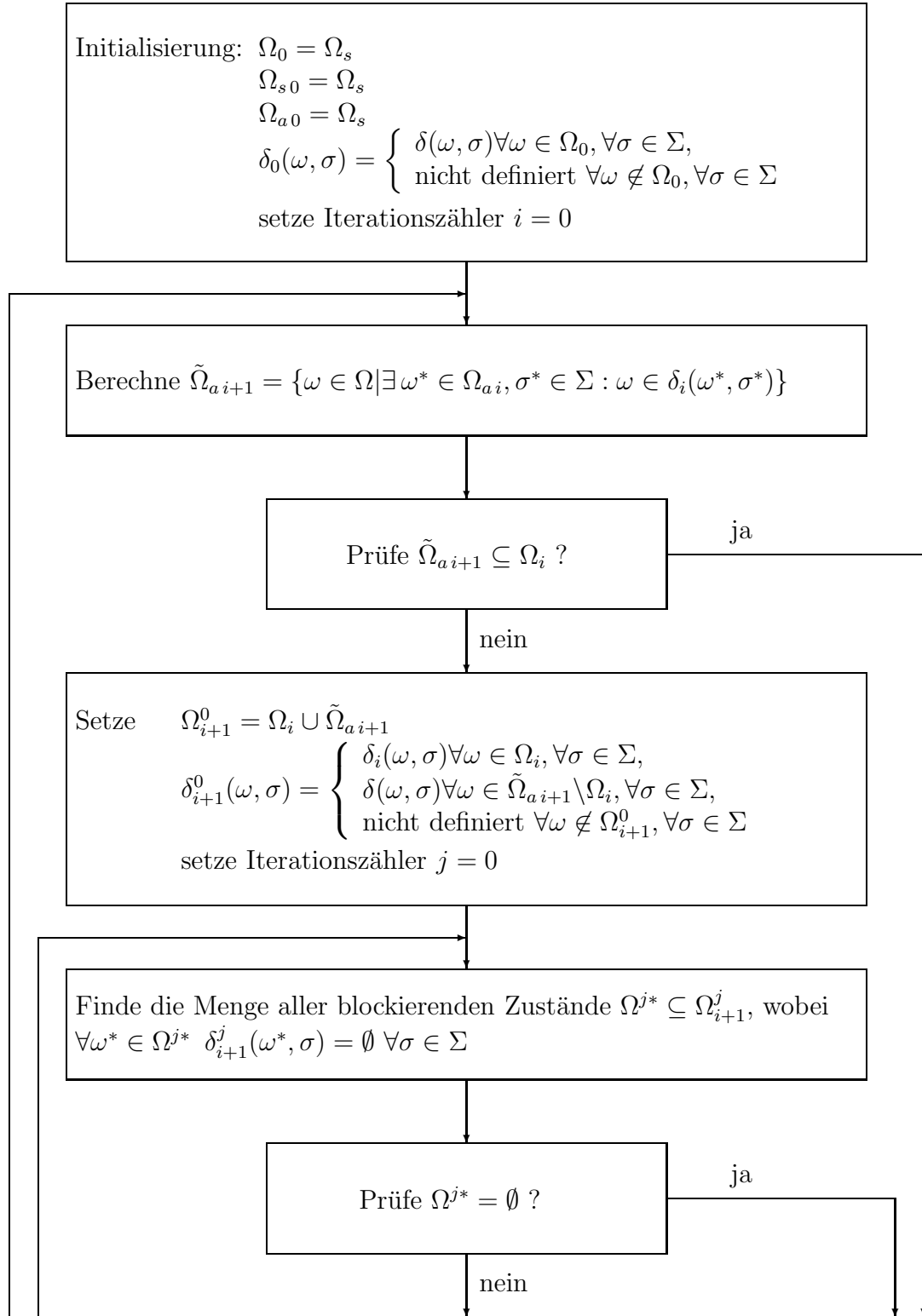
Das synchrone Produkt stellt einen Automaten ohne Ausgabe dar, man bezeichnet es mit $Aut_{sp} = (\Omega, \Sigma, \delta, \Omega_s)$. (um die Verwechslung mit dem nullten Iterationswert der Zustandsmenge zu vermeiden, wird hier die Menge der Anfangszustände abweichend von der bisherigen Notation mit Ω_s bezeichnet). Die Zustandsmenge des synchronen Produkts ist durch $\Omega := (X_d \cup X'_d) \times (X_{ds} \cup X'_{ds})$, die Ereignismenge durch $\Sigma := U_d \times Y_d$, die Menge der Anfangszustände durch $\Omega_s := Y'_d \times X_{ds0}$ gegeben. Mit $\delta := \Omega \times \Sigma \rightarrow 2^\Omega$ ist die Übergangsfunktion des synchronen Produkts bezeichnet, die aus der Übergangsfunktionen der diskreten Abstraktion und der Spezifikation mit (2.41) berechnet werden kann.

Wie bereits in Abschnitt 2.3.2 erklärt wurde, wenn für einen Zustand $\omega \in \Omega$ und ein Ereignis $\sigma \in \Sigma$ gilt $\delta(\omega, \sigma) = \emptyset$, bedeutet dies, dass für den Zustand ω keine Transitionen mit der Transitionsmarke σ definiert sind.

Das Ziel ist es, ausgehend vom synchronen Produkt Aut_{sp} den diskreten Regler in Form eines Automaten ohne Ausgabe $Aut_c = (\Omega_c, \Sigma, \delta_c, \Omega_{c0})$ aufzustellen, wie im vorherigen Abschnitt beschrieben. Alle Zustände von Aut_c müssen sowohl nicht blockierend als auch erreichbar sein. Die Prozedur, mit der der Regler berechnet wird, ist in Abb. 2.12 in Form eines Flussdiagramms dargestellt. In jedem Schritt der äußeren i -Iteration werden Schätzungen für Ω_c , Ω_{c0} und δ_c berechnet. Sie werden für den i -ten Iterationsschritt mit Ω_i , Ω_{s_i} und δ_i bezeichnet. Mit Ω_{a_i} wird die Menge der auf dem i -ten Iterationsschritt "aktiven" Zustände bezeichnet. Diese Untermenge von Ω_i enthält nur diejenige Zustände aus Ω_i , die im i -ten Iterationsschritt erreicht wurden. Die Zustände aus Ω_i , die in früheren Ite-

rationsschritten erreicht wurden, sind in Ω_{a_i} nicht enthalten. Um zu den nächsten Iterationsschätzungen Ω_{i+1} , $\Omega_{s_{i+1}}$, δ_{i+1} zu gelangen, wird zunächst ein Transitionsschritt durchgeführt. Die Menge der Zustände, die dabei erreicht werden, wird mit $\tilde{\Omega}_{a_{i+1}}$ bezeichnet. Werden keine neuen Zustände erreicht ($\tilde{\Omega}_{a_{i+1}} \subseteq \Omega_i$), wird die Ausführung der Prozedur terminiert; Ω_c , Ω_{c0} und δ_c werden Schätzungen aus dem i -ten Iterationsschritt zugewiesen. Gilt dagegen $\tilde{\Omega}_{a_{i+1}} \not\subseteq \Omega_i$, müssen neue Iterationsschätzungen Ω_{i+1} , $\Omega_{s_{i+1}}$, δ_{i+1} berechnet werden. Dafür wird eine eingebettete j -Iteration durchgeführt, wobei in jedem Schritt dieser Iteration Ω_{i+1}^j und δ_{i+1}^j als Schätzungen für Ω_{i+1} und δ_{i+1} berechnet werden. Der Zweck der j -Iteration besteht in der Elimination blockierender Zustände aus der Menge Ω_{i+1} . Für jeden Schritt der j -Iteration wird die Menge der blockierenden Zustände Ω^{j*} berechnet. Dann werden diese Zustände aus Ω_{i+1}^j eliminiert. Bleiben durch diese Elimination in der aktuellen Iterationsschätzung der gesuchten Reglerzustandsmenge keine Startzustände mehr vorhanden ($(\Omega_{i+1}^j \setminus \Omega^{j*}) \cap \Omega_{s_i} = \emptyset$), kann keine Lösung gefunden werden, die Prozedur wird terminiert. Ist dies nicht der Fall ($(\Omega_{i+1}^j \setminus \Omega^{j*}) \cap \Omega_{s_i} \neq \emptyset$), wird durch sukzessives Ausführen der Transitionen (indiziert mit $k = 0, \dots, i$) von Startzuständen aus die neue Schätzung Ω_{i+1}^{j+1} berechnet. Der Transitionsausführung liegt dabei die Übergangsfunktion δ_{i+1}^{j+1} zugrunde, die in jedem Schritt der j -Iteration neu berechnet wird und die Elimination der blockierenden Zustände (Menge Ω^{j*}) berücksichtigt. Sind in einem Schritt der j -Iteration in Ω_{i+1}^j keine blockierenden Zustände mehr vorhanden ($\Omega^{j*} = \emptyset$), werden Ω_{i+1} und δ_{i+1} die Werte Ω_{i+1}^j und δ_{i+1}^j zugewiesen. Die neuen Schätzungen $\Omega_{a_{i+1}}$ und $\Omega_{s_{i+1}}$ können offensichtlich durch Berechnung der Schnittmengen $\Omega_{i+1} \cap \tilde{\Omega}_{a_{i+1}}$ und $\Omega_{i+1} \cap \Omega_{s_i}$ berechnet werden. Die äußere i -Iteration kann nun fortgesetzt werden.

Die Durchführung der Reglerentwurfsprozedur soll anhand eines Beispiels illustriert werden: Eine diskrete Abstraktion mit dem Approximationsparameter $l = 1$ und der Menge der Stellsymbole $U_d = \{u_d^{(1)}, u_d^{(2)}\}$ und der



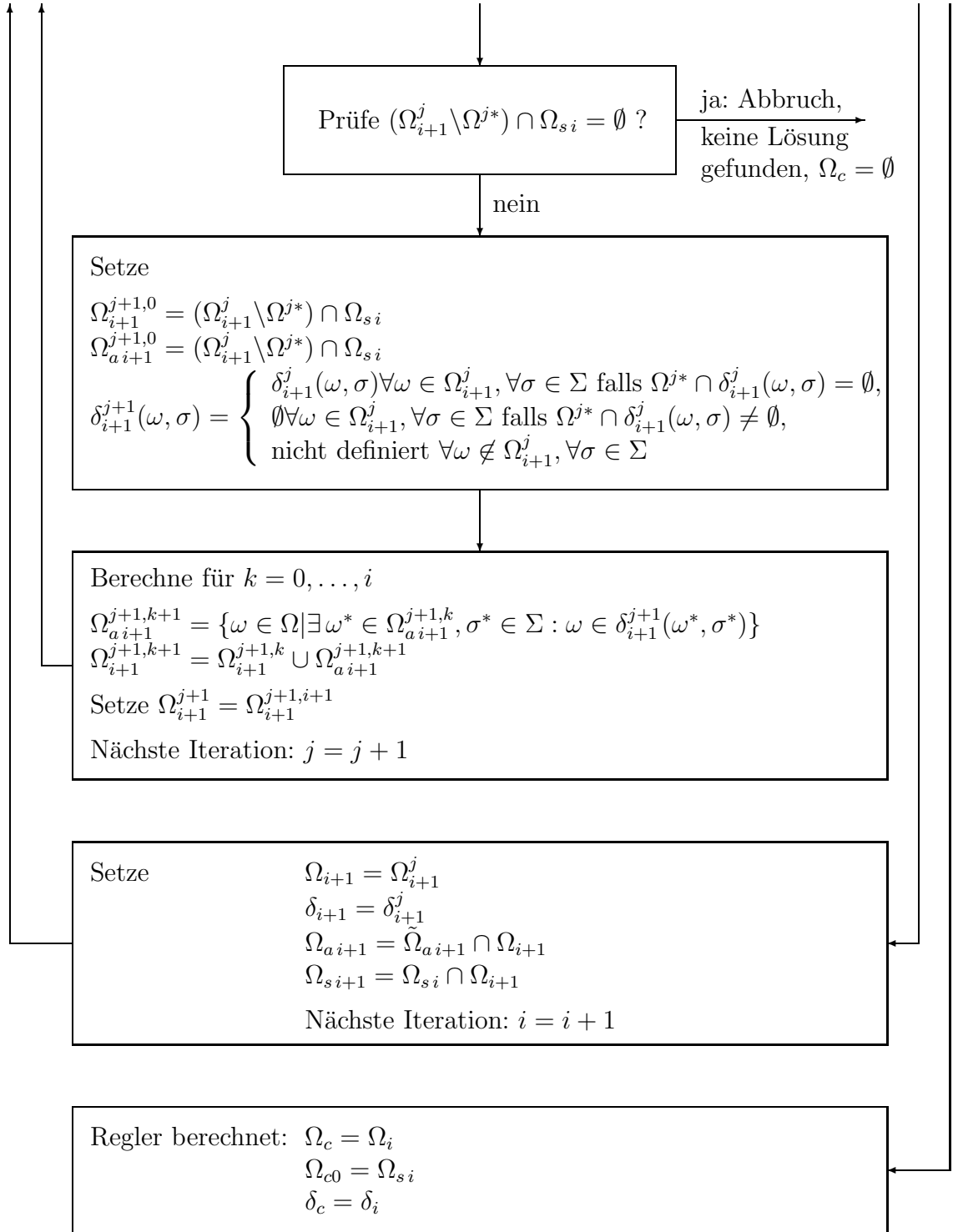


Abbildung 2.12: Rechnerische Prozedur zum Reglerentwurf.

Messsymbole $Y_d = \{y_d^{(1)}, y_d^{(2)}\}$ besitze folgende Zustände und Transitionen

Zustände:

$$\begin{aligned} x_d^{(1)} &= ([y_d^{(1)}]), & x_d^{(5)} &= ([y_d^{(1)}, y_d^{(2)}], [u_d^{(1)}]), \\ x_d^{(2)} &= ([y_d^{(2)}]), & x_d^{(6)} &= ([y_d^{(1)}, y_d^{(2)}], [u_d^{(2)}]), \\ x_d^{(3)} &= ([y_d^{(1)}, y_d^{(1)}], [u_d^{(1)}]), & x_d^{(7)} &= ([y_d^{(2)}, y_d^{(2)}], [u_d^{(1)}]), \\ x_d^{(4)} &= ([y_d^{(1)}, y_d^{(1)}], [u_d^{(2)}]), & x_d^{(8)} &= ([y_d^{(2)}, y_d^{(2)}], [u_d^{(2)}]), \end{aligned}$$

Transitionen:

$$\begin{aligned} (x_d^{(1)} \ u_d^{(1)} \ x_d^{(3)}), & & (x_d^{(4)} \ u_d^{(2)} \ x_d^{(4)}), \\ (x_d^{(1)} \ u_d^{(2)} \ x_d^{(4)}), & & (x_d^{(5)} \ u_d^{(1)} \ x_d^{(3)}), \\ (x_d^{(2)} \ u_d^{(1)} \ x_d^{(5)}), & & (x_d^{(5)} \ u_d^{(2)} \ x_d^{(4)}), \\ (x_d^{(2)} \ u_d^{(1)} \ x_d^{(7)}), & & (x_d^{(6)} \ u_d^{(1)} \ x_d^{(3)}), \\ (x_d^{(2)} \ u_d^{(2)} \ x_d^{(6)}), & & (x_d^{(6)} \ u_d^{(2)} \ x_d^{(4)}), \\ (x_d^{(2)} \ u_d^{(2)} \ x_d^{(8)}), & & (x_d^{(7)} \ u_d^{(1)} \ x_d^{(5)}), \\ (x_d^{(3)} \ u_d^{(1)} \ x_d^{(3)}), & & (x_d^{(7)} \ u_d^{(2)} \ x_d^{(8)}), \\ (x_d^{(3)} \ u_d^{(2)} \ x_d^{(4)}), & & (x_d^{(8)} \ u_d^{(1)} \ x_d^{(7)}), \\ (x_d^{(4)} \ u_d^{(1)} \ x_d^{(3)}), & & (x_d^{(8)} \ u_d^{(2)} \ x_d^{(8)}). \end{aligned}$$

Der dadurch definierte Moore-Automat ist in Abb. 2.13 dargestellt. Weiterhin wird angenommen, dass die zu erfüllende Spezifikation durch den Moore-Automaten in Abb. 2.14 dargestellt werden kann. Der dort abgebildete Automat realisiert folgendes Verhalten: Nachdem zum Anfangszeitpunkt und zum ersten Abtastzeitpunkt beide Messwerte zugelassen werden, darf ab dem zweiten Abtastzeitpunkt nur $y_d^{(1)}$ auftreten. Das Ziel ist es, einen diskreten Regler (supervisory controller) zu entwerfen, der für die diskrete Abstraktion in Abb. 2.13 die Spezifikation in Abb. 2.14 erzwingt.

Entsprechend der oben vorgestellten Vorgehensweise werden zunächst die Moore-Automaten in Automaten ohne Ausgabe transformiert. In Abb. 2.15 und Abb. 2.16 werden die resultierenden Automaten gezeigt. Dann wird mit Hilfe von (2.41) das synchrone Produkt gebildet. Der resultierende Automat ohne Ausgabe ist in Abb. 2.17 dargestellt.

Entsprechend dem in Abb. 2.12 dargestellten Algorithmus wird zunächst die Initialisierung aller Zustandsmengen mit der Menge der Startzustände von

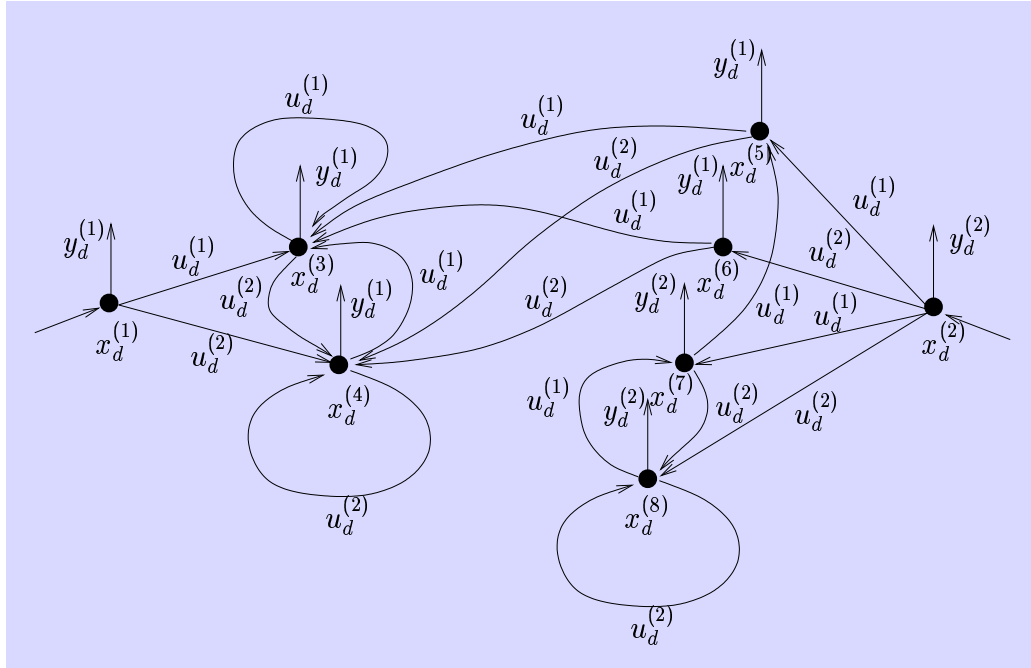


Abbildung 2.13: Der eine diskrete Abstraktion repräsentierende Moore-Automat, Beispiel.

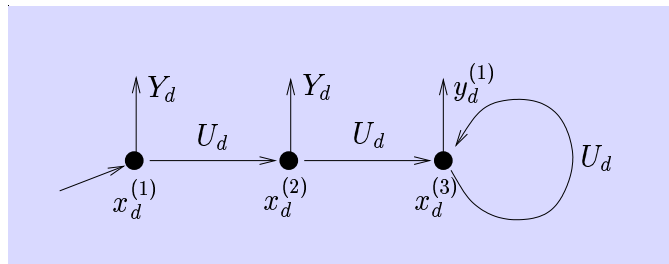


Abbildung 2.14: Der eine Spezifikation repräsentierende Moore-Automat (Beispiel).

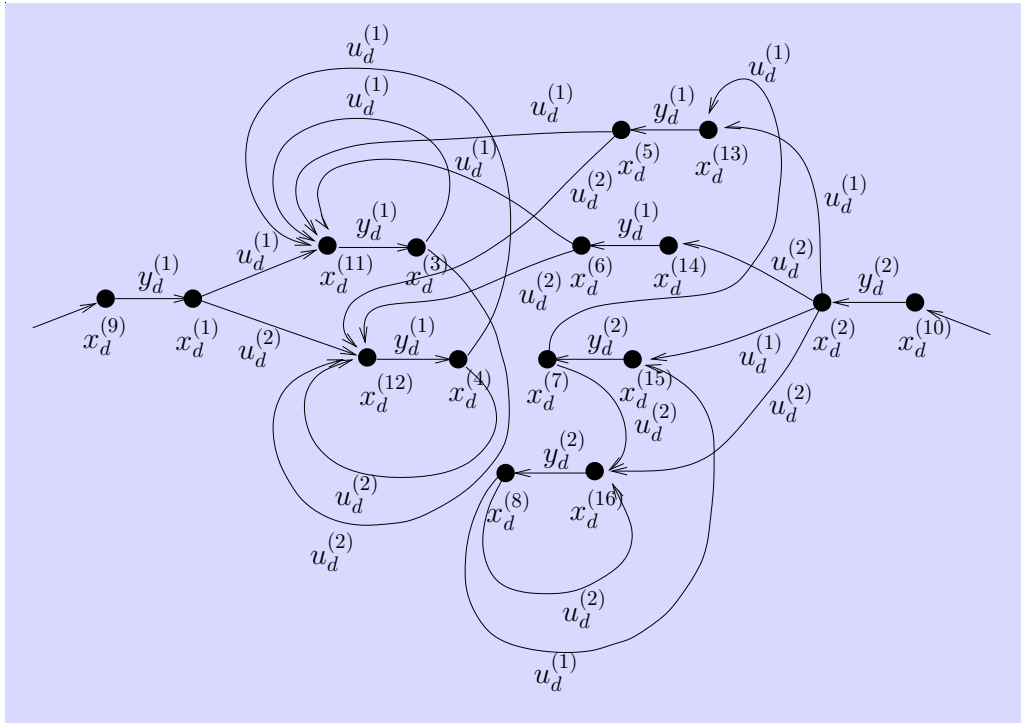


Abbildung 2.15: Der eine diskrete Abstraktion repräsentierende Automat ohne Ausgabe (Beispiel).

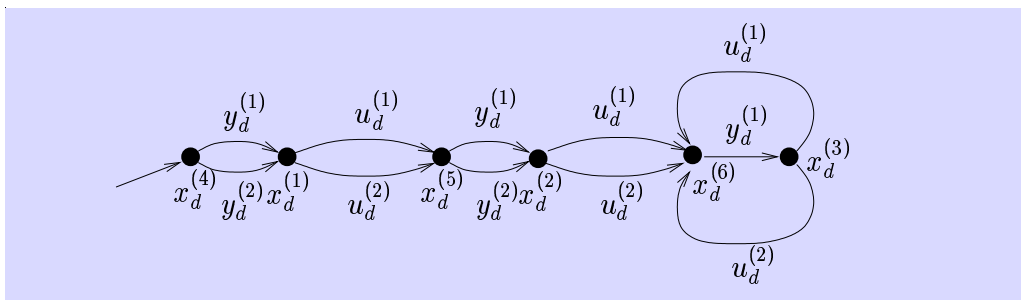


Abbildung 2.16: Der eine Spezifikation repräsentierende Automat ohne Ausgabe (Beispiel).

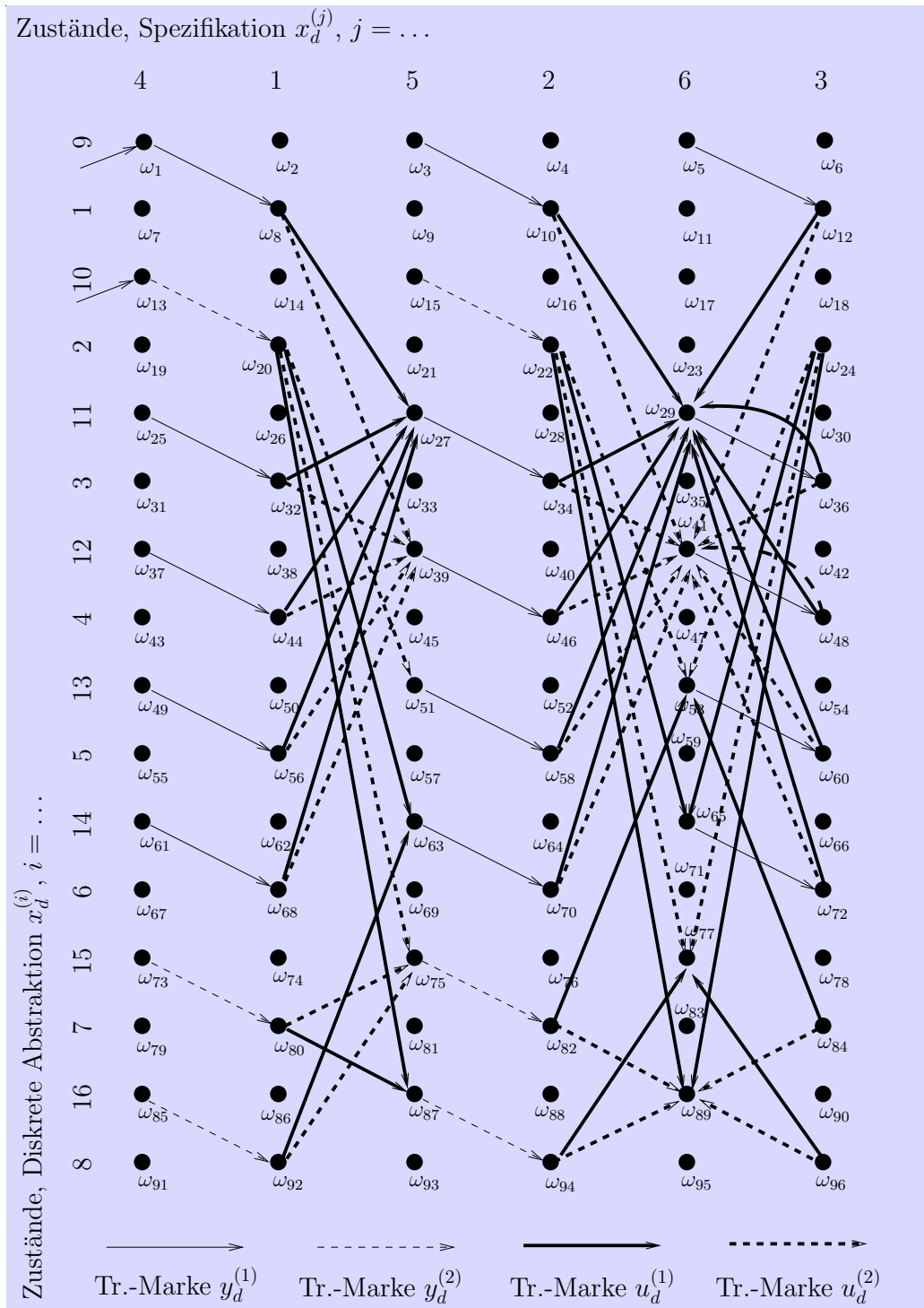


Abbildung 2.17: Das synchrone Produkt (Beispiel).

$Aut_{sp} \Omega_s = \{\omega_1, \omega_{13}\}$ durchgeführt, vgl. Abb. 2.17, $\Omega_0 = \Omega_{s0} = \Omega_{a0} = \{\omega_1, \omega_{13}\}$. Die Übergangsfunktion δ_0 wird durch die zwei Transitionen gegeben, die an Zuständen ω_1 und ω_{13} definiert sind.

Als nächstes wird $\tilde{\Omega}_{a1}$ berechnet zu $\tilde{\Omega}_{a1} = \{\omega_8, \omega_{20}\}$. Offensichtlich sind dies Zustände, die von den Zuständen der Menge Ω_{a0} aus durch einen Transitionschritt erreicht werden. Da $\tilde{\Omega}_{a1} \not\subseteq \Omega_0$, wird $\Omega_1^0 = \Omega_0 \cup \tilde{\Omega}_{a1} = \{\omega_1, \omega_{13}, \omega_8, \omega_{20}\}$ berechnet. Die Übergangsfunktion δ_1^0 wird durch alle Transitionen gegeben, die an Zuständen $\omega_1, \omega_{13}, \omega_8, \omega_{20}$ definiert sind. Da weiterhin kein $\omega^* \in \Omega_1^0$ existiert, so dass $\forall \sigma \in \Sigma \delta(\omega^*, \sigma) = \emptyset$ gelten würde, ist die Ausführung der eingebetteten j -Iteration nicht erforderlich und man setzt $\Omega_1 = \Omega_1^0 = \{\omega_1, \omega_{13}, \omega_8, \omega_{20}\}$, $\delta_1 = \delta_1^0$, $\Omega_{a1} = \tilde{\Omega}_{a1} \cap \Omega_1 = \{\omega_8, \omega_{20}\}$, $\Omega_{s1} = \Omega_s \cap \Omega_1 = \{\omega_1, \omega_{13}\}$.

