

# **Modellierung der unter- und oberseitigen Wärmeübertragung an plattenförmiges Gut in Rollenöfen**

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktoringenieur  
(Dr.-Ing.)

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Mirosław Chmielowski

geb. am 11.09.1974

in Chorzów (Polen)

genehmigt durch die

Fakultät für Verfahrens- und Systemtechnik  
der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Gutachter:

Prof. Dr.-Ing. habil. E. Specht, Universität Magdeburg

Prof. Dr.-Ing. habil. G. Walter, TU Bergakademie Freiberg

Dr.-Ing. H.-G. Bittner, Aichelin Engineering GmbH

Promotionskolloquium am 14.01.2005

## Inhaltsverzeichnis

<b>1. EINLEITUNG</b> .....	<b>1</b>
<b>2. ROLLENOFENANLAGEN</b> .....	<b>5</b>
2.1 GUTTRANSPORT .....	6
2.2 ROLLEN .....	8
2.3 BEHEIZUNG .....	12
2.4 BAUARTEN .....	14
<b>3. KONTAKTWÄRMEÜBERGANG</b> .....	<b>16</b>
<b>4. NUMERISCHE BERECHNUNG DES WÄRMEÜBERGANGS DURCH DIE ROLLE</b> .....	<b>22</b>
4.1 MECHANISMUS DES WÄRMEÜBERGANGS .....	22
4.2 TEMPERATURVERLAUF IN DER ROLLE .....	23
4.3 WÄRMESTRÖME .....	27
<b>5. ANALYTISCHE BERECHNUNG DES WÄRMEÜBERGANGS DURCH DIE ROLLE</b> .....	<b>32</b>
5.1 MODELLVORSTELLUNG .....	32
5.2 TEMPERATURVERLAUF .....	33
5.3 WÄRMESTROM .....	37
5.4 THERMISCH AKTIVE SCHICHT .....	38
5.5 VERIFIZIERUNG DES MODELLS.....	41
<b>6. EINFLUSS DER ROLLEN AUF DEN WÄRMEÜBERGANG</b> .....	<b>46</b>
6.1 EINFLUSSGRÖßEN.....	46
6.2 ROLLENMATERIAL .....	48
6.3 GUTGESCHWINDIGKEIT .....	50
6.4 DURCHMESSER DER ROLLEN .....	50
6.5 TEMPERATUR DER GASATMOSPHERE .....	51
6.6 VERGLEICH DES OBER- UND UNTERSEITIGEN WÄRMEÜBERGANGS AN DAS GUT.....	52
<b>7. STRAHLUNG</b> .....	<b>55</b>
7.1 DIREKTE BESTRAHLUNG .....	55
7.1.1 <i>Netto-Strahlungsmethode - Helligkeitsmethode</i> .....	56
7.1.2 <i>Einstrahlzahl</i> .....	61
7.1.3 <i>Wärmeaustausch in der Ofenkammer mit Sekundärstrahlung</i> .....	65
7.1.4 <i>Temperatur der adiabatischen Wand</i> .....	67
7.2 INDIREKTE BESTRAHLUNG MIT STRAHLROHREN .....	70
7.2.1 <i>Voraussetzungen zu Berechnungsbeispielen</i> .....	77
7.2.2 <i>Bestrahlung der oberen Gutoberfläche</i> .....	79
7.2.2.1 Höhe der Strahlrohre .....	79
7.2.2.2 Höhe des Ofens .....	80

7.2.2.3	Durchmesser der Strahlrohre.....	81
7.2.2.4	Abstand zwischen den Strahlrohren.....	82
7.2.3	<i>Rollenseite</i> .....	83
7.3	ÖRTLICHE VERTEILUNG .....	86
7.3.1	<i>Örtliche Wärmestromdichte bei gerader Decke</i> .....	87
7.3.2	<i>Beeinflussung der Blecherwärmung</i> .....	95
7.3.3	<i>Einfluss einer gewölbten Decke</i> .....	101
<b>8.</b>	<b>BEISPIELE DER TEMPERATURVERTEILUNG IM GUT</b> .....	<b>106</b>
8.1	LÖSUNGEN.....	106
8.2	TEMPERATURVERLÄUFE .....	110
	<b>ZUSAMMENFASSUNG</b> .....	<b>117</b>
	<b>SCHRIFTTUM</b> .....	<b>120</b>
	<b>FORMELZEICHEN</b> .....	<b>125</b>

## 1. Einleitung

Zur Wärmebehandlung von dünnem und stickigem Gut gelangen zunehmend Rollenöfen zum Einsatz. In diesen wird das Gut über örtlich feststehenden sich drehenden Rollen transportiert, wie in zwei Schnitten in Bild 1.1 und Bild 1.2 schematisch dargestellt ist.

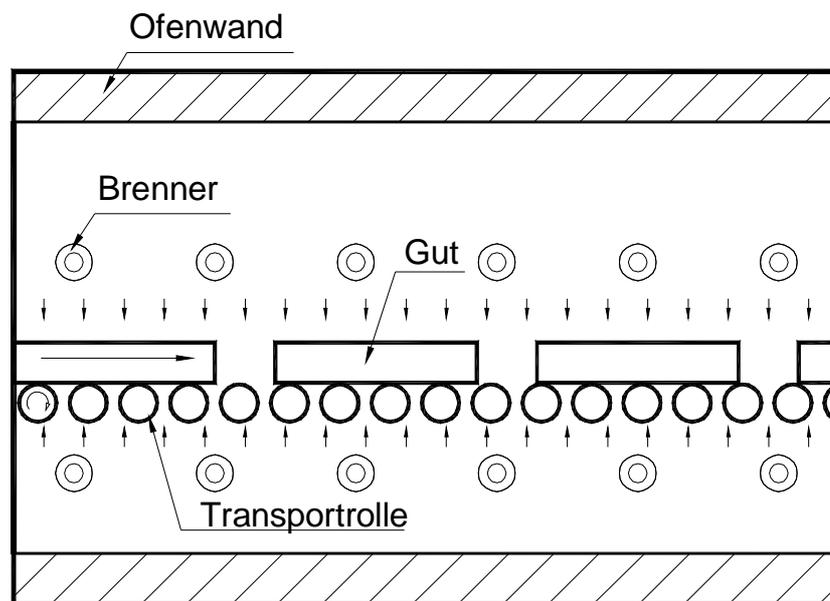


Bild 1.1: Längsschnitt durch einen Rollenofen

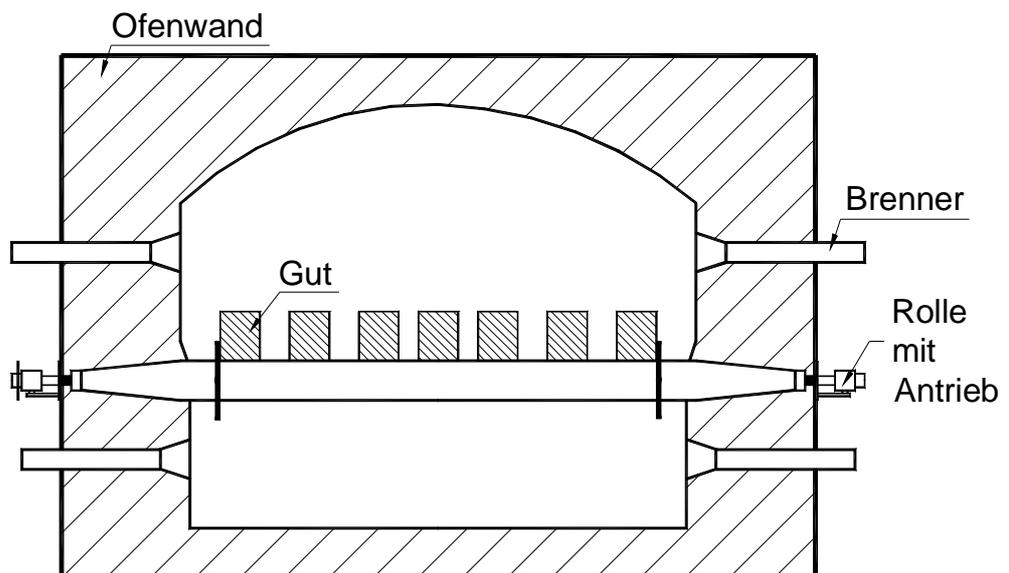


Bild 1.2: Querschnitt durch einen Rollenofen

Durch die Rollen bedingt kommt es zur unterschiedlichen Erwärmung von der Ober- und Unterseite des Gutes. Das Gas strahlt auf der Oberseite direkt auf das Gut. An der Unterseite strahlt das Gas auf die Rollen, die die Wärme speichern, dann durch die Drehung unter das Gut transportieren und dort an dieses im Kontaktbereich wieder abgeben. Unterschiedliche Wärmeaustauschbedingungen des Gutes auf Ober- und Unterseite verursachen im Endeffekt eine ungleichmäßige Erwärmung des Gutes. Sie kann zur Qualitätsverschlechterung des Produkts und durch auftretende Thermospannungen sogar zum Verbiegen oder Bruch des Gutes führen. Die Kenntnis genauer Wärmestromverteilung ist erforderlich, um thermische Überlastungen des Gutes oder der Wände zu vermeiden.

Unterschiedlicher Wärmeaustausch auf beiden Seiten des Gutes kann durch verschiedene Umgebungstemperaturen beziehungsweise Brenner- oder Strahlrohrleistungen ausgeglichen werden. Zur Regelung von Rollenöfen hinsichtlich einer gleichmäßigen Guterwärmung muss jedoch der Gesamtmechanismus dieser Wärmeübertragung bekannt sein.

Die theoretischen Grundlagen des Wärmetransports sind in ausführlicher Darstellung in Standardwerken enthalten. Im Wesentlichen handelt es sich hierbei um die Beschreibung der physikalischen Grundgesetze der Strahlung von Festkörpern oder Gasen bzw. um den Strahlungswärmeaustausch zwischen denselben [1]-[14]. Die Literatur zur Beschreibung des Wärmeaustauschs in den industriellen Ofenanlagen ist auch sehr umfangreich [15]-[23]. In dieser Literatur wurden verschiedene Modelle zur Ermittlung des Wärmeübergangs durch Strahlung und Konvektion in den Ofenräumen der verschiedenen Industrieöfenarten beschrieben. Jedoch wurde in diesen der Kontaktwärmeübergang Rolle-Gut nicht berücksichtigt.

Erstmal wurde er durch Holzapfel in [24] 2-dimensional numerisch untersucht. Mit diesem Modell kann man mit ausreichender Genauigkeit den Wärmeübergang zwischen der einzelnen Rolle und dem Gut berechnen. In Öfen befinden sich jedoch bis zu 500 Rollen. Für jede Rolle muss die übertragene Wärme

durch Drehung in Umfangsrichtung und Wärmespeicherung in radialer Richtung zweidimensional berechnet werden. Das ist so aufwendig, dass die Berechnung der Gesamterwärmung nicht möglich ist. Es fehlen vereinfachte Modelle und Gleichungen, mit denen der Wärmeübergang schnell und mit hinreichender Genauigkeit berechnet werden kann.

Das Problem besteht auch darin, dass sehr viele Einflussgrößen zu berücksichtigen sind. In der Praxis werden in verschiedenen Zonen z.B. aus Festigkeitsgründen Rollen mit unterschiedlichem Material und Durchmessern eingesetzt. Solche Einflussgrößen wie Rollendurchmesser, Drehzahl, Gutgeschwindigkeit, thermophysikalische Stoffwerte ( $\lambda, \rho, c$ ) der Rolle und Rollenwanddicke müssen hier untersucht werden.

Durch die Rollen bedingt ist oben und unten ein anderer Wärmeübergang durch Strahlung. Von unten wird die Wärme sowohl auf die Rollen als auch dazwischen an das Gut übertragen. Für diese geometrische Anordnung sind noch keine Einstrahlzahlen bekannt. In [Bild 1.3](#) ist eine beispielhafte zweidimensionale Simulation der Bestrahlung an der unteren Seite des Gutes dargestellt.



*Bild 1.3: Unterseitige Bestrahlung des Gutes*

Eine ausgewählte partielle Fläche strahlt in alle Richtungen. Leider fällt nicht die ganze Strahlung direkt an das Gut. Dies ist teilweise durch die Rollen bedeckt. Daher sollen Einstrahlzahlen entwickelt werden, die den Einfluss des Rollenabstandes, Rollendurchmessers und Rollenmaterials beschreiben. Bei der Ermittlung solcher Einstrahlzahlen muss auch die Sekundärstrahlung der Wand berücksichtigt werden, was die Berechnungen erschwert.

Ziel der Arbeit war ein möglichst einfaches Modell für einen Rollenofen aufzubauen, welches aber gleichzeitig flexibel und vom Anwender durchschaubar ist.

## 1. Einleitung

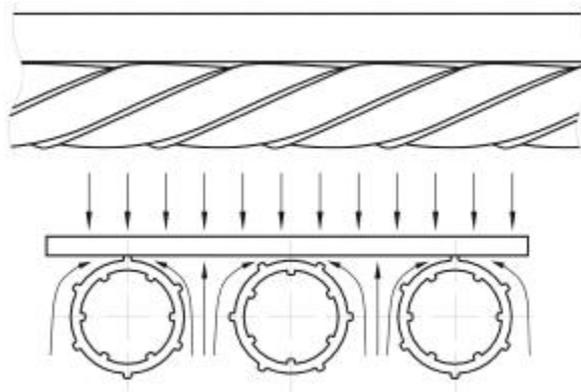
---

Weil es mit einfachen Gleichungen beschrieben wird kann es mit den gestellten Aufgaben wachsen, um auch schwierigere Berechnungsaufgaben noch lösen zu können.

## 2. Rollenofenanlagen

Der Rollenofen gehört zur Durchlauföfengruppe. In dieser Ofenart erwärmt sich das Gut während des Transports auf den Rollen. In Bild 1.1 und Bild 1.2 wurde schematisch ein Rollenofen in zwei Schnitten dargestellt.

Der Rollenofen ist eine Konkurrenz für klassische Öfen wie z.B. Kammerofen und Tunnelofen. Im Rollenofen hat das Gut intensiv Kontakt mit der Ofenatmosphäre, deswegen sind die Wärmeübertragungsbedingungen ideal zur schnellen Erwärmung. In Bild 2.1 wird der Wärmeübergangmechanismus dargestellt, welcher zusätzlich durch schneckenförmige Rollen intensiviert ist.



*Bild 2.1: Guterwärmung im Rollenofen mit schneckenförmigen Rollen*

Im Tunnelofen werden die Güter auf Wagen transportiert. Wegen seiner Konstruktion ist der Wärmeaustausch im Vergleich zum Rollenofen erschwert. In Bild 2.2 ist ein Quer- und Längsschnitt des Tunnelofens gezeigt.

Aus diesem ersieht man einen fast direkten Kontakt außen liegender Güter mit dem verbrannten Gas, dagegen einen erschwerten Kontakt mit den Gütern, die sich in der Mitte befinden. Damit alle Güter dieselbe Temperatur erreichen, muss die Erwärmungszeit verlängert werden. Für den Brand von z.B. keramischen Fliesen braucht man in einem Rollenofen kalt/kalt ca. 1 h, dagegen 20 h im Tunnelofen und 40 h im Kammerofen. Die kurze Dauer des Prozesses im Rollenofen ermöglicht eine schnelle Bewertung der Qualität der wärmebehandelten Güter.

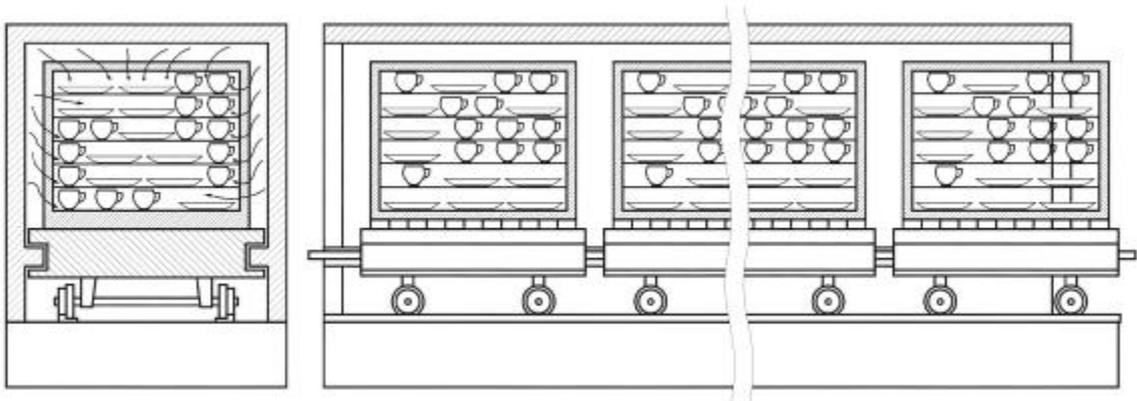


Bild 2.2: Guterwärmung in Tunnelöfen

Im Fall des Tunnelofens ist das innerhalb kurzer Zeit nicht möglich. Erst nach Ablauf eines 20-stündigen Brennprozesses kann festgestellt werden, dass ein Fehler in den thermischen Bedingungen im Ofenraum zu Gütern von mangelhafter Qualität geführt hat.

Zeitersparnis bei der Erwärmung des Gutes, also ein geringer spezifischer Energieverbrauch und die Möglichkeit des höheren Automatisierungsgrades sind zwei wesentliche Vorteile des Rollenofens gegenüber seinen Konkurrenten.

### 2.1 Guttransport

Der Transport des Gutes auf den Rollen kann direkt oder indirekt durchgeführt werden. Bild 2.3 stellt verschiedene Fälle des Guttransports dar.

Die günstigste Variante ist der Transport des Gutes direkt auf den Rollen. Leider ist das nicht immer möglich. Zum Beispiel Becher, Teller erfordern einen Transport in fester Position. Sie können entweder auf Platten oder auf speziell dafür vorbereitetem Gestell transportiert werden. Zum Glühen in Rollenöfen gebrachte Schmiedeteile werden hingegen in speziellen Körben transportiert (siehe Bild 2.4).

Rollenöfen sind wegen allseitiger Wärmezufuhr zum erwärmten Gut ideal für die Schnellerwärmung dünnwandiger Rohre oder von Werkstücken mit kleinem Querschnitt, aber man baut solche Öfen auch für schwere Werkstücke.

## 2. Rollenofenanlagen

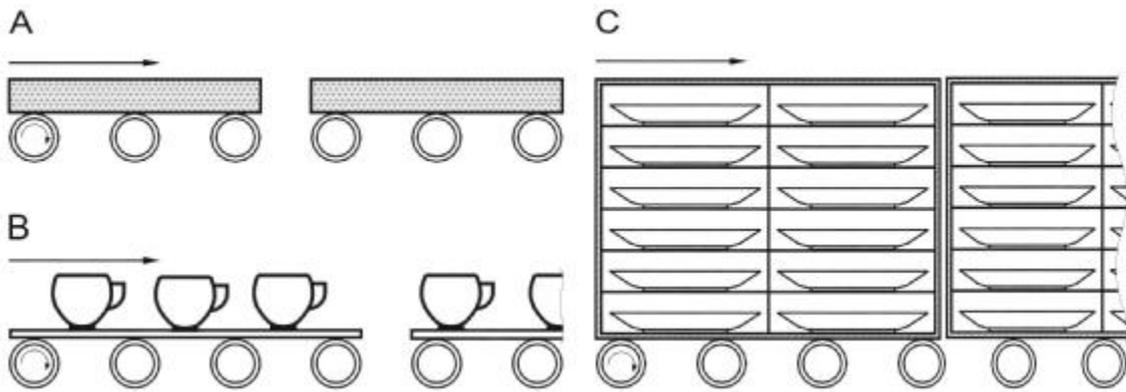


Bild 2.3: Guttransport, A – direkt auf den Rollen, B – auf der Platte, C – auf einem Gestell



Bild 2.4: Transport von Schmiedeteilen

Die Erwärmung von Werkstücken mit großen Aufbaumaßen und Lasten im Rollenofen ist jedoch durch die Tragfähigkeit der Transportrollen begrenzt. Typische Beispiele für die im Rollenofen thermisch behandelten Güter zeigt [Tabelle 2.1](#).

Metalle	Nichtmetalle
Bleche, Sägeblätter, Scheiben, Ringe, Rohre, Schmiedeteile, Drähte	Fliesen, Porzellanteile, Rohre, Steine

Tabelle 2.1: Materialien für Wärmebehandlung in Rollenöfen

## 2.2 Rollen

Heutzutage werden solche Stoffe wie Siliziumcarbid (SiC), Aluminiumoxyd ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), hochwärmfeste Stähle als Material für die Transportrollen verwendet.

Die Entscheidung über die Anwendung bestimmten Rollenmaterials hängt von der Einsatztemperatur des Prozesses ab und ist auch durch das Gewicht des Gutes begrenzt. Die häufiger benutzten Materialien für Transportrollen umfasst die Tabelle 2.2.

Material	Halsic-S (SSiC)	Halsic-RX RSiC	Alsint	Silimatin 60	Stahl
SiC-Gehalt, %	≥ 99	≥ 99	-		-
$\text{Al}_2\text{O}_3$ -Gehalt, %	-	-	99.5	72-74	-
Rohdichte, $\text{g}\cdot\text{cm}^3$	3.1	2.7	3-3.6	2.35	7.5
Biegefestigkeit bei 20°C, MPa	350-400	80-100	70-100	45	-
Biegefestigkeit bei 1300°C, MPa	370-420	90-110	-	-	-
Max Temperatur, °C	1600	1650	1650	1350	1100

*Tabelle 2.2: Materialien für Transportrollen (Werkstoffe - Haldenwanger)*

Zum Beispiel bei der Anwendung der keramischen Transportrollen auf Basis SiC - „Halsic RX“ (rekristallisiertes und dotiertes SiC) kann man Temperaturen im Ofenraum bis 1650°C erreichen [30], [31].

Standardmäßig können die Rollen mit Durchmessern von 15-100 mm und Längen bis zu 3,5 m hergestellt werden. Jedoch auf besonderen Wunsch sind Durchmesser von 10-200 mm und Längen bis 5 m zu erreichen, sowie auch Hohlrollen. Tabelle 2.3 zeigt beispielhafte Abmessungen für die Rollen.

## 2. Rollenofenanlagen

Außen-Ø, mm	max. Länge, mm	Außen-Ø, mm	max. Länge, mm
15-25	1300	61-65	3200
26-30	1400	66-70	3400
31-35	1700	71-75	3400
36-40	1700	76-80	3400
41-45	2200	81-85	3400
46-50	3000	86-90	3400
51-55	3000	91-95	3500
56-60	3000	96-100	3500

Tabelle 2.3: Typische Abmessungen der Rollen (Quarzgut-Rollen - Haldenwanger)

SiC- und  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -Rollen sind im Vergleich zu Stahlrollen mehrmals leichter. Zum Beispiel eine Rolle aus Stahl mit Durchmesser 50 mm und Länge 3 m wiegt 45 kg. Dieselbe Rolle aus  $\text{Al}_2\text{O}_3$  18 und aus SiC nur 16 kg. Niedriges Gewicht erleichtert die Montage und den eventuellen Wechsel der Rolle.

Rollen aus Stahl können sehr große Gewichte tragen aber in höheren Temperaturen biegen sie sich (siehe [Bild 2.5](#)).



Bild 2.5: Biegung der Rolle

Es kommt damit zu unregelmäßigem Transport des Gutes und es besteht die Gefahr der Blockierung des Prozesses. So werden keramische Rollen im Hochtemperaturofen eingesetzt, die in hohen Temperaturen stabil arbeiten. Kerami-

sche Rollen sind jedoch wesentlich teurer als Stahlrollen, sodass der finanzielle Aspekt berücksichtigt werden muss.

Transportrollen, abhängig von dem Verwendungszweck, können in verschiedenen Formen hergestellt werden. In Bild 2.6 werden Rollenformen gezeigt.

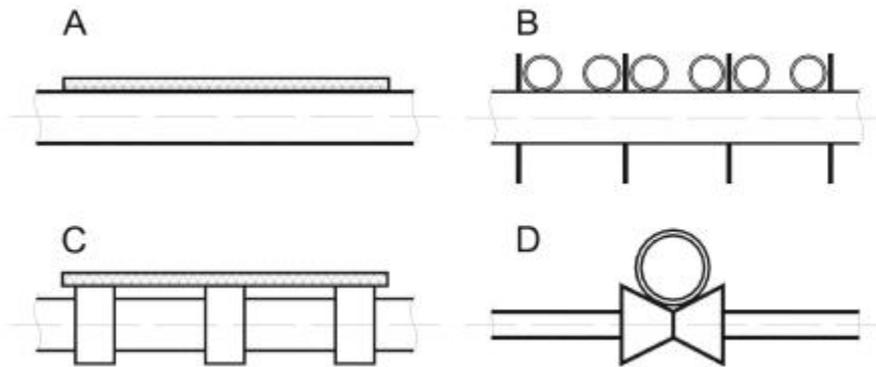


Bild 2.6: Form der Rolle, A – einfach, B – mit Begrenzungen, C – speziell geformt, D – für Transport der Rohre

Zum Transport von Platten, Fliesen oder wenn sich die Güter in einem Korb befinden, werden zylindrische Rollen benutzt. Damit sich die Rohre während des Transports nicht unkontrolliert verschieben werden entweder Rollen mit Begrenzungen oder mit veränderlichem Durchmesser gebaut.

In der Aufheizzone und in der Kühlzone kommt es sehr oft wegen der erheblichen Temperaturdifferenz zwischen dem kalten Gut und der warmen Rolle oder umgekehrt zur Biegung der Rolle. Hier werden speziell geformte Rollen verwendet. Durch ihre Form ist die Wärmeübertragung von unten intensiver und der äußerste Temperaturgradient wird reduziert durch den zwanglosen Kontakt des Gutes entweder mit dem verbrannten Gas oder mit der kalten Luft (siehe auch Bild 2.1).

Die Rollen werden mit hoher Genauigkeit hergestellt. Besonders wichtig ist eine engere Toleranz ( $\pm 0,05$  mm) des Durchmesser, die die unerwartete Verschiebung der transportierten Güter gegeneinander in der Querrichtung verhindert. In Bild 2.8 sind Transportrollen mit dem Antrieb gezeigt.

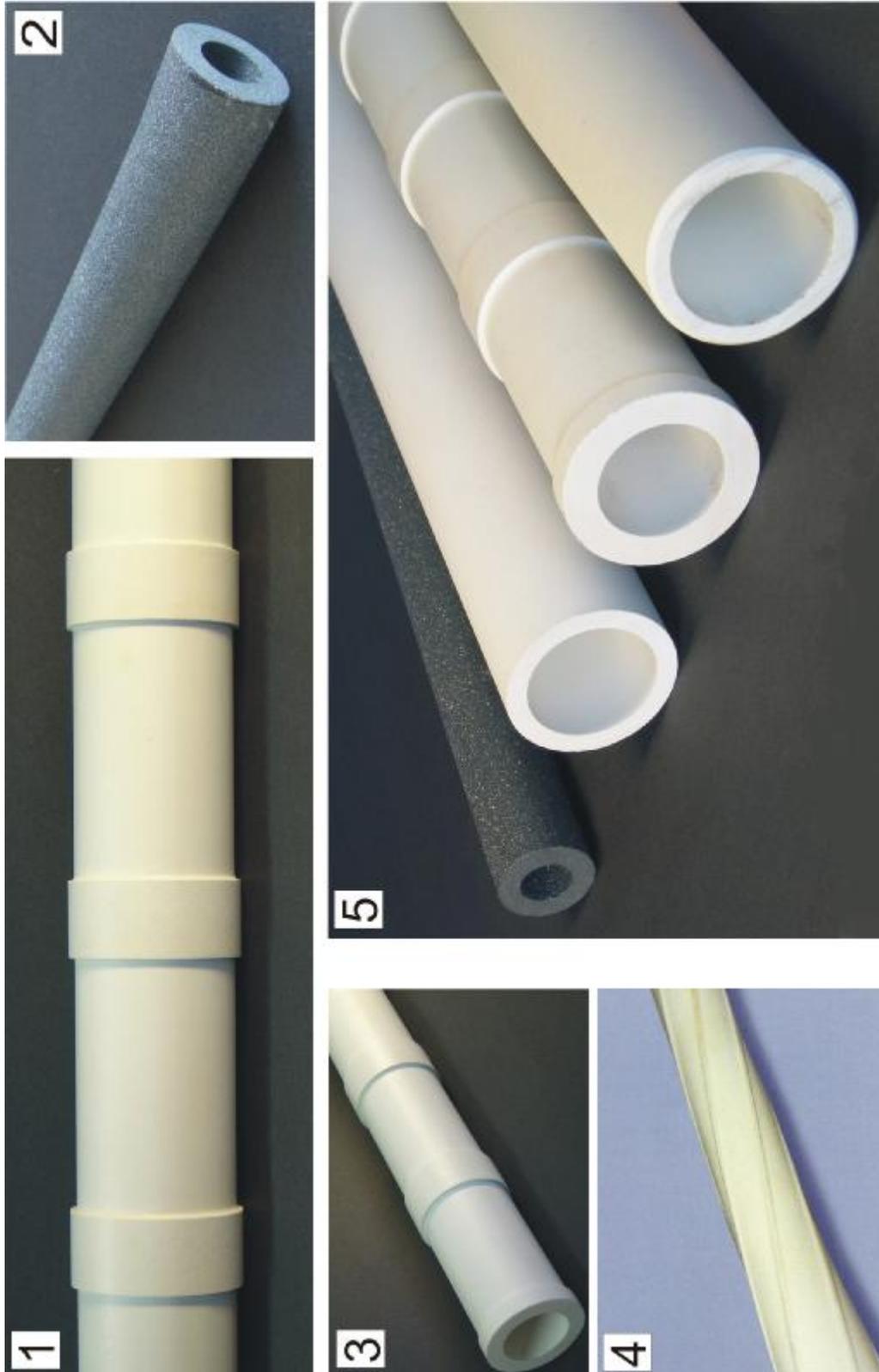


Bild 2.7: Ausgewählte Rollenmaterialien, 1 und 3 – Rolle mit wechselbarem Durchmesser aus SiSiC, 2 – SiC-Rolle, 4 – schneckenförmige Rolle aus SiC, 5 – von links: SiC-Rolle, und drei SiSiC Rollen



## 2. Rollenofenanlagen

Die Parameter der Flamme (Temperatur, Länge oder chemische Zusammensetzung) hängen von der Konstruktion der Brenner und den thermophysikalischen Eigenschaften des Brenngemisches ab. Das Flammengas erreicht die Temperatur zwischen 1200°C und 2200°C.

Im durch Brenner beheizten Ofen wirkt das verbrennende Gas auf das sich erwärmende Gut ein. Sehr oft wird eine hohe Qualität des Gutes nach der Wärmebehandlung verlangt und die Reaktion des Verbrennungsgases mit der Oberfläche des Gutes ist unerwünscht. In diesem Fall werden Strahlrohre benutzt. Verschiedene Strahlrohrarten sind in Bild 2.10 dargestellt.

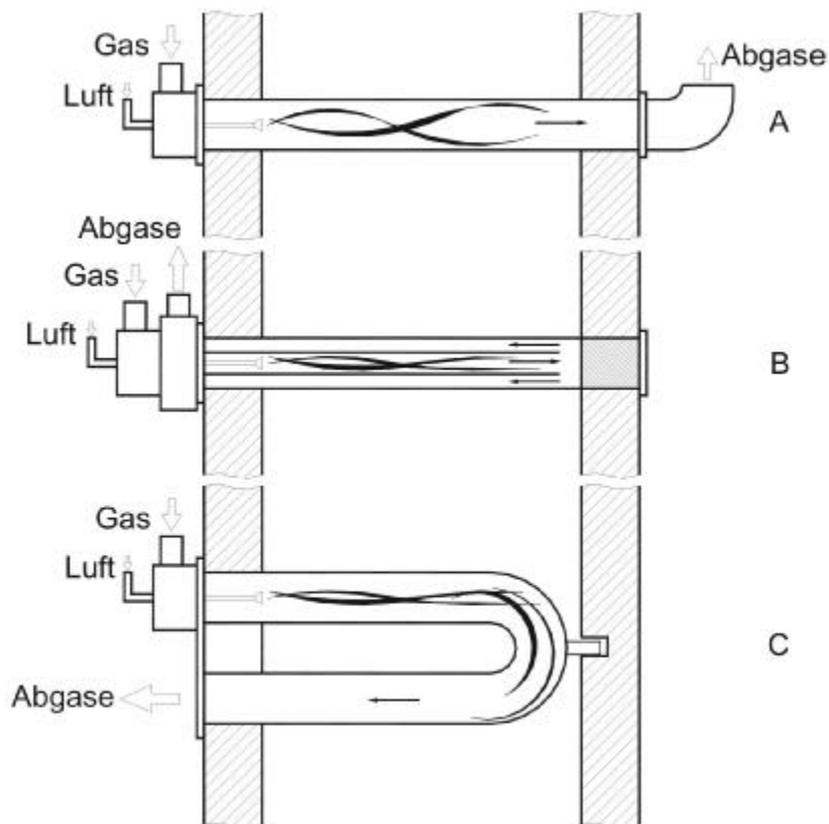


Bild 2.10: Bauformen der Strahlrohre  
A – Durchgehendes Rohr, B – einseitig geschlossenes Rohr, C – U-Rohr

Die Strahlrohre können elektrisch oder mit dem verbrannten Gas von der Mitte beheizt werden. Verbranntes Gas hat somit keinen Kontakt mit dem erwärmten Gut und der Ofenraum kann zuzüglich mit einer Schutzatmosphäre (z.B. Luft,

Stickstoff oder  $H_2$ ) gefüllt werden. Die Strahlrohre werden aus Keramik oder hochwarmfesten Stählen mit Chromeinsatz hergestellt. Ihre Dauerhaftigkeit ist eine Funktion der Temperatur, in der sie arbeiten. Stahlrohre können nur bis  $1100^\circ C$  verwendet werden. Keramische Rohre aus der Werkstoffgruppe Siliziumcarbid werden unter Inertgas Temperaturen bis zu  $2000^\circ C$  (Halsic-R) [31] erreichen.

### 2.4 Bauarten

Man unterscheidet viele Konstruktionen von Rollenöfen, die abhängig von Prozessart und behandelten Gütern die Wärmeübertragung erleichtern. In Bild 2.11 wird ein- und zweistöckiger Transport der Güter gezeigt.

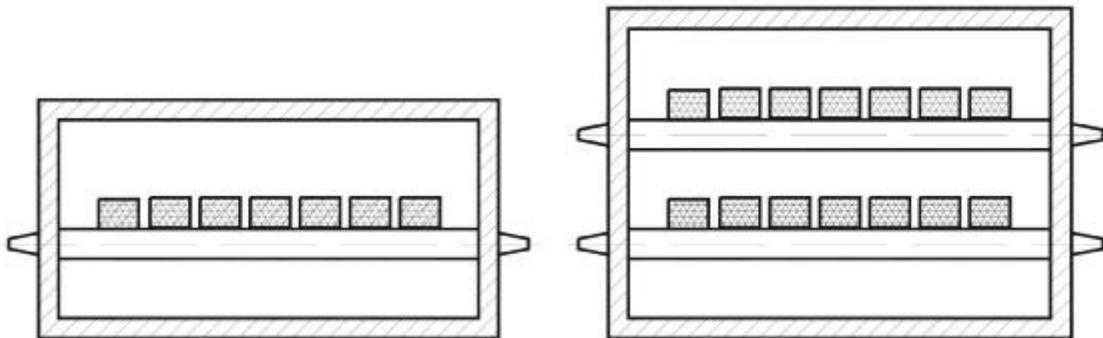


Bild 2.11: Bauarten des Rollenofens

Eine runde Form der Decke oder eine Brenneranordnung in einem runden Ofenraum werden die Wärmeübertragungsbedingungen verbessern (siehe Bild 2.12).

Im Rollenofen können verschiedene Programme der Wärmebehandlung wie z.B. Erwärmen, Glühen, Härten oder Anlassen durchgeführt werden [29]. Rollenöfen werden gewöhnlich in mehrere Heizzonen geteilt und die Gesamtlänge kann auch mehr als 100 m erreichen. Der Ofen mit Deckengebläse wird in Bild 2.13 dargestellt.

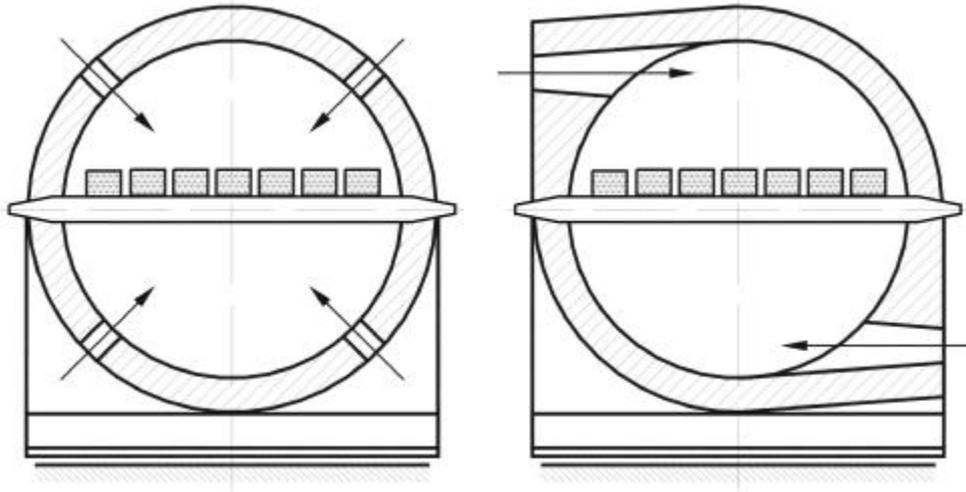


Bild 2.12: Brenneranordnung bei Gas-Impulsbrennern und bei Ölbrennern

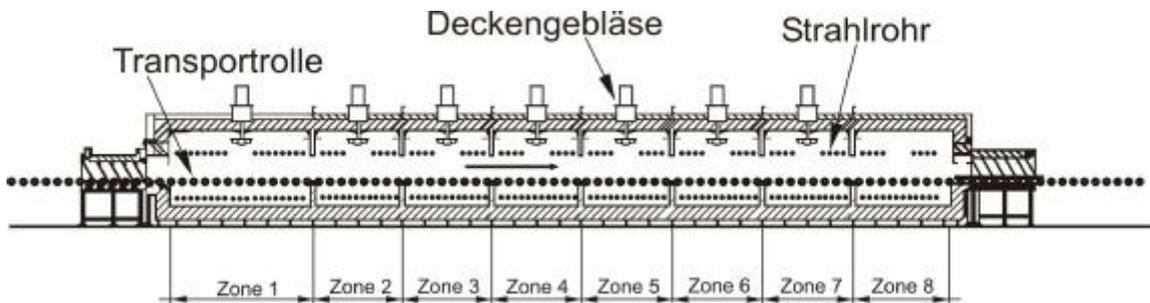


Bild 2.13 Ofen mit Deckengebläse, geteilt in mehrere Heizzonen

Mehrere Rollenöfen können auch zu einer Wärmebehandlungsstraße, z.B. mit einem Härtebad dazwischen, zusammengeführt werden.

### 3. Kontaktwärmeübergang

Der Wärmeübergang im Kontaktbereich zwischen Rolle (R) und Gut (S) nach Bild 3.1 wird durch

$$\dot{q} = \alpha_{\text{loc}} \cdot (\vartheta_R - \vartheta_S) \quad (3-1)$$

beschrieben.

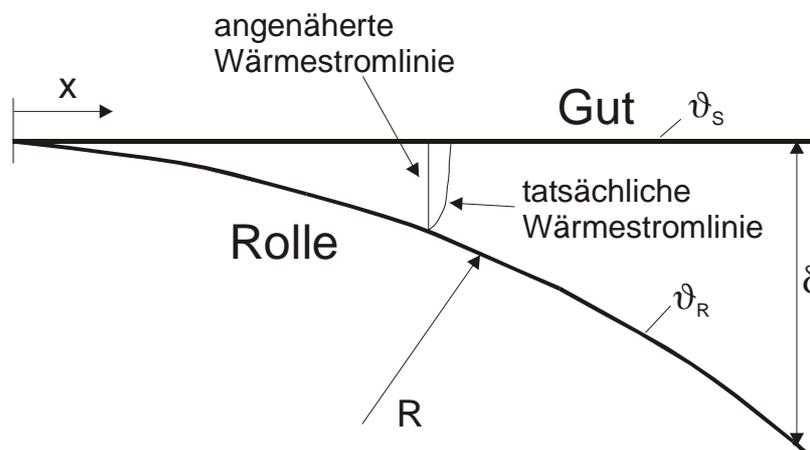


Bild 3.1: Spaltausschnitt

Der Wärmeübergangskoeffizient ist das Verhältnis aus der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_G$  des Gases und dem Abstand  $\delta$  Rolle–Gut

$$\alpha_{\text{loc}} = \frac{\lambda_G}{\delta + l} \quad (3-2)$$

Der Grenzfall  $\delta = 0$  am Auflagepunkt führt nicht zu einem unendlich hohen Wärmeübergang, sondern der Abstand wird durch die modifizierte freie Weglänge  $l$  der Moleküle begrenzt. Für diese gilt [32]

$$l = 2 \cdot \Lambda \cdot \frac{2 - \gamma}{\gamma} \quad (3-3)$$

### 3. Kontaktwärmeübergang

---

mit der freien Weglänge

$$\Lambda = \sqrt{2 \cdot \pi \cdot T \cdot R_G} \cdot \frac{\lambda_G}{p \cdot (2 \cdot c_{pG} - R_G)} \quad (3-4)$$

und dem Akkommodationskoeffizienten

$$\frac{1}{\gamma} = 10^{0,6 - \frac{1000}{T} + 1} + 1 \quad (3-5)$$

( $R_G$  Gaskonstante,  $c_{pG}$  spezifische Wärmekapazität,  $p$  Gesamtdruck). Die Konstante  $c$  ist gasabhängig. Für Luft gilt  $c = 2,8$ , für Wasserstoff  $c = 50$ .

Die Wärmeleitfähigkeit von Gasen kann gut durch den Potenzansatz

$$\frac{\lambda_G}{\lambda_{G,0}} = \left( \frac{T}{T_0} \right)^n \quad (3-6)$$

angenähert werden, wobei  $\lambda_{G,0}$  der Wert bei  $T_0 = 300 \text{ K}$  ist. Der Exponent ist bei Luft  $n = 0,76$  und bei  $\text{H}_2$   $n = 0,69$ .

Die Spaltbreite  $\delta$  zwischen Gut und Rolle hängt vom Abstand  $x$  des Auflagepunktes ab

$$\delta(x) = R - \sqrt{R^2 - x^2} \quad (3-7)$$

wobei  $R$  der Radius der Rolle ist.

In Bild 3.2 ist der mit diesen Gleichungen berechnete Wärmeübergangskoeffizient in Abhängigkeit vom Abstand des Auflagepunktes für drei verschiedene Gastemperaturen dargestellt, und zwar beispielhaft für eine Rolle mit 60 mm Durchmesser bei Normaldruck. Diese Werte gelten in etwa auch für normale

### 3. Kontaktwärmeübergang

Ofenraumatmosferaen, da deren Stoffwerte sich nur unwesentlich von denen der Luft unterscheiden.