Analog erhält man $\Omega_2 = \{\omega_1, \omega_{13}, \omega_8, \omega_{20}, \omega_{27}, \omega_{39}, \omega_{51}, \omega_{63}, \omega_{75}, \omega_{87}\}$, $\Omega_{a2} = \{\omega_{27}, \omega_{39}, \omega_{51}, \omega_{63}, \omega_{75}, \omega_{87}\}$, $\Omega_{s2} = \{\omega_1, \omega_{13}\}$, $\Omega_3 = \{\omega_1, \omega_{13}, \omega_8, \omega_{20}, \omega_{27}, \omega_{39}, \omega_{51}, \omega_{63}, \omega_{75}, \omega_{87}, \omega_{34}, \omega_{46}, \omega_{58}, \omega_{70}, \omega_{82}, \omega_{94}\}$, $\Omega_{a3} = \{\omega_{34}, \omega_{46}, \omega_{58}, \omega_{70}, \omega_{82}, \omega_{94}\}$, $\Omega_{s3} = \{\omega_1, \omega_{13}\}$. Die Übergangsfunktionen δ_2 und δ_3 sind durch alle Transitionen gegeben, die an Zuständen aus Ω_2 bzw. Ω_3 definiert sind. Die eingebettete j -Iteration braucht nicht ausgeführt zu werden. Der nächste Schritt erfolgt zunächst analog zu den vorherigen: $\tilde{\Omega}_{a4} = \{\omega_{29}, \omega_{41}, \omega_{53}, \omega_{77}, \omega_{89}\}$, $\Omega_4^0 = \{\omega_1, \omega_{13}, \omega_8, \omega_{20}, \omega_{27}, \omega_{39}, \omega_{51}, \omega_{63}, \omega_{75}, \omega_{87}, \omega_{34}, \omega_{46}, \omega_{58}, \omega_{70}, \omega_{82}, \omega_{94}, \omega_{29}, \omega_{41}, \omega_{53}, \omega_{77}, \omega_{89}\}$, δ_4^0 wird durch alle Transitionen gegeben, die an Zuständen aus Ω_4^0 definiert sind. Diese letzte Konfiguration ist in Abb. 2.18 dargestellt.

Offensichtlich gilt für die Zustände $\omega_{77}, \omega_{89} \in \Omega_4^0$: $\delta_4^0(\omega_{77}, \sigma) = \emptyset$, $\delta_4^0(\omega_{89}, \sigma) = \emptyset$, $\forall \sigma \in \Sigma$. Da es keine weiteren blockierenden Zustände gibt, gilt $\Omega^{0*} = \{\omega_{77}, \omega_{89}\}$. Weil das Abbruchkriterium nicht erfüllt wird, $(\Omega_4^0 \setminus \Omega^{0*}) \cap \Omega_{s3} \neq \emptyset$, muss entsprechend dem Flussdiagramm die eingebettete j -Iteration ausgeführt werden. Nun setzt man $\Omega_4^{1,0} = (\Omega_4^0 \setminus \Omega^{0*}) \cap \Omega_{s3} = \{\omega_1, \omega_{13}\}$. Die Übergangsfunktion δ_4^1 ist durch alle Transitionen definiert, die in Abb. 2.18 verzeichnet sind, außer der Transition, die zu ω_{77} führt, i.e. $(\omega_{94} u_d^{(1)} \omega_{77})$ und den zwei Transitionen, die zu ω_{89} führen, i.e. $(\omega_{82} u_d^{(2)} \omega_{89})$ und $(\omega_{94} u_d^{(1)} \omega_{89})$. D. h. es wird $\delta_4^1(\omega_{94}, u_d^{(1)}) = \emptyset$, $\delta_4^1(\omega_{94}, u_d^{(2)}) = \emptyset$, $\delta_4^1(\omega_{82}, u_d^{(2)}) = \emptyset$ gesetzt. Weitere Berechnungen für $k = 0, \dots, 3$ führen zu $\Omega_4^1 = \Omega_4^{1,4} = \{\omega_1, \omega_{13}, \omega_8, \omega_{20}, \omega_{27}, \omega_{39}, \omega_{51}, \omega_{63}, \omega_{75}, \omega_{87}, \omega_{34}, \omega_{46}, \omega_{58}, \omega_{70}, \omega_{82}, \omega_{94}, \omega_{29}, \omega_{41}, \omega_{53}\}$. Die Menge der blockierenden Zustände umfasst nun einen ein-

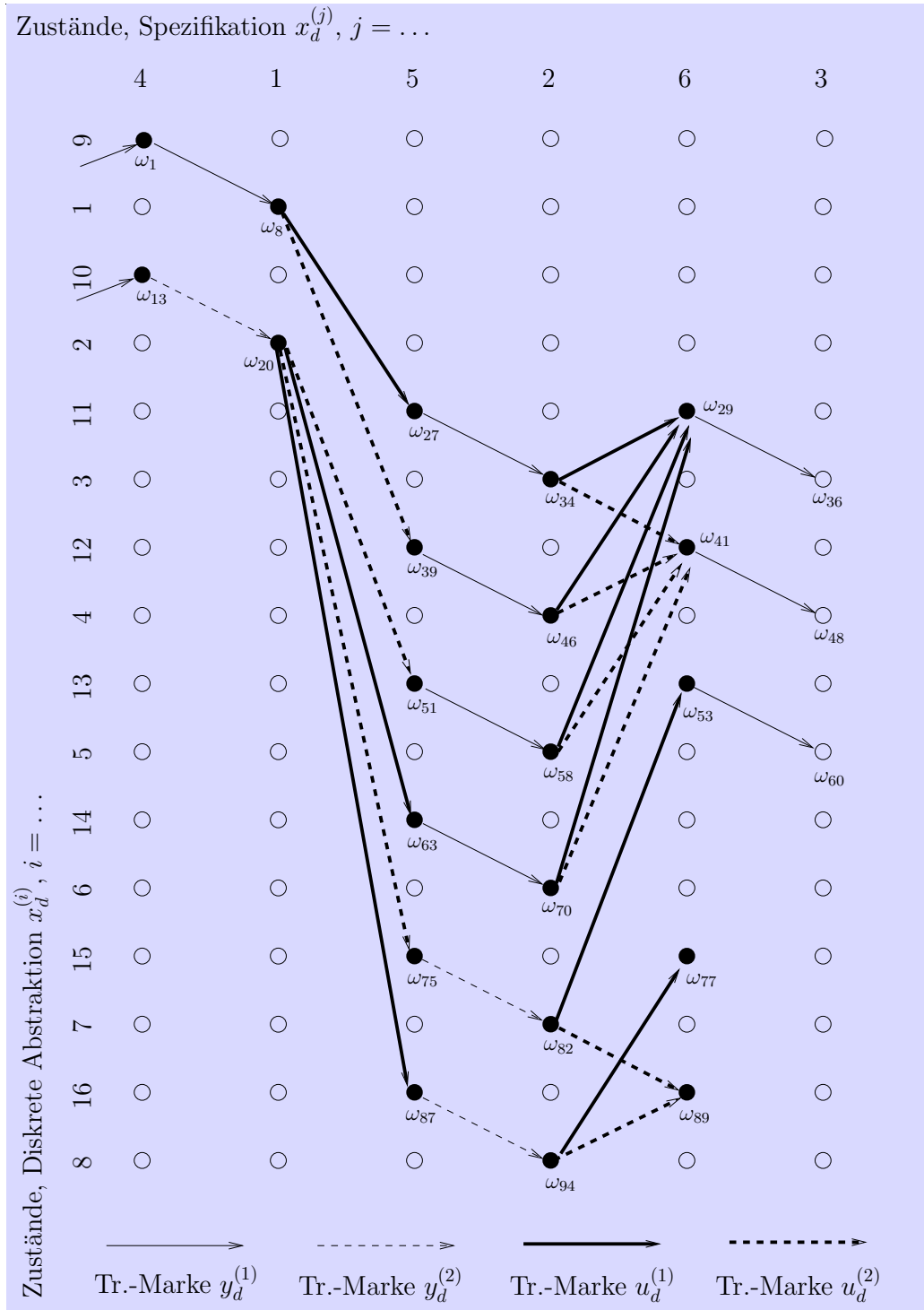


Abbildung 2.18: Reglerentwurf, Ω_4^0, δ_4^0 (Beispiel).

zigen Zustand, $\Omega^{1*} = \{\omega_{94}\}$. Das Abbruchkriterium ist nicht erfüllt, $(\Omega_4^1 \setminus \Omega^{1*}) \cap \Omega_{s3} \neq \emptyset$, und man setzt $\Omega_4^{2,0} = \Omega_{a4}^{2,0} = (\Omega_4^1 \setminus \Omega^{1*}) \cap \Omega_{s3} = \{\omega_1, \omega_{13}\}$. Die Übergangsfunktion δ_4^2 unterscheidet sich von δ_4^1 dadurch, dass die Transition $(\omega_{87} y_d^{(2)} \omega_{94})$ nicht enthalten ist, d. h. es wird $\delta_4^2(\omega_{87}, y_d^{(2)}) = \emptyset$ gesetzt. Die Berechnungen für $k = 0, \dots, 3$ führen zu $\Omega_4^2 = \Omega_4^{2,4} = \{\omega_1, \omega_{13}, \omega_8, \omega_{20}, \omega_{27}, \omega_{39}, \omega_{51}, \omega_{63}, \omega_{75}, \omega_{87}, \omega_{34}, \omega_{46}, \omega_{58}, \omega_{70}, \omega_{82}, \omega_{29}, \omega_{41}, \omega_{53}\}$. Diese letzte Konfiguration wird in Abb. 2.19 dargestellt.

Die weiteren Schritte erfolgen analog, es werden im Folgenden jedoch nur die Eckpunkte angegeben. Für die Menge Ω^{2*} gilt $\Omega^{2*} = \{\omega_{87}\}$, die Übergangsfunktion δ_4^3 unterscheidet sich von δ_4^2 dadurch, dass die Transitionen $(\omega_{20} u_d^{(1)} \omega_{87})$ und $(\omega_{20} u_d^{(1)} \omega_{63})$ eliminiert werden, d. h. es gilt $\delta_4^3(\omega_{20}, u_d^{(1)}) = \emptyset$. $\Omega_4^3 = \Omega_4^{3,4} = \{\omega_1, \omega_{13}, \omega_8, \omega_{20}, \omega_{27}, \omega_{39}, \omega_{63}, \omega_{75}, \omega_{34}, \omega_{46}, \omega_{58}, \omega_{82}, \omega_{29}, \omega_{41}, \omega_{53}\}$. Nun stellt man fest, dass in Ω_4^3 keine blockierenden Zustände enthalten sind, $\Omega^{3*} = \emptyset$. Entsprechend dem Flussdiagramm wird nun die Ausführung der eingebetteten j -Iteration eingestellt. Man setzt $\Omega_4 = \Omega_4^3$, $\delta_4 = \delta_4^3$, $\Omega_{a4} = \tilde{\Omega}_{a4} \cap \Omega_4 = \{\omega_{29}, \omega_{41}, \omega_{65}\}$, $\Omega_{s4} = \Omega_{s3} \cap \Omega_4 = \{\omega_1, \omega_{13}\}$. Im nächsten Schritt der äußeren i -Iteration berechnet man $\tilde{\Omega}_{a5} = \{\omega_{36}, \omega_{48}, \omega_{60}\}$, $\Omega_5^0 = \Omega_4 \cup \tilde{\Omega}_{a5} = \{\omega_1, \omega_{13}, \omega_8, \omega_{20}, \omega_{27}, \omega_{39}, \omega_{63}, \omega_{75}, \omega_{34}, \omega_{46}, \omega_{58}, \omega_{82}, \omega_{29}, \omega_{41}, \omega_{65}, \omega_{36}, \omega_{48}, \omega_{60}\}$. Die Übergangsfunktion δ_5^0 wird durch alle Transitionen definiert, die in Abb. 2.20 dargestellt sind. Nun gilt $\Omega^{0*} = \emptyset$. Daraus folgt $\Omega_5 = \Omega_5^0$, $\delta_5 = \delta_5^0$, $\Omega_{a5} = \tilde{\Omega}_{a5} \cap \Omega_5 = \{\omega_{36}, \omega_{48}, \omega_{60}\}$, $\Omega_{s5} = \Omega_{s4} \cap \Omega_5 = \{\omega_1, \omega_{13}\}$. Im nächsten Schritt berechnet sich $\tilde{\Omega}_{a6} = \{\omega_{29}, \omega_{41}\}$. Da $\tilde{\Omega}_{a6} \subseteq \Omega_5$ erfüllt ist, wird die Ausführung der Prozedur abgeschlossen. Als Endergebnis hat man die Zustandsmenge, die Menge der Anfangszustände und die Übergangsfunktion des gesuchten Reglers gefunden: $\Omega_c = \Omega_5$, $\Omega_{c0} = \Omega_{s5}$, $\delta_c = \delta_5$. Die entsprechende Konfiguration ist in Abb. 2.20 dargestellt.

Es ist leicht erkennbar, dass aufgrund der Finitheit der Zustandsmenge des synchronen Produkts die oben beschriebene Prozedur in einer endlichen Anzahl von Iterationsschritten mit einer endlichen, möglicherweise leeren, Zustandsmenge und einer wohldefinierten Übergangsfunktion des gesuchten Reglers abgeschlossen werden kann. In jedem Iterationsschritt werden die Zustände aus der Zustandsmenge Ω des synchronen Produkts der aktuellen Zustandsmenge entweder hinzugefügt oder daraus eliminiert. Die Prozedur ist so aufgebaut, dass einmal eliminierte Zustände bei weiteren Iterationsschritten nicht mehr in die aktuelle Zustandsmenge aufgenommen werden.

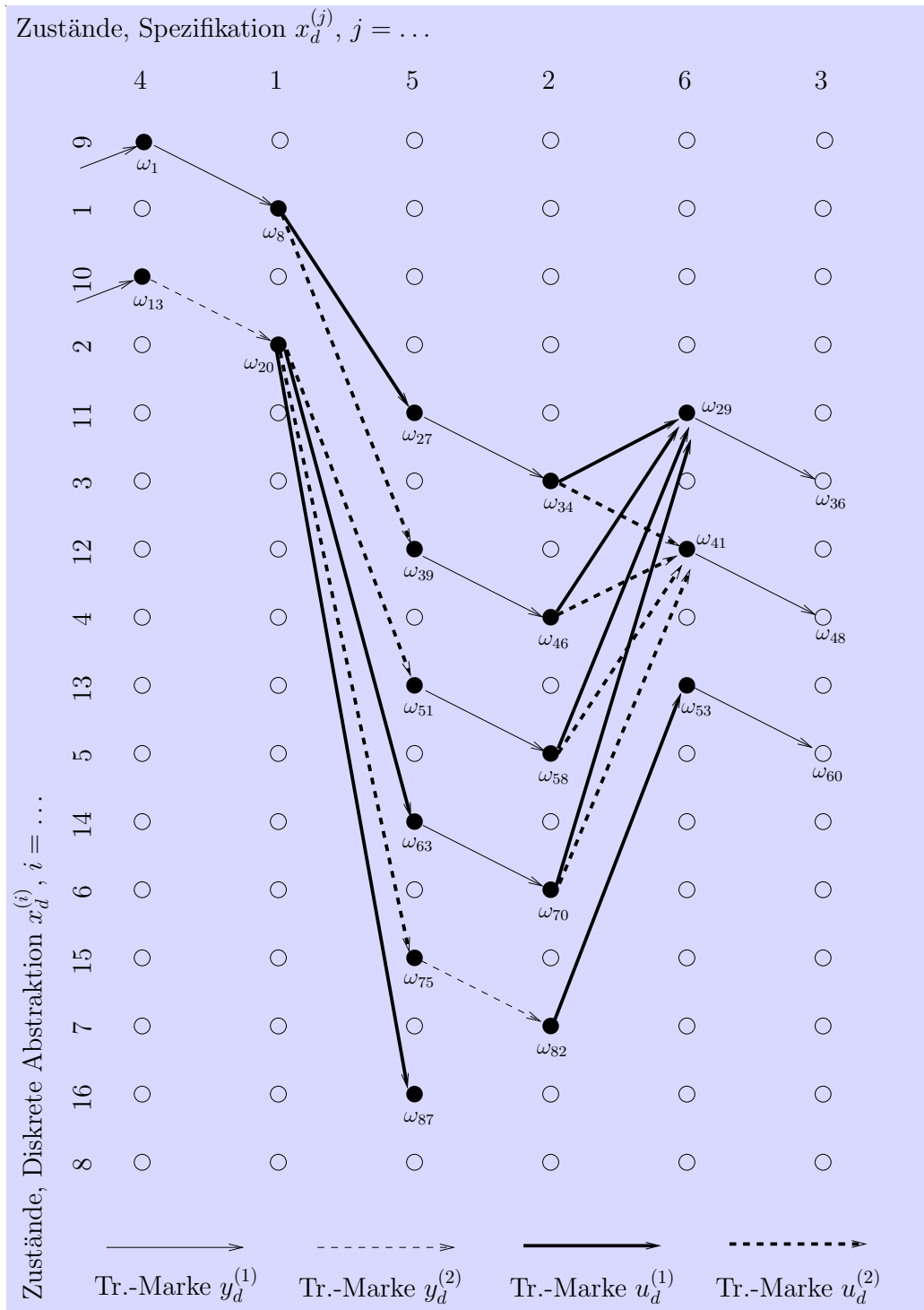


Abbildung 2.19: Reglerentwurf, Ω_4^2, δ_4^2 (Beispiel).

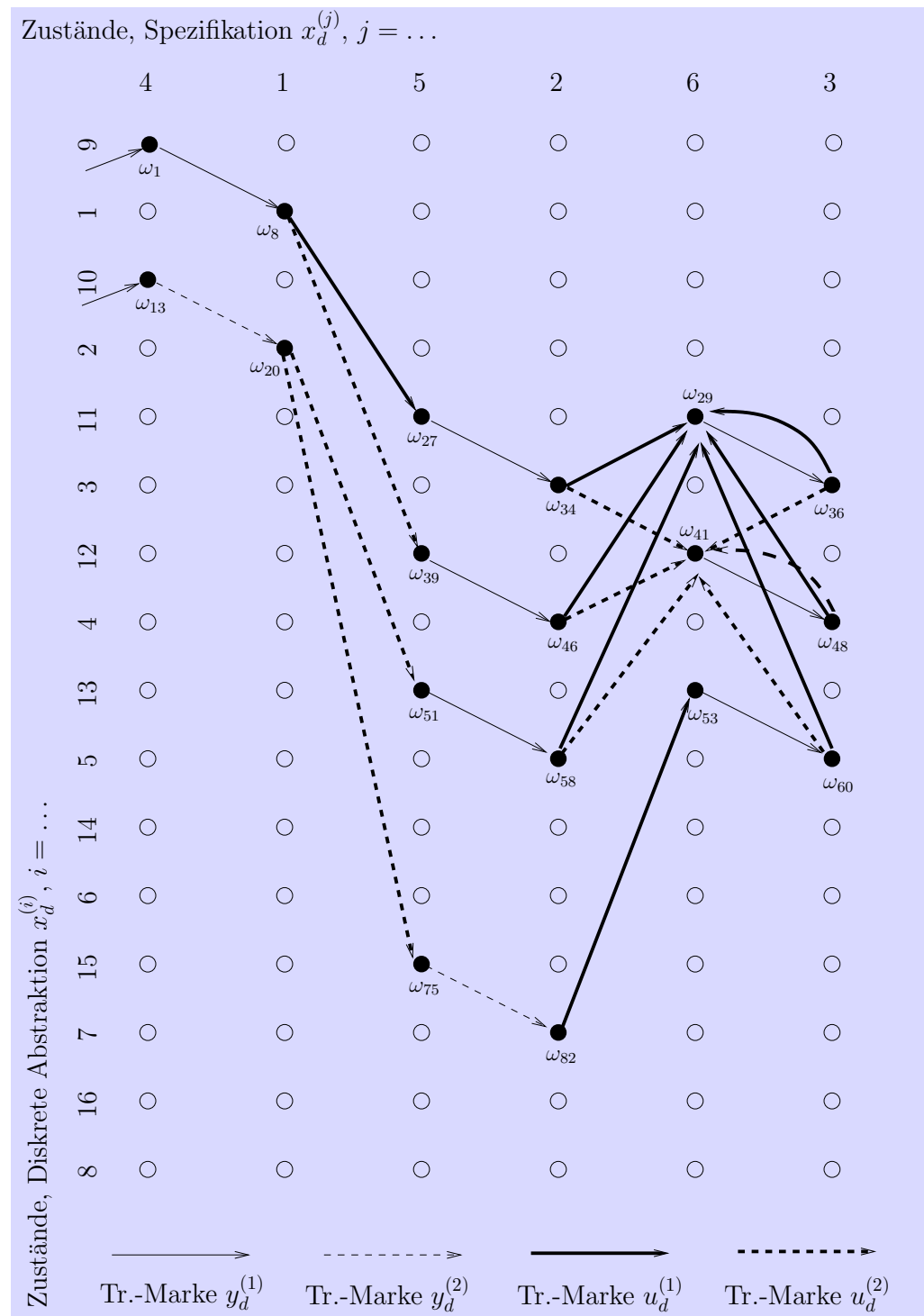


Abbildung 2.20: Reglerentwurf, Ω_5^0, δ_5^0 (Beispiel).

Da die Zustandsmenge des synchronen Produkts endlich ist, wird aus der Prozedur in endlich vielen Iterationsschritten eine endliche Zustandsmenge des Reglers hervorgehen.

Die Zusammenschaltung eines diskreten Reglers und der zu regelnden Strecke wird wiederum anhand des Beispiels erläutert. Zum Zeitpunkt t_0 befindet sich der diskrete Regler in einem der Anfangszustände ω_1 oder ω_{13} , vgl. Abb. 2.20, in Abhängigkeit davon, welchen Wert die diskrete Messgröße $y_d(t_0)$ hat. Gilt $y_d(t_0) = y_d^{(1)}$, so befindet sich der Regler im Zustand ω_1 , für den Fall $y_d(t_0) = y_d^{(2)}$ im Zustand ω_{13} . Die Transition $(\omega_1 y_d^{(1)} \omega_8)$ bzw. $(\omega_{13} y_d^{(2)} \omega_{20})$ wird ebenfalls zum Zeitpunkt t_0 ausgeführt. Befindet sich nun der Regler im Zustand ω_8 , kann $u_d(t_0) = u_d^{(1)}$ oder $u_d(t_0) = u_d^{(2)}$ gewählt werden, da $\delta(\omega_8, u_d^{(1)}) \neq \emptyset$ und $\delta(\omega_8, u_d^{(2)}) \neq \emptyset$. Befindet sich der Regler aber im Zustand ω_{20} , so darf lediglich $u_d(t_0) = u_d^{(2)}$ gewählt werden, da $\delta(\omega_{20}, u_d^{(2)}) \neq \emptyset$ und $\delta(\omega_{20}, u_d^{(1)}) = \emptyset$. In Abhängigkeit davon in welchem Zustand, ω_8 oder ω_{20} , sich der Regler befindet und welches Stellsymbol zum Zeitpunkt t_0 gewählt wurde, wird eine der Transitionen $(\omega_8 u_d^{(1)} \omega_{27})$, $(\omega_8 u_d^{(2)} \omega_{39})$, $(\omega_{20} u_d^{(2)} \omega_{51})$, $(\omega_{20} u_d^{(2)} \omega_{75})$ ausgeführt. Während der Ausführung dieser Transition vergeht das Zeitintervall von t_0 bis t_1 . Zum Zeitpunkt t_1 befindet sich der Regler in einem der Zustände ω_{27} , ω_{39} , ω_{51} oder ω_{75} . Befand sich der Regler zum Zeitpunkt t_0 im Zustand ω_{20} , konnte nur $u_d(t_0) = u_d^{(2)}$ gewählt werden. Um festzustellen, welche der Transitionen $(\omega_{20} u_d^{(2)} \omega_{51})$ oder $(\omega_{20} u_d^{(2)} \omega_{75})$ dann ausgeführt wurde, muss die diskrete Messung $y_d(t_1)$ herangezogen werden. Gilt $y_d(t_1) = y_d^{(1)}$, wurde die Transition $(\omega_{20} u_d^{(2)} \omega_{51})$ ausgeführt, für $y_d(t_1) = y_d^{(2)}$ die Transition $(\omega_{20} u_d^{(2)} \omega_{75})$. Man beachte, dass für den Fall, indem sich der Regler zum Zeitpunkt t_0 im Zustand ω_8 befand, die berechnete Streckendynamik garantiert, dass unabhängig davon ob $u_d(t_0) = u_d^{(1)}$ oder $u_d(t_0) = u_d^{(2)}$ gewählt wurde, $y_d(t_1)$ nur den Wert $y_d^{(1)}$ annehmen kann. Weitere Zeitschritte erfolgen analog. Man kann sich leicht vergewissern, dass der Regler in Abb. 2.20 die Einhaltung der gewählten Spezifikation, Abb. 2.14, garantiert.

Der in Abb. 2.12 dargestellte Algorithmus wurde vom Verfasser dieser Arbeit entwickelt. Die entsprechende Reglerentwurfsprozedur wurde vom Verfasser in der Programmiersprache C, [KR88], implementiert und bei der Lösung zahlreicher Anwendungsprobleme erfolgreich eingesetzt.

2.4.6 Diskrete Abstraktionen, Reglerentwurf und Motivation für hierarchische Vorgehensweise

Aus nahe liegenden Gründen möchte man den Entwurf des diskreten Reglers so einfach wie möglich halten. In Abschnitt 2.3 wurde erläutert, wie für ein kontinuierliches Streckensystem eine geordnete Menge diskreter Abstraktionen unterschiedlicher Genauigkeit und Komplexität aufgestellt werden kann. Um den Aufwand für die Aufstellung der diskreten Abstraktion und für den Reglerentwurf zu minimieren, wird man im Regelfall zunächst versuchen, den Reglerentwurf auf der Basis der einfachsten diskreten Abstraktion DA_0 , vgl. Abb. 2.8, durchzuführen. Die Einfachheit der diskreten Abstraktion wird aber leider mit einem Mangel an Genauigkeit erkaufte: die einfachste diskrete Abstraktion ist gleichzeitig die am wenigsten genaue. “Klappt” der Reglerentwurf, d. h. resultiert die Prozedur, die in Abschnitt 2.4.5 beschrieben wurde, in einer nichtleeren Menge Ω_c , so bedeutet dies, dass die Genauigkeit von DA_0 für den Reglerentwurf ausreichend war. Resultiert dagegen aus der Prozedur eine leere Menge Ω_c , d. h. es konnte kein Regler gefunden werden, so kann dies zwei verschiedene Gründe haben. Entweder ist das zum Reglerentwurf herangezogene Streckenmodell DA_0 zu ungenau, um für die gegebene Spezifikation einen Reglerentwurf zu ermöglichen, oder die Spezifikation ist grundsätzlich nicht erfüllbar, unabhängig davon, wie genau die Abstraktion des Streckenmodells für den Reglerentwurf gewählt ist.

Da man im Regelfall keine Vorkenntnis über die grundsätzliche Erfüllbarkeit der Spezifikation besitzt, wird man sich im letzteren Fall ein genaueres Streckenmodell beschaffen und auf der Basis dieses Modells erneut den Reglerentwurf versuchen. Als dieses genauere Streckenmodell kann die nächstgenaue diskrete Abstraktion DA_1 dienen. Scheitert der Reglerentwurf auch mit DA_1 , so geht man zu DA_2 über und so weiter bis entweder ein Regler berechnet werden kann oder die vorhandenen Rechenkapazitäten erschöpft sind. Bis zu welcher Abstraktion DA_i ein Versuch des Reglerentwurfs noch möglich ist, hängt im wesentlichen von der konkreten Aufgabenstellung ab. Werden viele Stellsymbole und Messsymbole definiert, kann man ziemlich schnell an die Grenze des Machbaren kommen. In so einem Fall liegt die Überlegung nahe, zu versuchen, die Aufgabenstellung aufzuteilen, so dass jeder Teil der Aufgabenstellung auf der Grundlage eines Modells gelöst werden kann, dessen Genauigkeit auf die Anforderungen der Spezifikation der jeweiligen Teilaufgabe abgestimmt ist. Als Modelle können dabei diskrete Abstraktionen unter-

schiedlicher Genauigkeit, das kontinuierliche “Basismodell” sowie aus diesen abgeleitete “Teilmodelle” zum Einsatz kommen. Die resultierenden Regler, die die definierten Teilaufgaben lösen, können dann zu einer hierarchischen, möglicherweise hybriden Regelstruktur zusammengefügt werden, die dann als Ganzes die Einhaltung der ursprünglichen Spezifikation garantiert. Auf diese Weise können regelungstechnische Aufgaben einer systematischen Behandlung zugänglich gemacht werden, die ohne eine hierarchische Strukturierung nicht gelöst werden können. Auch für die Regelungsprobleme, für die auf “unstrukturiertem Weg” eine Lösung gefunden werden kann, ist eine hierarchische Strukturierung der Aufgabenstellung in vielen Fällen sinnvoll: die dadurch erzielbare Ersparnis an Rechenaufwand kann recht groß sein. Außerdem ist die resultierende hierarchische Reglerstruktur unter Umständen beträchtlich einfacher als ein unstrukturierter Regler. Eine ausführliche Betrachtung zum Thema hierarchische hybride Regelung wird der Gegenstand nächsten Kapitels sein.

2.5 Eine Regelungsaufgabe für Zwei-Behälter-System

In diesem Abschnitt soll ein (*sehr einfaches*) illustratives Beispiel vorgestellt werden. Die an diesem Beispiel vom Verfasser durchgeführten Untersuchungen sollen an dieser Stelle und auch im nächsten Kapitel zum Zweck der Veranschaulichung des dargebotenen Materials herangezogen werden. An dieser Stelle soll anhand dieses einfachen aber gleichzeitig praxisrelevanten Beispiels gezeigt werden, wie eine Diskretisierung von kontinuierlichen Stell- und Messgrößen, der Aufbau diskreter Abstraktionen sowie eine approximationsbasierte Lösung einer Regelungsaufgabe durch einen diskreten Regler erfolgen kann.

Das Beispiel ist durch einen Praktikumsversuch – bestehend aus zwei gekoppelten Flüssigkeitsbehältern mit einem Ablauf und zwei jeweils durch Pumpen betriebene Zuläufe – gegeben. Der Versuchsaufbau ist in Abb. 2.21 schematisch dargestellt. Die Querschnittsfläche und die Höhe der beiden Behälter betragen jeweils $A = 154\text{cm}^2$ und $L = 100\text{cm}$. Das Verbindungsrohr hat eine Querschnittsfläche $a = 0.5\text{cm}^2$. Die Ausflussrohre beider Behälter sind mit den Ventilen versehen. Durch diese Ventile können die Querschnittsflächen

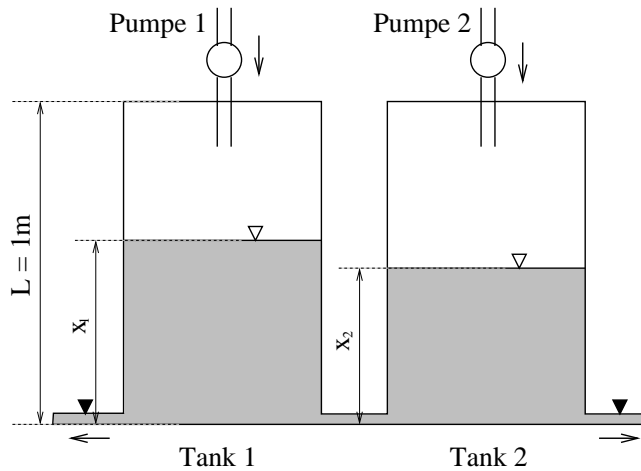


Abbildung 2.21: Zwei-Behälter-System.

der Ausflussrohre a_1 und a_2 im Wertebereich $[0, 5\text{cm}^2]$ eingestellt werden. Förderraten der Pumpen können Werte aus dem Intervall $[0, 4\text{l/min}]$ annehmen. Gemessen werden die Flüssigkeitsstände in beiden Behältern; als Stellgröße u wird die Stellung beider Pumpen verwendet. Die Wertebereiche der kontinuierlichen Messgröße y und der kontinuierlichen Stellgröße u sind dann durch $Y = [0, 100\text{cm}] \times [0, 100\text{cm}]$ und $U = [0, 4\text{l/min}] \times [0, 4\text{l/min}]$ gegeben.

Die Dynamik des Systems wird durch das folgende ODE-Modell beschrieben, das auf dem TORICELLI-Gesetz basiert:

$$A\dot{x}_1(t) = q_1(t) - q_{12}(t) - q_{01}(t), \quad (2.42)$$

$$A\dot{x}_2(t) = q_2(t) + q_{12}(t) - q_{02}(t), \quad (2.43)$$

wobei

$$q_{12}(t) = a_z a \operatorname{sign}(x_1(t) - x_2(t)) \sqrt{2g|x_1(t) - x_2(t)|}, \quad (2.44)$$

$$q_{01}(t) = a_z a_1 \sqrt{2gx_1(t)}, \quad (2.45)$$

$$q_{02}(t) = a_z a_2 \sqrt{2gx_2(t)}. \quad (2.46)$$

Die Zustandsgröße $x = (x_1, x_2)^T$ enthält die Flüssigkeitsstände in beiden Behältern. Die beiden Pumpenzuläufe werden durch q_1, q_2 bezeichnet. Mit q_{12} wird der Strom zwischen den beiden Behältern und mit q_{01} und q_{02} die

Ablaufströme aus Behälter 1 und Behälter 2 bezeichnet. Der Wert des Koeffizienten a_z hängt von der Rohrgeometrie ab und wird hier mit $a_z = 0.75$ angenommen. Bis auf weiteres sei das Ablaufventil des Behälters 1 geschlossen, d. h. $a_1 = 0$ und das Ablaufventil des Behälters 2 auf $a_2 = 0.5\text{cm}^2$ eingestellt.

Offensichtlich ist die Gleichung für die Messgröße in Form (2.8) durch

$$y = x \quad (2.47)$$

gegeben.

Für die Aufstellung einer diskreten Abstraktion für das Zwei-Behälter-System müssen zunächst die Stellgröße und die Messgröße diskretisiert werden. Aus dem Wertebereich der kontinuierlichen Stellgröße wählt man für das Zwei-Behälter-System 9 diskrete Werte. Dementsprechend umfasst die Wertemenge der diskreten Stellgröße 9 Stellsymbole, $U_d = \{u_d^{(1)}, \dots, u_d^{(9)}\}$.

$$\begin{aligned} u_d^{(1)} &= \text{“wähle } u = u_1\text{”, } u_1 = (q_1, q_2) = (0, 0\text{l/min}) \\ u_d^{(2)} &= \text{“wähle } u = u_2\text{”, } u_2 = (q_1, q_2) = (0, 2\text{l/min}) \\ u_d^{(3)} &= \text{“wähle } u = u_3\text{”, } u_3 = (q_1, q_2) = (0, 4\text{l/min}) \\ u_d^{(4)} &= \text{“wähle } u = u_4\text{”, } u_4 = (q_1, q_2) = (2, 0\text{l/min}) \\ u_d^{(5)} &= \text{“wähle } u = u_5\text{”, } u_5 = (q_1, q_2) = (2, 2\text{l/min}) \\ u_d^{(6)} &= \text{“wähle } u = u_6\text{”, } u_6 = (q_1, q_2) = (2, 4\text{l/min}) \\ u_d^{(7)} &= \text{“wähle } u = u_7\text{”, } u_7 = (q_1, q_2) = (4, 0\text{l/min}) \\ u_d^{(8)} &= \text{“wähle } u = u_8\text{”, } u_8 = (q_1, q_2) = (4, 2\text{l/min}) \\ u_d^{(9)} &= \text{“wähle } u = u_9\text{”, } u_9 = (q_1, q_2) = (4, 4\text{l/min}) \end{aligned} \quad (2.48)$$

Um die kontinuierliche Messgröße zu diskretisieren, wird im Wertebereich der kontinuierlichen Messgröße Y eine Quantisierung mit 100 Partitionszellen $Y_i \subset Y$, $i = 1, \dots, 100$ durchgeführt, $\beta = 100$, $Y_d = \{y_d^{(1)}, \dots, y_d^{(100)}\}$. Diese Quantisierung wird in Abb. 2.22 gezeigt. Die untere und die linke Grenze jeder Zelle werden dabei zur Zelle dazugezählt, die rechte und die obere nicht. Nur bei den Zellen, deren rechte oder obere Grenze auf der Grenze von Y liegen, werden auch die rechte und die obere Grenze zur jeweiligen Zelle dazugezählt.

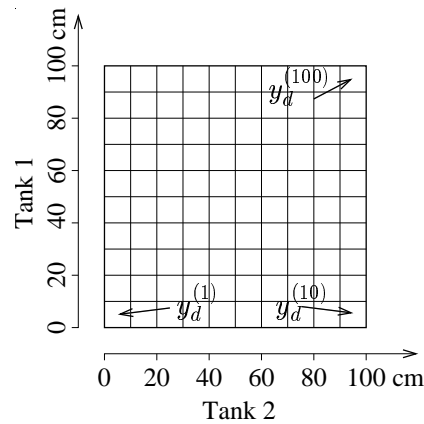


Abbildung 2.22: Quantisierung, Zwei-Behälter-System.

Die Abtastzeit wird zu $t_a = 100\text{s}$ gewählt. Somit ergibt sich die diskrete "Zeitachse" $T = \{t_0, t_1, t_2, \dots\}, t_i = i * 100\text{s}, i = 0, 1, 2, \dots$, auf der die diskrete Stell- und Messgröße definiert sind.

Fasst man die Vorschrift (2.48) als Abbildung $Inj : U_d \rightarrow U$ und die in Abb. 2.22 dargestellte Quantisierungsvorschrift als Abbildung $Quant : Y \rightarrow Y_d$ auf, so kommt man für das Zwei-Behälter-System zur Darstellung in Form (2.14)-(2.15), d. h. zum Modell $PD = (T, U_d \times Y_d, \mathcal{B}_{pd})$.

Nun soll für das Zwei-Behälter-System ein ereignisdiskreter Reglerentwurf für eine praxisrelevante Regelungsaufgabe durchgeführt werden. Der Reglerentwurf soll dabei approximationsbasiert erfolgen. Man erinnere sich, dass die diskrete Messgröße zu den Abtastzeitpunkten $t_i = i * 100\text{s}, i = 0, 1, 2, \dots$ abgelesen wird. Die diskrete Stellgröße darf ihren Wert ebenfalls nur zu diesen Zeitpunkten ändern. Das System besitzt mehrere stationäre Punkte, je nach Anfangszustand und Pumpenstellung. Einer davon liegt in der Partitionszelle Y_{54} . Diskrete Messgröße nimmt dabei den Wert $y_d = y_d^{(54)}$: $50\text{cm} \leq y_1 < 60\text{cm}, 30\text{cm} \leq y_2 < 40\text{cm}$, vgl. Abb. 2.22. Die Spezifikation der gewählten Regelungsaufgabe besteht darin, dass nach 5 Zeitschritten, i.e. für $i \geq 5$, $y_d(t_i) = y_d^{(54)}$ gilt, unabhängig davon, in welchem Zustand sich das System zum Anfangszeitpunkt t_0 befand. Diese Spezifikation kann durch den Moore-Automat repräsentiert werden, der in Abb. 2.23 dargestellt ist. Die Symbole Y_d neben den Pfeilen, die die Zustandsausgabe markieren, und die Symbole U_d über den Transitionspfeilen sind so zu verstehen, dass

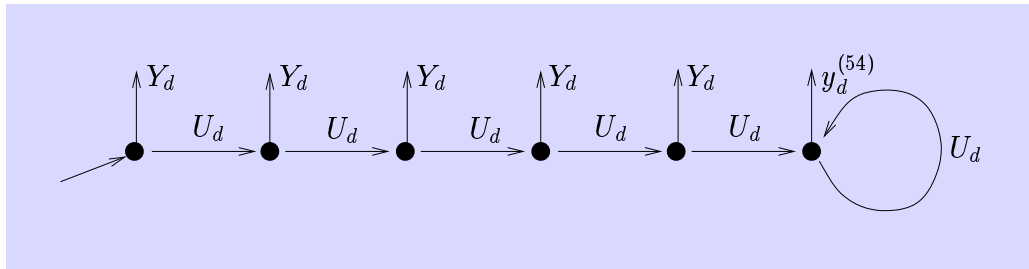


Abbildung 2.23: Spezifikation für Zwei-Behälter-System.

bei der Ausgabe die Menge $Y_d = \{y_d^{(1)}, \dots, y_d^{(100)}\}$ ausgegeben wird und bei den Transitionen jeweils die neun Transitionen mit den Transitionsmarken $u_d^{(1)}, \dots, u_d^{(9)}$ vorhanden sind. Zunächst versucht man einen diskreten Regler, der die Einhaltung der Spezifikation erzwingt, auf der Basis der diskreten Abstraktion DA_0 zu entwerfen. Dafür wird diese diskrete Abstraktion mit der in Abschnitt 2.3 dargestellten Methode aufgestellt. Der diese diskrete Abstraktion repräsentierende Moore-Automat besitzt 100 Zustände und 2071 Transitionen. Die Reglerentwurfsprozedur, die in Abschnitt 2.4.5 beschrieben wurde, endet in diesem Fall mit einer leeren Zustandsmenge, d. h. kein Regler kann gefunden werden. Im nächsten Schritt wird zur Berechnung des Reglers die nächstgenaue diskrete Abstraktion DA_1 herangezogen. Zur Aufstellung dieser diskreten Abstraktion wurden ebenfalls die Methoden aus Abschnitt 2.3 eingesetzt. Der Rechenaufwand ist dabei viel höher als bei der Aufstellung von DA_0 . Die durch DA_1 gegebene Streckendarstellung ist viel komplexer als DA_0 : Der die diskrete Abstraktion DA_1 repräsentierende Moore-Automat besitzt 2171 Zustände und 27307 Transitionen. In diesem Fall lässt sich ein diskreter Regler berechnen. Der Automat ohne Ausgabe, der diesen Regler repräsentiert, besitzt 5650 Zustände und 21448 Transitionen. Er garantiert die Einhaltung der Spezifikation für die Abstraktion DA_1 und damit auch für das "Basismodell" (2.42) – (2.47). Zur Illustration werden in Abb. 2.24 Simulationsergebnisse für den geschlossenen Kreis dargestellt. Man sieht, dass für $t \geq 500s$ der stationäre Zustand $y_d = y_d^{(54)}$ tatsächlich erreicht wird.

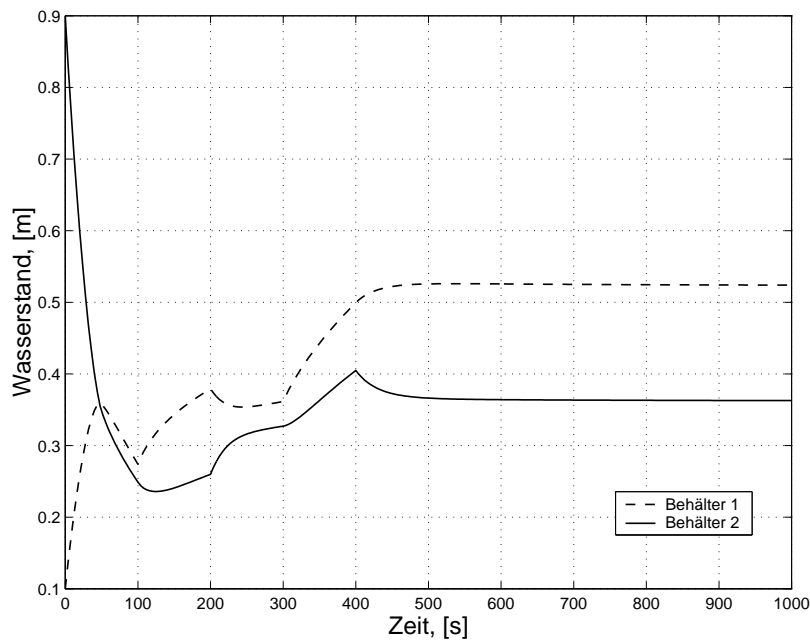


Abbildung 2.24: Zwei-Behälter-System, geschlossener Regelkreis.

2.6 Zusammenfassung

In Kapitel 2 wurden die Grundlagen zusammengestellt, die für das Verständnis der Darstellung hierarchischer Ansätze zur Lösung komplexer hybrider regelungstechnischer Aufgaben in Kapitel 3 und Kapitel 4 erforderlich sind. Zunächst wurde in Abschnitt 2.1 der mathematische Rahmen für alle in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Untersuchungen vorgestellt – die WILLEMSsche “behavioural systems theory”. Der auf dieser Theorie beruhende Beschreibungsformalismus für dynamische Systeme basiert auf der Betrachtung der externen Signale, durch die das System mit seiner Umgebung interagiert. Die Menge aller externen Signale, die das System zulässt, wird als Verhalten des Systems bezeichnet. Diese Art der Beschreibung dynamischer Systeme erlaubt es, kontinuierliche, diskrete sowie hybride Systeme oder Systemkomponenten im Rahmen eines gemeinsamen Formalismus zu beschreiben, was angesichts der Themenstellung dieser Arbeit von großem Vorteil ist.

In Abschnitt 2.2 wurde dann die mit der Regelung dynamischer Systeme ver-

bundene Problematik in einem verhaltensbasierten Rahmen behandelt. Für eine approximationsbasierte Regelung wurde die Reduktionsbedingung formuliert, der die verwendete Approximation genügen muss, damit eine darauf basierte Regelung nicht nur für die Approximation, sondern auch für das darunterliegende ursprüngliche System die Einhaltung der Spezifikation garantiert: Das Verhalten der Approximation soll eine Übermenge des Verhaltens des ursprünglichen, zu approximierenden Systems darstellen. Das bedeutet, dass jedes externe Signal, das bei dem ursprünglichen System auftreten kann, auch vom approximierenden Modell produzierbar sein soll. Vor allem bei der Lösung regelungstechnischer Aufgaben für hybride Systeme kommt einer approximationsbasierten Regelung große Bedeutung zu, da ohne eine vereinfachende Systemapproximation solche Aufgaben einer systematischen Herangehensweise oft unzugänglich bleiben.

In Abschnitt 2.3 wurde die Aufstellung diskreter Abstraktionen für kontinuierliche Streckenmodelle betrachtet. Für die durch diese diskreten Abstraktionen gegebenen Approximationen des Streckenmodells ist die Reduktionsbedingung erfüllt. Daher können solche diskrete Abstraktionen zum approximationsbasierten Reglerentwurf herangezogen werden. Der Zustand dieser diskreten Abstraktionen besteht aus den beobachteten Sequenzen der Werte diskretisierter Stell- und Messgrößen des kontinuierlichen Streckenmodells von endlicher Länge, die durch den Approximationsparameter bestimmt wird. Die Anzahl unterschiedlicher Zustände ist endlich und begrenzt, wobei die Begrenzung problemabhängig ist. Für jeden Wert des Approximationsparameters ergibt sich eine diskrete Abstraktion. Jede dieser diskreten Abstraktionen ist durch einen endlichen, nichtdeterministischen Moore-Automaten gegeben. Die Menge der diskreten Abstraktionen, die sich für ein kontinuierliches Streckensystem für unterschiedliche Werte des Approximationsparameters ergeben, ist bezüglich der Eigenschaft "Genauigkeit der Approximation" vollständig geordnet. Je größer der Approximationsparameter, desto genauer kann das darunterliegende kontinuierliche Streckenmodell von der entsprechenden diskreten Abstraktion approximiert werden. Wird der Approximationsparameter um 1 erhöht, erhält man eine Approximation, die mindestens so genau ist, wie die vorherige. Bedauerlicherweise wächst mit der Erhöhung des Approximationsparameters auch die Zahl der Zustände der diskreten Abstraktion, was ein Zuwachs an Komplexität und eine Minderung der Handhabbarkeit der diskreten Abstraktion bedeutet.

Der approximationsbasierte Entwurf diskreter Regler wurde in Abschnitt 2.4

dargestellt. Die diskreten Abstraktionen stellen dabei die Streckenbeschreibung dar, die als Grundlage für den Reglerentwurf dient. Um den Reglerentwurf mit Standardmethoden der “supervisory control theory” von RAMADGE und WONHAM durchführen zu können, werden die in Form endlicher nichtdeterministischer Moore-Automaten vorliegenden diskreten Abstraktionen in eine äquivalente – der rechnerischen Behandlung aber eher zugängliche – Darstellung transformiert: endliche nichtdeterministische Automaten ohne Ausgabe. Die Spezifikation der zu lösenden Regelungsaufgabe wird ebenfalls zunächst als endlicher Moore-Automat dargestellt und dann in einen endlichen Automaten ohne Ausgabe transformiert. Da sich die Standardmethode von RAMADGE und WONHAM ausschließlich mit deterministischen Automaten beschäftigt, bei dem hier durchzuführenden diskreten Reglerentwurf aber nichtdeterministische Automaten vorliegen, wird eine Modifikation der Standardmethode vorgenommen. Der resultierende Algorithmus zur rechnerischen Durchführung eines approximationsbasierten Entwurfs diskreter Regler wurde ausführlich erläutert und diskutiert.

Schließlich wurde in Abschnitt 2.5 die praktische Anwendung der in Kapitel 2 dargestellten Methoden anhand eines einfachen, aber gleichzeitig praxisrelevanten Beispiels – eines aus zwei gekoppelten Behältern bestehenden Praktikumsversuchs – illustriert. Die Regelungsaufgabe bestand darin, das System innerhalb eines begrenzten Zeitintervalls auf einen vorgegebenen stationären Punkt zu bringen. Die Lösung erfolgte approximationsbasiert. Das nichtlineare kontinuierliche Modell, das die Dynamik des Beispielsystems beschreibt, wurde dabei mit einer passenden diskreten Abstraktion approximiert. Durch die Anwendung der Reglerentwurfsprozedur aus Abschnitt 2.4 konnte ein geeigneter diskreter Regler gefunden werden. Bei der Verschaltung dieses Reglers mit dem ursprünglichen kontinuierlichen Streckenmodell wird die Spezifikation der Regelungsaufgabe erfüllt – dies wird durch die Einhaltung der Reduktionsbedingung durch die verwendete diskrete Abstraktion garantiert.

Kapitel 3

Hierarchische Ansätze

In diesem Kapitel findet sich eine ausführliche Darstellung der hierarchischen Ansätze zur Lösung komplexer hybrider regelungstechnischer Aufgaben. Die aus der Anwendung dieser Ansätze resultierenden hierarchisch aufgebauten Regelstrukturen können sowohl herkömmliche kontinuierliche (z. B. PI-Regler) als auch ereignisdiskrete Regler enthalten. Typischerweise werden erstere auf den unteren und letztere auf den oberen Hierarchieebenen eingesetzt. Dabei übernehmen die ereignisdiskreten Regler auf den oberen Ebenen oft die Koordination des Einsatzes der Regler auf den unteren Ebenen, die dort das physikalische Prozessgeschehen direkt beeinflussen können. Die ereignisdiskreten Regler werden approximationsbasiert auf der Grundlage der im vorigen Abschnitt beschriebenen diskreten Abstraktionen entworfen.

Kapitel 3 ist wie folgt aufgebaut. Zunächst wird in Abschnitt 3.1 eine Einführung in die Problematik hierarchischer Regelung geboten. Zwei alternative Ansätze zum Aufbau hierarchischer Regelstrukturen werden vorgestellt: “Top-down” und “Bottom-up”. Eine ausführliche Diskussion dieser zwei Ansätze erfolgt in Abschnitt 3.2 (“Top-down”) und Abschnitt 3.3 (“Bottom-up”). Für beide Ansätze wird mathematisch nachgewiesen, dass die gestellte Regelungsaufgabe durch die resultierende hierarchische Regelstruktur gelöst wird. Die praktische Anwendung der erarbeiteten Methoden wird anhand des Zwei-Behälter-Beispiels illustriert. Für den “Top-down”-Ansatz wird dabei eine rein ereignisdiskrete und für den “Bottom-up”-Ansatz eine hybride (kontinuierlich-diskrete) Reglerarchitektur vorgeschlagen. Bei diesem einfachen Beispiel handelt es sich lediglich um eine Veranschauli-

chung des theoretischen Materials. Um das Potential der erarbeiteten Methoden zu demonstrieren, wird im nächsten Kapitel ein sehr viel komplexeres Anwendungsbeispiel betrachtet – das automatische Anfahren einer aus zwei gekoppelten Kolonnen bestehenden Destillationsanlage. Den mathematischen Rahmen für die durchgeführte Untersuchungen stellte wiederum die WILLEMSSche “behavioural systems theory”. Grundbegriffe dieser Theorie wurden in Abschnitt 2.1 erläutert. Eine Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnissen des Kapitels 3 findet man in Abschnitt 3.4.

3.1 Einführende Betrachtung

Komplexe Regelungsaufgaben lassen sich in aller Regel nur dann erfolgreich bearbeiten, wenn sie in kleinere, besser überschaubare Teilaufgaben untergliedert werden, welche dann einzeln angegangen werden können. In der vorliegenden Arbeit wurde ein effizienter und theoretisch fundierter Ansatz untersucht, der auf einer *hierarchischen* Gliederung der Aufgabenstellung basiert. Eine solche Gliederung der Aufgabenstellung ruft eine Hierarchie der Regler hervor: jeder dieser Regler löst dabei eine ihm zugeteilte Teilaufgabe auf der Grundlage eines Modells, dessen Genauigkeit an die Anforderungen der jeweiligen Teilaufgabe angepasst ist. Die im Rahmen des untersuchten Ansatzes erarbeiteten Methoden garantieren, dass die “Summe” der Lösungen der Teilaufgaben auch eine Lösung der ursprünglichen Regelungsaufgabe darstellt. Erst diese Eigenschaft macht aus einer intuitiven Heuristik eine systematische Vorgehensweise.

Abschnitt 3.1 ist wie folgt aufgebaut. In Abschnitt 3.1.1 wird die Motivation und Problemstellung einer hierarchischen Vorgehensweise zur Lösung komplexer Regelungsaufgaben erläutert. Anschließend werden in Abschnitt 3.1.2 zwei alternative Ansätze zum Aufbau hierarchischer Regelstrukturen – “Top-down” und “Bottom-up” – vorgestellt. Eine ausführliche Diskussion dieser Ansätze folgt in Abschnitt 3.2 und Abschnitt 3.3.

3.1.1 Hierarchische Vorgehensweise zur Lösung komplexer Regelungsaufgaben

Bei komplexen Prozessen sind die Chancen, ein gegebenes Regelungsproblem auf der Grundlage *eines* Modells zu lösen, sehr gering: Modelle, die den untersuchten Prozess genügend genau beschreiben, sind in aller Regel viel zu komplex für die Standardmethoden der Regelungstechnik; vereinfachte Modelle, auf die sich diese Methoden prinzipiell anwenden ließen, sind meist zu ungenau, so dass sich auch auf ihrer Basis kein geeigneter Regler entwerfen lässt. Es liegt deshalb nahe, die Regelungsaufgabe in eine Reihe von Teilaufgaben aufzuspalten, die dann auf der Grundlage verschieden genauer Modelle gelöst werden. Abb. 3.1 veranschaulicht, dass eine solche Vorgehensweise als Verallgemeinerung einer einfachen approximationsbasierten Regelung interpretiert werden kann: Jedes der gezeigten Bänder repräsentiere eine Menge

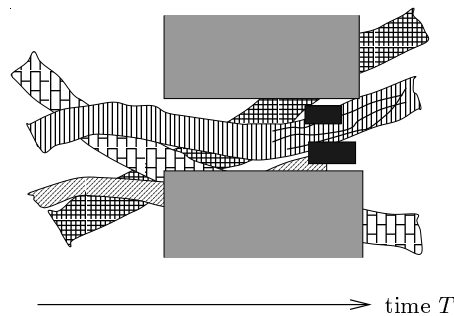


Abbildung 3.1: Modellgenauigkeit und Spezifikation, aus [RIM00].

von Ausgangssignalen, die ein übergeordnetes, abstraktes Modell einem Eingangssignal zuordnet. Auf der Basis dieses abstrakten Modells könnte man also den hellgrau schattierten “verbotenen Bereich” vermeiden. Vorübergehend strengere Anforderungen (die durch die schwarz gezeichneten zusätzlichen verbotenen Bereiche gekennzeichnet sind) lassen sich auf der Grundlage dieses Modells aber nicht erfüllen. Um das Ausgangssignal durch den resultierenden zulässigen Bereich zu führen, benötigt man offenbar ein genaueres Modell, das eine feinere Unterscheidung von Signalen erlaubt. Dieses muss allerdings nur in einem kleinen, durch die Verschärfung der Spezifikation definierten Bereich gültig sein.

Dieses illustrative Beispiel deutet bereits an, welche formalen Operationen in

einem systematischen hierarchischen Ansatz eine Rolle spielen. Möchte man eine Teilaufgabe auf der Grundlage eines abstrakteren Modells lösen, liegt aber ein detailliertes Prozessmodell vor, so muss eine *Abstraktion* des Prozessmodells durchgeführt werden. Verlangt eine Teilaufgabe dagegen die volle Aussagekraft des vorliegenden detaillierten Modells, erstrecken sich aber die Spezifikationsanforderungen dieser Teilaufgabe nur über ein Teilgebiet des gesamten Geltungsbereichs des zu regelnden Prozesses, so muss durch *Selektion* der entsprechende relevante “Teil” des gesamten detaillierten Prozessmodells “herausgeschnitten” werden. Eine ausführliche Diskussion dieser zwei Operationen – der Abstraktion und Selektion – erfolgt in Abschnitt 3.2 und Abschnitt 3.3.

3.1.2 “Top-down” und “Bottom-up” – zwei Wege zur Strukturierung von Regelungsaufgaben

Für die konstruierte hierarchische Struktur müssen bestimmte Bedingungen, die Reduktions- und Konsistenzbedingungen, erfüllt werden. Die Reduktionsbedingungen wurden in Kapitel 2 bereits vorgestellt und im Kontext der approximationsbasierten Regelung ausführlich diskutiert. Die Bedeutung dieser Bedingungen im Kontext hierarchischer Regelung ist ähnlich: Die Einhaltung der Reduktionsbedingungen durch die verwendeten Prozessmodelle unterschiedlicher Genauigkeit stellt sicher, dass die Prozessbeschreibung auf der untergeordneten Ebene keine von der Prozessbeschreibung auf der übergeordneten Ebene unvorhersehbaren Phänomene aufweist und dass auf der Grundlage des abstrakteren Modells getroffene Entscheidungen auf der darunterliegenden Hierarchieebene in detailliertere Stelleingriffe umgesetzt werden können und dort zum gewünschten Erfolg führen. Die weiter unten noch vorzustellenden Konsistenzbedingungen beziehen sich auf die Aufteilung der ursprünglichen Gesamtaufgabe in die Teilaufgaben, die auf der Grundlage von unterschiedlich genauen Modellen gelöst werden. Die Einhaltung der Konsistenzbedingungen garantiert nämlich, dass die “Summe” der Anforderungen der Teilaufgaben nicht schwächer ist als die Anforderungen der ursprünglichen Regelungsaufgabe. Eine ausführliche Diskussion beider Bedingungen folgt in Abschnitt 3.2 und Abschnitt 3.3. Werden die beiden Bedingungen erfüllt, kann garantiert werden, dass die ursprüngliche Regelungsaufgabe durch die hierarchische Regelstruktur gelöst wird, die aus den Einzelreglern aufgebaut ist, durch die die einzelnen Teilaufgaben gelöst wer-

den.