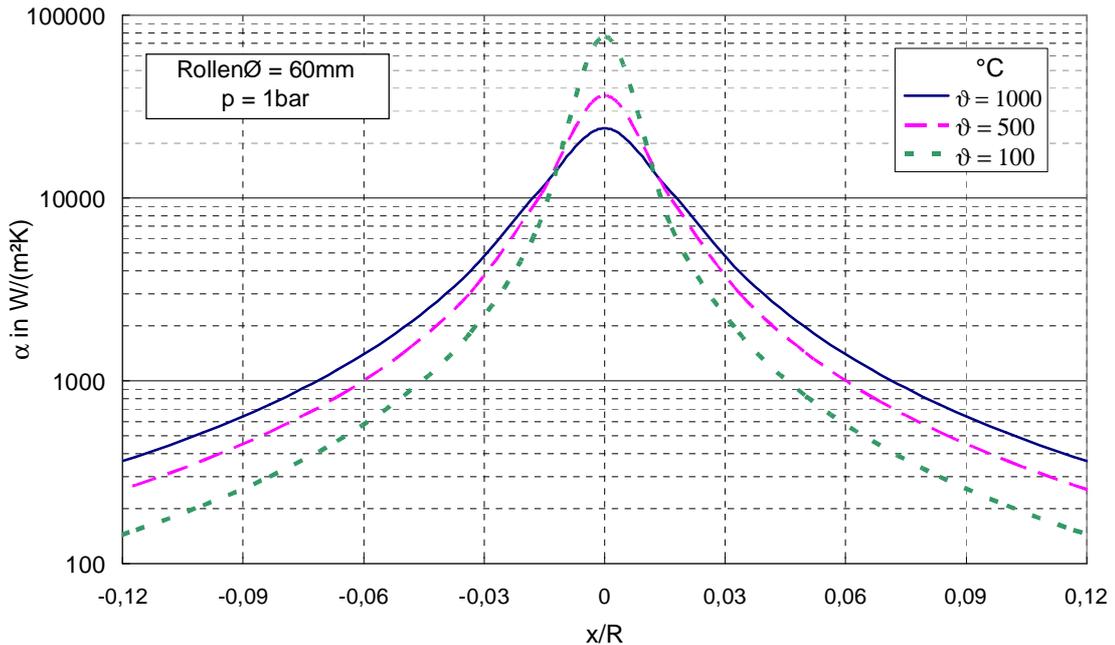


Bild 3.2: Verlauf des Wärmeübergangskoeffizienten im Kontaktbereich bei verschiedenen Lufttemperaturen

Bild 3.3 zeigt die entsprechenden Verläufe des Wärmeübergangskoeffizienten für verschiedene Rollendurchmesser. Bei [24] wurde gezeigt, dass diese so berechneten Werte gut mit experimentell bestimmten Werten übereinstimmen.

Da die Verläufe sich asymptotisch dem Werte Null nähern, muss der Kontaktbereich festgelegt werden.

Hier wird als Grenze des Kontaktbereiches  $x_{con}$  der Abstand definiert, bei dem der Wärmeübergangskoeffizient durch Leitung im Gasspalt  $\alpha_{loc}$  den Wärmeübergangskoeffizienten der Strahlung der Ofenatmosphäre  $\alpha_\epsilon$  unterschreitet wie in Bild 3.3 gekennzeichnet ist

$$\alpha_{loc} = \alpha_\epsilon . \tag{3-8}$$

### 3. Kontaktwärmeübergang

Mit den Gleichungen (3-2) und (3-7) erhält man:

$$\alpha_\varepsilon = \frac{\lambda_G}{R - \sqrt{R^2 - x_{\text{con}}^2} + l} \quad (3-9)$$

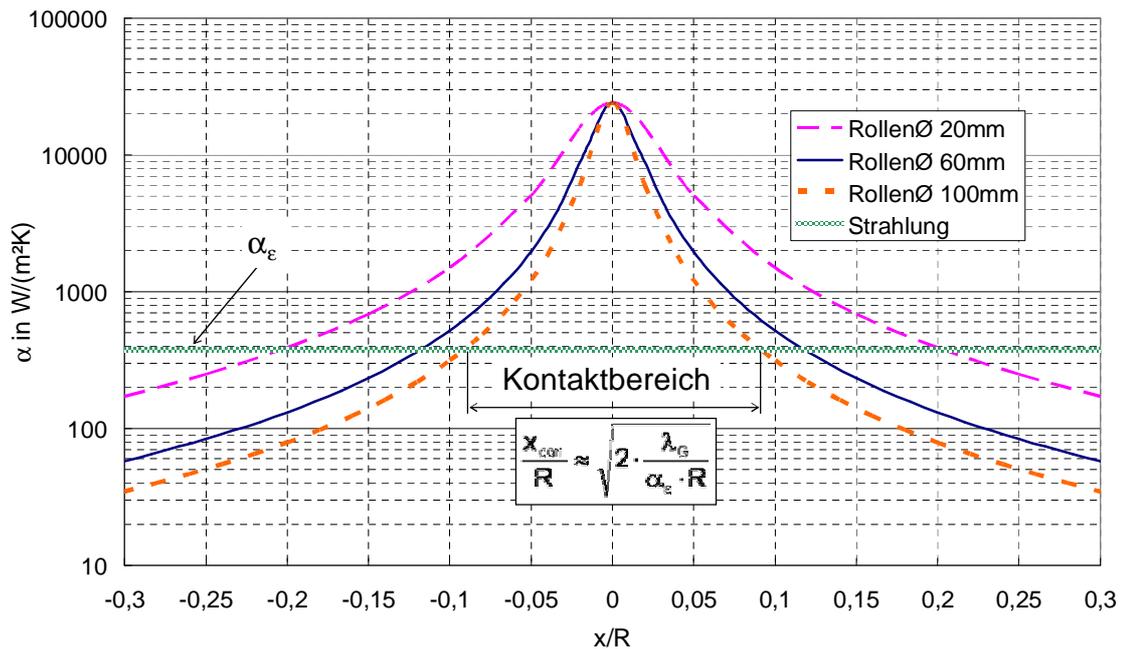


Bild 3.3: Verlauf des Wärmeübergangskoeffizienten im Kontaktbereich für verschiedene Rollendurchmesser

Der Wärmeübergangskoeffizient der Strahlung zwischen Gas und Gut ist durch

$$\alpha_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{\text{GS}} \cdot \sigma \cdot (T_G^4 - T_S^4)}{T_G - T_S} \quad (3-10)$$

definiert, wobei  $\varepsilon_{\text{GS}}$  der Strahlungsaustauschgrad bedeutet. Für kleine Temperaturdifferenzen kann dieser Wärmeübergangskoeffizient durch

$$\alpha_\varepsilon \approx 4 \cdot \varepsilon_{\text{GS}} \cdot \sigma \cdot T_G^3 \quad (3-11)$$

### 3. Kontaktwärmeübergang

---

angenähert werden. In Bild 3.3 ist ein Wert von  $\alpha_\varepsilon = 400 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  eingezeichnet, was einer Gastemperatur von etwa  $1200^\circ\text{C}$  bei  $\varepsilon_{\text{GS}} \approx 0,6$  entspricht. Man erkennt, dass der Kontaktbereich bei kleinen Rollen etwa 20 % und bei großen Rollen 10 % des Durchmessers beträgt.

Für den Kontaktbereich erhält man aus der Gleichung (3-9)

$$\frac{x_{\text{con}}}{R} = \sqrt{2 \cdot \frac{\lambda_G}{\alpha_\varepsilon \cdot R} - 2 \cdot \frac{l}{R} - 2 \cdot \frac{l}{R^2} \cdot \frac{\lambda_G}{\alpha_\varepsilon} - \frac{l^2}{R^2} - \left( \frac{\lambda_G}{\alpha_\varepsilon \cdot R} \right)^2}. \quad (3-12)$$

Die Terme mit der Weglänge  $l$  und der quadratische Term sind sehr klein, so dass der Kontaktbereich gut durch

$$\frac{x_{\text{con}}}{R} \approx \sqrt{2 \cdot \frac{\lambda_G}{\alpha_\varepsilon \cdot R}} \quad (3-13)$$

angenähert werden kann. Dieser Bereich kann somit relativ einfach in Abhängigkeit von der Höhe der Strahlung des Ofengases bestimmt werden.

Für den Wärmeübergang im Kontaktbereich wird nun ein mittlerer Wert gemäß

$$\alpha_{\text{con}}(T, R) = \frac{R}{x_{\text{con}}} \cdot \int_0^{\frac{x_{\text{con}}}{R}} \left( \frac{\lambda_G}{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{x}{R}\right)^2} + \frac{l}{R}} \right) d\left(\frac{x}{R}\right) \quad (3-14)$$

eingeführt. Wie bei [26] gezeigt wurde, ist dieser mittlere Wert unabhängig vom Rollendurchmesser. Er steigt nahezu linear mit der Temperatur an, wie in [Bild 3.4](#) dargestellt ist. Für Luft und  $\text{H}_2$  und somit auch für verschiedene Ofenatmosphären ergeben sich kaum Unterschiede. Für Luft kann daher die Näherung

### 3. Kontaktwurreubergang

$$\alpha_{\text{con}} = [3.3 \cdot \vartheta / ^\circ\text{C} + 1060] \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \quad (3-15)$$

verwendet werden. Dieser mittlere Wert wird im Folgenden für die analytische Berechnung verwendet.

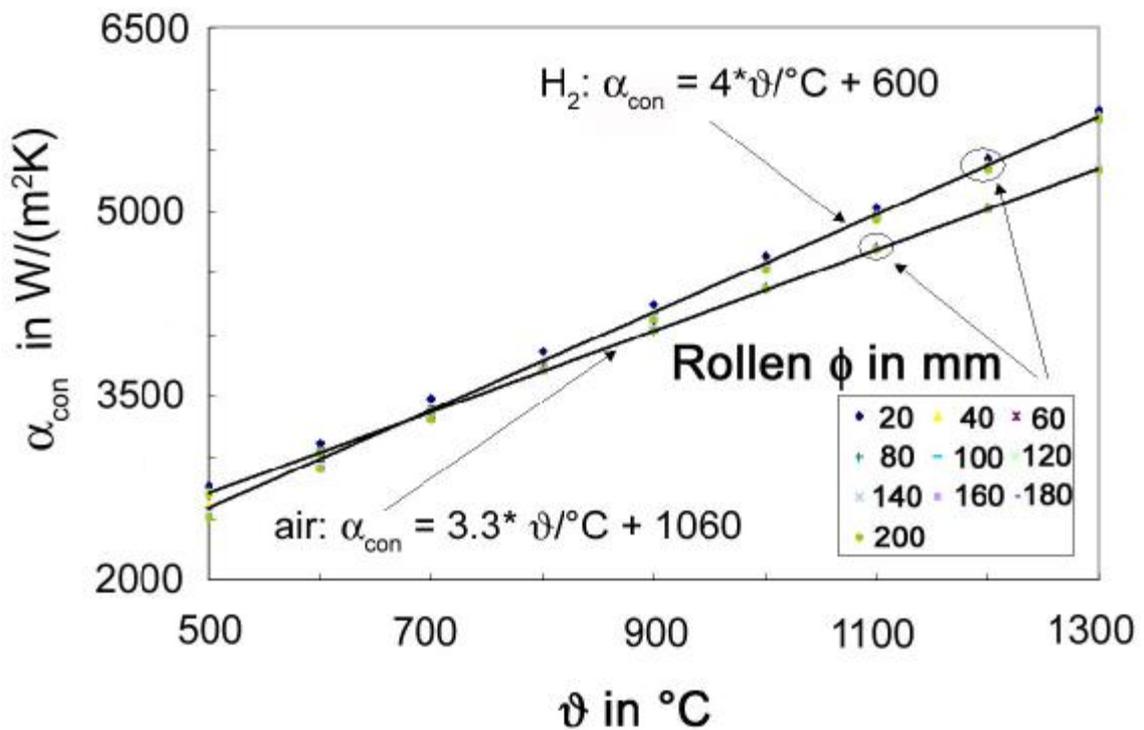


Bild 3.4: Temperaturabhängigkeit des mittleren Wurreubergangskoeffizienten für Luft und  $\text{H}_2$

## 4. Numerische Berechnung des Wärmeübergangs durch die Rolle

### 4.1 Mechanismus des Wärmeübergangs

Der Mechanismus der Wärmeübertragung wird an Hand von Bild 4.1 erklärt. Dort sind eine Transportrolle und ein Gut schematisch dargestellt.

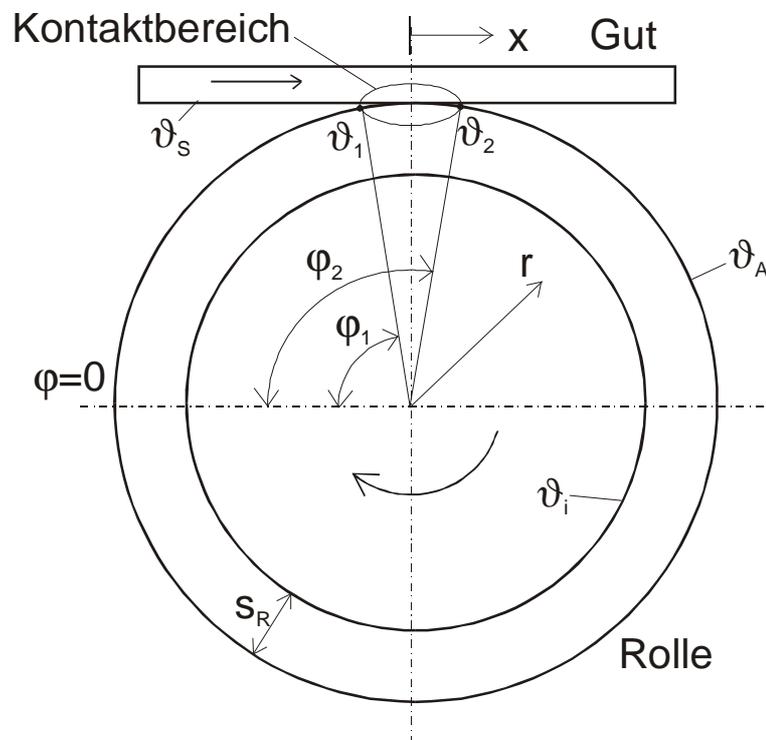


Bild 4.1: Prinzipbild zum Wärmeübergangsmechanismus

Der Kontaktbereich mit der Wärmeabgabe an das Gut liegt zwischen den beiden Winkeln  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$ . Außerhalb dieses Bereiches nimmt die Rolle Wärme durch Strahlung aus dem umgebenden Ofenraum auf. Die Wärme wird in der Wand der Rolle gespeichert. Diese erwärmt sich auf dem Weg von  $\varphi_2$  nach  $\varphi_1$  von der Temperatur  $\vartheta_2$  auf  $\vartheta_1$ . Im Kontaktbereich wird die aufgenommene Wärme wieder an das Gut abgegeben.

## 4.2 Temperaturverlauf in der Rolle

Zur Berechnung des Temperaturverlaufes in der sich drehenden Rolle wird die Fourier-Kirchhoffsche-Differentialgleichung in Polarkoordinaten verwendet

$$c \cdot \rho \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + c \cdot w_{\varphi} \cdot \rho \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial \varphi} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot \lambda \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{1}{r} \cdot \lambda \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial \varphi} \right). \quad (4-1)$$

Die Transportrollen sind sehr lang im Vergleich zum Durchmesser, sodass die axiale Wärmeleitung vernachlässigt werden kann. Der instationäre Term wird im Folgenden vernachlässigt, da sich nach etwa 3 bis 5 Umdrehungen ein stationärer Zustand einstellt, wie bei [24] gezeigt wurde. Die Stoffwerte werden als konstant angenommen, da die auftretenden Temperaturdifferenzen in der Rolle relativ gering sind. Die Umfangsgeschwindigkeit  $w_{\varphi}$  wird durch die Drehfrequenz  $\omega$  ersetzt

$$w_{\varphi} = \omega \cdot r. \quad (4-2)$$

Damit vereinfacht sich die Differentialgleichung zu

$$0 = a \cdot \left( \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \varphi^2} \right) - \omega \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial \varphi} \quad (4-3)$$

Zur Lösung der Differentialgleichung werden je zwei Randbedingungen in  $r$  – und  $\varphi$  - Richtung benötigt.

Im Kontaktbereich wird Wärme abgegeben. Hierfür gilt

$$-\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \Big|_{r=R} = \alpha_{loc} \cdot (\vartheta_A - \vartheta_S), \quad \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2. \quad (4-4)$$

Die Berechnung des örtlichen Verlaufes des Wärmeübergangskoeffizienten ist im vorherigen Kapitel beschrieben worden. Drückt man in der Gleichung (3-2) die Spaltbreite mit dem Umfangswinkel aus, so folgt

$$\alpha_{\text{loc}} = \frac{\lambda_G}{\delta + l} = \frac{\lambda_G}{R \cdot (1 - \sin\varphi) + l}, \quad \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2. \quad (4-5)$$

Die Temperatur des Gutes  $\vartheta_s$  wird als konstant während der Drehung angenommen. Für die Wärmeaufnahme durch Strahlung wird vereinfachend ebenfalls der Ansatz für Konvektion verwendet

$$-\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \Big|_{r=R} = \alpha_\varepsilon \cdot (\vartheta_A - \vartheta_G), \quad \varphi_2 \leq \varphi \leq \varphi_1. \quad (4-6)$$

Der Strahlungswärmeübergang in Rollenöfen ist von einer Vielzahl von Parametern abhängig, wie z.B. Rollenabstand oder Ofengeometrie, was hier nicht von Interesse ist. Für die grundsätzliche Untersuchung des Mechanismus der Wärmeübergänge mit dem Ziel einer vereinfachten Beschreibung reicht es daher aus, die Gastemperatur und diesen Wärmeübergangskoeffizienten als konstant anzusehen. Er kann entsprechend der Gleichung (3-10) gut abgeschätzt werden

$$\alpha_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{\text{GR}} \cdot \sigma \cdot (T_G^4 - T_R^4)}{T_G - T_R}, \quad (4-7)$$

wobei bei  $T_G$  eine mittlere Gastemperatur,  $T_R$  eine mittlere Rollentemperatur und  $\varepsilon_{\text{GR}}$  einen effektiven Strahlungsaustauschgrad zwischen Gas und Rolle sind. In diesem Austauschgrad können Ofenspezifika, wie Rollenabstand und Ofenraumgeometrie berücksichtigt werden.

#### 4. Numerische Berechnung des Wärmeübergangs durch die Rolle

---

Der Innenring der Rolle wird über dem gesamten Umfang als adiabat angenommen

$$-\lambda \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \Big|_{r=R-s_R} = 0. \quad (4-8)$$

Da die Rolle ein geschlossener Ring ist, gelten als Randbedingungen in Anfangsrichtung

$$\vartheta(\varphi = 0^\circ) = \vartheta(\varphi = 360^\circ) \quad (4-9)$$

und

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=0} = \frac{\partial \vartheta}{\partial \varphi} \Big|_{\varphi=360^\circ}. \quad (4-10)$$

Die Differentialgleichung wurde mit einem impliziten Differenzenverfahren gelöst. In [Bild 4.2](#) wird beispielhaft der Umfangsverlauf der Oberflächentemperatur für verschiedene Drehzahlen gezeigt.

Die Oberflächentemperatur ist als Differenz zur Guttemperatur und auf die maximale Temperaturdifferenz bezogen, also dimensionslos dargestellt. Für das Beispiel wurde eine Gastemperatur von 1000°C (Umgebung und Gasspalt) und ein dazugehöriger Wärmeübergangskoeffizient für die Strahlung von 375 W/m<sup>2</sup>/K gewählt. Für die Rolle wurde SiC als Material, Durchmesser von 63 mm und eine Wanddicke von 5 mm gewählt. Je höher die Drehzahl ist, desto geringer sind die Temperaturunterschiede. In [Bild 4.3](#) sind die entsprechenden Verläufe am Innenring der Rolle gezeigt.

#### 4. Numerische Berechnung des Wärmeübergangs durch die Rolle

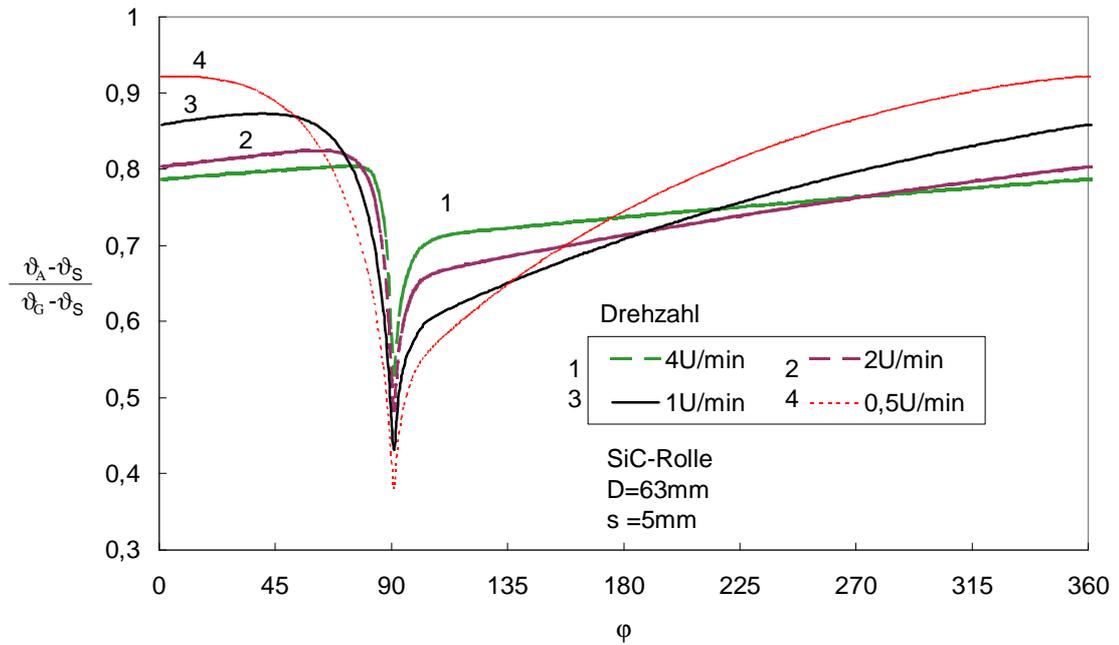


Bild 4.2: Oberflächentemperaturen der Rolle für verschiedene Rollendrehzahlen

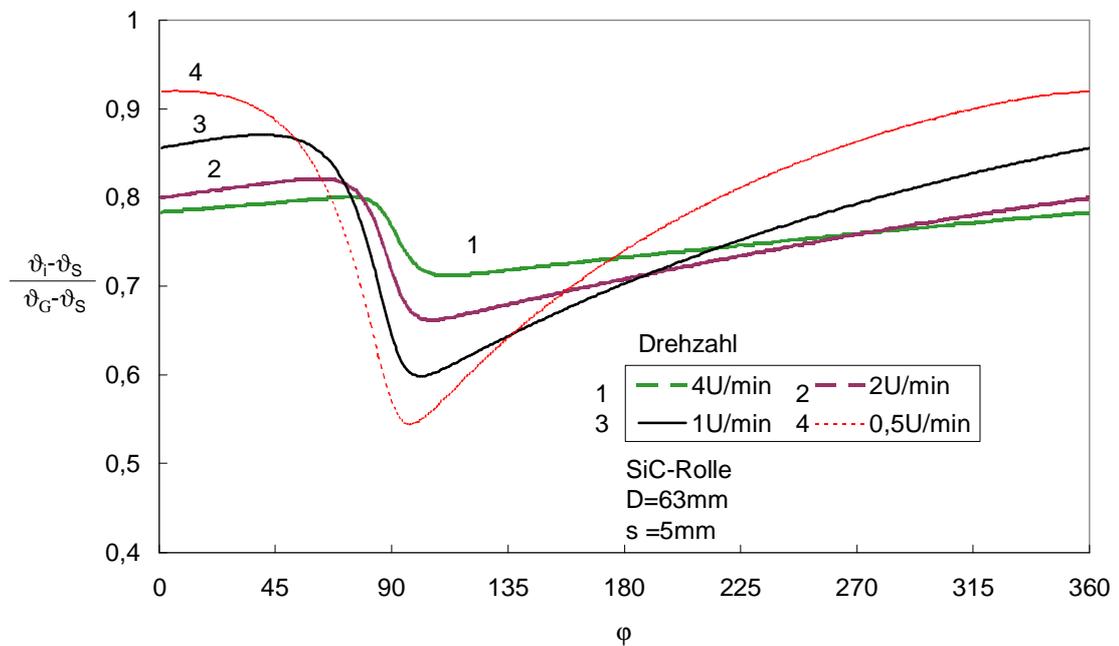


Bild 4.3: Temperaturen am Innenring der Rolle für verschiedene Rollendrehzahlen

Man erkennt, dass die Temperaturänderungen im Kontaktbereich erheblich gedämpfter verlaufen und die minimale Temperatur zeitverzögert auftritt. Wie bei [24] ausführlich dargestellt ist, sind die radialen Temperaturunterschiede im Be-

reich der Wärmeaufnahme sehr gering, dagegen im Bereich der Wärmeabgabe sehr hoch.

### 4.3 Wärmeströme

Der von der Rolle an das Gut abgegebene Wärmestrom wird über die Gradienten an der Oberfläche bestimmt

$$\frac{\dot{Q}}{L} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \lambda \left. \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right|_{r=R} \cdot R \cdot d\varphi. \quad (4-11)$$

Dieser Wärmestrom ist gleich der Wärmeaufnahme gemäß der Integration von  $\varphi_2$  nach  $\varphi_1$ .

Bild 4.4 zeigt den übertragenen Wärmestrom, bezogen auf die maximale Temperaturdifferenz  $\vartheta_G - \vartheta_S$ , in Abhängigkeit von der Wanddicke der Rolle für verschiedene Materialien.

Der Durchmesser der Rolle wurde zu 63 mm und die Gastemperatur zu 1000°C angenommen. Etwa oberhalb von 5 mm bleibt der Wärmestrom nahezu konstant. Rollen mit 63 mm Durchmesser werden in der Regel mit Wanddicken von 5 mm oder mehr hergestellt. Damit beeinflusst die Wanddicke in der Regel nicht den übertragenen Wärmestrom.

Bild 4.5 zeigt den Wärmestrom in Abhängigkeit von der Drehzahl für verschiedene Rollendurchmesser. Bei der kleinen Rolle von 20 mm ist der Wärmestrom unabhängig von der Drehzahl.

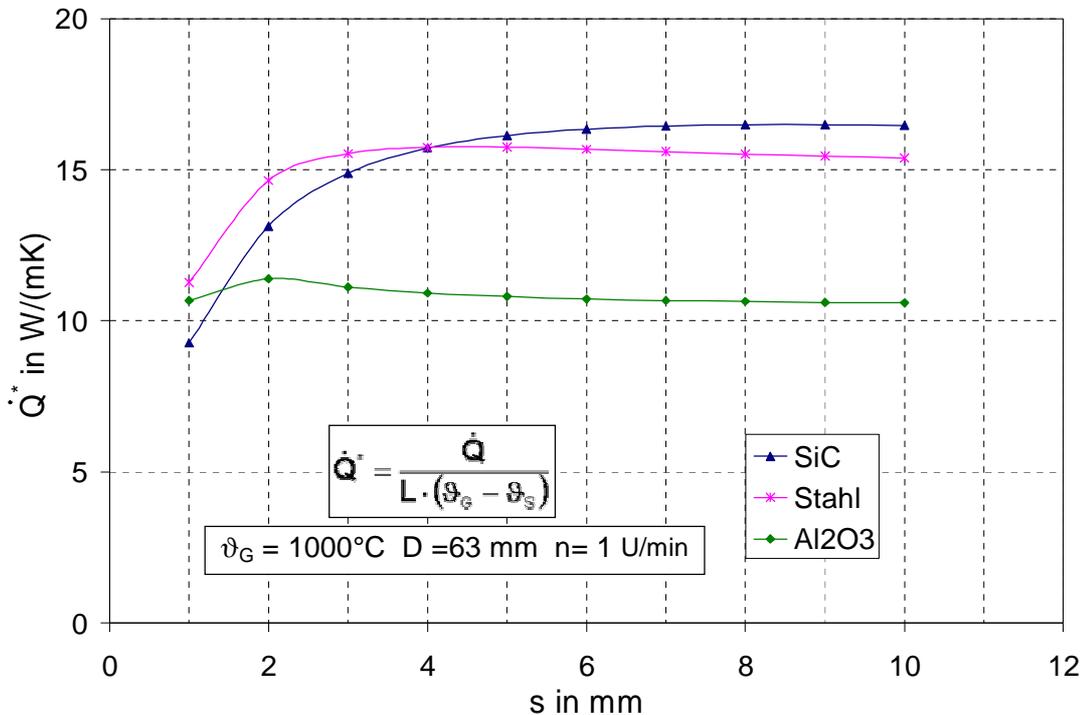


Bild 4.4: Abhängigkeit des Wärmestroms von der Wandstärke für verschiedene Rollenmaterialien

Bei größeren Durchmessern steigt der Wärmestrom zunächst mit der Drehzahl an und nähert sich bei höheren Drehzahlen einem konstanten Wert. Der minimale Wert bei der Drehzahl null wird bestimmt durch die reine Wärmeleitung in der Rollenwand in Umfangsrichtung. Auf die Wirkung der verschiedenen Teilvorgänge der Wärmeübertragung wird an späterer Stelle eingegangen. Wie aus dem Bild ersichtlich ist überträgt eine große Rolle einen höheren Wärmestrom als eine kleine Rolle. Eine große Rolle deckt jedoch eine größere Fläche des Gutes ab als eine kleinere Rolle. Daher ist es zweckmäßig auch die Wärmestromdichte zu betrachten. Als Bezugsfläche wird hierzu die Projektionsfläche der Rolle auf das Gut, also Durchmesser mal Länge der Rolle, herangezogen. Bild 4.6 zeigt diese so gebildete Wärmestromdichte. Hierbei ist ersichtlich, dass die an das Gut übertragene Wärmestromdichte bei großen Rollen niedriger als bei kleinen Rollen ist.

#### 4. Numerische Berechnung des Wärmeübergangs durch die Rolle

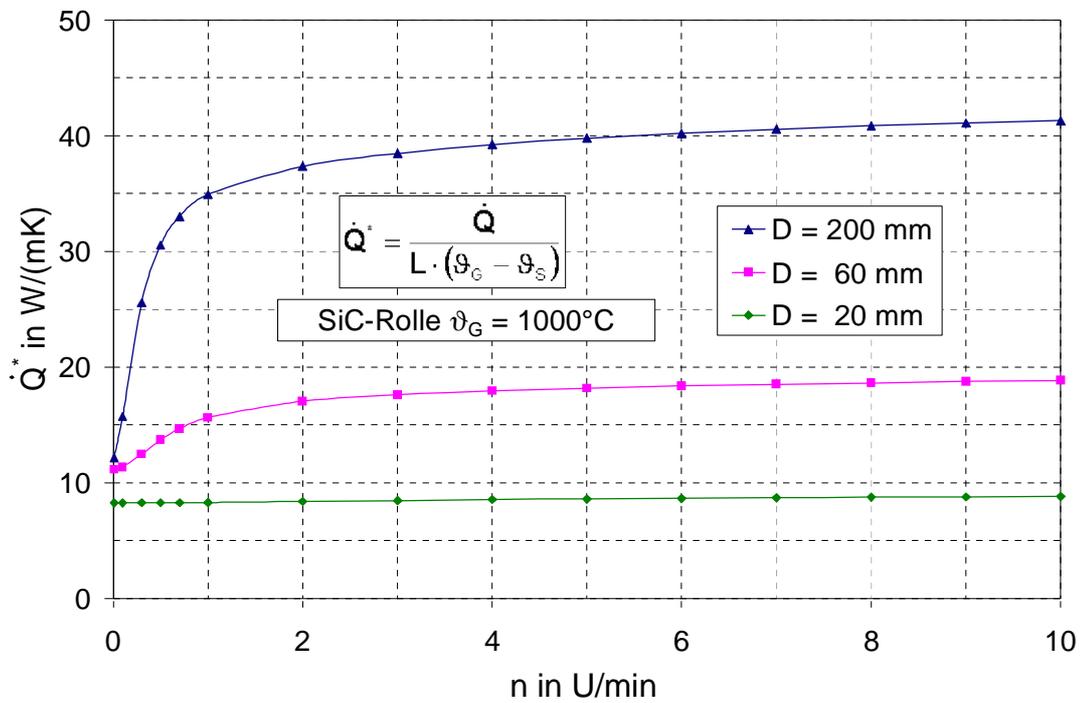


Bild 4.5: Wärmeströme in Abhängigkeit von der Drehzahl für verschiedene Durchmesser (SiC Rolle)

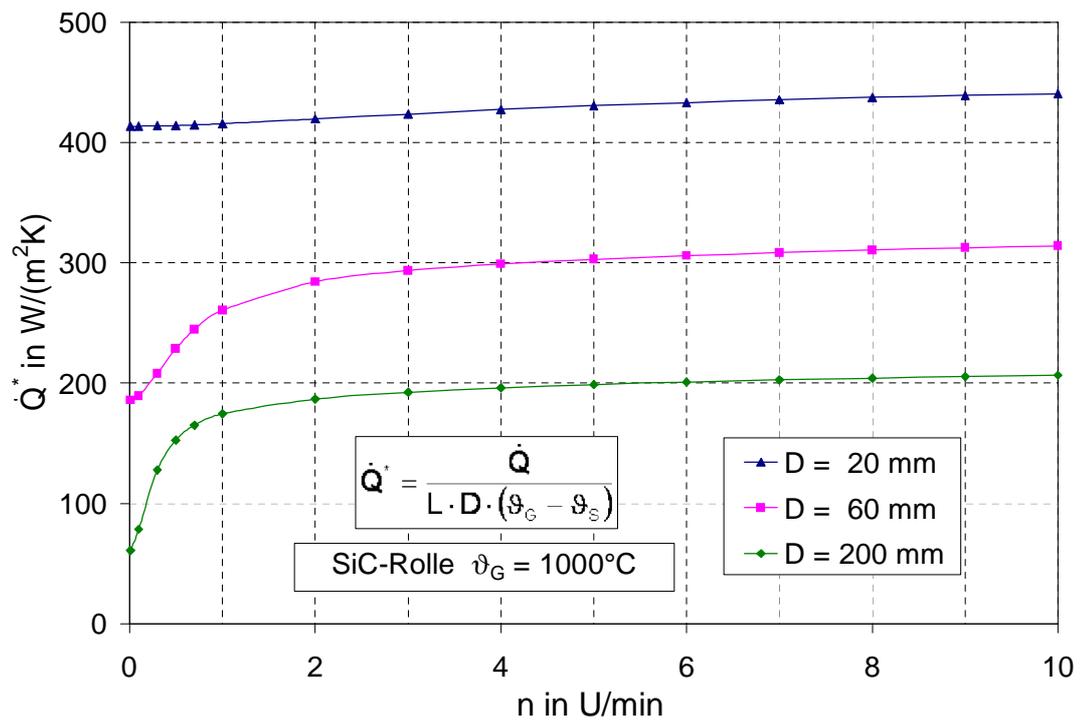


Bild 4.6: Wärmestromdichte für verschiedene Rollendurchmesser

Bild 4.7 zeigt den Einfluss des Rollenmaterials auf den Wärmestrom.

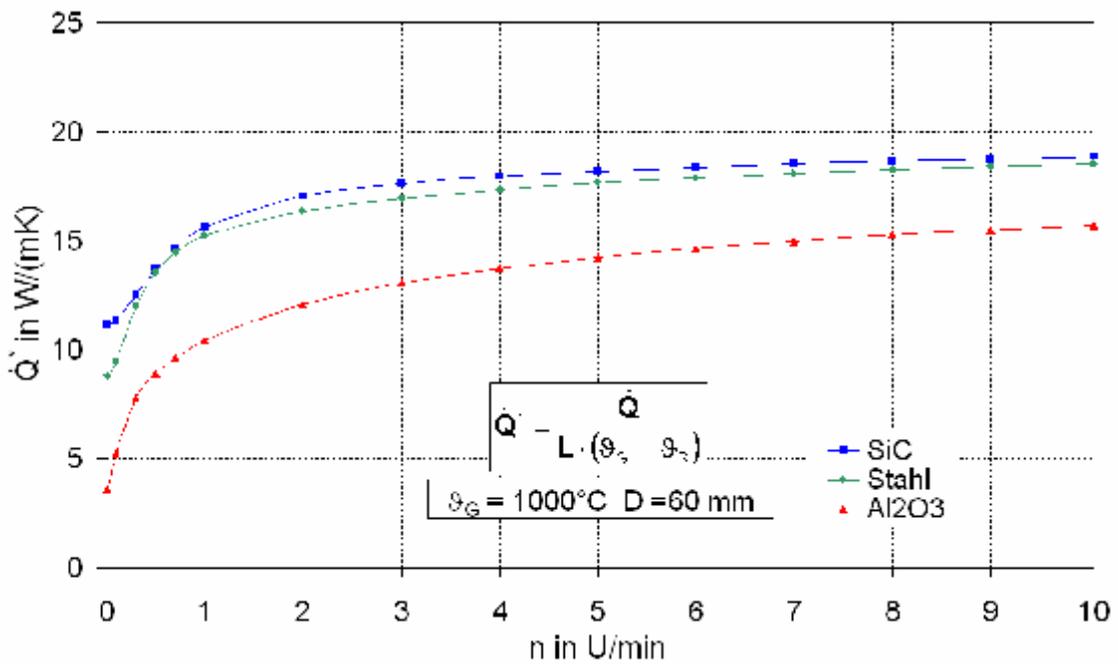


Bild 4.7: Wärmeströme in Abhängigkeit von der Drehzahl für verschiedene Materialien (D=60mm)

Demnach übertragen Rollen aus SiC und Stahl mehr Wärme als aus Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Die verwendeten Stoffwerte sind in Tabelle 4.1 aufgeführt.

Parameter / Material		SiC	Stahl	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	2700	7500	3950
$c$	J/(kg · K)	1200	630	1260
$\lambda$	W/(m · K)	50	28	5
$\sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}$	W · √s/(m <sup>2</sup> · K)	12727	11502	4988

Tabelle 4.1: Stoffwerte der Rollenmaterialien für 1000°C

Im vorherigen Kapitel wurden für den örtlichen Kontaktwärmübergang gemittelte Wärmeübergangskoeffizienten eingeführt. Diese gemittelten Werte werden im folgenden Kapitel für die vereinfachte analytische Lösung benötigt. In Bild 4.8 sind daher die Wärmeströme miteinander verglichen, die sich mit dem tat-

#### 4. Numerische Berechnung des Wärmeübergangs durch die Rolle

sächlichen örtlichen Verlauf und mit dem Mittelwert ergeben. Man erkennt, dass man mit dem gemittelten Wärmeübergangskoeffizienten nur geringfügig höhere Wärmeströme erhält. Daher können diese gemittelten Werte für die nachfolgend vorgestellte analytische Lösung gut verwendet werden.

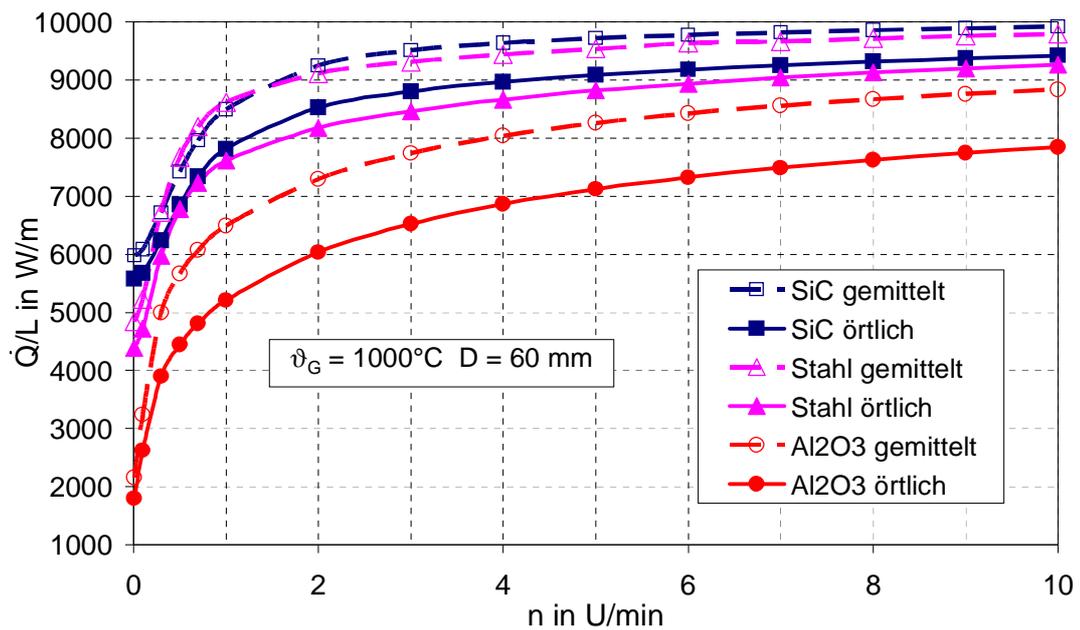


Bild 4.8: Vergleich mit den örtlichen und gemittelten Wärmeübergangskoeffizienten

## 5. Analytische Berechnung des Wärmeübergangs durch die Rolle

### 5.1 Modellvorstellung

Im Folgenden wird ein vereinfachtes Modell der Wärmeübertragung vorgestellt, mit dem der Wärmestrom analytisch berechnet werden kann. Wie die numerischen Berechnungen ergaben, ist im Kontaktbereich die Temperatureindringtiefe kleiner als die Wanddicke der Rolle. Die Wanddicke übt entsprechend Bild 4.4 keinen Einfluss auf den Wärmestrom aus. Daher wird davon ausgegangen, dass nur eine oberflächennahe Schicht der Rolle am Wärmeaustausch teilnimmt, wie in Bild 5.1 schematisch dargestellt.

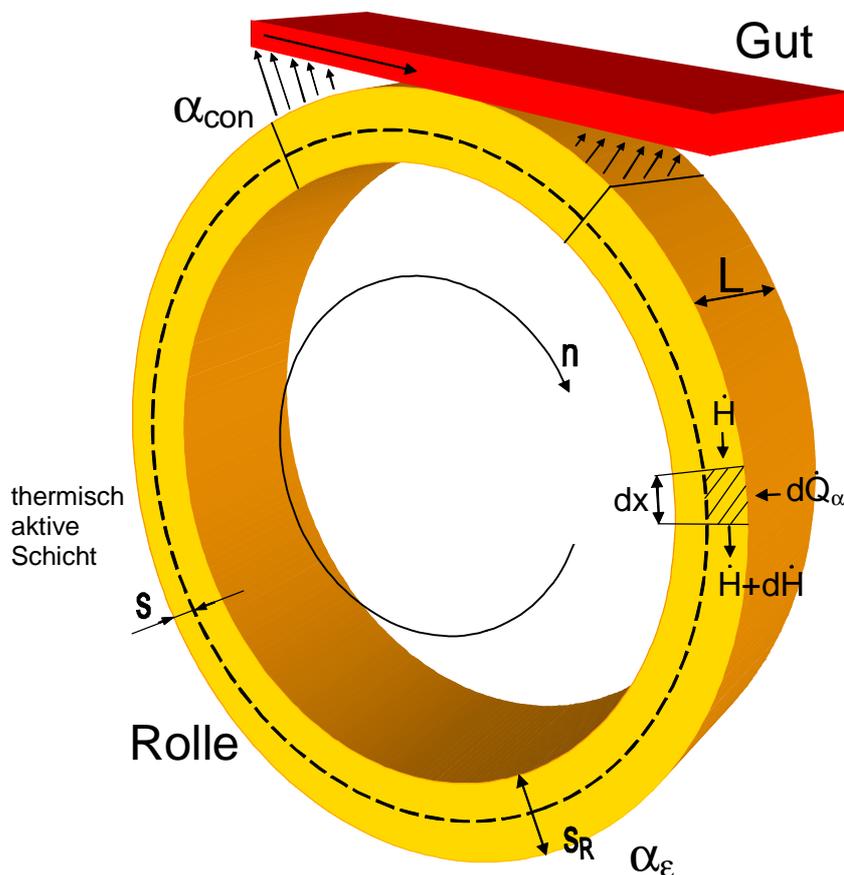


Bild 5.1: Rolle mit thermisch aktiver Schicht

Diese Schicht wird als thermisch aktive Schicht bezeichnet. Auf die Ermittlung dieser Dicke  $s$  wird nach der Erläuterung des Temperaturverlaufes eingegangen. Zu dessen Berechnung wird angenommen, dass der Wärmeleitkoeffizient der Schicht in radialer Richtung unendlich ist. Damit ist die Temperatur in radialer Richtung konstant und sie hängt nur noch vom Umfang ab. Der Temperaturverlauf ist somit auf ein eindimensionales Problem reduziert.