Die Reduktions- und Konsistenzbedingungen schließen eine Reihe von Strukturierungsmöglichkeiten aus, lassen aber im Allgemeinen eine immer noch unüberschaubare Menge davon offen. Es erweist sich als schwierig, wenn nicht unmöglich, eine generell anwendbare Strategie zur Automatisierung eines hierarchischen Strukturierens zu finden. Es sollen aber zwei gegensätzliche Vorgehensweisen charakterisiert werden (“Top-down” und “Bottom-up”), die sich für viele praktisch relevante Problemklassen anbieten.

Im folgenden werden diese zwei Vorgehensweisen anhand einer aus zwei Ebenen bestehenden Hierarchie erklärt. Dies bedeutet keine Einschränkung der Allgemeinheit. Gelten zwischen den benachbarten Hierarchieebenen Reduktions- und Konsistenzbedingungen, ist die Vorgehensweise transitiv – man kann sukzessiv beliebig viele Ebenen “aufeinanderstapeln”. Auf der “höheren” Ebene (“High-level”, Index i) findet sich ein abstrakteres Modell des zu regelnden Prozesses M_i , man bezeichnet dessen Verhalten mit \mathcal{B}_{mi} , und auf der “unteren” Ebene (“Low-level”, Index $i + 1$) – ein detaillierteres Modell M_{i+1} , das entsprechende Verhalten wird mit \mathcal{B}_{mi+1} bezeichnet.

Bei der “Top-down”-Vorgehensweise macht man sich zunächst die Sichtweise des abstrakten Modells M_i zu eigen und überlegt, welche Teilaufgabe mit der Spezifikation \mathcal{B}_{si} mit den dem Modell M_i zur Verfügung stehenden, beschränkten Informationen und Eingriffsmöglichkeiten bearbeitet werden kann. Dabei wird man bestrebt sein, diese Teilaufgabe so zu wählen, dass damit ein möglichst großer Teil der Gesamtaufgabe bearbeitet wird. Man versucht sodann, einen Regler C_i zu finden, so dass $\mathcal{B}_{mi} \cap \mathcal{B}_{ci} \subseteq \mathcal{B}_{si}$ gilt, wobei mit \mathcal{B}_{ci} das Verhalten von C_i bezeichnet wird. Hierdurch wird die Stellvariable des abstrakten Modells M_i bestimmt. Auch die Stellvariable des detaillierten Modells M_{i+1} wird dabei indirekt eingeschränkt: auf der untergeordneten Ebene können jetzt nur noch solche zeitlichen Verläufe der Stellgröße gewählt werden, die mit der Reglervorgabe auf der höheren Ebene kompatibel sind.

Allerdings kann C_i die Spezifikation im Allgemeinen nicht alleine erfüllen. Der verbleibende Teil der Aufgabenstellung muss demzufolge an die untergeordnete Ebene “delegiert” werden. Die Spezifikation dieser auf der untergeordneten Ebene zu lösenden Teilaufgabe bezeichnet man mit \mathcal{B}_{si+1} . Nun wird ein Regelalgorithmus C_{i+1} gesucht, der unter den von der übergeordneten Ebene vorgegebenen Rahmenbedingungen die Spezifikation \mathcal{B}_{si+1} erfüllt. Ist ein

solcher Regler gefunden, so garantiert das Zusammenspiel von C_i und C_{i+1} die erfolgreiche Bearbeitung der gesamten Problemstellung. Die beschriebene Vorgehensweise wird in Abb. 3.2 zusammengefasst.

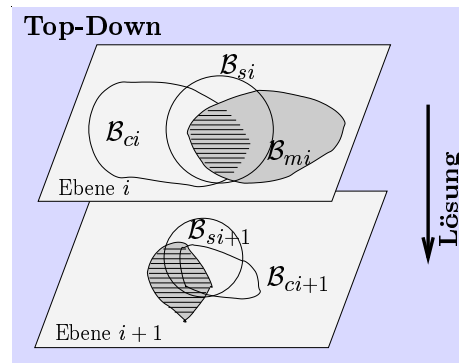


Abbildung 3.2: “Top-down”-Prinzip.

Beim “Bottom-up”-Prinzip versucht man im Gegensatz zum “Top-down”-Prinzip zunächst einen möglichst großen Teil der allgemeinen Problemstellung auf der unteren, d. h. detaillierteren Ebene zu bearbeiten. Die Spezifikation der auf dieser Ebene zu lösenden Teilaufgabe wird auch hier mit B_{si+1} bezeichnet. Für den zur Lösung dieser Teilaufgabe eingesetzten Regler C_{i+1} mit Verhalten B_{ci+1} muss gelten $B_{mi+1} \cap B_{ci+1} \subseteq B_{si+1}$. Der verbleibende Teil der Gesamtaufgabe wird auf übergeordneter Ebene bearbeitet: dort “sieht” man eine “vergrößerte” Version des aus M_{i+1} und C_{i+1} bestehenden Regelkreises. Findet man nun auf der übergeordneten Ebene einen Regler C_i , dem es gelingt, das Verhalten dieser “vergrößerten” Version zur Einhaltung der Spezifikation des verbleibenden Teils der Gesamtaufgabe B_{si} zu zwingen, ist die Gesamtaufgabe durch die Regler C_{i+1} und C_i gelöst. Mit Abb. 3.3 wird auch diese Vorgehensweise veranschaulicht.

In den nun folgenden Abschnitten 3.2 und 3.3 werden die zwei skizzierten Ansätze ausführlich dargestellt.

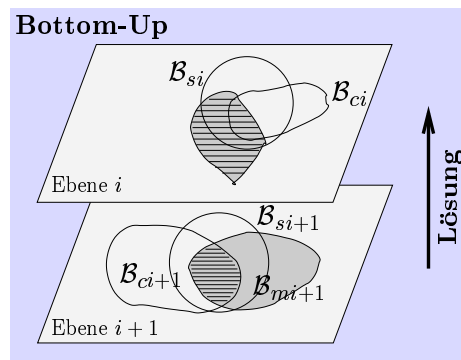


Abbildung 3.3: “Bottom-up”-Prinzip.

3.2 “Top-down”-Ansatz: diskrete Reglerarchitektur

In diesem Abschnitt wird der “Top-down”-Ansatz zum Aufbau hierarchischer Regelstrukturen ausführlich dargestellt. Wie in Abschnitt 3.1 erfolgt die Darstellung ohne Einschränkung der Allgemeinheit anhand einer aus zwei Ebenen bestehenden Hierarchie.

Abschnitt 3.2 ist wie folgt aufgebaut. Zunächst werden in Abschnitt 3.2.1 die für den Aufbau hierarchischer Regelstrukturen grundlegenden Operationen – Abstraktion und Selektion – behandelt. Mit Hilfe dieser Operationen kann die Genauigkeit und/oder der Geltungsbereich eines Prozessmodells an die Anforderungen der jeweiligen Teilaufgabe angepasst werden. Dann wird in Abschnitt 3.2.2 eine konsistente Aufteilung der Aufgabenstellung behandelt. Durch die Einhaltung der Konsistenzbedingung wird garantiert, dass die “Summe” der Anforderungen der formulierten Teilaufgabe nicht schwächer ist, als die Anforderungen der ursprünglichen Gesamtaufgabe. Der hierarchische Reglerentwurf nach dem “Top-down”-Prinzip wird in Abschnitt 3.2.3 dargestellt. Durch die Einhaltung der Reduktions- und Konsistenzbedingungen wird sichergestellt, dass die ursprüngliche Regelungsaufgabe durch die resultierende hierarchische Regelstruktur gelöst wird. In Abschnitt 3.2.4 wird die Anwendung der vorgestellten Methoden anhand des Zwei-Behälter-Beispiels illustriert: für eine Regelungsaufgabe wird eine Lösung durch eine rein diskrete hierarchische Regelstruktur nach dem “Top-down”-Prinzip vorgeschlagen.

Die in diesem Abschnitt dargestellten Ausführungen wurden in [RI00, RIM00] veröffentlicht.

3.2.1 Abstraktion und Selektion

Das Prozessmodell $M_{i+1} = (T_{i+1}, U_{i+1} \times Y_{i+1}, \mathcal{B}_{mi+1})$ beschreibe den Prozess auf detaillierte Weise. Unter *Abstraktion* wird der Schritt von M_{i+1} zu einem einfacheren Modell $M_i = (T_i, U_i \times Y_i, \mathcal{B}_{mi})$ verstanden. Beispielsweise kann M_{i+1} die kontinuierliche Systemdarstellung sein und M_i eine diskrete Abstraktion. Die Systembeschreibung M_i besitzt im Allgemeinen einen größeren Zeitbegriff ($T_i \subseteq T_{i+1}$) und arbeitet mit aggregierten Meß- und Stellsignalen. Diese “Signalverdichtung” wird durch die Abbildungen $q_u : U_{i+1}^{T_{i+1}} \rightarrow U_i^{T_i}$ und $q_y : Y_{i+1}^{T_{i+1}} \rightarrow Y_i^{T_i}$ dargestellt¹. Detaillierte Meßsignale $\{y_{i+1} | q_y(y_{i+1}) = y_i, y_i \in Y_i^{T_i}\}$ können auf abstrakter Ebene also nicht unterschieden werden, und jedes auf Modellebene M_i errechnete Stellsignal u_i kann auf der unterlagerten Ebene in ein beliebiges Element der Menge $\{u_{i+1} | q_u(u_{i+1}) = u_i\}$ umgesetzt werden. Damit jedes Stellsignal der abstrakten Ebene auf der Ebene M_{i+1} umgesetzt werden kann, muss die Abbildung q_u surjektiv sein. Weiterhin muss für die Modelle M_{i+1} und M_i die Reduktionsbedingung erfüllt werden. Diese Bedingung kann mit Hilfe der Abbildungen q_u und q_y wie folgt formuliert werden:

$$q(\mathcal{B}_{mi+1}) := \{(q_u(u_{i+1}), q_y(y_{i+1})) \mid (u_{i+1}, y_{i+1}) \in \mathcal{B}_{mi+1}\} \subseteq \mathcal{B}_{mi}. \quad (3.1)$$

Unter anderem bewirkt diese Bedingung, dass auf abstrakter Ebene berechnete Stellsignale auf untergeordneter Ebene keine unvorhergesehenen Auswirkungen besitzen.

Aufgabe des *Selektionsoperators* ist es, bestimmte Aspekte eines detaillierten Modells M_{i+1} “herauszuschneiden”. Es wird hier zwischen zwei Varianten unterschieden, die beide für die im folgenden vorgestellten Strukturierungsmethoden gebraucht werden:

In vielen Situationen – auch dem in Abb. 3.1 dargestellten Szenario – benötigt man Selektionsmechanismen, die die Aussagekraft des detaillierten Modells $M_{i+1} = (T_{i+1}, U_{i+1} \times Y_{i+1}, \mathcal{B}_{mi+1})$ nur in vorgegebenen Teilmengen $U_{i+1}^j \times Y_{i+1}^j$,

¹Oft wird bei solchen Abbildungen die Einhaltung einer *Kausalitätsbedingung* gefordert. Dadurch wird sichergestellt, dass nicht etwa “Zukunft” auf “Vergangenheit” abgebildet wird.

$j = 1, \dots, N$, von $U_{i+1} \times Y_{i+1}$ beibehalten. Ein Beispiel sind Prozesse, die in verschiedenen Betriebspunkten gefahren werden: Für den Übergang von einem Betriebspunkt in die Nähe eines zweiten genügt im Allgemeinen ein abstraktes Modell; um den Prozess in der Umgebung eines Betriebspunktes zu regeln, kann man dann auf einen (nur) dort gültigen Ausschnitt eines detaillierten Modells zurückgreifen. Einen solchen Ausschnitt vermitteln die Operatoren $s_j : (U_{i+1} \times Y_{i+1})^{T_{i+1}} \rightarrow ((U_{i+1}^j \times Y_{i+1}^j) \cup *)^{T_{i+1}}$ mit

$$s_j((u_{i+1}, y_{i+1}))(t) := \begin{cases} (u_{i+1}(t), y_{i+1}(t)) & \text{wenn } (u_{i+1}(t), y_{i+1}(t)) \in (U_{i+1}^j \times Y_{i+1}^j), \\ * & \text{wenn } (u_{i+1}(t), y_{i+1}(t)) \in (U_{i+1} \times Y_{i+1}) \setminus (U_{i+1}^j \times Y_{i+1}^j), \end{cases} \quad (3.2)$$

und dem “out of range” Symbol $*$.

Aufgabe eines Selektionsoperators kann es auch sein, aus einem gegebenen detaillierten Modell eines Gesamtprozesses das Modell eines Prozess- oder Anlagenteils “herauszuschneiden”. Dies erfolgt durch einfache Projektion auf die für den jeweiligen Prozessteil relevanten Signale: Bezeichnet man den für Teil j , $j = 1, \dots, N$, wichtigen Signalraum mit $U_{i+1}^j \times Y_{i+1}^j$ und schreibt $U_{i+1} = U_{i+1}^j \times \tilde{U}_{i+1}^j$, $Y_{i+1} = Y_{i+1}^j \times \tilde{Y}_{i+1}^j$, so definiert man den Selektionsoperator $s_j : (U_{i+1} \times Y_{i+1})^{T_{i+1}} \rightarrow (U_{i+1}^j \times Y_{i+1}^j)^{T_{i+1}}$ durch

$$s_j((u_{i+1}, y_{i+1})) = s_j((u_{i+1}^j, \tilde{u}_{i+1}^j, y_{i+1}^j, \tilde{y}_{i+1}^j)) := (u_{i+1}^j, y_{i+1}^j). \quad (3.3)$$

Da beide diskutierten Fälle auf methodisch gleiche Art und Weise behandelt werden können, unterscheiden wir im folgenden nicht mehr zwischen ihnen. In beiden Fällen können insbesondere mehrere Signale des Gesamtmodells M_{i+1} auf dasselbe Signal in einem Teilsystem, man bezeichnet es mit M_{i+1}^j , abgebildet werden; daher gilt offenbar

$$s_j^{-1}(\mathcal{B}_{mi+1}^j) \supseteq \mathcal{B}_{mi+1}. \quad (3.4)$$

3.2.2 Aufgabenteilung

Durch Selektion und Abstraktion entstehen in der beschriebenen Art und Weise aus einem detaillierten Gesamtmodell M_{i+1} eine Reihe von detaillierten Teilsystembeschreibungen M_{i+1}^j , $j = 1, \dots, N$, und ein “grobes” Modell (Abstraktion) M_i des Gesamtprozesses. Der nächste Schritt ist nun die Aufteilung der Spezifikation in Teilaufgaben, die auf der Grundlage der Modelle

M_i und M_{i+1}^j , $j = 1, \dots, N$, zu lösen sind. Zunächst soll eine wichtige allgemeine Bedingung, nämlich die Konsistenzbedingung, angegeben werden, die jede Aufteilung zu erfüllen hat. Die Spezifikation für den Gesamtprozess \mathcal{B}_s wird im Allgemeinen (und im regelungstechnischen Sinne schwierigeren Fall) auf der detaillierten Modellebene formuliert sein, d. h. für das Spezifikationsverhalten gilt $\mathcal{B}_s \subseteq (U_{i+1} \times Y_{i+1})^{T_{i+1}}$. Die zu bestimmenden Spezifikationen sind in den Signalmengen des jeweiligen Teilsystems oder des abstrahierten Modells angesiedelt: $\mathcal{B}_{si+1}^j \subseteq (U_{i+1}^j \times Y_{i+1}^j)^{T_{i+1}}$, $j = 1, \dots, N$, und $\mathcal{B}_{si} \subseteq (U_i \times Y_i)^{T_i}$. Die Konsistenzbedingung, die für die Spezifikationen der formulierten Teilaufgaben gelten muss, formuliert sich wie folgt:

$$q^{-1}(\mathcal{B}_{si}) \bigcap_{j=1}^N s_j^{-1}(\mathcal{B}_{si+1}^j) \subseteq \mathcal{B}_s. \quad (3.5)$$

Wäre diese Bedingung verletzt, so könnte die aufgeteilte Aufgabe eine schwächere Anforderung darstellen als die ursprüngliche Aufgabe. Dies ist offensichtlich nicht zulässig. Umgekehrt darf die Aufgabenteilung natürlich eine Verschärfung der Anforderungen mit sich bringen. Dies kann wiederum dazu führen, dass für die Summe der Teilprobleme keine Lösung existiert, obwohl die ursprüngliche Aufgabe theoretisch lösbar gewesen wäre. Es ist allerdings keine Überraschung, dass man auf dem Weg zu einer hierarchischen Prozessführungsstrategie einen solchen Preis bezahlen muss.

Für eine wichtige Klasse von Regelungsaufgaben aus dem Bereich der verfahrenstechnischen Prozessführung soll nun gezeigt werden, wie die Aufteilung der Spezifikation nach dem "Top-down"-Prinzip erfolgen kann. Die betrachtete Klasse der Regelungsaufgaben lässt sich wie folgt beschreiben: Der Prozess (bzw. ein detailliertes Prozessmodell $M_{i+1} = (T_{i+1}, U_{i+1} \times Y_{i+1}, \mathcal{B}_{mi+1})$) muss innerhalb vorgegebener Zeitintervalle zwischen genau definierten Bereichen seines Signalraums verfahren werden und in diesen Bereichen jeweils eine vorgegebene Zeit verharren. Typische Beispiele für diese Problemklasse sind das An- und Abfahren verfahrenstechnischer Prozesse.

Zeitachse und Signalraum des abstrahierten Modells $M_i = (T_i, U_i \times Y_i, \mathcal{B}_{mi})$ werden aus den Anforderungen – der Länge der Zeitintervalle und der "Größe" der Zielgebiete $Z_{i+1}^j \subset Y_{i+1}$, $j = 1, \dots, N$ – abgeleitet. Y_i erhält man beispielsweise durch eine Quantisierung $q_y := Quant$ der Menge Y_{i+1} , die gewährleistet, dass alle Elemente $y_{i+1}^{(jk)} \in Z_{i+1}^j$ auf dasselbe $y_i^{(j)} \in Y_i$ abgebildet werden (Abb. 3.4). Das Verhalten \mathcal{B}_{mi} des abstrahierten Modells

bestimmt man z. B. durch Aufstellung einer diskreten Abstraktion, wie in Kapitel 2 beschrieben. Diese Vorgehensweise führt auf “aggregierte” Zielgebiete Z_i^j , die diejenigen Elemente in Y_i enthalten, in deren Partitionierungszellen die Z_{i+1}^j liegen: $Quant(Z_{i+1}^j) \in Z_i^j$, $j = 1, \dots, N$. Im Innern dieser aggregierten Zielgebiete – aber nur dort – möchte man die Aussagekraft des detaillierten Modells beibehalten. Hierdurch werden N Selektionsoperatoren s_j und N detaillierte “Teilmodelle” M_{i+1}^j , $j = 1, \dots, N$, definiert.

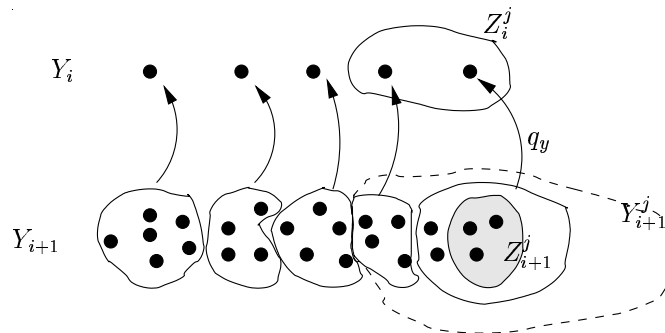


Abbildung 3.4: Festlegung von Y_i und Y_{i+1}^j .

Eine typische Aufteilung der Spezifikation lässt sich qualitativ folgendermaßen beschreiben: Anstatt zu fordern, dass sich die Größe $y_{i+1}(t)$ nach Ende des Zeitintervalls $[t_a, t_e]$ im Zielgebiet Z_{i+1}^j befindet, verlangt man: (i) Nach Ablauf der Zeitspanne $[t_a, t_m]$, $t_m < t_e$, muss die aggregierte Ausgangsgröße $y_i(t)$ das aggregierte Zielgebiet Z_i^j erreicht haben; für $t \in (t_m, t_e]$ stellt man keine Forderung an $y_i(t)$; hierdurch ist die “High-level” Spezifikation \mathcal{B}_{si} festgelegt. (ii) Die “Low-level” Spezifikation \mathcal{B}_{si+1}^j macht keinerlei Aussagen über den Zeitraum $[t_a, t_m]$, fordert für $t \in (t_m, t_e)$ lediglich, dass der Signalraum Y_{i+1}^j nicht verlassen wird, und verlangt $y_{i+1}(t_e) \in Z_{i+1}^j$.

3.2.3 Hierarchischer Reglerentwurf

Gelingt die geforderte Aufteilung der allgemeinen Aufgabenstellung, so erhält man eine Reihe von einfacheren Entwurfsproblemen: Man sucht Regler $C_{i+1}^j = (T_{i+1}, U_{i+1}^j \times Y_{i+1}^j, \mathcal{B}_{ci+1}^j)$, $j = 1, \dots, N$, für die Teilsysteme M_{i+1}^j , so dass $\mathcal{B}_{mi+1}^j \cap \mathcal{B}_{ci+1}^j \subseteq \mathcal{B}_{si+1}^j$, $j = 1, \dots, N$, und einen Regler

$C_i = (T_i, U_i \times Y_i, \mathcal{B}_{ci})$ für die abstrakte Ebene M_i , so dass $\mathcal{B}_{ci} \cap \mathcal{B}_{mi} \subseteq \mathcal{B}_{si}$. Anschaulich lässt sich diese Vorgehensweise folgendermaßen interpretieren: Die Regler $C_{i+1}^1, \dots, C_{i+1}^N$ erfüllen ihre Aufgaben für einzelne Teilprozesse oder in genau definierten Teilbereichen des gesamten Signalraums, der Regler C_i übernimmt im Hinblick auf das übergeordnete Ziel eine koordinierende Rolle. Das Verhalten des aus C_i und $C_{i+1}^1, \dots, C_{i+1}^N$ bestehenden gesamten Regelsystems C lautet dann

$$\mathcal{B}_{ci+1} = q^{-1}(\mathcal{B}_{ci}) \bigcap_{j=1}^N s_j^{-1}(\mathcal{B}_{ci+1}^j). \quad (3.6)$$

Aus Reduktions- und Konsistenzbedingungen (3.1), (3.4) und (3.5) sowie aus den Eigenschaften von Abstraktion und Selektionsoperatoren folgt dann unmittelbar

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_{ci+1} \cap \mathcal{B}_{mi+1} &\subseteq \left(q^{-1}(\mathcal{B}_{ci}) \bigcap_{j=1}^N s_j^{-1}(\mathcal{B}_{ci+1}^j) \right) \\ &\quad \cap \left(q^{-1}(\mathcal{B}_{mi}) \bigcap_{j=1}^N s_j^{-1}(\mathcal{B}_{mi+1}^j) \right) \\ &= q^{-1}(\mathcal{B}_{ci} \cap \mathcal{B}_{mi}) \bigcap_{j=1}^N s_j^{-1}(\mathcal{B}_{ci+1}^j \cap \mathcal{B}_{mi+1}^j) \\ &\subseteq q^{-1}(\mathcal{B}_{si}) \bigcap_{j=1}^N s_j^{-1}(\mathcal{B}_{si+1}^j) \\ &\subseteq \mathcal{B}_s. \end{aligned}$$

Die Zusammenarbeit der entworfenen Regler garantiert also, dass am detaillierten Modell des Gesamtprozesses keine unerlaubten Signale auftreten. In [MRD03] wird gezeigt, dass der resultierende Regler C und das detaillierte Prozessmodell M_{i+1} beim untersuchten Vorgehen nicht blockierend sind, wenn auf der übergeordneten Ebene der Regler C_i und das Prozessmodell M_i sowie auf der untergeordneten Ebene die Regler $C_{i+1}^1, \dots, C_{i+1}^N$ und das Modell M_{i+1} jeweils nicht blockieren. Unter dieser Voraussetzung ist also der Erfolg der hierarchischen Vorgehensweise garantiert: Die ‘‘Summe’’ der Lösungen der Einzelprobleme ist dann auch eine Lösung des ursprünglichen komplexen Regelungsproblems.

3.2.4 Hierarchischer Reglerentwurf nach dem “Top-down”-Prinzip für ein Zwei-Behälter-System

Die beschriebene Vorgehensweise soll nun anhand des Zwei-Behälter-Beispiels aus Abschnitt 2.5 veranschaulicht werden. Der Versuchsaufbau ist in Abschnitt 2.5 ausführlich beschrieben, vgl. Abb. 2.21. Im vorzustellenden Beispiel können die Förderraten der Pumpen jeweils drei verschiedene Werte annehmen (0, 2 bzw. 4 l/min). Die beiden Wasserstände werden in quantisierter Form gemessen – die Wertebereiche beider Größen sind in jeweils 10 gleich große Intervalle unterteilt, vgl. Abb. 2.22. Ein Aufnehmen von Meßwerten und eine Veränderung der Stellgrößen (Förderraten) erfolgt nur zu äquidistanten Abtastzeitpunkten (alle 100 s). Hierdurch sind Zeitachse und Signalraum eines detaillierten Prozessmodells M_3 festgelegt. Seine Dynamik (und damit sein Verhalten \mathcal{B}_{m_3}) werden durch die nichtlinearen Differentialgleichungen (2.42), (2.43) realisiert. Der besseren Anschaulichkeit halber arbeiten wir mit einem Modell in Form der diskreten Abstraktion mit dem Approximationsparameter 1, $M_2 = (T_2, U_2 \times Y_2, \mathcal{B}_{m_2})$, die durch einen endlichen Automaten realisiert wird. Zeitachse und Signalraum werden unverändert übernommen, d. h. $T_2 = \{k * 100\text{s}, k = 0, 1, \dots\}$, $U_2 = \{u^{(1)}, \dots, u^{(9)}\}$, vgl. (2.48), $Y_2 = \{y^{(1)}, \dots, y^{(100)}\}$, vgl. Abb. 2.22. Wie bereits in Abschnitt 2.5 angegeben, besitzt der realisierende Automat 2171 Zustände und 27307 Transitionen. Die Reduktionsbedingung zwischen zwei Ebenen, $\mathcal{B}_{m_3} \subset \mathcal{B}_{m_2}$, ist per Konstruktion der diskreten Abstraktion erfüllt, so dass jeder für M_2 “erfolgreiche” Regler auch am kontinuierlichen Modell M_3 ordnungsgemäß arbeiten wird. M_2 wird im folgenden als detailliertes Prozessmodell bezeichnet. Auf dieser Ebene ist auch die Prozessführungsaufgabe definiert: Die Meßgrößen sollen zyklisch zwischen den Symbolen $y_2^{(12)}$ und $y_2^{(54)}$ verfahren werden. Dort muss das System jeweils 4 Abtastschritte (d. h. 400 s) verharren, der eigentliche Verfahrenvorgang darf ebenfalls 4 Zeitschritte dauern. Diese Aufgabe kann mit Hilfe des in Abb. 3.5 gezeigten Spezifikationsautomaten formal dargestellt werden. Der Anfangszustand des Spezifikationsautomaten ist durch das Symbol \searrow gekennzeichnet. Es sei nochmals betont, dass dieses einfache Beispiel natürlich problemlos und vollständig auf der detaillierten Ebene M_2 gelöst werden kann. Es soll lediglich die Vorgehensweise und das Vereinfachungspotential des “Top-down” Ansatzes illustrieren.

Der beschriebenen Vorgehensweise folgend wird zunächst die Menge Y_2 geeignet partitioniert und hierdurch der Signalraum Y_1 einer Modellabstrak-

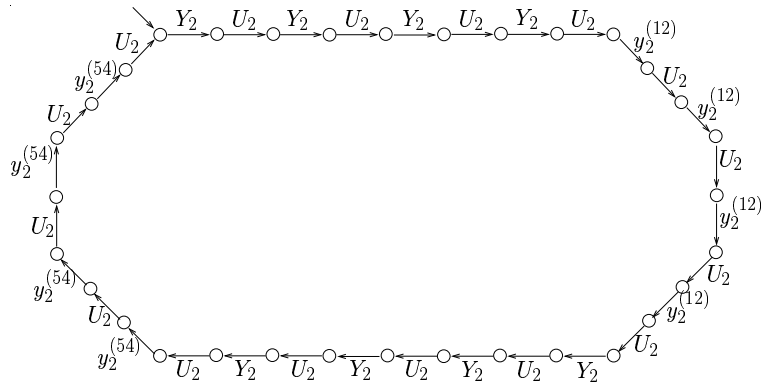


Abbildung 3.5: Spezifikation.

tion M_1 definiert. Dieser Vorgang ist in Abb. 3.6 dargestellt. Man erhält

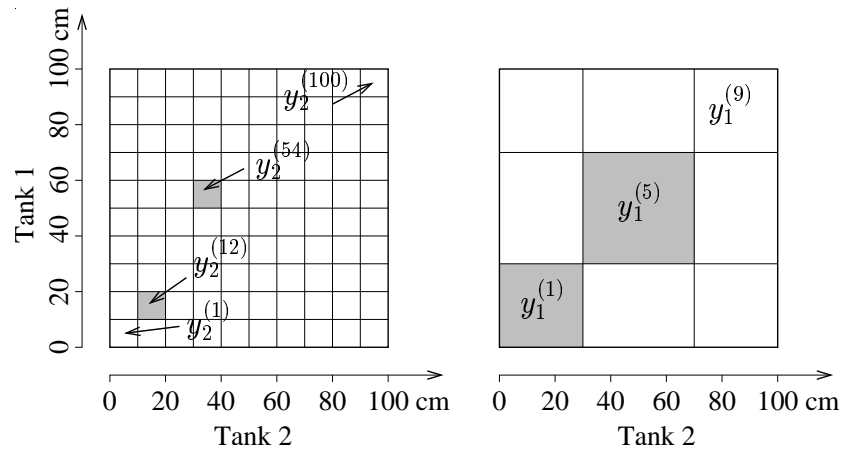


Abbildung 3.6: Meßgröße für detaillierte (links) und abstrakte (rechts) Prozessbeschreibung.

$Y_1 = \{y_1^{(1)}, \dots, y_1^{(9)}\}$. Im vorliegenden Beispiel sollen Abstraktion und detailliertes Modell auf derselben Zeitachse und mit denselben Stellgrößen arbeiten: $T_1 = T_2$ und $U_1 = U_2$. Eine Realisierung für $\mathcal{B}_{m1} \supset q(\mathcal{B}_{m2})$ erhält man durch eine auf M_2 basierende diskrete Abstraktion mit dem Approximationsparameter $l = 1$.

Die beiden Zielgebiete der gegebenen Spezifikation bestehen aus jeweils einem einzelnen Element des detaillierten Signalraums Y_2 . Diese werden durch

die in Abb. 3.6 gezeigte Quantisierung den “High-level” Symbolen $y_1^{(1)}$ und

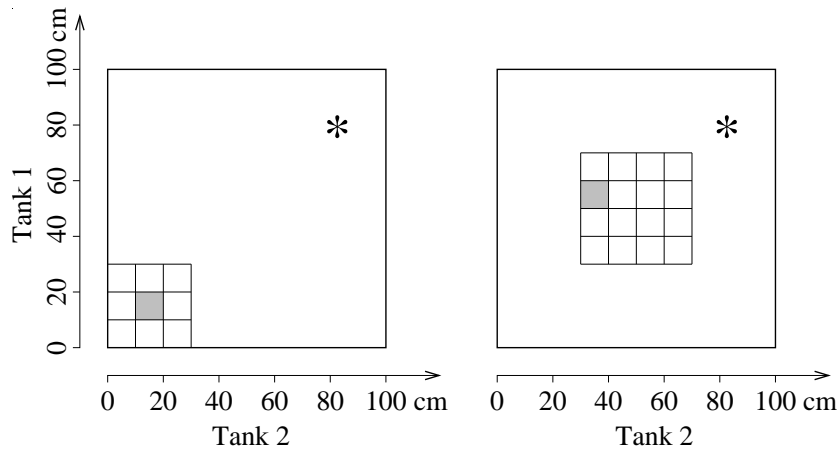
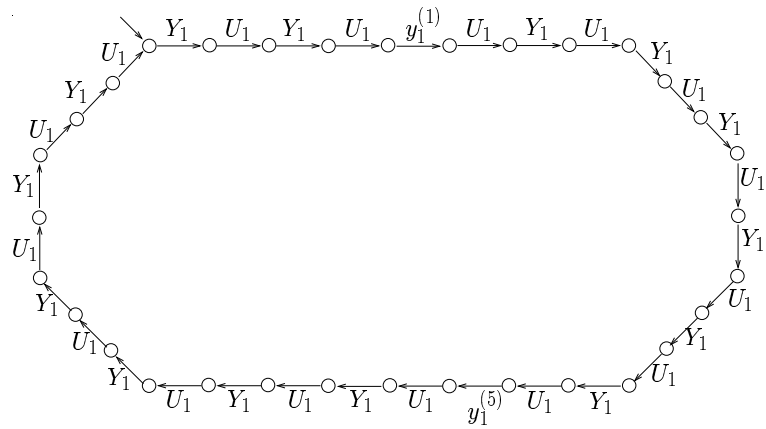
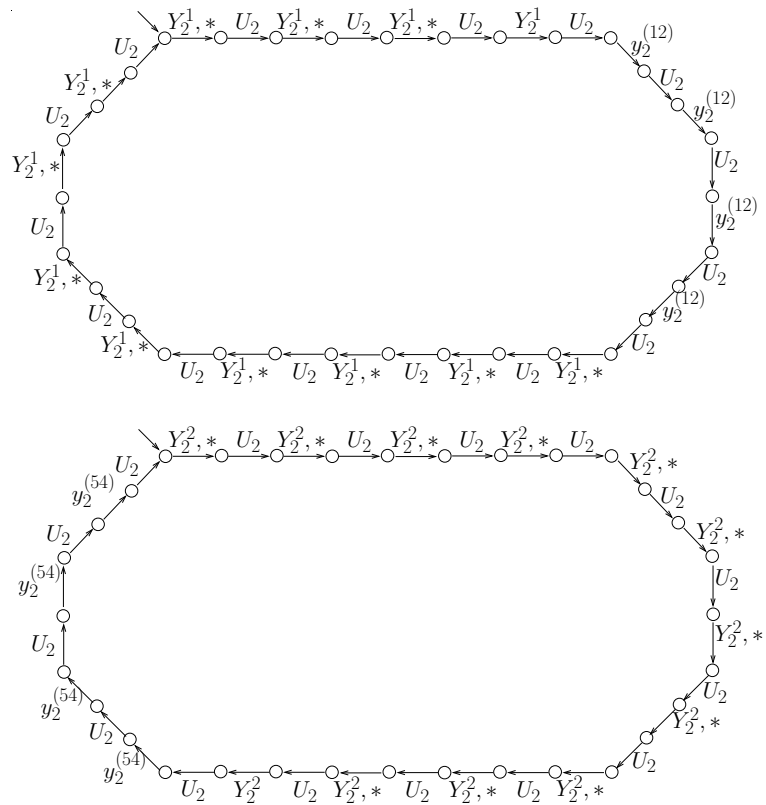


Abbildung 3.7: Meßgröße für Modellausschnitt 1 (links) und 2 (rechts).

$y_1^{(5)}$ zugeordnet. Innerhalb den diesen Symbolen zugeordneten Partitionszellen möchte man die Aussagekraft des detaillierten Modells beibehalten. Als Wertemengen der Ausgangsgrößen von M_2^1 und M_2^2 erhält man also $Y_2^1 = \{y_2^{(j)} | Quant(y_2^{(j)}) = y_1^{(1)}\}$ und $Y_2^2 = \{y_2^{(j)} | Quant(y_2^{(j)}) = y_1^{(5)}\}$ (vgl. Abb. 3.7). Bezüglich der Eingangsgrößen erfolgt keine Einschränkung, so dass die Selektionsoperatoren s_1 und s_2 (nach (3.2)) und somit die Modelle M_2^1 und M_2^2 eindeutig festliegen. M_2^1 und M_2^2 stellen also Ausschnitte des detaillierten Modells M_2 dar, während die Abstraktion M_1 den Zusammenhang zwischen den Geltungsbereichen von M_2^1 und M_2^2 vermittelt. Die realisierenden Moore-Automaten für M_1 , M_2^1 und M_2^2 besitzen jeweils 182, 154, 285 Zustände und 2285, 1463, 2380 Transitionen.

Nun teilt man die in Abb. 3.5 dargestellte Spezifikation entsprechend der oben diskutierten Strategie auf. Es ergeben sich eine “High-level” Spezifikation, deren Realisierung in Abb. 3.8 gezeigt ist, und zwei “Low-level” Spezifikationen für die Modellausschnitte M_2^1 und M_2^2 (s. Abb. 3.9).

Mittels des in Abschnitt 2.4 beschriebenen Formalismus können nun diskrete Regler C_1 , C_2^1 und C_2^2 entworfen werden, die die beschriebenen Spezifikationen für die Abstraktion M_1 und die detaillierten Modellausschnitte M_2^1 und M_2^2 erzwingen. Der resultierende “Gesamtregler” garantiert die Einhaltung der ursprünglichen Spezifikation für das detaillierte Modell M_2 und (vgl. die

Abbildung 3.8: Spezifikation für abstraktes Modell M_1 .Abbildung 3.9: Spezifikationen für detaillierte Modellausschnitte M_2^1 (oben) und M_2^1 (unten).

Bemerkung zu Beginn dieses Beispiels) für M_3 . Das Zusammenwirken der berechneten Regler erfolgt natürlich vollkommen automatisch. Es lässt sich anschaulich folgendermaßen erklären: Zum Anfangszeitpunkt hat der Regler auf abstrakter Ebene die Kontrolle über das System. Nach dem zweiten Zeitschritt hat er den Prozess in den Gültigkeitsbereich von Modellausschnitt 1 ($y_1^{(1)}$) gebracht. Nun übernimmt der für diesen Modellausschnitt ausgelegte Regler C_2^1 die Kontrolle. Während des nächsten Zeitschritts garantiert er lediglich das Nichtverlassen des Gültigkeitsbereichs von Modellausschnitt 1. In dieser Zeit “fährt” er die Meßgröße in den Zielbereich $y_2^{(12)}$ und hält sie dort für die folgenden 4 Zeitschritte. Nach dem achten Zeitschritt wird der Regler auf abstrakter Ebene wieder aktiv und bringt das System nach dem neunten Zeitschritt in den Gültigkeitsbereich von Modellausschnitt 2 ($y_1^{(5)}$). Hier schaltet sich der für diesen Modellausschnitt ausgelegte Regler C_2^2 ein, der bisher inaktiv war, usw. Den Erfolg dieser Vorgehensweise illustriert auch Abb. 3.10. Dort wird der aus “Gesamtregler” C und kontinuierlichem Streckenmodell M_3 bestehende geschlossene Regelkreis simuliert.

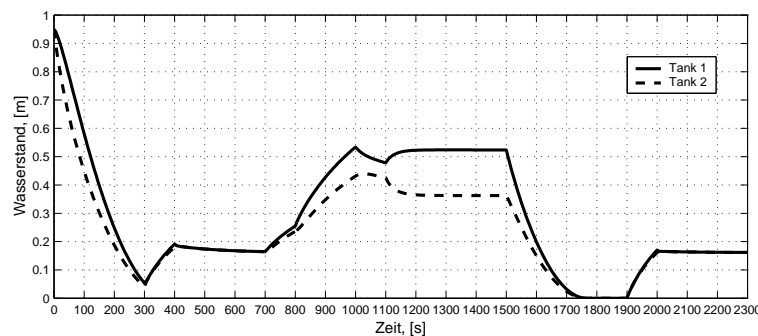


Abbildung 3.10: Simulation des geschlossenen Regelkreises.

Zum Abschluss dieses Beispiels sei angemerkt, dass die Rechenzeitersparnis im Vergleich zum Entwurf eines unstrukturierten Reglers für das detaillierte Modell M_2 mehr als 99% betrug. Auch der resultierende hierarchische Regler war – gemessen an der Zahl von Zuständen und Transitionen – sehr viel weniger komplex als ein unstrukturierter Regler für M_2 . Er besitzt nämlich insgesamt 843 Zustände und 1739 Transitionen während der in Abschnitt 2.5 berechnete unstrukturierte Regler 6324 Zustände und 35505 Transitionen aufweist.

3.3 “Bottom-up”-Prinzip: hybride Reglerarchitektur

Die Anwendung des “Top-down”-Prinzips in der oben beschriebenen Form setzt voraus, dass auf der übergeordneten Ebene eine diskrete Abstraktion des gesamten zu regelnden Prozesses aufgestellt werden kann. In vielen Fällen ist dies aber aufgrund der komplexen Prozessdynamik mit einem vertretbaren Rechenaufwand nicht möglich. In einer solchen Situation bietet sich die Möglichkeit an, zunächst die Dynamik des Prozesses auf der untergeordneten Ebene durch eine Reihe von (typischerweise kontinuierlichen) Rückführungen soweit zu vereinfachen, dass die Aufstellung einer diskreten Abstraktion auf der übergeordneten Ebene mit einem vertretbaren Rechenaufwand möglich ist. Entsprechend dem “Bottom-up”-Prinzip sind die Rückführungen auf der untergeordneten Ebene dabei so zu wählen, dass dadurch ein möglichst großer Teil der Gesamtaufgabe gelöst wird. Der verbleibende Teil der Gesamtaufgabe wird auf der übergeordneten Ebene durch einen koordinierenden ereignisdiskreten Regler gelöst, der auf der Grundlage der auf der übergeordneten Ebene geltenden Prozessbeschreibung entworfen wird. Diese Prozessbeschreibung wird durch eine diskrete Abstraktion gegeben: Die Aufstellung dieser diskreten Abstraktion ist jetzt möglich, da durch die Rückführungen auf der untergeordneten Ebene eine Vereinfachung der Prozessdynamik erreicht wird. Die Aufgabe des koordinierenden ereignisdiskreten Reglers auf der übergeordneten Ebene ist nun, eine geeignete Umschaltung zwischen verschiedenen “Elementarmanövern” anzuordnen, so dass dadurch die Einhaltung der ursprünglichen Gesamtspezifikation garantiert werden kann. Als “Elementarmanöver”, [MRD01], werden dabei die einzelnen Teilprozesse auf der untergeordneten Ebene bezeichnet, die aus der Implementierung einzelner Rückführungen resultieren.

In den folgenden Abschnitten wird die skizzierte Vorgehensweise ausführlich dargestellt. Zunächst wird in Abschnitt 3.3.1 die Wahl der “Elementarmanöver” erläutert, sowie die weitere, mit der Formulierung der Teilaufgaben auf der untergeordneten Ebene verbundene Problematik behandelt. In Abschnitt 3.3.2 findet man dann eine Darstellung des hierarchischen Reglerentwurfs: zunächst werden die kontinuierlichen Regler auf der untergeordneten Ebene entworfen, dann das geregelte Systemverhalten auf der untergeordneten Ebene durch eine diskrete Abstraktion approximiert, anschlie-

ßend die Teilaufgabe für die übergeordnete Ebene formuliert und schließlich durch einen approximationsbasierten Reglerentwurf auf der übergeordneten Ebene zur Lösung dieser Teilaufgabe eine hierarchische Lösung der Regelungsaufgabe nach dem “Bottom-up”-Prinzip vollendet. Abschließend wird in Abschnitt 3.3.3 die “Bottom-up”-Vorgehensweise anhand des Zwei-Behälter-Beispiels illustriert.

Die in diesem Abschnitt dargestellten Ausführungen wurden zunächst in [IRMK03] veröffentlicht.

3.3.1 “Elementarmanöver” auf der untergeordneten Ebene

Der Ausgangspunkt der Betrachtung ist ein detailliertes kontinuierliches Modell des zu regelnden Prozesses $M_{i+1} = (T_{i+1}, U_{i+1} \times Y_{i+1}, \mathcal{B}_{mi+1})$ und eine Regelungsaufgabe mit der Spezifikation $\mathcal{B}_s \subseteq (U_{i+1} \times Y_{i+1})^{T_{i+1}}$. Das Modell und die Spezifikation sind in kontinuierlichen Zeit formuliert, $T_{i+1} = \mathbb{R}^+$. Man beachte, dass die Spezifikation auf der detaillierten Ebene formuliert ist. Wie bereits für das “Top-down”-Prinzip angedeutet, stellt dies den allgemeineren und, im regelungstechnischen Sinne, schwierigeren Fall dar. Angenommen, man möchte auf der untergeordneten Ebene m “Elementarmanöver” mit gewünschtem Verhalten $\mathcal{B}_{si+1}^1, \dots, \mathcal{B}_{si+1}^m \subseteq (U_{i+1} \times K \times Y_{i+1})^{T_{i+1}}$ definieren, wobei K die Wertemenge des Signals ist, das die “Elementarmanöver” indiziert, $K := \{1, \dots, m\}$. Für ein Signal $(u_{i+1}, k, y_{i+1}) \in \mathcal{B}_{si+1}^j$ gilt dann $k(t) = j$ für alle $t \in T_{i+1}$. Weiterhin wird angenommen, dass alle Signale, die in $\mathcal{B}_{si+1}^1, \dots, \mathcal{B}_{si+1}^m$ enthalten sind, stetig in y sind. Die Realisierung von “Elementarmanövern” soll mit Hilfe kontinuierlicher Rückführungen erfolgen. Die Entwurfsaufgaben für die dazu benötigten kontinuierlichen Regler werden als Teilaufgaben auf der untergeordneten Ebene interpretiert. Damit die Wahl der “Elementarmanöver” sinnvoll ist, müssen sie zwei Anforderungen genügen: (i) jede einem “Elementarmanöver” entsprechende Teilaufgabe muss mit deutlich weniger Aufwand lösbar sein als die ursprüngliche Gesamtaufgabe und (ii) bestimmte zeitliche Sequenzen von “Elementarmanövern” müssen eine Lösung der ursprünglichen Gesamtaufgabe ergeben.

Für die weiteren Darstellungen benötigt man eine neue Notation. Seien w_1 und w_2 zwei Signale mit einer gleichen Wertemenge und einem gleichen Zeitbegriff. Dann bezeichnet man mit $w_1 \wedge w_2$ die *Konkatenation* von w_1 und w_2

zum Zeitpunkt χ , [Wil89], und definiert:

$$(w_1 \underset{\chi}{\wedge} w_2)(t) := \begin{cases} w_1(t) & \text{wenn } t < \chi, \\ w_2(t) & \text{wenn } t \geq \chi. \end{cases} \quad (3.7)$$

Offensichtlich kann der Begriff der Konkatenation auf Verhalten erweitert werden: für $\mathcal{B}_1, \mathcal{B}_2 \subseteq (U_{i+1} \times K \times Y_{i+1})^{T_{i+1}}$ erhält man

$$\mathcal{B}_1 \underset{\chi}{\wedge} \mathcal{B}_2 := \{w \mid w|_{t < \chi} \in \mathcal{B}_1|_{t < \chi}, w|_{t \geq \chi} \in \mathcal{B}_2|_{t \geq \chi}\}, \quad (3.8)$$

wobei mit $w|_{t < \chi}$, $w|_{t \geq \chi}$, $\mathcal{B}_1|_{t < \chi}$, $\mathcal{B}_2|_{t \geq \chi}$ Restriktionen des Signals w bzw. der Verhalten \mathcal{B}_1 , \mathcal{B}_2 auf die Intervalle $[0, \chi)$ und $[\chi, \infty)$ bezeichnet werden. Weiterhin soll der Begriff der *y-stetigen Konkatenation* eingeführt werden:

$$\mathcal{B}_1 \underset{\chi}{\bar{\wedge}} \mathcal{B}_2 := \left\{ w \mid w := (u_{i+1}, k, y_{i+1}) \in \mathcal{B}_1 \underset{\chi}{\wedge} \mathcal{B}_2, \lim_{t \rightarrow \chi-0} y_{i+1}(t) = \lim_{t \rightarrow \chi+0} y_{i+1}(t) \right\}. \quad (3.9)$$

In $\mathcal{B}_1 \underset{\chi}{\bar{\wedge}} \mathcal{B}_2$ sind also alle Signale aus $\mathcal{B}_1 \underset{\chi}{\wedge} \mathcal{B}_2$ enthalten, die im Punkt χ in Bezug auf y stetig sind.

Nun kann die Gesamtspezifikation sämtlicher auf der untergeordneten Ebene definierter Teilaufgaben wie folgt angegeben werden:

$$\mathcal{B}_{si+1} = \bigcup_{\substack{\forall i_j \in K, \\ \forall \chi_j \in \mathbb{R}^+ : \chi_j < \chi_{j+1}, \\ \forall j \in \mathbb{N}}} \mathcal{B}_{si+1}^{i_1} \underset{\chi_1}{\bar{\wedge}} \mathcal{B}_{si+1}^{i_2} \underset{\chi_2}{\bar{\wedge}} \dots \quad (3.10)$$

gegeben. Sie erlaubt alle Signale, die sich aus verschiedenen “Elementarmanövern” auf der untergeordneten Ebene zusammensetzen und y -stetig an den Stellen χ_j sind.

3.3.2 Hierarchischer Reglerentwurf

Im folgenden wird angenommen, dass die Teilaufgaben auf der untergeordneten Ebene durch gewöhnliche kontinuierliche Regler $C_{i+1}^j = (T_{i+1}, U_{i+1} \times K \times Y_{i+1}, \mathcal{B}_{ci+1}^j)$, $j = 1, \dots, m$, gelöst werden können. Für ein Signal $(u_{i+1}, k, y_{i+1}) \in \mathcal{B}_{ci+1}^j$ gilt dabei $k(t) = j$ für alle $t \in T_{i+1}$. Dadurch wird

ausgedrückt, dass das mit Index j gekennzeichnete “Elementarmanöver” mit Hilfe des Reglers C_{i+1}^j realisiert wird.

Für die weiteren Darstellungen ist die Einführung einer *Projektionsabbildung* erforderlich, $s : (U_{i+1} \times K \times Y_{i+1})^{T_{i+1}} \rightarrow (U_{i+1} \times Y_{i+1})^{T_{i+1}}$. Sie ist definiert als $s((u_{i+1}, k, y_{i+1})) := (u_{i+1}, y_{i+1})$. Für die Inverse von s gilt dann: $s^{-1}((u_{i+1}, y_{i+1})) := \{(u_{i+1}, k, y_{i+1}) | s((u_{i+1}, y_{i+1}, k)) = (u_{i+1}, y_{i+1})\}$. Offensichtlich können diese Abbildungen auf Verhalten erweitert werden. Mit Hilfe von s kann man nun die Tatsache zum Ausdruck bringen, dass der Regler C_{i+1}^j die ihm zugeordnete Teilaufgabe auf der untergeordneten Ebene (Spezifikation \mathcal{B}_{si+1}^j) löst:

$$s(\mathcal{B}_{ci+1}^j) \cap \mathcal{B}_{mi+1} \subseteq s(\mathcal{B}_{si+1}^j). \quad (3.11)$$

Aus den einzelnen Reglern $C_{i+1}^j, \dots, C_{i+1}^m$ kann nun der Gesamtregler auf der untergeordneten Ebene $C_{i+1} = (T_{i+1}, U_{i+1} \times Y_{i+1} \times K, \mathcal{B}_{ci+1})$ zusammengesetzt werden. Das Verhalten dieses Reglers kann als

$$\mathcal{B}_{ci+1} = \bigcup_{\substack{\forall i_j \in K, \\ \forall \chi_j \in \mathbb{R}^+ : \chi_j < \chi_{j+1}, \\ \forall j \in \mathbb{N}}} \mathcal{B}_{ci+1}^{i_1} \bar{\wedge}_{\chi_1} \mathcal{B}_{ci+1}^{i_2} \bar{\wedge}_{\chi_2} \dots \quad (3.12)$$

angegeben werden. Ein Regler C_{i+1}^j wird aktiviert, wenn das diskrete Signal $k(t) = j$ angewandt wird. Offensichtlich wird durch den Gesamtregler auf der untergeordneten Ebene die dort geltende Gesamtspezifikation \mathcal{B}_{si+1} erfüllt:

$$s(\mathcal{B}_{ci+1}) \cap \mathcal{B}_{mi+1} \subseteq s(\mathcal{B}_{si+1}). \quad (3.13)$$

Die Gültigkeit dieser Relation folgt unmittelbar aus (3.10), (3.11) und (3.12). Der resultierende geschlossene Regelkreis auf untergeordneter Ebene hat den Eingang k und den Ausgang y_{i+1} , vgl. Abb. 3.11. Führt man eine weitere Projektionsabbildung $p : (U_{i+1} \times K \times Y_{i+1})_{i+1}^T \rightarrow (K \times Y_{i+1})_{i+1}^T$, definiert als $p((u_{i+1}, k, y_{i+1})) := (k, y_{i+1})$, und ihre Inverse $p^{-1}((k, y_{i+1})) := \{(u_{i+1}, k, y_{i+1}) | p((u_{i+1}, k, y_{i+1})) = (k, y_{i+1})\}$ ein, kann das Verhalten des geschlossenen Kreises auf der untergeordneten Ebene wie folgt angegeben werden

$$\mathcal{B}_{cli+1} = p(\mathcal{B}_{ci+1} \cap s^{-1}(\mathcal{B}_{mi+1})). \quad (3.14)$$

Der nun zu entwerfende koordinierende Regler auf der übergeordneten Ebene

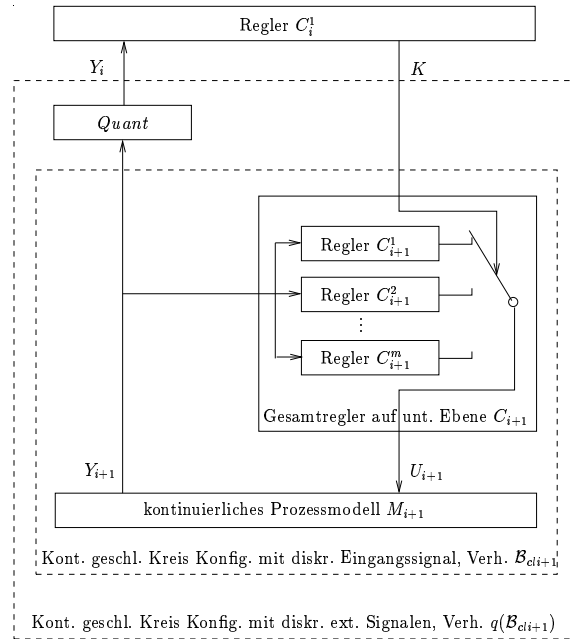


Abbildung 3.11: Reglerarchitektur nach “Bottom-up”-Prinzip.

“sieht” eine quantisierte Version y_i des kontinuierlichen Ausgangssignals y_{i+1} . Die entsprechende (endliche) Wertemenge ist bezeichnet mit Y_i . Darüberhinaus wird der koordinierende Regler das Eingangssignal y_i nur zu den Zeitpunkten akzeptieren, zu denen sich der Wert von y_i ändert. Der Wert des Reglerausgangssignals k darf sich ebenfalls nur zu diesen Zeitpunkten ändern. Das Verhalten des koordinierenden Reglers “lebt” also in $(K \times Y_i)^{\mathbb{N}_0}$. Das Verhalten der quantisierten Version des geschlossenen Kreises auf der untergeordneten Ebene ist durch $q(\mathcal{B}_{cli+1})$ gegeben. Mit Hilfe der Abbildung $q : (K \times Y_{i+1})^{T_{i+1}} \rightarrow (K \times Y_i)^{\mathbb{N}_0}$ wird dabei die Abstraktionsoperation realisiert, vgl. Abschnitt 3.2.1. Diese Abbildung ist als

$$q((k, y_{i+1})) = (k', y_i), \quad (3.15)$$

definiert, wobei

$$y_i(j) = \text{Quant}(y_{i+1}(t_j)), \quad (3.16)$$

$$k'(j) = k(t_j), \quad (3.17)$$

und t_j die Zeitpunkte sind, an denen das Signal y_{i+1} in eine andere Quantisierungszelle eintritt, d. h. $\text{Quant}(y(t_j)) \neq \text{Quant}(y(t_j - \varepsilon))$. Die Abbildung

$Quant : K \times Y_{i+1} \rightarrow Y_i$ partitioniert Y_{i+1} in endlich viele Quantisierungszellen und kann vom momentanen Wert von k abhängen.

Obwohl die quantisierte Version des geschlossenen Kreises auf der untergeordneten Ebene auf einer diskreten Zeitachse definiert ist und diskretwertige externe Signale besitzt, ist ihr Zustand kontinuierlich – definiert durch den jeweils kontinuierlichen Zustand des auf der untergeordneten Ebene geltenden Modells M_{i+1} und der dort eingesetzten Regler. Der nächste Schritt ist dann offensichtlich, eine diskrete Abstraktion des geschlossenen Kreises zu synthetisieren, die dann als Prozessbeschreibung auf der übergeordneten Ebene gelten wird. Man verwendet wieder die diskrete Abstraktion, die in Abschnitt 2.3 vorgestellt wurde. Das Verhalten dieser diskreten Abstraktion \mathcal{B}_{cli} erfüllt im Bezug auf das Verhalten \mathcal{B}_{cli+1} die Reduktionsbedingung

$$\mathcal{B}_{cli} \supseteq q(\mathcal{B}_{cli+1}). \quad (3.18)$$

Die Teilaufgabe auf der übergeordneten Ebene mit der Spezifikation \mathcal{B}_{si} beschäftigt sich mit dem Aufsuchen solcher Sequenzen von “Elementarmanövern”, die die ursprüngliche Gesamtspezifikation erfüllen. Man muss also fordern, dass die Konsistenzbedingung

$$s(p^{-1}(q^{-1}(\mathcal{B}_{si})) \cap \mathcal{B}_{si+1}) \subseteq \mathcal{B}_s \quad (3.19)$$

erfüllt ist, wobei $q^{-1}((k, y_i)) := \{(k, y_{i+1}) | q((k, y_{i+1})) = (k, y_i)\}$. Wie beim “Top-down”-Prinzip, kann auch hier die Aufgabenteilung eine Verschärfung der Anforderungen mit sich bringen. Offensichtlich wird dadurch die hierarchische Strukturierung der Aufgabe “bezahlt”.