## 5.2 Temperaturverlauf

Der Temperaturverlauf ergibt sich aus der Energiebilanz für ein differenzielles Längselement  $dx$  entsprechend Bild 5.1:

$$d\dot{Q}_\alpha + d\dot{Q}_\lambda + d\dot{H} = 0. \quad (5-1)$$

Die konvektiv übertragene Wärme ist gleich der Änderung des Enthalpiestromes auf Grund der Drehung und der Änderung des Wärmestroms infolge der Leitung. Für diese Wärmeströme gilt

$$d\dot{Q}_\alpha = \alpha \cdot L \cdot R \cdot d\varphi \cdot (\vartheta - \vartheta_U) \quad (5-2)$$

$$d\dot{H} = \rho \cdot L \cdot s \cdot u \cdot c \cdot d\vartheta \quad (5-3)$$

und

$$d\dot{Q}_\lambda = -\lambda \cdot L \cdot s \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{d^2\vartheta}{d\varphi^2} d\varphi, \quad (5-4)$$

wobei  $L \cdot R \cdot d\varphi$  die Wärmeübertragungsfläche und  $L \cdot s$  die Querschnittsfläche ist. Da die thermisch aktive Schicht dünn im Vergleich zum Radius der Rolle ist, kann deren Geschwindigkeit als konstant angenommen und gleich der der Oberfläche gesetzt werden

$$u = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot n , \quad (5-5)$$

wobei  $n$  die Drehzahl ist. Bei Drehzahlen größer als 0,3 Umdrehungen pro Minute kann die Wärmeleitung in Umfangsrichtung gegenüber dem Enthalpiestrom vernachlässigt werden, wie an späterer Stelle noch gezeigt werden wird. Der Temperaturverlauf in der Schicht ist zwar auch unter Berücksichtigung der Wärmeleitung analytisch berechenbar wie bei [33] gezeigt wird, die sich ergebenden Gleichungen sind jedoch sehr lang. Da in der Regel die Drehzahlen der Transportrollen höher als 0,3 Umdrehungen pro Minute sind, wird die Wärmeleitung in Umfangsrichtung im Folgenden vernachlässigt.

Für die weiteren Berechnungen ist es zweckmäßig die Umfangskoordinate

$$dx = R \cdot d\varphi \quad (5-6)$$

einzuführen. Damit ergibt sich aus Gleichung (5-1) als Differentialgleichung für den Temperaturverlauf:

- im Kontaktbereich mit der Rollentemperatur  $\vartheta_{RS}$

$$\alpha_{\text{con}} \cdot (\vartheta_{RS} - \vartheta_S) = s \cdot \rho \cdot c \cdot u \cdot \frac{d\vartheta_{RS}}{dx} , \quad (5-7)$$

- im Bereich der Wärmeaufnahme mit der Rollentemperatur  $\vartheta_{RG}$

$$\alpha_{\epsilon} \cdot (\vartheta_{RG} - \vartheta_G) = s \cdot \rho \cdot c \cdot u \cdot \frac{d\vartheta_{RG}}{dx} . \quad (5-8)$$

Als Anfangsbedingung gilt, dass die Temperatur  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  entsprechend Bild 4.1 bei Eintritt in den jeweiligen Bereich gegeben sein muss. Der Wärmeübergangskoeffizient im Kontaktbereich wird als konstant angenommen. Im Kapi-

## 5. Analytische Berechnung des Wärmeübergangs durch die Rolle

---

tel 3 wurden daher für den Kontaktbereich gemittelte Werte entsprechend Bild 3.4 berechnet. Diese Werte werden für die analytische Lösung verwendet.

Damit folgt als Lösung:

- für den Kontaktbereich

$$\frac{\vartheta(x) - \vartheta_S}{\vartheta_1 - \vartheta_S} = e^{-\frac{\alpha_{\text{con}} \cdot x}{\rho \cdot c \cdot u \cdot s}}, \quad (5-9)$$

- für den Bereich der Wärmeaufnahme

$$\frac{\vartheta(x) - \vartheta_G}{\vartheta_2 - \vartheta_G} = e^{-\frac{\alpha_e \cdot x}{\rho \cdot c \cdot u \cdot s}}. \quad (5-10)$$

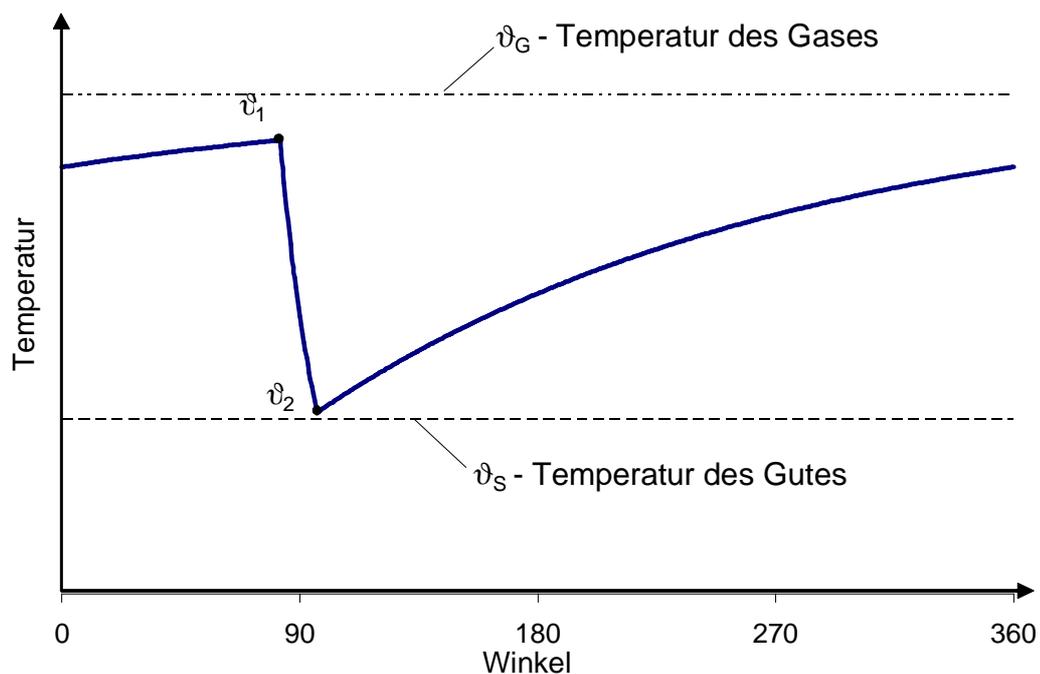


Bild 5.2: Temperaturverlauf

## 5. Analytische Berechnung des Wärmeübergangs durch die Rolle

---

Bei beiden Temperaturen  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  erhält man aus der Bedingung, dass die Temperaturen am Ende jeden Bereiches gleich der Eintrittstemperatur in den anderen Bereich sein muss

$$\vartheta_{RS}(x = X_{\text{con}}) = \vartheta_2, \quad (5-11)$$

$$\vartheta_{RG}(x = X_G) = \vartheta_1, \quad (5-12)$$

wobei  $X_{\text{con}}$  die Länge des Kontaktbereiches und  $X_G$  die Länge des Bereiches der Wärmeaufnahme bedeutet. Aus den obigen vier Gleichungen ergibt sich schließlich für den Temperaturverlauf

- im Kontaktbereich

$$\frac{\vartheta_S(x) - \vartheta_S}{\vartheta_G - \vartheta_S} = \frac{e^{-St_G \cdot \Omega \cdot x} \cdot (e^{-St_G} - 1)}{e^{-St_G \cdot \Omega} \cdot e^{-St_G} - 1}, \quad (5-13)$$

- im Bereich der Wärmeaufnahme

$$\frac{\vartheta_G(x) - \vartheta_G}{\vartheta_G - \vartheta_S} = \frac{e^{-St_G \cdot x} \cdot (1 - e^{-St_G \cdot \Omega})}{e^{-St_G \cdot \Omega} \cdot e^{-St_G} - 1} \quad (5-14)$$

mit der Stantonzahl

$$St_G = \frac{\alpha_\varepsilon}{\rho \cdot c \cdot \pi \cdot D \cdot n} \cdot \frac{X_G}{s} = \frac{\alpha_\varepsilon}{\rho \cdot c \cdot u} \cdot \frac{X_G}{s} \quad (5-15)$$

und dem Verhältnis

$$\Omega = \frac{\alpha_{\text{con}} \cdot X_{\text{con}}}{\alpha_\varepsilon \cdot X_G} \quad (5-16)$$

## 5. Analytische Berechnung des Wärmeübergangs durch die Rolle

In Bild 5.3 ist der dimensionslose Temperaturverlauf in Abhängigkeit vom Umfang für verschiedene Stantonzahlen beispielhaft für  $\Omega = 1$  dargestellt.

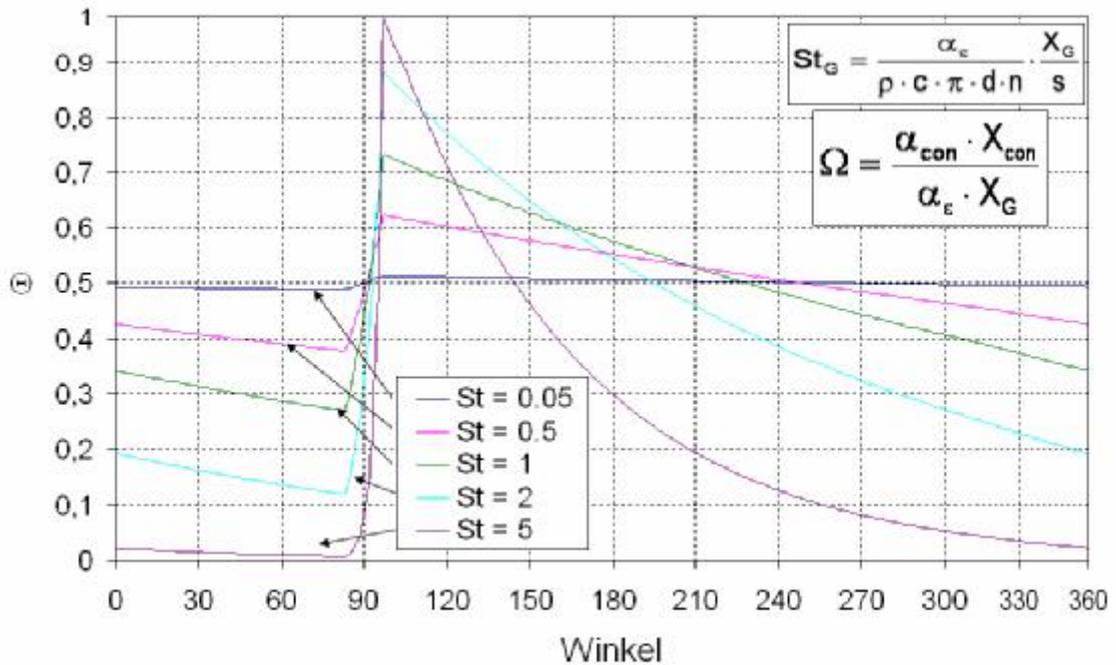


Bild 5.3: Dimensionsloser Temperaturverlauf

Man erkennt, dass die Temperaturunterschiede umso geringer werden, je höher die Drehzahl ist.

### 5.3 Wärmestrom

Für den auf die Rollenlänge bezogenen Wärmestrom gilt

$$\frac{\dot{Q}}{L} = \int_0^{X_G} \alpha_\epsilon \cdot (\vartheta_{RG}(x) - \vartheta_G) \cdot dx = \int_0^{X_{con}} \alpha_{con} \cdot (\vartheta_{RS}(x) - \vartheta_S) \cdot dx. \quad (5-17)$$

Mit den Temperaturverläufen nach Gleichung (5-14) folgt hieraus

$$\frac{\dot{Q}}{L} = (\vartheta_G - \vartheta_S) \cdot \frac{X_G \cdot \alpha_\epsilon \cdot (e^{-St_G \cdot \Omega} - 1) \cdot (e^{-St_G} - 1)}{1 - e^{-St_G \cdot \Omega} \cdot e^{-St_G}}. \quad (5-18)$$

## 5.4 Thermisch aktive Schicht

Zur Berechnung der Stantonzahl wird noch die thermisch aktive Schicht  $s$  benötigt.

Zu deren Abschätzung wird zunächst die Tiefe der Temperaturänderung in der Rollenwand während der Kontaktzeit betrachtet. Die Wand der Rolle kann auf Grund der kurzen Kontaktzeit als halbumendlich ausgedehnter Körper angesehen werden [4], [7], [34], [35]. Hierfür gilt als Temperaturverlauf

$$\Theta = \frac{\vartheta - \vartheta_s}{\vartheta_1 - \vartheta_s} = \operatorname{erf}(y) + e^{\operatorname{Bi} \cdot (2y + \operatorname{Bi})} \cdot [1 - \operatorname{erf}(y + \operatorname{Bi})] \quad (5-19)$$

mit der Fehlerfunktion

$$\operatorname{erf} y = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^y e^{-y^2} \cdot dy \quad (5-20)$$

der Koordinate

$$y = \frac{r}{2 \cdot \sqrt{a \cdot t_{\text{con}}}} \quad (5-21)$$

mit  $r$  als Oberflächenabstand und der Biotzahl

$$\operatorname{Bi} = \frac{\alpha_{\text{con}} \cdot \sqrt{t_{\text{con}}}}{\sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}} \quad (5-22)$$

Die Kontaktzeit beträgt

$$t_{\text{con}} = \frac{X_{\text{con}}}{\pi \cdot D \cdot n} = \frac{X_{\text{con}}}{u} \quad (5-23)$$

## 5. Analytische Berechnung des Wärmeübergangs durch die Rolle

Mit dieser Zeit erhält man aus Gleichung (5-19) das Temperaturprofil am Ende der Kontaktzeit. Dieses Profil ist in Bild 5.4 beispielhaft für  $Bi = \infty$  dargestellt. In dem Bild ist auch der Temperaturverlauf der thermisch aktiven Schicht eingezeichnet. Dieser Verlauf ist konstant, da die Wärmeleitfähigkeit dieser Schicht in radialer Richtung als unendlich vorausgesetzt wurde. Für die thermisch aktive Schicht wird nun angenommen, dass diese die gleiche Wärme gespeichert hat. Damit müssen die Flächen zwischen dem jeweiligen Temperaturverlauf und der Linie  $\Theta = 1$  gleich sein, wie in Bild 5.4 schraffiert gezeigt ist

$$y_{\text{con}} = \int_0^{\infty} [1 - \Theta(y)] \cdot dy . \quad (5-24)$$

Damit folgt aus Gleichung (5-21)

$$s = y_{\text{con}} \cdot 2\sqrt{a \cdot t_{\text{con}}} . \quad (5-25)$$

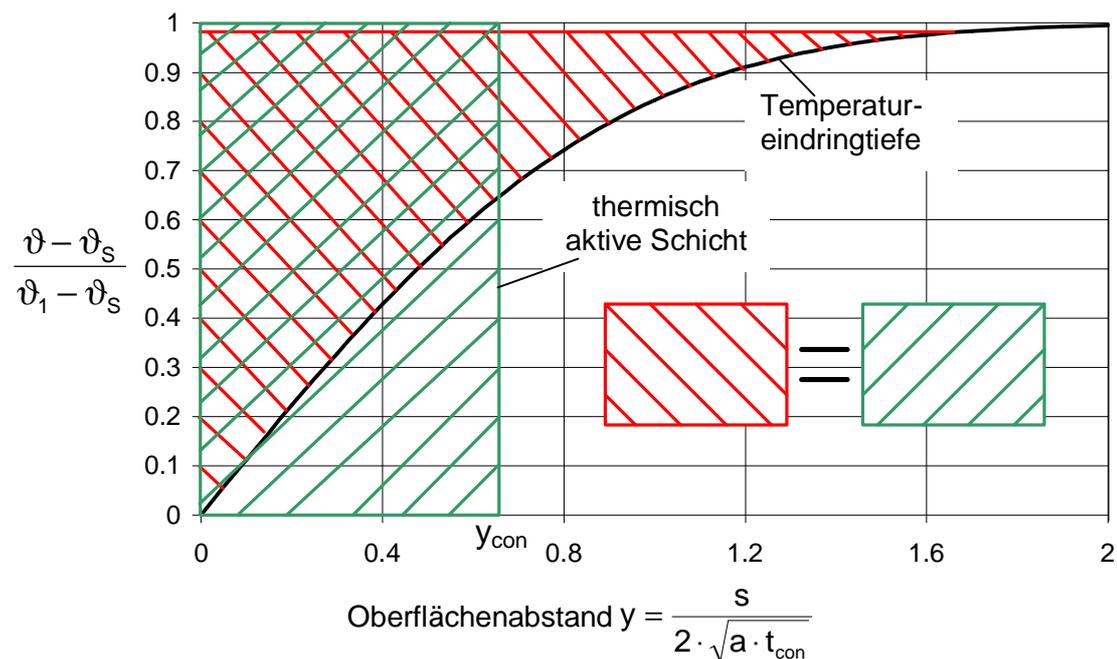


Bild 5.4: Temperaturprofil am Ende der Kontaktzeit

## 5. Analytische Berechnung des Wärmeübergangs durch die Rolle

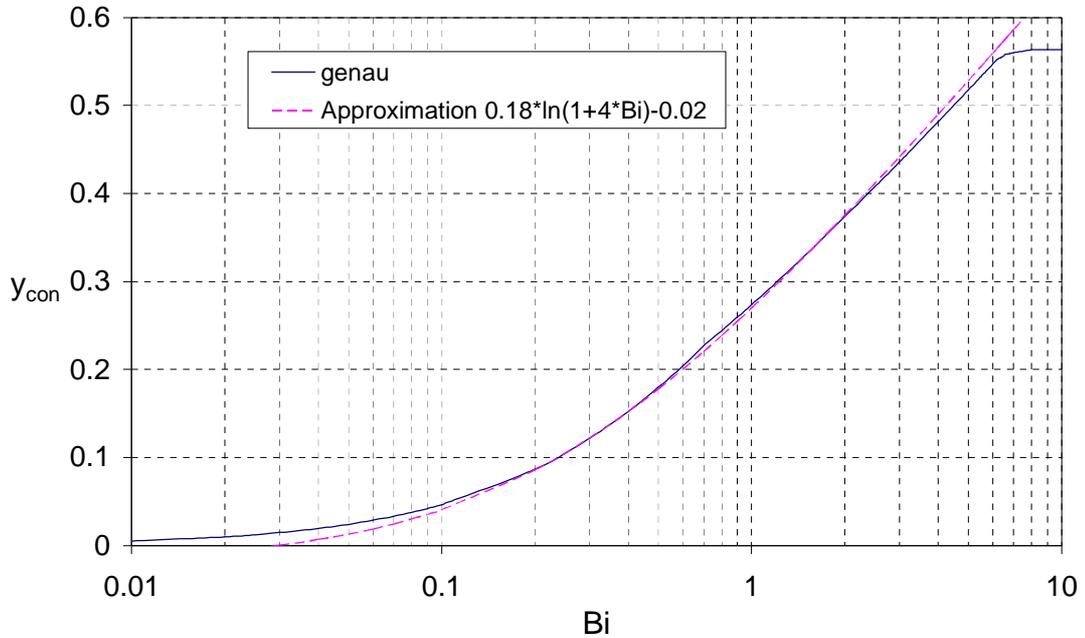


Bild 5.5: Ermittlung der Eindringtiefe

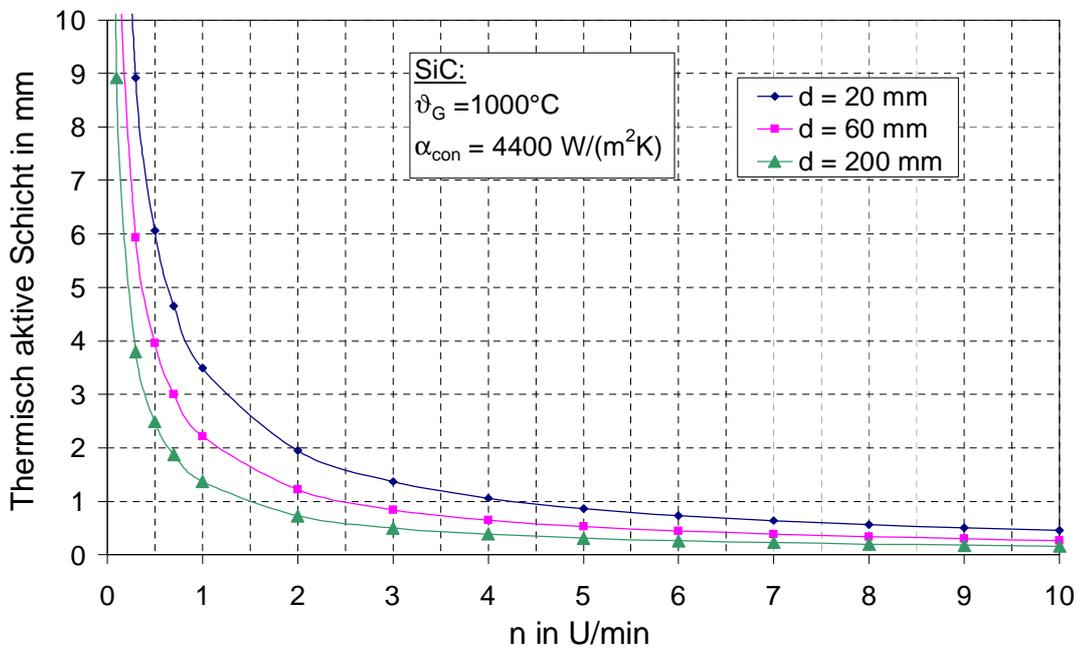


Bild 5.6: Dicke der thermisch aktiven Schicht

Das Integral ist nur von der Biotzahl abhängig. Diese Abhängigkeit ist in Bild 5.5 gezeigt. Der Verlauf kann durch die Gleichung

$$y_{\text{con}} = \begin{cases} 0.18 \cdot \ln(1 + 4 \cdot \text{Bi}) - 0.02 & \text{für } \text{Bi} < 5.8 \\ 0.56 & \text{für } \text{Bi} \geq 5.8 \end{cases} \quad (5-26)$$

mit einem Fehler von  $\pm 3\%$  angenähert werden, wie aus dem Bild ersichtlich ist.

In Bild 5.6 ist für einige Beispiele die Dicke der thermisch aktiven Schicht dargestellt. Diese ist umso dünner, je höher die Drehzahl. Als Nebenbedingung zur Berechnung des Wärmestroms muss gelten, dass die Dicke der Schicht die Dicke der Rohrwand nicht überschreiten darf. Man erkennt, dass nur für niedrige Drehzahlen, was Umfangsgeschwindigkeiten kleiner als 0,3 mm/s entspricht, die thermisch aktive Schicht die Dicke der Wand erreicht. Solche kleinen Geschwindigkeiten kommen in der Praxis jedoch nicht vor.

### 5.5 Verifizierung des Modells

Zur Verifizierung des analytischen Modells werden dessen Wärmeströme mit numerisch berechneten Wärmeströmen verglichen. Die Differentialgleichungen und Lösungsverfahren sind bereits vorgestellt worden [24], [28]. In Bild 5.7 sind die analytisch und numerisch berechneten Wärmeströme in Abhängigkeit von der Drehzahl dargestellt, und zwar für drei Rollendurchmesser beispielhaft für SiC als Rollenmaterial.

Die Rollendurchmesser spiegeln den gesamten Bereich der Praxis wieder. Für Drehzahlen größer als 0,3 U/min betragen die Abweichungen weniger als 12 %. Auch für andere Rollenmaterialien sind die Abweichungen nicht größer. In Bild 5.8 und Bild 5.9 wird der Vergleich der numerisch und analytisch gerechneten Wärmeströme in Abhängigkeit von der Drehzahl entsprechend für Stahl und  $\text{Al}_2\text{O}_3$  dargestellt.

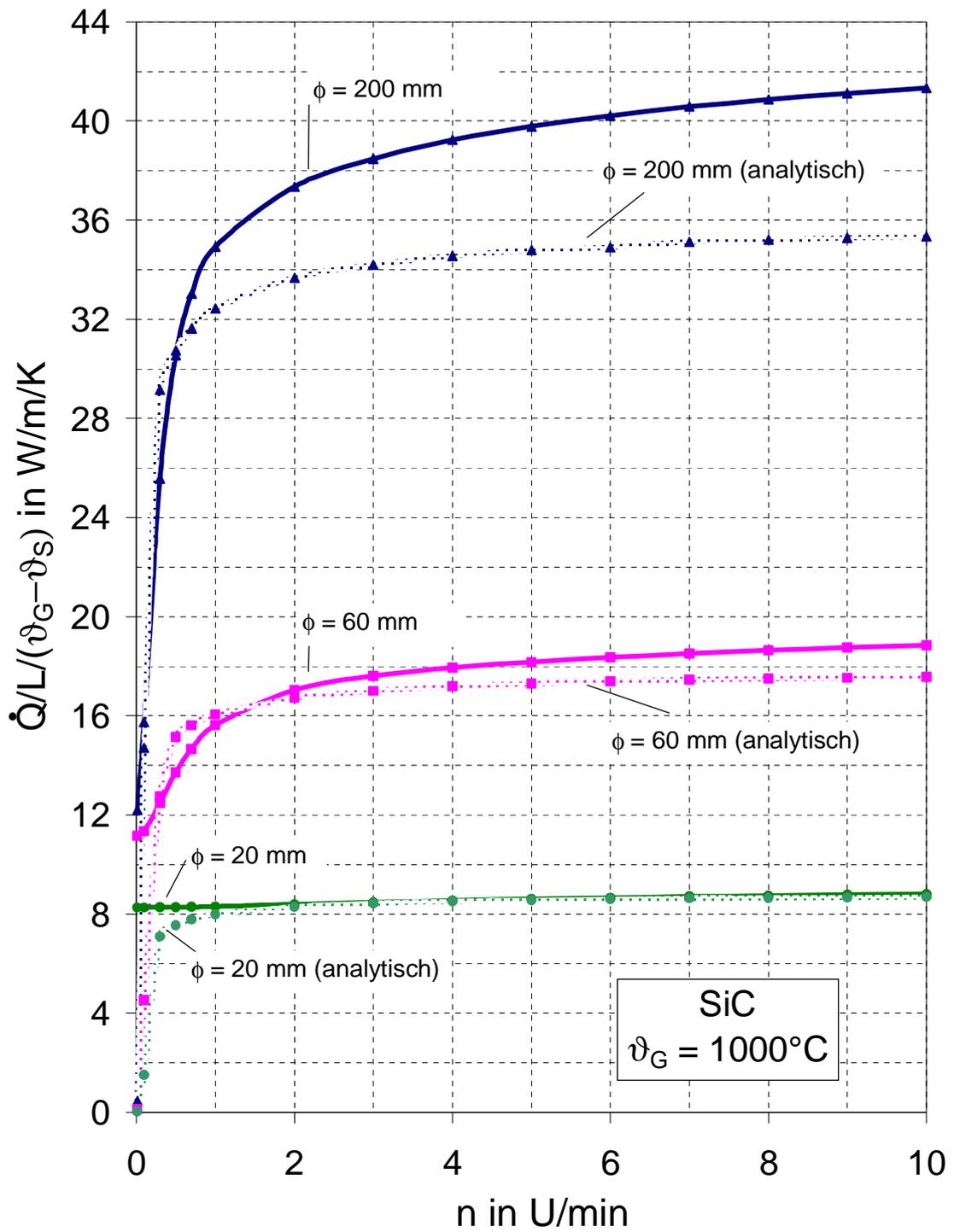


Bild 5.7: Vergleich der Wärmeströme (SiC)

5. Analytische Berechnung des Wärmeübergangs durch die Rolle

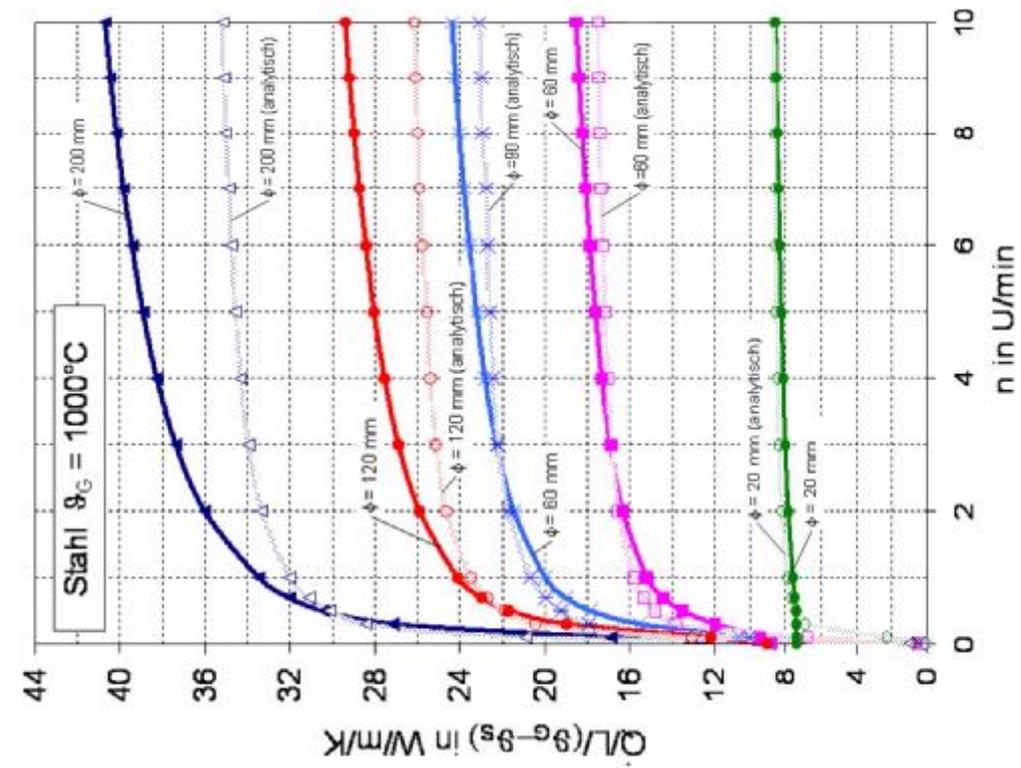


Bild 5.8: Vergleich der Wärmeströme (Stahl)

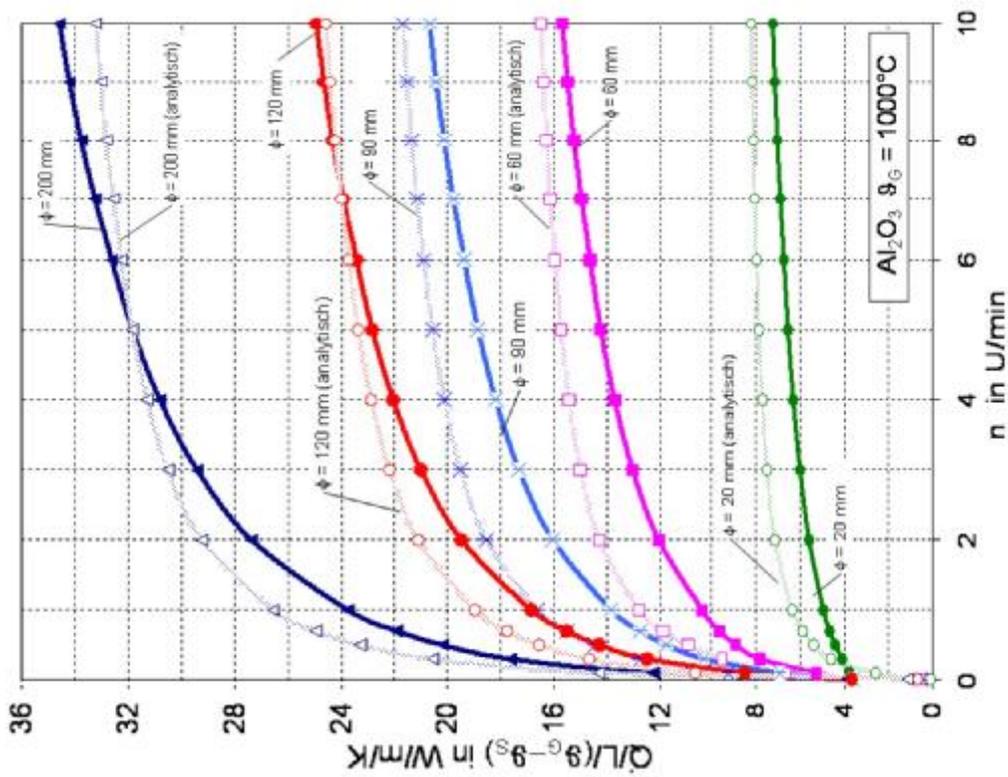


Bild 5.9: Vergleich der Wärmeströme ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ )

5. Analytische Berechnung des Wärmeübergangs durch die Rolle

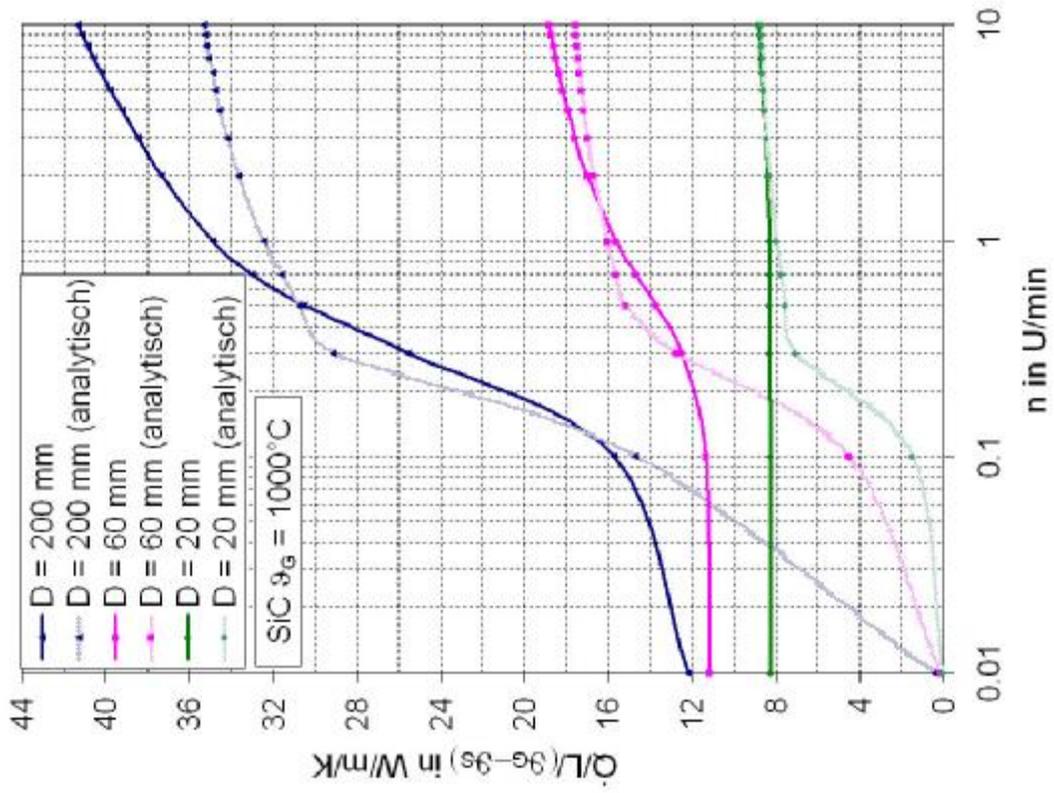


Bild 5.10: Vergleich der Wärmeströme in logarithmischer Skala (SiC)

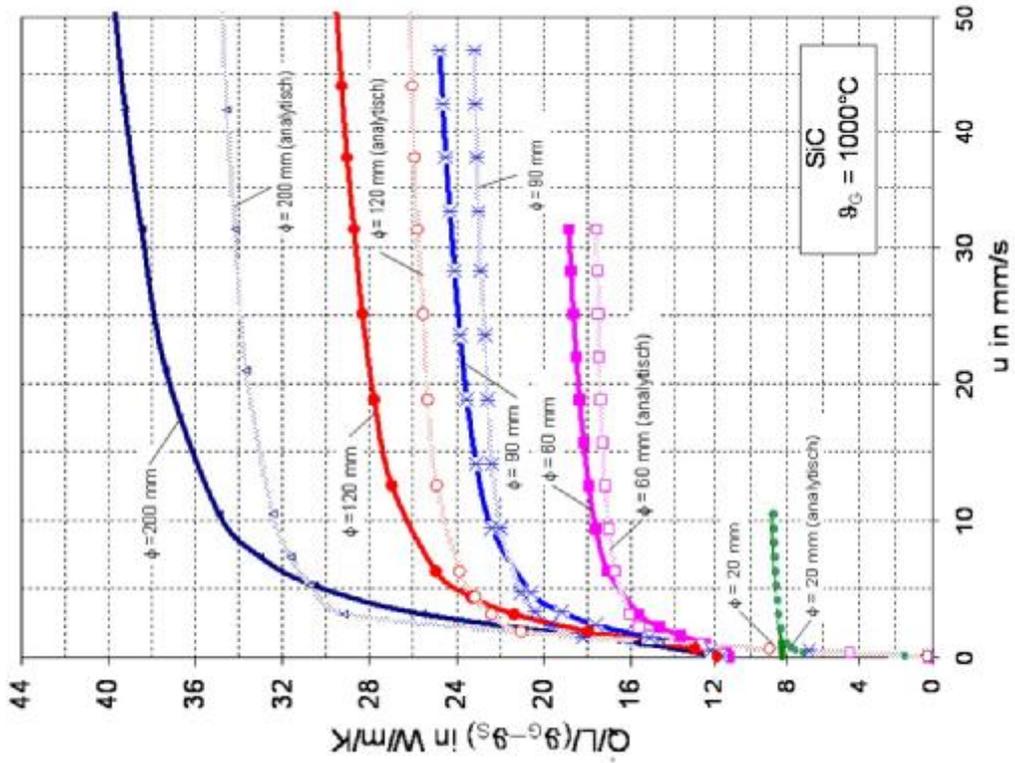


Bild 5.11: Vergleich der Wärmeströme in der Abhängigkeit von der Gutgeschwindigkeit (SiC)

Der untere Grenzwert des Wärmestroms bei einer stehenden Rolle ( $n = 0$ ) wird durch die Wärmeleitung von der Unter- zur Oberseite bestimmt. Diese durch die Gleichung (5-4) beschriebene Leitung ist in dem analytischen Modell vernachlässigt worden, weshalb sich hier der untere Grenzwert null ergibt. Der Anteil der Wärmeleitung macht sich erst bei Gutgeschwindigkeiten unterhalb 1 mm/s bemerkbar (siehe Bild 5.10 und Bild 5.11). Da solche kleinen Transportgeschwindigkeiten in der Regel nicht vorkommen, ist die Vernachlässigung der Wärmeleitung also gerechtfertigt.

## 6. Einfluss der Rollen auf den Wärmeübergang

### 6.1 Einflussgrößen

Der gesamte Wärmeübergang hängt entsprechend den Gleichungen (5-18), (5-15) und (5-16) von den einzelnen Größen  $\lambda$ ,  $\rho$ ,  $c$ ,  $D$ ,  $n$ ,  $X_{\text{con}}$ ,  $\alpha_{\text{con}}$ ,  $X_G$ ,  $\alpha_\varepsilon$  ab. Die Wirkung dieser Größen lässt sich mit dem analytischen Modell anschaulich beschreiben, wie im Folgenden gezeigt wird.

Für die Stantonzahl ergibt sich aus Gleichung (5-15) mit den Gleichungen (5-23) und (5-25)

$$\text{St}_G = \frac{\alpha_\varepsilon \cdot X_G}{2 \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c} \cdot \sqrt{u \cdot X_{\text{con}}}} \cdot \frac{1}{y_{\text{con}}(\text{Bi})}. \quad (6-1)$$

Die dimensionslose Dicke der aktiven Schicht  $y_{\text{con}}$  hängt nach Gleichung (5-26) nur von der Biotzahl ab. Für diese erhält man aus Gleichung (5-22) mit der Gleichung (5-23)

$$\text{Bi} = \frac{\alpha_{\text{con}} \cdot X_{\text{con}}}{\sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c} \cdot \sqrt{u \cdot X_{\text{con}}}}. \quad (6-2)$$

Aus Gleichung (5-18) folgt damit für den auf die Rollenlänge und auf die treibende Temperaturdifferenz bezogenen Gesamtwärmestrom

$$\frac{\dot{Q}}{L \cdot (\vartheta_G - \vartheta_S)} = f(\alpha_\varepsilon \cdot X_G, \alpha_{\text{con}} \cdot X_{\text{con}}, \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c} \cdot \sqrt{u \cdot X_{\text{con}}}). \quad (6-3)$$

Dieser ist damit von nur drei Parameterkombinationen abhängig: dem Produkt aus gaseitigen Wärmeübergangskoeffizienten und Übertragungslänge, dem Produkt aus Kontaktwärmübergangskoeffizienten und zugehöriger Übertra-

## 6. Einfluss der Rollen auf den Wärmeübergang

---

gungslänge, dem Produkt aus Gutgeschwindigkeit und Kontaktlänge sowie dem Wärmeeindringkoeffizienten des Rollenmaterials.

Die Kontaktlänge lässt sich nach Gleichung (3-13) durch

$$X_{\text{con}} = \sqrt{\frac{D \cdot \lambda_G}{\alpha_\varepsilon}} \quad (6-4)$$

ersetzen. Die Wärmeleitfähigkeit eines Verbrennungsgases von Erdgas als Brennstoff kann man gut durch die Beziehung

$$\lambda_G = 0.026 \cdot \left( \frac{T_G}{273\text{K}} \right)^{0.7} \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \quad (6-5)$$

annähern. Der Wärmeübergangskoeffizient des Kontaktes ist nach Gleichung (3-15) ebenfalls nur von der Gastemperatur abhängig. Damit folgt dann für den bezogenen Gesamtwärmestrom

$$\frac{\dot{Q}}{L \cdot (\vartheta_G - \vartheta_S)} = f(\alpha_\varepsilon \cdot X_G, \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c} \cdot \sqrt{u}, D, T_G). \quad (6-6)$$

Der Einfluss der Rolle wird also direkt durch den Durchmesser und den Wärmeeindringkoeffizienten des Werkstoffs sowie indirekt über die Höhe der Gastemperatur und durch  $\alpha_\varepsilon \cdot X_G$  über Ofengeometrien beschrieben.

Die Wirkung dieser Einflussgrößen wird im Folgenden an Beispielen dargestellt. Dazu wird jeweils der auf die von der Rolle in Anspruch genommene Gutfläche  $D \cdot L$  und auf die maximale Temperaturdifferenz bezogene Gesamtwärmestrom

$$Q^* = \frac{\dot{Q}}{L \cdot D \cdot (\vartheta_G - \vartheta_S)} \quad (6-7)$$

## 6. Einfluss der Rollen auf den Wärmeübergang

---

betrachtet. So definierte Wärme enthält eine Einheit  $W/m^2/K$  und kann mit Wärmeübergangskoeffizienten durch Strahlung verglichen werden. In Bild 6.1 wird der Bereich der Wärmeaufnahme  $X_G$  gezeigt.

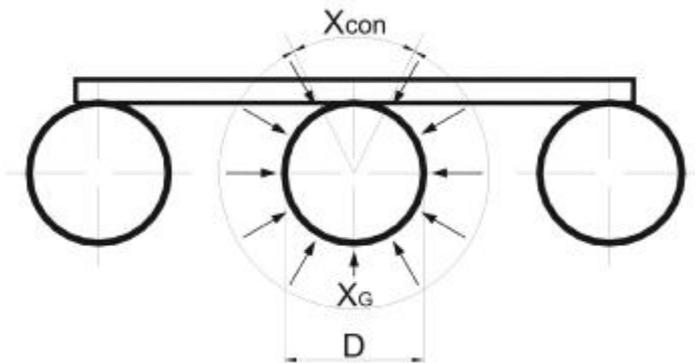


Bild 6.1: Berechnete und bezogene Fläche in der Formel für Wärmestromdichte

Der Wärmeaufnahmebereich ist abhängig von der Ofengeometrie und Eigenschaften der Umgebung. In den Berechnungen ist er größer als der Durchmesser der Rolle, sodass die in der Gleichung (6-7) definierte Wärme in manchen Fällen größer als der Wärmeübergangskoeffizient durch Strahlung  $\alpha_\epsilon$  ist.