Nun sucht man nach einem diskreten koordinierenden Regler für die übergeordnete Ebene $C_i = (\mathbb{N}_0, Y_i \times K, \mathcal{B}_{ci})$, der die dort definierte Teilaufgabe löst, d. h. für den die Beziehung

$$\mathcal{B}_{ci} \cap \mathcal{B}_{cli} \subseteq \mathcal{B}_{si} \quad (3.20)$$

erfüllt ist. Wenn ein solcher Regler gefunden werden kann, berechnet sich das Verhalten des gesamten, sich über zwei Ebenen erstreckenden, hybriden Reglers \mathcal{B}_c wie folgt

$$\mathcal{B}_c = s(p^{-1}(q^{-1}(\mathcal{B}_{ci})) \cap \mathcal{B}_{ci+1}). \quad (3.21)$$

Durch die unten angeführte Serie formaler Schlussfolgerungen wird belegt, dass der aufgestellte Gesamterregler die ursprüngliche Gesamtspezifikation erfüllt:

$$\begin{aligned}
\mathcal{B}_c \cap \mathcal{B}_{mi+1} &= s(p^{-1}(q^{-1}(\mathcal{B}_{ci})) \cap \mathcal{B}_{ci+1}) \cap \mathcal{B}_{mi+1} & (3.22) \\
&= s(p^{-1}(q^{-1}(\mathcal{B}_{ci})) \cap \mathcal{B}_{ci+1} \cap \mathcal{B}_{ci+1}) \cap \mathcal{B}_{mi+1} \\
&= s(p^{-1}(q^{-1}(\mathcal{B}_{ci})) \cap \mathcal{B}_{ci+1} \cap \mathcal{B}_{ci+1} \cap s^{-1}(\mathcal{B}_{mi+1})) \cap \mathcal{B}_{mi+1} \\
&\subseteq s(p^{-1}(q^{-1}(\mathcal{B}_{ci})) \cap p^{-1}(\mathcal{B}_{cli+1})) \cap s(\mathcal{B}_{ci+1}) \cap \mathcal{B}_{mi+1} \\
&\subseteq s(p^{-1}(q^{-1}(\mathcal{B}_{ci}) \cap \mathcal{B}_{cli+1}) \cap \mathcal{B}_{si+1}) \\
&\subseteq s(p^{-1}(q^{-1}(\mathcal{B}_{ci}) \cap q^{-1}(\mathcal{B}_{cli})) \cap \mathcal{B}_{si+1}) \\
&= s(p^{-1}(q^{-1}(\mathcal{B}_{ci} \cap \mathcal{B}_{cli})) \cap \mathcal{B}_{si+1}) \\
&\subseteq s(p^{-1}(q^{-1}(\mathcal{B}_{si})) \cap \mathcal{B}_{si+1}) \subseteq \mathcal{B}_s.
\end{aligned}$$

Wenn Blockierung auf der übergeordneten und auf der untergeordneten Ebene jeweils ausgeschlossen werden kann, ist auch die gesamte hierarchische Reglerstruktur nicht blockierend [MRD03] (d. h. das Prozessmodell M_{i+1} , die auf der untergeordneten Ebene angesiedelten Regler $C_{i+1}^j, j = 1, \dots, m$ und der Regler auf der übergeordneten Ebene C_i werden sich immer zumindest auf ein Signal (u_{i+1}, k, y_{i+1}) "einigen" können). Das ursprüngliche Regelungsproblem ist somit gelöst.

3.3.3 Hierarchischer Reglerentwurf nach dem "Bottom-up"-Prinzip für ein Zwei-Behälter-System

Auch diese Vorgehensweise soll anhand des einfachen Zwei-Behälter-Beispiels veranschaulicht werden. Der Versuchsaufbau ist in Abb. 2.21 dargestellt. Beide Pumpen können im Wertebereich $Q := [0, 20 \text{ l/min}]$ kontinuierliche Förderraten realisieren und die Durchschnittsflächen der beiden Ausflussrohre können durch im Wertebereich $A = [0, 5 \text{ cm}^2]$ kontinuierlich eingestellt werden. Sowohl Pumpen als auch Ventile können als Stelleingriffe verwendet werden. Gemessen werden die Wasserstände in beiden Behältern. Messen und Stellen kann zu beliebigen Zeiten erfolgen. Hierdurch sind Zeitachse und Signalraum eines detaillierten Modells M_2 festgelegt: $T_2 = \mathbb{R}^+$, $U_2 = Q \times A \times Q \times A$, $Y_2 = [0, y_{\max}] \times [0, y_{\max}]$. Sein Verhalten \mathcal{B}_{m2} wird durch die zwei nichtlinearen Differentialgleichungen erster Ordnung (2.42) und

(2.43) realisiert. Die Prozessführungsaufgabe bestehe darin, das in Abb. 3.12 gezeigte verbotene Gebiet zyklisch im Uhrzeigersinn zu umfahren.

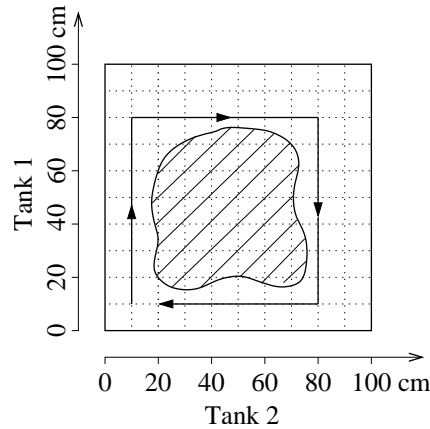


Abbildung 3.12: Spezifikation.

Dies kann offensichtlich durch geeignete Aneinanderreihung einiger weniger “Elementarmanöver” geschehen: Es reicht aus, in der gezeigten Ebene nach rechts, nach links, nach oben bzw. nach unten zu verfahren. Um die technische Realisierbarkeit der “Elementarmanöver” zu gewährleisten, wird dabei die Bewegung innerhalb einer kleineren Umgebung einer horizontalen (Elementarmanöver “nach links” und “nach rechts”) bzw. einer vertikalen Linie (Elementarmanöver “nach oben” und “nach unten”) erlaubt. Diese vier Verhaltensmuster lassen sich mit Hilfe von PI-Rückführungen der Flüssigkeitsstände y_1 , y_2 auf Pumpenleistungen q_1 , q_2 und Ventilstellungen (Durchschnittsflächen der Ausflussrohre) a_1 und a_2 durch Folgeregelungen für die entsprechenden Referenzsignale erzwingen. Der resultierende MIMO PI-Regler, durch den alle vier Teilaufgaben gelöst werden konnten, ist im Frequenzbereich durch

$$\begin{bmatrix} q_1(s) \\ a_1(s) \\ q_2(s) \\ a_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.065(1 + \frac{1}{s}) & 0 \\ 0.05(1 + \frac{1}{s}) & 0 \\ 0 & -0.065(1 + \frac{1}{s}) \\ 0 & 0.05(1 + \frac{1}{s}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

gegeben. Die Pumpenleistungen q_1 und q_2 sind dabei in m^3/s , die Ventilstellungen in m^2 und die Flüssigkeitsstände y_1 und y_2 in m angegeben. Das geeignete Umschalten zwischen den vier “Elementarmanövern” ist die

Aufgabe des Reglers auf übergeordneter Ebene. Um diesen formal zu bestimmen, verschafft man sich zunächst eine Abstraktion M_1 des aus M_2 und dem kontinuierlichen MIMO PI-Regler bestehenden geschlossenen Regelkreises. Die Wertemenge des Stellsignals auf dieser Ebene enthält offenbar nur vier Elemente, die dem „Aktivieren“ der vier Elementarmanöver entsprechen: $K = \{1, 2, 3, 4\}$. Als Meßgröße stehe eine quantisierte Version der Wasserstände in beiden Behältern zur Verfügung (vgl. Abb. 2.22): $Y_1 = \{y_1^{(1)}, \dots, y_1^{(100)}\}$. Das abstrakte Modell „lebt“ auf einer diskreten Zeitachse T_1 , die durch Änderungen der Meßgröße y_1 und damit durch das Auftreten diskreter Meßereignisse definiert wird. Dies impliziert, dass die Stellgrößen im Modell M_1 auch nur zu diesen Zeitpunkten geändert werden dürfen. Offensichtlich lässt sich durch einen einfachen Automaten ein Verhalten \mathcal{B}_{m_1} realisieren, das das Verhalten des unterlagerten Regelkreises auf der Zeitachse T_1 und im Signalraum $U_1 \times Y_1$ exakt wiedergibt. Die Auslegung eines diskreten Reglers, der auf der Grundlage von M_1 eine geeignete Rückführung implementiert, ist dann eine triviale Aufgabe, kann aber selbstverständlich formal auch mit der Methode von RAMADGE und WONHAM durchgeführt werden.

Bei komplexeren Aufgabenstellungen kann man natürlich nicht ohne weiteres erwarten, dass sich ähnlich einfache Elementarmanöver wie im obigen Beispiel verwirklichen lassen. Meist muss man sich mit Manövern begnügen, die bestimmte Signale *asymptotisch* zum Verschwinden bringen (i.e. den Zustand des detaillierten Modells asymptotisch auf eine Mannigfaltigkeit niedrigerer Dimension zwingen). In [MRD01] wird gezeigt, dass die diskutierte „Bottom-up“ Strategie auch in diesen Fällen ein enormes Vereinfachungspotential besitzt.

3.4 Zusammenfassung

In Kapitel 3 wurden die erarbeiteten hierarchischen Ansätze zur Lösung komplexer kontinuierlicher Regelungsprobleme ausführlich dargestellt. Die untersuchten Ansätze basieren auf einer hierarchischen Gliederung der Aufgabenstellung. Die daraus resultierenden Teilaufgaben werden auf der Grundlage von Prozessmodellen unterschiedlicher Genauigkeit gelöst, wobei die Modellgenauigkeit sich nach den Anforderungen der jeweiligen Teilaufgabe richtet. Die Regler, durch die die formulierten Teilaufgaben gelöst werden, werden zu

einer hierarchischen Reglergesamtstruktur zusammengesetzt. Auf den höheren Hierarchieebenen finden sich typischerweise koordinierende, den gesamten Geltungsbereich des zu regelnden Prozesses übergreifende Teilaufgaben. Auf der Seite der Prozessbeschreibung spiegelt sich dies darin wider, dass auf den höheren Hierarchieebenen abstraktere, oft diskrete, den gesamten Geltungsbereich des zu regelnden Prozesses abbildende Prozessbeschreibungen angesiedelt sind. Zur Lösung der Teilaufgaben auf höheren Hierarchieebenen werden vorwiegend ereignisdiskrete Regler eingesetzt. Im Gegensatz zu den Teilaufgaben auf höheren Hierarchieebenen, weisen die Teilaufgaben auf unteren Hierarchieebenen in vielen Fällen einen lokalen Charakter auf, ihre Anforderungen gelten oft nur in einem Teilgebiet des gesamten Prozessgeltungsbereichs, sie beschäftigen sich häufig mit den konkret-physikalischen (Teil-)Aspekten des Prozessgeschehens. Dementsprechend sind auch die Prozessbeschreibungen auf unteren Hierarchieebenen detaillierter, bilden aber oft nur ein Teilgebiet des gesamten Prozessgeltungsbereichs und/oder einen (Teil-)Aspekt des Prozessgeschehens ab. Die zur Lösung der Teilaufgaben auf unteren Hierarchieebenen eingesetzten Regler können kontinuierlich oder ereignisdiskret sein.

Weiterhin wurde gezeigt, dass, wenn sowohl von der verwendeten Modellhierarchie, als auch von den formulierten Teilaufgaben die in Kapitel 3 erarbeiteten Reduktions- (Modellhierarchie) und Konsistenzbedingungen (Teilaufgaben) erfüllt werden, garantiert werden kann, dass die "Summe" der Lösungen der Teilaufgaben auch eine Lösung der ursprünglichen Regelungsaufgabe darstellt.

Aus der Vielfalt der Strukturierungsmöglichkeiten, für die die Reduktions- und Konsistenzbedingungen erfüllt sind, wurden zwei alternative systematische Vorgehensweisen hervorgehoben und eingehend untersucht: "Top-down" und "Bottom-up". Der Unterschied zwischen diesen Vorgehensweisen besteht in der Richtung, in der der Aufbau einer hierarchischen Lösungsstruktur erfolgt. Bei dem "Top-down"-Prinzip erfolgt zunächst die Auslegung der höheren Hierarchieebenen, man löst dort einen (möglichst großen) Teil der Gesamtaufgabe. Der verbleibende Teil der Gesamtaufgabe wird dann auf den unteren Hierarchieebenen gelöst, deren Beschaffenheit sich nach den Anforderungen richtet, die aus dem verbleibenden Teil der Gesamtaufgabe hervorgehen. Bei dem "Bottom-up"-Prinzip erfolgt der Aufbau der hierarchischen Lösungsstruktur in entgegengesetzter Richtung – man fängt mit der Lösung auf den unteren Hierarchieebenen an und komplettiert diese dann auf den höheren

Hierarchieebenen.

Die praktische Anwendung der erarbeiteten Methoden wurde anhand eines Zwei-Behälter-Beispiels illustriert. Für zwei verschiedene Regelungsaufgaben wurden hierarchische Lösungen nach dem “Top-down”- und dem “Bottom-up”-Ansatz aufgestellt. Für den “Top-down”-Ansatz wurde dabei eine rein diskrete und für den “Bottom-up”-Ansatz eine hybride hierarchische Regelstruktur konstruiert.

Kapitel 4

Anwendungsstudie Destillationsanlage

Die oben vorgestellten Methoden zur hierarchischen Strukturierung der Regelungsaufgaben wurden anhand eines anspruchsvollen verfahrenstechnischen Anwendungssystems einem Test auf praktische Durchführbarkeit unterzogen. Das Anwendungsbeispiel ist die Trennung eines Gemisches aus Methanol (MeOH), Ethanol (EOH) und Propanol (POH) in einer Destillationsanlage. Diese Destillationsanlage ist am Institut für Systemdynamik und Regelungstechnik an der Universität Stuttgart aufgebaut. Sie besteht aus zwei gekoppelten Destillationskolonnen, vgl. Abb. 4.1. Die Hauptkolonne hat eine Höhe von zehn Metern, besitzt vierzig Trennböden (nummeriert mit $z = 2, \dots, 41$ von unten nach oben), einen Verdampfer ($z = 1$) am Kopf und einen Kondensator ($z = 42$) am Fuß der Kolonne. Die Nebenkolonne ist kleiner, sie hat eine Höhe von zwei Metern und besitzt zehn Trennböden ($z = 1, \dots, 10$) und einen Kondensator ($z = 11$) an ihrem Kopf. Die Nebenkolonne ist durch einen dampfförmigen Seitenabzug an die Hauptkolonne gekoppelt und besitzt deshalb keinen Verdampfer. Weiterhin besitzt die Hauptkolonne einen Zulauf auf dem Boden $z = 21$.

Der anspruchsvollste Teil der gewählten Prozessführungsaufgabe ist zweifellos das Anfahren. Dabei lassen sich die folgenden Schritte unterscheiden: (i) Thermisches und hydrodynamisches Anfahren der Destillationskolonnen ohne Zulauf bei totalem Rücklauf und totaler Verdampfung. (ii) Umschalten von totalem Rücklauf und totaler Verdampfung auf Werte von Rücklauf

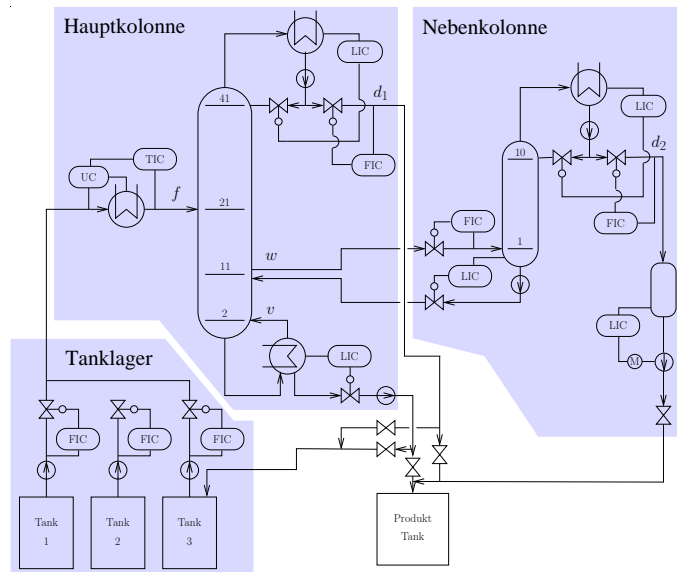


Abbildung 4.1: Stark vereinfachtes Fließbild der Destillationsanlage.

und Verdampfung, die dem stationären Betrieb der Anlage entsprechen. Am Ende dieses Schrittes ist die Ausbildung charakteristischer Konzentrations- und Temperaturfronten in beiden Kolonnen abgeschlossen; die Lage dieser Fronten hängt von den Anfangskonzentrationsverläufen in den kalten Kolonnen ab, die von Experiment zu Experiment variieren können. (iii) Im letzten Schritt bewegen sich die Konzentrationsfronten in Richtung ihrer Sollwertpositionen, die den stationären Betrieb der Anlage kennzeichnen. Lässt man den Prozess während dieser Anfahrphase unregelt verlaufen, so dauert es in der Regel mehrere Stunden bis der dritte Schritt des Anfahrens abgeschlossen ist, d. h. bis eine genügend kleine Umgebung des Arbeitspunktes erreicht wird. Gerade im universitären, den Forschungszwecken geltenden Betrieb ist die lange Zeitdauer des Anfahrens besonders lästig, da man oftmals mehrere Experimente innerhalb begrenzter Zeit durchführen möchte. Daher wurde das Augenmerk auf das Anfahren der Anlage, insbesondere auf dessen dritten Schritt, gerichtet. Es wurden effiziente hierarchische Regelungsstrategien entworfen, mit deren Hilfe das Anfahren automatisiert und wesentlich beschleunigt werden konnte.

Als kontinuierliches “Basis“-Modell wurde ein Gleichgewichtsmodell ohne Energiebilanz mit konstanten Flüssigmol-Holdups und konstanten Mengen-

strömen in beiden Kolonnen, ein sogenanntes “*constant molar overflow*” (CMO) Modell, [MZ89, Gro96], verwendet. Es beinhaltet die folgenden vereinfachenden Annahmen, [Kle01]: 1. Dampf- und Flüssigphase stehen auf jedem Kolonnenboden miteinander im Gleichgewicht, 2. Dampf- und Flüssigphase sind jeweils ideal durchmischt, 3. konstante Flüssigmol-Holdups im Verdampfer, auf den Kolonnenböden und in Kondensatoren beider Kolonnen, 4. Vernachlässigung des Dampf-Holdups im Verdampfer, auf den Kolonnenböden und in Kondensatoren beider Kolonnen, 5. abschnittsweise konstante molare Ströme in beiden Kolonnen, 6. konstante relative Flüchtigkeiten. Diese Modellannahmen führen dazu, dass die Dynamik der gekoppelten Kolonnen mittels Komponentenmengenbilanzen für die Verdampfer, die Kolonnenböden und die Kondensatoren beider Kolonnen beschrieben werden kann. Dieses, vom Gesichtspunkt der Reglersynthese, komplexe Modell wird einem Chemie-Ingenieur immer noch als sehr einfach vorkommen. Allerdings erscheinen die oben angeführten Annahmen durchaus berechtigt, weil man sich auf den dritten Schritt des Anfahrens konzentrieren will, in dem thermisches und hydrodynamisches Anfahren bereits abgeschlossen sind und der Siedepunkt auf jedem Boden beider Kolonnen erreicht wurde.

Das Kapitel 4 ist wie folgt aufgebaut. Zunächst wird in Abschnitt 4.1 das Anfahren der Hauptkolonne für eine Zweistofftrennung (Methanol/Propanol) behandelt. Für das entsprechende Regelungsproblem wurde eine hierarchische Lösung nach dem “Top-Down”-Prinzip gefunden. Dann wird in Abschnitt 4.2 die Dreistofftrennung (Methanol/Ethanol/Propanol) in zwei gekoppelten Kolonnen betrachtet. Für diese viel komplexere Prozessführungsaufgabe wurde für das Anfahren der Anlage eine hierarchische Regelungsstrategie nach dem “Bottom-up”-Prinzip aufgestellt. Die wesentlichen Ergebnisse des Kapitels 4 sind in Abschnitt 4.3 zusammengefasst.

Die in diesem Kapitel dargestellten Untersuchungen wurden vom Verfasser dieser Arbeit durchgeführt und in [IRMK03, RIM01, IR00, KIRK00, RIM00, RI00] veröffentlicht.

	z	f_L^{z+1}	f_L^z	f_V^{z-1}	f_V^z	n_L^z [mol]
Kondensator	42	0	v	v	0	1.922
Abtriebsteil	22-41	$v - d_1$	$v - d_1$	v	v	1.922
Zulaufboden	21	$v - d_1$	$f + v - d_1$	v	v	1.922
Verstärkungsteil	2-20	$f + v - d_1$	$f + v - d_1$	v	v	1.922
Verdampfer	1	$f + v - d_1$	$f - d_1$	0	v	135

Tabelle 4.1: Molenströme und Mol-Holdups der Flüssigphase.

4.1 Anfahren der Hauptkolonne: hierarchische Regelung nach dem “Top-Down“-Prinzip

Ausgangspunkt der Betrachtung ist das kontinuierliche CMO-Modell des Trennungsprozesses von Methanol und Propanol in der Hauptkolonne. Dieses Modell ist durch 42 gewöhnliche nichtlineare Differentialgleichungen gegeben, die sich aus jeweils einer Differentialgleichung pro Kolonnenboden, einer Differentialgleichung für den Verdampfer und einer Differentialgleichung für den Kondensator zusammensetzen:

$$n_L^z \dot{\xi}_z = f_L^{z+1} \xi_{z+1} - f_L^z \xi_z + f_V^{z-1} \eta_{z-1} - f_V^z \eta_z + \begin{cases} f \xi_F & \text{wenn } z = 21, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}, \quad (4.1)$$

$$\eta_z = \frac{\xi_z \alpha}{1 + \xi_z (\alpha - 1)}. \quad (4.2)$$

Dabei sind f_L und f_V die Flüssig- und Dampfmolenströme, n_L ist der Mol-Holdup der Flüssigphase, ξ und η sind die molaren Konzentrationen von Methanol in der Flüssig- und Dampfphase, $\alpha = 2.867$ ist die konstante relative Flüchtigkeit und $\xi_F = 0.32$ ist die molare Konzentration von Methanol im Zulauf. Der Index z bezeichnet die Bodennummer. Die Werte der Flüssig- und Dampfmolenströme f_L und f_V und des Mol-Holdups der Flüssigphase n_L für verschiedene Kolonnenböden, Verdampfer und Kondensator sind in Tabelle 4.1 zusammengestellt. Mit f ist der Zulaufstrom, mit v der Dampfmolenstrom im Verdampfer und mit d_1 der Destillatmolenstrom bezeichnet, der am Kopf der Kolonne als Produkt abgezogen wird, vgl. Abb. 4.1. Die molaren Konzentrationen von Propanol in der Flüssig- und Dampfphase können jeweils aus Summationsbedingungen (Konzentration von Methanol + Konzentration von Propanol = 1) berechnet werden.

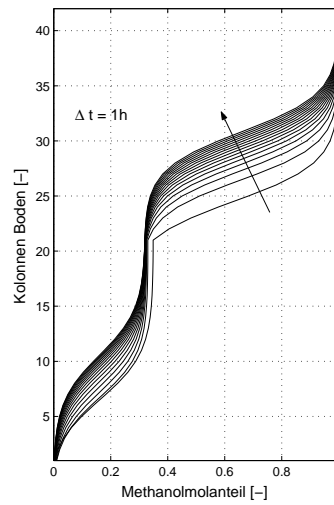


Abbildung 4.2: Dritter Schritt des Anfahrens, ungeregelt.

In Abb. 4.2 sind die Ergebnisse einer Simulation des CMO-Modells (Gleichungen (4.1) und (4.2)) für den dritten Schritt des Anfahrens dargestellt. Zwischen zwei benachbarten Konzentrationsprofilen liegt jeweils ein Zeitintervall von einer Stunde. Wie man sieht, müssen recht viele Stunden vergehen bis das Konzentrationsprofil seine stationäre Lage (oben links) erreicht hat. Wie oben bereits angedeutet, soll der dritte Schritt des Anfahrens mit Hilfe einer “passenden” Regelungsstrategie beschleunigt werden. Zunächst soll aber eine Modellvereinfachung durchgeführt werden: eine Dimensionsreduzierung für das Modell (4.1), (4.2). Tatsächlich, wie man der Abb. 4.2 entnehmen kann, sind die Zustandsvariablen der Gleichung (4.1) $\xi_z, z = 1, \dots, 42$ während des dritten Schritts des Anfahrens nicht beliebig verteilt, sondern bewegen sich an einer dreidimensionalen Mannigfaltigkeit in \mathbb{R}^{42} , [Kie00, KIRK00]. Diese Mannigfaltigkeit kann durch die molare Konzentration von Methanol auf dem Zulaufboden ξ_{21} und die Wellenfrontpositionen (Profilwendepunkte) s_s und s_r der geteilten Wellenprofile im Abtriebsteil ($z = 1, \dots, 21$) und Verstärkungsteil ($z = 21, \dots, 42$) der Kolonne parametrisiert werden, vgl. Abb. 4.2. Die Wellenprofile können nach [Kie00] wie folgt dargestellt werden

$$\xi_z = p_{1s} + \frac{p_{2s} - p_{1s}}{1 + e^{\rho_s(z-s_s)}}, \quad z = 1, \dots, 21, \quad (4.3)$$

$$\xi_z = p_{1r} + \frac{p_{2r} - p_{1r}}{1 + e^{\rho_r(z-s_r)}}, \quad z = 21, \dots, 42, \quad (4.4)$$

wobei p_1 und p_2 der untere und der obere asymptotische Wert der molaren Methanolkonzentration für die jeweilige Wellenfront sind. Mit ρ ist die Steigung der jeweiligen Wellenfront bezeichnet. Die Indizes s und r bezeichnen Variablen im Abtriebs- und Verstärkungsteil der Kolonne. Die Wellenfronten in beiden Teilen der Kolonne sind durch eine gemeinsame Randbedingung gekoppelt, die durch die molare Konzentration von Methanol auf dem Zulaufboden, ξ_{21} , gegeben ist. In Hinblick auf das charakteristische Prozessszenario, gezeigt in Abb. 4.2, nehme man weiterhin an, dass die molare Methanolkonzentrationen im Verdampfer und im Kondensator sowie die Wellensteigungen in beiden Kolonnenteilen konstant sind, $\xi_1 = 0$, $\xi_{42} = 1$, $\rho_s = 0.465$, $\rho_r = 0.5717$ (die Werte der Wellensteigungen entsprechen dem stationären Zustand). Mit diesen Annahmen können die asymptotischen Werte aus den Gleichungen (4.3), (4.4) eliminiert werden und man erhält

$$\xi_z = \xi_z(s_s, \xi_{21}), \quad z = 2, \dots, 20, \quad (4.5)$$

$$\xi_z = \xi_z(s_r, \xi_{21}), \quad z = 22, \dots, 41. \quad (4.6)$$

Durch (4.5) und (4.6) wird eine Abbildung zwischen dem Tripel (s_s, s_r, ξ_{21}) und ξ_z definiert. Anstatt mit 42 Zustandsvariablen ξ_z , kann man nun mit drei Parametern s_s , s_r und ξ_{21} arbeiten. Dadurch wird der Rechenaufwand bei der Aufstellung diskreter Abstraktionen drastisch reduziert. Alle drei Parameter lassen sich aus physikalisch leicht zugänglichen Größen (Temperaturen) berechnen und können deshalb als Meßgrößen angesehen werden. Das resultierende kontinuierliche Modell des Trennungsprozesses bezeichne man mit M_3 . Die komplizierte nichtlineare Dynamik dieses Modells macht aber einen direkten Reglerentwurf sehr schwer. Man möchte statt dessen mit einem Modell $M_2 = (T_2, U_2 \times Y_2, \mathcal{B}_{m_2})$ arbeiten, das sich durch einen (sehr komplexen) endlichen Automaten realisieren lässt. Die Zeitachse ergibt sich durch äquidistante Abtastung zu $T_2 = \{j * 10 \text{ min}, j = 0, 1, \dots\}$. Als Eingriffsgrößen dienen der Destillatstrom d_1 und der Dampfstrom v , die jeweils zwischen nur drei diskreten Werten umgeschaltet werden sollen; man erhält deshalb für U_2 eine Menge mit 9 Elementen (Tabelle 4.2). Die Werte von d_1 und v wurden so gewählt, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Wellen im Abtriebs- und Verstärkungsteil der Kolonne w_s und w_r $0 \sim \pm 3$ Böden per Abtastzeitintervall $\Delta t = 10 \text{ min}$ betragen, [KKR98, KIRK00]. Der Zulaufstrom ist konstant, $f = 220 \text{ mol/h}$. Als Meßinformation dient eine recht grobe Quantisierung der beiden Frontpositionen und der Konzentration auf

w_s	w_r	d_1 [mol/h]	v [mol/h]	Symbol
-3	-3	35.8070	188.2433	$u_2^{(1)}$
-3	0	59.3318	158.6412	$u_2^{(2)}$
-3	3	82.8566	129.0391	$u_2^{(3)}$
0	-3	46.8782	217.8455	$u_2^{(4)}$
0	0	70.4030	188.2433	$u_2^{(5)}$
0	3	93.9278	158.6412	$u_2^{(6)}$
3	-3	57.9494	247.4476	$u_2^{(7)}$
3	0	81.4742	217.8455	$u_2^{(8)}$
3	-3	104.999	188.2433	$u_2^{(9)}$

Tabelle 4.2: Stellsymbole (w_s und w_r sind in [Böden/10 min] gegeben).

dem Zulaufboden vgl. Abb. 4.3 (links):

$$\begin{aligned}
s_s &: \{[2, 4), [4, 6), [6, 8), [8, 12), [12, 14), [14, 16), [16, 18]\}, \\
s_r &: \{[23, 25), [25, 27), [27, 29), [29, 33), [33, 35), [35, 37), [37, 39]\}, \\
\xi_{21} &: \{[0.29, 0.305), [0.305, 0.315), [0.315, 0.325), [0.325, 0.335), [0.335, 0.35]\}.
\end{aligned}$$

Man erhält $|Y_2| = 245$, d. h. $Y_2 = \{y_2^{(1)}, \dots, y_2^{(245)}\}$. Der realisierende Moore-Automat für M_2 wird durch eine diskrete Abstraktion (Approximationsparameter $l = 1$) des abgetasteten kontinuierlichen Modells bestimmt – er besitzt 8495 Zustände und 127185 Transitionen. Dies lässt bereits erahnen, dass ein unstrukturierter Reglerentwurf für M_2 zwar möglich aber sehr aufwendig ist. Als Alternative kommt im folgenden der in Kapitel 3 beschriebene hierarchische „Top-down“ Ansatz zur Anwendung. Es sei ausdrücklich vermerkt, dass zwischen kontinuierlichem Modell M_3 und detailliertem diskretem Modell M_2 die Reduktionsbedingung gilt, ein für M_2 entworfener Regler also auch für M_3 die gewünschten Resultate garantiert.