### 6.2 Rollenmaterial

Aus Bild 6.2 ist ersichtlich, wie dieser Wärmestrom mit dem Wärmeeindringkoeffizienten zunimmt. Als Beispiel ist eine Rolle von 60 mm Durchmesser, eine Gastemperatur von 1000 °C und  $\alpha_\epsilon = 375 W/m^2/K$  gewählt worden.

Parameter ist die Drehzahl. Für die drei Materialien SiC, Stahl und  $Al_2O_3$  sind die Bereiche des Wärmeeindringkoeffizienten eingezeichnet. Rollen aus SiC übertragen also die meiste Wärme.

In Bild 6.3 wird der Einfluss der Materialeigenschaften mit Drehzahlen verbunden. Der Wärmestrom im ganzen Bereich ist konstant und er erreicht größere Werte bei kleinen Rollen.

## 6. Einfluss der Rollen auf den Wärmeübergang

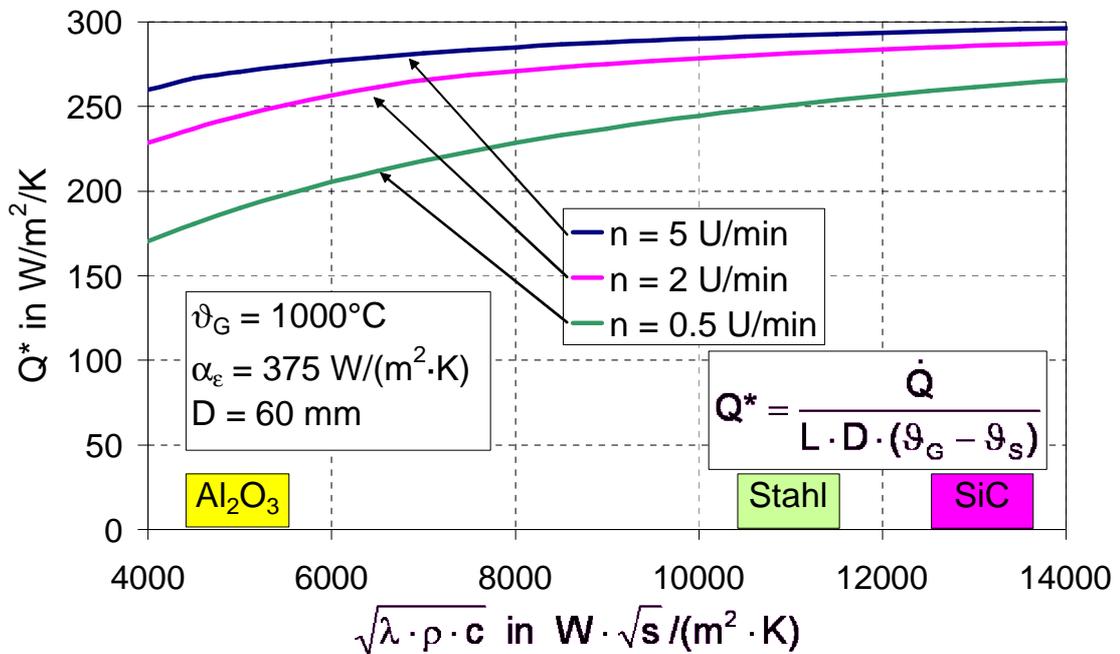


Bild 6.2: Abhängigkeit des Wärmestroms vom Wärmeeindringkoeffizienten

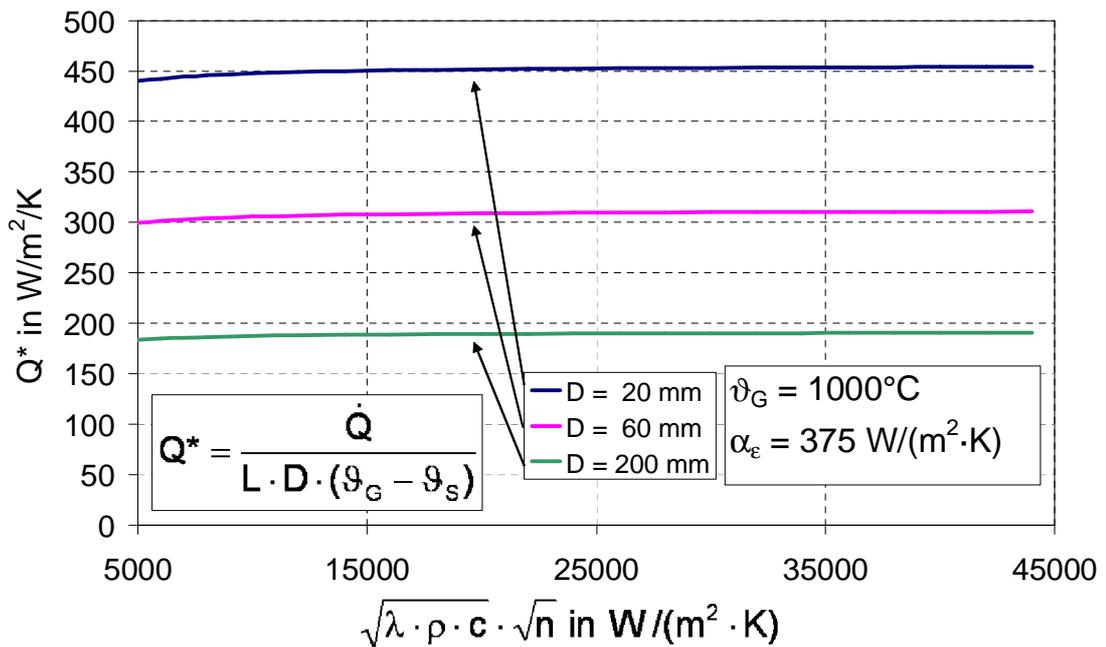


Bild 6.3: Abhängigkeit des Wärmestroms vom Wärmeeindringkoeffizienten

### 6.3 Gutgeschwindigkeit

In Bild 6.4 ist der Gesamtwärmestrom beispielhaft für eine SiC Rolle in Abhängigkeit von der Gutgeschwindigkeit dargestellt, und zwar für einen sehr kleinen, einen mittleren und einen sehr großen Durchmesser.

Demnach übt die Gutgeschwindigkeit hauptsächlich im Bereich bis 10 mm/s eine Erhöhung aus. In Bild 6.4 ist ebenfalls ersichtlich, dass kleinere Rollen größeren Gesamtwärmestrom bringen. Dies ist darin begründet, dass entsprechend Bild 3.3 bei kleineren Rollen der Kontaktbereich einen größeren Raum einnimmt.

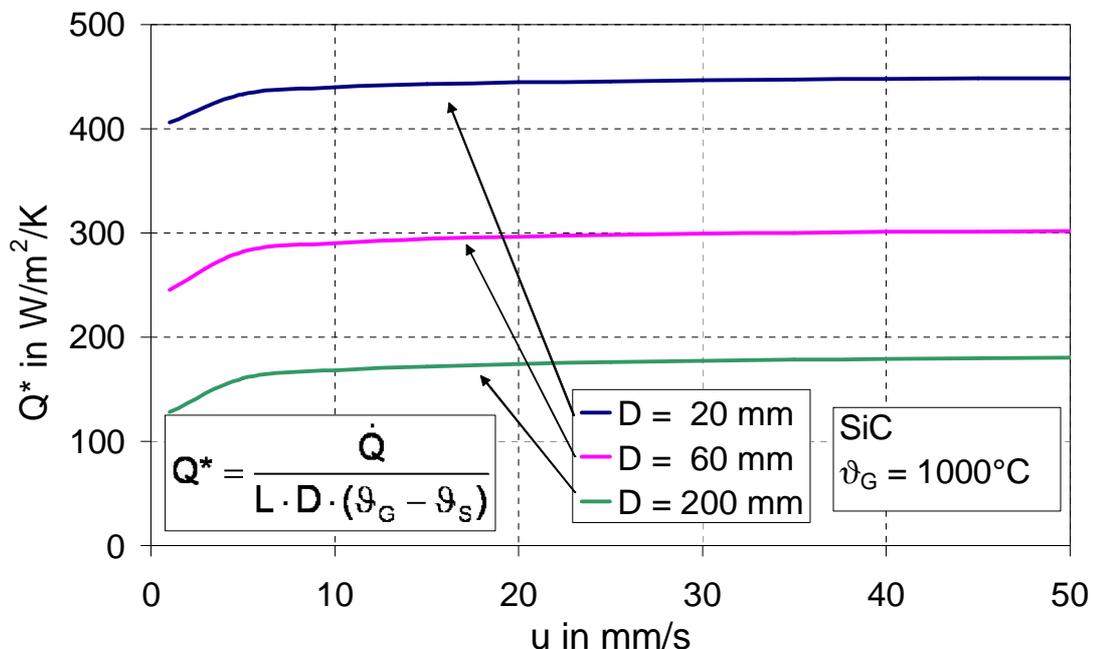


Bild 6.4: Gesamtwärmestrom in Abhängigkeit von der Gutgeschwindigkeit

### 6.4 Durchmesser der Rollen

Der Einfluss des Rollendurchmessers auf den Gesamtwärmestrom wurde in Bild 6.5 für drei verschiedene Rollenmaterialien SiC, Stahl und Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> gezeigt.

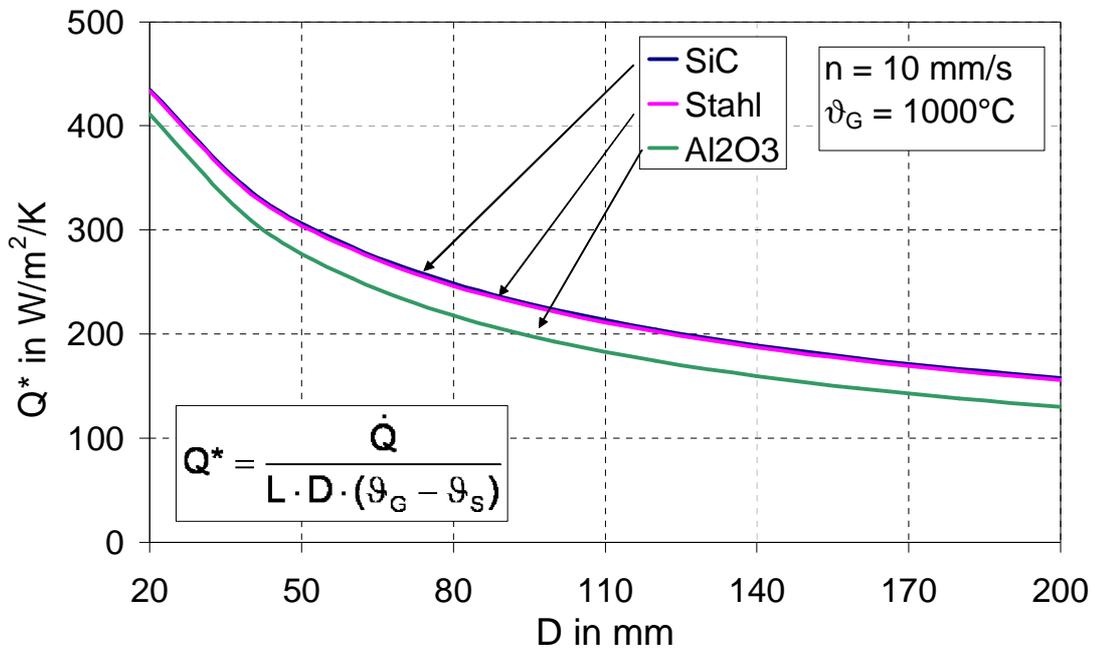


Bild 6.5: Abhängigkeit des Wärmestroms vom Rollendurchmesser

Aus dem Bild ist ersichtlich, dass kleine Rollen mit dem Durchmesser 20 mm dreimal mehr Wärme als große mit 200 mm übertragen können.

### 6.5 Temperatur der Gasatmosphäre

In Bild 6.6 wird der Einfluss der Temperatur auf den Wärmestrom für die Ofenatmosphäre Luft dargestellt. In Bild 6.6 ist ersichtlich, dass die Temperatur wenig Einfluss auf den Gesamtwärmestrom hat. Die kleinen Rollen erzeugen größeren Wärmestrom, auch unabhängig von der Gutgeschwindigkeit. Zum Beispiel die Rolle mit  $D = 20$  mm und 2 Umdrehungen/min (Gutgeschwindigkeit  $w = 2$  mm/s) gibt mehrfach mehr Wärme als die Rolle mit  $D = 60$  mm und 0,5 Umdrehungen/min (Gutgeschwindigkeit 1,5 mm/s). Die Unabhängigkeit des Wärmestroms von der Gastemperatur ist durch die Änderung des Kontaktbereichs verursacht. Je größer die Gastemperatur ist, desto kleiner ist der Wärmeabgabebereich  $X_{con}$ . Während der Berechnungen werden mehrere temperaturabhängige Variablen (z.B.  $\alpha_{con}$ ,  $X_{con}$ ) gleichzeitig geändert. Die Welligkeit der Kurven in Bild 6.6 wird durch Annäherung der Variablen verursacht und repräsentiert den numerischen Fehler.

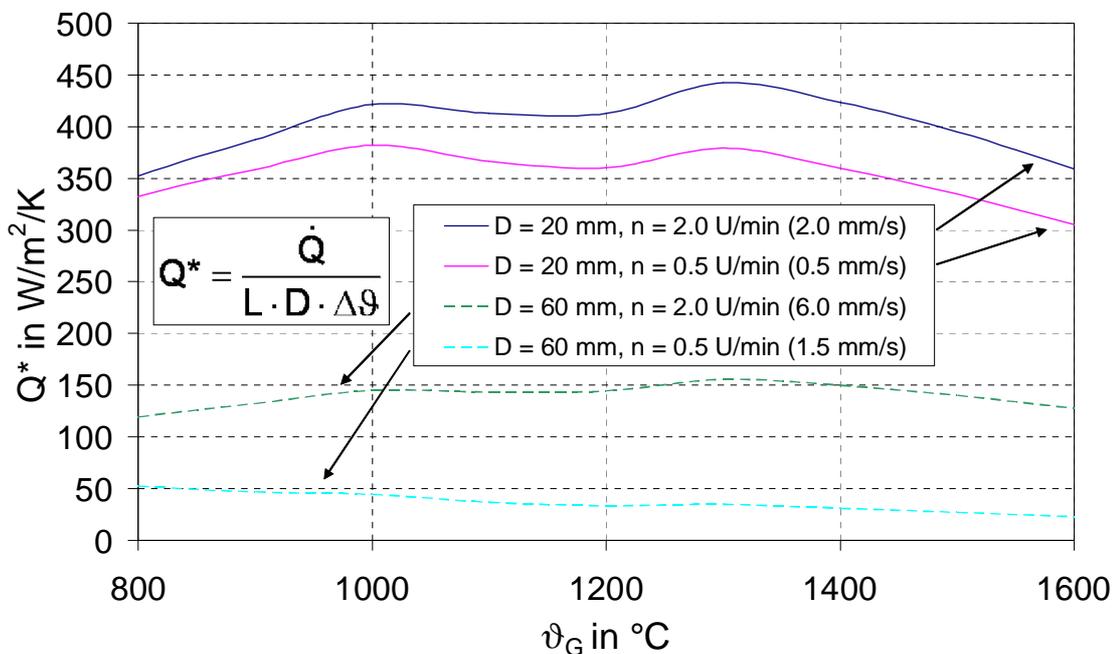


Bild 6.6: Abhängigkeit des Wärmestroms von der Gastemperatur für Luft

## 6.6 Vergleich des ober- und unterseitigen Wärmeübergangs an das Gut

Zur Bewertung des Einflusses der Rollen auf den Gesamtwärmestrom werden die Wärmeströme oben und unten verglichen. Um diesen Einfluss zu verdeutlichen wird der Grenzfall genommen, wenn die Transportrollen nebeneinander liegen, also der Rollenabstand  $t = 1D$  ist. Oben genannter Grenzfall ist in [Bild 6.7](#) gezeigt.

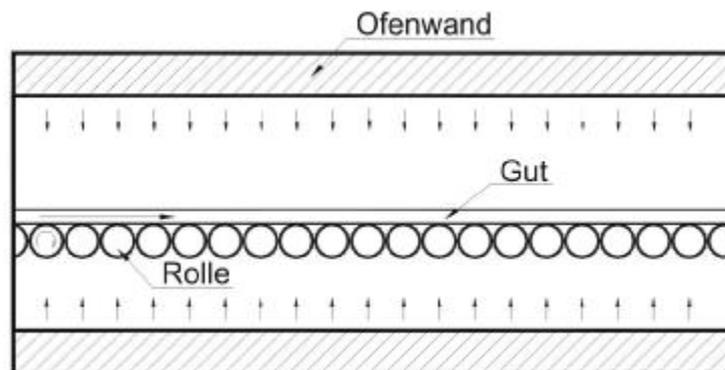


Bild 6.7: Unterseitige Bestrahlung des Gutes - Grenzfall

## 6. Einfluss der Rollen auf den Wärmeübergang

Bei den Berechnungen werden Temperaturen des Gutes  $T_S = 500^\circ\text{C}$  und des Ofenraums  $T_G = 1000^\circ\text{C}$  vorausgesetzt. Der Emissionsgrad der Rollen war konstant  $\varepsilon_R = 0,8$ . Zur numerischen Berechnung der Wärmestromdichte  $\dot{q}_U$  an der Unterseite wurde der Wärmeaufnahmebereich  $X_g = D$  genommen, was in diesem Grenzfall die Fläche der senkrechten Bestrahlung ist. Die Wärmestromdichte auf der Oberseite

$$\dot{q}_O = \varepsilon_{GS} \cdot \sigma \cdot (T_G^4 - T_S^4) \quad (6-8)$$

hängt vom Emissionsgrad des Gutes ab. Dieser wird daher von  $\varepsilon_S = 0,1$  (für blankes Metall) bis  $\varepsilon_S = 1$  (für keramisches Gut) variiert.

In Bild 6.8 wird der Vergleich ober- und unterseitigen Wärmestroms für verschiedene Drehzahlen von SiC-Rollen mit Durchmesser 60 mm gezeigt.

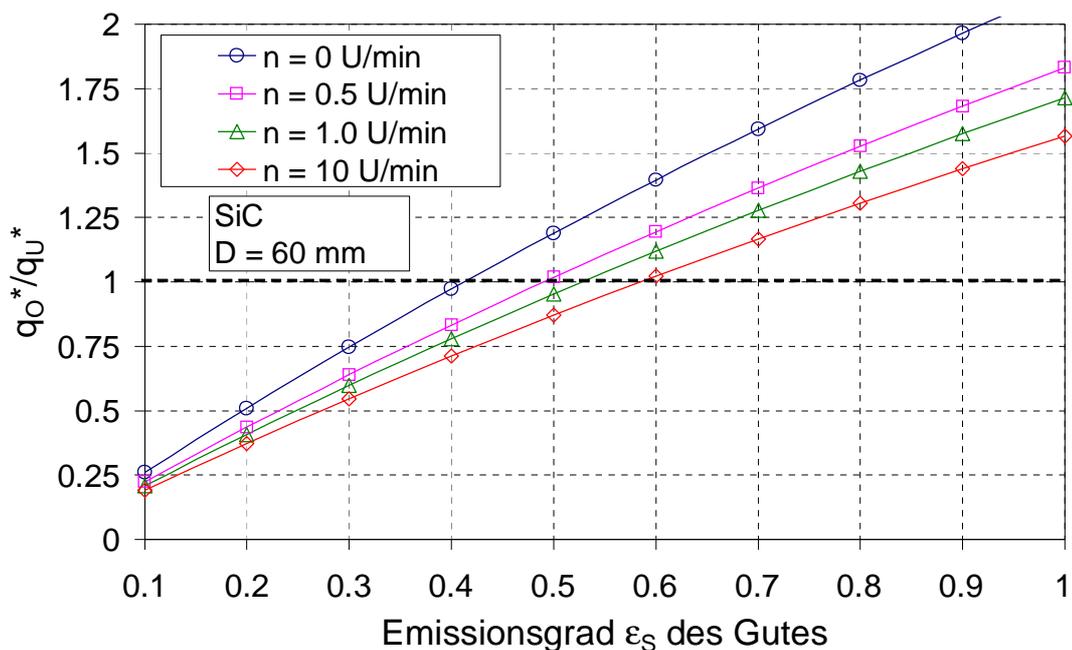


Bild 6.8: Wärmestromverhältnis in der Funktion des Emissionsgrades (SiC)

Dabei wird der Einfluss des unterseitigen Wärmestroms in der Abhängigkeit von dem Emissionsgrad des Gutes präsentiert. Auf das Gut, welches sich mit der

## 6. Einfluss der Rollen auf den Wärmeübergang

Geschwindigkeit 30 mm/s (10 U/min) auf den Rollen verschiebt, wird gleicher Wärmestrom von oben und von unten bei dem Emissionsgrad des Gutes  $\varepsilon_s = 0,6$  übertragen. Je kleiner der Emissionsgrad ist, desto kleiner ist das Verhältnis  $\dot{q}_o / \dot{q}_u$ . Bei dem Emissionsgrad  $\varepsilon_s = 0,3$  wird ca. zweimal mehr Wärme von unten als von oben übertragen.

Bild 6.9 zeigt zum Vergleich das Verhältnis der ober- und unterseitigen Wärmestromdichte  $\dot{q}_o / \dot{q}_u$  für die  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -Rolle.

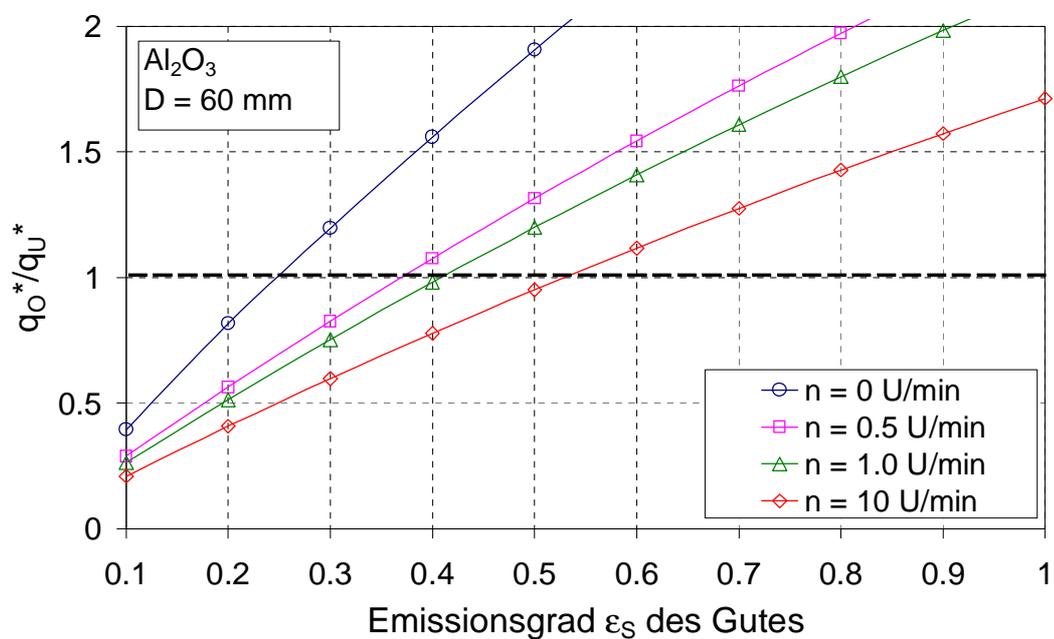


Bild 6.9: Wärmestromverhältnis in der Funktion des Emissionsgrades ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ )

Die  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -Rolle überträgt weniger Wärme als die SiC-Rolle, sodass sich die gleiche Wärmestromdichte von oben und unten erst bei dem Emissionsgrad  $\varepsilon_s = 0,55$  statt  $\varepsilon_s = 0,6$  für die Drehzahl 10 U/min im Fall der SiC-Rolle ergibt.

## 7. Strahlung

### 7.1 Direkte Bestrahlung

In dem durch die Gasbrenner beheizten Ofen nimmt ein bestrahltes Gut die Wärme direkt vom verbrannten Gas, aber auch von der Decke und den Seitenwänden (weiter als Wand bezeichnet). Bei der Voraussetzung kleiner Wärmeverluste oder bei der Bezeichnung als adiabatisch gibt die Wand die Wärme wieder an die Gutoberfläche ab. Ein Ofen mit Gasbrennern wird in Bild 7.1 skizziert.

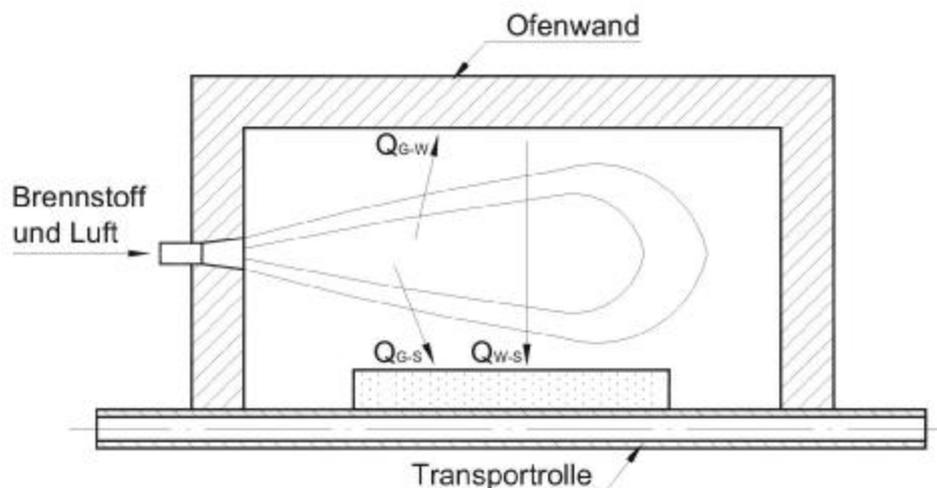


Bild 7.1: Ofen mit Gasbrennern

Die elementaren Gase  $O_2$ ,  $N_2$ ,  $H_2$  sowie trockene Luft und Edelgase sind praktisch durchlässig für die Wärmestrahlung. Dagegen sind andere Gase und Dämpfe, wie z.B.  $H_2O$ ,  $CO_2$ ,  $SO_2$ ,  $NH_4$  wirksame Strahler. Grundsätzlich gehören Gase zur Gruppe selektiver Strahler, d.h. sie strahlen und absorbieren die Wärme innerhalb enger Wellenbereiche. In der weiteren Betrachtung werden alle in der Energiebilanz berücksichtigten Flächen als wellenunabhängige (graue) und diffuse Strahler angenommen.

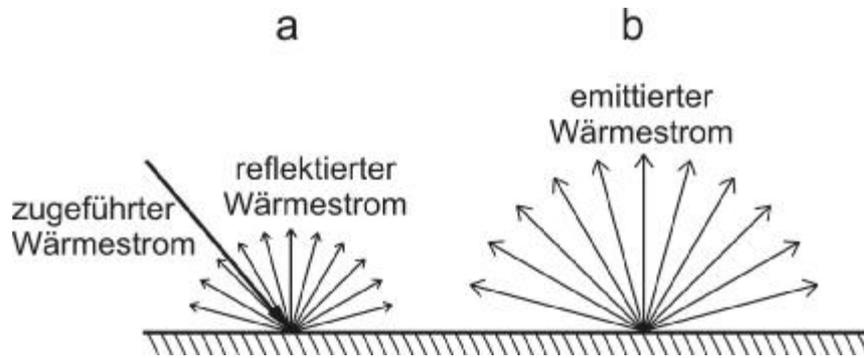


Bild 7.2: Diffuse Reflexion (a) und diffuse Strahlung (b)

7.1.1 Netto-Strahlungsmethode - Helligkeitsmethode

Die Netto-Strahlungsmethode, manchmal auch Helligkeitsmethode [1], [2], [4]-[8], [11] genannt, wurde zum Erforschen der Bestrahlung des Gutes in Berechnungen benutzt. In dieser Methode wird die geschlossene Anordnung z.B. der Ofenkammer bilanziert. Die Bestimmung der Helligkeitsströme für jedes der Teilungselemente ermöglicht im nächsten Schritt die Berechnung der gesuchten unbekanntem Wärmeströme. Bild 7.3 zeigt schematisch den Strahlungsaustausch zwischen mehreren Oberflächen.

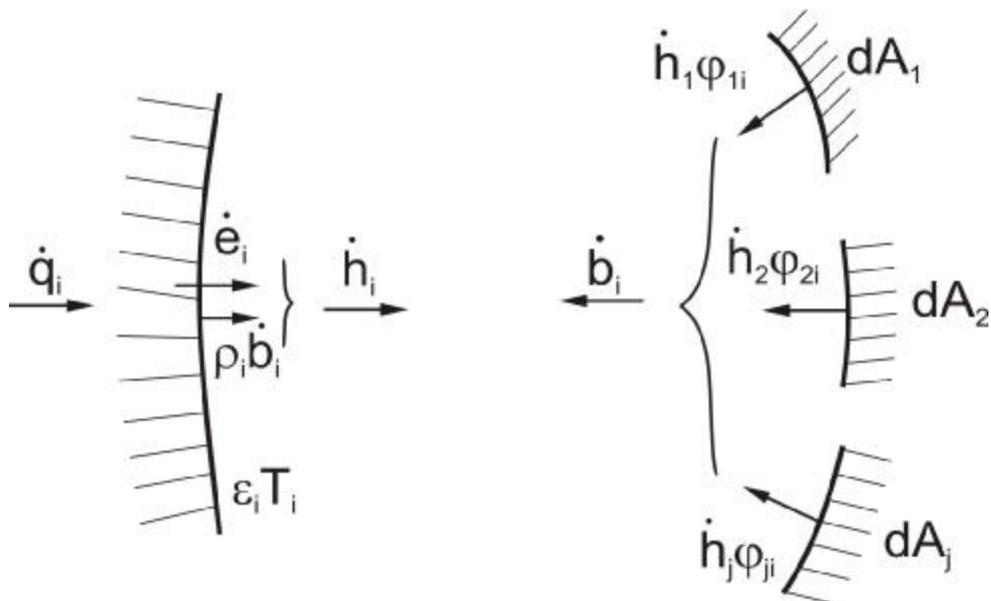


Bild 7.3: Strahlungsaustausch zwischen mehreren Oberflächen

## 7. Strahlung

---

Die in Bild 7.3 dargestellten Größen bedeuten im Einzelnen:

$\dot{e}$  - Eigenemissionsstromdichte,

$\dot{h}$  - Helligkeitsstromdichte,

$\dot{q}$  - Wärmestromdichte,

$\dot{b}$  - Bestrahlungsstromdichte,

das entspricht den folgenden Formeln:

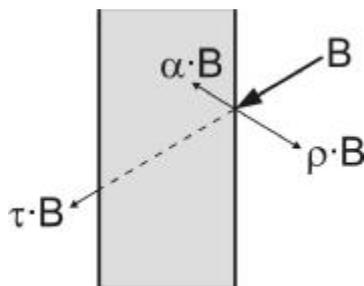
$$\dot{e}_i = \varepsilon_i \cdot \sigma \cdot T_i^4, \quad (7-1)$$

$$\dot{h}_i = \dot{e}_i + \rho_i \dot{b}_i, \quad (7-2)$$

$$\dot{q}_i^r = \dot{h}_i - \dot{b}_i, \quad (7-3)$$

$$\dot{b}_i = \sum_{k=1}^n \dot{h}_k \cdot \varphi_{ki}, \quad (7-4)$$

wobei  $\varepsilon_i, \rho_i$  - Emissionsgrad, Reflexionsgrad der Oberfläche und  $\varphi_{ki}$  - Einstrahlzahl zwischen den Oberflächen k und i sind.



$\alpha$  - Absorptionsgrad,  
 $\rho$  - Reflexionsgrad,  
 $\tau$  - Transmissionsgrad.

Bild 7.4: Aufspaltung einer auftreffenden Bestrahlung

Die Helligkeitsstromdichte wird durch die nachstehende Gleichung beschrieben:

$$\dot{h}_i = \dot{e}_i + \rho_i \sum_j \varphi_{ji} \dot{h}_j. \quad (7-5)$$

Für geschlossene n-Elementeanordnung entsteht die Matrix der Elemente, in der die Helligkeitsstromdichten unbekannt sind. In Matrixform lautet die Gleichung:

$$R \cdot \dot{h} = \dot{e} \quad (7-6)$$

mit

$$R = \begin{bmatrix} 1 - \rho_1 \cdot \varphi_{11} & -\rho_1 \cdot \varphi_{12} & \dots & -\rho_1 \cdot \varphi_{1N} \\ -\rho_2 \cdot \varphi_{21} & 1 - \rho_2 \cdot \varphi_{22} & \dots & -\rho_2 \cdot \varphi_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\rho_N \cdot \varphi_{N1} & -\rho_N \cdot \varphi_{N2} & \dots & 1 - \rho_N \cdot \varphi_{NN} \end{bmatrix}, \quad \dot{h} = \begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dots \\ \dot{h}_N \end{bmatrix}, \quad \dot{e} = \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dots \\ \dot{e}_N \end{bmatrix} \quad (7-7)$$

Die Lösung der Matrix ist:

$$\dot{h} = R^{-1} \cdot \dot{e} \quad (7-8)$$

Die so bestimmten Helligkeitsstromdichten werden zur Wärmestromberechnung benötigt:

$$\dot{q}_i^r = \frac{\varepsilon_i}{1 - \varepsilon_i} (\dot{e}_{si} - \dot{h}_i). \quad (7-9)$$

Oben genannte Gleichungen werden für Berechnungen der Helligkeitsströme von Oberflächen benutzt, von welchen die Temperaturen angegeben sind (Randbedingung 1. Art). Das sind z.B. in unserem Fall bestrahltes Gut und strahlende Wände.

Die Transportrollen werden dagegen als adiabatisch angenommen (Randbedingung 2. Art). Die Oberflächentemperatur der adiabatischen Transportrollen ist nicht bekannt. An diesen Oberflächen ist jedoch die Wärmestromdichte bekannt und gleich 0 definiert. In Matrixgleichungen für solche Oberflächen werden unbekannte Helligkeitsströme durch die Gleichung

$$\dot{h}_i = \dot{e}_{si} - \frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i} \cdot \dot{q}_i^r \quad (7-10)$$

ersetzt. In umgestellter Matrix bringen die Gleichungen mit Randbedingung 1. Art die Lösung der Helligkeitsstromdichte. Hingegen bekommt man im Fall der Randbedingung 2. Art entsprechend die Temperatur  $T_i^4$  (welche sich in der Gleichung (7-10) in der Eigenemission befindet).

Zur Erläuterung der zwei Arten der Gleichungen wird das folgende Beispiel gezeigt.

In diesem Beispiel wurden die Randbedingungen der 1. und der 2. Art zur Berechnung der Wärmestromdichte benutzt.

Ein Schema vom Bild 7.5 mit vier Oberflächen wird angelegt.

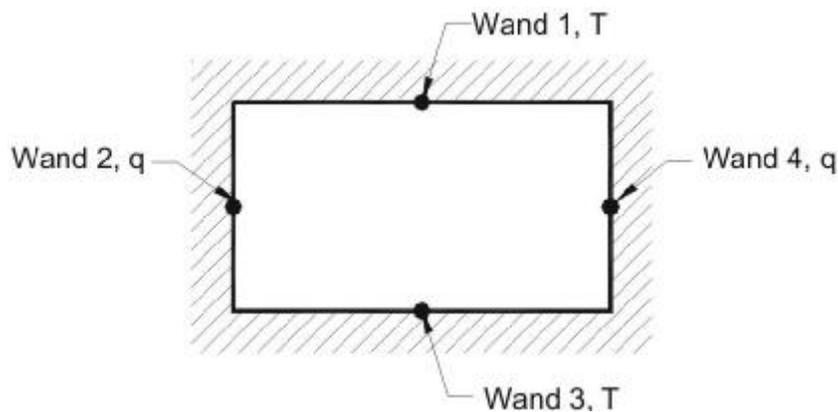


Bild 7.5: Schema zum Beispiel

Für die Oberflächen eins und drei sind die Temperaturen und für die Oberflächen zwei und vier die Wärmestromdichte bekannt. Unten werden zwei Gleichungen der Matrix für diesen Fall beschrieben.

Gleichung 1

$$\dot{h}_1 - (1 - \varepsilon_1) \varphi_{12} \left( \dot{e}_{s2} - \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \dot{q}_2 \right) - (1 - \varepsilon_1) \varphi_{13} \dot{h}_3 +$$

$$- (1 - \varepsilon_1) \varphi_{14} \left( \dot{e}_{s4} - \frac{1 - \varepsilon_4}{\varepsilon_4} \dot{q}_4 \right) = \varepsilon_1 \dot{e}_{s1}$$

## 7. Strahlung

---

Wird die obige Gleichung durch  $(1 - \varepsilon_1)$  geteilt und umgestellt, erhält man:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{h}_1}{1 - \varepsilon_1} - \varphi_{12} \cdot \sigma \cdot T_2^4 - \varphi_{13} \dot{h}_3 - \varphi_{14} \cdot \sigma \cdot T_4^4 &= \\ = \frac{\varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1} \cdot \sigma \cdot T_1^4 - \varphi_{12} \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \cdot \dot{q}_2 - \varphi_{14} \frac{1 - \varepsilon_4}{\varepsilon_4} \dot{q}_4. \end{aligned}$$

$\dot{h}_1, T_2^4, \dot{h}_3, T_4^4$  sind die Unbekannten in der Matrix.

Gleichung 2

$$\begin{aligned} -(1 - \varepsilon_2) \varphi_{21} \dot{h}_1 + \left( \dot{e}_{s2} - \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \dot{q}_2 \right) - (1 - \varepsilon_2) \varphi_{23} \dot{h}_3 - (1 - \varepsilon_2) \varphi_{24} \left( \dot{e}_{s4} - \frac{1 - \varepsilon_4}{\varepsilon_4} \dot{q}_4 \right) &= \\ = \varepsilon_2 \dot{e}_{s2} \end{aligned}$$

Nach Umstellung der Gleichung und Teilung durch  $(1 - \varepsilon_2)$  bekommt man:

$$-\varphi_{21} \dot{h}_1 + \frac{1}{1 - \varepsilon_2} \left[ (1 - \varepsilon_2) \left( \dot{e}_{s2} - \frac{\dot{q}_2}{\varepsilon_2} \right) \right] - \varphi_{23} \dot{h}_3 - \varphi_{24} \left( \dot{e}_{s4} - \frac{1 - \varepsilon_4}{\varepsilon_4} \dot{q}_4 \right) = 0$$

Durch eine weitere Umstellung sieht die Gleichung 2 wie folgt aus:

$$-\varphi_{21} \cdot \dot{h}_1 + \sigma \cdot T_2^4 - \varphi_{23} \cdot \dot{h}_3 - \varphi_{24} \cdot \sigma \cdot T_4^4 = \frac{\dot{q}_2}{\varepsilon_2} - \varphi_{24} \cdot \frac{1 - \varepsilon_4}{\varepsilon_4} \dot{q}_4$$

und die ganze Matrix:

$$R = \begin{bmatrix} \frac{1}{1 - \varepsilon_1} & -\varphi_{12} \cdot \sigma & -\varphi_{13} & -\varphi_{14} \cdot \sigma \\ -\varphi_{21} & +\sigma & -\varphi_{23} & -\varphi_{24} \cdot \sigma \\ -\varphi_{31} & -\varphi_{32} \cdot \sigma & +\frac{1}{1 - \varepsilon_3} & -\varphi_{34} \cdot \sigma \\ -\varphi_{41} & -\varphi_{42} \cdot \sigma & -\varphi_{43} & +\sigma \end{bmatrix}$$

$$w = \begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ T_2^4 \\ \dot{h}_3 \\ T_4^4 \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} \frac{\dot{e}_1}{1 - \epsilon_1} \\ \frac{\dot{q}_2}{\epsilon_2} - \varphi_{24} \cdot \frac{1 - \epsilon_4}{\epsilon_4} \cdot \dot{q}_4 \\ \frac{\dot{e}_3}{1 - \epsilon_3} \\ \frac{\dot{q}_4}{\epsilon_4} - \varphi_{42} \cdot \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2} \cdot \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

mit Lösung:

$$w = R^{-1} \cdot d.$$

Zur Berechnung der fehlenden Helligkeitsstromdichten kann die Gleichung (7-10) für die Oberflächen mit Randbedingung 2. Art benutzt werden.

Die Lösung des Gleichungssystems wird in dieser Arbeit in Berechnungsbeispielen mit Hilfe der Gauss-Eliminationsmethode [43] durchgeführt.

### 7.1.2 Einstrahlzahl

In der klassischen Literatur wird die Einstrahlzahl als lokale Einstrahlzahl genannt und bestimmt den Anteil der vom Punkt p ausgestrahlten Energie, der direkt von der Oberfläche  $dA_1$  zu Oberfläche  $A_2$  kommt. Ab und zu wird die Größe durch das Symbol  $\varphi_{dA_1-A_2}$  bestimmt. In Bild 7.6 wurde die Einstrahlzahl gezeigt.

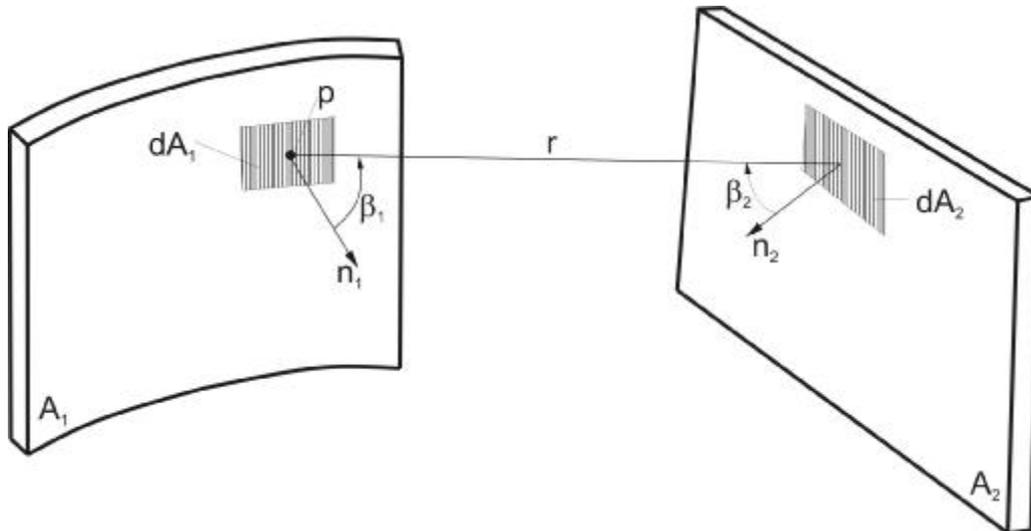


Bild 7.6: Geometrische Größen zur Berechnung der Einstrahlzahl

Für die so dargestellte Einstrahlzahl gilt:

$$\varphi_{dA_1-dA_2} = \frac{\cos \beta_1 \cdot \cos \beta_2}{\pi \cdot r^2} \cdot dA_2. \quad (7-11)$$

Zur Vereinfachung wurde in der Arbeit eine leichte zweidimensionale Bestimmung der Einstrahlzahl abgeleitet [44].