Die Spezifikation ist auf der Modellebene M_2 definiert. Sie besagt, dass – ausgehend von einer beliebigen Anfangsposition der beiden Trennfronten innerhalb des Quantisierungsbereichs – die dritte Anfahrphase in maximal 40 Minuten zu beenden ist. Nach maximal 4 Zeitschritten darf also nur noch das Zielgebiet charakterisierende Meßsymbol $y_2^{(123)}$ auftreten, vgl. Abb. 4.3 (links). Diese Spezifikation kann mit Hilfe des in Abb. 4.4 gezeigten Automaten formal dargestellt werden.

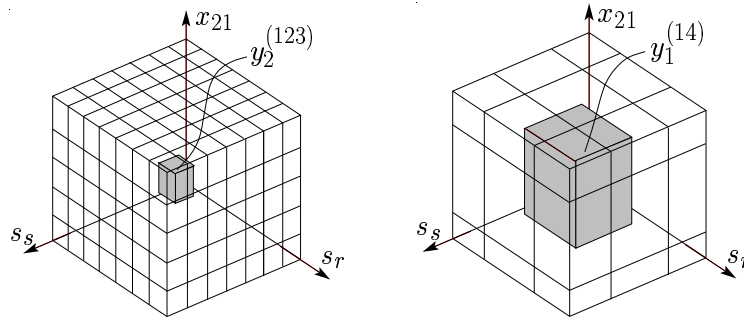


Abbildung 4.3: Meßgröße für detaillierte (links) und abstrakte (rechts) Prozessbeschreibung.

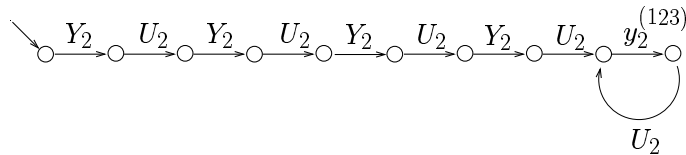


Abbildung 4.4: Spezifikation für den Anfahrvorgang.

Wie im vorigen Kapitel dargelegt, wird nun zunächst die Menge Y_2 geeignet partitioniert und hierdurch der Signalraum Y_1 einer Modellabstraktion M_1 definiert. Dieser Vorgang ist in Abb. 4.3 (rechts) dargestellt. Man erhält $Y_1 = \{y_1^{(1)}, \dots, y_1^{(27)}\}$. Wie beim Zweitank-Beispiel in Abschnitt 3.2.4 sollen Abstraktion und detailliertes Modell auf derselben Zeitachse und mit denselben Stellgrößen arbeiten: $T_1 = T_2$ und $U_1 = U_2$. Eine Realisierung für eine diskrete Abstraktion mit Verhalten $\mathcal{B}_{m1} \supset q(\mathcal{B}_{m2})$ erhält man wiederum durch die in Abschnitt 2.3 beschriebene Vorgehensweise. Für $l = 1$ besitzt der realisierende Moore-Automat für M_1 878 Zustände und 12865 Transitionen.

Das Zielgebiet der in Abb. 4.4 gezeigten Spezifikation besteht aus einem einzelnen Element des detaillierten Signalraums Y_2 . Dieses wird durch die in Abb. 4.3 illustrierte Quantisierung dem “High-level” Symbol $y_1^{(14)}$ zugeordnet. Innerhalb dieser Partitionszelle – und nur dort – möchte man die Aussagekraft des detaillierten Modells beibehalten. Man erhält also einen detaillierten Modellausschnitt $M_2^1 = (T_2, U_2 \times (Y_2^1 \cup *), \mathcal{B}_{m2}^1)$ mit der Ausgangssignalmenge $Y_2^1 = \{y_2^{(j)} \mid Quant(y_2^{(j)}) = y_1^{(14)}\}$, wobei mit $Quant$ die Quantisierungsabbildung von Y_2 nach Y_1 bezeichnet wird (Abb. 4.5). Alle

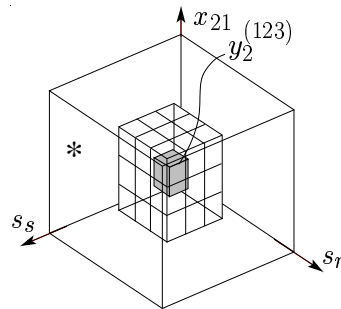


Abbildung 4.5: Meßgröße für Teilprozess.

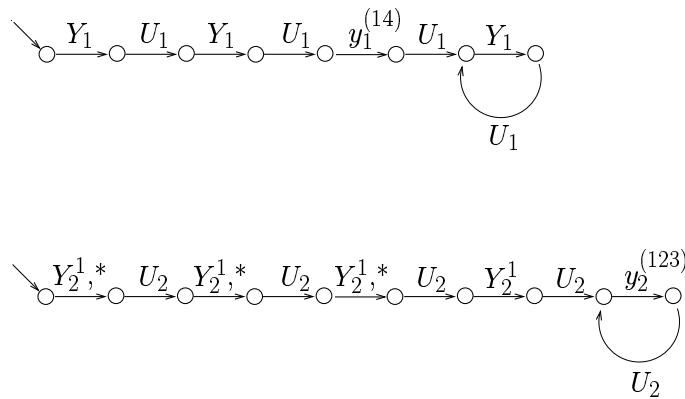


Abbildung 4.6: Spezifikationen für ein abstraktes Modell des Gesamtprozesses (oben) und eine detaillierten Modellausschnitt (unten).

anderen Messsymbole des detaillierten Modells $y_2^{(j)} : y_2^{(j)} \notin Y_2^1$ werden auf ein "out-of-range"-Symbol $*$ abgebildet. Bezüglich der Eingangsgröße erfolgt keine Einschränkung, so dass der Selektionsoperator (nach (3.2)) und somit das Modell M_2^1 eindeutig festliegen. Der realisierende Automat für M_2^1 besitzt 708 Zustände und 7917 Transitionen.

Nun teilt man die in Abb. 4.4 dargestellte Spezifikation entsprechend der oben diskutierten Strategie auf. Es ergeben sich eine "High-level" Spezifikation, deren Realisierung in Abb. 4.6 (oben) gezeigt ist, und eine "Low-level" Spezifikationen für den Modellausschnitt M_2^1 (Abb. 4.6 (unten)).

Anschaulich lässt sich diese Aufteilung folgendermaßen deuten: Zunächst müssen die Wellenfronten in die durch $y_1^{(14)}$ charakterisierte weitere Um-

gebung des gewünschten Arbeitspunktes gebracht werden – hierzu genügt die Modellabstraktion M_1 . Anschließend sollen die Frontpositionen in die – durch $y_2^{(123)}$ definierte – engere Umgebung dieses Punktes verfahren werden; hierzu benötigt man offensichtlich ein detaillierteres Modell, das aber nur in der weiteren Umgebung definiert zu sein braucht. Diesen Zweck erfüllt das Modell M_2^1 .

Für “High-” und “Low-level”-Modell und die zugehörigen Spezifikationen lassen sich nun problemlos diskrete Regler C_1 und C_2^1 entwerfen. Der Regler C_1 besitzt 1281 Zustände und 4928 Transitionen, der Regler C_2^1 437 Zustände und 651 Transitionen. Das Zusammenspiel beider Regler garantiert die Einhaltung der Spezifikation für das detaillierte diskrete Modell M_2 und damit auch für das unterlagerte kontinuierliche Modell M_3 . Dies verdeutlicht auch eine Simulation des aus C_1 , C_2^1 und dem kontinuierlichem Modell (4.1)-(4.2) bestehenden geschlossenen Regelkreises (Abb. 4.7). Benötigte man im unregelmäßigten Fall (Abb. 4.2) noch einige Stunden, um vom gezeigten Anfangsprofil in die geforderte Umgebung des gewünschten Arbeitspunktes zu gelangen, gelingt dies dem berechneten hierarchischen diskreten Regelsystem in maximal 40 Minuten (für das gezeigte Anfangsprofil werden sogar nur 30 Minuten benötigt). Die Arbeitsteilung zwischen C_1 und C_2^1 lässt sich folgendermaßen charakterisieren: Während der ersten beiden Zeitschritte (innerhalb derer man von Profil 0 zu Profil 2 übergeht), ist der auf Grundlage des abstrakten Modells entworfene Regler C_1 aktiv, im nächsten Schritt (von Profil 2 zu Profil 3) der auf Basis des detaillierten Modellausschnitts berechnete Regler C_2^1 . Auch für dieses Beispiel war eine – im Vergleich zu einem unstrukturierten Reglerentwurf für M_2 – enorme Reduktion an Rechenzeitbedarf und resultierender Reglerkomplexität festzustellen.

Das “Verfahren” zwischen zwei Arbeitspunkten sowie das sichere “Abfahren” lässt sich vollkommen analog behandeln. Ist man in der Nähe eines Arbeitspunktes angelangt, so kann man auf eine konventionelle robuste kontinuierliche Regelung umschalten, die auf der Basis eines in der Nähe dieses Punktes gültigen fehlerbehafteten linearen Modells entworfen wurde. Auch ein solches Modell lässt sich problemlos in die beschriebene Modellhierarchie einordnen. Die resultierende Arbeitspunktregelung wird deswegen zum Bestandteil des hierarchischen Regelsystems, das die gesamte Prozessführungsaufgabe löst.

Die in diesem Abschnitt dargestellten Ergebnisse wurden zunächst in [RIM00] veröffentlicht.

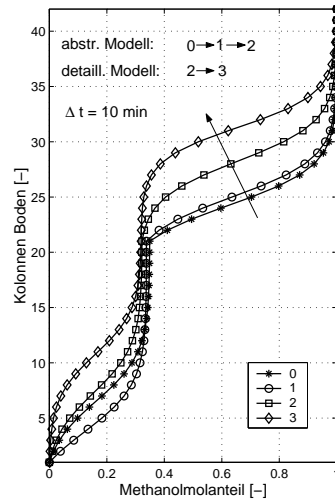


Abbildung 4.7: Dritter Schritt des Anfahrens, geregelt.

4.2 Anfahren der gekoppelten Kolonnen: hierarchische Regelung nach dem “Bottom-up”-Prinzip

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit dem Anfahren des Dreistofftrennprozesses (Methanol/Ethanol/Propanol) in den beiden gekoppelten Kolonnen. Das kontinuierliche differentialalgebraische CMO Modell des Prozesses, [Lan91], lautet:

Hauptkolonne, Massenbilanz:

$$n_Z^{L,I} \dot{\xi}_{i,z} = f_{z+1}^{L,I} \xi_{i,z+1} - f_z^{L,I} \xi_{i,z} + f_{z-1}^{V,I} \eta_{i,z-1} \quad (4.7)$$

$$-f_z^{V,I} \eta_{i,z} + \begin{cases} f \xi_{i,F} & \text{wenn } z = 21 \text{ (Zulauf),} \\ (w - d_2) \xi_{i,1}^{II} & \text{wenn } z = 11 \text{ (Flüssigkeitsstrom aus der Nebenkolonne),} \\ -w \eta_{i,11}^I & \text{wenn } z = 11 \text{ (dampfförmiger Seitenabzug),} \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

Nebenkolonne, Massenbilanz:

$$n_Z^{L,II} \dot{\xi}_{i,z} = f_{z+1}^{L,II} \xi_{i,z+1} - f_z^{L,II} \xi_{i,z} + f_{z-1}^{V,II} \eta_{i,z-1} \quad (4.8)$$

$$-f_z^{V,II} \eta_{i,z} + \begin{cases} w \eta_{i,11}^I & \text{wenn } z = 1 \text{ (Dampfstrom aus der Nebenkolonne),} \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

Summationsbedingungen:

$$\sum_{i=1}^3 \xi_{i,z}^{I,II} = 1, \quad (4.9)$$

$$\sum_{i=1}^3 \eta_{i,z}^{I,II} = 1, \quad (4.10)$$

Dampf-Flüssigkeit Gleichgewicht:

$$\eta_{i,z}^{I,II} = \frac{p_i^V(\theta_z^{I,II})}{p} \xi_{i,z}^{I,II}, \quad (4.11)$$

Antoine-Gleichung:

$$p_i^V = 10^{\left(A_i - \frac{B_i}{\theta_z^{I,II} - 273.15 + C_i}\right)}. \quad (4.12)$$

Die hochgestellten Indizes I , II bezeichnen Variablen und Parameter, die zur Haupt- (I) bzw. Nebenkolonne (II) gehören. Der Index z bezeichnet die Bodennummer. Die Produkte (Methanol, Ethanol, Propanol) sind durch Index $i = 1, 2, 3$ bezeichnet. Die molaren Produktkonzentrationen in der Flüssig- und Dampfphase sind durch ξ und η bezeichnet. f_L und f_V sind die Flüssig- und Dampfstrommole, n_L ist der Mol-Holdup der Flüssigphase. Werte von f_L , f_V und n_L für alle Böden beider Kolonnen, Kondensatoren beider Kolonnen und den Verdampfer der Hauptkolonne sind in Tabelle 4.3 angegeben. Mit f ist der Zulauf, mit v der Dampfstrom im Ver-

		z	f_{z+1}^L	f_z^L	f_{z-1}^V	f_z^V	n_z^L [mol]
H-Kol	Kondensator	42	0	$v - w$	$v - w$	0	4.17
		22-41	$v - w - d_1$	$v - w - d_1$	$v - w$	$v - w$	1.0
	Zulaufboden	21	$v - w - d_1$	$v - w - d_1 + f$	$v - w$	$v - w$	1.0
		12-20	$v - w - d_1 + f$	$v - w - d_1 + f$	$v - w$	$v - w$	1.0
	Seitenabzug	11	$v - w - d_1 + f$	$v - d_1 - d_2 + f$	v	$v - w$	1.0
		2-10	$v - d_1 - d_2 + f$	$v - d_1 - d_2 + f$	v	v	1.0
	Verdampfer	1	$v - d_1 - d_2 + f$	$-d_1 - d_2 + f$	0	v	114.0
N-Kol	Kondensator	11	0	w	w	0	3.08
		2-10	$w - d_2$	$w - d_2$	w	w	0.2
	Zulaufboden	1	$w - d_2$	$w - d_2$	0	w	0.2

Tabelle 4.3: Molenströme und Mol-Holdups der Flüssigphase, Dreistofftrennung.

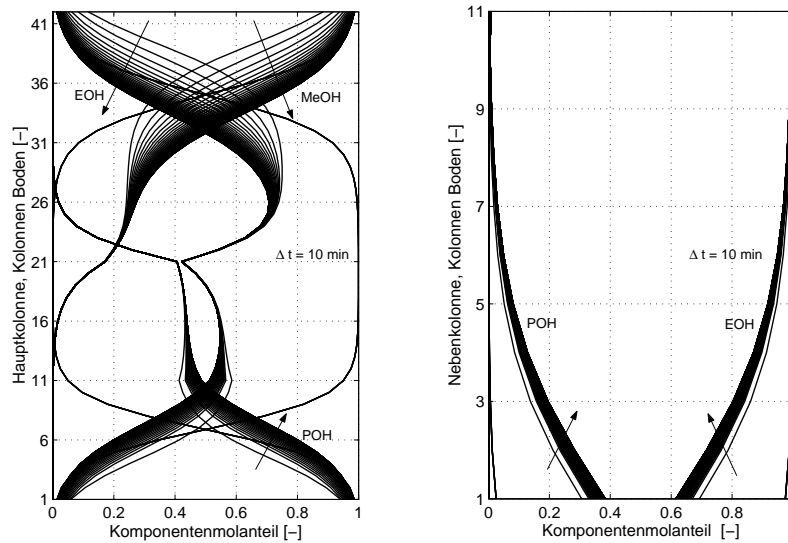


Abbildung 4.8: Dritter Schritt des Anfahrens, unregelt, Hauptkolonne (links), Nebenkolonne (rechts)

dampfer der Hauptkolonne, mit w der dampfförmige Seitenabzug, mit d_1 der Destillatstrom in der Hauptkolonne und mit d_2 der Destillatstrom in der Nebenkolonne bezeichnet, vgl. Abb. 4.1. Der Gesamtdruck ist mit p , der Dampfdruck mit p^V und die Temperatur mit θ bezeichnet. Der Gesamtdruck ist konstant, $p = 760$ Torr (0.1013 MPa) und der Dampfdruck wird aus der *Antoine-Gleichung* (4.12), [RPP87], mit Parametern, [Lan91], $A_{1\div 3} = (8.08097 \ 8.11220 \ 7.74416)$, $B_{1\div 3} = (1582.271 \ 1592.864 \ 1437.686)$, $C_{1\div 3} = (239.726 \ 226.184 \ 198.463)$ berechnet.

In Abb. 4.8 sind die Ergebnisse der Simulation des Modells (4.7)-(4.12) für den dritten Schritt eines unregulierten Anfahrvorgangs dargestellt. Zwischen zwei benachbarten Konzentrationsprofilen liegt jeweils ein Zeitintervall von 10 Minuten. Aus den Bildern wird deutlich, dass, genauso wie bei der Zweistofftrennung, auch bei der Dreistofftrennung für das Anfahren der Anlage im unregulierten Modus mehrere Stunden erforderlich sind. Die Regelungsaufgabe besteht nun darin, den dritten Schritt des Anfahrens durch Entwurf einer geeigneten Regelungsstrategie deutlich zu beschleunigen.

Das durch (4.7)-(4.12) gegebene kontinuierliche ‘Basis’-Modell des Dreistofftrennprozesses bezeichne man mit $M_2 := (T_2, U_2 \times Y_2, \mathcal{B}_{m_2})$. Als Stell-

größen können alle externen Ströme beider Kolonnen verwendet werden. Für die hier zu behandelnde Aufgabe wählt man zwei davon: $u_2 := (d_1, v)$, $d_1(t) \in D_1 := [0, 0.5 \text{ kmol/h}]$ und $v(t) \in V := [0, 1 \text{ kmol/h}]$, $U_2 := D_1 \times V$. Als Messgrößen sind zwei Temperaturen gewählt, eine im Abtriebsteil der Hauptkolonne auf dem Boden $z = 5$ und eine im Verstärkungsteil der Hauptkolonne auf dem Boden $z = 36$: $y_2 = (\theta_5, \theta_{36})$. Für den dritten Schritt des Anfahrens gilt $\theta_5(t) \in \Theta_5 := [\theta_{5s} - 5K, \theta_{5s} + 5K]$, $\theta_{36}(t) \in \Theta_{36} := [\theta_{36s} - 5K, \theta_{36s} + 5K]$, wobei durch $\theta_{5s} := 366.9\text{K}$ und $\theta_{36s} = 340.0\text{K}$ die Werte der Temperaturen θ_5 und θ_{36} im stationären Arbeitspunktzustand bezeichnet werden. Es gilt also, $Y_2 := \Theta_5 \times \Theta_{36}$. Die Zeit ist kontinuierlich: $t \in T_2 := \mathbb{R}^+$.

Die auf dem Gebiet der Prozessführung für Destillationskolonnen gesammelte Erfahrung, [KKR98, KKRW99, KIRK00, RIM00, IR00, IRMK03, Kle01, Gro96], zeigt, dass während des dritten Schritts des Anfahrens die Messgrößen θ_5 und θ_{36} zuverlässig bescheinigen, ob der Prozess “nah genug” am gewünschten Arbeitspunkt ist: Dies ist der Fall, wenn (θ_5, θ_{36}) das Zielgebiet um den Arbeitspunkt $[\theta_{5s} - 0.1\text{K}, \theta_{5s} + 0.1\text{K}] \times [\theta_{36s} - 0.1\text{K}, \theta_{36s} + 0.1\text{K}]$ erreicht hat. Die gewählte Spezifikation der Regelungsaufgabe für den dritten Schritt des Anfahrens besteht darin, den dritten Schritt innerhalb von zwei Stunden zum Abschluss zu bringen, d. h. das Zielgebiet innerhalb von zwei Stunden zu erreichen. Dabei darf sich die Messung (θ_5, θ_{36}) zum Anfang des dritten Schrittes in einem beliebigen Punkt innerhalb $\Theta_5 \times \Theta_{36}$ befinden.

Das differentialalgebraische kontinuierliche System (4.7)-(4.12) besitzt 212 Zustandsvariablen. Angesichts dieser recht großen Zahl von Variablen erscheint eine vollkommen auf Diskretisierung beruhende Vorgehensweise (wie beim Zweistoff-Fall) wenig erfolgversprechend. Man geht stattdessen entsprechend dem “Bottom-up”-Ansatz, beschrieben in Abschnitt 3.3, vor: Mit Hilfe kontinuierlicher Rückführungen wird eine Reihe von “Elementarmanövern” implementiert. Dadurch wird die Prozessdynamik soweit vereinfacht, dass ein übergeordneter, für das Schalten zwischen verschiedenen “Elementarmanövern” verantwortlicher, diskreter Regler auf der Basis einer diskreten Abstraktion der vereinfachten Prozessdynamik entworfen werden kann. Werden die “Elementarmanöver” problemgerecht gewählt, kann eine für den diskreten Reglerentwurf ausreichende Genauigkeit der diskreten Abstraktion mit viel weniger Aufwand als im herkömmlichen Fall erreicht werden. Zum Beispiel kann für eine rechteckige Partition des zweidimensionalen Messraums, vgl. Abb. 4.9, der Nichtdeterminismus in der entsprechend einfachen diskreten Abstraktion (Approximationsparameter $l = 1$)

durch vier ‘Elementarmanöver’ bedeutend reduziert werden. Diese ‘Elementarmanöver’ sind durch vier gradlinige Bewegungen des den Zustand im Messraum repräsentierenden Punktes definiert: nach oben, nach unten, nach rechts und nach links.

Man formuliert also vier entsprechende Teilaufgaben auf der untergeordneten Ebene. Teilaufgabe 1: ‘erhöhe θ_{36} mit einer konstanten Rate, halte θ_5 konstant’, Teilaufgabe 2: ‘verkleinere θ_{36} mit einer konstanten Rate, halte θ_5 konstant’, Teilaufgabe 3: ‘erhöhe θ_5 mit einer konstanten Rate, halte θ_{36} konstant’, Teilaufgabe 4: ‘verkleinere θ_5 mit einer konstanten Rate, halte θ_{36} konstant’. Die Zuwachs- bzw. Absinkraten sind so gewählt, dass für alle möglichen Anfangsbedingungen das Zielgebiet innerhalb von zwei Stunden erreicht werden kann. Um die technische Realisierbarkeit der Teilaufgaben zu gewährleisten, werden geringfügige Abweichungen von den zu haltenden konstanten Werten sowie von den gewählten Zuwachs- bzw. Absinkraten zugelassen. Für das vorliegende Beispiel konnte man alle vier Teilaufgaben durch denselben konventionellen MIMO PI-Regler, z. B. [KJ91, Mac89], lösen. Durch eine Rückführung von Messgrößen θ_5 und θ_{36} auf die Stellgrößen d_1 und v wurden dabei Folgeregelungen für die den Spezifikationen der vier Teilaufgaben entsprechenden Referenzsignale realisiert. Im Frequenzbereich ist dieser Regler durch

$$\begin{bmatrix} d_1(s) \\ v(s) \end{bmatrix} = 180 \left(1 + \frac{1}{s}\right) \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -10 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_5(s) \\ \theta_{36}(s) \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

gegeben. Die Molenströme d_1 und v sind dabei in kmol/h und die Temperaturen θ_5 , θ_{36} in K angegeben.

Das Ziel der Teilaufgabe auf der übergeordneten Ebene ist durch geeignete ‘Aneinanderreihen’ von ‘Elementarmanövern’ die Spezifikation der ursprünglichen Gesamtaufgabe zu erfüllen. Mit ‘Elementarmanövern’, die die Prozessdynamik auf rein horizontale und vertikale Bewegungen in dem θ_5 , θ_{36} Messraum beschränken, lässt sich eine passende diskrete Abstraktion (mit Verhalten \mathcal{B}_{c1}) sehr einfach finden. Die Abbildung $Quant : K \times Y_2 \rightarrow Y_1$ partitioniert die kontinuierliche Menge Y_2 wie in Abb. 4.9 gezeigt. Die Menge K umfasst Indices aller ‘Elementarmanöver’, $K = \{1, 2, 3, 4\}$. Die Wertemenge Y_1 der diskretisierten Messgröße umfasst fünf Elemente – es gibt fünf Quantisierungszellen. Um numerische Probleme mit ‘Elementarmanövern’ an den Grenzen der Quantisierungszellen zu vermeiden, kann nach dem Umschalten zu einem neuen ‘Elementarmanöver’ die Größe einer Quantisie-

rungszelle angepasst werden (diese Anpassungsmöglichkeit findet ihren formalen Ausdruck darin, dass der Definitionsbereich der Abbildung *Quant* die Menge K beinhaltet). Bei dieser Anpassung sollte unter anderem auch die bei der Formulierung der Teilaufgaben gewählte Toleranz (erlaubte Abweichung von den zu haltenden konstanten Werten) berücksichtigt werden. Eine passende diskrete Abstraktion (Approximationsparameter $l = 1$) ist durch einen Moore-Automaten mit dem Eingang $k(i) \in K$ (entsprechend den vier “Elementarmanövern”), dem Ausgang $y_1^{(i)} \in Y_1$ und der Zustandsmenge Y_1 gegeben. Dieses Modell generiert ein recht einfaches Verhalten.

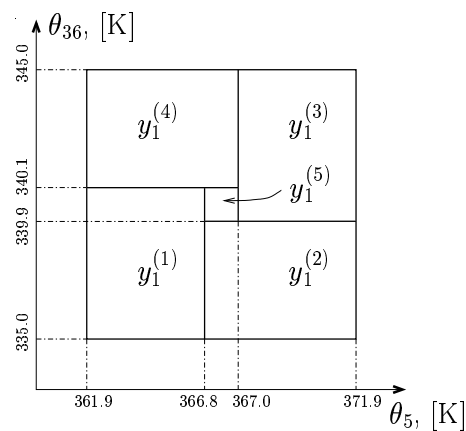


Abbildung 4.9: Quantisierung der kontinuierlichen Messgröße.

Die Spezifikation der Teilaufgabe auf der übergeordneten Ebene \mathcal{B}_{s1} zu formulieren, ist recht einfach. Dieses Verhalten umfasst nämlich alle Sequenzen von “Elementarmanövern”, die erlauben, das Zielgebiet innerhalb von zwei Stunden zu erreichen. Einen diskreten Regler zu finden, der diese Aufgabe löst, ist beinahe trivial, kann aber natürlich auch formal mit der Methode von RAMADGE und WONHAM erfolgen. In Abhängigkeit vom momentanen Wert von y_1 aktiviert der diskrete Regler auf der übergeordneten Ebene das entsprechende Referenzsignal des kontinuierlichen Reglers auf der untergeordneten Ebene, was das entsprechende “Elementarmanöver” implementiert. Wenn der Wert von y_1 sich ändert, schaltet der diskrete Regler zu einem anderen “Elementarmanöver” um, bis schließlich $y_1(i) = y_1^{(5)}$ gemessen wird. Dies indiziert, dass das Zielgebiet erreicht wurde. Dann wird das Anfahren als beendet angesehen; die Kontrolle über den Prozess wird an die Arbeits-

punktregelungseinheit übergeben, die den Prozess in einer genügend nahen Umgebung des Arbeitspunktes hält. Die Regelaktion des diskreten koordinierenden Reglers ist in Tabelle 4.2 zusammengefasst.

Messgröße	$y_1^{(1)}$	$y_1^{(2)}$	$y_1^{(3)}$	$y_1^{(4)}$	$y_1^{(5)}$
Stellgröße	3	1	4	2	andere Reg.- Einheit

Tabelle 4.4: Diskrete Regelung auf der übergeordneten Ebene.

Nachdem die Teilaufgaben auf der untergeordneten und übergeordneten Ebene gelöst wurden, kann man garantieren, dass die ursprüngliche Gesamtaufgabe auch gelöst ist. In Abb. 4.10 sind die Ergebnisse einer Simulation des geschlossenen Kreises dargestellt, wobei das konstruierte hybride hierarchische Regelsystem, bestehend aus dem diskreten Regler und dem kontinuierlichen Streckenmodell (4.7)-(4.12), eingesetzt wurde. Wie von der Spezifikation gefordert, erreichen die Konzentrationsprofile in beiden Kolonnen ihre stationären Arbeitspunktpositionen innerhalb von zwei Stunden. Darüberhinaus werden in Abb. 4.11 die Zeitverläufe der kontinuierlichen Messgrößen θ_5 und θ_{36} sowie der molaren Methanolkonzentrationen auf dem Hauptkolonnenboden $z = 5$ und der molaren Propanolkonzentration auf dem Hauptkolonnenboden $z = 36$ dargestellt. Wie aus den Plots ersichtlich, erreichen die Messgrößen nach zwei aufeinanderfolgenden “Elementarmanövern” die stationären Arbeitspunktwerte θ_{5s} und θ_{36s} . Durch einen Vergleich der Temperatur- und Konzentrationsplots in Abb. 4.11 wird deutlich, dass die implementierte Temperaturregelung tatsächlich den gewünschten Effekt auf die Produktkonzentrationen hat.

4.3 Zusammenfassung

In Kapitel 4 wurden die in dieser Dissertation erarbeiteten hierarchischen Ansätze zur Lösung komplexer hybrider regelungstechnischer Aufgaben auf den Entwurf geeigneter Regelungsstrategien auf das Anfahren einer aus zwei gekoppelten Kolonnen bestehenden Destillationsanlage angewendet. Die betrachtete Destillationsanlage ist am Institut für Systemdynamik und Regelungstechnik an der Universität Stuttgart aufgebaut. Zwei Prozessführungsaufgaben wurden untersucht: das Anfahren eines Zweistofftrennprozesses von

Methanol und Propanol in der Hauptkolonne der Destillationsanlage sowie das Anfahren eines Dreistofftrennpzesses von Methanol, Ethanol und Propanol in den zwei gekoppelten Kolonnen. Für das Anfahren beider Prozesse konnten geeignete Lösungen durch hierarchische Regelstrukturen gefunden werden: eine rein diskrete hierarchische Regelung nach dem "Top-down"-Prinzip für den Zweistoff-Fall und eine hybride hierarchische Regelung nach dem "Bottom-up"-Prinzip für den Dreistoff-Fall. Durch die konzipierte Regelungsstrategie konnte in beiden Fällen eine, verglichen mit dem unregulierten Modus, bedeutende Beschleunigung des Anfahrvorgangs erreicht werden. Gerade im universitären Betrieb der Anlage, wo zwecks Durchführung verschiedener Forschungsexperimente die Anlage öfters angefahren werden muss, stellt dies einen signifikanten Vorteil dar.

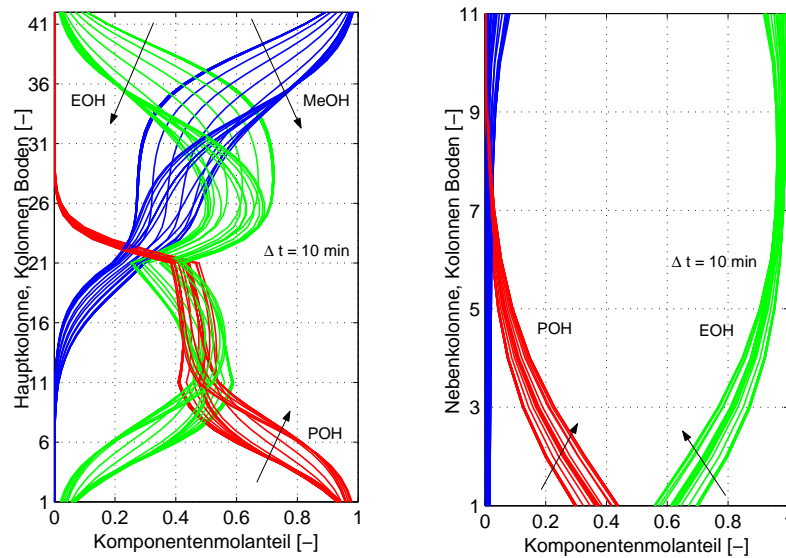


Abbildung 4.10: Dritter Schritt des Anfahrens, geregelt, Hauptkolonne (links), Nebenkolonne (rechts)

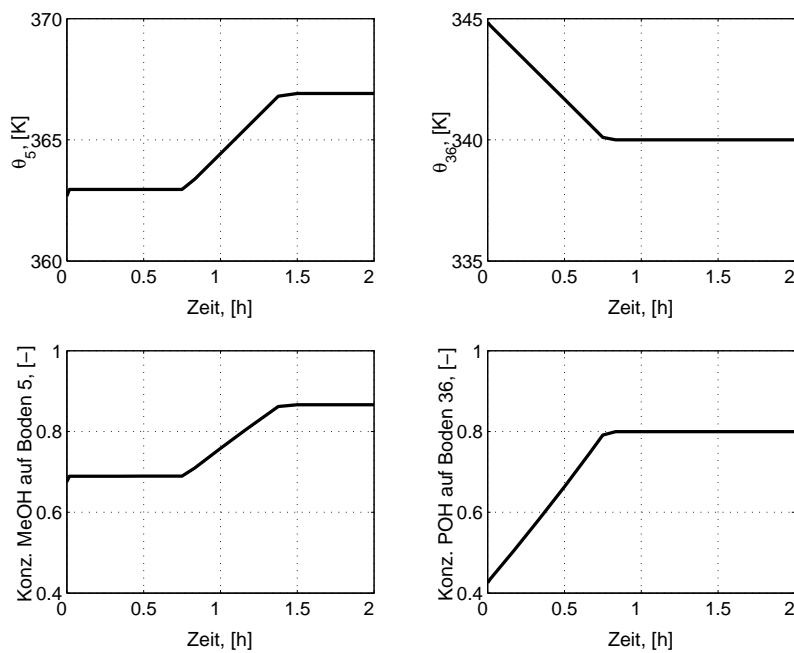


Abbildung 4.11: Messgrößen (oben) und entsprechende Produktkonzentrationen (unten), dritter Schritt des Anfahrens, geregelt.

Kapitel 5

Zusammenfassung

Eine der wichtigsten Voraussetzungen für eine erfolgreiche Lösung komplexer regelungstechnischer Probleme ist in den meisten Fällen eine geeignete Strukturierung der Aufgabenstellung: Gelingt eine solche Strukturierung nicht, hat man im Allgemeinen schlechte Aussichten zu einer Lösung des Problems zu gelangen. In der vorliegenden Arbeit wurde ein effizienter und theoretisch fundierter Strukturierungsansatz untersucht, der auf einer hierarchischen Gliederung der Aufgabenstellung basiert. Die erarbeitete Vorgehensweise erlaubt, im Rahmen der aus einer solchen Gliederung resultierenden hierarchisch aufgebauten hybriden Teilaufgabenstruktur kontinuierliche und ereignisdiskrete Teilaufgaben zu kombinieren.

Die Regler, die die einzelnen Teilaufgaben lösen, sowie die Prozessmodelle, auf deren Grundlage der Entwurf einzelner Regler erfolgt, können dementsprechend auch kontinuierlich oder ereignisdiskret sein und bilden ebenfalls jeweils hybride hierarchische Strukturen (Regler- und Modellhierarchie). Die Lösung der Teilaufgaben kann mit “unstrukturierten” Standardmethoden der kontinuierlichen und ereignisdiskreten Regelungstheorie durchgeführt werden. Während auf die Darstellung der verwendeten kontinuierlichen Modellierungs- und Reglerentwurfsmethoden aus dem Grunde ihres hohen Bekanntheitsgrads verzichtet wurde, wurden die eingesetzten ereignisdiskreten Modellierungs- und Reglerentwurfsmethoden in Kapitel 2 ausführlich dargestellt. Unter anderem wurde die vom Verfasser dieser Arbeit konzipierte und implementierte Prozedur zur rechnerischen Durchführung eines approximationsbasierten ereignisdiskreten Reglerentwurfs ausführlich erörtert.

Ein wichtiger Bestandteil der beschriebenen Vorgehensweise ist die Formulierung der Reduktions- und Konsistenzbedingungen, welche von der Modellhierarchie (Reduktionsbedingungen) sowie von der Teilaufgabenhierarchie (Konsistenzbedingungen) erfüllt werden müssen, damit garantiert werden kann, dass die “Summe” der Lösungen der Teilaufgaben auch eine Lösung der ursprünglichen Gesamtaufgabe darstellt. Erst diese Eigenschaft macht aus einer intuitiven Heuristik eine systematische Vorgehensweise. Aus der Vielfalt der Strukturierungsmöglichkeiten, für die die Reduktions- und Konsistenzbedingungen erfüllt sind, wurden in Kapitel 3 zwei alternative, systematische Vorgehensweisen hervorgehoben und eingehend untersucht: “Top-down” und “Bottom-up”. Wie die Namensgebung andeutet, unterscheiden sich diese zwei Vorgehensweisen durch die Richtung, in die der Aufbau einer hierarchischen Lösungsstruktur erfolgt: von höheren zu unteren Ebenen für das “Top-down”-Prinzip und in die entgegengesetzte Richtung für das “Bottom-up”-Prinzip. Für beide Ansätze wurde mathematisch nachgewiesen, dass, wenn die formulierten Reduktions- und Konsistenzbedingungen erfüllt sind, die gestellte Gesamtaufgabe durch die aus dem jeweiligen Ansatz resultierende hierarchische Regelstruktur gelöst wird.

In Kapitel 4 wurden die erarbeiteten Methoden einem Anwendungstest unterzogen. Die Aufgabe bestand im Entwurf geeigneter Regelungsstrategien für das Anfahren von zwei komplexen verfahrenstechnischen Prozessen – eine Zweistofftrennung von Methanol und Propanol bzw. eine Dreistofftrennung von Methanol, Ethanol und Propanol in einer bzw. in zwei dynamisch gekoppelten Destillationskolonnen, die am Institut für Systemdynamik und Regelungstechnik an der Universität Stuttgart aufgebaut sind. Für das Anfahren beider Prozesse konnten geeignete effiziente Lösungen durch hierarchische Regelstrukturen gefunden werden: ein rein diskretes hierarchisches Regelsystem nach dem “Top-Down”-Prinzip für den Zweistoff- sowie ein hybrides hierarchisches Regelsystem nach dem “Bottom-up”-Prinzip für den Dreistofftrennprozess. Damit haben die in dieser Arbeit erarbeiteten Methoden eine gründliche Anwendbarkeitsprüfung erfolgreich bestanden.

Literaturverzeichnis

- [ACH⁺94] R. Alur, C. Courcoubetis, T. A. Henzinger, P.-H. Ho, X. Nicollin, A. Olivero, J. Sifakis, and S. Yovine. The algorithmic analysis of hybrid systems. In *Proc. 11th International Conference on Analysis and Optimization of Systems*, volume 199 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, pages 331–351. Springer Verlag, 1994.
- [ACHH] R. Allur, C. Courcoubetis, T. A. Henzinger, and P.-H. Ho. Hybrid automata: An algorithmic approach to the specification and verification of hybrid systems. In *[GNRR93]*, pages 209–229.
- [AHS96] R. Alur, T. A. Henzinger, and E. D. Sontag, editors. *Hybrid Systems III*, volume 1066 of *Lecture Notes in Computer Science, LNCS*. Springer-Verlag, Berlin, 1996.
- [AKNS95] P. Anstaklis, W. Kohn, A. Nerode, and S. Sastry, editors. *Hybrid Systems II*, volume 999 of *Lecture Notes in Computer Science, LNCS*. Springer-Verlag, Berlin, 1995.
- [ALNS97] P. Antsaklis, W. Kohn M. Lemmon, A. Nerode, and S. Sastry, editors. *Hybrid Systems IV*, volume 1273 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer-Verlag, 1997.
- [ALNS99] P. Antsaklis, W. Kohn M. Lemmon, A. Nerode, and S. Sastry, editors. *Hybrid Systems V*, volume 1567 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer-Verlag, 1999.
- [AN98] P. Antsaklis and A. Nerode, editors. *Special Issue on Hybrid Systems*. IEEE Transactions on Automatic Control. 1998.

- [ASL] P. J. Antsaklis, J. A. Stiver, and M. D. Lemmon. Hybrid system modelling and autonomous control systems. In *[GNRR93]*, pages 366–392.
- [Ben01] M. D. Di Benedetto, editor. *Special Issue on Hybrid Systems*. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 11. 2001.
- [BH93] Y. Brave and M. Heymann. Control of discrete event systems modeled as hierarchical state machines. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38(12):1803–1819, December 1993.
- [BSV01] M. D. Di Benedetto and A. Sangiovanni-Vincentelli, editors. *Proceedings HSCC 2000*, volume 2034 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer Verlag, 2001.
- [Cas91] P. Caspi. Models of discrete event systems in computer science. In *Proc. 1st European Control Conference ECC'91*, pages 503–511, Grenoble, France, 1991.
- [Cas93] C. G. Cassandras. *Discrete Event Systems: Modelling and Performance Analysis*. Irwin, Homewood, IL, 1993.
- [CL99] C. G. Cassandras and S. Lafortune. *Introduction to Discrete Event Systems*. Kluwer Academic Publishers, Boston, Dordrecht, London, 1999.
- [CLO95] C. G. Cassandras, S. Lafortune, and G. J. Olsder. Introduction to the modelling, control and optimization of discrete event systems. In A. Isidori, editor, *Trends in Control – A European Perspective*. Springer-Verlag, Berlin, 1995.
- [CSR93] C. Chase, J. Serrano, and P. J. Ramadge. Periodicity and chaos from switched flow systems: Contrasting examples of discretely controlled continuous systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38:70–83, 1993.
- [CW] P. E. Caines and Y.-J. Wei. On dynamically consistent hybrid systems. In *[AKNS95]*, pages 462–492.

- [CW98] P. E. Caines and Y.-J. Wei. Hierarchical hybrid control systems: a lattice theoretic formulation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 43(4):501–508, April 1998. Special Issue on Hybrid Systems.
- [Del90] D. F. Delchamps. Stabilizing a linear system with quantized state feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35:916–923, 1990.
- [FK96] R. A. Freeman and P. V. Kokotovic. *Robust Nonlinear Control Design*. Birkhäuser, Basel, 1996.
- [GNRR93] R. L. Grossman, A. Nerode, A. P. Ravn, and H. Rischel, editors. *Hybrid Systems*, volume 736 of *Lecture Notes in Computer Science, LNCS*. Springer-Verlag, Berlin, 1993.
- [Gro96] M. J. Groebel. *Asymptotisch exakte Ein-/Ausganglinearisierung von Destillationskolonnen*. Doktorarbeit. Universität Stuttgart, Fakultät Verfahrenstechnik, 1996.
- [HC98a] P. Hubbard and P. E. Caines. A state aggregation approach to hierarchical supervisory control with applications to a transfer line example. In *Proc. WODES'98 – International Workshop on Discrete Event Systems*, Cagliari, Italy, 1998. IEE.
- [HC98b] P. Hubbard and P. E. Caines. Trace-dc hierarchical supervisory control with applications to transfer-lines. In *Proc. 37th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 3293–3298, Tampa, FL, 1998.
- [HU00] J. E. Hopcroft and J. D. Ullman. *Einführung in die Automaten-theorie, formale Sprachen und Komplexitätstheorie*. Oldenburg, München, Wien, 2000.
- [IR00] A. Itigin and J. Raisch. An approach to hybrid control problems based on approximating continuous plant dynamics by nondeterministic automata. In *Proc. SCI2000 - 4th World Multi-conference on Systemics, Cybernetics and Informatics*, volume 9, pages 217 – 222, Orlando, 2000.

- [IRMK03] A. Itigin, J. Raisch, T. Moor, and A. Kienle. A two-level hybrid control strategy for the start-up of a coupled distillation plant. In *Proc. European Control Conference (ECC'2003)*, Cambridge, UK, 2003.
- [Kie00] A. Kienle. Low-order dynamic models for ideal multicomponent distillation processes using nonlinear wave propagation theory. *Chemical Engineering Science*, 55:1817 – 1828, 2000.
- [KIRK00] E. Klein, A. Itigin, J. Raisch, and A. Kienle. Automatic generation of switching start-up schemes for chemical processes. In *Proc. ESCAPE-10*, pages 619 – 624, 2000.
- [KJ91] U. Korn and U. Jumar. *PI-Mehrgrößenregler. Praxisgerechter Entwurf, Robustheit, Anwendung*. Methoden der Regelungs- und Automatisierungstechnik. R. Oldenbourg Verlag, München, Wien, 1991.
- [KKR98] E. Klein, A. Kienle, and J. Raisch. Synthesizing a supervisory control scheme for the start-up procedure of a distillation column – an approach based on approximating continuous dynamics by des models. In *Proc. 8th IFAC Colloquium on Large Scale Systems (LSS'98)*, pages 716 – 721, Patras, 1998.
- [KKRW99] E. Klein, A. Kienle, J. Raisch, and H. Wehlan. Synthese einer anfahrregelung für eine destillationskolonne auf der grundlage einer ereignisdiskreten approximation der kontinuierlichen dynamik. In *Proc. 6. Fachtagung Entwicklung und Betrieb komplexer Automatisierungssysteme (EKA99)*, pages 447 – 464, Braunschweig, 1999.
- [Kle01] E. Klein. *Ereignisdiskrete Modellierung, Spezifikation und Regelungssynthese für Prozessführung in der Verfahrenstechnik*. Doktorarbeit. Universität Stuttgart, Fakultät Verfahrenstechnik, 2001.
- [KR88] B. W. Kernighan and D. M. Ritchie, editors. *The C Programming Language*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1988.
- [KR98] E Klein and J. Raisch. Safety enforcement in process control systems – a batch evaporator example. In *Proc. WODES'98* –

- International Workshop on Discrete Event Systems*, pages 327–333, Cagliari, Italy, 1998. IEE.
- [KW86] P. Kozak and W. M. Wonham. Fully decentralized solutions of supervisory control problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40:2094–2097, December 1986.
- [Lan91] Lothar Lang. *Prozeßführung gekoppelter Mehrstoffkolonnen am Beispiel einer Destillationsanlage mit Seitenabzug*. PhD thesis, Universität Stuttgart, 1991.
- [LBR96] G. Labinaz, M. M. Bayoumi, and K. Rudei. Modelling and control of hybrid systems: a survey. In *Proc. 13th IFAC World Congress*, pages 293–304, 1996.
- [LK00] N. Lynch and B. H. Krogh, editors. *Proceedings HSCC 2000*, volume 1790 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer Verlag, 2000.
- [Lun92a] J. Lunze. *Feedback Control of large Scale Systems*. Prentice-Hall, London, 1992.
- [Lun92b] J. Lunze. Qualitative modelling of continuous-variable systems by means of nondeterministic automata. *Intelligent Systems Engineering*, 1:22–30, 1992.
- [Lun93] J. Lunze. Ein ansatz zur qualitativen modellierung und regelung dynamischer systeme. *Automatisierungstechnik*, 41:451–460, 1993.
- [Lun94] J. Lunze. Qualitative modelling of linear dynamic systems with quantized state measurements. *Automatica*, 30:417–431, 1994.
- [Lun95] J. Lunze. Stabilization of nonlinear systems by qualitative feedback controllers. *International Journal of Control*, 62:109–128, 1995.
- [Lun97] J. Lunze. *Regelungstechnik 2: Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung*. Springer, Berlin, 1997.

- [Mac89] J. M. Maciejowski. *Multivariable Feedback Design*. Electronic Systems Engineering Series. Addison-Wesley Publishing Company, Wokingham, England, 1989.
- [MMT70] M.D. Mesarovic, D. Macko, and Y. Takahara. *Theory of Hierarchical, Multilevel, Systems*. Academic Press, New York, 1970.
- [Moo56] E. F. Moore. Gedanken-experiments on sequential machines. In *Automata Studies*. Princeton University Press, Princeton, N.J., 1956.
- [MP] Z. Manna and A. Pnueli. Verifying hybrid systems. In *[GNRR93]*, pages 4–35.
- [MPSSS99] A. S. Morse, C. C. Pantelides, and J. M. (Hans) Schumacher S. S. Sastry, editors. *Special Issue on Hybrid Systems*. *Automatica*, 35(3). 1999.
- [MR99] T. Moor and J. Raisch. Supervisory control of hybrid systems within a behavioural framework. *Systems and Control Letters*, 38(3):157–166, July 1999. Special issue on Hybrid Control Systems.
- [MR02] T. Moor and J. Raisch. Abstraction based supervisory controller synthesis for high order monotone continuous systems. In S. Engell, G. Frehse, and E. Schnieder, editors, *Modelling, Analysis, and Design of Hybrid Systems*, volume 279 of *LNCIS*, pages 247–265. Springer-Verlag, 2002.
- [MRD01] T. Moor, J. Raisch, and J. M. Davoren. Computational advantages of a two-level hybrid control architecture. In *Proc. 40th Conf. Decision and Control*, pages 358–363, Orlando, USA, 2001.
- [MRD03] T. Moor, J. Raisch, and J. M. Davoren. Admissibility criteria for a hierarchical design of hybrid control systems. In *Proc. ADHS*, pages 389–394, Saint Malo, France, 2003.
- [MRO98] T. Moor, J. Raisch, and S. D. O’Young. Supervisory control of hybrid systems via l-complete approximations. In *Proc. WODES’98 – International Workshop on Discrete Event Systems*, pages 426–431, Cagliari, Italy, 1998. IEE.

- [MRO02] T. Moor, J. Raisch, and S. O'Young. Discrete supervisory control of hybrid systems based on l-complete approximations. *Discrete Event Dynamic Systems*, 12:83–107, 2002.
- [MT74] M.D. Mesarovic and Y. Takahara. *General Systems Theory: Mathematical Foundation*. Academic Press, New York, 1974.
- [MT89] M.D. Mesarovic and Y. Takahara. *Abstract Systems Theory*, volume 116 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Springer Verlag, Berlin, 1989.
- [MZ89] M. Morari and E. Zafiriou. *Robust Process Control*. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1989.
- [NKC] T. Niinomi, B. H. Krogh, and J. E. R. Cury. Refinements of approximating automata for synthesis of supervisory controllers for hybrid systems. In *[AHS96]*, pages 475–484.
- [NKC95] T. Niinomi, B. H. Krogh, and J. E. R. Cury. Synthesis of supervisory controllers for hybrid systems based on approximating automata. In *Proc. 34th Conference on Decision and Control*, pages 1461–1466, 1995. IEEE.
- [NOSY] A. Nicollin, A. Olivero, J. Sifakis, and S. Yovine. An approach to the description and analysis of hybrid systems. In *[GNRR93]*, pages 149–178.
- [OSM86] Y. Ohta, D. D. Siljak, and T. Matsumoto. Decentralized control using quasi-block diagonal dominance of transfer function matrices. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 31:420–430, 1986.
- [PLS00] G. J. Pappas, G. Lafferriere, and S. Sastry. Hierarchically consistent control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(6):1144–1160, 2000.
- [Rai91] J. Raisch. *Entwurf dezentraler Regler im Frequenzbereich*. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1991.
- [Rai94] J. Raisch. *Mehrgrößenregelung in Frequenzbereich*. R. Oldenbourg Verlag, München, 1994.

- [Rai99] J. Raisch. *Hybride Regelsysteme*. Shaker Verlag, Aachen, 1999.
- [Rai00] J. Raisch. Discrete abstractions of continuous systems - an input/output point of view. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, 6(1):6 – 29, 2000.
- [Ram90] P. J. Ramadge. On the periodicity of symbolic observations of piecewise smooth discrete-time processes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35:807–813, 1990.
- [RI00] J. Raisch and A. Itigin. Synthesis of hierarchical process control systems based on sequential aggregation. In *Proc. 3rd Mathmod – International Symposium on Mathematical Modelling, IMACS*, pages 385 – 389, Vienna, Austria, 2000.
- [RIM00] J. Raisch, A. Itigin, and T. Moor. Hierarchical control of hybrid systems. In *Proc. ADPM2000 (Automatisation des Processus Mixtes: les Systemes Dynamiques Hybrides)*, pages 67 – 72. Shaker-Verlag, 2000.
- [RIM01] J. Raisch, A. Itigin, and T. Moor. Hierarchical strategies for hybrid process control problems. In *Proc. European Control Conference ECC2001*, pages 2534–2539, Porto, 2001.
- [RKO⁺] J. Raisch, E. Klein, S. D. O’Young, C. Meder, and A. Itigin. Approximating automata and discrete control for continuous systems - two examples from process control. In *[ALNS99]*, pages 279–303.
- [ROa] J. Raisch and S. D. O’Young. A des approach to control of hybrid dynamical systems. In *[AHS96]*, pages 462–492.
- [ROb] J. Raisch and S. D. O’Young. A totally ordered set of discrete abstractions for a given hybrid or continuous system. In *[ALNS97]*, pages 342–360.
- [RO94] J. Raisch and S. D. O’Young. A discrete-time framework for control of hybrid systems. In *Proc. Hong Kong International Workshop New Directions of Control and Manufacturing*, pages 34–40, Hong Kong, 1994.

- [RO95] J. Raisch and S. D. O'Young. Symbolic control of uncertain hybrid systems. In *Proc. 3rd European Control Conference*, pages 2041–2046, 1995.
- [RO96] J. Raisch and S. D. O'Young. Time-driven supervisory control of hybrid dynamical systems. In *Proc. 5th International Conference on CONTROL '96, IEE*, pages 716–721, Exeter, UK, 1996.
- [RO98] J. Raisch and S. D. O'Young. Approximation and Supervisory Control of Continuous Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 43(4):569–573, April 1998. Special Issue on Hybrid Systems.
- [RPP87] R. C. Reid, J. M. Prausnitz, and B. E. Poling. *The Properties of Gases and Liquids*. McGraw-Hill, New York, 4. edition, 1987.
- [RW87] P. J. Ramadge and W. M. Wonham. Supervisory control of a class of discrete event processes. *SIAM Journal of Control and Optimization*, 25(1):206 – 230, 1987.
- [RW89] P. J. Ramadge and W. M. Wonham. The control of discrete event processes. *Proc. of the IEEE*, 77(1):81 – 98, 1989.
- [RW92] K. G. Rudie and W. M. Wonham. Think globally, act locally: Decentralized supervisory control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37:1692–1708, 1992.
- [SA92] J. A. Stiver and P. J. Antsaklis. Modellinh and analysis of hybrid control systems. In *Proc. 31st Conference on Decision and Control*, 1992.
- [SAL] J. A. Stiver, P. J. Antsaklis, and M. D. Lemmon. Interface and controller design for hybrid control systems. In *[AKNS95]*, pages 462–492.
- [Sim94] H. A. Simon. *Die Wissenschaften vom Künstlichen*. Springer-Verlag, Wien, New York, 1994.
- [Sin80] M.G. Singh. *Dynamical Hierarchical Control*. North-Holland, Amsterdam, 1980.

- [Sin81] M.G. Singh. *Decentralised Control*. North-Holland, Amsterdam, 1981.
- [SKE97] O. Stursberg, S. Kowalewski, and S. Engell. Generating timed discrete models of continuous systems. In *Proc. 2nd Mathmod – International Symposium on Mathematical Modelling, IMACS*, pages 203–209, Vienna, Austria, 1997.
- [SKE00] O. Stursberg, S. Kowalewski, and S. Engell. On the generation of timed discrete approximations for continuous systems. *Mathematical and Computer Models of Dynamical Systems*, 6:51–70, 2000.
- [Smi95] H.L. Smith. *Monotone Dynamical Systems, an Introduction to the Theory of Competitive and Cooperative Systems*, volume 41 of *Mathematical Surveys and Monographs*. Amer. Math. Soc, Providence, RI, 1995.
- [TG02] C. J. Tomlin and M. R. Greenstreet, editors. *Proceedings HSCC 2000*, volume 2289 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer Verlag, 2002.
- [TTT89] L. Trave, A. Titli, and A. M. Tarras. *Large Scale Systems: Decentralization, Structure Constraints and Fixed Modes*. Springer-Verlag, Berlin, 1989.
- [VvS99] F. W. Vaandrager and J. H. van Schuppen, editors. *Proceedings HSCC 2000*, volume 1569 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer Verlag, 1999.
- [Wil89] J. C. Willems. Models for dynamics. *Dynamics Reported*, 2:172 – 269, 1989.
- [Wil91] J. C. Willems. Paradigms and puzzles in the theory of dynamical systems. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 36(3):259 – 294, 1991.
- [WW96a] K. C. Wong and W. M. Wonham. Hierarchical control of discrete-event systems. *Discrete Event Dynamic Systems*, 6(3):241–273, July 1996.

- [WW96b] K. C. Wong and W. M. Wonham. Hierarchical control of timed discrete-event systems. *Discrete Event Dynamic Systems*, 6(3):274–306, July 1996.
- [YL00a] T. Yoo and S. Lafortune. A general architecture for decentralized supervisory control of discrete-event systems. In *Discrete Event Systems: Analysis and Control*, pages 111–118. Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [YL00b] T. Yoo and S. Lafortune. New results on decentralized supervisory control of discrete-event systems. In *Proc. IEEE Conf. on Decision and Control*, 2000.
- [ZDG96] K. Zhou, J. Doyle, and K. Glover. *Robust and Optimal Control*. Prentice-Hall, New York, 1996.
- [Zha02] X. Zhan. *Matrix Inequalities*, volume 1790 of *Lecture Notes in Mathematics*. Springer Verlag, 2002.
- [ZW90] H Zhong and W. M. Wonham. On the consistency of hierarchical supervision in discrete-event systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35:1125–1134, 1990.