Wie es in [4]-[9] steht, kann diese Größe durch die Methode der gekreuzten Fäden, numerisch oder analytisch berechnet werden. In dem Berechnungsprogramm wurde die letztere Art gewählt. Zu diesem Zweck wird die Einstrahlzahl in der von dem Winkel abhängigen Form beschrieben. Die Änderung des Differentials der Fläche auf das Differential des Winkels gibt:

$$\varphi_{12} = \int_{\Delta\beta_p} \frac{\cos \beta_p}{2} d\beta_p, \quad (7-12)$$

wobei  $\Delta\beta$  der Winkel, unter diesem zweiten Element vom Punkt p sichtbar ist. Die Integration der Gleichung (7-12) ist problemlos und es gibt für den Fall 1:

$$\varphi_{12} = \frac{1}{2} (\sin \beta_1 + \sin \beta_2) \quad (7-13)$$

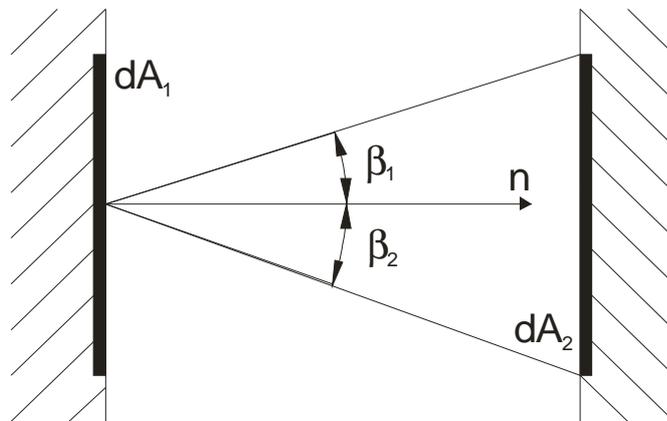


Bild 7.7: Einstrahlzahl – Fall 1

und für den Fall 2:

$$\varphi_{12} = \frac{1}{2}(\sin\beta_1 - \sin\beta_2). \quad (7-14)$$

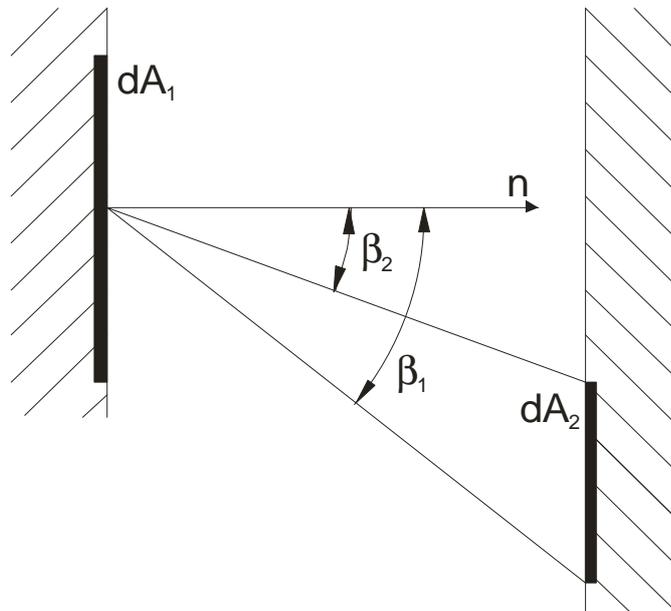


Bild 7.8: Die Einstrahlzahl – Fall 2

Die Hauptschwierigkeit bei der Berechnung die Einstrahlzahl  $\varphi_{12}$  besteht also nicht in der Ansetzung des entsprechenden Integrals (dieses wird analytisch bestimmt), sondern in der Bestimmung der Integrationsgrenzen  $\beta_1$  und  $\beta_2$ . Es

geht darum, dass ein Teil des Elements (oder das ganze Element)  $dA_2$ , durch andere Elemente bedeckt sein kann.

Die Ansetzung der Grenzen von den beschattenden Zonen fordert die Festsetzung der Sichtweite von allen Punkten strahlender Oberflächen. Zur Berechnung der Zonen benutzt man folgende Regeln (Siehe auch [Bild 7.9](#)).

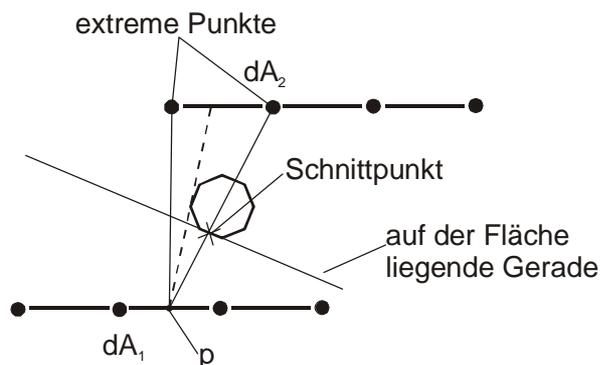


Bild 7.9: Bestimmung der Sichtweite

Zuerst wird unsere zweidimensionale Ofenkammer in „n“ einzelne Elemente geteilt. Dann wird ein Beobachtungspunkt  $p$  in der Mitte jedes Elements bestimmt. Vom Beobachtungspunkt  $p$  werden zwei Geraden zu extremen Punkten des Elements geführt, auf der so begrenzten Fläche wird die Einstrahlzahl geprüft. Diese beiden Geraden werden mit allen anderen auf Elementen liegenden Geraden gekreuzt, um zu prüfen, ob der Schnittpunkt auf der Geraden zwischen Punkt  $p$  und extremem Punkt des Elements liegt. Wenn nicht, dann ist es sicher, dass der auf dieser Geraden liegende Punkt die Sichtweite nicht bedeckt.

Wenn die Geraden sich kreuzen, muss man noch zusätzlich prüfen, ob der Schnittpunkt auf dem Element liegt. Wenn nicht, dann verdeckt das Element die Sichtweite nicht. Liegt der Punkt jedoch auf dem Element, wissen wir, dass er die Sichtweite bedeckt, und die Sichtweite muss mit diesem Element noch einmal bestimmt werden. Dabei ist festzustellen, ob die Fläche ganz oder nur teilweise bedeckt ist.

In der Praxis realisiert man solche Prozedur numerisch. Die Ofenraumkammern sind meistens in  $n = 200$  Elemente geteilt, was bei der Sichtweitefeststellung die Lösung  $n \cdot n^n$  der Gleichungsanordnungen  $2 \times 2$  ergibt.

7.1.3 Wärmeaustausch in der Ofenkammer mit Sekundärstrahlung

Betrachtet wurde eine Ofenkammer mit den adiabatischen Wänden, die durch ein strahlendes Gas beheizt wird (Bild 7.10).

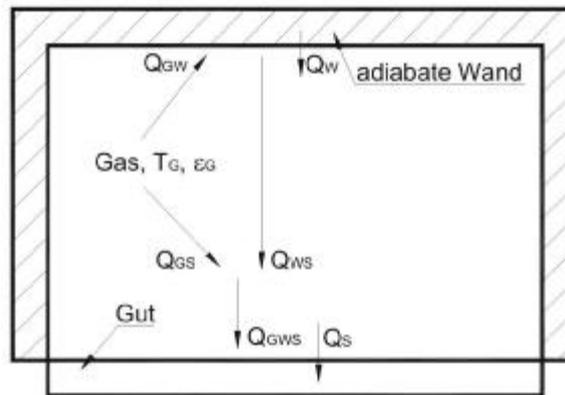


Bild 7.10: Wärmeaustausch in der durch Gas beheizten Ofenkammer

Das in diesem Kapitel dargestellte Beispiel wurde ausführlich im allgemeinen Fall in [4] beschrieben, sodass hier nur eine spezifische Situation mit vielen Vereinfachungen dargestellt ist.

Gemäß der Gleichung (7-3) ergibt sich der an das Gut fallende Wärmestrom:

$$\dot{Q}_s = -(\dot{H}_s - \dot{B}_s) = -\frac{1}{\rho_s} \cdot (\dot{E}_s - \epsilon_s \cdot \dot{H}_s). \quad (7-15)$$

Die Helligkeit von Gut und Wand sind

$$\dot{H}_s = \dot{E}_s + \rho_s \cdot \dot{B}_s, \quad (7-16)$$

$$\dot{H}_w = \dot{B}_w. \quad (7-17)$$

Die Voraussetzung, dass das Gas und Gut graue Strahler mit ebener Oberfläche sind, bringt folgende Erleichterungen:

## 7. Strahlung

---

$$\tau_{GS} = \tau_{GW} = \tau_G = 1 - \epsilon_G \quad (7-18)$$

und

$$\varphi_{SS} = 0, \quad \varphi_{SW} = 1, \quad \varphi_{WW} = 1 - \varphi_{WS}. \quad (7-19)$$

In Gleichungen (7-16) und (7-17) benutzte Bestrahlungen bedeuten entsprechend:

$$\dot{B}_S = \dot{H}_G \cdot \varphi_{GS} + \dot{H}_W \cdot \varphi_{WS} \cdot (1 - \epsilon_G), \quad (7-20)$$

$$\dot{B}_W = \dot{H}_G \cdot \varphi_{GW} + \dot{H}_S \cdot \varphi_{SW} \cdot (1 - \epsilon_G). \quad (7-21)$$

Mit oben genannten Abhängigkeiten sehen die Gleichungen (7-16) und (7-17) jetzt entsprechend

$$\dot{H}_S = \dot{E}_S + \rho_S \cdot [A_S \cdot \dot{e}_G + \dot{H}_W \cdot \varphi_{WS} \cdot (1 - \epsilon_G)], \quad (7-22)$$

$$\dot{H}_W = A_W \cdot \dot{e}_G + \dot{H}_S \cdot \varphi_{SW} \cdot (1 - \epsilon_G) + \dot{H}_W \cdot (1 - \varphi_{WS}) \cdot (1 - \epsilon_G) \quad (7-23)$$

aus. Aus der Gleichung (7-15) kann der gesamte an das Gut fallende Wärmestrom, also direkt vom Gas und durch die Wand reflektierter Wärmestrom schon berechnet werden:

$$\dot{Q}_{GWS} = A_S \cdot \epsilon_{GWS} \cdot \sigma \cdot (T_G^4 - T_S^4) \quad (7-24)$$

wobei  $\epsilon_{GWS}$  ein effektiver Strahlungsaustauschgrad ist und beträgt:

$$\epsilon_{GWS} = \frac{\epsilon_S \cdot \epsilon_G \cdot (1 + \varphi_{WS} \cdot \tau_G)}{\epsilon_G + \varphi_{WS} \cdot (1 - \rho_S \cdot \tau_G) \cdot \tau_G}. \quad (7-25)$$

Wie in der Gleichung (7-25) gezeigt wurde, hängt der auf das Gut fallende Gesamtwärmestrom nicht von dem Emissionsgrad der Wand ab. Das bedeutet auch, dass der Emissionsgrad keinen Einfluss auf die Temperatur der Wand hat.

### 7.1.4 Temperatur der adiabatischen Wand

Die Netto-Strahlungsmethode ist zwar sehr genau, aber erfordert die Bestimmung der Einstrahlzahlen zwischen allen in der Energiebilanz teilnehmenden Partnern. Die Bestimmung ist aber in vielen Fällen keine triviale Aufgabe. In [35] wurde eine andere Methode zur Beschreibung des Wärmeaustauschs zwischen Gas und Gut mit Sekundarstrahlung gezeigt.

Die in Bild 7.10 gezeigten Größen sind in [35] wie folgt definiert:

- Wärmeströme zwischen dem Gas und dem Gut:

$$\dot{Q}_{GS} = A_S \cdot \varepsilon_{GS} \cdot \sigma \cdot (T_G^4 - T_S^4), \quad (7-26)$$

- Wärmeströme zwischen der Wand und dem Gut:

$$\dot{Q}_{WS} = A_S \cdot \varepsilon_{WS} \cdot \sigma \cdot (T_W^4 - T_S^4), \quad (7-27)$$

- Wärmeströme zwischen dem Gas und der Wand:

$$\dot{Q}_{GW} = A_W \cdot \varepsilon_{GW} \cdot \sigma \cdot (T_G^4 - T_W^4), \quad (7-28)$$

wobei  $\varepsilon_{GS}$ ,  $\varepsilon_{WS}$ ,  $\varepsilon_{GW}$  die Strahlungsaustauschgrade zwischen Gas und Gut, Wand und Solid und Gas und Wand sind.

Der gesamte an das Gut fallende Wärmestrom

$$\dot{Q}_{GWS} = \dot{Q}_{GS} + \dot{Q}_{WS} \quad (7-29)$$

## 7. Strahlung

---

ist eine Summe der Wärmeströme von Gas und Wand. Bei der Voraussetzung der adiabatischen Wände wird die ganze vom Gas an die Wand gestrahlte Wärme an das Gut reflektiert:

$$\dot{Q}_{\text{GW}} = \dot{Q}_{\text{WS}}. \quad (7-30)$$

Mit der Gleichung (7-30) kann die Temperatur  $T_{\text{W}}$  aus den Gleichungen (7-27) und (7-28) eliminiert werden und es folgt

$$\dot{Q}_{\text{WS}} = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_{\text{WS}}} + \frac{F_{\text{S}}}{F_{\text{W}}} \cdot \frac{1}{\epsilon_{\text{GW}}}} \cdot \sigma \cdot A_{\text{S}} \cdot (T_{\text{G}}^4 - T_{\text{S}}^4). \quad (7-31)$$

Weiterhin zeigt die umgestellte Gleichung (7-29) unter Berücksichtigung der Gleichungen (7-26) und (7-31) den gesamten auf das Gut übertragenen Wärmestrom

$$\dot{Q}_{\text{GWS}} = \epsilon_{\text{eff}} \cdot \sigma \cdot A_{\text{S}} \cdot (T_{\text{G}}^4 - T_{\text{S}}^4) \quad (7-32)$$

mit dem effektiven Strahlungsaustauschgrad zwischen Gas und Gut

$$\epsilon_{\text{eff}} = \epsilon_{\text{GS}} + \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_{\text{WS}}} + \frac{A_{\text{S}}}{A_{\text{W}}} \cdot \frac{1}{\epsilon_{\text{GW}}}}. \quad (7-33)$$

Die Temperatur der adiabatischen Wand  $T_{\text{W}}$  kann aus der Gleichung (7-30) berechnet werden und beträgt

$$T_{\text{W}} = \sqrt[4]{\frac{\epsilon_{\text{GW}} \cdot T_{\text{G}}^4 + \frac{A_{\text{S}}}{A_{\text{W}}} \cdot \epsilon_{\text{WS}} \cdot T_{\text{S}}^4}{\epsilon_{\text{GW}} + \frac{A_{\text{S}}}{A_{\text{W}}} \cdot \epsilon_{\text{WS}}}}. \quad (7-34)$$

## 7. Strahlung

---

In den oben beschriebenen Gleichungen sind Strahlungsaustauschgrade  $\varepsilon_{GS}$ ,  $\varepsilon_{GW}$ ,  $\varepsilon_{WS}$  enthalten, die man aus Reihenentwicklungen erhält. Sie wurden in [45] beschrieben und bedeuten entsprechend

$$\varepsilon_{GS} = \frac{\varepsilon_G \cdot \alpha_S \cdot [1 + \Phi_S \cdot (1 - \varepsilon_G) \cdot (1 - \alpha_W)]}{1 - U}, \quad (7-35)$$

$$\varepsilon_{GW} = \frac{\varepsilon_G \cdot \alpha_W \cdot [1 + \Phi_S \cdot (1 - \varepsilon_G) \cdot (1 - \alpha_S)]}{1 - U}, \quad (7-36)$$

$$\varepsilon_{WS} = \frac{\alpha_W \cdot \alpha_S \cdot (1 - \varepsilon_G)}{1 - U} \cdot \varphi_{SW} \quad (7-37)$$

mit

$$U = (1 - \varepsilon_G) \cdot (1 - \alpha_W) \cdot [\Phi_S \cdot (1 - \varepsilon_G) \cdot (1 - \alpha_S) + (1 - \Phi_S)] \quad (7-38)$$

und

$$\Phi_S = \varphi_{SW} \cdot \frac{A_S}{A_W}, \quad 0 \leq \Phi_S \leq 1. \quad (7-39)$$

Die Einstrahlzahl zwischen Gut und Wand  $\varphi_{SW}$  kann in der Gleichung (7-39) als gleich 1 gesetzt werden, da ein geschlossenes System betrachtet wird. Mit dem oben dargestellten Algorithmus kann man relativ einfach den Gesamtwärme-  
strom an das Gut  $\dot{Q}_{GWS}$  und die Temperatur der adiabatischen Wände  $T_W$  berechnen oder den Einfluss des Absorptions- oder Emissionsgrades auf die Bestrahlung des Gutes prüfen.

In Bild 7.11 wird der Einfluss des Gutabsorptionsgrades auf die Temperatur der adiabatischen Wand für zwei Temperaturpaare  $T_G = 1000^\circ\text{C}$ ,  $T_S = 900^\circ\text{C}$  und  $T_G = 1000^\circ\text{C}$ ,  $T_S = 500^\circ\text{C}$  dargestellt. Je größer der Absorptionsgrad des Gutes ist,

desto kleiner ist die Temperatur der adiabatischen Wand. Die Temperatur der adiabatischen Wand fällt mit der Senkung des Emissionsgrades des Gases.

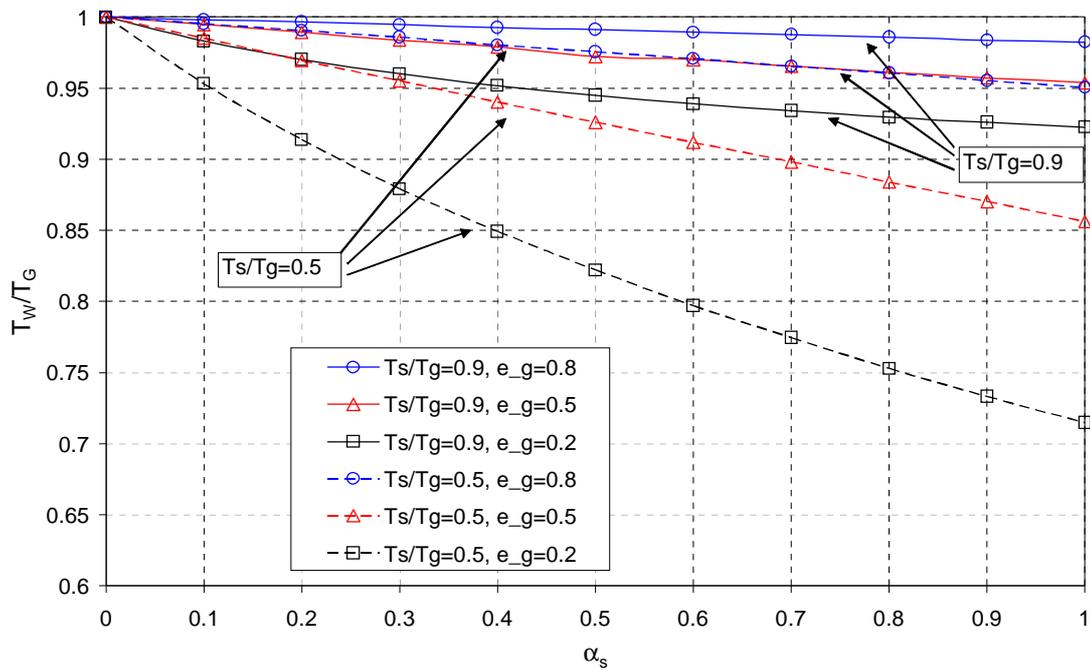


Bild 7.11: Abhängigkeit der Wandtemperatur vom Absorptionsgrad des Gutes

## 7.2 Indirekte Bestrahlung mit Strahlrohren

Die Bestrahlung der Güter wird sehr oft indirekt mit Strahlrohren durchgeführt. Die Verbrennung des Gases findet im Inneren der Strahlrohre statt (siehe [Bild 7.12](#))

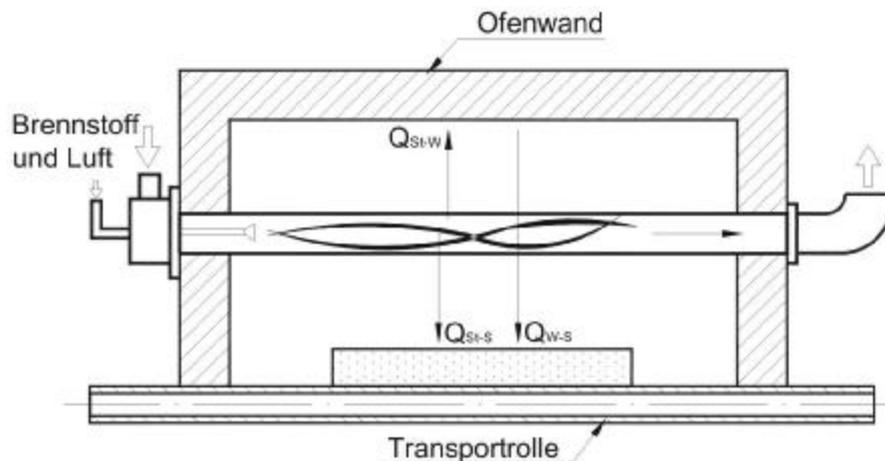


Bild 7.12: Beheizung mit den Strahlrohren

## 7. Strahlung

---

Die Außenwand der Strahlrohre wird durch die heißen Abgase erwärmt und überträgt die Wärme an das kalte Gut durch die Strahlung. Der Vorteil ist, dass die Abgase keinen Kontakt mit dem Gut haben, sodass es nicht zur Verschlechterung der Gutqualität kommt. Die Nachteile sind zusätzliche Kosten der Strahlrohre und die Begrenzung der Temperatur durch das Strahlrohrmaterial.

Die durch Strahlrohre ausgestrahlte Wärme fällt teilweise an die Wand. Die Verluste an der gut isolierten Wand sind zu vernachlässigen, weil die Wärme von der Wand reflektiert wird.

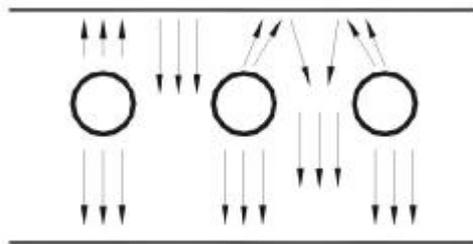


Bild 7.13: Sekundäre Bestrahlung durch die Decke

Die gesamte durch die Strahlrohre ausgestrahlte Wärme beträgt

$$\dot{Q}_{St} = n \cdot \pi \cdot D \cdot \epsilon_{eff} \cdot \sigma \cdot (T_{St}^4 - T_S^4) \quad (7-40)$$

wobei  $n$ ,  $D$ ,  $T_{St}$ , entsprechend Anzahl, Durchmesser, Temperatur der Rohre und  $\epsilon_{eff}$  der effektive Emissionsgrad zwischen Rohren, Wand und Gut bedeuten. In einem Grenzfall, wenn die Strahlrohre nebeneinander stehen, reduziert sich die gesamte Oberfläche der Strahlrohre zu einer Geraden, wie in [Bild 7.14](#) dargestellt ist.

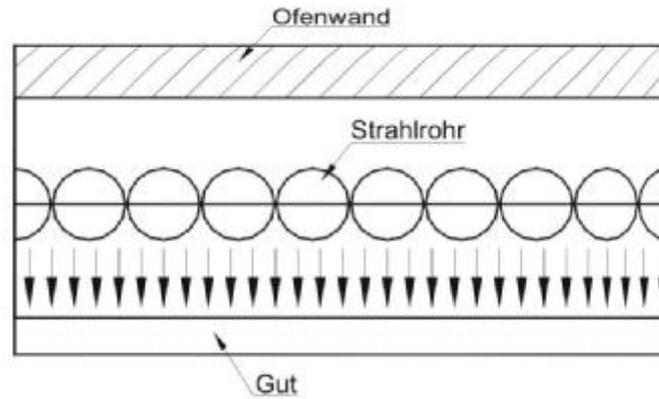


Bild 7.14: Bestrahlung durch die Strahlrohre wie bei zwei parallelen Platten

In diesem Fall gilt wie für zwei parallele Platten ein effektiver Emissionsgrad

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_S} + \frac{1}{\epsilon_{\text{St}}} - 1} \quad (7-41)$$

und der Wärmestrom

$$\frac{\dot{Q}_{\text{St-S}}}{A_S} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\epsilon_S} + \frac{1}{\epsilon_{\text{St}}} - 1} (T_{\text{St}}^4 - T_S^4). \quad (7-42)$$

Dieser Wärmestrom wird als maximal möglicher benannt und beträgt 138 kW/m<sup>2</sup> für  $T_{\text{St}} = 1200^\circ\text{C}$ ,  $T_S = 500^\circ\text{C}$ ,  $\epsilon_{\text{St}} = \epsilon_S = 0.7$ .

Eine andere Situation tritt auf, wenn zwischen den Strahlrohren der Abstand  $t = 2D$  ist (Bild 7.15).

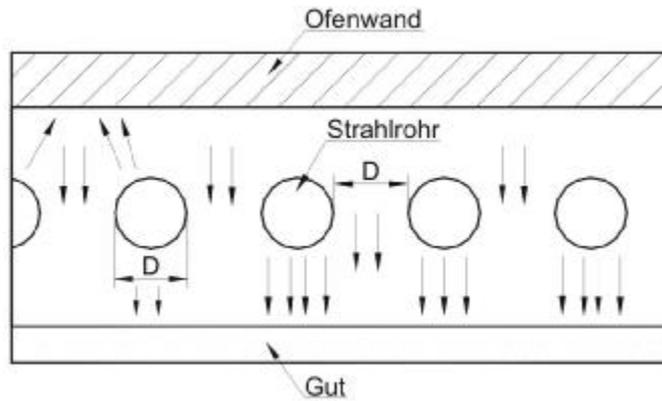


Bild 7.15: Bestrahlung beim Abstand  $t = 2D$

Auch in diesem Fall kann die runde Gestalt des Halbzylinders zu einer Geraden mit der Länge  $D$  bei der Voraussetzung nur senkrechter Bestrahlung reduziert werden. Dabei ist auf der ganzen Länge die Bestrahlung gleich hoch. Der Wärmestrom zwischen Strahlrohren und Wand muss durch das Verhältnis  $t = 2D$  verringert werden und beträgt:

$$\frac{\dot{Q}_{\text{St-S}}}{A_{\text{S}}} = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{\frac{1}{\epsilon_{\text{S}}} + \frac{1}{\epsilon_{\text{St}}} - 1} (T_{\text{St}}^4 - T_{\text{S}}^4). \quad (7-43)$$

Neben dem Wärmestrom von Strahlrohren muss auch der von der Wand reflektierte Wärmestrom berücksichtigt werden:

$$\frac{\dot{Q}_{\text{W-S}}}{A_{\text{S}}} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \frac{\sigma}{\frac{1}{\epsilon_{\text{S}}} + \frac{1}{\epsilon_{\text{W}}} - 1} (T_{\text{W}}^4 - T_{\text{S}}^4). \quad (7-44)$$

Wegen der Kompliziertheit bei der Bestimmung der Einstrahlzahlen zwischen Wand und Gut wird der Wärmeaustausch als zwei parallele Platten in Spalten zwischen den Strahlrohren angenommen.

Im allgemeinen Fall beim beliebigen Abstand  $t$  sehen die Gleichungen (7-43) und (7-44) entsprechend

$$\frac{\dot{Q}_{\text{St-S}}}{A_S} = \frac{D \cdot \Psi(t)}{t} \frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_{\text{St}}} + \frac{1}{\varepsilon_S} - 1} (T_{\text{St}}^4 - T_S^4), \quad (7-45)$$

$$\frac{\dot{Q}_{\text{W-S}}}{A_S} = \left(1 - \frac{D}{t}\right) \frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_W} + \frac{1}{\varepsilon_S} - 1} (T_W^4 - T_S^4) \quad (7-46)$$

aus. In der Gleichung (7-45) wurde ein Faktor  $\Psi$  zugegeben, der nachfolgend beschrieben und jetzt  $\Psi = 1$  angenommen wird. In oben genannten Gleichungen sind die Temperatur der Wand  $T_W$  und beide Wärmeströme  $\dot{Q}_{\text{St-S}}$  und  $\dot{Q}_{\text{W-S}}$  nicht bekannt. Um diese gesamte Bilanz zu schließen werden zwei fehlende Gleichungen benannt:

$$\frac{\dot{Q}_{\text{St-W}}}{A_S} = \left(\frac{D}{t}\right) \frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_{\text{St}}} + \frac{1}{\varepsilon_W} - 1} (T_{\text{St}}^4 - T_W^4) \quad (7-47)$$

und

$$\dot{Q}_{\text{St-W}} = \dot{Q}_{\text{W-S}} \quad (7-48)$$

Die Gleichung (7-48) ist nur gültig bei der Voraussetzung, dass die Wand adiabatisch ist. Die Tabelle 7.1 zeigt die Ergebnisse für verschiedene Strahlrohrabstände  $t$ .

Die in der Tabelle 7.1 dargestellten Wärmeströme sind jedoch kleiner als die numerisch berechneten und im Kapitel 7.2.2.4 beschriebenen Wärmeströme. Jedes Strahlrohr strahlt nicht nur senkrecht an das Gut oder die Wand sondern

## 7. Strahlung

auch in alle anderen Richtungen. Es ist aber schwierig in einfachen Formeln die Abhängigkeiten bzw. Einstrahlzahlen zu beschreiben.

t	$T_W$	$\frac{\dot{Q}_{St-S}}{A_S}$	$\frac{\dot{Q}_{W-S}}{A_S}$	$\frac{\dot{Q}_{Ges}}{A_S}$
1	1473	132.8	0	132.8
1.5	1343	88.5	29.5	118.0
2	1261	66.4	33.2	99.6
3	1159	44.2	29.5	73.7
4	1096	33.2	24.9	58.1
5	1052	26.6	21.2	47.8
6	1019	22.1	18.4	40.5
10	943	13.3	12	25.3

Tabelle 7.1: Ergebnisse der analytischen Berechnungen

Darum wird der Unterschied zwischen den numerisch und analytisch berechneten Wärmeströmen als Faktor  $\Psi$  bezeichnet. Dabei wurde vorausgesetzt, dass die gesamte durch die Strahlrohre ausgestrahlte Wärme nur mit dem Wärmestrom  $\dot{Q}_{St-S}$  gebunden ist. Dieser Vergleich wird in der Tabelle 7.2 gezeigt.

t	$\frac{\dot{Q}_{St-S}}{A_S}$ - analytisch	$\frac{\dot{Q}_{St-S}}{A_S}$ - numerisch	$\Psi$
1	132.8	138	1.04
1.5	88.5	140	1.58
2	66.4	131	1.97
3	44.2	108	2.45
4	33.2	91	2.75
5	26.6	78	2.92
6	22.1	68	3.09
10	13.3	44	3.31

Tabelle 7.2: Vergleich der analytischen und numerischen Berechnungen

## 7. Strahlung

Der Faktor  $\Psi$  befindet sich in den Grenzen zwischen ca. 1 und  $\pi$ . Das bedeutet im Grenzfall, wenn die Strahlrohre nebeneinander liegen ( $t = 1D$ ), stimmt das analytische Modell mit dem numerischen überein. Je größer der Strahlrohreabstand  $t$  ist, desto mehr nähert sich er an  $\pi$ . In unserem Modell wurde vorausgesetzt, dass nur die Fläche gleich  $D$  strahlt. Aber im Grenzfall, wenn sich die Strahlrohre weit weg von einander befinden, sollte die gesamte durch die Strahlrohre ausgestrahlte Wärme entweder direkt oder als Sekundärstrahlung an das Gut fallen. In diesem Fall sollte die Strahlfläche gleich  $\pi \cdot D$  sein. Faktor  $\Psi$  wurde im nächsten Schritt als eine von  $t$  abhängige Funktion approximiert und in die Gleichung (7-45) eingeführt.

$$\Psi(t) = \pi^{1-1/t} \quad (7-49)$$

Die Funktion wird in [Bild 7.16](#) dargestellt.

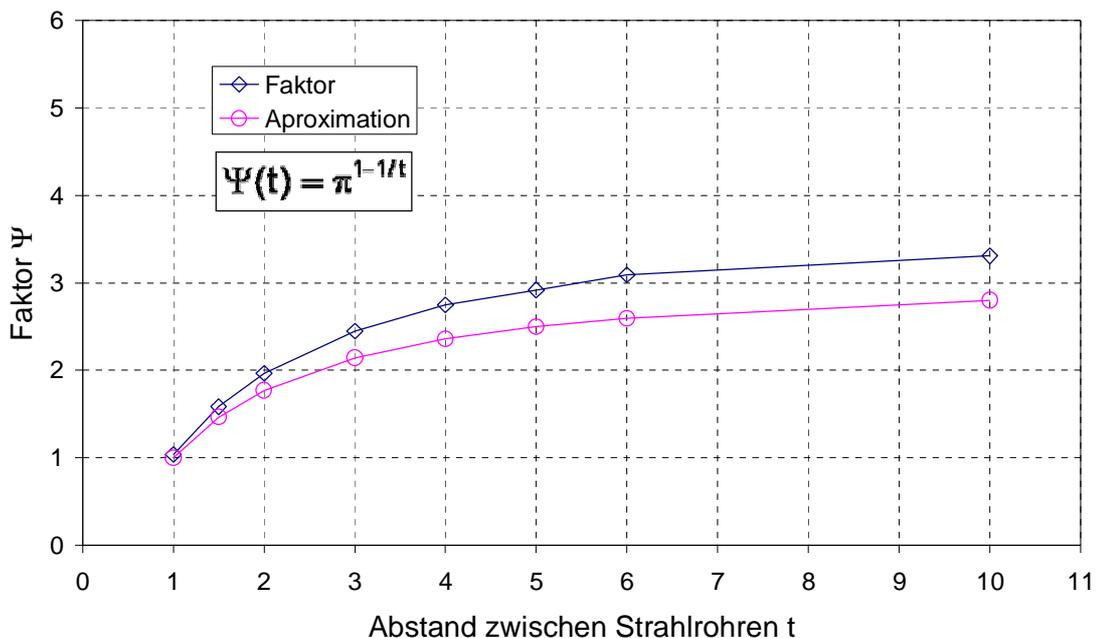


Bild 7.16: Faktor  $\Psi$

Mit der Gleichung (7-45) kann der Gesamtwärmestrom an die Gutoberfläche berechnet werden. Bei der Angabe der Temperaturen  $T_G$ ,  $T_S$ , der Emissionsgrade  $\varepsilon_G$ ,  $\varepsilon_S$ , des Durchmessers der Strahlrohre  $D$  und des Strahlrohreabstand-

## 7. Strahlung

des  $t$  wird der Gesamtwärmestrom schnell und einfach abgeschätzt. Der Vorteil der Gleichung ist, dass sie die Temperatur und der Emissionsgrad der Wand nicht erfordert.

### 7.2.1 Voraussetzungen zu Berechnungsbeispielen

Zur Ermittlung der Strahlungsverläufe auf der Oberfläche des Gutes wurde das FEM-Programm ANSYS benutzt. Die Skizze zu den Berechnungen zeigt [Bild 7.17](#).

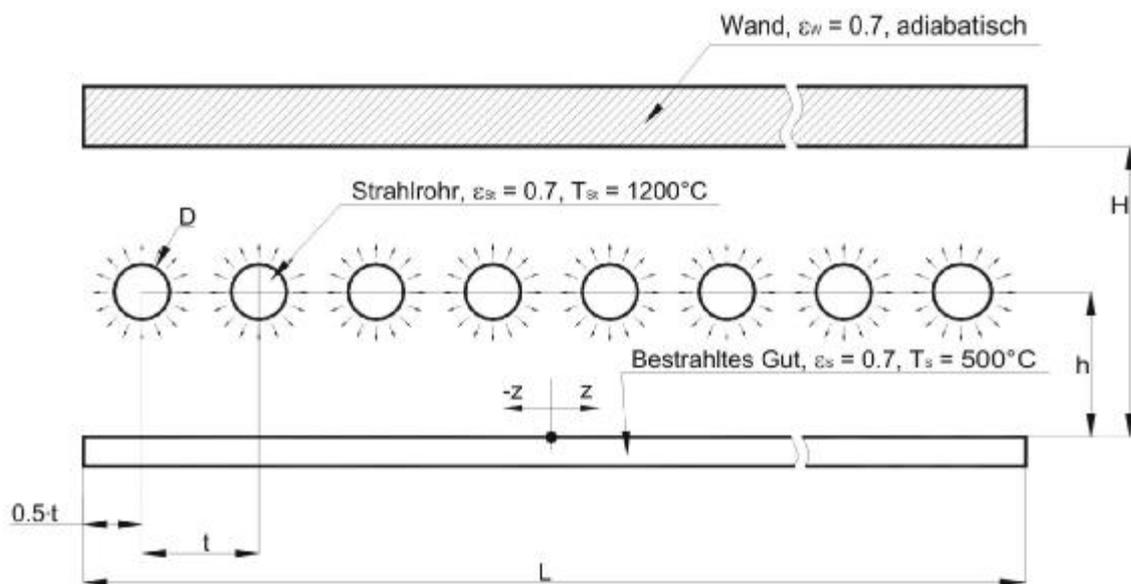


Bild 7.17: Prinzipielle Skizze zum Berechnungsmodell

In dem Bild befinden sich unten ein Gut und eine adiabatische Wand oben, die durch mehrere Strahlrohre bestrahlt sind. Ein Teil der ausgestrahlten Wärme wird von der adiabatischen Wand reflektiert, so dass die durch Strahlrohre ausgestrahlte Wärme auf die Gutoberfläche fällt. Zwischen den oben genannten Oberflächen befindet sich ein neutrales Gas, welches keinen Anteil am Wärmeaustausch nimmt.

Bei den Berechnungen wurde vorausgesetzt, dass das Gut und die Strahlrohre entsprechend die Temperaturen  $T_s = 500^\circ\text{C}$  und  $T_{St} = 1200^\circ\text{C}$  haben. Emissionsgrade für alle benannten Oberflächen wurden mit  $\epsilon_s = \epsilon_W = \epsilon_{St} = 0,7$  ange-

## 7. Strahlung

nommen. Alle Wärmeströme sind für die Zeit  $t_0 = 0$  berechnet, also mit der größten Temperaturdifferenz bezogen. Auf allen weiteren Diagrammen wurde die Bestrahlung des Gutes auf der oberen Oberfläche gezeigt und zwar in der Mitte. In Bild 7.18 wird eine beispielhafte Bestrahlung des Gutes dargestellt. Es ist zu beobachten, dass die Bestrahlung in der Mitte gleichmäßig ist. Aus den Experimenten mit verschiedenen Längen und Höhen des Ofens wurde die Schlussfolgerung gezogen, dass es bei der Strahlrohrbeheizung im Abstand von bis zu 3 Höhen am Rand des Gutes zur Verschlechterung der Bestrahlung kommt. Das bedeutet, dass nicht nur die senkrechte Strahlung, sondern auch die Seitenstrahlung großen Einfluss auf den Gesamtwert der Bestrahlung des Gutes hat. In Bild 7.18 z.B. wird eine Bestrahlung des Gutes im Ofen mit einer Höhe 0,5 m gezeigt. Zwischen 0-1,5 und 4,9-6,4 m ist die Bestrahlung kleiner als in der Mitte. Da die Bestrahlung des Gutes in der Mitte repräsentativ ist, wird in allen Diagrammen die Bestrahlung auf der Achse z gezeigt. Achse z wurde auch in Bild 7.17 dargestellt.

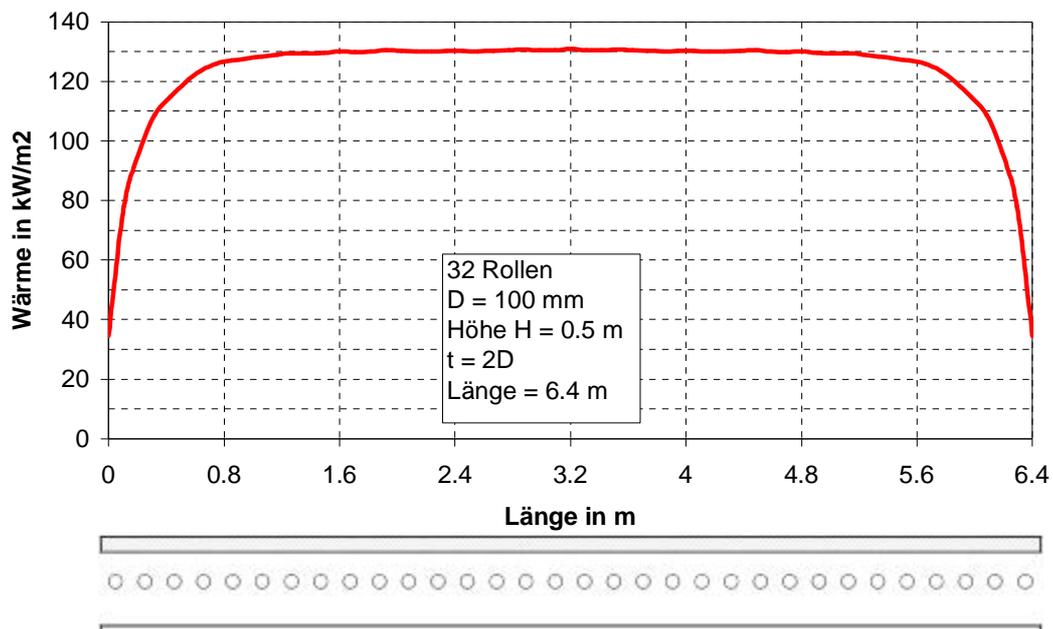


Bild 7.18: Unterschiedliche Bestrahlung des Gutes

### 7.2.2 Bestrahlung der oberen Gutoberfläche

In diesem Unterkapitel wurde die Bestrahlung auf der oberen Oberfläche des Gutes erforscht. Im Gegensatz zur Rollenseite fällt die Wärme durch Strahlung direkt an die Oberfläche des Gutes, sowohl von den Strahlrohren als auch von der adiabatischen Wand ohne Behinderung. An der Rollenseite werfen die Transportrollen Schatten auf die untere Oberfläche des Gutes und erschweren die Bestrahlung (siehe auch Bild 1.3).

#### 7.2.2.1 Höhe der Strahlrohre

In Bild 7.19 wird die Bestrahlung des Gutes in Abhängigkeit von dimensionslosem Abstand  $h/H$  zwischen den Strahlrohren und dem Gut dargestellt. Die gesamte Länge des Gutes war 6 m, die Anzahl der Strahlrohre 30 Stück, der Durchmesser  $D = 100$  mm und der Abstand zwischen den Strahlrohren  $t = 2D$ .

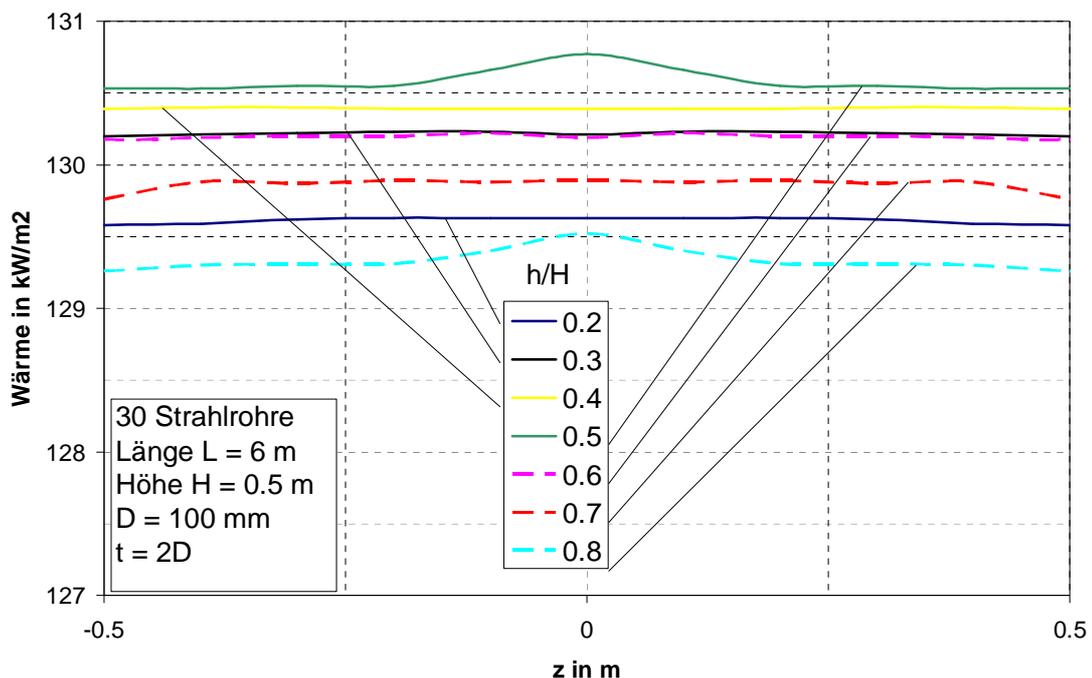


Bild 7.19: Bestrahlung des Gutes in Abhängigkeit von dem Abstand der Strahlrohre

Die Bestrahlung ist am intensivsten, wenn sich die Strahlrohre mittig zwischen Gut und Wand befinden. Sie sinkt entsprechend, wenn sich die Strahlrohre von

der Mitte entfernen. Jedoch ist der Unterschied zwischen der maximalen und minimalen Bestrahlung kleiner als 1%, so dass man die Höhenänderungen der Strahlrohre vernachlässigen kann.

### 7.2.2.2 Höhe des Ofens

Bild 7.20 zeigt den Einfluss des Abstands zwischen der Wand und dem Gut. In allen geprüften Fällen waren: Gut 6 m lang, 80 Strahlrohre mit Durchmesser  $D = 100$  mm und Abstand zwischen den Strahlrohren  $t = 2D$ . Die Strahlrohre befanden sich immer in der Mitte des Abstands zwischen Wand und Gut. Man kann in Bild 7.20 folgende Tendenz beobachten: je niedriger die Höhe, desto besser die Bestrahlung des Gutes. Ein kritischer Wert tritt bei 0,5 m auf. Der maximale Unterschied zwischen den dargestellten Werten ist nicht größer als 1% und man kann den Einfluss der Ofenhöhe vernachlässigen.

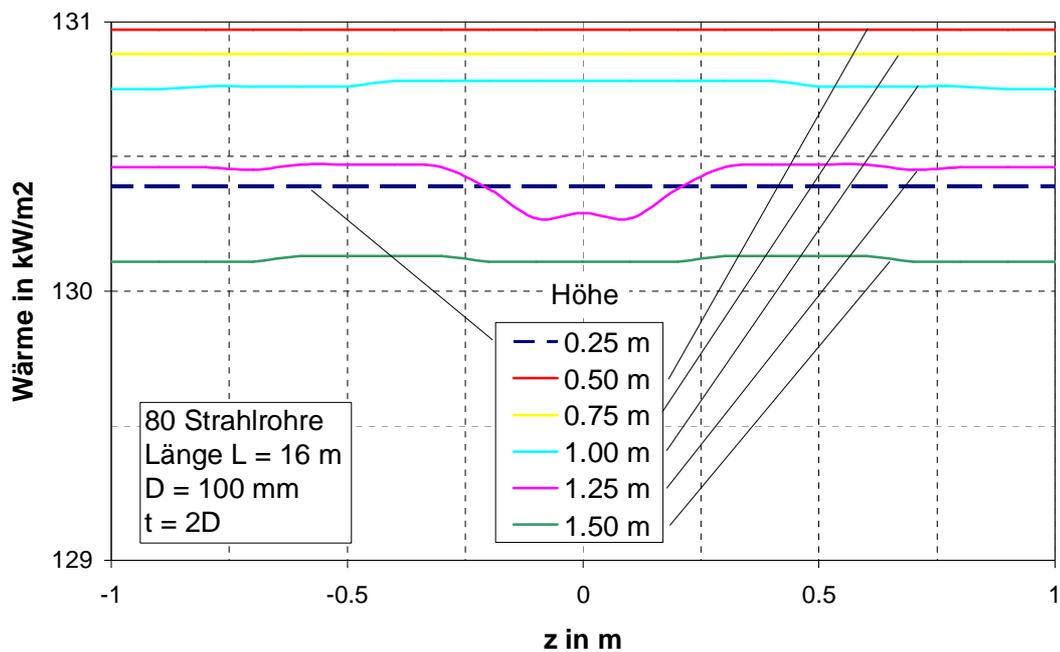


Bild 7.20: Bestrahlung des Gutes in Abhängigkeit von der Ofenhöhe

### 7.2.2.3 Durchmesser der Strahlrohre

Viele kleine Strahlrohre geben dieselbe durchschnittliche Bestrahlung des Gutes wie wenige große Strahlrohre, was in Bild 7.21 gezeigt wird. Bei den großen Durchmessern ist der Verlauf der Bestrahlung ungleichmäßig im Vergleich zu kleinen Durchmessern, jedoch sind die Schwankungen vernachlässigbar. Es wurde ein Ofen geprüft mit der Länge  $L = 14,4$  m, Höhe  $1,5$  m und mit festem Abstand zwischen den Strahlrohren  $t = 2D$ . Die Anzahl der Strahlrohre wurde so variiert, dass die gesamte strahlende Oberfläche der Strahlrohre konstant war, so entspricht z.B. die Oberfläche von 72 Strahlrohren mit Außendurchmesser  $D = 100$  mm den 24 Strahlrohren mit Außendurchmesser  $D = 300$  mm. Die Strahlrohre befanden sich immer in der Mitte des Abstands zwischen der Wand und dem Gut.

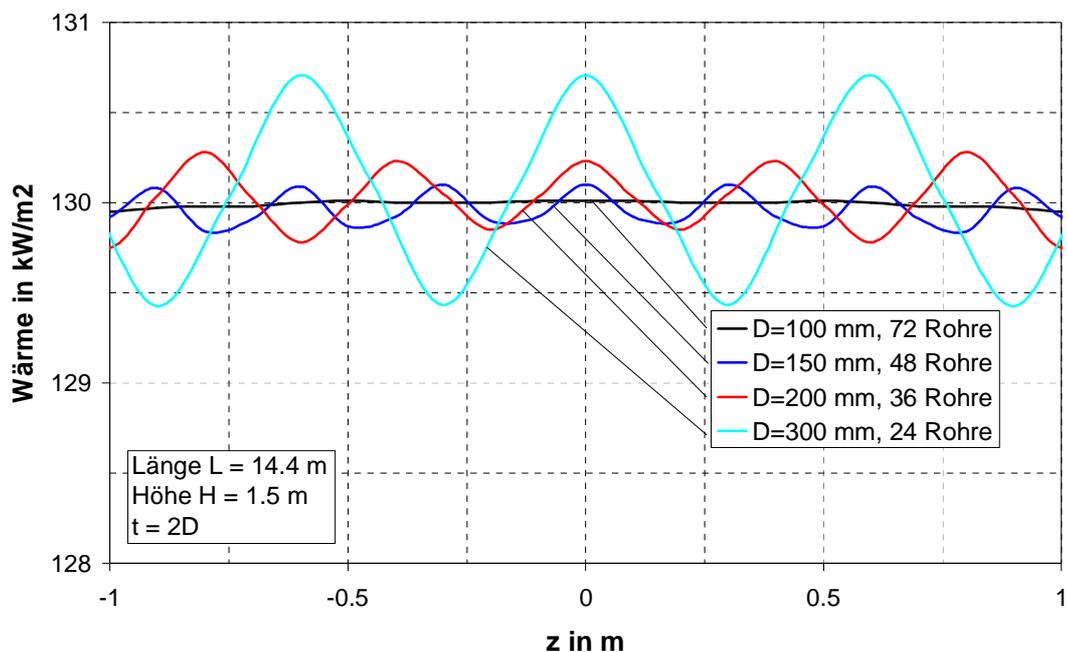


Bild 7.21: Bestrahlung des Gutes in Abhängigkeit von dem Strahlrohrdurchmesser

7.2.2.4 Abstand zwischen den Strahlrohren

Der Einfluss des Abstands zwischen den Strahlrohren auf die Bestrahlung des Gutes wird in Bild 7.22 gezeigt.

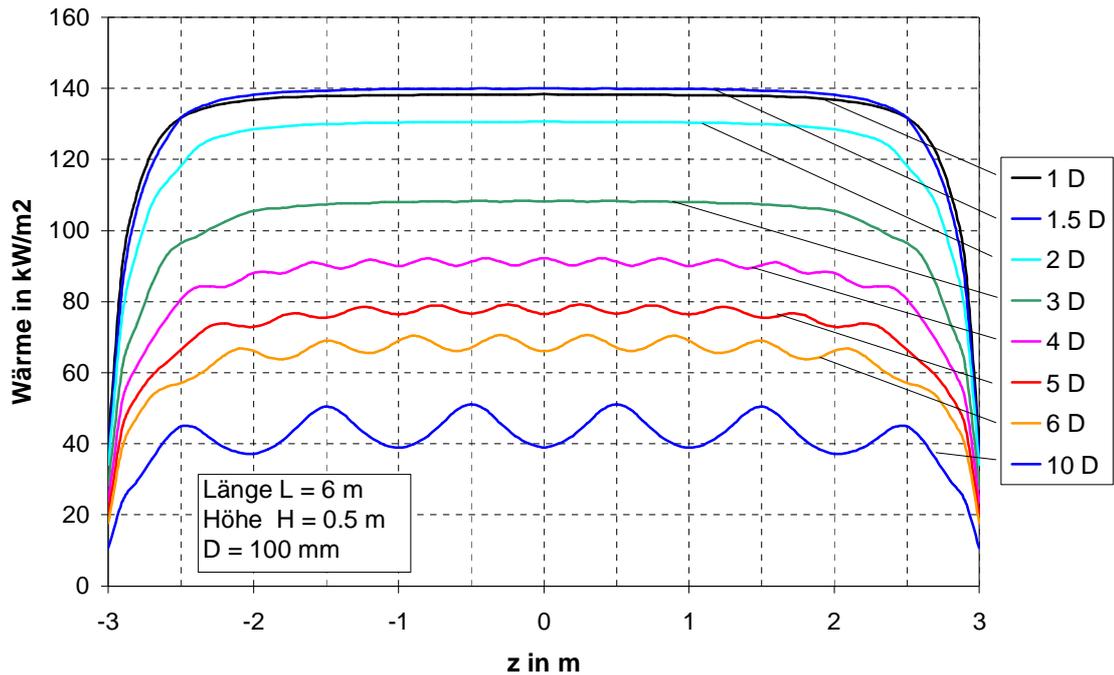


Bild 7.22: Bestrahlung des Gutes in Abhängigkeit von dem Abstand zwischen den Strahlrohren

Ein Gut mit Länge  $L = 6$  m, Höhe  $H = 0,5$  m wurde durch Strahlrohre mit dem Durchmesser  $D = 100$  mm bestrahlt. Die Strahlrohre befanden sich immer in der Mitte des Abstands zwischen Wand und Gut. Je kleiner der Abstand zwischen den Strahlrohren, desto größer war die Bestrahlung des Gutes.

Der niedrigste praktische Abstand zwischen den Strahlrohren beträgt  $t = 1,5D$ . Zuzüglich wurde auch ein Grenzfall berechnet, in welchem Strahlrohre nebeneinander stehen, dabei wurde das Gut schlechter bestrahlt als im Fall  $t = 1,5D$ . Obwohl der Unterschied gering ist, kann er jedoch den Anteil der adiabatischen Wand im Strahlungsaustausch repräsentieren.

In Bild 7.23 wird ein Vergleich der durch Strahlrohre ausgestrahlten Wärme mit der Gutbestrahlung in Abhängigkeit von dem Abstand zwischen den Strahlrohren  $t$  dargestellt.

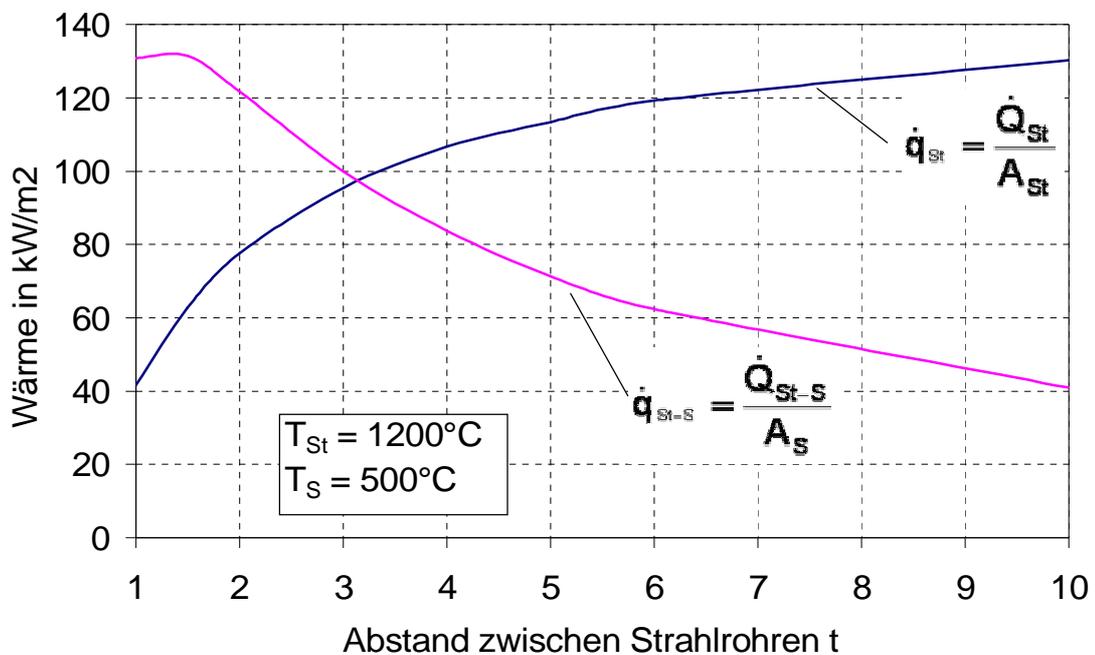


Bild 7.23: Effektivität der Strahlrohre und Bestrahlung des Gutes

Bei dem Strahlrohrabstand  $t = 4D$  werden die Strahlrohre z.B. mit dem Wirkungsgrad 85 % benutzt. Gleichzeitig ist das Gut mit einem Wirkungsgrad 60% bestrahlt. Die Verdopplung der Anzahl der Strahlrohre bringt zwar nur 60% der Ausnutzung der Strahlrohre, aber die Bestrahlung des Gutes steigt bis auf 95%. Die in Bild 7.23 gezeigten Kurven für die durch Strahlrohre ausgestrahlte Wärmestromdichte  $\dot{q}_{st}$  und die an das Gut fallende Wärmestromdichte  $\dot{q}_{st-s}$  lassen sich entsprechend mit den Gleichungen (7-40) und (7-45) berechnen.

Die Antwort auf die Frage „Lohnt es sich, entweder mehr Strahlrohre in einem Ofen einzubauen oder einfach diesen Ofen um ein paar Meter zu verlängern?“ ergibt sich aus der Kostenanalyse.

### 7.2.3 Rollenseite

Im folgenden Beispiel wird der Einfluss des Rollendurchmessers auf die Bestrahlung des Gutes dargestellt. Die Skizze zu den Berechnungen wird in Bild 7.24 gezeigt.

## 7. Strahlung

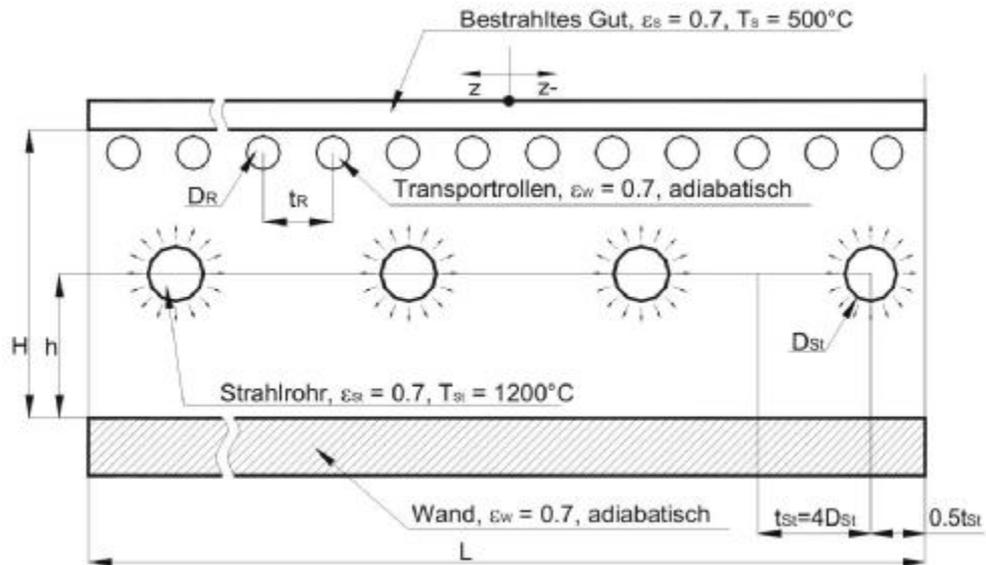


Bild 7.24: Prinzipielle Skizze zum Berechnungsmodell

An der Rollenseite kommt es zur Verschlechterung der Bestrahlung des Gutes durch die Transportrolle. Beispielhafte Bestrahlung des Gutes wird in [Bild 7.25](#) dargestellt.

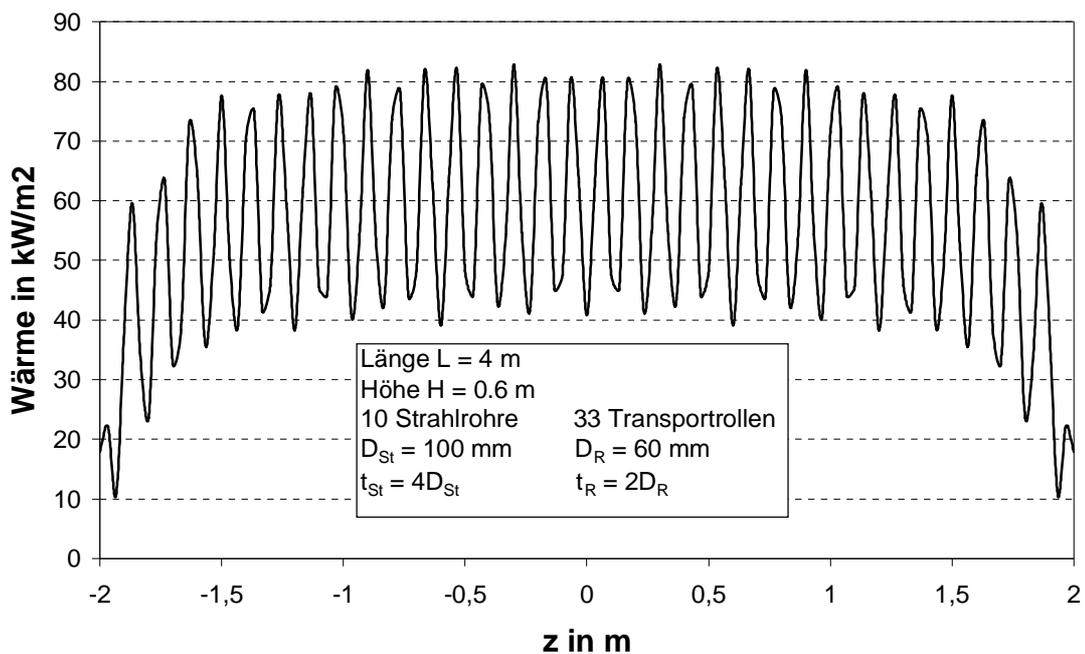


Bild 7.25: Verteilung der Bestrahlung an der Rollenseite

## 7. Strahlung

---

In Bild 7.25 sieht man die unregelmäßige Bestrahlung eines 4-Meter langen Gutes. Die 33 Transportrollen werfen auf der Oberfläche des Gutes Schatten, die die gesamte Bestrahlung deutlich verringern.

Untersucht wurde ein Ofen in Bild 7.24 mit einer Länge  $L = 4$  m und einer Höhe  $H = 0,6$  m. Der Ofen wurde jeweils mit 10 Strahlrohren mit dem Durchmesser  $D_{St} = 100$  mm beheizt. Der Abstand zwischen den Strahlrohren war  $4 D_{St}$ . Die Anzahl der Transportrollen hat sich entsprechend der Durchmesser der Transportrollen geändert. Der Abstand zwischen den Transportrollen  $t_R$  war jedoch konstant und  $t_R = 2 \cdot D_R$ . Strahlrohre hatten  $T_{St} = 1200^\circ\text{C}$  und Gut  $T_S = 500^\circ\text{C}$ . Die Transportrolle und die Wand waren adiabatisch und die Emissionsgrade für alle Oberflächen wurden als 0,7 angenommen. Die Transportrollen befinden sich in Bild 7.24 in kleinem Abstand vom Gut. Hier ist vorausgesetzt, dass die Rollen speziell geformt sind und haben in diesem konkreten Abschnitt keinen Kontakt mit dem Gut.

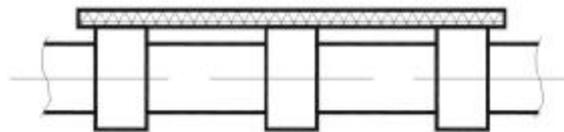


Bild 7.26: Speziell geformte Transportrolle

In Bild 7.27 wird der Einfluss der Rollendurchmesser auf die Bestrahlung des Gutes gezeigt.

Das Beispiel zeigt, dass der Durchmesser der Rolle keinen Einfluss auf die Bestrahlung des Gutes bei der Voraussetzung adiabatischer Strahlrohre hat. In diesem Beispiel wurde jedoch nur der Stillstand untersucht, in welchem sich die Rollen nicht drehen. Der Wärmetransport im Kontaktbereich wurde hier nicht berücksichtigt.

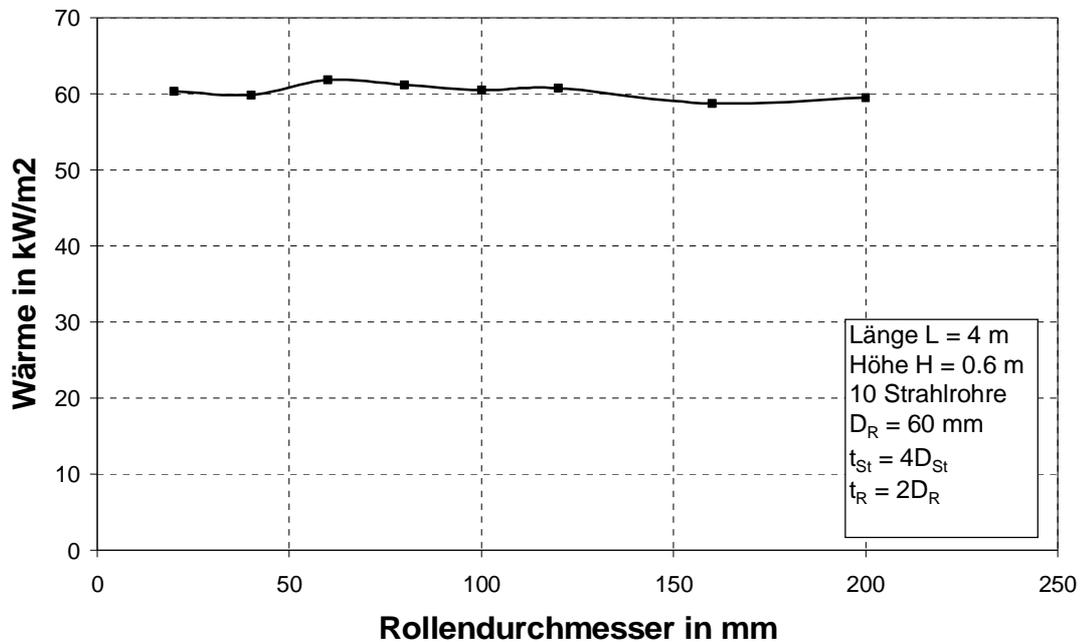


Bild 7.27: Wärmestrom in Abhängigkeit des Rollendurchmessers

### 7.3 Örtliche Verteilung

Die Geometrie eines Ofens beeinflusst die Erwärmung von Gütern, insbesondere falls die Wärme überwiegend durch Strahlung übertragen wird. Für einen Rollenofen mit einer Breite von 4 m wurde die Erwärmung von Blechen unterschiedlicher Breite untersucht, wobei davon ausgegangen wurde, dass die Wärme ausschließlich durch Strahlung übertragen wird. Die Öfen mit gerader und gewölbter Decke sind in Bild 7.28 skizziert.

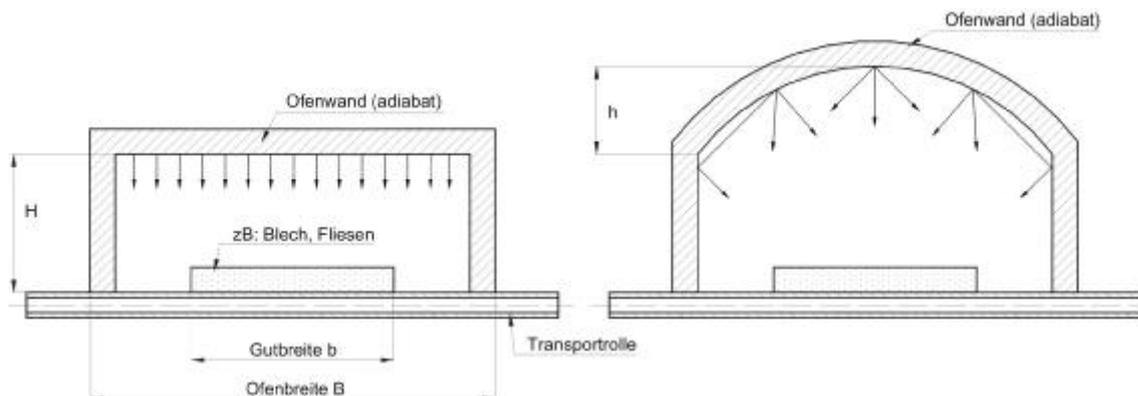


Bild 7.28: Rollenöfen mit gerader und gewölbter Decke

Die Transportrollen wurden vereinfachend als adiabat angenommen, sodass die Wärme nur von der Oberseite auf die Bleche strahlt. Die Breite der Bleche war 1 m, 2,5 m und 3,5 m. Die Breite des Ofens war 4 m und die Höhe des Ofens wurde mit 0,5 m, 1 m und 1,5 m verändert. Untersucht wurde ebenfalls eine Wölbung der Decke. Bei der Wärmeübertragung wurde davon ausgegangen, dass die Decke und die Seitenwände mit einer konstanten Temperatur strahlen und dass das Blech über der Breite eine konstante Temperatur hat. Die Höhe der Temperaturen wurde variiert. Die Wände wurden mit einem Emissionsgrad von 0,8 und das Blech mit 0,5 angenommen.

Zur Berechnung des Strahlungsaustausches wurden die Wände und das Blech in etwa 300 kleine Elemente aufgeteilt und der gegenseitige Strahlungsaustausch mit der Netto-Strahlungsmethode berechnet.

Die in Bild 7.28 gezeigte Ofenkammer wurde in selbst geschriebener Applikation in Visual Basic 5.0 programmiert und berechnet [36]-[43].

### 7.3.1 Örtliche Wärmestromdichte bei gerader Decke

Zunächst wird auf den Einfluss der Ofenhöhe bei einer geraden Decke eingegangen. Bild 7.29 zeigt den Verlauf der übertragenen Wärmestromdichte über der Blechbreite für die drei betrachteten Bleche von 1, 2,5 und 3,5 m bei einem flachen Ofen mit 0,5 m Höhe. Die Temperatur der Wand beträgt bei diesem Beispiel 930°C und die des Gutes 680°C. Man erkennt, dass die übertragene Wärmestromdichte an den Rändern jeweils am Höchsten ist und zur Mitte hin kontinuierlich abnimmt. Die relativen Unterschiede sind bei dem breiten Blech mit 3,5 m am größten, was später noch ausführlicher gezeigt wird. Das Bild 7.30 und Bild 7.31 zeigt die analogen Verläufe der Wärmestromdichte für die beiden Ofenhöhen 1 bzw. 1,5 m. Die Wärmestromdichte ist in allen Fällen wiederum am Rand am höchsten, jedoch nehmen die relativen Unterschiede mit der Höhe ab.

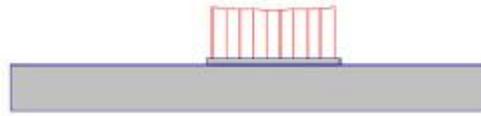
Da die Ofenhöhe einen großen Einfluss hat, wird dieser gesondert mit Bild 7.32 diskutiert. Dargestellt ist wiederum der Verlauf der Wärmestromdichte für die

drei betrachteten Blechbreiten, wobei jedoch in allen drei Teilbildern die Ofenhöhe als Parameter auftritt. Man erkennt, wie mit zunehmender Ofenhöhe zum einen das Niveau der Wärmestromdichte ansteigt und zum anderen die örtlichen Unterschiede geringer werden. In den Bildern ist hierzu die Differenz der Wärmestromdichte zwischen Rand und Mitte, bezogen auf den Randwert angegeben. Bei dem breiten Blech von 3,5 m verringern sich die relativen Unterschiede mit der Ofenhöhe von 15,3% auf 4,6%. Bei dem schmalen Blech von 1 m sind die relativen Unterschiede am kleinsten. Sie verringern sich mit der Ofenhöhe von 5,5% auf 0,3%.

## 7. Strahlung

---

Gutbreite  $b = 1 \text{ m}$ , Guttemperatur  $T_S = 680^\circ\text{C}$ , Temperatur strahlender Wände  $T_W = 930^\circ\text{C}$



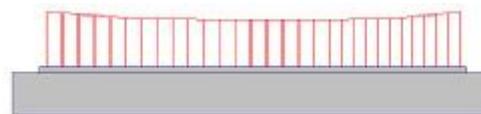
Mittelwert in W	43052
Maximaler Wert in W	44488
Minimaler Wert in W	42047
Maximaler Unterschied in %	5,5

Gutbreite  $b = 2,5 \text{ m}$ , Guttemperatur  $T_S = 680^\circ\text{C}$ , Temperatur strahlender Wände  $T_W = 930^\circ\text{C}$



Mittelwert in W	37124
Maximaler Wert in W	41372
Minimaler Wert in W	34910
Maximaler Unterschied in %	15,6

Gutbreite  $b = 3,5 \text{ m}$ , Guttemperatur  $T_S = 680^\circ\text{C}$ , Temperatur strahlender Wände  $T_W = 930^\circ\text{C}$

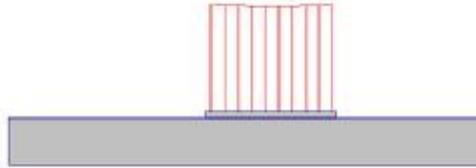


Mittelwert in W	35114
Maximaler Wert in W	39305
Minimaler Wert in W	32298
Maximaler Unterschied in %	15,3

Bild 7.29: Bestrahlung des Gutes im Ofen ( $H = 0,5 \text{ m}$ )

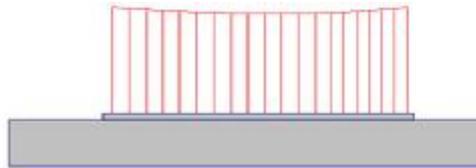
## 7. Strahlung

Gutbreite  $b = 1 \text{ m}$ , Guttemperatur  $T_S = 680^\circ\text{C}$ , Temperatur strahlender Wände  $T_W = 930^\circ\text{C}$



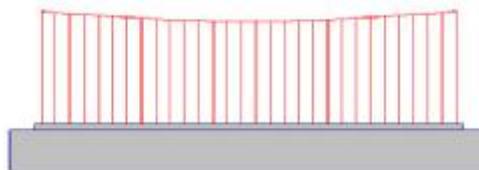
Mittelwert in W	47893
Maximaler Wert in W	48196
Minimaler Wert in W	47686
Maximaler Unterschied in %	1,06

Gutbreite  $b = 2,5 \text{ m}$ , Guttemperatur  $T_S = 680^\circ\text{C}$ , Temperatur strahlender Wände  $T_W = 930^\circ\text{C}$



Mittelwert in W	40677
Maximaler Wert in W	42501
Minimaler Wert in W	39532
Maximaler Unterschied in %	6,99

Gutbreite  $b = 3,5 \text{ m}$ , Guttemperatur  $T_S = 680^\circ\text{C}$ , Temperatur strahlender Wände  $T_W = 930^\circ\text{C}$

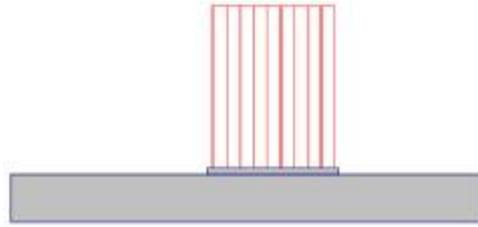


Mittelwert in W	37760
Maximaler Wert in W	39975
Minimaler Wert in W	36400
Maximaler Unterschied in %	8,94

Bild 7.30: Bestrahlung des Gutes im Ofen ( $H = 1,0 \text{ m}$ )

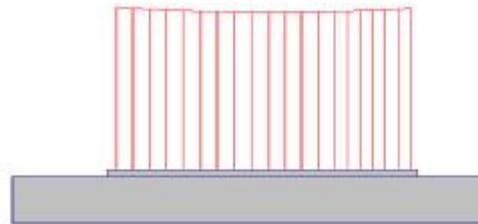
## 7. Strahlung

Gutbreite  $b = 1 \text{ m}$ , Guttemperatur  $T_S = 680^\circ\text{C}$ , Temperatur strahlender Wände  $T_W = 930^\circ\text{C}$



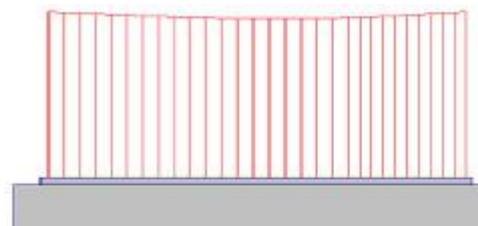
Mittelwert in W	50039
Maximaler Wert in W	50132
Minimaler Wert in W	49976
Maximaler Unterschied in %	0,31

Gutbreite  $b = 2,5 \text{ m}$ , Guttemperatur  $T_S = 680^\circ\text{C}$ , Temperatur strahlender Wände  $T_W = 930^\circ\text{C}$



Mittelwert in W	43064
Maximaler Wert in W	43886
Minimaler Wert in W	42559
Maximaler Unterschied in %	3,02

Gutbreite  $b = 3,5 \text{ m}$ , Guttemperatur  $T_S = 680^\circ\text{C}$ , Temperatur strahlender Wände  $T_W = 930^\circ\text{C}$



Mittelwert in W	39902
Maximaler Wert in W	41038
Minimaler Wert in W	39172
Maximaler Unterschied in %	4,55

Bild 7.31: Bestrahlung des Gutes im Ofen ( $H = 1,5 \text{ m}$ )

## 7. Strahlung

Decke und Wände  $T = 930^{\circ}\text{C}$ ,  $T_s = 680^{\circ}\text{C}$ ,  $\varepsilon = 0,5$ , gerade Decke

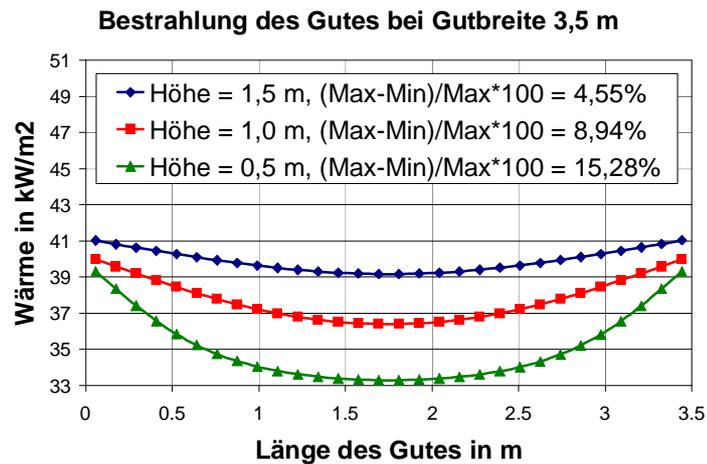
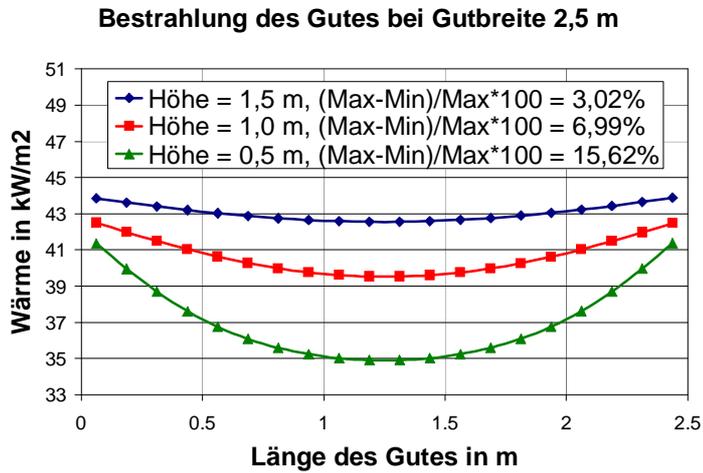
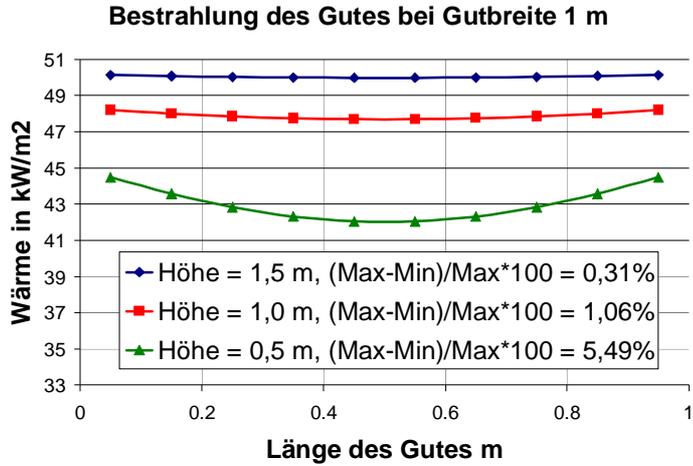


Bild 7.32: Bestrahlung des Gutes in Abhängigkeit von der Höhe des Ofens

## 7. Strahlung

Decke und Wände  $T = 1200^{\circ}\text{C}$ ,  $T_S = 680^{\circ}\text{C}$ ,  $\varepsilon = 0,5$ , gerade Decke

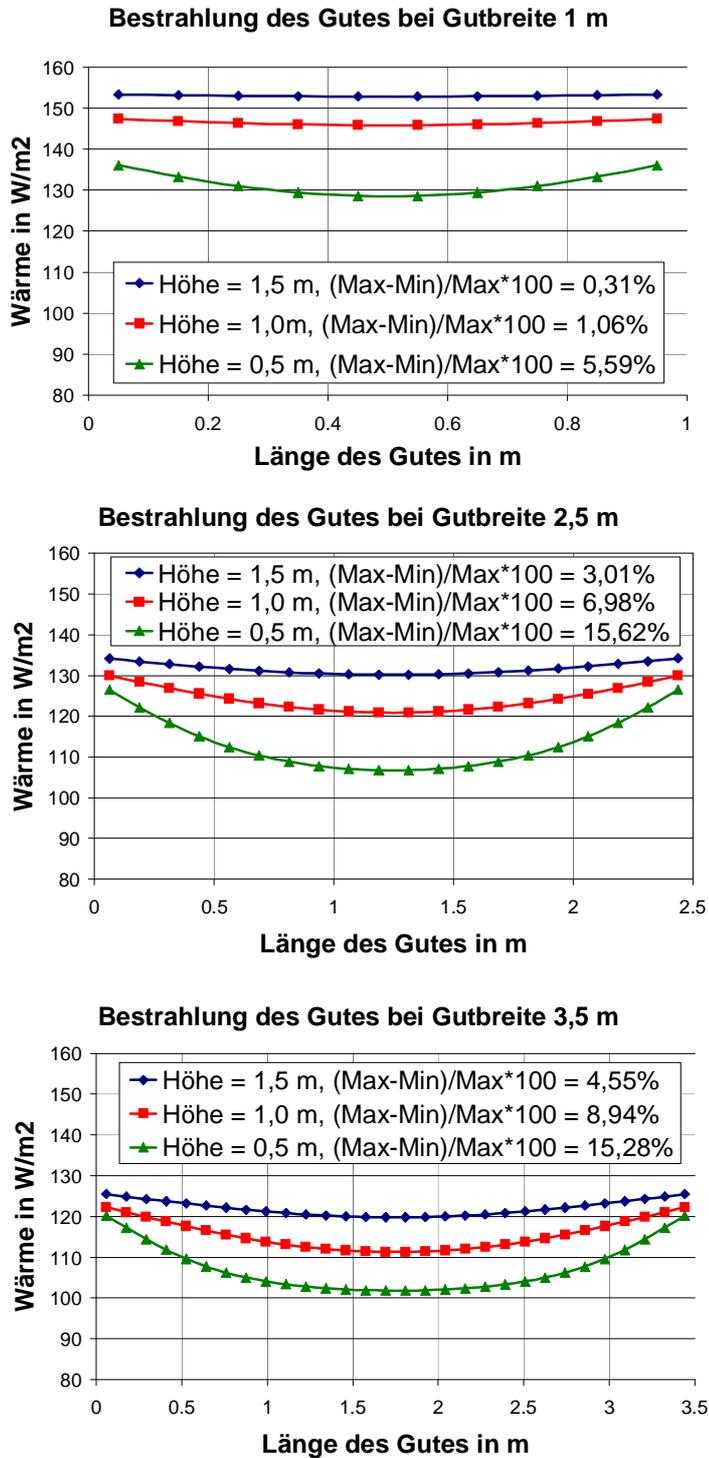


Bild 7.33: Bestrahlung des Gutes in Abhängigkeit von der Höhe des Ofens

## 7. Strahlung

Decke und Wände  $T = 930^\circ\text{C}$ ,  $T_S = 20^\circ\text{C}$ ,  $\varepsilon = 0,5$ , gerade Decke

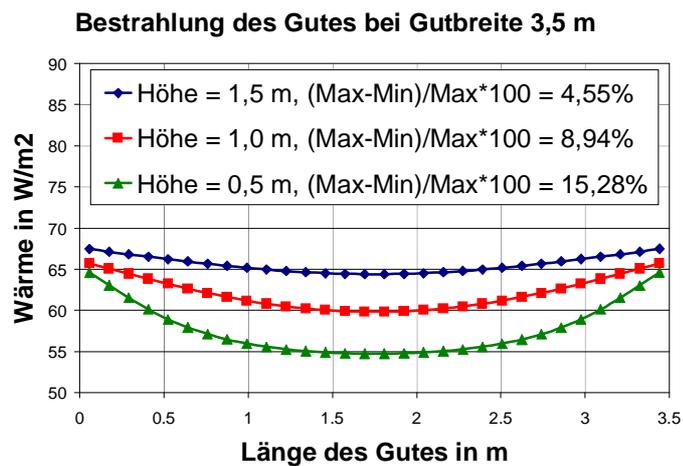
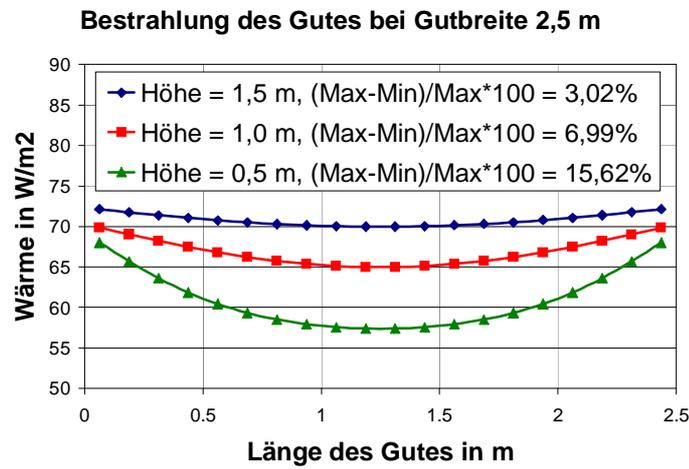
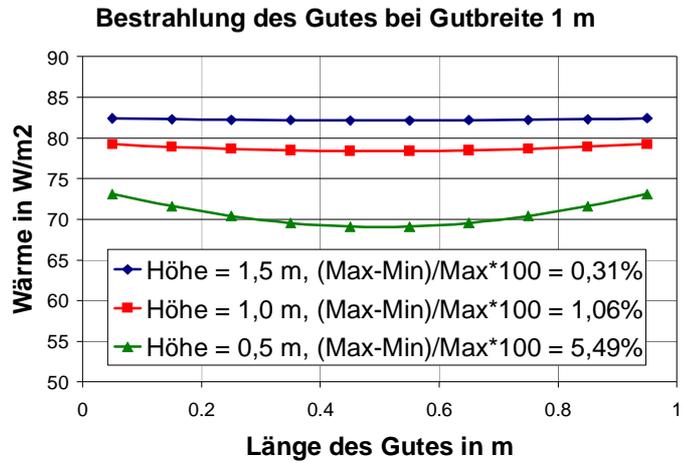


Bild 7.34: Bestrahlung des Gutes in Abhängigkeit von der Höhe des Ofens

In Bild 7.33 sind die analogen Verläufe der Wärmestromdichte für den Fall dargestellt, dass die Wände nicht mit 930°C sondern mit 1200°C strahlen. Hieraus ist ersichtlich, dass zwar auf Grund der höheren Temperatur das Niveau der Wärmestromdichte zugenommen hat, jedoch die relativen Unterschiede nahezu unverändert geblieben sind.

In Bild 7.34 ist die Temperatur des Bleches verändert worden, und zwar auf den kleinsten Wert von 20°C. Die Wände strahlen wieder mit 930°C. Auch in diesem Fall wird wiederum nur das Niveau der Wärmestromdichte, jedoch nicht deren relative Unterschiede verändert.

Zusammenfassend lässt sich aus diesen Ergebnissen folgern, dass die relativen Unterschiede der Wärmestromdichte über die Blechbreite von der Ofenhöhe beeinflusst werden, jedoch nicht von den Temperaturverhältnissen im Ofen. Die Unterschiede sind somit unabhängig vom Prozess der Wärmebehandlung.

### 7.3.2 Beeinflussung der Blecherwärmung

Im Folgenden werden die Temperaturunterschiede über die Blechbreite abgeschätzt, die sich auf Grund der verschiedenen Wärmestromdichte ergeben. Dazu wird vorausgesetzt, dass die Wärmeleitung im Blech quer zur Transportrichtung, also in Breitenrichtung wegen der geringen Dicke vernachlässigt werden kann. Die Erwärmung des Randbereiches und der Mitte kann dann unabhängig voneinander ermittelt werden.

Da wegen der geringen Blechdicke und damit Biotzahlen kleiner als 0,1 die Wärmeleitung in Richtung der Dicke ebenfalls vernachlässigt werden kann, gilt sowohl am Rand als auch in der Mitte die Energiebilanz bei Wärmeübertragung durch Strahlung

$$c \cdot \rho \cdot s \cdot \frac{dT}{dt} = \varepsilon(b) \cdot \sigma \cdot (T_w^4 - T^4) \quad (7-50)$$

## 7. Strahlung

---

Hierin bedeuten  $c$ ,  $\rho$ ,  $s$ ,  $T$  die spezifische Wärmekapazität, die Dichte, die Dicke und die Temperatur des Gutes,  $T_W$  die Temperatur der Ofenwände und  $\varepsilon(b)$  der Strahlungsaustauschgrad zwischen Ofenwand und Gut, der ortsabhängig aus den vorherigen Berechnungen ermittelt wurde. Dieser ist folglich am Rand höher als in der Mitte. Als Anfangsbedingung wurde die Blechtemperatur bei Eintritt in den Ofen auf  $20^\circ\text{C}$  gesetzt

$$T(t=0) = 20^\circ\text{C}. \quad (7-51)$$

Für die Erwärmungszeit folgt aus Gleichung (7-50)

$$t = \frac{c \cdot \rho \cdot s}{\varepsilon(b) \cdot \sigma} \int_{20^\circ\text{C}}^T (T_W^4 - T^4) \cdot dT. \quad (7-52)$$

In Bild 7.35 ist der zeitliche Verlauf der Blechtemperatur am Rand (außen) und in der Mitte (innen) für die drei Ofenhöhen gezeigt, und zwar für eine Breite 3,5 m bei einer Wandtemperatur  $930^\circ\text{C}$ . Man erkennt, wie der Rand schneller erwärmt wird als die Mitte des Blechs. In Bild 7.36 und Bild 7.37 sind die entsprechenden Temperaturverläufe für die Gutbreiten 2,5 und 1 m gezeigt. Wie zu erwarten, werden die Temperaturunterschiede mit zunehmender Ofenhöhe und abnehmender Blechbreite geringer.

Die Temperaturdifferenz zwischen Rand und Mitte ist in Bild 7.38 für die betrachteten Fälle verdeutlicht. Man erkennt, wie die Differenz etwa bei einem Drittel der Erwärmungszeit ein Maximum erreicht und schließlich wieder gegen null geht. Bei der Gutoberfläche von 3,5 m sind die Differenzen am höchsten, erreichen bei dem flachen Ofen 80 K. Je höher der Ofen wird, desto geringer werden die Differenzen.

Decke und Wände  $T = 930^{\circ}\text{C}$ ,  $T_s = 20^{\circ}\text{C}$ , Gutbreite = 3,5 m

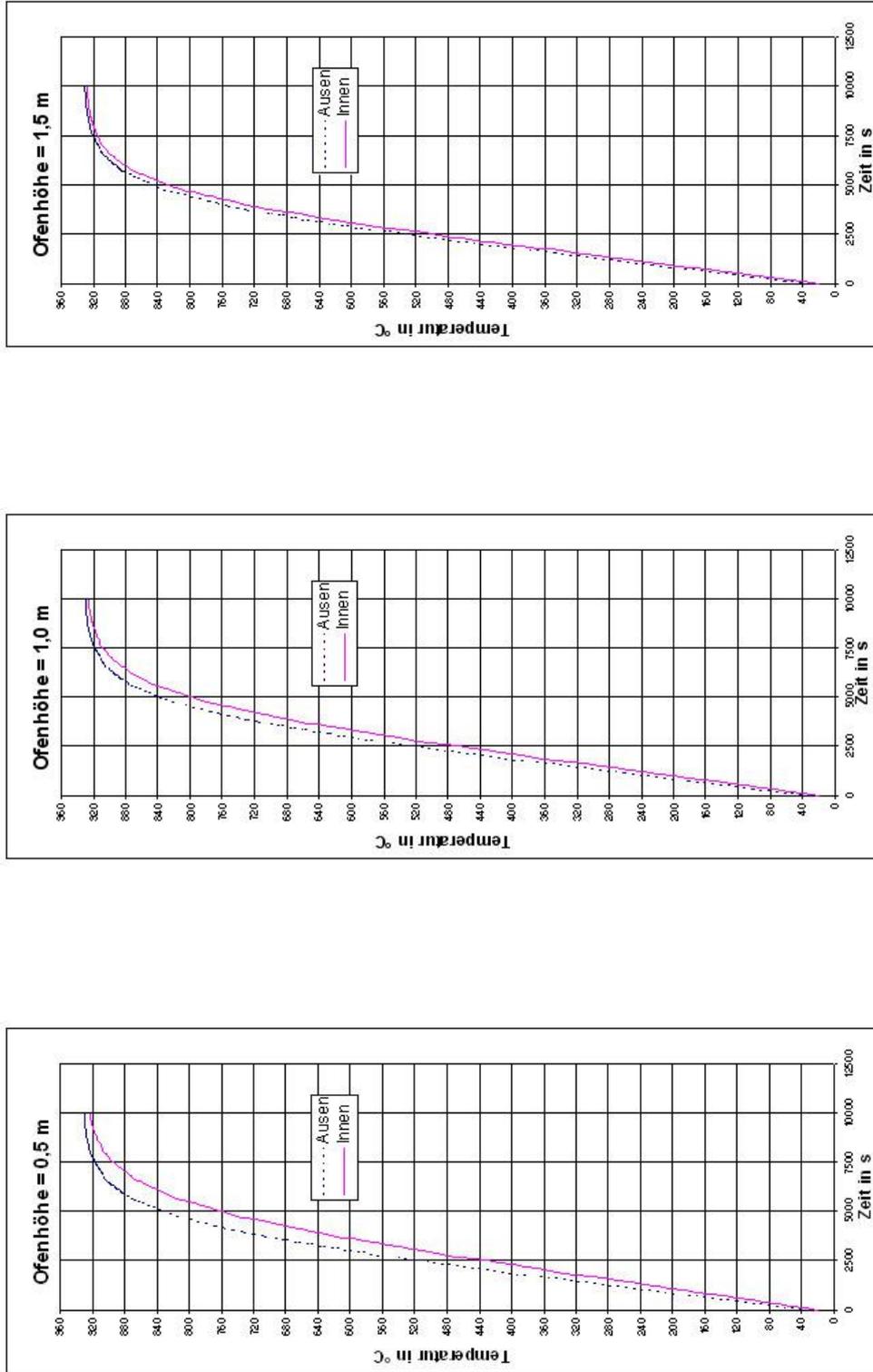


Bild 7.35: Erwärmungszeit des Gutes in Abhängigkeit von der Höhe des Ofens

Decke und Wände  $T = 930^{\circ}\text{C}$ ,  $T_s = 20^{\circ}\text{C}$ , Gutbreite = 2,5 m

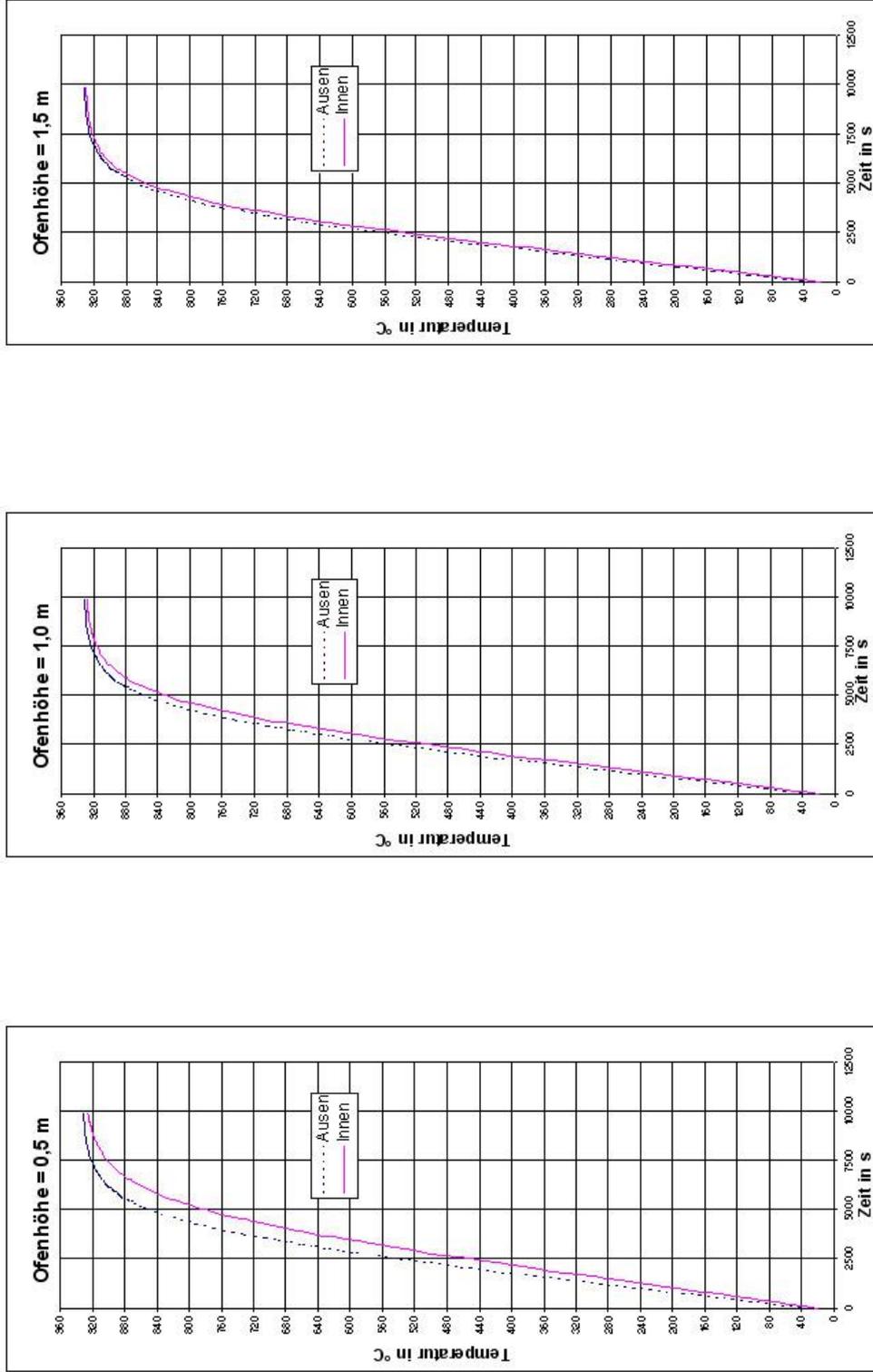


Bild 7.36: Erwärmungszeit des Gutes in Abhängigkeit von der Höhe des Ofens

Decke und Wände  $T = 930^\circ\text{C}$ ,  $T_s = 20^\circ\text{C}$ , Gutbreite = 1 m

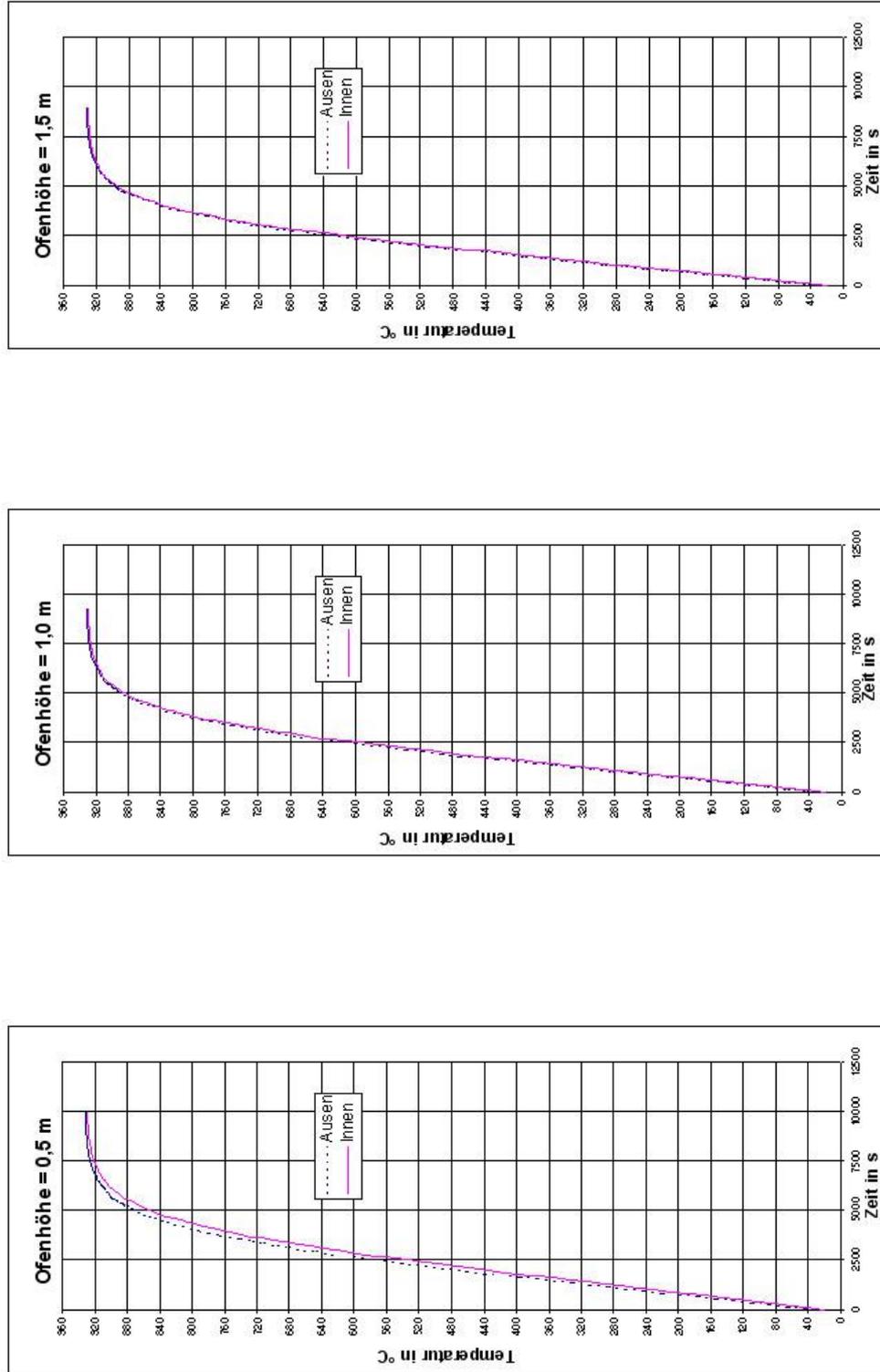
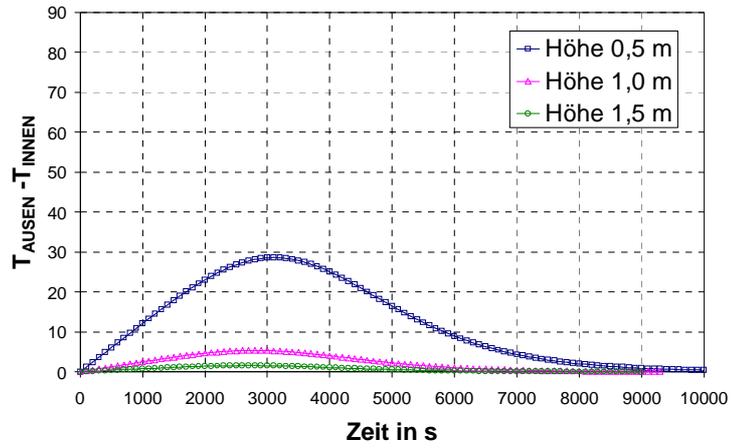


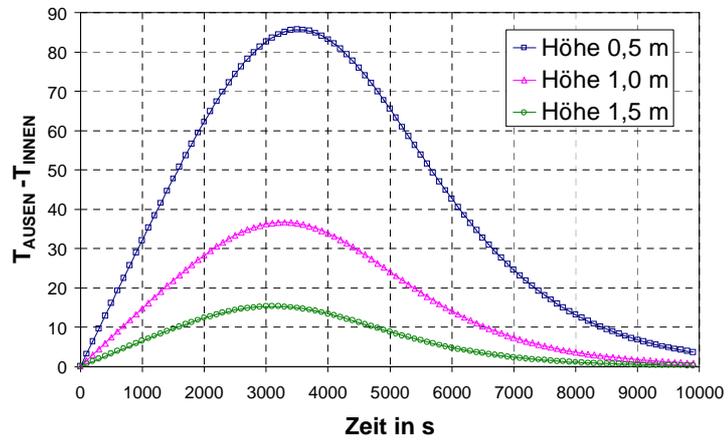
Bild 7.37: Erwärmungszeit des Gutes in Abhängigkeit von der Höhe des Ofens

Dicke des Gutes  $s = 25 \text{ mm}$ ,  $T = 930^\circ\text{C}$ ,  $T_s = 20^\circ\text{C}$

**Gutbreite 1 m**



**Gutbreite 2,5 m**



**Gutbreite 3,5 m**

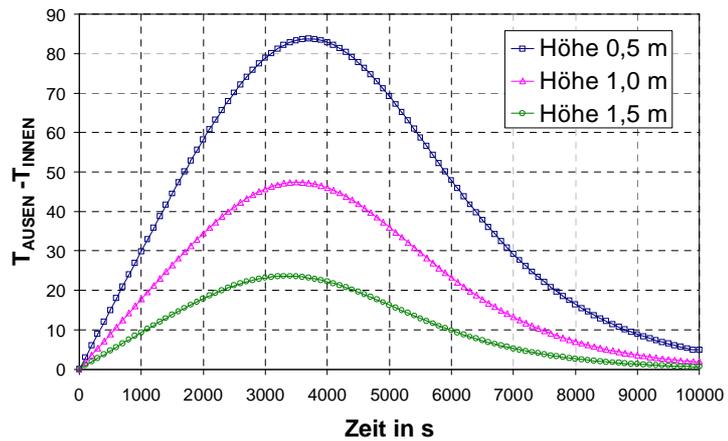


Bild 7.38: Temperaturunterschiede bei Erwärmung des Gutes durch Strahlung

### 7.3.3 Einfluss einer gewölbten Decke

Da die Ofenhöhe einen großen Einfluss ausübt, wird im Folgenden untersucht, wie sich eine Wölbung der Decke auswirkt. Ein Ofen mit gewölbter Decke wurde schon in Bild 7.28 prinzipiell dargestellt. Die Seitenwände haben die Höhe  $H$ , die Höhe der Wölbung wird mit  $h$  charakterisiert.

In Bild 7.39 ist zunächst wieder die Verteilung der Wärmestromdichte über die Breite gezeigt mit der Seitenhöhe  $H$  als Parameter für die Wölbung mit der maximalen Höhe  $h = 25$  cm. Die zugehörigen Temperaturdifferenzen zwischen Rand und Mitte sind in Bild 7.40 dargestellt. Durch die Wölbung wird der Wärmeübergang vergleichmäßigt und die Temperaturunterschiede werden verringert. Für die Gutbreite von 3,5 m beispielsweise ist aus dem Vergleich mit Bild 7.38 ersichtlich, dass die maximale Differenz von 85 K auf 60 K verringert wird. Bei dem Ofen mit der Wölbung wird die Temperaturdifferenz von 10 K bei der Seitenhöhe von  $H = 0,5$  m nach 8100 Sekunden unterschritten, bei dem Ofen mit gerader Decke erst nach 8800 Sekunden. Bei der großen Ofenhöhe von  $H = 1,5$  m wird die Temperaturdifferenz bei der Wölbung nach 5200 Sekunden unterschritten, bei der geraden Decke erst nach 6000 Sekunden. Der Ofen mit Wölbung könnte demnach um ca. 10% kürzer gebaut werden.

In Bild 7.41 und Bild 7.42 ist die Verteilung der Wärmestromdichte bzw. der zeitliche Verlauf der Temperaturdifferenz für eine Wölbung mit der Höhe  $h = 0,75$  m gezeigt. Die Temperaturdifferenzen werden noch stärker vergleichmäßigt.

## 7. Strahlung

Decke und Wände  $T = 930^\circ\text{C}$ ,  $T_s = 20^\circ\text{C}$ ,  $\varepsilon = 0,5$ , gewölbte Decke  $h = 0,25\text{ m}$

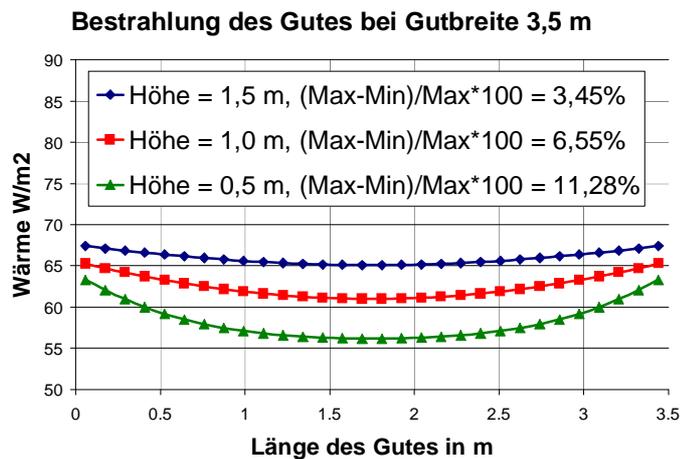
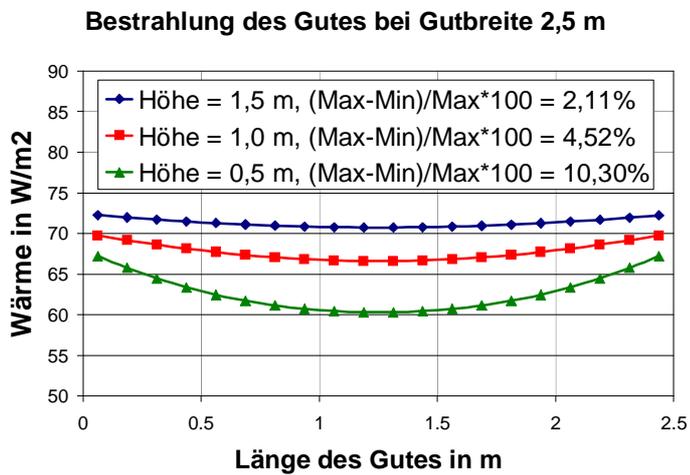
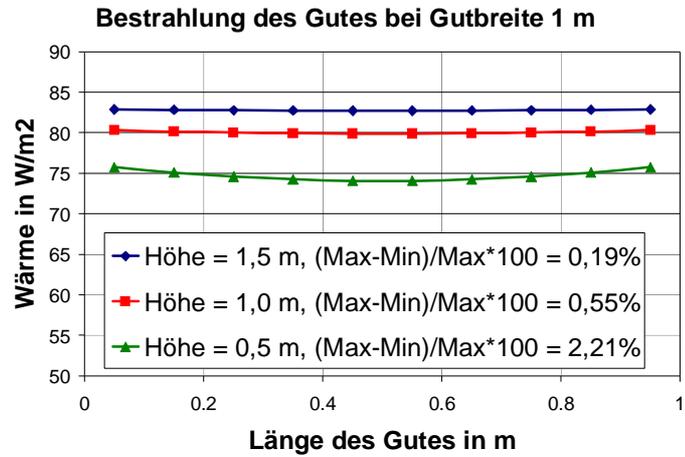


Bild 7.39: Bestrahlung des Gutes in Abhängigkeit von der Höhe des Ofens

## 7. Strahlung

Dicke des Gutes  $s = 25 \text{ mm}$ ,  $T = 930^\circ\text{C}$ ,  $T_s = 20^\circ\text{C}$ ,  $\varepsilon = 0,5$ , gewölbte Decke  $h = 0,25 \text{ m}$

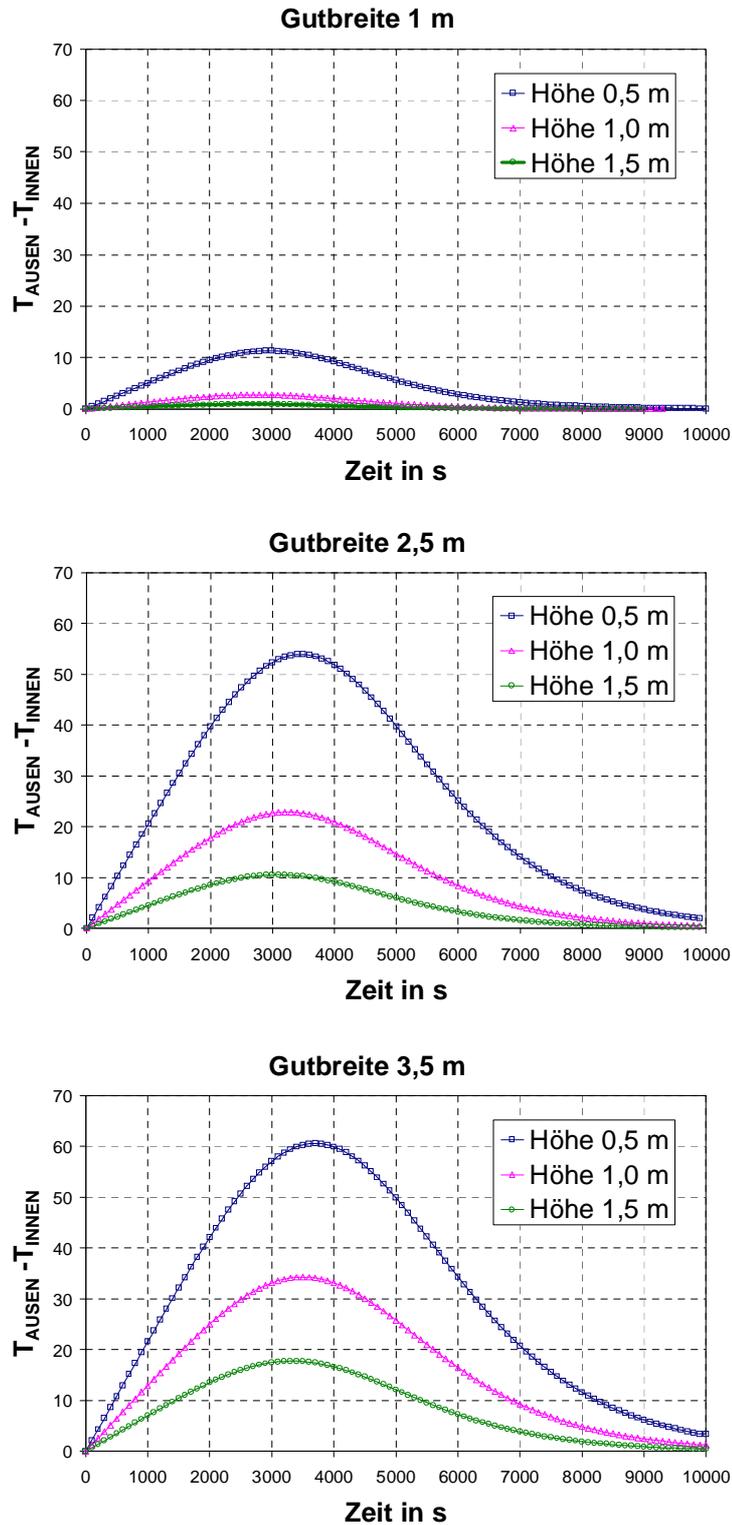


Bild 7.40: Temperaturunterschiede bei Erwärmung des Gutes durch Strahlung

## 7. Strahlung

Decke und Wände  $T = 930^\circ\text{C}$ ,  $T_s = 20^\circ\text{C}$ ,  $\varepsilon = 0,5$ , gewölbte Decke  $h = 0,75\text{ m}$

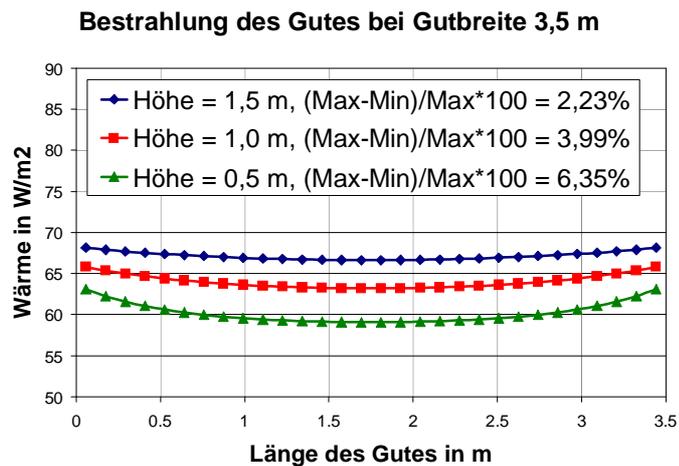
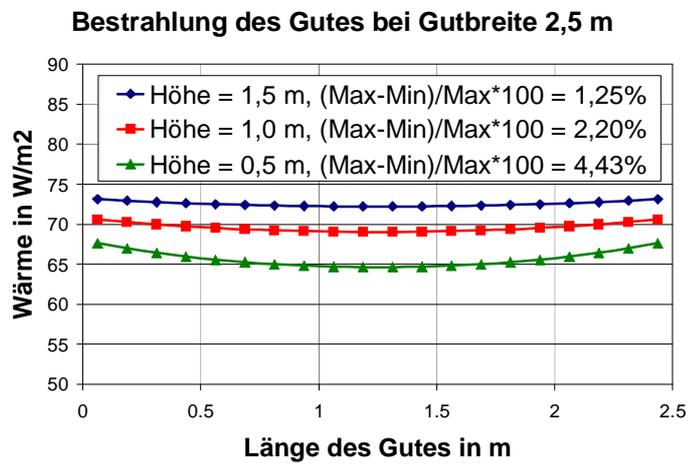
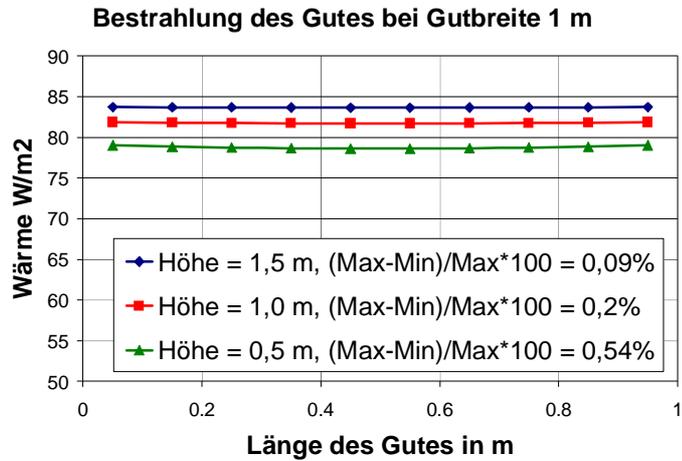


Bild 7.41: Bestrahlung des Gutes in Abhängigkeit von der Höhe des Ofens

## 7. Strahlung

Dicke des Gutes  $s = 25 \text{ mm}$ ,  $T = 930^\circ\text{C}$ ,  $T_s = 20^\circ\text{C}$ ,  $\varepsilon = 0,5$ , gewölbte Decke  $h = 0,75 \text{ m}$

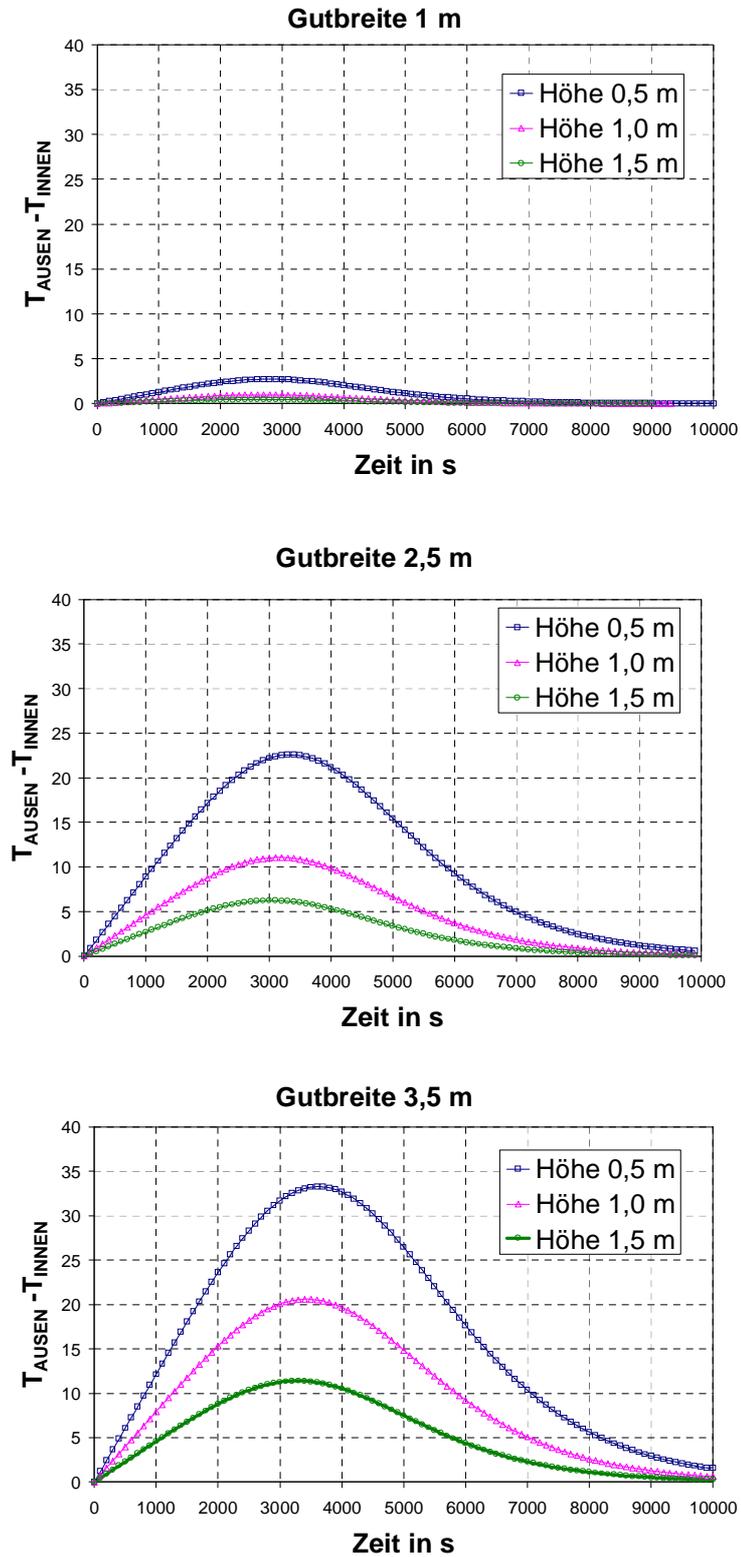


Bild 7.42: Temperaturunterschiede bei Erwärmung des Gutes durch Strahlung

## 8. Beispiele der Temperaturverteilung im Gut

In diesem Kapitel wurde die Temperaturverteilung von plattenförmigem Gut verschiedener Materialien (Stahl, SiC, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) während der Erwärmung in Rollenöfen zweidimensional numerisch berechnet. Durch den Kontakt mit der Rolle steigt die Oberflächentemperatur der Unterseite steil an und übersteigt manchmal die Temperatur der oberen Oberfläche. Zwischen den Rollen ist die Unterseite jedoch kälter als die Oberseite. Die Änderungen der Oberflächentemperatur beim Weg über die Transportrolle werden auf mehreren Beispielen dargestellt werden. Diese bisherigen Untersuchungen bilden nun die Grundlage, um die Temperaturverteilung im Gut während des Weges über die Rollen berechnen zu können. Hierbei war von besonderem Interesse, wie sich die Oberflächentemperatur des Gutes an der Unterseite in Folge des Kontaktes mit der Rolle verändert.

### 8.1 Lösungen

Zur Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten im Kontaktbereich wurden die im Kapitel 5 hergeleiteten Gleichungen benutzt. Zur Berechnung der Erwärmung wird plattenförmiges Gut angenommen und von gleichmäßigen Wärmeübergangsbedingungen über der Ofenbreite ausgegangen. Damit liegt zweidimensionale Wärmeleitung vor, für die die Fouriersche Differentialgleichung in der Form

$$w \cdot \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial x} = \lambda \cdot \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (8-1)$$

gilt. Hierin sind entsprechend Bild 8.1 x die Koordinate in Ofenlängsrichtung, y die senkrechte Koordinate und w die Geschwindigkeit des Gutes.

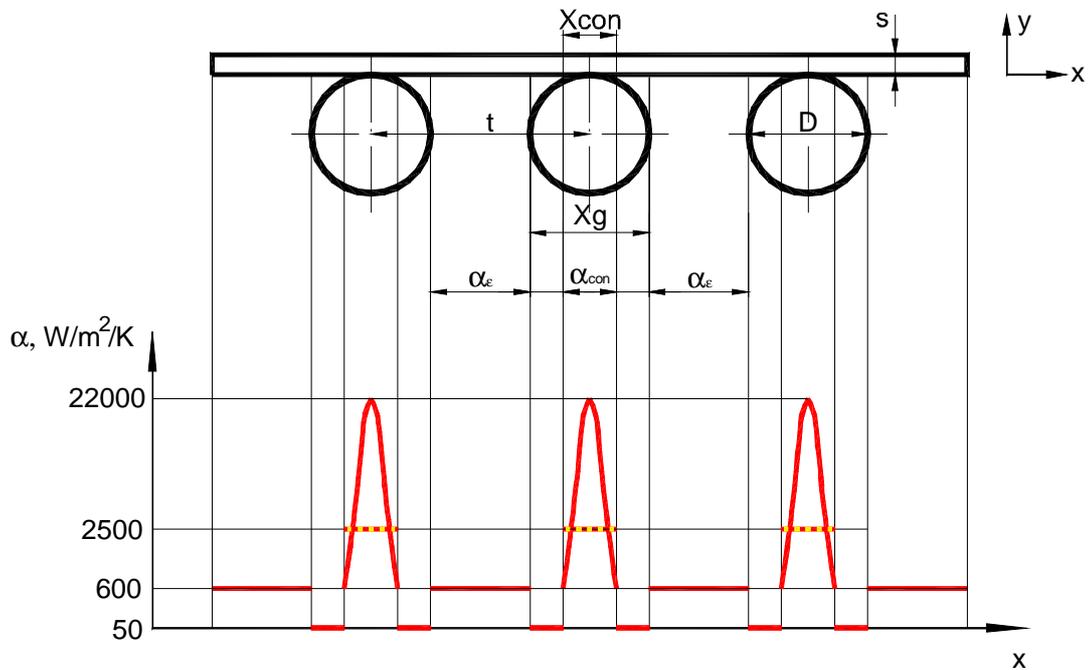


Bild 8.1: Koordinaten und prinzipieller Verlauf des Wärmeübergangs

Die thermophysikalischen Stoffwerte  $\lambda$ ,  $\rho$ ,  $c$  werden als konstant angenommen.

Als Anfangsbedingung gilt  $T(x = 0) = T_A$  und  $\frac{\partial T}{\partial x}(x = -\infty) = 0$ .

Als Randbedingung gilt an der Oberfläche für den Wärmeübergang durch Strahlung

$$-\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y}(y = s) = \varepsilon_{\text{eff}} \cdot \sigma \cdot (T_G^4 - T_S^4). \quad (8-2)$$

Hierbei ist  $\varepsilon_{\text{eff}}$  ein effektiver Strahlungsaustauschgrad zwischen Gut, Ofenwand und Gas,  $T_G$  die Gastemperatur, und  $T_S$  die Oberflächentemperatur der Oberseite und  $s$  die Gutdicke. Für den Vergleich des Wärmeübergangs an der Ober- und Unterseite des Gutes ist es zweckmäßiger, diesen mit einem Wärmeübergangskoeffizienten zu beschreiben. Daher wird der Wärmeübergangskoeffizient für Strahlung

$$\alpha_\varepsilon = \varepsilon_{\text{eff}} \cdot \sigma \cdot T_G^3 \cdot \left[ 1 + \frac{T_s}{T_G} + \left( \frac{T_s}{T_G} \right)^2 + \left( \frac{T_s}{T_G} \right)^3 \right] \quad (8-3)$$

eingeführt. Die Randbedingung lautet somit

$$-\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y}(y = s) = \alpha_\varepsilon \cdot (T_G - T_s). \quad (8-4)$$

Für die Unterseite des Gutes gilt die Randbedingung

$$-\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y}(y = 0) = \alpha_u(x) \cdot (T_G - T_U). \quad (8-5)$$

Der Wärmeübergangskoeffizient ist hier von der Länge  $x$  abhängig.  $T_U$  ist die Oberflächentemperatur der Unterseite. Der Verlauf dieses Wärmeübergangskoeffizienten wird mit Bild 8.1 erläutert. Zwischen den Rollen ist die Strahlung des Gases und der Ofenwand auf das Gut etwa genauso hoch wie auf der Oberseite. Daher wird auf der Strecke zwischen den Rollen der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_\varepsilon$  der Oberseite angesetzt. Bei einer Gastemperatur von 1200°C und einem effektiven Strahlungsaustauschgrad von 0,8 ergibt sich ein Wärmeübergangskoeffizient von etwa 600 W/m<sup>2</sup>/K. Dieser Wert wird für die Materialien SiC und Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> verwendet. Bei dem Material Stahl wird von einer blanken Oberfläche ausgegangen, mit einem effektiven Strahlungsaustauschgrad von 0,1. Der Wärmeübergangskoeffizient ist durch die Strahlung entsprechend niedriger.

Der Kontaktbereich beträgt demnach etwa 10 % bis 20 % der Projektionsfläche vom Durchmesser auf das Gut. Der genaue Verlauf des Wärmeübergangskoeffizienten in diesem relativ kleinen Bereich braucht nicht nachgebildet zu werden. Wie im Kapitel 3 gezeigt wurde, reicht es aus, für den Kontaktbereich einen Mittelwert zu verwenden. Der Mittelwert ist für alle Rollendurchmesser und Gasarten nahezu gleich und hängt nur von der Gastemperatur ab. Diese Abhängigkeit war in Bild 3.4 gezeigt.

Die Temperatur der Rolle ist direkt nicht bekannt. Diese liegt zwischen den Temperaturen des Gutes und des Gases und hängt u. a. von der Drehzahl, dem Rollenmaterial und dem Rollendurchmesser ab. Der durch die Rolle der Länge L übertragene Wärmestrom beträgt demnach

$$\frac{\dot{Q}}{L} = (T_G - T_S) \cdot \frac{X_G \cdot \alpha_\epsilon \cdot (e^{-St_G \cdot \Omega} - 1) \cdot (e^{-St_G} - 1)}{1 - e^{-St_G \cdot \Omega} \cdot e^{-St_G}} \quad (8-6)$$

Für den gesamten effektiven Wärmeübergangskoeffizienten im Kontaktbereich unter Berücksichtigung des Rolleneinflusses (bezogen auf die Temperaturdifferenz zwischen dem Gut und dem Gas) folgt aus Gleichung (8-6)

$$\alpha_{\text{con,eff}} = \frac{X_G \cdot \alpha_\epsilon \cdot (e^{-St_G \cdot \Omega} - 1) \cdot (e^{-St_G} - 1)}{1 - e^{-St_G \cdot \Omega} \cdot e^{-St_G}} \cdot \frac{1}{X_{\text{con}}} \quad (8-7)$$

Dieser Wärmeübergangskoeffizient ist somit kleiner als der nach Bild 3.4 Er liegt bei den hier vorgestellten Beispielen in der Größenordnung von 2500 W/m<sup>2</sup>/K, wie in Bild 8.1 angegeben ist.

Der Bereich des Gutes  $x_G - x_{\text{con}}$  (Bild 8.1) liegt weitgehend im Strahlungsschatten des Gases. Der Wärmeübergang ist daher sehr niedrig. Hier wird ein Wert von nur 50 W/m<sup>2</sup>/K angenommen. Dafür wurde eine Beeinflussung des Wärmeübergangskoeffizienten durch die Strahlung zwischen den Rollen durch eine eventuelle Schattenbildung vernachlässigt.

Mit den vorherigen Beziehungen kann der Verlauf des Wärmeübergangs an der Unterseite des Gutes relativ genau angenähert werden. Zur Beschreibung des Einflusses der Rollen auf die Temperaturverteilung im Gut wird im Folgenden ein Ofensegment betrachtet. Für diesen Bereich reicht es aus, den Wärmeübergangskoeffizienten durch Strahlung an der Oberseite des Gutes als konstant anzunehmen.

Die Gleichungen wurden mit Hilfe des FEM-Programms ANSYS gelöst. Das Gitter wurde stets so eingeteilt, das im Kontaktbereich mindestens vier Elemente vorhanden waren. Über der Guthöhe wurden acht Elemente verwendet. Eine Verfeinerung des Gitters ergab keine signifikanten Veränderungen der Temperaturverläufe. Als Gutmaterial sind Stahl, SiC und  $\text{Al}_2\text{O}_3$  betrachtet. Die thermophysikalischen Stoffwerte sind in Tabelle 8.1 zusammengefasst.

Material	$\lambda \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$	$\rho \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$c \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
Stahl	28	7800	650
SiC	50	2700	1200
$\text{Al}_2\text{O}_3$	2	1200	1260

Tabelle 8.1: Verwendete Stoffwerte

### 8.2 Temperaturverläufe

In Bild 8.2 ist der Verlauf der Temperatur der oberen und unteren Oberflächentemperatur gezeigt. Dargestellt ist, wie auch in den folgenden Bildern, der Ausschnitt im Temperaturbereich zwischen 500 °C und 650 °C. In diesem ersten Beispiel ist eine Platte aus blankem Stahl ( $e_{\text{eff}} = 0,1$ ) von 10 mm Dicke gewählt worden, die über Rollen aus SiC mit einem Durchmesser von 60 mm mit einer Geschwindigkeit von 9 mm/s transportiert wird. Dies entspricht einer Drehzahl von etwa 3 U/min. Der Abstand der Rollen beträgt  $t = 1,5D$ , also 90 mm. Dieser ist als Längeneinteilung für das Bild verwendet worden. Der Ausschnitt stellt einen Bereich von drei Rollen dar. Es ist deutlich sichtbar, wie die Temperatur der unteren Oberflächen durch den Kontakt mit der Rolle stark ansteigt. Sie übersteigt die Temperatur der oberen Oberfläche bei diesem Beispiel um ca. 12 K. Nach dem Kontakt fällt die Temperatur unter die der oberen Oberfläche, da nach dem Kontaktbereich der Wärmeübergang durch Strahlung, wie zuvor erwähnt, durch die Schattenbildung der Rolle sehr gering ist. Im Bereich zwischen den Rollen, wo die Strahlung von beiden Seiten etwa gleich ist, nähern sich die beiden Oberflächentemperaturen an. Die Oberflächentemperatur

der Unterseite schwankt bei diesem Beispiel durch den Rolleneinfluss um ca. 22 K. Am Verlauf der Temperatur der oberen Oberfläche ist ein Einfluss der Rollen kaum erkennbar.

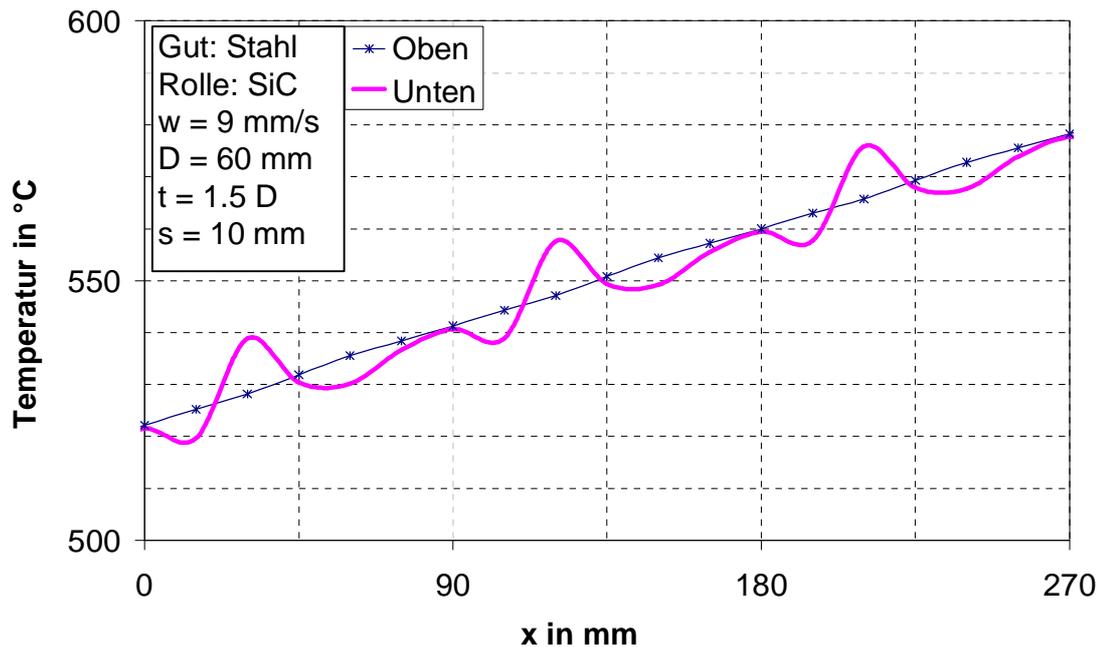


Bild 8.2: Temperaturverlauf der oberen und unteren Oberfläche

In [Bild 8.3](#) ist angenommen, dass die Stahlplatte anstatt 10 mm nur 5 mm dick ist. Alle anderen Parameter wurden nicht verändert. Der Temperaturanstieg ist nun zwar etwa doppelt so hoch auf der dargestellten Länge, die Verläufe unterscheiden sich prinzipiell jedoch nur wenig. Die Amplitude in der Schwankung der unteren Oberflächentemperatur beträgt wiederum 22 K. Bei diesem dünneren Gut ist der Einfluss der Rolle allerdings auch auf der oberen Oberfläche zu erkennen. Die Temperaturschwankung durch den Rollenübergang ist aber wesentlich geringer als auf der Unterseite und auch zeitverzögert.

In [Bild 8.4](#) und [Bild 8.5](#) ist angenommen worden, dass die beiden Stahlplatten von 5 und 10 mm Dicke anstatt über Rollen von 60 mm Durchmesser nun über Rollen von 30 mm transportiert werden. Der Temperaturanstieg gegenüber entsprechend Bild 8.2 und Bild 8.3 ist gleich. Die Temperaturschwankung der Unterseite beim Übergang der Rolle ist jedoch mit ca. 11 K nur noch etwa halb so

hoch. Je kleiner die Rollen sind, desto geringer ist also deren Einfluss auf die Temperaturschwingung. An allen bisherigen Temperaturverläufen ist erkennbar, dass die Temperatur der Unterseite zwar schwankt, im Mittel jedoch etwa gleich groß ist wie die der Oberseite. Von beiden Seiten wird daher etwa gleich viel Wärme eingetragen. Die Rollen behindern die Wärmeübertragung also nicht.

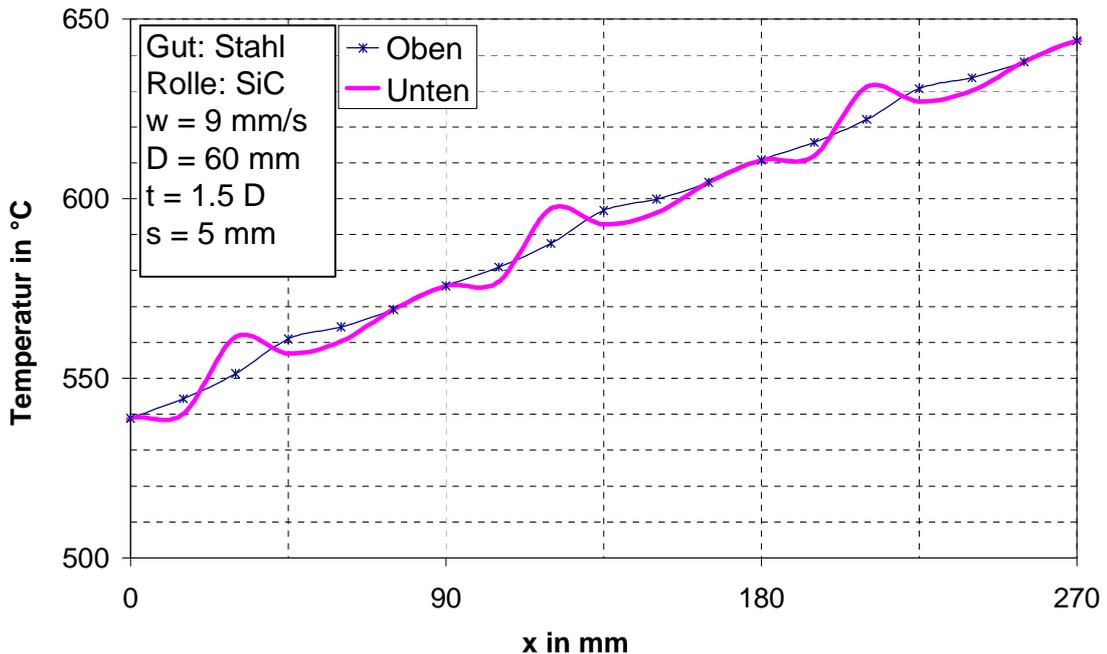


Bild 8.3: Temperaturverlauf der oberen und unteren Oberfläche

In Bild 8.6 ist der Temperaturverlauf einer Platte aus  $\text{Al}_2\text{O}_3$  mit einer Dicke von 10 mm dargestellt. Dieses Material unterscheidet sich gegenüber Stahl im Wesentlichen durch die geringere Wärmeleitfähigkeit. Die Erwärmung wurde im Gegenstrom zum Gas angenommen, wobei dieses Gas etwa stets 200 K höher als die mittlere Guttemperatur war. Die Temperaturspitzen beim Kontakt mit den Rollen sind wiederum deutlich sichtbar. Die Amplitude der Schwankung beträgt etwa 20 K. Bemerkenswert ist, dass die Temperatur der unteren Oberfläche die der oberen Oberfläche nicht übersteigt. Von der oberen Seite wird stets mehr Wärme in das Gut eingetragen als von der unteren Seite. Die Rollen behindern also die Wärmeübertragung an das Gut.

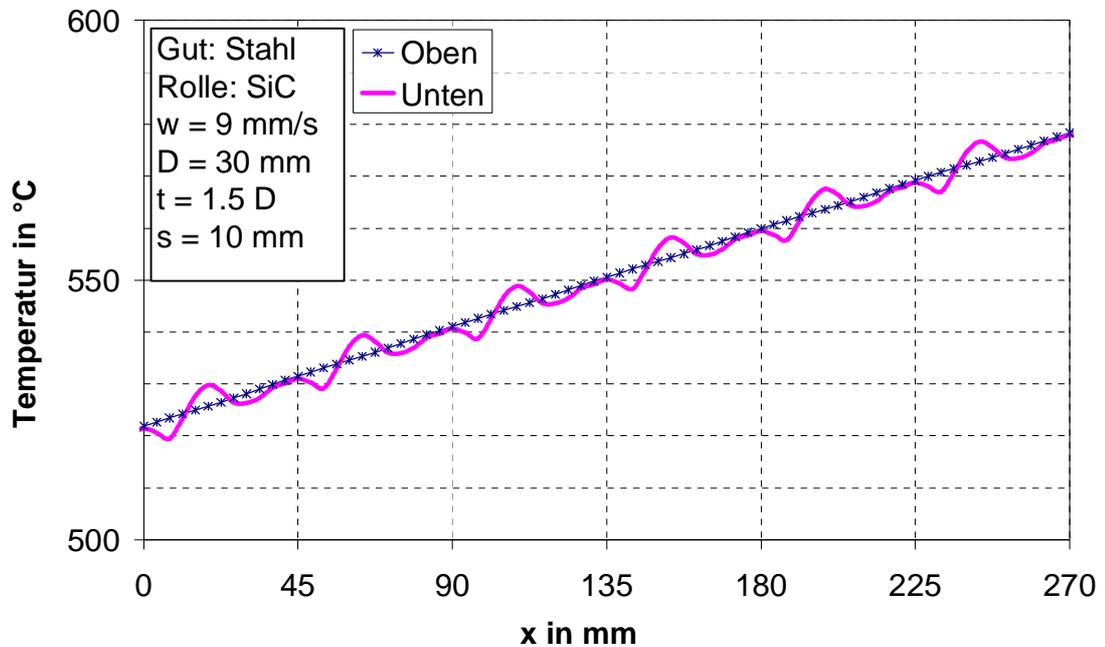


Bild 8.4: Temperaturverlauf der oberen und unteren Oberfläche

Bild 8.7 zeigt die Temperaturverläufe einer  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -Platte von 5 mm unter sonst gleichen Aufheizbedingungen wie zuvor. Die Amplitude der Temperaturschwankung beträgt bei diesem Beispiel etwa 30 bis 35 K. Wiederum ist erkennbar, dass der Wärmeeintrag von der Unterseite geringer als von der Oberseite ist.

In Bild 8.8 wurde angenommen, dass die  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -Platte von 5 mm Dicke mit der doppelten Geschwindigkeit wie im vorherigen Beispiel transportiert wird. Der Temperaturanstieg über die Länge wird geringer, die Erwärmungsgeschwindigkeit (Temperaturänderung mit der Zeit) bleibt dadurch etwa gleich. Durch die erhöhte Geschwindigkeit werden die Temperaturschwankungen jedoch reduziert.

## 8. Beispiele der Temperaturverteilung im Gut

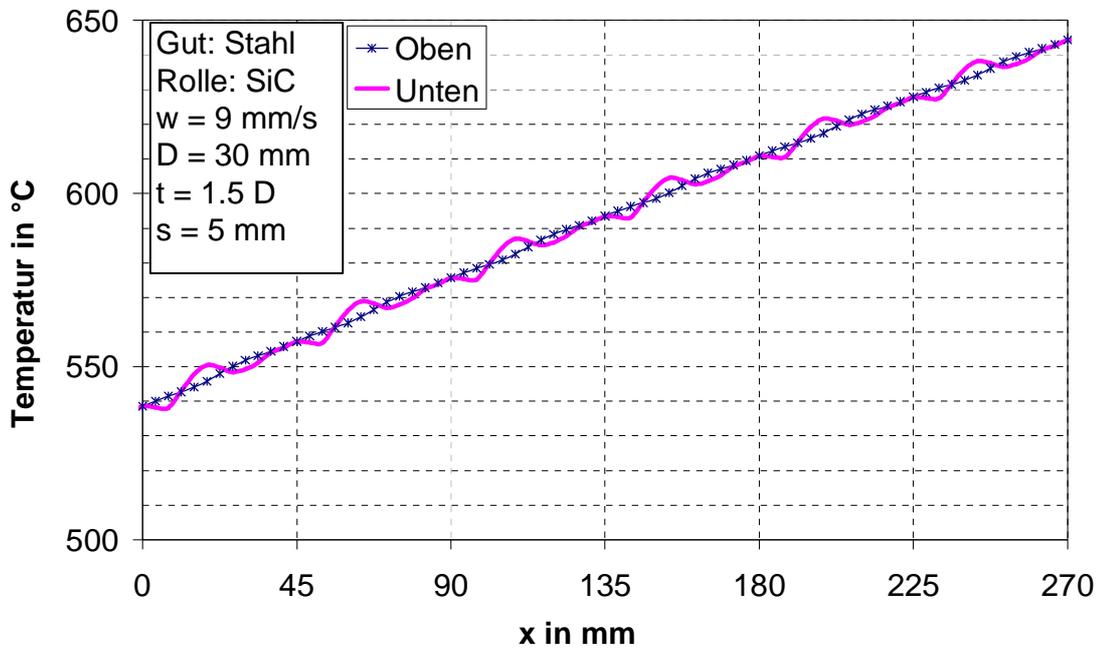


Bild 8.5: Temperaturverlauf der oberen und unteren Oberfläche

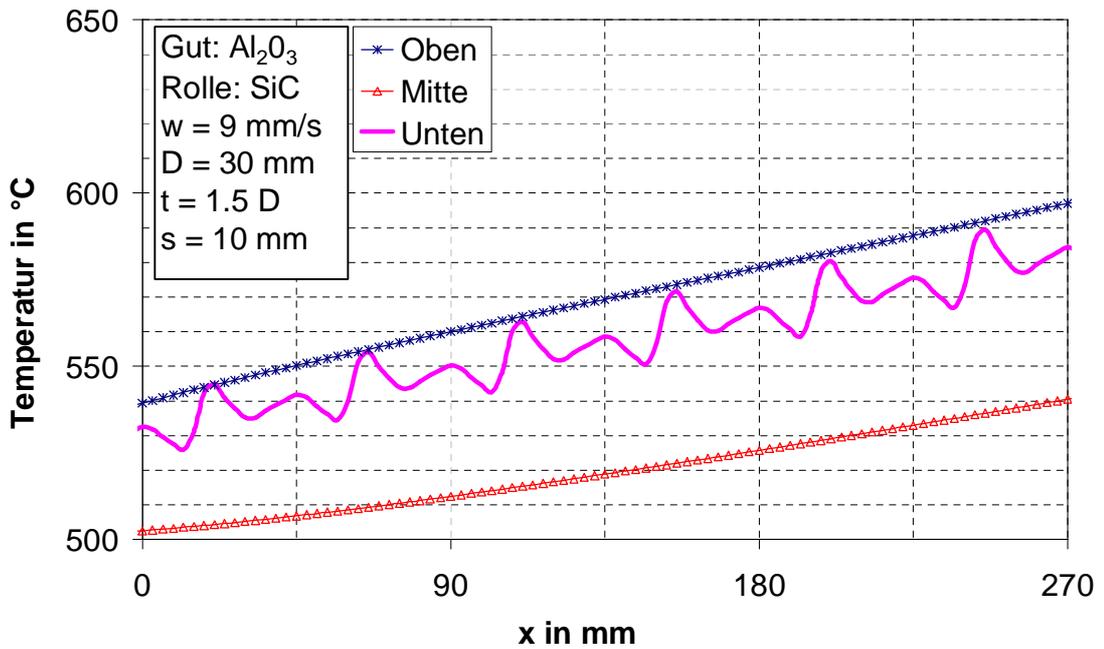


Bild 8.6: Temperaturverlauf der oberen und unteren Oberfläche

## 8. Beispiele der Temperaturverteilung im Gut

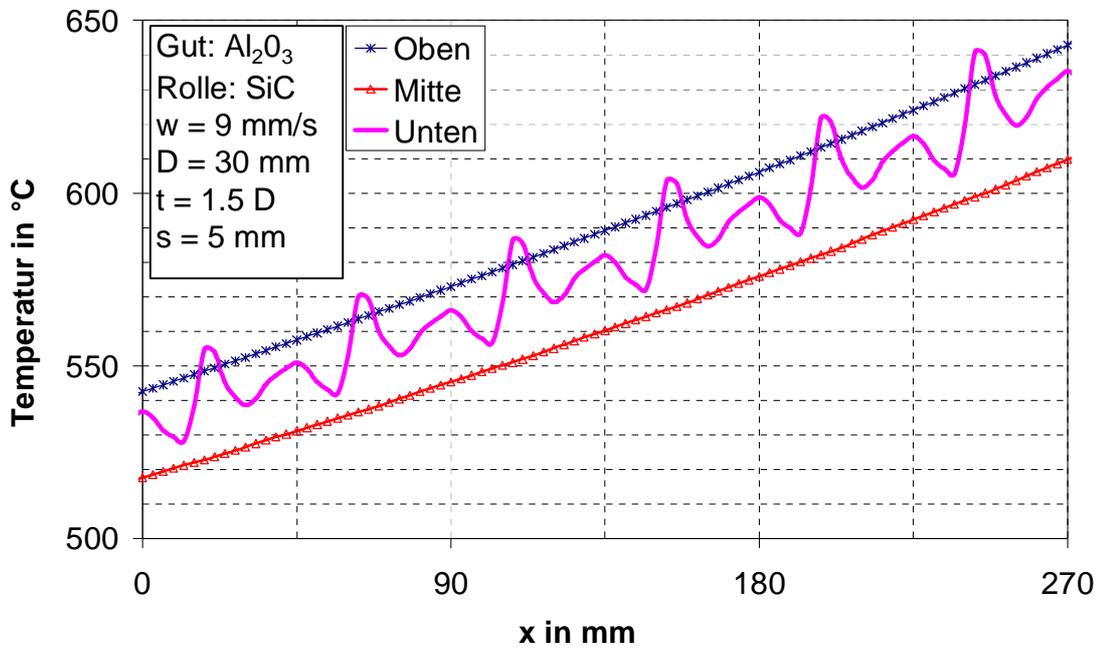


Bild 8.7: Temperaturverlauf der oberen und unteren Oberfläche

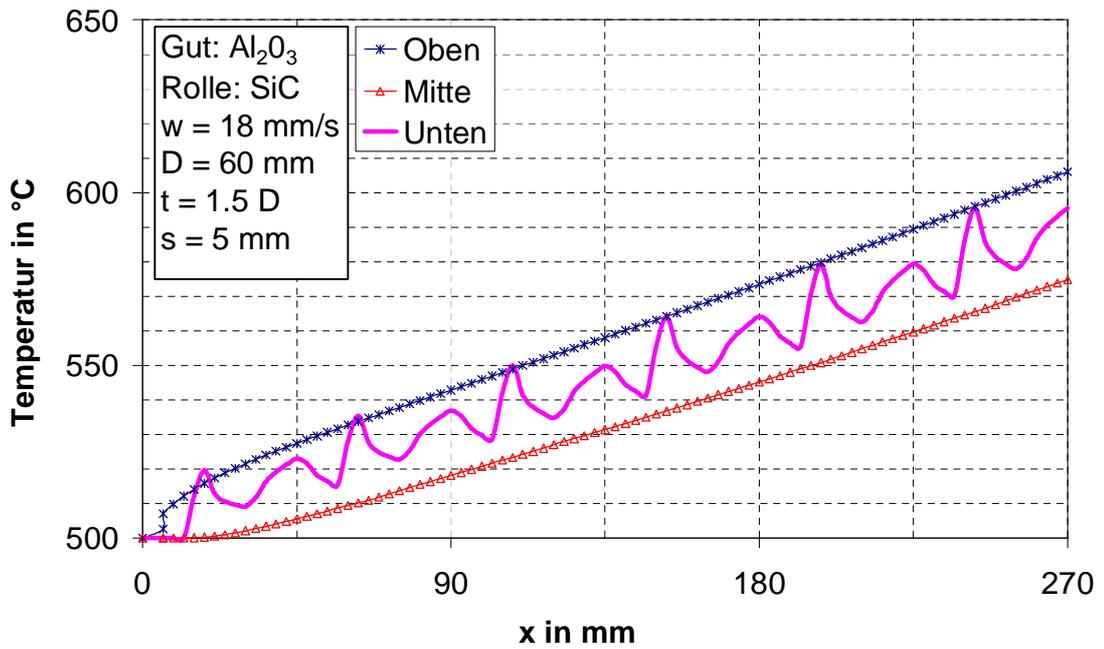


Bild 8.8: Temperaturverlauf der oberen und unteren Oberfläche

## 8. Beispiele der Temperaturverteilung im Gut

In Bild 8.9 sind schließlich noch die Temperaturverläufe in einer Platte aus SiC als Materialbeispiel mit hoher Wärmeleitfähigkeit gezeigt. Trotz dieser hohen Wärmeleitfähigkeit sind die Temperaturschwankungen der unteren Oberfläche beim Rollenübergang mit ca. 45 K relativ hoch.

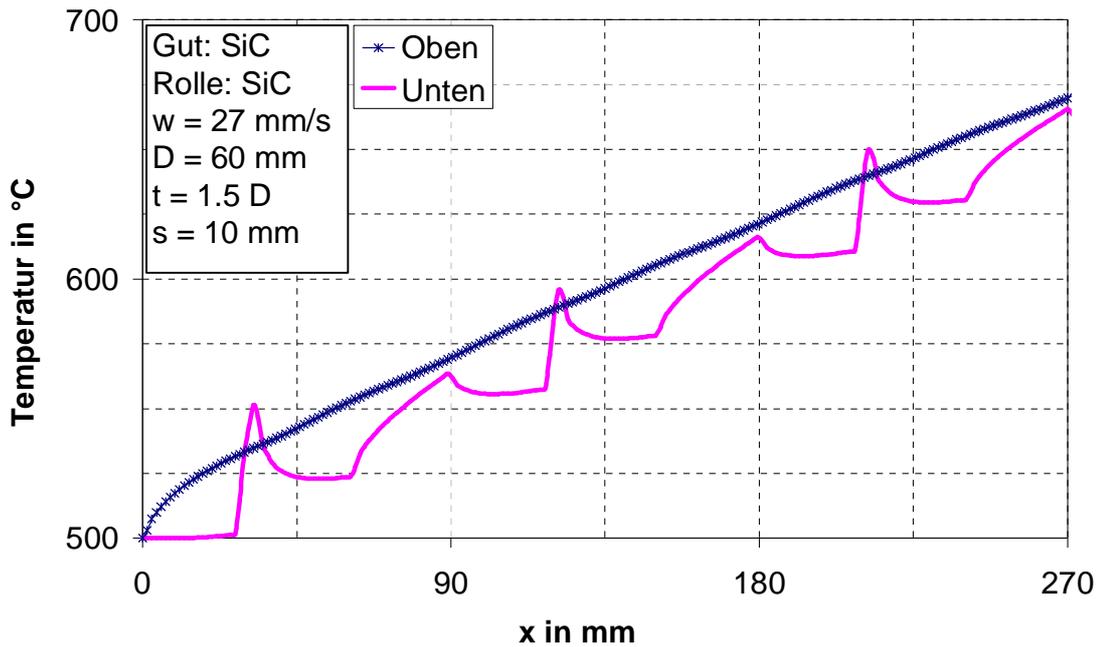


Bild 8.9: Temperaturverlauf der oberen und unteren Oberfläche

## Zusammenfassung

Durch die Rollen bedingt kommt es im Rollenofen zur unterschiedlichen Erwärmung von der Ober- und Unterseite des Gutes. Bis jetzt ist noch kein mathematisches Modell entstanden, in welchem alle Wärmeströme zwischen dem strahlenden Gas bzw. den Strahlrohren und bestrahltem Gut gleichzeitig bei der Berechnung der Temperaturverläufe berücksichtigt wurden. Solche Wärmeströme sind die indirekte Übertragung durch die Rollen während der Drehung im Kontaktbereich und die Wandreflexionen.

Der gekoppelte Wärmeübergang zwischen der Rolle und dem Gut durch Wärmeaufnahme vom Gas, dem Wärmetransport durch die Drehung unter das Gut und durch die Wärmeabgabe an das Gut im Kontaktbereich wurde mit einem zweidimensionalen, mathematischen Modell dargestellt. Auf der Basis dieses Modells wurde ein eindimensionales Modell entwickelt, das analytisch lösbar war. Damit können für die Praxis einfache Gleichungen mit hinreichender Genauigkeit zur Verfügung gestellt werden. Die analytisch ermittelten Wärmeströme weichen nur um maximal 12 % von den Wärmeströmen ab, die numerisch mit partiellen Differentialgleichungen berechnet wurden. Mit dem analytischen Modell kann die Wirkung des Rollenmaterials, der Gutgeschwindigkeit, des Durchmessers der Rollen und der Gastemperatur auf den Wärmeübergang für jede einzelne Rolle relativ einfach für die Praxis beschrieben werden. An Beispielen wird gezeigt, wie der Wärmeübergang mit dem Wärmeeindringkoeffizienten und der Gutgeschwindigkeit (Drehzahl) zunimmt. Kleine Rollen übertragen eine höhere Wärmestromdichte als große Rollen.

Die direkte Wärmeübertragung zwischen dem strahlenden Gas und dem Gut unter der Berücksichtigung der reflektierten Wärmeströme durch die Ofenwände wurde mit der Netto-Strahlungsmethode beschrieben. Der Emissionsgrad der Wand hat keinen Einfluss auf den gesamt auf das Gut fallenden Wärmestrom und die Wandtemperatur.

Es wurde ein analytisches, mathematisches Modell zur Beschreibung des indirekten Wärmeaustauschs in einem Ofen mit Strahlrohren vorgestellt. Mit einer in diesem Modell entwickelten Gleichung kann der Gesamtwärmestrom an die Gutoberfläche berechnet werden. Bei der Angabe der Temperaturen und Emissionsgrade des Gases und Gutes, des Durchmessers der Strahlrohre und des Strahlrohrabstandes wird der Gesamtwärmestrom schnell und einfach abgeschätzt.

Die indirekte Wärmeübertragung zwischen den Strahlrohren und dem Gut wurde auch mit dem FEM-Programm ANSYS berechnet. Untersucht wurde der Einfluss: des Abstands der Strahlrohre zum Gut, der Höhe des Ofens, des Strahlrohrdurchmessers, des Abstands zwischen den Strahlrohren zueinander. Es wurde gezeigt, dass mit dem größer werdenden Abstand der Strahlrohre, die Wärmeabgabe und damit die Leistung des einzelnen Strahlrohres zwar ansteigt, die an das Gut übertragene Wärme pro Fläche jedoch abfällt.

Die örtliche Bestrahlung des Gutes an der Unterseite zwischen den Rollen wurde numerisch berechnet und die Wärmeübertragung in Abhängigkeit vom Rollendurchmesser dargestellt.

Zusätzlich zur Temperaturverteilung in Längsrichtung wurde die Temperaturverteilung in Querrichtung berechnet. Der örtliche Verlauf des Strahlungswärmeübergangs auf Bleche unterschiedlicher Breiten wurde in einem Rollenofen numerisch berechnet. Demnach ist die am Rand übertragene Wärme am höchsten und entsprechend in der Mitte am niedrigsten. Die relativen Unterschiede sind umso größer, je breiter das Gut ist. Mit zunehmender Ofenhöhe werden die Unterschiede geringer. Eine Wölbung der Decke wirkt sich positiv auf die Vergleichmäßigung aus. Mit den ermittelten örtlichen Strahlungsaustauschgraden wurde die Erwärmung beispielhaft für Blechbreite 1 bis 3,5 m in einem Ofen mit konstanter Breite 3,9 m berechnet. Demnach können zwischen Rand und Mitte bis zu 80 K Temperaturdifferenz auftreten. Das Maximum der Temperaturdifferenz besteht etwa bei einem Drittel der gesamten Erwärmungszeit.

Mit den nun bekannten Wärmeströmen wurde die Temperaturverteilung von plattenförmigem Gut verschiedener Materialien (Stahl, SiC, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) und Dicken während der Erwärmung in Rollenöfen zweidimensional numerisch berechnet. Durch den Kontakt mit der Rolle steigt die Oberflächentemperatur der Unterseite steil an. In einigen Fällen übersteigt die Temperatur der unteren Oberfläche die Temperatur der oberen Oberfläche. Zwischen den Rollen ist die Unterseite kälter als die Oberseite. Die Änderung der Oberflächentemperatur der Unterseite kann beim Weg über die Transportrolle bis zu 40 K betragen. Je kleiner die Rollen sind, desto geringer fallen die Temperaturschwankungen aus.

## **Schrifttum**

- [1] Mahan J.: Radiation heat transfer - A statistical approach, Joh Wiley & Sons, New York 2002
- [2] Siegel R., Howell J.R.: Thermal radiation heat transfer, New York, NY Taylor & Francis, 4. ed. , New York 2001
- [3] Long C.: Essential heat transfer, Pearson Education Limited 1999
- [4] Kostowski E., Jeschar R., Alt R.: Wärmestrahlung in Industrieöfen, Stand: 11 März 1999
- [5] Baehr H.D., Stephan K.: Heat and Mass Transfer, Springer Verlag, Berlin Heidelberg 1998
- [6] Kostowski E., Górniak H., Sikora J., Szymczyk J., Ziębik A.: Zbiór zadań z przepływu ciepła, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1996
- [7] Baehr H.D., Stephan K.: Wärme- und Stoffübertragung, Springer Verlag, Berlin Heidelberg 1994
- [8] Kostowski E.: Przepływ ciepła, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1995
- [9] Höfner F., Samos D., Vägt H.D: Wärme und Stofftransport - Mathematische Methoden, Springer Verlag, Berlin Heidelberg 1992
- [10] Rudnicki Z., Radiacyjny przepływ ciepła w piecach przemysłowych, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1992

- [11] Siegel R., Howell J.R., Lohrengel J.: Wärmeübertragung durch Strahlung Teil 2 Strahlungsaustausch zwischen Oberflächen und in Umhüllungen, Springer Verlag, Berlin Heidelberg 1991
  
- [12] Sala A.: Wymiana ciepła, Wydawnictwo Naukowo Techniczne, Warszawa 1982
  
- [13] Senkara T.: Obliczenia cieplne pieców grzewczych w hutnictwie na paliwo gazowe, Wydawnictwo Śląsk, Katowice 1981
  
- [14] Glück B.: Strahlungsheizung – Theorie und Praxis, VEB Verlag für Bauwesen Berlin, Berlin 1981
  
- [15] Dietz U.: Einsatz mathematischer Modelle zur Simulation industrielle Feuerräume unter besonderer Berücksichtigung des Strahlungsaustausches, Dissertation, Otto-von-Guericke Universität Magdeburg, Magdeburg 1992
  
- [16] Solka H.C.: Zonale wärmetechnisch Bewertung der Strahlungszone von Spaltröhrenöfen, Dissertation, Otto-von-Guericke Universität Magdeburg, Magdeburg 1988
  
- [17] Paul G.: Mathematische Modellierung der Wärmeübertragungsprozesse in gasbeheizten Brennkammern und Industrieöfen, Dissertation, Otto-von-Guericke Universität Magdeburg, Magdeburg 1987
  
- [18] Pretschner A.: Dynamische Modellierung des Wärmeübertragungsprozesses am Beispiel der Strahlungszone von Aufheiz-Röhrenöfen, Dissertation, Otto-von-Guericke Universität Magdeburg, Magdeburg 1987
  
- [19] Schier D.: Die Berechnung der Strahlungswärmeübertragung in zylindrischen Feuerräumen unter Anwendung der Monte-Carlo-Methode, Dissertation, Otto-von-Guericke Universität Magdeburg, Magdeburg 1986

- [20] Junge K.: Mathematisches Modell zur Projektierung und Optimierung von Tunnelofenprozessen der Ziegelindustrie, Dissertation, Otto-von-Guericke Universität Magdeburg, Magdeburg 1983
  
- [21] Scholand E.: Ein einfaches mathematisches Modell zur Berechnung des Strahlungswärmeaustausches in Brennkammern, VDI-Verlag GmbH Düsseldorf, Reihe 6 Nr. 111, Düsseldorf 1982
  
- [22] Bauersfeld G.: Weiterentwicklung des Zonenverfahrens zur Berechnung des Strahlungsaustausches in technischen Feuerungen, Dissertation, Otto-von-Guericke Universität Magdeburg, Magdeburg 1978
  
- [23] Dürrfeld H.: Mathematisches Modell zur Untersuchung der Temperaturverteilung in strahlrohrbeheizten Öfen, Dissertation, Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule, Aachen 1975
  
- [24] Holzapfel K. -U: Einfluss der Transportrolle auf den Wärmeübergang in Rollenöfen, Dissertation, Otto-von-Guericke Universität Magdeburg, Magdeburg 2000
  
- [25] Holzapfel K. -U, Specht E.: Compensation of the heat transfer on the upper-side and under-side in roller kilns, Proceedings 5<sup>th</sup> European Conference on Industrial Furnaces and Boilers, Porto 2000, Vol.1, pp 577-586
  
- [26] Specht E., Holzapfel K. -U.: Heat Transfer Between Transport Rollers and Plate, Proceedings 3<sup>rd</sup> European Thermal Science Conference, 701-704, Heidelberg 2000
  
- [27] Holzapfel, K.-U., Specht, E.: Einfluss des Wärmeübertragungswiderstandes von Rollen im Rollenofen auf die Temperaturverteilung im Gut bei der Guterwärmung, Forschungsbericht 48/657, FOGI Frankfurt 1999

- [28] Holzapfel K. -U, Specht E.: Wärmeübergang zwischen Transportrolle und Gut im Rollenofen, Gaswärme International 48(1999), 275-280
- [29] Brunklaus J. H., Stepanek F. J.: Industrieöfen – Bau und Betrieb“, Vulkan-Verlag, Essen, 6. Auflage 1994
- [30] Sonntag A., Isenmann U., Knappe B., Süßmuth G., Habermann M.: Neue Rollenkonzepte für Extremwendungen, Keramik Forum International, Bericht der Deutsche Keramische Gesellschaft 79 (2002) No. 9, pp 15-19
- [31] W.Haldenwanger Technische Keramik GmbH & Co. KG  
[www.haldenwanger.de](http://www.haldenwanger.de)
- [32] Schlünder E. –U., Tsotsas E.: Wärmeübertragung in Festbetten, durchmischten Schüttgütern und Wirbelschichten, Georg Thieme Verlag Stuttgart New York, Stuttgart 1988
- [33] Queck A.: Untersuchung des gas- und wandseitigen Wärmetransportes in die Schüttung von Drehrohröfen, Dissertation, Otto-von-Guericke Universität Magdeburg, Magdeburg 2002
- [34] Carslaw, H.S.; Jaeger, J. C.: Conduction of Heat in solids, Oxford at the Clarendon Press 1959
- [35] Jeschar R., Alt R., Specht E.: Grundlagen der Wärmeübertragung, Viola-Jeschar-Verlag, Goslar 1990
- [36] Gurewich N., Gurewich O.: Visual Basic 5 w 21 dni, Wydawnictwo RM sp. z o.o., Warszawa 1997
- [37] Perry G.: Visual Basic 5, Wydawnictwo „Helion“, Gliwice 1998

- [38] Abolrous S. A.: Pascal – podstawy programowania, Zakład Nauczania Informatyki „MIKOM“, Warszawa 1997
- [39] Baron B.: Metody numeryczne, Wydawnictwo „Helion“, Gliwice 1995
- [40] Fortuna Z., Macukow B., Wasowski J.: Metody numeryczne, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1998
- [41] Szargut J. (red.): Modelowanie pól temperatury, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1992
- [42] Bronsztejn I.N., Siemiendiajew K.A.: Matematyka - Poradnik encyklopedyczny, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1996
- [43] Press W.H, Tenkalsky S.A, Vetterling, Flonnoy: Numerical Recipes in Fortran. The Art of Scientific Computing. Second Edition, Cambridge University Press 1992
- [44] Białecki R.A: Solving of heat radiation problems using the Boundary Element Method. Computational Mechanics Publications, Sootkompton and Boston, 1993
- [45] Schupe W., Jeschar R.: Vereinfachte Berechnung des Strahlungswärmeübergangs in Industrieöfen und Vergleich mit Messungen in einer Versuchsbrennkammer, Gaswärme International 24(1975), 64-75

## Formelzeichen

A	$m^2$	Fläche
a	$m^2/s$	Temperaturleitkoeffizient $a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}$
$\dot{B}$	W	Bestrahlungsstrom
B	m	Ofenbreite
$\dot{b}$	$W/m^2$	Bestrahlungsstromdichte
b	m	Gutbreite
c	$J/(kg \cdot K)$	Spez. Wärmekapazität
D	m	Durchmesser
$\dot{E}$	W	Eigenemissionstrom
$\dot{e}$	$W/m^2$	Eigenemissionsstromdichte
$\dot{H}$	W	Helligkeitsstrom
H	m	Ofenhöhe
$\dot{h}$	$W/m^2$	Helligkeitsstromdichte
h	m	Höhe der Strahlrohre, Wölbung
l	m	Modifizierte freie Weglänge
L	m	Länge der Rolle
n	1/min	Drehzahl
P	Pa	Druck
$\dot{q}$	$W/m^2$	Wärmestromdichte
$\dot{Q}$	W	Wärmestrom
$\dot{q}$	$W/m^2$	Wärmestromdichte
r	m	Koordinate
R	m	Radius
$R_G$	$J/(mol \cdot K)$	Gaskonstante
s	m	Dicke
t	s	Zeit
T	K	Temperatur

## Formelzeichen

---

u	m/s	Gutgeschwindigkeit
w	m/s	Umfangsgeschwindigkeit

### Griechische

$\alpha$	W/(m <sup>2</sup> ·K)	Wärmeübergangskoeffizient
$\alpha$	rad	Absorptionsgrad
$\beta$	rad	Winkel
$\gamma$	-	Akkommodationskoeffizient
$\delta$	m	Lokaler Abstand zwischen Rolle und Gut
$\varepsilon$	-	Emissionsgrad, Strahlungsaustauschgrad
$\varphi$	-	Winkel
$\varphi$	-	Einstrahlzahl
$\lambda$	W/(m·K)	Wärmeleitkoeffizient
$\Lambda$	m	Feie Weglänge
$\vartheta$	°C	Temperatur
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Dichte
$\rho$	-	Reflexionsgrad
$\sigma$	W/(m <sup>2</sup> ·K <sup>4</sup> )	Stefan-Boltzmann-Konstante
$\tau$	-	Transmissionsgrad
$\omega$	s <sup>-1</sup>	Drehfrequenz
$\Omega$	m <sup>2</sup>	Verhältnis $\frac{\alpha_{\text{con}} \cdot X_{\text{con}}}{\alpha_{\varepsilon} \cdot X_{\text{G}}}$
$\Psi$	-	Anpassungsfaktor

### Indizes

A	außen
con	Kontakt
eff	effektiv

## Formelzeichen

---

i	innen
G	Gas
loc	lokal
R	Rolle
S	Solid - Gut
St	Strahlrohre
W	Wand
U	Unterseite
$\varepsilon$	Strahlung

## Dimensionslose Kennzahlen

Bi            Biotzahl  $Bi = \frac{\alpha \cdot D}{\lambda}$

St            Stantonzahl  $St = \frac{\alpha}{\rho \cdot c \cdot w}$

## **Lebenslauf**

Name:	Mirosław Chmielowski
Geburtstag:	11.09.1974
Geburtsort:	Chorzów (Polen)
Familienstand:	Verheiratet, 1 Kind
Schulbildung 1981-1989	Achtklassige Grundschule Nr.1 in Siemianowice Śląskie (Polen)
Berufsausbildung 1989-1994	5jährige Ausbildung mit Abitur am Technikum für Mechanik in Chorzów (Polen)
Studium 1994-1999	Schlesische Technische Universität in Gliwice (Polen) Studiengang: Mechanik und Maschinenbau Fachrichtung: Wärmeenergie und Betrieb der Kraftfahrzeuge
Berufliche Tätigkeiten seit 2000	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Strömungstechnik und Thermodynamik der Otto-von-Guericke Universität Magdeburg